

**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA**

Dipartimento di Scienze Economico-Aziendali e Diritto per l'Economia  
Corso di Laurea Triennale in Economia delle Banche, delle Assicurazioni e degli  
Intermediari Finanziari



## **I modelli DSGE come Laboratori Economici: Analisi e Applicazioni**

Relatore:

Laura Santa Resmini

Tesi di Laurea di:

Marco Bernardini

Matr. N. 857713

Anno Accademico 2023/2024



## Sommario

La tesi argomenta l'importanza dei modelli DSGE come laboratori di sperimentazione delle politiche economiche e come fondamentale strumento per accrescere la comprensione dei movimenti macroeconomici. Dopo aver analizzato i principi teorici, si presenta il modello sviluppato da Smets e Wouters per l'economia Europea, e se ne analizzano i risultati tramite l'utilizzo del linguaggio open source Dynare.

La struttura della tesi è la seguente:

**Il capitolo 1** introduce i principi teorici della Nuova Sintesi Neoclassica da un punto di vista storico.

**Il capitolo 2** presenta la struttura generale dei modelli DSGE, argomentando l'inserimento delle frizioni, che rappresentano il tratto distintivo di questa famiglia di modelli.

**Il capitolo 3** presenta il modello di Smets e Wouters da un punto di vista tecnico, elencando le equazioni e dandone l'interpretazione macro (e micro) economica.

**Il capitolo 4** riporta le equazioni linearizzate del modello di Smets e Wouters. Grazie all'ausilio del linguaggio open source Dynare, si analizzano successivamente le impulse response allo shock tecnologico e di tasso, la scomposizione della varianza e il contributo storico degli shock nell'economia europea.

**Il capitolo 5** presenta alcune critiche ai modelli DSGE e al modello di Smets e Wouters, da cui origina una presentazione dei successivi sviluppi nell'ambito della modellizzazione. Vengono infine presentati i tratti fondamentali dei modelli DSGE attualmente in uso alla BCE e al MEF.

# Indice

<b>Introduzione</b>	<b>1</b>
<b>1 Cenni storici</b>	<b>2</b>
1.1 Friedman e la scuola Monetarista . . . . .	3
1.2 Lucas e la Nuova Economia Classica . . . . .	4
1.3 Real Business Cycle . . . . .	6
1.4 La Nuova Sintesi . . . . .	7
<b>2 I modelli DSGE</b>	<b>11</b>
2.1 Il modello RBC . . . . .	12
2.2 Le frizioni . . . . .	14
2.2.1 I prezzi . . . . .	14
2.2.2 I salari . . . . .	18
2.2.3 Costi di adeguamento degli investimenti . . . . .	20
2.3 Moneta, inflazione e politica monetaria . . . . .	22
2.3.1 La curva di Phillips Neo Keynesiana . . . . .	23
2.3.2 La regola di Taylor . . . . .	25
<b>3 Il modello di Smets e Wouters</b>	<b>27</b>
3.1 Le famiglie . . . . .	28
3.1.1 La funzione di utilità . . . . .	28
3.1.2 Il vincolo di bilancio . . . . .	29
3.1.3 Scelte di consumo e risparmio . . . . .	30
3.1.4 L'offerta di lavoro e la scelta del salario . . . . .	30
3.1.5 L'investimento e l'accumulazione di capitale . . . . .	32
3.2 Le imprese . . . . .	33

3.2.1	I produttori di beni finali . . . . .	34
3.2.2	I produttori di beni intermedi . . . . .	34
3.3	L'equilibrio di mercato . . . . .	36
<b>4</b>	<b>Analisi del modello</b>	<b>37</b>
4.1	Modello lineare . . . . .	37
4.2	Implementazione del modello . . . . .	41
4.3	Impulse Response Functions . . . . .	44
4.3.1	Shock tecnologico . . . . .	45
4.3.2	Shock al tasso di interesse . . . . .	49
4.4	Scomposizione della varianza . . . . .	51
4.5	Scomposizione storica . . . . .	53
<b>5</b>	<b>Conclusioni</b>	<b>55</b>
5.1	Critiche . . . . .	55
5.1.1	Critiche al framework DSGE . . . . .	55
5.1.2	Critiche al modello di Smets e Wouters . . . . .	60
5.2	Ulteriori sviluppi . . . . .	62
5.2.1	Settore finanziario . . . . .	62
5.2.2	Modelli con agenti eterogenei . . . . .	67
5.3	Modelli in uso nelle banche centrali . . . . .	70
5.3.1	IGEM II . . . . .	70
5.3.2	New Area Wide Model . . . . .	71
	<b>Lista delle figure</b>	<b>74</b>
	<b>Bibliografia</b>	<b>78</b>
<b>A</b>	<b>Appendice</b>	<b>i</b>
A.1	Equazioni del modello . . . . .	i
A.2	Codice Dynare . . . . .	ii

# Introduzione

Lo studio dei sistemi economici ha una fondamentale differenza rispetto alle altre scienze: non è permesso sperimentare. Mentre la fisica può indagare fenomeni estremamente complessi come la dilatazione temporale <sup>1</sup> con ingegnosi esperimenti, in economia non è possibile testare gli effetti che avrebbe un cambio di politica monetaria o una manovra fiscale inedita. Sebbene sia sicuramente utile lo studio della storia passata, anche tramite l'utilizzo di complessi metodi econometrici per analizzare le serie temporali, il fatto che due episodi storici non siano mai del tutto identici, sia in termini di premesse che conseguenze, pone dei limiti all'efficacia che ha lo studio dell'esperienza nella scelta delle politiche attuali. Il concetto venne eloquentemente esposto da R.E. Lucas nel 1980, secondo il quale “una delle funzioni dell'economia teorica è di mettere a disposizione sistemi economici artificiali che servano da laboratori in cui le politiche che sarebbe proibitivo sperimentare nelle economie reali possano essere testate ad un costo di gran lunga inferiore.” Ma come fare? Fino agli anni in cui Lucas scriveva, l'approccio prevalente consisteva nel considerare come vere alcune relazioni empiriche tratte dall'analisi delle serie storiche, inserirle in una serie di espressioni matematiche, e produrre previsioni. Quando questo metodo si rivelò inefficace, alcuni macroeconomisti cambiarono la loro prospettiva, mettendo al centro gli individui, piuttosto che gli aggregati. La centralità degli agenti economici è ora un principio largamente condiviso, e trova espressione nei modelli DSGE, vere e proprie economie artificiali utilizzabili come laboratori per la sperimentazione economica.

---

<sup>1</sup>L'esperimento di Hafele-Keating (1971) ha coinvolto orologi atomici trasportati su aerei in direzioni opposte intorno al globo per misurare gli effetti della relatività generale e speciale, confermando che il tempo scorre diversamente in base alla velocità e al campo gravitazionale.

# 1. Cenni storici

Per comprendere i modelli DSGE è importante conoscere le loro caratteristiche teoriche. Va pertanto analizzato il percorso che ha portato all'affermarsi della Nuova Sintesi Neoclassica, sui cui principi sono costruiti i moderni modelli stocastici. Molti autori collocano la nascita della macroeconomia negli anni trenta del secolo scorso, quando Keynes, nell'imperversare della grande depressione, pubblicò *General Theory of Employment, Interest, and Money*, sicuramente la sua opera più influente. Molteplici interrogativi sono sorti dalle sue pagine, e a molti di questi Keynes, deceduto nel 1946, non ha ovviamente potuto rispondere. Ci hanno altresì provato, tra gli altri, John Hicks, con la sua famosa curva IS-LM, ancora oggi utilizzata nei corsi di Macroeconomia, o Klein e Goldberger, con il loro modello a 20 equazioni simultanee, che a sua volta spianò la strada a successive e influenti formulazioni quali i *Wharton models*. Dall'analisi dell'opera di Keynes e di questi modelli, emergono i caratteri significativi della teoria Keynesiana, tratti che diventeranno in futuro fonti di dibattito per l'intero ambiente macroeconomico, tanto che, dagli anni sessanta in poi, si succederanno sintesi, rivoluzioni e controrivoluzioni che avranno come centro i temi che Keynes ha, se non sempre introdotto, quanto meno portato al centro del dibattito. La teoria Keynesiana enfatizza la determinazione simultanea delle variabili economiche a discapito della dinamica, evidenziando come si possa negare il postulato di compensazione del mercato del lavoro, senza compromettere il funzionamento degli altri mercati, in un determinato istante di tempo. Dall'imperfezione di un mercato che non è più considerabile in equilibrio, derivano, da un lato, l'impossibilità dell'economia di ristabilirsi autonomamente da uno shock, dall'altro la necessità di un intervento del settore pubblico. In particolare, Keynes, ignorando il lato dell'offerta, si concentra su interventi basati sullo stimolo della domanda, enfatizzando l'efficacia della politica fiscale. Nello studio di questi interventi, i primi Keynesiani valutarono come esogeni alcuni aspetti che diverranno fondamentali in futuro: inflazione, prezzi, salari e aspettative degli agenti economici, dando un'interpretazione che costerà molto cara alla loro teoria. Dal punto di vista metodologico, la scuola Keynesiana è famosa per l'elaborazione di modelli in cui si assiste alla determinazione simultanea di un gran numero di equazioni derivate da regolarità empiriche delle serie temporali,

tralasciando a volte l'interpretazione economica, nonché la validazione teorica dei modelli. Proprio a partire da questo aspetto si trarrà dunque spunto per esporre quelle correnti rivoluzionarie che hanno poi portato alla moderna convergenza in ambito macroeconomico. Nei prossimi paragrafi si analizzeranno quindi le caratteristiche di tre correnti fondamentali, con particolare attenzione agli aspetti già incontrati nell'introduzione della teoria Keynesiana: l'approccio metodologico, la natura dei mercati e, quindi, il ruolo del settore pubblico, il ruolo degli agenti economici e quello della moneta.

## **1.1 Friedman e la scuola Monetarista**

Tra le equazioni Keynesiane, quella che in passato ha assunto maggior rilievo in ambito di politica economica è sicuramente la Curva di Phillips. Phillips derivò infatti dalle serie storiche una robusta relazione negativa fra tassi di disoccupazione e di inflazione. Il tradeoff risultava chiaro: a fronte di una crescita di disoccupazione durante un periodo di recessione, la banca centrale poteva pur sempre stampare più moneta, generando sì un processo inflattivo, ma nel contempo riducendo la disoccupazione. D'altro canto, non c'era tanto grande preoccupazione al riguardo, ritenendo infatti che l'inflazione non potesse rappresentare un grave problema fintanto che il prodotto fosse rimasto al di sotto del suo "potenziale". Era quindi possibile ridurre la disoccupazione, se non del tutto gratuitamente, almeno ad un costo ritenuto modico e comunque quantificabile tramite adeguate equazioni. Finché non fu più così. Negli anni settanta si assistette alla famosa caduta della curva di Phillips a causa della stagflazione, con un aumento congiunto dei tassi sia di inflazione sia di disoccupazione, così determinando un evidente fallimento delle politiche Keynesiane. Fu Milton Friedman ad anticiparne gli esiti negativi; in un discorso tenuto nel 1968, sostenne, con una elegante argomentazione teorica, come il tradeoff tra disoccupazione e inflazione sarebbe stato sì efficace nel breve periodo, quando l'inflazione non è prevedibile, ma non nel lungo periodo, dove occorre tenere conto delle aspettative degli agenti e della neutralità della moneta. In questo formidabile esempio di come la teoria possa anticipare eventi dell'economia reale, emergono con forza due aspetti fondamentali della teoria Monetarista: aspettative e ruolo della moneta. È proprio quest'ultima ad assurgere al ruolo di protagonista nella teoria di Friedman, secondo la quale nel



breve periodo l'offerta di moneta ha grande influenza sull'output (tanto da esserne la principale fonte di fluttuazione), e risulta invece neutrale nel lungo periodo, nel quale influenza solamente il livello dei prezzi. I monetaristi affermavano quindi la superiorità della politica monetaria rispetto alla politica fiscale, dimostrando tuttavia grande scetticismo nei confronti di operazioni di fine-tuning o di manovre anche più complicate. Dal loro punto di vista, infatti, il settore pubblico doveva attenersi a rispettare semplici regole per la stabilizzazione nel breve periodo. Azioni più invadenti avrebbero potuto avere effetti imprevedibili ed addirittura nocivi per l'economia. Dal punto di vista metodologico i monetaristi preferivano basarsi su semplici modelli a poche equazioni, non necessariamente rigorosi dal punto di vista econometrico, nei quali mai compariva quel "breve periodo" così caro a Keynes.

## 1.2 Lucas e la Nuova Economia Classica

Friedman e i suoi collaboratori hanno sicuramente avuto un importante ruolo nell'evidenziare il rilievo delle aspettative, ma fu Lucas, con la ripresa del concetto di aspettative razionali<sup>2</sup>, a rivoluzionare l'ambiente macroeconomico. Con un articolo passato alla storia come "La critica di Lucas", dimostrò come i modelli allora esistenti, sebbene si adattassero adeguatamente alle serie storiche, non potessero in realtà essere utilizzati per analizzare gli effetti di manovre di politica monetaria o fiscale. A suo avviso le relazioni tra variabili macroeconomiche quali output, consumo e investimento sono conseguenza di un comportamento ottimizzante da parte degli agenti. Considerando che questo comportamento può mutare, non ci sono ragioni per pensare che le relazioni tra gli aggregati macroeconomici siano invarianti rispetto ad una variazione di politica monetaria, così come basarsi sulle correlazioni delle serie storiche passate può portare ad una errata previsione del comportamento degli agenti. La Nuova Scuola Classica riprese dunque il concetto di aspettative razionali e propose che queste fossero modellate assumendo che le aspettative delle persone coincidessero in qualsiasi momento con ciò che il modello prevede accadrà o, in termini più semplici, che gli agenti abbiano a disposizione tutte le informazioni necessarie nel momento in cui formulano le loro previsioni. Questa nuova visione originò una diversa caratterizzazione dello

---

<sup>2</sup>introdotto da JF Muth nel 1961

stato di equilibrio, definito come uno stato in cui gli agenti, in virtù di una perfetta comprensione dell'ambiente, non abbiano motivo di comportarsi diversamente, e le cui condizioni siano a loro volta influenzate dal comportamento di tutti gli altri agenti. I modelli proposti postulavano quindi un equilibrio generale, contrario alla teoria Keynesiana, in cui i mercati erano perfettamente competitivi ed in equilibrio in ogni momento. Gli effetti di instabilità economica erano pertanto da attribuire ad imperfezioni informative e non, come postulato da Keynes, a vischiosità di prezzi e salari: senza imperfezioni, dunque, questi ultimi si sarebbero sempre adattati immediatamente. In questo contesto, T.J. Sargent fece notare<sup>3</sup> come nessuna politica dovrebbe essere in grado di portare sistematicamente i prezzi ad un livello diverso da quello a cui gli agenti si aspettano che questi siano, rendendo di fatto inutile la politica di gestione della domanda. Quest'ultima critica, per quanto estrema, ebbe di sicuro un forte impatto, ponendo l'accento su come il comportamento economico sia *forward-looking*, e come gli effetti che le politiche economiche hanno sulle aspettative siano fondamentali per il loro effetto complessivo. Inizia dunque ad assumere fondamentale importanza per le banche centrali la gestione del modo in cui il pubblico recepisce le manovre, da cui, per esempio, la *forward guidance* della BCE. La pesante critica di Lucas verso tutta la platea di modelli allora esistenti divenne fondamentale punto di partenza per gli sviluppi successivi. Per quanto sia vero che, vista la connotazione fortemente negativa della critica, la modellizzazione macroeconomica perse tanto slancio da far parlare di veri e propri "anni bui"<sup>4</sup>, è evidente come questa si sia posta da ostacolo che ogni modello macroeconomico degno di questo nome avrebbe dovuto superare. La soluzione prospettata da Lucas, poi approfondita da altri autori, induce ad abbandonare l'approccio top down basato sulle regolarità delle serie storiche, ponendo invece l'attenzione sul trovare esplicite fondamenta microeconomiche in termini di scelta individuale, da cui successivamente ricavare le corrette relazioni strutturali dei modelli macroeconomici. Si rese dunque necessario avviare la ricerca dei cosiddetti parametri strutturali, ovvero in grado di riflettere caratteristiche economiche precise ed invarianti rispetto a variazioni di politica monetaria o shock

---

<sup>3</sup>Più precisamente, la proposizione di inefficacia della politica economica fu proposto da Sargent e Wallace nel 1976,

<sup>4</sup>Nel corso di una conferenza, Taylor utilizzo questo termine per descrivere gli anni seguenti la critica di Lucas, da alcuni considerata un ostacolo invalicabile

esogeni.

### 1.3 Real Business Cycle

Oltre alla mancanza di fondamenta microeconomiche, i modelli macroeconomici soffrivano l'incapacità di spiegare all'interno dello stesso modello le fluttuazioni di breve periodo e la crescita di lungo periodo. Per quanto vi sia consapevolezza circa il fatto che i modelli debbano astrarre dalla realtà, la spaccatura era decisamente severa. Una svolta metodologica si ebbe a partire dalla pubblicazione dell'influente modello Real Business Cycle proposto nel 1982 da Kydland e Prescott, nel quale gli autori estendono il modello base di crescita neoclassico, includendovi decisioni riguardo lavoro e tempo libero, uno shock stocastico alla tecnologia, e modellando il lato dell'offerta, generalmente assente nei modelli Keynesiani. Nel modello RBC, tutti gli agenti hanno aspettative razionali, ottimizzano funzioni vincolate e non ci sono imperfezioni di mercato. Diviene così di primaria importanza lo shock della produttività totale dei fattori, identificata come principale fonte di fluttuazione. Questa ipotesi, in netto contrasto con la letteratura precedente, che vedeva la tecnologia come strumento di crescita e non di volatilità dell'economia, fu giustificata dalla capacità del modello di generare fluttuazioni in linea con quelle dell'economia americana sfruttando i soli shock alla *TFP*. Questa teoria, inoltre, proponendo l'efficienza dei cicli economici, rappresentò una netta separazione dalla teoria classica. Secondo questa corrente, le fluttuazioni economiche non rispecchiano necessariamente una allocazione inefficiente di risorse, ma sono piuttosto frutto della risposta ottimale dell'economia a shock esogeni. Una visione in netta contrapposizione con il pensiero Keynesiano, da cui deriva l'assunto di come una qualsivoglia politica di stabilizzazione possa rivelarsi non solo inefficace, ma addirittura controproducente. Anche il non assegnare alla moneta o ad altri fattori finanziari alcun ruolo nello spiegare le fluttuazioni economiche costituisce elemento di ulteriore divergenza. La moneta compare nei modelli RBC unicamente come unità di conto: non solo non è presente nella funzione di utilità degli agenti, ma il modello astrae completamente dall'esistenza di un settore monetario. La politica monetaria, quindi, non ha alcun effetto sull'economia, in un contesto nel quale la dicotomia classica pre-Keynesiana vale anche nel breve periodo. Il contributo fondamentale e maggiormente influente

della teoria RBC risiede tuttavia nell'aspetto metodologico. Grazie alle sue fondamenta microeconomiche, il modello si pone innanzitutto l'obiettivo di dimostrare come sia possibile costruire modelli di cicli di business usando la metodologia dell'equilibrio generale intertemporale, creando un framework coerente, in cui breve e lungo periodo risultino compatibili. In secondo luogo diviene chiaro come i modelli possano essere resi quantitativi, con un'enfasi posta sull'assegnazione di valori realistici ai parametri strutturali del modello e sulla capacità di determinare precise soluzioni numeriche alle equazioni. Viene così introdotta una procedura di calibrazione, in modo da identificare valori dei parametri che siano coerenti e robusti in quanto derivanti da studi e informazioni pregresse, valida alternativa all'impiego di numeri stimati per consentire un migliore adattamento ai dati a prescindere dal significato economico. In conclusione, si può affermare che la letteratura RBC ha portato alla luce la capacità dei modelli di andare oltre la mera illustrazione delle relazioni qualitative tra le variabili, spiegando proprietà statistiche delle serie temporali, quali la volatilità e le correlazioni fra gli aggregati macroeconomici alla base dei cicli economici. Nonostante i modelli RBC abbiano avuto grande rilevanza per la loro innovazione, per ammissione degli stessi autori risultavano però troppo semplici per ricoprire un ruolo attivo nei processi decisionali, trascurando del tutto alcuni rilevanti aspetti dell'economia reale.

## 1.4 La Nuova Sintesi

Le tre correnti rivoluzionarie, critiche nei confronti dei principi Keynesiani, stimolarono la nascita dell'approccio Neo Keynesiano, nato cercando di dare risposta alla controversia monetarista ed ai fondamentali temi evidenziati da Lucas, e allo stesso tempo fornendo un'alternativa al framework dell'analisi RBC a prezzi flessibili e mercati perfettamente competitivi. Nella prima generazione di modelli Neo Keynesiani, Gordon e Taylor modernizzarono le equazioni di determinazione di inflazione e salari, in modo da includere aspetti della visione monetarista e aspettative razionali. Nella seconda generazione, gli economisti Neo Keynesiani spostarono invece la fonte della vischiosità nominale dal mercato del lavoro, attribuendo questo ruolo ai prezzi invece che ai salari. In tale contesto, le aziende risultano modellate come concorrenti in un mercato monopolistico, e pertanto sono **price setters**. Il framework della competizione imperfetta fu quindi utilizzato

per spiegare l'effetto sul prodotto reale delle variabili nominali quando i prezzi sono sottoposti a costi di aggiustamento, per sviluppare vari meccanismi di amplificazione e per evidenziare i potenziali costi sociali derivanti dalle fluttuazioni economiche. Fu incorporando la competizione imperfetta e la vischiosità dei prezzi all'interno di modelli con caratteristiche RBC che viene a delinearsi quella che è stata poi definita la Nuova Sintesi Neoclassica. Come la prima Sintesi Neoclassica di Hicks e Samuelson, questa nuova letteratura prova a colmare la divisione metodologica tra microeconomia e macroeconomia, avvalendosi degli strumenti della teoria dell'equilibrio generale per modellare economie con caratteristiche Keynesiane. Contrariamente a quanto esposto nella prima, nella seconda sintesi non viene più assegnato alla teoria Keynesiana il compito di spiegare il breve periodo, e alla teoria classica quello di spiegare il lungo periodo. I fattori evidenziati dalla teoria RBC spiegano piuttosto l'evoluzione dell'output potenziale, mentre le deviazioni transitorie del prodotto dal suo potenziale traggono origine dalle imperfezioni di prezzi e salari. Così facendo, il processo di aggiustamento di prezzi e salari viene modellato esplicitamente, in modo che variazioni di prodotto, prezzi e salari possano essere prese in considerazione anche nel breve periodo. Le imperfezioni reali vanno dunque a ricoprire un ruolo primario nello spiegare le fluttuazioni economiche, contrariamente a quanto esposto dagli spiriti Monetarista e Neo Classico che ne attribuivano la responsabilità prevalentemente ad una politica monetaria erratica ed incostante. Dal momento che le risposte dell'economia a shock reali si rivelano spesso inefficienti, la politica monetaria ritrova un ruolo primario nella stabilizzazione economica, poiché è in primo luogo dalla sua risposta che dipende l'efficienza della reazione alle perturbazioni. Se i prezzi non si aggiustano proporzionalmente a variazioni nell'offerta di moneta, o se l'inflazione attesa non varia uno a uno con il tasso di interesse nominale quando questo viene modificato, la Banca Centrale sarà generalmente in grado di alterare la domanda aggregata e, di conseguenza, i livelli di equilibrio di prodotto e occupazione. Per quanto riguarda le evidenze empiriche a supporto della teoria, va evidenziato come, nonostante sussistano comovimenti fra le variabili reali e gli strumenti di politica monetaria, emerga comunque la difficoltà di stabilire un rapporto di causalità che vada dalla manovra di politica monetaria alle variabili reali, dal momento che la prima è modellata come endogena,

ovvero come il risultato di una risposta consapevole ai movimenti dell'economia<sup>5</sup>. Questo punto di sintesi delle teorie precedenti, ha generato, dopo molti anni di rivoluzioni e controrivoluzioni, un consenso generalizzato che, seppur non coinvolga tutti i punti della Nuova Sintesi, contempla un'ampia lista di convinzioni condivise, di seguito evidenziate:

- L'analisi macroeconomica dovrebbe utilizzare modelli con coerenti **fondamenta di equilibrio intertemporale**, in modo da analizzare le fluttuazioni di breve e lungo periodo in un unico modello. In questo contesto, analisi microeconomica e macroeconomica sono complementari: è essenziale che tutte le equazioni del modello siano derivate da principi teorici condivisi, e che il comportamento di ogni agente economico sia coerente con quello degli altri, nonché con l'ambiente creato da queste interazioni.
- La **valutazione econometrica** dei modelli, se non indispensabile, è quantomeno preferibile. Si evidenzia l'enfasi posta sull'uso di modelli strutturali, contenenti parametri economicamente interpretabili, con valori realistici ed invarianti rispetto a variazioni della politica economica. I modelli sono inoltre altamente quantitativi, consentendo di spiegare i dettagli delle serie temporali e confrontare tra loro gli effetti di diverse manovre di politica economica.
- Come prescritto da Lucas, è condivisa l'importanza delle **aspettative endogene**, in modo da valutarne l'evoluzione e l'impatto su variazioni dell'ambiente esterno. Come già accennato, si tratta di un aspetto di fondamentale importanza per le linee di comportamento delle Banche Centrali: è infatti il ruolo delle aspettative a far sì che manovre differenti possano avere effetti divergenti.
- Gli **shock reali** sono un'importante fonte di volatilità: l'ipotesi Monetarista secondo cui le fluttuazioni economiche sono quasi unicamente attribuibili a variazioni casuali dell'offerta di moneta non è più condivisa, così come risulta ormai abbandonata la logica RBC per cui lo shock principale è dovuto a variazioni tecnologiche.

---

<sup>5</sup>Ciò nonostante, si possono trovare importanti riferimenti a supporto di questa ipotesi nei lavori di CEE (1999) e, per l'area Euro, in Peersman e Smets (2003).

- **La politica monetaria è efficace**, soprattutto per il controllo dell'inflazione. Viene abbandonata la convinzione Keynesiana per cui la politica fiscale sia preferibile, sebbene questa rimanga un'arma utilizzabile. Le manovre di politica monetaria non vengono più gestite attraverso il controllo dell'offerta di moneta, come proposto dai Monetaristi, bensì attraverso variazioni del tasso di interesse a breve e una adeguata gestione delle aspettative.

La Nuova Sintesi Neoclassica prende forma sotto modelli di scale diverse. Ci sono innanzitutto piccoli modelli analitici, utili per studiare specifici temi teorici ed empirici in contesti facilmente trattabili. Sono stati poi sviluppati modelli di dimensioni intermedie, costruiti sulla base del modello RBC, utili per studiare un ampio ventaglio di effetti normativi in economie con un adeguato grado di realismo. Ci sono infine i modelli di larga scala utilizzati dalle banche centrali, comprendenti centinaia di equazioni, che consentono di avere una rappresentazione quanto più fedele della realtà, in modo da gestire le manovre di politica monetaria in maniera efficiente. Nei prossimi capitoli verrà affrontata l'analisi del secondo tipo di modelli, entrando nel dettaglio di quello formulato da Smets e Wouters nel 2003 per l'economia Europea, sicuramente uno dei più rappresentativi ed influenti di questa importante famiglia.

## 2. I modelli DSGE

I modelli DSGE, dall'inglese *Dynamic Stochastic General Equilibrium* sono largamente utilizzati sia in ambito accademico per condurre ricerche empiriche, sia dalle banche centrali per interpretare lo stato attuale dell'economia, per confrontare gli effetti di manovre differenti, e per generare previsioni sugli scenari macroeconomici futuri. Il termine DSGE identifica una grande famiglia di modelli di dimensioni diverse, partendo dal modello RBC di Kydland e Prescott, passando per i classici modelli di Smets e Wouters, fino a modelli su larga scala quali il New Area Wide Model utilizzato dalla BCE. Questi modelli sono **Dinamici**, in quanto famiglie e imprese prendono le loro decisioni nel corso del tempo. **Stocastici**, in quanto gli shock esogeni casuali giocano un ruolo primario nello spiegare le fluttuazioni dell'economia. Infine, i modelli sono coerenti con la teoria dell'**Equilibrio Generale**. I modelli DSGE sono l'espressione di teoria e metodologia della Nuova Sintesi Neoclassica, e sono, in quanto tali, il risultato di un lungo dibattito partito con i predecessori di Keynes, e in parte non ancora concluso. Dopo aver affrontato il percorso che ha portato alla condivisione dei principi su cui si fondano, è importante soffermarsi sulle caratteristiche che fanno, di questi modelli, uno strumento ottimale per l'analisi macroeconomica. Innanzitutto, grazie alle loro fondamenta microeconomiche e ai parametri strutturali, i modelli non sono soggetti alla critica di Lucas: i loro risultati sono quindi attendibili anche a seguito di variazioni di politica monetaria e fiscale. Questo permette, tra l'altro, di utilizzarli per confrontare gli effetti che avrebbe l'applicazione di manovre differenti, come avviene all'interno della BCE. In secondo luogo, questo tipo di modelli restituisce risultati teoricamente validi, simili a quelli derivabili dall'utilizzo delle curve IS-LM, in un contesto che ne rende più interpretabili meccanismi ed effetti rispetto a quanto avvenisse in modelli puramente Keynesiani. Infine, grazie allo sviluppo di nuovi metodi computazionali, i modelli DSGE sono, nonostante la loro complessità, abbastanza versatili e flessibili. Questo significa che, se da un lato si possono studiare fenomeni di scale diverse all'interno dello stesso framework, dall'altro è diventato relativamente semplice includere nuove frizioni, settori ed addirittura agenti in modelli preesistenti, senza doverne sconvolgere la struttura. Queste caratteristiche contribuiscono a fare di questa famiglia di modelli ciò cui Lucas



aspirava nel 1980, quando parlando del compito dei macroeconomisti scriveva: *Our task as I see it [...] is to write a FORTRAN<sup>6</sup> program that will accept specific economic policy rules as "input" and will generate as "output" statistics describing the operating characteristics of time series we care about, which are predicted to result from these policies.*

Come si è già accennato, i modelli DSGE sono, dal punto di vista tecnico, una estensione dei modelli RBC ad un'economia con frizioni sia nominali che reali e shock di varia natura. Per illustrarne il funzionamento, si presenterà innanzitutto la struttura del modello RBC. Si vedranno poi tre tipologie di frizioni: vischiosità dei prezzi, dei salari, e costo di adeguamento degli investimenti. Si presenterà infine l'altro tratto essenziale della teoria NNS, ovvero il ruolo di moneta, inflazione e politica monetaria.

## 2.1 Il modello RBC

Il modello RBC è composto da due tipologie di agenti economici: famiglie e imprese. Come prescritto dalla teoria, sono assenti la banca centrale e qualsiasi riferimento alla moneta. Famiglie e imprese non sono presenti nella loro eterogeneità, bensì tramite agenti rappresentativi che vivono all'infinito. La famiglia rappresentativa ha come obiettivo la massimizzazione di una funzione di utilità del tipo:

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(C_t, L_t)$$

Dove  $E_0$  è l'operatore di aspettativa condizionata all'insieme di informazioni disponibili al tempo  $t = 0$ ,  $\beta$  è il fattore di sconto,  $C_t$  rappresenta il consumo e  $L_t$  il numero di ore lavorate al tempo  $t$ . Le famiglie forniscono lavoro e capitale alle imprese, ed in cambio percepiscono un salario  $W_t$  e un interesse sul capitale pari a  $r_t K_t$ , dove  $K_t$  rappresenta il capitale installato al tempo  $t$ . Le famiglie, inoltre, sono proprietarie delle imprese, e come tali ricevono dividendi  $\Pi_t$ . Il vincolo di bilancio

---

<sup>6</sup>FORTRAN è stato uno dei primi linguaggi di programmazione, particolarmente adatto per il calcolo numerico, e fu utilizzato, tra gli altri, da Markovitz e Sharpe nell'ambito della teoria finanziaria. Si vedrà nel Capitolo 4 come un modello matematicamente complesso possa ora essere risolto in tempi relativamente brevi grazie ad un linguaggio di scripting, Dynare.

intertemporale delle famiglie è pertanto:

$$P_t(C_t + I_t) = W_t L_t + r_t K_t + \Pi_t$$

Dove  $P_t$  è il livello dei prezzi al tempo  $t$ , ed  $I_t$  rappresenta gli investimenti in capitale effettuati al tempo  $t$ . Il vincolo descrive come le famiglie non possano consumare e investire più di quanto non abbiano guadagnato nel corso del periodo grazie al loro lavoro, al capitale che hanno fornito in prestito alle imprese, e al rendimento delle loro quote di partecipazione nelle imprese. Il capitale evolve nel corso del tempo secondo la seguente equazione:

$$K_{t+1} = (1 - \delta) K_t + I_t$$

dove  $\delta$  è il tasso di deprezzamento del capitale fisico. Nel loro problema di ottimizzazione le famiglie dovranno dunque prendere decisioni che riguardano la scelta di consumo, lavoro e capitale da fornire in ogni periodo.

L'impresa rappresentativa ha come obiettivo la massimizzazione del profitto, la cui equazione è data da:

$$\Pi_t = P_t Y_t - W_t L_t - r_t K_t$$

e l'output  $Y_t$  viene prodotto mediante una funzione di produzione Cobb-Douglas:

$$Y_t = A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha}$$

Dove  $A_t$  è un processo stocastico di innovazione tecnologica, definito come  $\log A_t = \rho_A \log A_{t-1} + \varepsilon_t^A$ , dove  $\varepsilon_t^A \sim \mathcal{N}(0, \sigma_A^2)$  è la fonte di shock del modello.

Nel modello RBC sia il mercato del lavoro che quello delle imprese sono perfettamente competitivi, in quanto beni di consumo e tipi di lavoro sono indistinguibili. Imprese e famiglie sono dunque *price takers*.

Il modello si chiude con l'equazione che descrive l'equilibrio nel mercato dei capitali:  $Y_t = C_t + I_t$ . In questo contesto i mercati dei beni, del lavoro e dei capitali sono sempre in equilibrio: non esistono nè disoccupazione involontaria, nè eccesso di offerta o di domanda. La struttura del modello RBC viene schematizzata dalla figura 2.1.

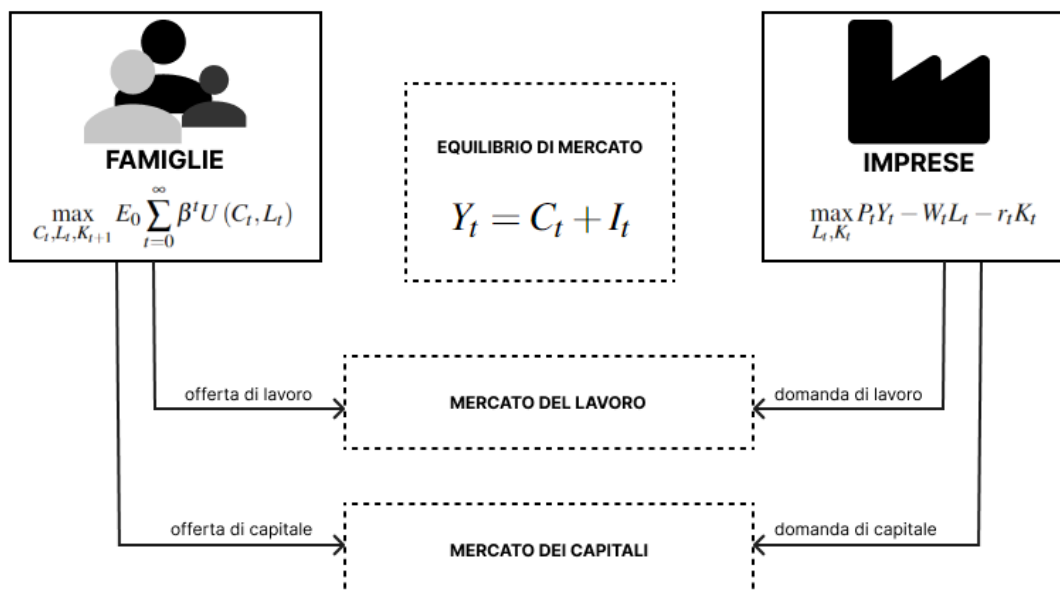


Figura 2.1: Il modello RBC

Fonte: prodotta dall'autore

## 2.2 Le frizioni

Sebbene il modello RBC fosse in grado di produrre una spiegazione convincente rispetto all'origine dei cicli economici, era chiaro perfino agli autori come questo mancasse di realismo. Fu grazie alle due ondate di modelli Neo Keynesiani, che il modello RBC fu ampliato, includendo importanti aspetti delle economie reali. Si introdurranno quindi le frizioni nominali, per passare successivamente alle frizioni reali e al ruolo della politica monetaria.

### 2.2.1 I prezzi

Nei primi modelli Keynesiani l'attenzione alle frizioni nel breve termine era posta sul mercato del lavoro, mentre i prezzi venivano generalmente considerati come dati. In seguito alle ondate rivoluzionarie, sono state effettuate da parte dei teorici Neo Keynesiani numerose ricerche per verificare la presenza di vischiosità nei prezzi e studiarne l'eventuale impatto. Taylor, nel

1999, portò numerose evidenze a supporto dell'ipotesi di rigidità dei prezzi, concludendo come questi variassero in media una volta l'anno. In generale, altre ricerche più recenti, svolte sia negli Stati Uniti che nell'Eurozona, hanno concluso come il periodo mediano di variazione dei prezzi si collochi tra i 4 e gli 11 mesi <sup>7</sup>. Taylor concluse anche che ci fosse una limitatissima evidenza rispetto alla sincronizzazione delle modifiche dei prezzi all'interno della stessa economia, o, in parole povere, mediamente imprese diverse non variano i prezzi nello stesso momento. Questo risultato empirico è importante, in quanto avvalora la capacità del metodo di Calvo, che si vedrà in seguito, di riprodurre rigidità nominali realistiche. Un altro fatto ampiamente confermato dalla ricerca empirica è che il processo di aggiustamento di prezzi e salari è la principale determinante dell'inflazione elevata. Ultimo interessante risultato emerso da queste ricerche è come le modifiche ai prezzi dei beni intermedi siano più frequenti rispetto a quelle dei beni finali. Si partirà da qui per introdurre le innovazioni dei modelli DSGE.

### Competizione monopolistica

Una volta confermata empiricamente la presenza di vischiosità nei prezzi, uno dei principali traguardi dei teorici Neo Keynesiani è stato quello di dimostrare che la rigidità potesse derivare dalle decisioni di ottimizzazione dei singoli agenti. Per raggiungere questo obiettivo, è stata necessaria l'introduzione della competizione imperfetta nel mercato dei beni. I beni sono quindi simili ma non perfetti sostituti, come avveniva nel modello RBC. Vale la pena quindi approfondire la struttura alla base del mercato dei beni nei modelli Neo Keynesiani. I beni di consumo, che come si è detto sono simili ma non perfetti sostituti, vengono aggregati con una funzione del tipo:

$$c(c_1, c_2, c_3, \dots, c_N) = \left[ c_1^{\frac{\psi-1}{\psi}} + c_2^{\frac{\psi-1}{\psi}} + c_3^{\frac{\psi-1}{\psi}} + \dots + c_N^{\frac{\psi-1}{\psi}} \right]^{\frac{\psi}{\psi-1}}$$

dove  $\psi$  rappresenta l'elasticità di sostituzione tra i vari beni differenziati. Questo parametro è fondamentale all'interno dei modelli DSGE, e determina il grado di differenziazione dei prodotti dal punto di vista del consumatore. Si può vedere che ad un estremo, per  $\psi \rightarrow \infty$ , i beni siano perfetti sostituti. D'altra parte, quando  $\frac{\psi}{\psi-1} > 0$ , come di norma avviene nei modelli, i beni sono sostituti

---

<sup>7</sup>Si vedano a tal proposito Bils e Klenow 2004, Nakamura e Steinsson 2006, Dhyne et al. 2006

imperfetti, ovvero hanno un grado di differenziazione che dipende dal valore assunto da  $\psi$ . Questa differenziazione, unita al fatto che ogni bene di consumo viene prodotto da una singola impresa, fa sì che queste operino in un mercato di competizione monopolistica. In questo contesto, contrariamente a quanto avveniva nel modello RBC, le imprese sono in grado di scegliere i prezzi dei loro prodotti. Per introdurre queste caratteristiche, il settore delle imprese viene diviso in due parti: un settore di imprese intermedie, o grossisti e un settore di imprese finali, o retail. Il settore di imprese intermedie conta un elevato di compagnie, generalmente indicizzate nell'intervallo  $[0, 1]$ , ognuna delle quali produce un diverso bene. Le imprese risolvono quindi due problemi: scelgono gli input di capitale e lavoro in modo da minimizzare i costi, e determinano il loro prezzo, in modo da massimizzare i profitti. Le imprese grossiste, una volta scelto il prezzo, si impegnano a soddisfare qualsiasi livello di domanda ne possa scaturire. Nel settore delle imprese retail, vi è invece una singola impresa che, usando una specifica tecnologia di aggregazione, "impacchetta" i beni intermedi in un unico bene, che sarà poi consumato dalle famiglie. La tecnologia di raggruppamento generalmente più utilizzata è l'aggregatore alla Dixit-Stiglitz:

$$Y_t = \left( \int_0^1 Y_{j,t}^{\frac{\psi-1}{\psi}} dj \right)^{\frac{\psi}{\psi-1}}$$

Dove con  $Y_t$  si intende il prodotto aggregato del periodo  $t$ , e  $Y_{j,t}$ , con  $j \in [0, 1]$  è il bene intermedio  $j$ , e  $\psi > 1$  è l'elasticità di sostituzione tra beni intermedi. Utilizzando l'aggregatore, la domanda per il bene  $Y_{j,t}$  sarà data da:

$$Y_{j,t} = Y_t \left( \frac{P_t}{P_{j,t}} \right)^{\psi}$$

da cui emerge come, al crescere della differenziazione dei prodotti, potrà aumentare il prezzo del prodotto  $j$  senza che la domanda venga compromessa.

### **Determinazione dei prezzi**

In un contesto di competizione monopolistica resta dunque da stabilire il meccanismo secondo il quale vengono determinati i prezzi. Il modello più utilizzato a questo scopo in letteratura è il modello di Calvo. Nel modello alla Calvo, in ogni periodo le imprese intermedie hanno una probabilità  $\xi$  di mantenere inalterato il prezzo del loro bene nel periodo successivo, e una

probabilità  $1 - \xi$  di poterlo ridefinire in maniera ottimale, ovvero massimizzando la loro funzione di profitto in funzione del prezzo. In questo contesto appare chiaro come mediamente le imprese ridefiniscano il prezzo ogni  $1/\xi$  periodi e che, per l'impresa che ha potuto fissare il prezzo in  $t$ , ci sia una probabilità  $\xi$  che questo rimanga fisso in  $t + 1$ , una probabilità  $\xi^2$  che rimanga fisso in  $t + 2$  e una probabilità  $\xi^i$  che rimanga fisso in  $t + i$ . Di conseguenza, l'impresa dovrà considerare anche queste probabilità nel definire il prezzo ottimale in  $t$ , anche alla luce del fatto che dovrà soddisfare qualsiasi livello di domanda si materializzi per il livello di prezzo scelto. È stato fatto notare che le frizioni à la Calvo sono realistiche solamente in ambienti ad inflazione moderata e, perfino in questi ambienti, alcune implicazioni non sono allineate con le regolarità empiriche dei dati microeconomici. Tuttavia, l'utilizzo frequente di questo tipo di modello riflette due necessità: da un lato, l'abilità di catturare in maniera elegante e facilmente trattabile dal punto di vista matematico un'importante caratteristica dei cicli economici: normalmente imprese e lavoratori tendono a reagire a variazioni della domanda variando le quantità piuttosto che i prezzi. In secondo luogo, dal punto di vista dei risultati, il modello di Calvo fornisce una buona approssimazione di modelli più plausibili dal punto di vista microeconomico che incorporano costi di menù e altre frizioni. Tornando alla forma funzionale, la letteratura ha sviluppato diversi modi in cui vengono adeguati i prezzi delle imprese che non hanno la possibilità di ottimizzare:

- Mantenere il prezzo del periodo precedente:  $P_{j,t} = P_{j,t-1}$
- Aggiornare il prezzo secondo il tasso di inflazione di stato stazionario:  $P_{j,t} = \pi_{ss} P_{j,t-1}$
- Aggiornare il prezzo secondo il tasso di inflazione del periodo precedente:  $P_{j,t} = \pi_{t-1}^\gamma P_{j,t-1}$   
dove  $\gamma < 1$  indica il livello di indicizzazione.

Se i prezzi fossero completamente flessibili, le imprese imposterebbero in ogni periodo il prezzo come un markup fisso sui costi marginali di produzione, dove l'entità del markup sarebbe proporzionale al potere di mercato:  $P_{t,j}^* = \frac{\psi}{\psi-1} MC_{t,j}$ . In presenza di prezzi sfalsati, invece, le imprese che possono ottimizzare il prezzo lo impostano secondo un markup su una media ponderata dei costi marginali correnti e futuri, dove il peso assegnato a  $MC_{t+i}$  è dato dalla probabilità che il prezzo sarà ancora lo stesso al periodo  $t + i$  moltiplicato per il fattore di sconto dell'impresa. Nel modello

di prezzi sfalsati di Calvo, è presente asimmetria, in quanto imprese diverse impostano prezzi diversi. Questa dispersione dei prezzi agisce dunque negativamente sull'output, rendendo il mercato meno efficiente. Studi comparativi hanno mostrato come i risultati forniti dal modello di Calvo si adattino generalmente meglio ai dati<sup>8</sup> e come l'utilizzo di questo modello implichi una perdita maggiore in termini di welfare all'interno dell'economia simulata<sup>9</sup> rispetto all'utilizzo di modelli alternativi.

### **2.2.2 I salari**

Una delle maggiori critiche volte negli anni settanta dai teorici classici ai Keynesiani era che questi assumessero la rigidità dei salari, senza proporre alcuna motivazione economicamente valida alla base del fenomeno. Ancora oggi, non c'è consenso all'interno della letteratura su quale sia la causa della rigidità salariale<sup>10</sup>. Una branca della letteratura si focalizza sul ruolo che i sindacati hanno nel contrattare salari ad un livello superiore a quello di equilibrio. Altri studiosi hanno approfondito le condizioni sotto le quali le aziende avrebbero un incentivo a pagare stipendi più elevati rispetto a quelli di mercato, determinando un ambiente in cui si genera disoccupazione involontaria. Infine, altri studiosi si sono concentrati sulle cause che impediscono ai contratti di essere rivisti al ribasso. Una evidenza di questa incapacità delle paghe di essere abbassate si trova nei lavori di Taylor, il quale ha trovato evidenze empiriche riguardo la rigidità nella negoziazione dei salari, per i quali vi è tra l'altro evidenza di tempi mediamente più lunghi tra una modifica e l'altra rispetto a quanto non avvenga per i prezzi. Si noti, infine, che l'individuazione della causa delle rigidità salariali non è meramente speculativa. In presenza di rigidità nominali, la politica monetaria dovrebbe puntare alla stabilizzazione dei prezzi, con aggiustamenti prociclici dell'offerta di moneta. In presenza invece di rigidità al ribasso, un atteggiamento inflazionistico potrebbe aiutare a "lubrificare gli ingranaggi del mercato"<sup>11</sup> abbassando di fatto i salari reali degli individui in mercati affetti da disoccupazione.

---

<sup>8</sup>Ascari et Al, 2010

<sup>9</sup>Lombardo e Vestin, 2007

<sup>10</sup>Goette et Al

<sup>11</sup>si veda Tobin, 1972 ma anche Card e Hyslop, 1997

## I sindacati

Similmente a quanto avviene nel mercato dei beni, anche i lavori offerti dalle famiglie sono differenziati. Per modellare l'imperfezione del mercato del lavoro, si può supporre che questo sia mediato da un sindacato, i cui membri hanno più forza contrattuale rispetto ai non iscritti: questo, per esempio, fa sorgere costi elevati in caso di licenziamento di lavoratori iscritti. Ulteriori spese in capo alle imprese in caso di turnover sorgono per via dei costi di ricerca e formazione del personale. Considerando la presenza dei sindacati, si può tener conto del fatto che gli iscritti, in forza del potere contrattuale a loro attribuito, riescano ad ottenere salari al di sopra dell'equilibrio, generando così disoccupazione involontaria all'interno del mercato. In alcuni modelli, la presenza del sindacato può essere esplicitata assumendo che le famiglie forniscano i loro servizi ad una azienda (il sindacato, appunto) che aggrega così i singoli lavori in un lavoro aggregato, in analogia con quanto svolto dall'impresa retail nei confronti dei prodotti delle aziende intermedie. In questo caso, si ottiene una forma funzionale del tipo:

$$L_t = \left( \int_0^1 L_{j,t}^{\frac{\psi_W-1}{\psi_W}} dj \right)^{\frac{\psi_W}{\psi_W-1}}$$

dove con  $L_{j,t}$  si intende il lavoro fornito dalla famiglia  $j$  al tempo  $t$ , con  $L_t$  l'indice di lavoro aggregato.  $\psi_W$  indica il grado di differenziazione tra i lavori, ovvero l'elasticità di sostituzione tra i lavori differenziati. Analogamente a quanto visto per le imprese, la domanda di lavoro della famiglia  $j$  è data da:

$$L_{j,t} = L_t \left( \frac{W_t}{W_{j,t}} \right)^{\psi_W}$$

Dove la domanda di lavoro, a parità di grado di differenziazione, è inversamente proporzionale al salario.

## Determinazione dei salari

La determinazione dei salari può essere affrontata utilizzando un modello à la Calvo, tuttavia un altro modello particolarmente accreditato in letteratura è il modello di Rotemberg, che prevede costi di variazione della forza lavoro. Questi costi ricalcano gli aspetti dell'economia reale



già elencati in precedenza, quali le spese di ricerca e formazione, spese legate alle interruzioni contrattuali, eccetera. In questo modello, ogni impresa affronta un costo di modifica del livello di impiego, misurato in termini di bene finale:

$$\Gamma_{t,j} = \frac{\gamma}{2} \left( \frac{L_{t,j}}{L_{t-1,j}} - 1 \right)^2 Y_t$$

Dove con  $\Gamma$  si sono indicati i costi di aggiustamento, e con  $\gamma$  il grado di rigidità dei salari. Le imprese hanno dunque un grande svantaggio ad effettuare modifiche repentine del livello di lavoro impiegato: saranno molto costosi sia licenziamenti di massa che improvvisi aumenti dell'organico. Da questa formulazione, deriva che la domanda di lavoro ottimale non sarà semplicemente data dall'equazione del salario reale ottenuto ottimizzando la funzione di profitto:

$$\frac{W_t}{P_t} = \alpha_L MC_{t,j} \frac{Y_{t,j}}{L_{t,j}}$$

bensì da una sua versione che tiene conto di costi di aggiustamento presenti e futuri. In questo modello il costo delle rigidità nominali consiste quindi in un divario fra il livello di domanda aggregata  $C_t + I_t$  e prodotto aggregato  $Y_t$ , in quanto una frazione dell'output viene assorbita dai costi dovuti alla variazione della forza lavoro:  $Y_t = C_t + I_t + \Gamma_t$ .

### 2.2.3 Costi di adeguamento degli investimenti

Si introduce ora una delle numerose frizioni reali presenti nei modelli DSGE, utile, oltre che dal punto di vista teorico, per la comprensione delle dinamiche del modello di Smets e Wouters. Nel modello RBC si assume che il livello di capitale possa essere modificato da un periodo all'altro senza alcun tipo di restrizione. Questo implica che, nel caso di uno shock che modifichi il livello ottimale del capitale, gli agenti possono semplicemente modificare le loro decisioni di investimento, in modo che il capitale torni al livello ideale senza alcun tipo di costo. Nell'economia reale, tuttavia, il capitale fisico è una variabile particolare, che ha bisogno di tempo e costi per essere prodotta e installata. Questo fa sì che, nel modello, debbano essere aggiunti costi di investimento, aggiungendo rigidità nel processo di accumulazione del capitale. La conseguenza è che, quando il capitale non si troverà al livello ottimale, gli agenti dovranno prendere decisioni per

effettuare investimenti nel corso di più periodi, determinando una risposta graduale agli shock dell'economia. La letteratura ha prodotto due approcci alternativi per produrre costi di investimento: considerare costi di variazione del livello di investimento, o considerare costi in caso di variazione del livello di capitale.

Nel caso dei costi di adeguamento del capitale, si definisce una funzione del tipo:

$$\Psi(\cdot) = \Psi(I_t/K_t)$$

dove la funzione di costo  $\Psi(\cdot)$  dipende dalla quantità di investimento  $I_t$ , relativa al capitale installato  $K_t$ . La funzione ha alcune caratteristiche:

$$\Psi(\delta) = 0$$

$$\Psi'(I_t/K_t) > 0$$

$$\Psi''(I_t/K_t) > 0$$

ovvero i costi dipendono positivamente dal livello dell'investimento relativamente al capitale installato. Se l'investimento netto è zero, ovvero si effettuano solamente investimenti di sostituzione del capitale deprezzato, allora i costi sono nulli. La derivata seconda è positiva, indicando che i costi di aggiustamento sono convessi. L'esistenza di costi di adeguamento comporta una perdita potenziale di capitale, oppure un costo addizionale nel processo di investimento. In questo contesto, la produttività marginale del capitale dipenderà anche dalla funzione di costo degli investimenti.

In alternativa, la funzione di costo può riguardare variazioni nel livello degli investimenti in periodi successivi:

$$\Psi(\cdot) = \Psi\left(\frac{I_t}{I_{t-1}}\right)$$

dove

$$\Psi(1) = 0$$

$$\Psi'(1) = 0$$

$$\Psi''(1) > 0$$

per cui esiste un costo associato alla variazione del livello di investimento, nullo in stato stazionario, crescente all'aumentare della variazione di investimento. Utilizzando questa formulazione, l'equazione di accumulazione del capitale diventa:

$$K_{t+1} = (1 - \delta) K_t + \left( 1 - \Psi \left( \frac{I_t}{I_{t-1}} \right) \right) I_t$$

dove, generalmente, si utilizza una forma funzionale che implica costi quadratici:

$$\Psi \left( \frac{I_t}{I_{t-1}} \right) = \frac{\psi}{2} \left( \frac{I_t}{I_{t-1}} - 1 \right)^2$$

Forma funzionale molto simile alla funzione di costo à la Rotemberg, e con implicazioni simili. Un imprenditore che ravveda una nuova opportunità ha un forte disincentivo ad effettuare enormi investimenti nel corso di un unico periodo, in quanto incontrerebbe costi convessi di investimento. Allo stesso modo, ridurre drasticamente l'investimento in capitale in seguito ad una recessione avrebbe costi che vanno oltre la perdita di produzione derivante dal mancato rimpiazzo del capitale deprezzato. In entrambi i casi considerati, le decisioni di investimento sono costose in termini di perdita di consumo, dal momento che una frazione dell'output diretta all'investimento viene dispersa, non potendo essere trasformata in capitale. L'inserimento dei costi di adeguamento degli investimenti non ha solamente la funzione di avvicinare i risultati del modello alle osservazioni empiriche. Dal punto di vista delle politiche di stabilizzazione e dell'impatto della politica monetaria, l'investimento è una variabile chiave del processo di stabilizzazione. Anche molte manovre fiscali impattano la performance dell'economia attraverso l'influenza che hanno sull'accumulazione di capitale.

## 2.3 Moneta, inflazione e politica monetaria

Nella gran parte della letteratura DSGE, la moneta serve unicamente da numerario, ovvero da unità di misura nella quale sono formulati prezzi, salari e rendimenti dei bond. Le economie con questa caratteristica sono definite *cashless economies*. Nel corso del tempo sono stati effettuati tentativi per introdurre la moneta nei modelli in tre diverse modalità<sup>12</sup>:

---

<sup>12</sup>Walsh 2003

- moneta nella funzione di utilità
- inserimento di costi di transazione o vincoli *cash in advance*
- moneta come asset per trasferire risorse da un periodo all'altro

Tutti questi approcci, in un modo o nell'altro, rappresentano scorciatoie per inserire la moneta all'interno dell'ambiente economico e generare quindi domanda di moneta da parte degli agenti. Il primo approccio, più ricorrente in letteratura, fu introdotto negli anni sessanta nel contesto di un modello neoclassico di crescita. In ogni caso, i modelli che inserivano la moneta all'interno della funzione di utilità non fornivano motivazione per cui gli agenti dovessero voler detenere un asset dominato in termini di rendimento dai bond, a parità di rischio. Studi successivi<sup>13</sup> hanno inoltre evidenziato come la presenza della moneta nei modelli classici abbia effetti quantitativamente trascurabili. Un'eccezione è rappresentata dai modelli OLG (*overlapping generations*), nei quali la presenza della moneta ha importanti implicazioni in sede di definizione delle manovre di politica monetaria.

Nonostante la moneta giochi un ruolo decisamente secondario, si vedrà come lo stesso non si possa dire per la politica monetaria: dal momento che i prezzi sono rigidi, nei modelli DSGE la banca centrale può influenzare le scelte reali di spesa e consumo manipolando il tasso di interesse nominale a breve. Questi modelli introducono, per modellare l'inflazione, una estensione della curva di Phillips esplicitamente derivata dal problema di ottimizzazione dei prezzi delle imprese.

### 2.3.1 La curva di Phillips Neo Keynesiana

L'equazione che descrive l'andamento dei prezzi nei modelli DSGE ha le sue fondamenta nella struttura delle imprese e nella vischiosità dei prezzi. Il modello assume tipicamente che esistano imprese intermedie, che operano in un mercato imperfetto e che fronteggiano una curva di domanda inclinata negativamente, e una impresa finale, che aggrega i beni intermedi in un unico bene finale. La rigidità dei prezzi può essere introdotta sia utilizzando il modello di Rotemberg, che il modello dell'aggiustamento sfalsato dei prezzi di Calvo. Combinando le decisioni delle

---

<sup>13</sup>Walsh, 2003 e Woodford, 2003

imprese riguardo al prezzo ottimo in un contesto di rigidità alla Calvo, si deriva l'espressione per l'inflazione legata al prezzo del bene finale, ovvero la curva di Phillips Neo Keynesiana:

$$\tilde{\pi}_t = \gamma_b \tilde{\pi}_{t-1} + \gamma_f E_t \tilde{\pi}_{t+1} + \lambda \tilde{M}C_t + \tilde{\varepsilon}_t$$

Dove le variabili sono qui espresse come deviazioni percentuali dallo stato stazionario. Come di consueto,  $\tilde{\pi}_t$  rappresenta l'inflazione,  $\tilde{M}C_t$  rappresenta il costo marginale reale, e  $\tilde{\varepsilon}_t$  è interpretabile come un *cost-push shock*. Il parametro  $\gamma_b$ , ovvero quello connesso all'inflazione *backward looking*, dipende dal grado con cui le imprese possono, eventualmente, adeguare i prezzi all'inflazione passata. Se il modello non consente alle imprese che non possono ottimizzare il prezzo al tempo  $t$  di effettuare l'indicizzazione all'inflazione passata, allora  $\gamma_b = 0$ . Il parametro  $\gamma_f$ , connesso all'inflazione *forward looking*, dipende dal fattore di sconto delle famiglie  $\beta$ . Il parametro  $\lambda$  è influenzato dai due fattori già menzionati e, nel caso del modello alla Calvo, dalla proporzione di imprese in grado di ottimizzare i prezzi in ogni periodo. Questo parametro determina il tradeoff in termini di prodotto e inflazione fronteggiato dalla banca centrale ed influenza, per esempio, la risposta relativa di output e inflazione nei confronti di uno shock monetario imprevisto. Sebbene l'equazione ricordi la tradizionale curva di Phillips, l'enfasi viene qui posta sulla relazione fra le variabili, derivata in un contesto economicamente valido, a differenza della precedente formulazione, dedotta senza esplicite motivazioni teoriche. La curva, nonostante la presenza del termine *backward looking*, assegna generalmente maggiore importanza al ruolo delle aspettative, con evidenti implicazioni per le decisioni della banca centrale. Dal punto di vista della *policy*, la curva di Phillips tradizionale implicava la presenza di un tradeoff tra inflazione ed economia reale: dal momento che le aspettative non avevano alcun ruolo, l'unico modo per ridurre l'inflazione nel breve periodo era quello di contrarre l'attività economica. Nella nuova curva Neo Keynesiana le aspettative giocano invece un ruolo di fondamentale importanza. Per evidenziare questo aspetto, si ipotizzi che  $\gamma_b = 0$  e che  $\varepsilon_t = 0$  in ogni  $t$ : l'equazione si riscrive come  $\tilde{\pi}_t = \beta E_t \tilde{\pi}_{t+1} + \lambda \tilde{M}C_t$  e, dopo alcune rielaborazioni algebriche:

$$\tilde{\pi}_t = \beta E_t \tilde{\pi}_{t+1} + \kappa (y_t - y_t^n)$$

dove  $\kappa$  cattura l'effetto di  $\lambda$  e di altri parametri legati a tecnologia e preferenze, e  $y_t - y_t^n$  rappresenta l'output gap. In questo caso, finché la banca centrale è in grado di impegnarsi credibilmente

alla stabilizzazione di inflazione presente e futura, non emerge alcun tradeoff di breve periodo: l'inflazione qui dipende solamente da valori attuali e futuri dell'output gap. La banca centrale potrà quindi mantenere la stabilità dei prezzi modificando i tassi a breve, in modo da stabilizzare l'output gap. Questo obiettivo è raggiungibile, teoricamente, ponendo il tasso nominale a breve uguale al tasso reale naturale, e impegnandosi a perseguire tale politica in futuro.

Si evidenzia infine l'importanza del *cost push shock*: quando non sono presenti frizioni di mercato oltre alla rigidità dei prezzi, il termine scompare, facendo di  $\tilde{MC}_t$  la forza trainante dell'inflazione. Quando sono presenti altre frizioni, quali rigidità salariali, il termine  $\varepsilon_t$  cattura variazioni dell'inflazione prodotte da fattori che non dipendono dall'eccesso di domanda. Infine,  $\varepsilon_t$  può essere utilizzato per inserire nel modello shock reali, come variazioni repentine del prezzo di petrolio ed energia, o shock produttivi in grado di generare inflazione. La presenza di shock altera significativamente il framework teorico precedente, per cui la banca centrale, per mantenere il controllo dell'inflazione, dovrà necessariamente contrarre l'attività economica nel breve periodo.

Nel modello appena proposto, assume particolare rilevanza l'influenza che ha il tasso di interesse nominale a breve sull'evoluzione di output gap e inflazione. Dal momento che questo è determinato, direttamente o indirettamente, dalla banca centrale, occorre stabilire una regola per descrivere il modo in cui viene condotta la politica monetaria.

### 2.3.2 La regola di Taylor

In ogni periodo la banca centrale sceglie un target per il tasso di interesse a breve in base alle condizioni dell'economia. Per raggiungere questo tasso, la banca centrale varia l'offerta di moneta per soddisfare la quantità domandata al tasso di interesse target. Una semplice regola che gode di importanti proprietà di stabilizzazione, oltre che fondamenta empiriche nel descrivere l'effettiva attività della banca centrale è la Regola di Taylor, la cui formulazione originaria era:

$$r_t = r^* + (1 - \varphi_\pi) \pi^* + \varphi_\pi \pi_t + \varphi_y \tilde{y}_t$$

dove  $\pi^*$  rappresenta il livello di inflazione target,  $r^*$  il tasso di interesse naturale e  $\tilde{y}$  l'output gap. Normalmente si considerano  $\varphi_\pi > 1$  e  $\varphi_y > 0$ , in modo che il tasso di interesse venga aggiustato in modo da stabilizzare inflazione e prodotto. Una formulazione che tiene conto della tendenza delle

banche centrali a modificare i tassi in maniera graduale è più comunemente utilizzata nei modelli DSGE:

$$r_t = \rho r_{t-1} + (1 - \rho)(r_t^* + \varphi_\pi \pi_t + \varphi_y \tilde{y}_t) + \varepsilon_t$$

dove si è aggiunto un termine stocastico,  $\varepsilon_t$  che rappresenta shock della politica monetaria. In assenza di shock, inflazione ed eccesso di domanda, la banca centrale aggiusta il tasso di interesse per seguire il livello del tasso naturale. Dall'altro lato, se l'economia si sta "scaldando", con prezzi in aumento o un output gap positivo, la banca aumenta i tassi a breve. Generalmente,  $\varphi_\pi$  supera l'unità, in modo che i tassi vengano alzati in un rapporto superiore a uno quando aumenta l'inflazione. Questo fa sì che la banca possa muovere i tassi a sufficienza da stimolare o ridurre la domanda, a seconda della necessità. Questo principio è stato ribattezzato da Woodford il "principio di Taylor". Si evidenzia infine il ruolo primario che rivestono il valore naturale di output e tasso di interesse come punto di riferimento per la politica monetaria. Questi livelli riflettono i valori che si avrebbero in un tradizionale modello RBC con mercato non competitivo e assenza di frizioni, e come tanto rappresentano un benchmark ideale di economia efficiente. I valori sono comunque indicizzati, a significare che il loro livello può variare, anche in maniera significativa, a seguito di shock.

I modelli DSGE si chiudono generalmente con una versione della regola appena presentata; avendo quindi analizzato le principali caratteristiche di questa famiglia di modelli si passerà ora alla presentazione di uno dei suoi principali rappresentanti, il modello di Smets e Wouters.

### 3. Il modello di Smets e Wouters

Il modello in esame è stato formulato nel 2003 con l'intenzione di sviluppare un modello DSGE per la neonata area Euro, e incorpora una serie di frizioni specificatamente selezionate per replicare l'attività dell'Eurozona. Sia prezzi che salari si aggiustano seguendo un meccanismo à la Calvo, con indicizzazione all'inflazione passata dei prezzi non ottimizzati. Per smussare il costo del capitale in risposta a variazioni del prodotto, è stato introdotto l'utilizzo variabile del capitale, al quale è associata una funzione di costo, espressa in termini di beni di consumo. La modifica dello stock di capitale a seguito di investimento viene modellata in base alle variazioni del livello di quest'ultimo, come proposto da CEE nel 2001. Per dare la necessaria persistenza ai consumi, in modo da evocare la caratteristica curva "a gobba" che questi esibiscono in risposta agli shock, vengono introdotte le abitudini di consumo alla "*catching up with the Joneses*". Nel modello vengono inseriti numerosi shock: cinque derivanti da preferenze e tecnologia (lo shock produttivo tipico del modello RBC, due shock dell'offerta di lavoro e delle preferenze modellati all'interno della funzione di utilità delle famiglie, uno shock alla funzione di costo di variazione dell'investimento, e lo shock di consumo del settore pubblico), tre "cost-push" shock (due shock a prezzi e salari, modellati come variazioni nel potere monopolistico di imprese e famiglie e uno shock di premio al rischio finanziario). Infine, sono presenti due shock di politica monetaria, sotto forma di variazione dei tassi di interesse e del target inflazionistico. I parametri del modello vengono stimati sulla base di sette serie economiche: PIL, consumo privato, investimento, deflatore del PIL, salari, occupazione, e tasso di interesse a breve.

Verranno ora presentate le equazioni che descrivono il comportamento di famiglie e imprese, nonché l'equilibrio generale.



## 3.1 Le famiglie

### 3.1.1 La funzione di utilità

Come prassi consolidata all'interno dei modelli DSGE, esiste un continuum di famiglie indicizzate da  $i \in [0, 1]$ . Le famiglie sono differenziate in quanto forniscono tipologie di lavoro diversi, quindi ogni famiglia ha un monopolio sull'offerta del proprio lavoro. Ogni famiglia ha come obiettivo quello di massimizzare una funzione di utilità intertemporale del tipo:

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U_t^i$$

Dove  $E_0$  è l'operatore di aspettativa condizionata alle informazioni disponibili al tempo 0,  $\beta$  è il fattore di sconto degli individui, e la funzione di utilità è separabile in consumo e lavoro. Contrariamente alla prima formulazione dell'articolo (2002), nella quale compariva la moneta all'interno della funzione di utilità, viene considerata una *cashless economy*, in cui la moneta svolge la sola funzione di unità di conto. La funzione di utilità assume la seguente forma:

$$U_t^i = \varepsilon_t^B \left( \frac{1}{1 - \sigma_c} (C_t^i - hC_{t-1})^{1 - \sigma_c} - \frac{\varepsilon_t^L}{1 + \sigma_l} (\ell_t^i)^{1 + \sigma_l} \right) \quad (1)$$

L'utilità dipende positivamente dalla differenza tra il consumo attuale  $C_t^i$  e dall'abitudine di consumo collettiva passata, scalata di un fattore  $h$ . L'equazione del consumo  $(C_t^i - hC_{t-1})$  qui utilizzata è un caso particolare di:

$$U_t = \sum_{j=0}^{\infty} \beta^j u(c_{t+j}, v_{t+j})$$

con

$$v_t = (C_{i,t-1}^D C_{t-1}^{1-D})^\gamma$$

dove  $\gamma > 0$  e  $D = 0$ . Una formulazione alternativa si ottiene ponendo  $\gamma > 0$  e  $D = 1$ , facendo così in modo che il parametro  $v$  dipenda solamente dall'abitudine di consumo passata dello stesso nucleo familiare.

L'utilità, nel modello di Smets e Wouters, dipende negativamente dall'offerta di lavoro  $L$ , che si può immaginare come un valore compreso tra 0 e 1, che rappresenta la frazione di tempo sottratta al tempo libero.  $\sigma_c$  è il coefficiente di avversione al rischio relativa delle famiglie, o più

semplicemente l'inverso dell'elasticità intertemporale di sostituzione.  $\sigma_l$  rappresenta elasticità di Frisch, ovvero l'inverso dell'elasticità del lavoro rispetto al salario, data una utilità marginale del consumo costante. Data questa interpretazione, il parametro fa riferimento all'effetto sostituzione associato ad una variazione percentuale del salario, mantenendo fissa l'utilità marginale del consumo. Sebbene questa sia sicuramente l'interpretazione più naturale, in un contesto popolato da agenti rappresentativi, una interpretazione alternativa<sup>14</sup> è che  $L_t$  rappresenti il numero di occupati nell'economia, e che  $\sigma_c^{-1}$  rappresenti l'elasticità con cui marginalmente gli individui entrano ed escono dalla forza lavoro in risposta a variazioni del salario.

L'equazione 1 contiene anche due shock delle preferenze:  $\varepsilon_t^B$  rappresenta uno shock al tasso di sconto delle famiglie e  $\varepsilon_t^L$  uno shock all'offerta di lavoro. Intuitivamente, un incremento di  $\varepsilon_t^B$  renderà i consumatori più pazienti, perché verrà attribuita maggiore utilità al consumo futuro, mentre  $\varepsilon_t^L$  li renderà più "avversi" al lavoro: questo non deve intendersi come il presentarsi di un attacco di pigrizia generale, si pensi per esempio al caso in cui venga introdotta una penalizzante tassa sul reddito. Gli shock si evolvono seguendo un processo AR(1) con un termine di errore i.i.d Normale di varianza  $\sigma^2$ . Per esempio:  $\varepsilon_t^B = \rho_B \varepsilon_{t-1}^B + \eta_t^B$  dove  $\rho_B$  indica la persistenza dello shock.

### 3.1.2 Il vincolo di bilancio

Le famiglie, nell'ottimizzare la loro funzione di utilità, devono sottostare ad una serie di restrizioni, riassumibili nel vincolo di bilancio. L'equazione mostra sulla destra le fonti di reddito e ricchezza finanziaria al tempo  $t$ , a sinistra i modi in cui le famiglie possono disporne.

$$b_t \frac{B_t^i}{P_t} + C_t^i + I_t^i = \frac{B_{t-1}^i}{P_t} + (w_t^i \ell_t^i + A_t^i) + \left( r_t^k z_t^i K_{t-1}^i - \Psi(z_t^i) K_{t-1}^i \right) + Div_t^i \quad (2)$$

Le famiglie detengono la loro ricchezza finanziaria sotto forma di bond  $B_t$ . In questa economia sono scambiati unicamente obbligazioni a 1 anno, il cui prezzo è  $b_t$ . Le famiglie, in ogni periodo, possono scegliere quanto consumare  $C_t$  e quanto investire  $I_t$  in capitale fisico. In ogni periodo, le famiglie beneficiano del pagamento dei bond acquistati il periodo precedente, il cui payout è 1, nonché del reddito, formato da tre componenti.  $w_t L_t$  rappresenta il reddito da lavoro ( $w_t$ , il salario

---

<sup>14</sup>Christiano

orario, viene moltiplicato per le ore lavorate  $L_t$ ),  $A_t$  è invece un asset che dipende dallo stato del mondo che si realizza in  $t$ : si può pensare ad  $A_t$  come ad un addendo in grado di fare sì che il primo termine tra parentesi sia uguale per tutte le famiglie a prescindere da  $w_t L_t$ . In questo modo, in equilibrio, le famiglie saranno omogenee rispetto al consumo e agli asset detenuti, ed eterogenee rispetto alle ore lavorate e al salario. Successivamente al reddito da lavoro compare il reddito da capitale  $r_t^k z_t^i K_{t-1}^i$ , dove  $z_t$  rappresenta la percentuale di utilizzo del capitale. La componente positiva del reddito viene quindi diminuita del costo associato alle variazioni di utilizzazione del capitale  $\Psi(z_t^i)$ , dove  $\Psi(1)$  è pari a 0 (ovvero si paga solamente per variare il livello di utilizzazione del capitale). Questo meccanismo fu inserito da CEE per assicurarsi che il costo marginale di produzione fosse aciclico. Infine, le famiglie partecipano al profitto delle imprese intermedie, che operano in un mercato imperfetto, percependo dividendi  $Div_t^i$ .

### 3.1.3 Scelte di consumo e risparmio

Massimizzando la 1 sottostante al vincolo di bilancio 2 rispetto al consumo e alle obbligazioni e chiamando  $\lambda_t$  l'utilità marginale del consumo al tempo  $t$ , si ottiene la seguente:

$$E_t \left[ \beta \frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} \frac{P_t}{P_{t+1}} \right] = b_t \quad (3)$$

che eguaglia il prezzo delle obbligazioni al rapporto fra i prezzi degli stati  $t$  e  $t + 1$ . L'equazione può essere riscritta, considerando che  $R = 1/b_t$  come:

$$E_t \left[ \beta \frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} \frac{R P_t}{P_{t+1}} \right] = 1 \quad (4)$$

dove  $R$  è il tasso di interesse lordo di rendimento delle obbligazioni. Si noti come  $\lambda_t$  coincida con la derivata prima della funzione di utilità rispetto al consumo:

$$\lambda_t = \varepsilon_t^b (C_t - h C_{t-1}^i)^{-\sigma_c} \quad (5)$$

### 3.1.4 L'offerta di lavoro e la scelta del salario

Dato il potere contrattuale derivante dalla differenziazione del lavoro, le famiglie sono libere di determinare il salario richiesto per il proprio lavoro. Per modellare la vischiosità dei

salari, si utilizza il modello di Calvo, e si suppone che i salari possano essere rinegoziati in maniera ottimale solamente quando viene ricevuto un "segnale" casuale. In particolare, la probabilità che una famiglia scelta a caso possa rinegoziare il salario in maniera ottimale nel periodo  $t$  è costante e pari a  $1 - \xi_w$ . Vista la numerosità delle famiglie, si può pensare che  $1 - \xi_w$  famiglie siano in grado di ottimizzare il salario in ogni periodo, mentre le altre  $\xi_w$  famiglie potranno indicizzarlo con rispetto all'inflazione passata, secondo la:

$$w_t^i = \left( \frac{P_{t-1}}{P_{t-2}} \right)^{\gamma_w} W_{t-1}^i \quad (6)$$

dove  $\gamma_w$  rappresenta il grado di indicizzazione permesso nell'economia. Quando  $\gamma_w$  è pari a zero, i salari non rinegoziati rimarranno costanti. Per definizione, la domanda aggregata di lavoro è data dalla seguente funzione di aggregazione alla Dixit-Stiglitz:

$$L_t = \left[ \int_0^1 (\ell_t^i)^{\frac{1}{1+\lambda_{w,t}}} dh \right]^{1+\lambda_{w,t}} \quad (7)$$

Da cui deriva la domanda di lavoro della famiglia  $i$ :

$$\ell_t^i = \left( \frac{w_t^i}{W_t} \right)^{-\frac{1+\lambda_{w,t}}{\lambda_{w,t}}} L_t \quad (8)$$

che esprime la domanda di lavoro della famiglia  $i$ , in relazione al rapporto tra il salario  $w_t^i$  e l'indice dei salari. L'indice aggregato dei salari è dato da:

$$W_t = \left[ \int_0^1 (w_t^i)^{-1/\lambda_{w,t}} dh \right]^{-\lambda_{w,t}} \quad (9)$$

chiamando  $W^*$  il salario ottimo e considerando che si può spezzare l'integrale in  $\xi_w$  in virtù della elevata numerosità degli agenti, si può utilizzare la precedente per scrivere la legge di evoluzione dei salari in funzione del tempo come:

$$W_t = \left[ \xi_w \left( W_{t-1} \left( \frac{P_{t-1}}{P_{t-2}} \right)^{\gamma_w} \right)^{-1/\lambda_{w,t}} + (1 - \xi_w) (W_t^*)^{-1/\lambda_{w,t}} \right]^{-\lambda_{w,t}} \quad (10)$$

Il problema delle famiglie si chiude con la determinazione del salario ottimo, che si ottiene massimizzando la funzione di utilità tenendo conto dei precedenti vincoli:

$$\frac{W_t^*}{P_t} E_t \sum_{i=0}^{\infty} \beta^i \xi_w^i \left( \frac{(P_t/P_{t-1})^{\gamma_w}}{P_{t+i}/P_{t+i-1}} \right) \frac{\ell_{t+i}^i U_{t+i}^C}{1 + \lambda_{w,t+i}} = E_t \sum_{i=0}^{\infty} \beta^i \xi_w^i \ell_{t+i}^i U_{t+i}^L \quad (11)$$

Dove con  $U_{t+i}^C$  si intende la derivata prima della funzione di utilità rispetto al consumo, ovvero l'utilità marginale del consumo, con  $U_{t+i}^L$  la derivata prima rispetto al lavoro, ovvero la disutilità marginale del lavoro. L'equazione esprime come il salario reale della famiglia  $i$  che, al tempo  $t$ , può rinegoziare il suo salario, viene scelto in modo tale che il valore attuale del rendimento marginale del lavoro, espresso in termini di consumo, sia un markup sul valore attuale del costo marginale del lavoro, espresso in termini di disutilità marginale del lavoro. Il markup è proporzionale al grado di differenziazione nel mercato del lavoro,  $\lambda_{w,t}$ .

### 3.1.5 L'investimento e l'accumulazione di capitale

Il capitale è proprietà delle famiglie, che lo noleggianno alle imprese produttrici di beni intermedi ad un tasso di prestito  $r_t^k$ . Le famiglie possono aumentare l'offerta di capitale fisico sia investendo in capitale addizionale, il quale richiede un periodo per venire installato, sia variando la percentuale  $z_t$  di utilizzazione di quello già esistente. In entrambi i casi, come evidenziato dall'equazione 2 queste dovranno rinunciare ad una porzione di consumo pari all'investimento più il valore associato alla funzione di costo  $\Psi(\cdot)$ . L'equazione di accumulazione di capitale è data dalla canonica funzione, nella quale viene inserita una funzione di costo  $S(\cdot)$  che rappresenta il costo associato a variazioni dell'investimento:

$$K_t = K_{t-1}[1 - \delta] + \left[1 - S\left(\epsilon_t^I \frac{I_t}{I_{t-1}}\right)\right] I_t \quad (12)$$

dove  $\delta$  rappresenta il tasso di deprezzamento del capitale.  $S(\cdot)$  è funzione crescente positiva, e vale zero in stato stazionario, dove l'investimento è costante. Oltre a questo si suppone che la sua derivata prima sia uguale a zero nell'intorno dello stato stazionario, in modo che i costi di aggiustamento, nel modello log-linearizzato, dipendano solo dalla sua derivata seconda.  $\epsilon^I$  rappresenta infine uno shock alla funzione di costo dell'investimento, e segue un processo AR(1) con un termine di errore Normale e iid, con una persistenza pronunciata. Le FOC relative al valore del capitale, al livello di investimento e al grado di utilizzazione del capitale installato sono le

seguenti:

$$Q_t = E_t \left[ \beta \frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} \left( Q_{t+1}(1 - \delta) + z_{t+1} r_{t+1}^k - \Psi(z_{t+1}) \right) \right] \quad (13)$$

$$Q_t S' \left( \frac{\varepsilon_t^I I_t}{I_{t-1}} \right) \frac{\varepsilon_t^I I_t}{I_{t-1}} - \beta E_t Q_{t+1} \frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} S' \left( \frac{\varepsilon_{t+1}^I I_{t+1}}{I_t} \right) \frac{\varepsilon_{t+1}^I I_{t+1}}{I_t} \frac{I_{t+1}}{I_t} + 1 = Q_t \left( 1 - S \left( \frac{\varepsilon_t^I I_t}{I_{t-1}} \right) \right) \quad (14)$$

$$r_t^k = \Psi'(z_t) \quad (15)$$

Dove  $Q_t$ , ovvero il moltiplicatore del vincolo di bilancio all'interno della Lagrangiana, rappresenta la  $Q$  di Tobin, ovvero il valore del capitale installato. La  $Q$  dipende dal proprio valore futuro, tenuto conto del deprezzamento, nonché dal tasso di prestito moltiplicato per la percentuale di utilizzo del capitale, tenuto conto dei costi ad essa legati. Questi valori sono come di consueto scontati utilizzando  $\beta$ , moltiplicati per l'utilità marginale del consumo futuro  $\lambda_{t+1}$ , e divisi per l'utilità marginale del consumo attuale  $\lambda_t$ . La terza equazione, relativa a  $z_t$ , eguaglia la variazione del costo di utilizzo del capitale al suo valore di noleggio: man mano che questo aumenta, diventa sempre più conveniente lo sfruttamento intensivo, tramite l'aumento della percentuale di utilizzo, fino al punto in cui i costi incrementali necessari per l'aumento non compensano i guadagni incrementali.

### 3.2 Le imprese

Le imprese sono divise in due settori: produttori di beni intermedi, che utilizzano tecnologia, capitale e lavoro per la produzione di beni intermedi, e imprese finali, che aggregano diversi beni intermedi, per produrre beni diretti al consumo pubblico e privato. Per astrarre dall'eterogeneità dei beni al consumo, si suppone che esista un unico bene finale, che si può pensare come un "pacchetto" che ingloba tutti i beni di consumo. Come si è visto, questa distinzione, oltre ad essere ragionevole dal punto di vista della riproduzione dell'economia reale, è fondamentale per introdurre nel modello il concetto di competizione monopolistica: ogni impresa intermedia produce un differente bene, che verrà poi utilizzato dalle imprese finali in quantità proporzionale al suo prezzo e al grado di differenziazione dei beni nel mercato. Le imprese, in maniera simile a quanto accade per le famiglie, sono indicizzate da  $j$ , dove  $j \in [0, 1]$ .

### 3.2.1 I produttori di beni finali

Le imprese retail produttrici di beni destinati al consumo operano in un mercato perfettamente competitivo, producendo il bene finale  $Y_t$  aggregando i beni intermedi  $y_t^j$ , utilizzando la seguente tecnologia:

$$Y_t = \left[ \int_0^1 \left( y_t^j \right)^{1/(1+\lambda_{p,t})} dj \right]^{1+\lambda_{p,t}} \quad (16)$$

Dove  $\lambda_{p,t}$  è un parametro stocastico dipendente da  $t$  che determina il mark-up nel mercato dei beni intermedi. Per questo motivo, shock al parametro verranno interpretati come cost-push shock, che avranno influenza diretta sul livello dei prezzi generale. Si assume in questo caso che  $\lambda_t^{p,t} = \lambda^p + \eta_t^p$  dove  $\eta_t^p$  è distribuita normalmente e indipendentemente da  $t$ . La minimizzazione dei costi dei produttori di beni finali implica che la domanda del bene intermedio  $y_t^j$  sia data da:

$$y_t^j = \left( \frac{p_t^j}{P_t} \right)^{-\frac{1+\lambda_{p,t}}{\lambda_{p,t}}} Y_t \quad (17)$$

dove  $p_t^j$  è il prezzo di  $y_t^j$  e  $P_t$  è il prezzo dl bene finale. Dalla precedente deriva che  $P_t$ , ovvero l'indice aggregato dei prezzi, sia definito come:

$$P_t = \left[ \int_0^1 \left( p_t^j \right)^{-1/\lambda_{p,t}} dj \right]^{-\lambda_{p,t}} \quad (18)$$

### 3.2.2 I produttori di beni intermedi

Ogni bene intermedio  $j$  è prodotto dall'impresa  $j$  in un mercato monopolistico tramite la seguente tecnologia rappresentata dalla classica funzione di produzione Cobb-Douglas:

$$y_t^j = \varepsilon_t^A \tilde{K}_{j,t}^\alpha L_{j,t}^{1-\alpha} - \Phi \quad (19)$$

Dove  $\tilde{K}_{j,t}$  rappresenta il capitale effettivamente utilizzato  $z_t K_{t-1}$ ,  $L_{j,t}$  è un indice che rappresenta l'aggregato dei lavori utilizzati per la produzione,  $\Phi$  rappresenta un costo fisso di produzione. Non viene considerato il caso limite  $\tilde{K}_{j,t}^\alpha L_{j,t}^{1-\alpha} < \Phi$ , non interessante dal punto di vista del modello.  $\varepsilon^A$  è il celebre shock produttivo ereditato dalla letteratura RBC, che si evolve similmente agli altri

shock incontrati:  $\varepsilon_t^A = \rho_A \varepsilon_{t-1}^A + \eta_t^A$ . La minimizzazione dei costi implica che:

$$\frac{W_t L_{j,t}}{r_t^k \tilde{K}_{j,t}} = \frac{1 - \alpha}{\alpha} \quad (20)$$

Quindi il rapporto aggregato capitale-lavoro sarà lo stesso per tutte le imprese intermedie, proporzionalmente al contributo di lavoro e capitale all'interno dell'economia. Dopo aver definito i costi totali di produzione come  $TC_{j,t} = W_t L_{j,t} + r_t^k K_{j,t}$  e, dopo alcuni passaggi algebrici, derivando rispetto a  $y_t^j$ , si ottiene la seguente funzione per i costi marginali  $MC_t$ :

$$MC_t = \frac{1}{\varepsilon_t^A} \left( \frac{W_t}{1 - \alpha} \right)^{1 - \alpha} \left( \frac{r_t^k}{\alpha} \right)^\alpha \quad (21)$$

la cui principale implicazione è che i costi marginali siano indipendenti dal tipo di bene prodotto (dipendono infatti dai valori di salario e costo del capitale determinati dall'economia). I profitti dell'impresa  $j$  possono essere scritti come:

$$\Pi_t^j = \left( P_t^j - MC_t \right) \left( \frac{P_t^j}{P_t} \right)^{-\frac{1 + \lambda_{p,t}}{\lambda_{p,t}}} (Y_t) - MC_t \Phi \quad (22)$$

Dove si è utilizzata l'equazione 17 per indicare il prodotto dell'impresa  $j$ . Dal momento che i prodotti delle imprese intermedie sono differenziati, queste hanno potere di mercato, e sono in grado di determinare i prezzi secondo il modello di Calvo, similmente a quanto avviene per la determinazione dei salari. Anche in questo caso, la probabilità che l'impresa  $j$  possa ottimizzare i prezzi nel periodo  $t$  è data da  $(1 - \xi_p)$ . I prezzi delle imprese che non sono in grado di ottimizzare saranno indicizzati all'inflazione passata, con un grado di indicizzazione  $\gamma_p$ . La massimizzazione dei profitti dell'impresa che può ottimizzare il prezzo al tempo  $t$  porta alla seguente FOC:

$$E_t \sum_{i=0}^{\infty} \beta^i \xi_p^i \lambda_{t+i} y_{t+i}^j \left( \frac{P_t^*}{P_t} \left( \frac{(P_{t-1+i}/P_{t-1})}{P_{t+i}/P_t} \right)^{\gamma_p} - (1 + \lambda_{p,t+i}) mc_{t+i} \right) = 0 \quad (23)$$

Da questa equazione emerge come il prezzo ottimo  $P^*$  impostato dall'impresa  $j$  al tempo  $t$  sia funzione del costo marginale atteso nei periodi a venire, che a sua volta viene influenzato dall'andamento dei prezzi. In caso di prezzi assolutamente flessibili, il prezzo sarà un markup  $(1 + \lambda^p)$  sul costo marginale di produzione al tempo  $t$ . Evidente è, ancora una volta, come a un valore maggiore di  $\lambda^p$ , ovvero ad un grado di differenziazione maggiore dei prodotti, corrisponderà un



maggiore markup. Emerge anche come, in una economia con aggiustamento dei prezzi alla Calvo, in presenza di shock il markup effettivo vari quando l'impresa non può immediatamente modificare i prezzi. Dalla definizione del indice dei prezzi segue che questo venga definito come media ponderata dei prezzi delle aziende che possono e che non possono modificare i prezzi al tempo  $t$ :

$$P_t = \left[ \xi_p \left( P_{t-1} \left( \frac{P_{t-1}}{P_{t-2}} \right)^{\gamma_p} \right)^{-1/\lambda_{p,t}} + (1 - \xi_p) (P_t^*)^{-1/\lambda_{p,t}} \right]^{-\lambda_{p,t}} \quad (24)$$

dove si è ipotizzato che il settore delle imprese sia molto ampio, consentendo quindi di approssimare con  $(1 - \xi_p)$  la frazione di aziende che possono ottimizzare i prezzi al tempo  $t$ .

### 3.3 L'equilibrio di mercato

L'equilibrio nel mercato dei beni quando la produzione incontra la domanda di beni delle famiglie e del settore pubblico  $G$ .

$$Y_t = C_t + G_t + (I_t + \psi(z_t)) K_{t-1} \quad (25)$$

Si vedrà nel modello linearizzato come l'atteggiamento di spesa settore pubblico sia definito da un termine aleatorio. Il ruolo marginale del settore pubblico del modello è, d'altro canto, già evidente se si considerano la mancanza di forme di tassazione o trasferimenti nel vincolo di bilancio delle famiglie, nonché la mancanza di capitale detenuto dallo stato. Nel mercato dei capitali, si suppone che il debito del settore pubblico sia detenuto dalle famiglie tramite l'acquisto di bond, al tasso di interesse di mercato  $R$ . Il mercato del capitale è in equilibrio quando la domanda di capitale da parte delle imprese eguaglia il capitale offerto dalle famiglie. Il mercato del lavoro è in equilibrio se la domanda di lavoro da parte delle imprese eguaglia l'offerta da parte delle famiglie.

## 4. Analisi del modello

### 4.1 Modello lineare

Per analizzare i risultati del modello, e per trascrivere le equazioni in Dynare, sono state ricavate le equazioni log-linearizzate intorno allo stato stazionario del modello principale e le equazioni log-linearizzate del modello a prezzi e salari flessibili. Si commentano di seguito le equazioni log-linearizzate del modello a prezzi vischiosi, utili per seguire la successiva parte di analisi. Le equazioni del modello a prezzi flessibili sono invece riportate nella parte 1 dell'appendice, dove le variabili a prezzi flessibili sono identificate con il suffisso  $F$ . Rispetto al modello originale, sono state apportate alcune modifiche, suggerite da H. Uhlig<sup>15</sup>, che hanno coinvolto solamente i coefficienti degli shock. Si ricorda che, come prassi nella letteratura, la tilde sopra una variabile indica la sua deviazione percentuale dallo stadio stazionario i.e.  $\tilde{X} = \frac{X - X_{ss}}{X_{ss}}$ .

L'equazione del consumo, con formazione delle abitudini alla "catching up with the Joneses" è data da:

$$\begin{aligned}\tilde{C}_t = & \frac{h}{1+h}\tilde{C}_{t-1} + \frac{1}{1+h}E_t\tilde{C}_{t+1} - \frac{1-h}{(1+h)\sigma_c}(\tilde{R}_t - E_t\tilde{\pi}_{t+1}) \\ & + \frac{1-h}{(1+h)\sigma_c}\tilde{\epsilon}_t^b\end{aligned}\tag{26}$$

Dove il consumo attuale è influenzato, da un lato, dalla media ponderata fra consumo passato e consumo futuro atteso, dall'altro, dal tasso di interesse reale. Coerentemente con la struttura della funzione di utilità, gli agenti saranno interessati al consumo passato solamente finché  $h > 0$ . In presenza di formazione di abitudini, l'elasticità del consumo rispetto al tasso di interesse reale non dipende solamente dal parametro  $\sigma_c$ , bensì anche dal grado di persistenza delle abitudini: al crescere di  $h$ , dunque, i consumatori saranno meno propensi a modificare i propri livelli di consumo e in questo modo variazioni di tasso saranno meno influenti sul livello di consumo.

---

<sup>15</sup>Le modifiche sono state successivamente approvate dagli autori

L'equazione dell'investimento è la:

$$\tilde{I}_t = \frac{1}{1+\beta} \tilde{I}_{t-1} + \frac{\beta}{1+\beta} E_t \tilde{I}_{t+1} + \frac{\varphi}{1+\beta} \tilde{Q}_t + \tilde{\varepsilon}_t^I \quad (27)$$

dove  $\varphi$  rappresenta l'inverso della derivata seconda del costo di aggiustamento dell'investimento (si ricordi che la derivata prima è uguale a zero nell'intorno dello stato stazionario). Il livello di investimento è dato da una media ponderata di livelli passati e futuri di investimento, nonché del valore attuale del capitale installato, catturato dalla  $Q$  di Tobin. Uno shock di investimento in questo caso è positivo: riducendo i costi di aggiustamento degli investimenti si produrrà un aumento di investimenti a discapito del consumo, con un successivo incremento del prodotto.

L'equazione della  $Q$  di Tobin è:

$$\tilde{Q}_t = -(\tilde{R}_t - \tilde{\pi}_{t+1}) + \frac{1-\delta}{1-\delta+\bar{r}^k} E_t \tilde{Q}_{t+1} + \frac{\bar{r}^k}{1-\delta+\bar{r}^k} E_t \tilde{r}_{t+1}^k + \eta_t^Q \quad (28)$$

Con  $\beta = 1/(1-\delta+\bar{r}^k)$  e  $\bar{r}^k = 1/\beta - 1 + \delta$ . Il valore del capitale installato dipende, come disposto dalla letteratura, negativamente dal valore del tasso di interesse reale ex ante, e positivamente dal suo valore futuro e dal costo di noleggio del capitale. L'introduzione di uno shock al rendimento richiesto dall'investimento in capitale,  $\eta_t^Q$ , vuole riprodurre variazioni del costo del capitale dovute a variazioni esogene del premio finanziario. Questo shock ha distribuzione normale ed è indipendente da  $t$ . Generalmente, nella simulazione del modello, si assume che lo shock al premio finanziario abbia segno negativo, con la conseguenza di aumentare temporaneamente gli investimenti.

L'equazione che descrive l'accumulazione del capitale è standard e data da:

$$\tilde{K}_t = (1-\delta) \tilde{K}_{t-1} + \delta \tilde{I}_{t-1} \quad (29)$$

Grazie all'indicizzazione parziale con intensità  $\gamma_p$ , l'equazione dell'inflazione diventa una generalizzazione della curva di Phillips Neo-Keynesiana forward e backward looking:

$$\begin{aligned} \tilde{\pi}_t = & \frac{\beta}{1+\beta\gamma_p} E_t \tilde{\pi}_{t+1} + \frac{\gamma_p}{1+\beta\gamma_p} \tilde{\pi}_{t-1} \\ & + \frac{1}{1+\beta\gamma_p} \frac{(1-\beta\xi_p)(1-\xi_p)}{\xi_p} \left( \alpha \tilde{r}_t^k + (1+\alpha) \tilde{w}_t - \tilde{\varepsilon}_t^a \right) + \eta_t^P \end{aligned} \quad (30)$$

Dove il penultimo termine rappresenta il costo marginale di produzione delle imprese intermedie. Il peso dell'inflazione passata dipende dal parametro di indicizzazione dei prezzi  $\gamma_p$ : maggiore il

parametro, maggiore la persistenza dell'inflazione e quindi, in caso di elevata inflazione, lo sforzo anti-inflazionistico da parte della banca centrale. L'elasticità dell'inflazione rispetto a variazioni nel costo marginale è funzione del grado di vischiosità dei prezzi definito dal parametro della funzione di Calvo  $\xi_p$ . Il termine  $\eta_t^P$  rappresenta uno shock esogeno ai prezzi, interpretabile come uno shock del mark-up sui costi. Nell'economia flessibile priva dello shock al mark-up dei prezzi l'equazione verrà rimpiazzata dalla condizione che il costo marginale di produzione sia uguale ad uno.

L'equazione che descrive il movimento del salario reale è simile:

$$\begin{aligned}\tilde{w}_t = & \frac{\beta}{1+\beta} E_t \tilde{w}_{t+1} + \frac{1}{1+\beta} \tilde{w}_{t-1} + \frac{\beta}{1+\beta} E_t \tilde{\pi}_{t+1} - \frac{1+\beta\gamma_w}{1+\beta} \tilde{\pi}_t \\ & + \frac{\gamma_w}{1+\beta} \tilde{\pi}_{t-1} - \frac{1}{1+\beta} \frac{(1-\beta\xi_w)(1-\xi_w)}{\left(1 + \frac{(1+\lambda_w)\sigma_L}{\lambda_w}\right)} \xi_w \\ & \times \left[ \tilde{w}_t - \sigma_L \tilde{L}_t - \frac{\sigma_c}{1-h} (\tilde{C}_t - h\tilde{C}_{t-1}) - \tilde{\varepsilon}_t^L \right] + \eta_t^w\end{aligned}\quad (31)$$

Sempre in linea con la letteratura, il salario reale al tempo  $t$  dipende dai salari passati e futuri attesi, nonché da inflazione passata, presente e futura, dove il peso attribuito a quest'ultima è proporzionale al grado di indicizzazione dei salari all'inflazione passata. In analogia a quanto avviene per i prezzi, qualora fosse  $\gamma_w = 0$ , i salari non dipenderebbero dai valori passati dell'inflazione. Il salario è crescente rispetto all'inflazione futura, in quanto i lavoratori non vogliono perdere potere d'acquisto, ed è crescente rispetto al tasso marginale di sostituzione fra lavoro e consumo. In una economia a prezzi flessibili, il salario sarebbe un mark-up sul tasso marginale di sostituzione fra lavoro e consumo. In caso di rigidità, tuttavia, vi è un effetto negativo che allontana i salari da quelli che prevarrebbero in una economia flessibile. L'intensità di questo effetto dipende dal grado di rigidità dei salari, dall'elasticità della domanda di lavoro e dall'elasticità dell'offerta di lavoro. La domanda di lavoro da parte delle imprese dipende negativamente dal livello dei salari reali, e positivamente dal costo di noleggio del capitale:

$$\tilde{L}_t = -\tilde{w}_t + (1 + \psi) \tilde{r}_t^k + \tilde{K}_{t-1} \quad (32)$$

dove  $\psi = \psi'(1)/\psi''(1)$  è l'inverso dell'elasticità della funzione di costo relativa all'utilizzo del capitale  $\Psi(z)$ . All'aumento dei costi di variazione del grado di utilizzo del capitale o del suo

costo di noleggio sarà preferibile propendere per l'aumento della forza lavoro piuttosto che per l'incremento del capitale. Parimenti, la domanda di lavoro dipende negativamente dal salario, con una elasticità unitaria.

L'equilibrio sul mercato dei beni viene definito dall'equazione che descrive l'equilibrio generale, e da quella che descrive la funzione di produzione:

$$\tilde{Y}_t = c_y \tilde{C}_t + \delta k_y \tilde{I}_t + g_y \varepsilon_t^G \quad (33)$$

$$\tilde{Y}_t = \phi \tilde{\varepsilon}_t^a + \phi \alpha \tilde{K}_{t-1} + \phi \alpha \psi \tilde{r}_t^k + \phi (1 - \alpha) \tilde{L}_t \quad (34)$$

Dove  $c_y$ ,  $k_y$  e  $g_y$  rappresentano la quota di consumo, investimento e spesa pubblica all'interno del prodotto e  $c_y = (1 - \delta k_y - g_y)$ . L'espressione di  $\phi$  è data da 1 più la quota di costi fissi nell'equazione produttiva. Si nota qui come il comportamento del governo, sotto il profilo della spesa pubblica, sia rappresentato solamente da una equazione stocastica:  $\varepsilon_t^G = \rho_G \varepsilon_{t-1}^G + \eta_t^G$  dove il termine di errore è normale e iid. Il modello, come anticipato, viene chiuso da un'equazione, che ricalca la regola di Taylor, che descrive l'atteggiamento adottato della banca centrale in risposta alla deviazione dell'inflazione dall'obiettivo e in risposta all'output gap ( $\tilde{Y}_t - \tilde{Y}_t^P$ ):

$$\begin{aligned} \tilde{R}_t = & \rho \tilde{R}_{t-1} + (1 - \rho) \{ \tilde{\pi}_t + r_\pi (\tilde{\pi}_{t-1} - \tilde{\pi}_t) + r_Y (\tilde{Y}_t - \tilde{Y}_t^P) \} \\ & + r_{\Delta\pi} (\tilde{\pi}_t - \tilde{\pi}_{t-1}) + r_{\Delta y} (\tilde{Y}_t - \tilde{Y}_t^P - (\tilde{Y}_{t-1} - \tilde{Y}_{t-1}^P)) + \eta_t^R \end{aligned} \quad (35)$$

Dove  $\tilde{Y}_t^P$ , ovvero l'output potenziale, è definito come il livello di output che prevale nel modello con prezzi e salari flessibili e assenza di cost-push shock. Come consuetudine,  $\rho$  descrive la persistenza del livello di tasso in uso all'inizio del periodo  $t$ , a simboleggiare l'avversione della banca centrale a modifiche estreme e repentine del livello del tasso di interesse a breve.  $r_\pi$  e  $r_Y$  rappresentano l'importanza attribuita relativamente a scostamenti dell'inflazione e della variazione del prodotto dai loro target.  $r_{\Delta\pi}$  e  $r_{\Delta y}$  catturano l'entità della risposta della banca centrale rispetto a variazioni dell'inflazione e dell'output gap rispetto ai loro valori nel periodo precedente. Infine, vengono introdotti due shock, uno all'inflazione obiettivo, definita dall'equazione stocastica  $\tilde{\pi}_t = \rho_\pi \tilde{\pi}_{t-1} + \eta_t^\pi$  e uno al tasso di interesse:  $\eta_t^R$ .

## 4.2 Implementazione del modello

Le equazioni log-linearizzate sono state riscritte in codice Dynare, e sempre nello stesso ambiente si è sviluppato il codice per produrre i risultati che verranno mostrati nel resto del presente capitolo. La lista completa delle equazioni utilizzate si trova nella parte 1 dell'appendice, mentre il codice integrale può essere consultato nella parte 2 dell'appendice.

Per la stima del modello si sono utilizzate le tecniche di stima Bayesiana, come nell'articolo originale. Questo approccio rappresenta uno dei metodi più efficienti per la stima dei modelli DSGE, in quanto (1) permette di incorporare informazioni provenienti dalla letteratura micro e macroeconomica nella definizione delle distribuzioni a priori e (2) utilizza metodi di campionamento, come il Markov Chain Monte Carlo (MCMC), che sono particolarmente adatti a esplorare lo spazio dei parametri in modo robusto ed efficiente. Per informazioni dettagliate sulla stima Bayesiana, si rimanda al libro di testo di E. P. Herbst e F. Schorfheide (2015). La stima dei parametri è stata implementata in Dynare utilizzando le distribuzioni a priori fornite da Smets e Wouters, nonché le impostazioni di default fornite dal linguaggio. Si forniscono di seguito le distribuzioni delle variabili, definite in base alle informazioni provenienti dalla letteratura

Distribuzione a priori dei parametri			
Parametro	Distribuzione	Media	Dev.Std.
stderr $\eta_A$	Gamma inversa	0.4	2
stderr $\eta_{\bar{\pi}}$	Gamma inversa	0.02	2
stderr $\eta_B$	Gamma inversa	0.2	2
stderr $\eta_G$	Gamma inversa	0.3	2
stderr $\eta_L$	Gamma inversa	1	2
stderr $\eta_I$	Gamma inversa	0.1	2
stderr $\eta_R$	Gamma inversa	0.1	2
stderr $\eta_Q$	Gamma inversa	0.4	2
stderr $\eta_P$	Gamma inversa	0.15	2

$\text{stderr } \eta_W$	Gamma inversa	0.25	2
$\sigma_c$	Normale	1	0.375
$h$	Beta	0.7	0.1
$\sigma_l$	Normale	2	0.75
$\phi_y$	Normale	1.45	0.125
$\xi_e$	Beta	0.5	0.15
$\xi_w$	Beta	0.75	0.05
$\xi_p$	Beta	0.75	0.05
$\gamma_w$	Beta	0.75	0.15
$\gamma_p$	Beta	0.75	0.15
$r_\pi$	Normale	1.7	0.1
$r_\Delta \pi$	Normale	0.3	0.1
$\rho$	Beta	0.8	0.10
$r_y$	Normale	0.125	0.05
$r_\Delta y$	Normale	0.0625	0.05
$\phi_i$	Normale	4	1.5
$\psi^{-1}$	Normale	0.2	0.075
$\rho_a$	Beta	0.85	0.1
$\rho_{\bar{\pi}}$	Beta	0.85	0.1
$\rho_b$	Beta	0.85	0.1
$\rho_g$	Beta	0.85	0.1
$\rho_l$	Beta	0.85	0.1
$\rho_i$	Beta	0.85	0.1

Per implementare la stima, come indicato dagli autori, si sono utilizzate sette serie storiche: PIL reale, consumo privato reale, investimento reale, deflatore del PIL, salari reali, occupazione (in termini assoluti) e tasso di interesse nominale. I dati necessari per la stima sono stati estratti dai database<sup>16</sup> pubblici della BCE, in particolare sono state utilizzate le seguenti serie storiche,

<sup>16</sup><https://data.ecb.europa.eu/data/datasets/>

tutte riferite all'attuale zona Euro (Area Euro 20):

Serie Storiche				
Variabile	ID Serie Storica	Freq.	Inizio Oss.	Fine Oss.
Y	GDP at market prices	Trim.	1995Q1	2024Q1
C	Private final consumption	Trim.	1995Q1	2024Q1
I	Gross fixed capital formation	Trim.	1995Q1	2024Q1
W	Total Wages and salaries	Trim.	1995Q1	2024Q1
E	Employment (in thousands of persons)	Trim.	1995Q1	2023Q2
$\pi$	Deflator GDP at market prices	Trim.	1995Q1	2024Q1
R	Euribor 3-month	Trim.	1994Q1	2024Q2

Tutte le serie storiche, ad eccezione del tasso Euribor, sono destagionalizzate e corrette per il calendario, e le variabili reali sono misurate con la tecnica *Chain linked volume (rebased)*. Per la stima del modello sono stati utilizzati i dati nel periodo 1995Q2-2019Q4, dove la prima osservazione è stata scartata in quanto il tasso di inflazione esibisce un valore nullo, mentre le osservazioni successive a 2019Q4 esibiscono una variabilità tale da cadere fuori dalla portata del modello, come dimostrato da M. Harding et al. (2023). Per associare le osservazioni alle variabili del modello log-linearizzato, i dati sono stati trasformati come indicato dagli autori:

1. Trasformazione in logaritmi delle variabili reali, trasformazione del tasso di interesse da annuale a trimestrale, calcolo dell'inflazione

$$(a) Y^{obs} = \ln(Y^{data})$$

$$(b) C^{obs} = \ln(C^{data})$$

$$(c) I^{obs} = \ln(I^{data})$$

$$(d) W^{obs} = \ln(W^{data})$$

$$(e) E^{obs} = \ln(E^{data})$$

$$(f) R^{obs} = \left(1 + \frac{R^{data}}{100}\right)^{\frac{1}{4}}$$



$$(g) \pi^{obs} = \ln(GDPdeflator_t^{data}) - \ln(GDPdeflator_{t-1}^{data})$$

2. Detrending rispetto ad un trend lineare con intercetta:

- (a) regressione di ogni serie storica su  $T = 1, 2, 3 \dots N$ , dove  $N$  è il numero delle osservazioni, utilizzando un modello OLS con intercetta.
- (b) i residui della regressione rappresentano le osservazioni utilizzate per stimare i parametri del modello

Si riportano di seguito i grafici delle serie storiche prima e dopo la trasformazione:

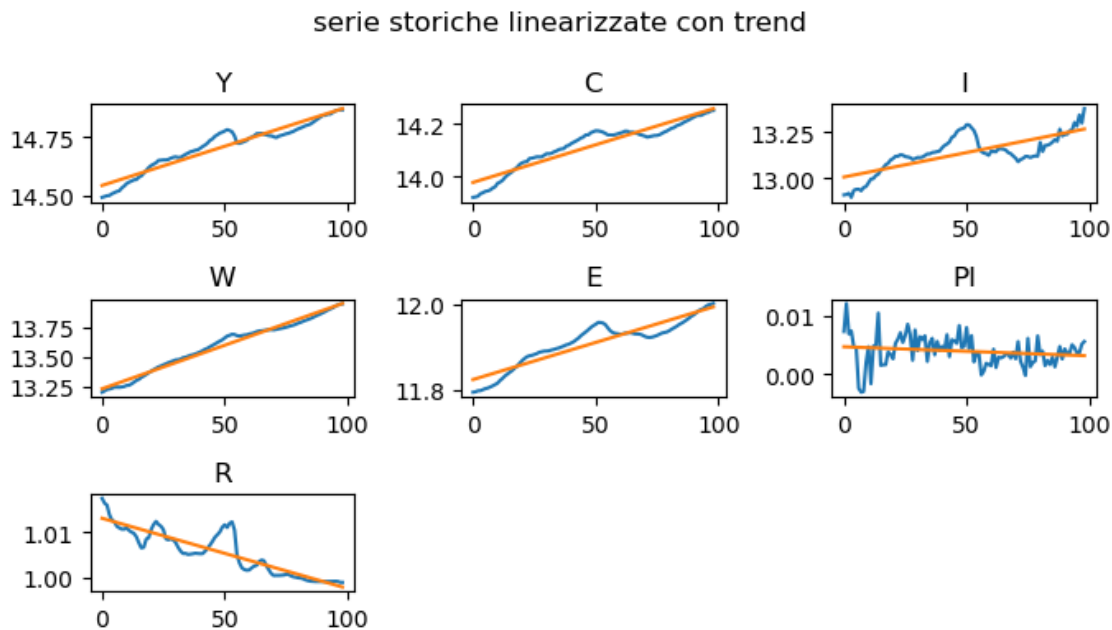


Figura 4.1: Serie storiche con trend

Fonte: prodotta dall'autore

### 4.3 Impulse Response Functions

Il primo passo per studiare il comportamento del modello è l'analisi delle IRF: queste mostrano come l'economia, ed in particolare come le variabili esogene reagiscono ad uno shock temporaneo in  $t_0$ . In particolare, verranno mostrati dei grafici a linee che indicano l'andamento

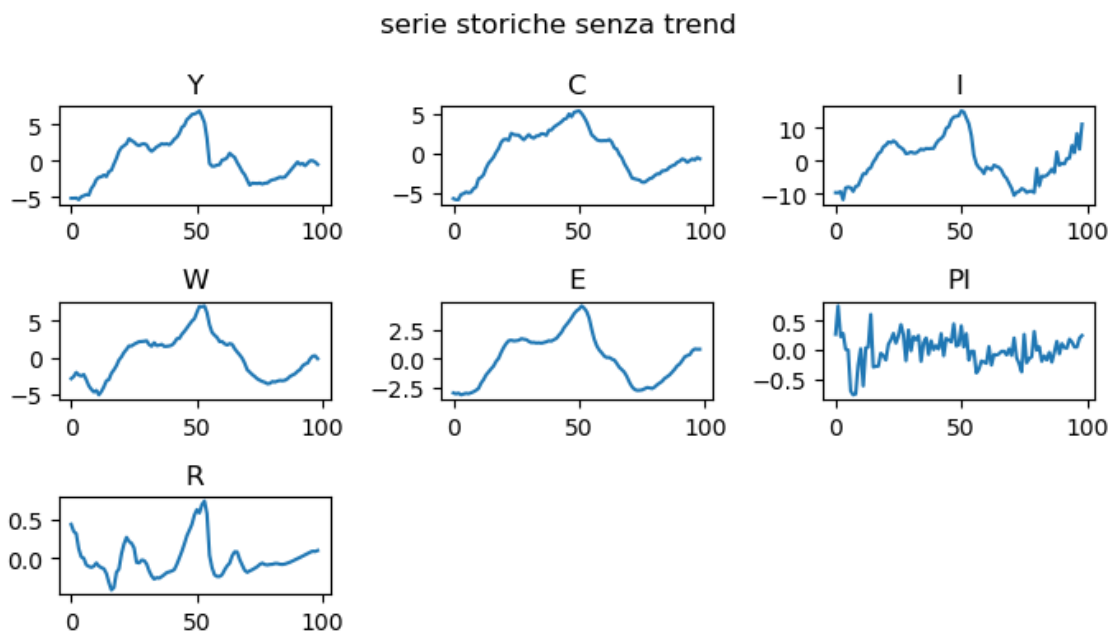


Figura 4.2: Serie storiche senza trend

Fonte: prodotta dall'autore

nel tempo delle variabili esogene a seguito dello shock, dove l'asse delle x rappresenta il tempo, misurato in trimestri, e l'asse delle y rappresenta deviazioni percentuali dallo stato stazionario. Si è deciso di presentare gli effetti di due shock:

- lo shock di politica monetaria, ed in particolare lo shock al tasso di interesse a breve che verrà analizzato per via dell'importanza che riveste nell'economia reale quale principale strumento di politica monetaria in mano alla banca centrale.
- lo shock alla produttività totale dei fattori, che viene affrontato per la sua rilevanza storica, in quanto è stato il primo shock ad essere introdotto nei modelli Neo Keynesiani.

### 4.3.1 Shock tecnologico

Si riporta ora la reazione delle principali variabili endogene ad uno shock positivo della produttività al tempo  $t_0$ , che si propaga con intensità  $\rho_a = 0.8656$ .

La figura mostra come, a partire da uno shock produttivo positivo (che può essere rappresentato

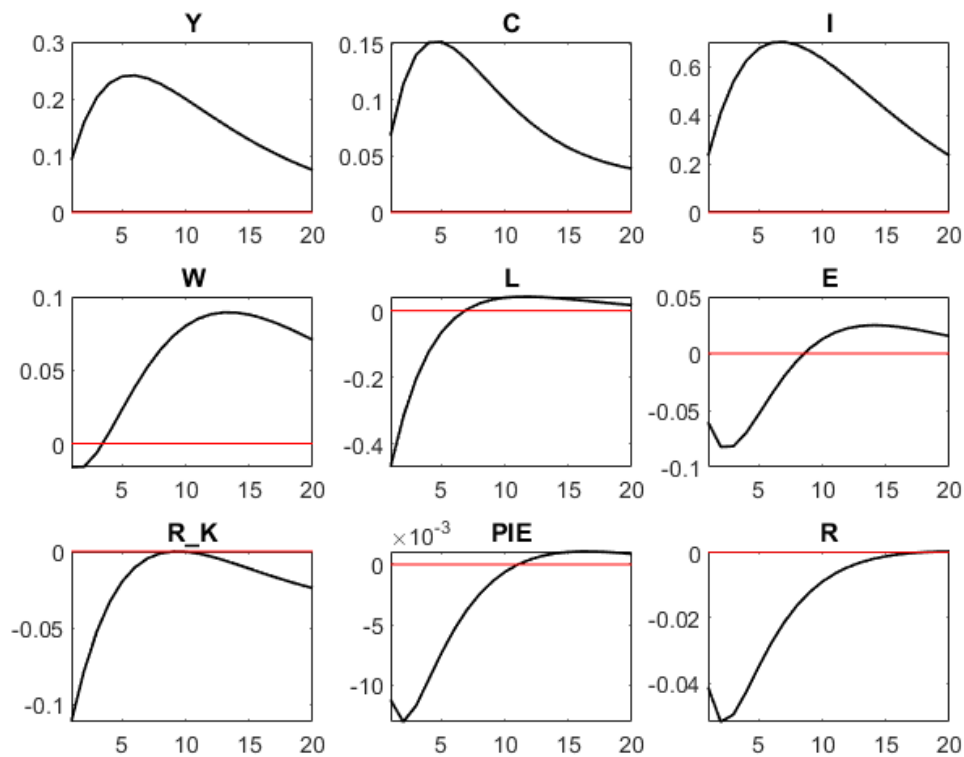


Figura 4.3: IRF - shock della produttività

Fonte: prodotta dall'autore

da un'innovazione tecnologica rilevante) crolli immediatamente il costo marginale di produzione, trainato al ribasso dal ridotto costo del capitale. Al contempo, vista la maggior profittabilità, si assiste ad un aumento istantaneo del valore del capitale installato, catturato dalla  $Q$  di Tobin (non nella figura). Prevedendo la spinta deflazionistica, la banca centrale taglia i tassi, ma non a sufficienza per contrastare pienamente la spinta ribassista dell'inflazione. Questi eventi stimolano consumo, produzione e, soprattutto, investimento. Come sottolineato da J. Galí, la flessione dell'occupazione è coerente con l'esperienza empirica negli Stati Uniti, nonostante sia in contrasto con la teoria RBC in assenza di frizioni nominali. Nonostante la produttività per addetto sia aumentata, i salari aumentano soltanto leggermente, anche per via della minore partecipazione al lavoro.

Per evidenziare l'importanza delle frizioni ai prezzi, si confrontano di seguito le risposte del model-

lo originale con la sua controparte a prezzi e salari flessibili. Con prezzi e salari flessibili, l'output e

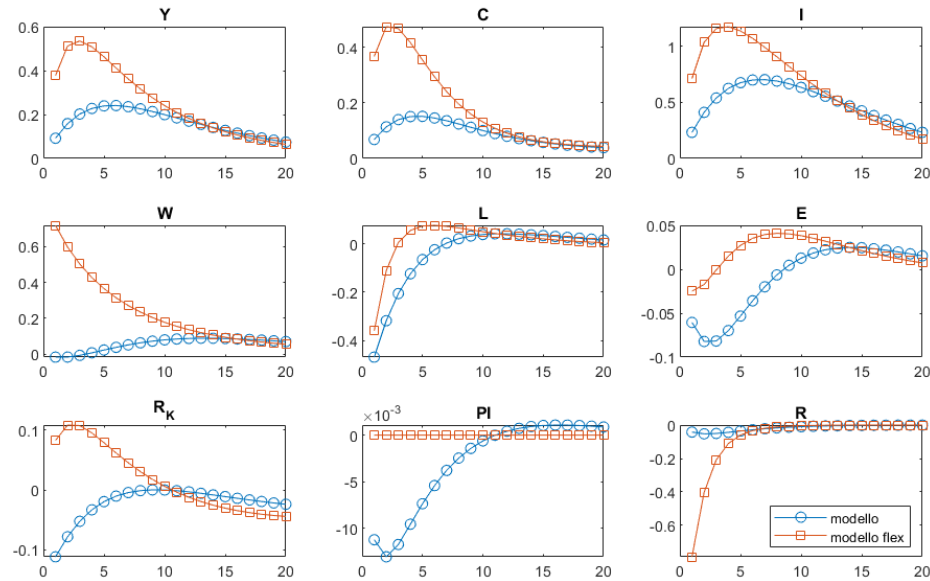


Figura 4.4: IRF - shock della produttività - confronto ecoflex

Fonte: prodotta dall'autore

le sue componenti reagiscono in maniera più intensa ed immediata in risposta ad uno shock tecnologico. La maggiore differenza si identifica però nella reazione del salario: nel modello flessibile questo reagisce, coerentemente con l'aumento della produttività, in maniera particolarmente violenta, stabilizzando i costi marginali reali delle imprese, la cui deviazione percentuale dallo stato stazionario, nel modello flessibile, è uguale a zero. Il valore della  $Q$  di Tobin aumenta molto di più nel modello flessibile, nel quale viene incrementata la percentuale di utilizzo di capitale, così come lo stock di capitale installato. Il tasso di interesse esibisce qui un netto calo rispetto al modello originale.

Altro importante confronto, utile per sottolineare l'evoluzione della teoria, è quello con il modello RBC con mercati perfettamente competitivi e nessuna rigidità nominale.

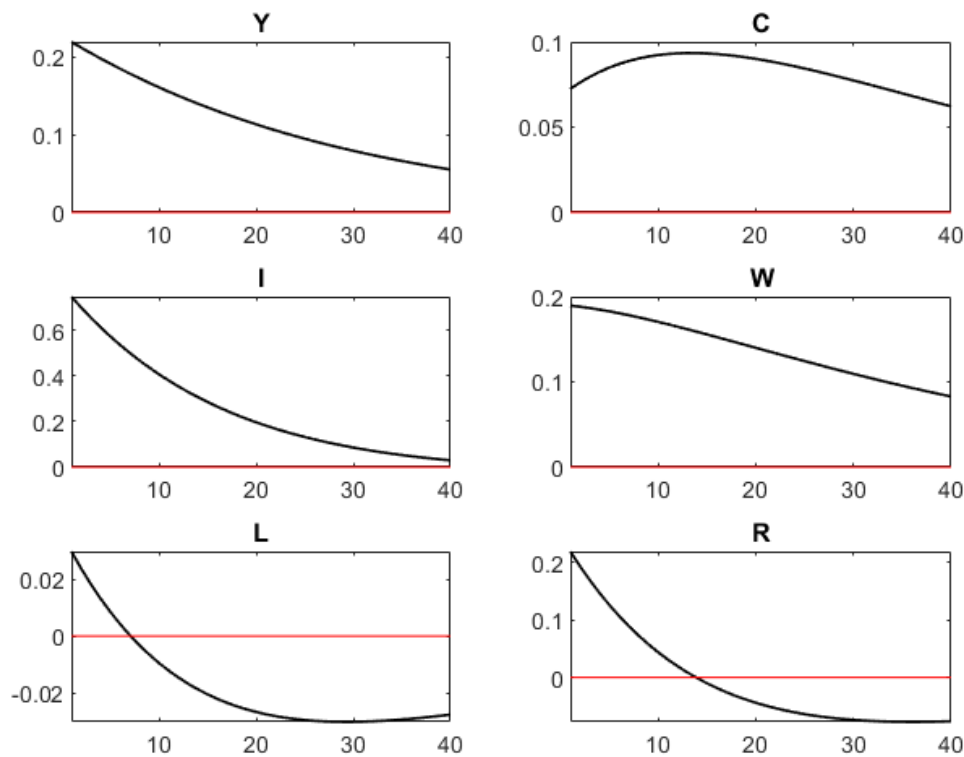


Figura 4.5: IRF - shock della produttività RBC

Fonte: tratta da Costa Junior (2016)

Il comportamento delle variabili è in questo caso simile a quello ottenuto in presenza di prezzi e salari flessibili, al netto di alcune differenze. L'assenza di costi di variazione dell'investimento e l'impossibilità di variare l'utilizzazione del capitale fanno sì che l'investimento aumenti istantaneamente, trascinando il prodotto verso l'alto: il movimento dell'output non esibisce più la classica forma "a gobba" rilevata empiricamente. Anche i salari, in assenza di frizioni, esibiscono un salto improvviso verso l'alto. Il tasso di interesse, che in questo caso rappresenta sia la domanda di capitale che il suo tasso di rendimento, decresce con il tempo, dopo aver subito un brusco aumento iniziale. Coerentemente con l'iniziale aumento e il successivo declino dei salari, le ore dedicate al lavoro da parte delle famiglie subiscono dapprima un aumento, per poi calare nel tempo.

### 4.3.2 Shock al tasso di interesse

Di seguito viene riportata la reazione delle variabili endogene del modello ad uno shock di politica monetaria, sotto forma di aumento improvviso dei tassi in  $t_0$ . L'entità dello shock è qui ridotta rispetto al modello originale, coerentemente con il fatto che i periodi su cui sono state effettuate le osservazioni sono quasi disgiunti: la deviazione standard dello shock di tasso stimato per il periodo 1995-2019 è inferiore rispetto a quella stimata dagli autori per il periodo 1980-1999. L'aumento dei tassi ha due dirette conseguenze: rende il consumo futuro più attraente, riducen-

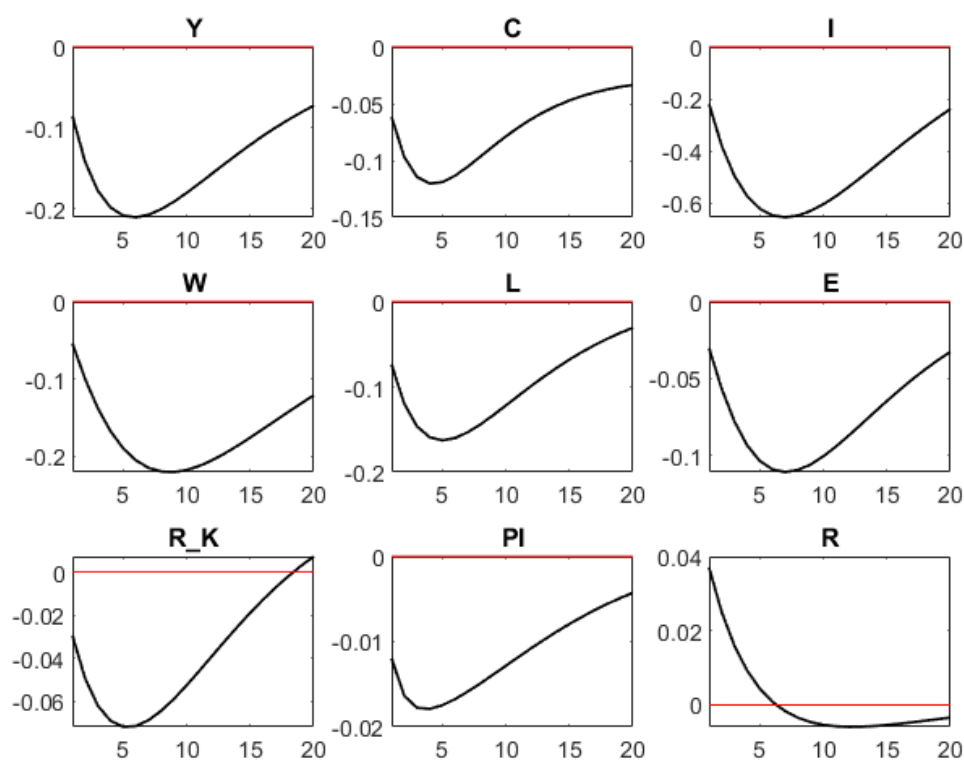


Figura 4.6: IRF - shock di tasso

Fonte: prodotta dall'autore

do quindi il consumo attuale, e scoraggia l'investimento agendo negativamente sulla Q di Tobin. Questo produce una diminuzione del prodotto, che crolla con un grafico che dipinge la classica forma "a gobba". Dal momento che in stato stazionario consumo e investimento danno contributi

differenti all'output complessivo,  $Y$  si trova fra  $C$  e  $I$ , dove l'effetto sull'investimento ha una magnitudine sei volte superiore all'effetto sul consumo. Il disincentivo al consumo indurrà le famiglie a lavorare di meno: questo, unito alle aspettative ribassiste su inflazione e salari futuri e alla ridotta domanda di lavoro da parte delle imprese, riduce i salari nel breve-medio termine. Si nota come questo effetto sia differito, con il picco di minimo della paga oraria due anni dopo lo shock iniziale. Anche il principale effetto ricercato dalla politica monetaria, la riduzione dell'inflazione, ha effetto differito, con il picco esattamente un anno dopo l'intervento iniziale.

Come per lo shock tecnologico, è interessante considerare anche la reazione di una economia perfettamente flessibile ad uno shock di tasso: nell'economia flessibile, lo shock viene assorbito quasi immediatamente e totalmente dai prezzi, che calano in misura permanente. Questo rapido aggiustamento dei prezzi implica che tutte le variabili reali, dopo un breve periodo di transizione, non subiscano quasi alcuna variazione rispetto al livello di stato stazionario a partire dal tempo  $t_1$ . Per mostrare le IRF del modello flessibile, data l'assenza di una equazione di reazione della banca centrale nel modello ad economia flessibile, sono state effettuate due simulazioni, la prima a prezzi flessibili ( $\xi_p \approx 0$ ), la seconda a salari flessibili ( $\xi_w \approx 0$ ).

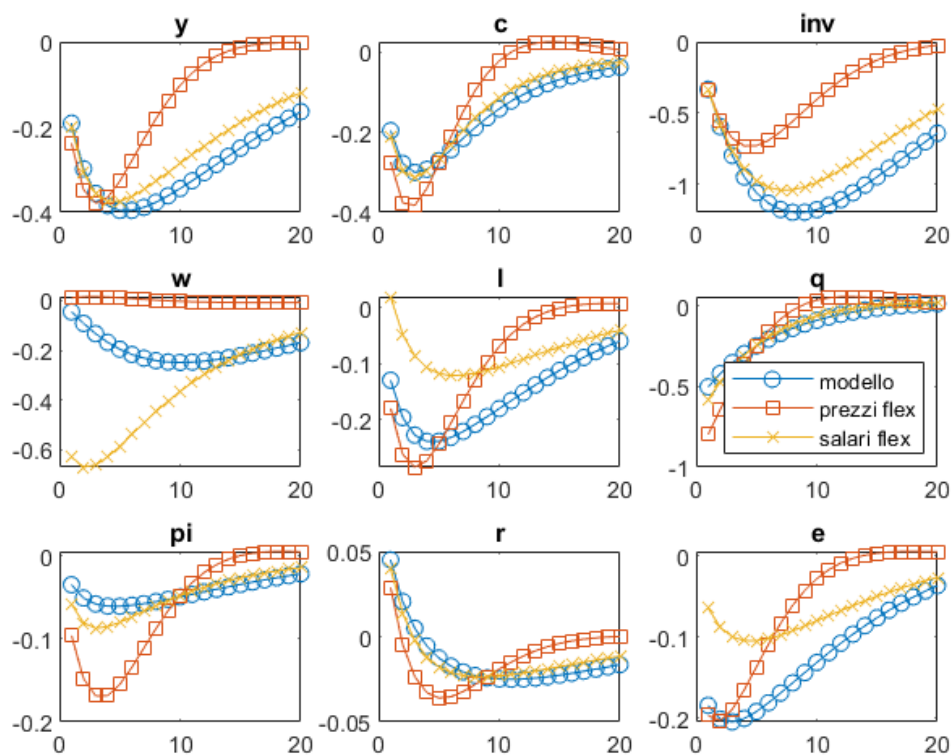


Figura 4.7: IRF - shock di tasso - confronto ecoflex

Fonte: prodotta dall'autore

Si può qui notare come, nel modello a prezzi flessibili, l'inflazione reagisca rapidamente e violentemente alla variazione di tassi, con la conseguenza che le variabili reali ritornano molto più velocemente al livello di stato stazionario. Nel modello a salari flessibili, invece, la spinta sui tassi viene bilanciata da un rapido movimento verso il basso dei salari: questo contribuisce a mantenere un più ridotto livello di disoccupazione, unitamente ad una maggiore partecipazione della forza lavoro.

#### 4.4 Scomposizione della varianza

La scomposizione della varianza è utile per capire quanto ogni shock influenzi la variabilità delle variabili endogene nei diversi periodi. Si è scelto, per non complicare eccessivamente



l'analisi, di considerare il PIL e le componenti di consumo e investimento. I periodi considerati, per facilitare un confronto con i risultati dell'articolo originale, sono ad 1 mese, 1 anno, 2 anni e mezzo, 25 anni. Per facilitare la lettura del grafico, senza sacrificarne la significatività, sono stati raggruppati come *cost-push* shock gli shock al mark-up di prezzi e salari nonché quello sul premio al rischio finanziario, e, sotto il termine "BCE", gli shock derivanti da variazioni del tasso o del target inflazionistico. Analizzando la figura, si può notare come il contributo dei diversi shock dif-

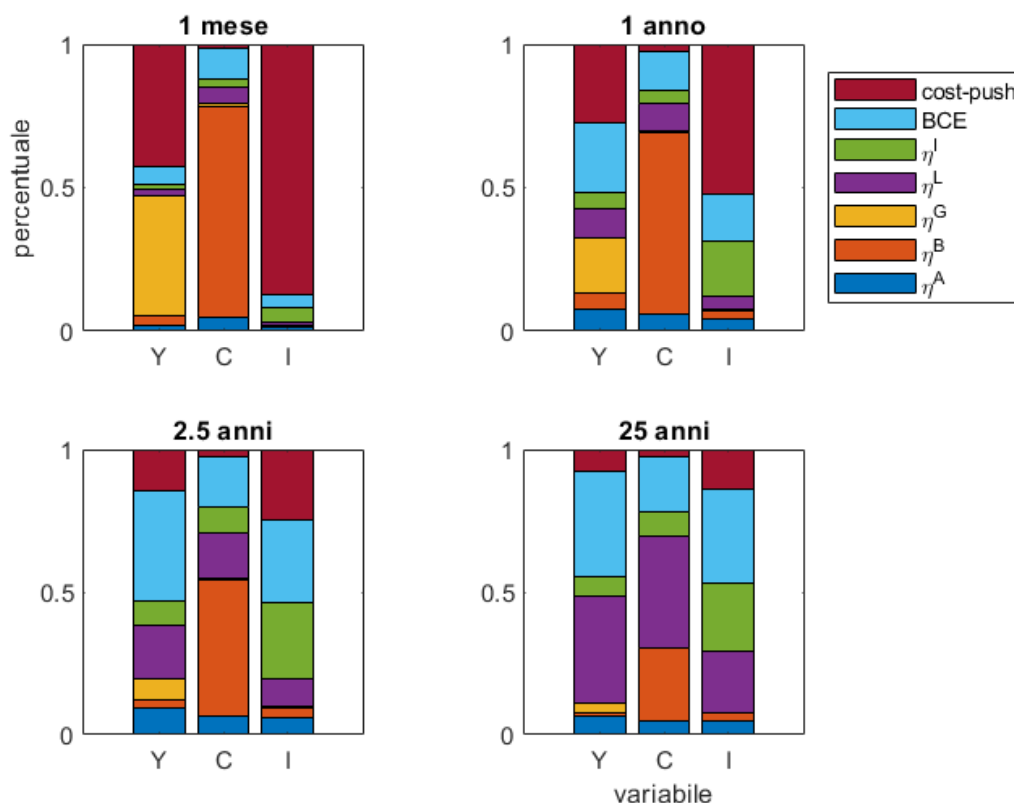


Figura 4.8: Scomposizione della varianza

Fonte: prodotta dall'autore

ferisca in maniera evidente passando dal brevissimo al lungo periodo. Il consumo viene altamente influenzato da una variazione delle preferenze delle famiglie nel brevissimo e breve periodo. Nel medio periodo, invece, l'influenza della variazione nelle preferenze diminuisce, per lasciare spazio alle manovre di politica monetaria, ma soprattutto allo shock all'offerta di lavoro, che diventa la

determinante trainante nel lungo periodo. Per quanto riguarda l'investimento, nel breve periodo è determinante lo shock al premio al rischio, per la sua influenza sulla  $Q$  di Tobin. Nello spiegare le variazioni di medio-lungo periodo, acquistano sempre maggiore importanza gli shock alla funzione di costo dell'investimento e all'offerta di lavoro, nonché le manovre di politica monetaria effettuate dalla BCE. La variazione del PIL, infine, viene influenzata nel breve periodo in misura rilevante dal premio al rischio (per la sua influenza sull'investimento) e dalla spesa pubblica. Procedendo verso il lungo periodo, le determinanti più rilevanti diventano invece le scelte della Banca Centrale e lo shock all'offerta di lavoro.

## 4.5 Scomposizione storica

I grafici di *Historical decomposition* rivestono particolare importanza nell'analisi dei risultati dei modelli DSGE. Questi grafici permettono di scomporre le variabili macroeconomiche nelle loro componenti principali, identificando le fonti delle fluttuazioni economiche. In particolare, è possibile visualizzare graficamente quanto le variazioni delle variabili economiche attorno allo stato stazionario siano attribuibili a ciascuno shock. Si è scelto qui di presentare il grafico relativo all'andamento del PIL, dove la scomposizione è stata effettuata con gli stessi criteri del paragrafo precedente, e dove si è voluta utilizzare una colorazione quanto più simile per i diversi aggregati degli shock. All'interno del grafico, tutti i valori sono misurati come deviazioni percentuali dallo stato stazionario; il PIL è rappresentato dalla linea continua; i contributi degli shock, sia positivi che negativi, sono rappresentati da barre verticali. Si è scelto di escludere le barre verticali raffiguranti il contributo iniziale degli shock (il modello non può infatti spiegare perché all'inizio del periodo di osservazione il PIL fosse al di sotto del suo stato stazionario). In particolare, il modello sembra attribuire il merito della crescita del prodotto al di sopra del suo trend, iniziata nel 1995 e conclusa con la crisi, a shock positivi dell'offerta di lavoro, ad un aumento della produttività, e ad una politica economica accomodante. Di contro, a seguito del calo del PIL osservato nel 2008, sembra che le componenti trainanti verso l'alto fossero la spesa pubblica e l'innovazione tecnologica, mentre shock negativi all'offerta di lavoro e le politiche della BCE abbiano rallentato la ripresa. Va però specificato, per quanto riguarda questo ultimo punto, come la BCE abbia, in

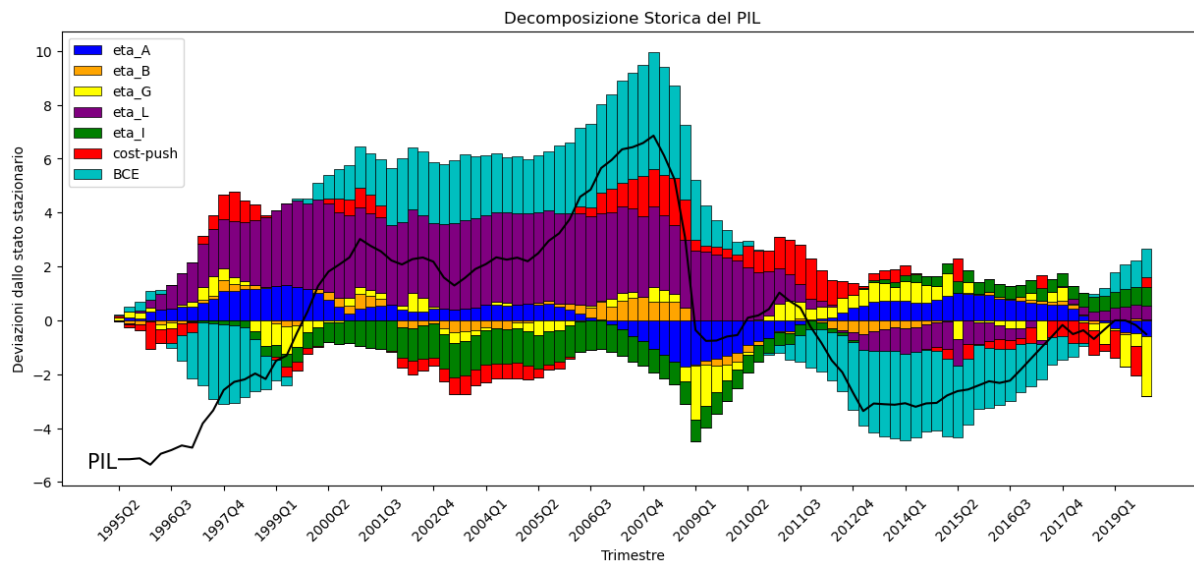


Figura 4.9: Decomposizione storica del PIL

Fonte: prodotta dall'autore

quel periodo, messo in atto una serie di manovre non convenzionali. In particolare, la serie storica EURIBOR a 3 mesi utilizzata per le stime esibisce valori negativi, introducendo di fatto logiche che il modello di Smets e Wouters, nella sua prima formulazione, non era ancora pronto ad affrontare. Proprio da queste debolezze si partirà, nel prossimo ed ultimo capitolo, ad illustrare critiche e successivi sviluppi dei modelli DSGE.

## 5. Conclusioni

### 5.1 Critiche

Nonostante la moderna convergenza in ambito macroeconomico ed il largo successo riscosso dai modelli DSGE sia come strumenti teorici che come apparati utilizzati dai *policymakers*, non mancano critiche indirizzate sia ai principi della Nuova Sintesi Neoclassica che ai singoli modelli.

#### 5.1.1 Critiche al framework DSGE

Si inizierà con l'affrontare le tre critiche più comuni nei confronti dei modelli DSGE: la loro incapacità nel prevedere la crisi finanziaria, la semplificazione delle aspettative razionali, l'ambiguità degli shock. Sebbene le critiche siano ragionevoli e ben motivate, ed in parte condivise dagli stessi sostenitori della Nuova Sintesi, si evidenzia come raramente vengano proposte dai detrattori delle alternative ai modelli DSGE, che rimangono dunque un importante strumento di analisi e previsione, pur mantenendo tuttora margine di miglioramento.

#### La crisi finanziaria

Una delle critiche più comuni ai modelli DSGE, dovuta alla loro rapida ascesa come modelli in uso nelle banche centrali, è quella di non aver predetto la crisi finanziaria. Un esempio lampante dell'inconsapevolezza in cui versava almeno una parte dei sostenitori dei modelli Neo Keynesiani si trova in un articolo di O. Blanchard (2008) intitolato "*the state of macro is good*" quale riferimento alla convergenza macroeconomica e allo stato attuale dei modelli<sup>17</sup>. I modelli pre-crisi, infatti, non solo non hanno evidenziato la vulnerabilità dell'economia rispetto a una crisi

---

<sup>17</sup>L'autore dedicò anche un paragrafo all'introduzione di frizioni finanziarie all'interno dei modelli, soprattutto alla luce della crisi allora già in atto. Questo riferimento si trova tuttavia a margine di una trattazione più ampia riguardante futuri sviluppi piuttosto che urgenti modifiche strutturali.

finanziaria, ma nella maggior parte dei casi non prendevano in considerazione, se non marginalmente, il settore finanziario. Che la prima critica sia corretta è fattuale, tuttavia alcuni autori, tra cui Christiano et al. (2018) fanno notare come la mancata identificazione dei pericoli sia stato un fallimento dell'intero sistema di accademici, enti pubblici ed esperti del settore. La maggioranza degli esperti, dei professionisti e dei *policymakers* non aveva realizzato come una piccola parte del sistema dello *shadow banking* fosse cresciuto in una sorta di sconfinato Far West non regolato, non protetto dalle assicurazioni sui depositi e pronto ad esplodere. Anche la critica indirizzata al ruolo secondario del settore finanziario nei modelli è di per sé fondata. Sebbene esistessero modelli con frizioni finanziarie, l'effetto che queste avevano sulla capacità dell'economia di rispondere agli shock era decisamente bassa, quando non trascurabile. Non erano contemplati, invero, acceleratori finanziari di portata tale da indurre pesanti recessioni, come è accaduto in Europa a seguito della crisi dei subprime. I modelli allora esistenti, inoltre, utilizzavano unicamente equazioni di arbitraggio per modellare i prezzi dei titoli, escludendo di fatto a priori alcune imperfezioni del mercato. Galí, nel 2017, evidenziò inoltre come la stazionarietà insita nei modelli DSGE prevenga dal formarsi dei fenomeni macroeconomici legati alle crisi finanziarie, che sono, per loro natura, non lineari e non stazionari. Questi fenomeni includono i boom economici e finanziari che spesso precedono le crisi, con un graduale acuirsi di asimmetrie finanziarie che eventualmente sfociano in crolli, caratterizzati da default, razionamento del credito, crollo dei prezzi dei titoli e dell'occupazione. I modelli esistenti normalmente considerano le crisi finanziarie come shock esogeni, che colpiscono l'economia all'improvviso e generano una lunga recessione, possibilmente amplificata da altri meccanismi noti come acceleratori finanziari. La mancata introduzione di questa serie di fattori nei modelli *mainstream* è stata giustificata in passato adducendo al fatto che, di fronte alla scelta circa le complicazioni da inserire nei modelli, il settore finanziario non appariva come rilevante prima del 2007: né la crisi di risparmi e mutui a cavallo tra anni '80 e '90, né la bolla tecnologica del 2001 avevano avuto effetti comparabili a quelli della grande recessione del 2008. Gli stessi modelli con frizioni finanziarie allora esistenti, quali i modelli di Bernake, Gertler e Gilchrist (1999) o di Kiyotaki e Moore (1997) prevedevano comunque un effetto quantitativamente modesto del settore finanziario sulla ripresa dell'economia agli shock. Gli accademici ed esperti

delle banche centrali avevano quindi preferito porre l'accento su aspetti dell'economia reale che si erano, fino ad allora, dimostrati più influenti. A suo modo, questo evidenzia ancora come la principale responsabilità nella mancata predizione della crisi non sia adducibile ai modelli in quanto tali, bensì alla poca lungimiranza degli economisti. Negli anni successivi alla crisi finanziaria sono stati sviluppati numerosi modelli in grado di incorporare il settore finanziario, tra i quali si ricorda il modello Christiano-Motto-Rostagno, attualmente in uso alla BCE. Alcuni autori hanno mostrato profondo scetticismo nei confronti di questi nuovi modelli con frizioni finanziarie, argomentando come non sarebbero in grado di prevedere nuove crisi. Servaas Storm (2021), per esempio, sostiene che i modelli in questione si limitino solamente a spiegare quanto già avvenuto con meccanismi escogitati ad-hoc, attraverso l'introduzione del settore finanziario, del mercato immobiliare e di non linearità, in un'ottica utile solamente a posteriori. Ciononostante, i modelli DSGE rimangono tra i principali candidati per l'analisi e lo sviluppo della politica macroeconomica.

### **Le aspettative razionali**

North, vincitore del premio Nobel nel 1993, dimostrò come, in un modo con incertezza, non si possa assumere l'idea di atteggiamento razionale così come viene inteso dagli economisti Neoclassici, in quanto i soggetti prendono decisioni seguendo una strategia a tentativi. Danny Kahneman e i suoi collaboratori, nel 2002, dimostrarono empiricamente come l'evidenza non propendesse per il comportamento razionale degli agenti economici. Sotto incertezza, infatti, l'avversione al rischio tende ad avere la meglio sull'atteggiamento razionale, dando luogo ad un'asimmetria che non viene catturata dagli attuali modelli. Il fatto che, al crescere dell'asimmetria, sia l'avversione al rischio il motore principale alla base delle scelte, è in netta contrapposizione con l'ipotesi che l'agente rappresentativo voglia massimizzare la propria utilità in ogni periodo. Segue anche che il comportamento economico, e quindi i parametri che lo regolano, non può essere considerato costante nel tempo, in quanto può variare al variare di incertezza, confidenza e aspettative. Alla luce di queste evidenze, l'ipotesi delle aspettative razionali è stata descritta da alcuni come un mero artificio matematico per risolvere il problema di ottimizzazione intertemporale generando aspettative *forward looking*. Come si è visto nei primi capitoli, per fare ciò è necessario assumere

che (1) gli agenti conoscano il modello economico, ovvero lo sviluppo delle variabili nel tempo, e (2) che le previsioni del modello non differiscano sistematicamente dal percorso di equilibrio dell'economia. Da ciò deriva che, in media, gli agenti formuleranno previsioni corrette circa l'andamento dell'economia, agendo in modo da massimizzare la propria utilità. In questo contesto si mettono in discussione entrambe le ipotesi. Utilizzando un linguaggio più evocativo che tecnico, è stato fatto notare come (1) sia illegittimo attendersi che gli agenti economici convergano su un singolo modello quando nemmeno i macroeconomisti sembrano in grado di farlo e, utilizzando come esempio quanto discusso nel precedente paragrafo, come (2) le previsioni del modello possano differire dal reale percorso economico. Nel rispondere alle critiche, i sostenitori dei modelli DSGE hanno ammesso come le ipotesi di aspettative razionali e informazione perfetta siano chiaramente delle assunzioni estreme. Questa semplificazione della realtà rimane tuttavia utile per analizzare gli effetti che gli shock hanno su un modello in cui gli agenti formano le loro aspettative in maniera coerente. Ciò offre un utile e importante benchmark, soprattutto nel momento in cui si vogliono comparare gli effetti sullo stato di equilibrio prodotti da variazioni della politica monetaria o fiscale. Solo introducendo le aspettative in maniera esplicita, difatti, il loro impatto può essere analizzato direttamente. Allo stesso tempo, rimane irragionevole aspettarsi che, in un mondo incerto, gli agenti utilizzino un modello, per sua natura una semplificazione della realtà, per generare le proprie aspettative circa il futuro. A colmare questa lacuna sta quindi provvedendo la letteratura, tramite l'inserimento di informazione imperfetta e processo di apprendimento all'interno dei modelli DSGE. I primi tentativi sono stati fatti analizzando l'effetto delle informazioni dal punto di vista microeconomico, modificando il modo in cui gli agenti all'interno dei modelli vengono a conoscenza degli shock, oppure, in altri casi, mettendo a disposizione degli agenti previsioni periodiche circa l'andamento dell'economia.

## **Gli shock**

La critica più fervente e audace portata nei confronti della natura degli shock nei modelli RBC e DSGE proviene dal premio Nobel Paul Romer che, in un influente articolo, si riferisce agli shock come niente di meno che "immaginari". Romer apre la sua critica con una evidenza empi-

rica dell'importanza che riveste la moneta nell'economia reale, in netto contrasto con i dogmi dei modelli DSGE, per i quali la moneta è spesso unità di conto, e dove la politica monetaria non è la forza trainante delle fluttuazioni economiche. L'autore prende quindi in considerazione il modello RBC ed in particolare lo shock tecnologico, derivato in analogia al residuo della differenza fra la crescita del prodotto e la crescita degli input produttivi. Secondo l'autore, questo residuo, e dunque lo shock tecnologico, rappresenta null'altro che una "misura della nostra ignoranza", in quanto non giustificato dalle azioni degli agenti ed inserito nei modelli in maniera estemporanea con lo scopo di spiegare le fluttuazioni. Viene quindi esposta una apparente contraddizione fra la volontà di costruire modelli microfondati e l'inclusione, negli stessi modelli, di shock privi di interpretazioni teoriche e non supportati da alcuna evidenza microeconomica. L'attenzione andrebbe quindi posta sulla comprensione circa la natura, la struttura e le caratteristiche degli shock, derivandoli dal comportamento degli agenti piuttosto che calandoli nel modello senza preavviso. Quello che, secondo Romer, rende questa abitudine ancora peggiore, è il modo in cui porta ad identificare in maniera erronea le forze che contribuiscono a provocare i cicli economici: l'inserimento di un elevato numero di shock concede agli autori dei modelli un margine di flessibilità troppo elevato sia nel determinare i valori degli shock, sia nel favorire l'adattamento ai dati. Questo porterebbe per esempio alla scorretta identificazione della moneta come strumento secondario, se non irrilevante, per i movimenti macroeconomici. In estrema sintesi, dunque, Romer sostiene che, negli ultimi trent'anni, la macroeconomia abbia abbandonato la strada della scienza, mettendo in secondo piano il rigore che porta, prima di tutto, a valutare i fatti. L'indirizzo proposto è quindi quello di "ripartire da zero", ovvero dalla critica di Lucas e Sargent, per costruire attraverso metodi scientifici modelli alternativi e coerenti con l'evidenza, come espresso eloquentemente in una lettera ad uno studente<sup>18</sup>. Sebbene la critica sia convincente, nel suo estremo pessimismo sembra non riconoscere né il contributo offerto dai modelli DSGE nello sviluppo della politica monetaria, né i recenti passi avanti compiuti dalla macroeconomia nel suo complesso<sup>19</sup>. Si evidenzia inoltre come l'inconsistenza di alcune ipotesi con l'evidenza, così come la presenza di forze sospette all'interno

---

<sup>18</sup><https://paulromer.net/letter-from-an-aspiring-macroeconomist-with-response/>

<sup>19</sup>Si pensi alle politiche monetarie non convenzionali, agli studi sulla globalizzazione, all'inclusione all'interno dei modelli di fattori legati alla sostenibilità



dei modelli, siano problemi noti agli stessi autori, che proprio allo scopo di includere anche gli scettici nel processo di sviluppo dei modelli ne rendono la struttura il più trasparente possibile. Si partirà da questo punto per illustrare tre critiche portate nei confronti del modello di Smets e Wouters.

### **5.1.2 Critiche al modello di Smets e Wouters**

La critica principale rivolta al modello di Smets e Wouters riguarda il fatto che alcuni shock non siano per loro natura "strutturali", ovvero non siano al contempo invarianti rispetto a modifiche della politica monetaria e ben interpretabili dal punto di vista economico. Il secondo punto è fondamentale, in quanto bisogna saper distinguere gli shock dannosi, che la politica dovrebbe attenuare, da quelli benefici, che originano naturalmente dalle interazioni di mercato e vanno pertanto accomodati. I principali fautori della critica, CKM (2008), individuano due shock non strutturali: gli shock al markup di prezzi e quello al markup dei salari. Il fatto che gli shock non siano strutturali, bensì in forma ridotta, sarebbe aggravato dall'importanza che questi rivestono all'interno del modello nello spiegare la variabilità dell'economia. Lo shock al markup dei salari è responsabile di una significativa frazione della variabilità, specialmente nel mercato del lavoro, e si presenta come termine additivo dell'equazione linearizzata dei salari. Lo shock non sarebbe strutturale per via della sua duplice interpretazione: potrebbe essere dovuto a fluttuazioni nel potere contrattuale dei sindacati, al modo in cui gli agenti valutano il lavoro, per esempio a seguito di dell'introduzione o rimozione di tasse, oppure a variazioni nel modo in cui i consumatori valutano il tempo libero. Questa difficoltà nell'identificazione comporta problemi per i policymakers, che dovrebbero per esempio accomodare variazioni nel modo in cui gli agenti scontano il tempo libero. Lo stesso si può dire per lo shock al markup dei prezzi, a sua volta interpretabile, come riconosciuto da Smets e Wouters, come una variazione nella tassazione, nel grado di competizione, o nei prezzi relativi di settori non modellati esplicitamente, come quello dell'energia. Sono state successivamente proposte soluzioni a questi problemi di identificazione, per esempio tramite l'inserimento di variabili ausiliarie come la disoccupazione, nel caso del markup dei salari. Un'altra critica riguarda il fatto che l'indicizzazione dei prezzi all'inflazione passata non sia coerente

con l'evidenza microeconomica sull'impostazione dei prezzi, e possa dare risultati ambigui circa i costi della disinflazione. Un problema del meccanismo di prezzi sfalsati alla Calvo era infatti quello di non riuscire a generare inflazione persistente, per la mancanza della componente *backward looking* all'interno della curva di Phillips. Christiano et al. (2001), e successivamente Smets e Wouters (2003) hanno introdotto l'indicizzazione dei prezzi non ottimizzati all'inflazione passata per risolvere questo problema tecnico. Questo meccanismo fa sì che i prezzi varino in ogni periodo, in netta contrapposizione con le ricerche empiriche, che hanno confermato come le imprese varino i prezzi con una frequenza che varia tra i 4 e gli 11 mesi. Per essere coerente con l'evidenza microeconomica, dunque, il modello dovrebbe mantenere i prezzi fissi tra una modifica e l'altra, senza permettere alcuna indicizzazione. Un approccio alternativo, presentato da Cogley e Sbordone (2005), consiste nell'inserire una componente random walk con drift all'interno dell'equazione di politica monetaria del modello. In questo caso, il modello riuscirebbe ad adeguarsi correttamente ai dati senza bisogno di ricorrere all'indicizzazione dei prezzi, producendo risultati coerenti con l'evidenza microeconomica ed economicamente rilevanti. Dall'altra parte, i parametri del termine aleatorio sarebbero trattati come parametri strutturali piuttosto che derivati dal comportamento degli agenti. Si vuole in ogni caso evidenziare come quest'ultima critica non sembri additare la cattiva performance del modello, quanto il fatto che, per riprodurre il reale andamento dell'economia, siano state utilizzate forme funzionali non confermate dall'evidenza empirica. Secondo questa posizione, sostenuta dai "puristi delle microfondamenta"<sup>20</sup>, includere aspetti non micro-fondati in un modello altrimenti basato sulla microeconomia lo invaliderebbe nel complesso. Secondo questa corrente, nel caso in esame, si dovrebbe esulare dal modellare la persistenza dell'inflazione fino a che non si sia capito in dettaglio il meccanismo che la provoca. Dall'altra parte, la visione "pragmatica" sostiene la necessità dei *policymakers* di tenere in considerazione l'inerzia dell'inflazione da subito, nell'attesa che i meccanismi che la generano, sicuramente esistenti, vengano identificati dal punto di vista microeconomico.

Le critiche presentate, unitamente alla necessità di costruire modelli sempre più attendibili e realistici, hanno portato all'introduzione di nuovi settori, agenti e frizioni all'interno del framework

---

<sup>20</sup>S. Wren-Lewis, 2006, ha introdotto la distinzione tra puristi e pragmatisti delle microfondamenta

DSGE. Si passerà quindi alla presentazione di alcune innovazioni, ponendo l'attenzione sullo studio delle frizioni finanziarie, già iniziato prima della crisi e poi ulteriormente approfondito, e sull'introduzione di agenti eterogenei all'interno delle famiglie.

## **5.2 Ulteriori sviluppi**

Una dei principali vantaggi dei modelli DSGE è che consentono di indagare una vasta quantità di fenomeni economici, utilizzando modelli di scale diverse. Rispetto al framework di base introdotto nel capitolo 2 sono quindi stati sviluppati parallelamente numerosi modelli, nei quali sono stati introdotti ulteriori settori o frizioni, diversi tipi di agenti economici, oppure sono state abbandonate alcune ipotesi stringenti. Nonostante l'ampiezza della letteratura, si è deciso di approfondire (1) il modo in cui è stato introdotto il settore finanziario, in quanto l'inserimento dei mercati e delle frizioni finanziarie è di primaria importanza per l'utilizzo pratico dei modelli e (2) l'inserimento degli agenti eterogenei, in quanto, secondo l'opinione di chi scrive, quella dell'agente razionale e rappresentativo che vive all'infinito è una ipotesi, sebbene utile dal punto di vista matematico, penalizzante per quanto riguarda il risultato economico.

### **5.2.1 Settore finanziario**

Nonostante l'ampiezza della letteratura e la diffusione dei modelli, generalmente i modelli DSGE non contemplano la presenza dell'interazione dei mercati finanziari con il resto dell'economia. La maggioranza delle applicazioni della teoria macroeconomica, infatti, assume un funzionamento perfetto dei mercati finanziari, che non originano pertanto alcuna frizione. Queste ipotesi semplificatrici permettono di astrarre dalle complicazioni che sorgerebbero dai vincoli e dalle imperfezioni del mercato, rendendo così i calcoli e l'interpretazione del modello più immediati. Sebbene fossero state esplorate le implicazioni dell'introduzione del settore finanziario all'interno dei modelli già alla fine del secolo scorso, è con la crisi asiatica del 1997 e quella dei subprime del 2008 che si è acceso l'interesse per questo tipo di frizioni. Così modelli che allora godevano di una attenzione marginale, sono stati approfonditi e rielaborati, con l'intenzione di rispondere a domande di interesse pratico, quali l'entità dell'impatto degli shock finanziari

sull'economia, la politica monetaria ottimale in caso di frizioni finanziarie o ancora l'efficacia di manovre di politica monetaria alternative. Recentemente, quindi, esempi di frizioni finanziarie si possono trovare nei modelli utilizzati per scopi pratici dalle banche centrali<sup>21</sup>. La letteratura attualmente si basa su due approcci alternativi, entrambi sviluppati prima della crisi. Il primo è quello proposto da Kiyotaki e Moore (1997), che introduce le frizioni finanziarie attraverso l'introduzione di *collateral* per garantire i prestiti. In questo modello gli agenti sono eterogenei rispetto ai loro tassi di sconto intertemporali, e rispetto a questa caratteristica si dividono naturalmente in prestatori e debitori. Il settore finanziario funge da intermediario fra i due gruppi e introduce frizioni nella misura in cui obbliga i debitori a fornire una garanzia per garantire il debito. Questo approccio, dunque, introduce frizioni che coinvolgono direttamente la quantità di prestiti e il valore dei *collateral*. Il secondo approccio, introdotto da Bernake e Gertler (1989) e poi ampliato da Bernake et al. (1999), introduce le frizioni attraverso i costi di auditing necessari per monitorare il debitore. Questi costi generano quindi uno spread fra il tasso di prestito e il tasso free risk. In questo caso, quindi, le frizioni finanziarie influenzano l'economia attraverso il costo dei prestiti, piuttosto che attraverso la loro quantità, come accade nel modello di Kyiotaki e Moore. Nonostante in entrambi i modelli le frizioni finanziarie fungano da acceleratore in grado di ampliare gli shock economici, i meccanismi di propagazione sono sostanzialmente differenti. Si vedrà dunque il funzionamento, dal punto di vista teorico, dei due modelli.

### **Il modello di Kiyotaki e Moore**

Il modello, sviluppato in un contesto RBC, ha lo scopo principale di investigare come shock temporanei e relativamente modesti alla tecnologia o alla distribuzione del reddito possano generare ampie e preesistenti fluttuazioni nel prodotto aggregato e nel prezzo degli *asset*. A questo scopo, l'economia è popolata da due tipi di agenti, con tassi di sconto soggettivi sufficientemente diversi da fare sì che una delle due categorie si identifichi come creditore e l'altra come debitore. Dal momento che i creditori non possono obbligare i debitori a ripagare il loro debito, richiedono che, a fronte del prestito, vengano sempre fornite garanzie. In questa economia, dunque, beni

---

<sup>21</sup>Per esempio il modello della banca di Svezia RAMSES e uno dei modelli in uso alla BCE, il modello CMR

durevoli come la terra, gli edifici e le fabbriche non sono solamente mezzi di produzione, ma fungono da *collateral* per i prestiti. Il vincolo di credito dei debitori è costituito pertanto dal valore dei beni dati in garanzia. Allo stesso tempo, il valore dei beni produttivi dipende dall'entità dei vincoli di credito. La dinamica dell'interazione tra vincoli di credito e valore degli asset rappresenta un importante meccanismo attraverso il quale l'effetto degli shock si amplifica, persiste ed eventualmente esplode. Per comprendere il meccanismo di trasmissione si immagini una semplice economia in cui il terreno, di cui esiste una porzione fissa, viene utilizzato sia come mezzo di produzione, sia come garanzia per i prestiti. Una porzione delle aziende è soggetta a restrizioni del credito: questo perché queste aziende hanno una leva molto elevata, ed hanno già dato a garanzia gran parte dei loro terreni, ovvero il loro asset principale. La rimanente porzione di aziende ha valori fisiologici di indebitamento. Si immagini che al tempo  $t$  uno shock produttivo improvviso riduca i profitti di tutte le imprese. Non potendo più prendere a prestito, le imprese altamente indebitate dovranno tagliare i propri investimenti, compreso l'investimento in terreno, di cui hanno bisogno per la loro produzione industriale. Questo le penalizzerà anche nel periodo successivo: guadagneranno meno, perderanno ricchezza, potranno prendere a prestito meno e quindi investire meno. L'effetto si propaga quindi anche nei periodi successivi, nei quali le aziende altamente indebitate dovranno ridurre la loro domanda di terreni. Per fare sì che il mercato sia in equilibrio, la domanda di terreni da parte delle imprese senza vincoli di credito deve aumentare, il che implica però che il loro costo opportunità del terreno deve diminuire. Il costo opportunità delle imprese senza restrizioni è semplicemente  $P_t - \frac{P_{t+1}}{1+r_t}$ . Il declino previsto per i periodi  $t, t+1, t+2, \dots$  si riflette quindi in un crollo dei prezzi del terreno al tempo  $t$ , dal momento che il prezzo equivale al valore attuale dei costi opportunità futuri. Il crollo dei prezzi al tempo  $t$  ha un notevole impatto sul comportamento delle imprese altamente indebitate. Queste vedono diminuire il valore dei loro terreni e, per via della leva, crollare il valore del loro patrimonio netto. Queste imprese devono quindi tagliare ulteriormente i loro investimenti in terreno. Si crea quindi un effetto moltiplicativo di amplificazione intertemporale: l'intensità dello shock è quindi più elevata e la durata più persistente di quanto non sarebbe avvenuto in un modello standard. La struttura del meccanismo di propagazione è presentata nella figura 5.1, che riprende il grafico proposto dagli autori. Vale la pena

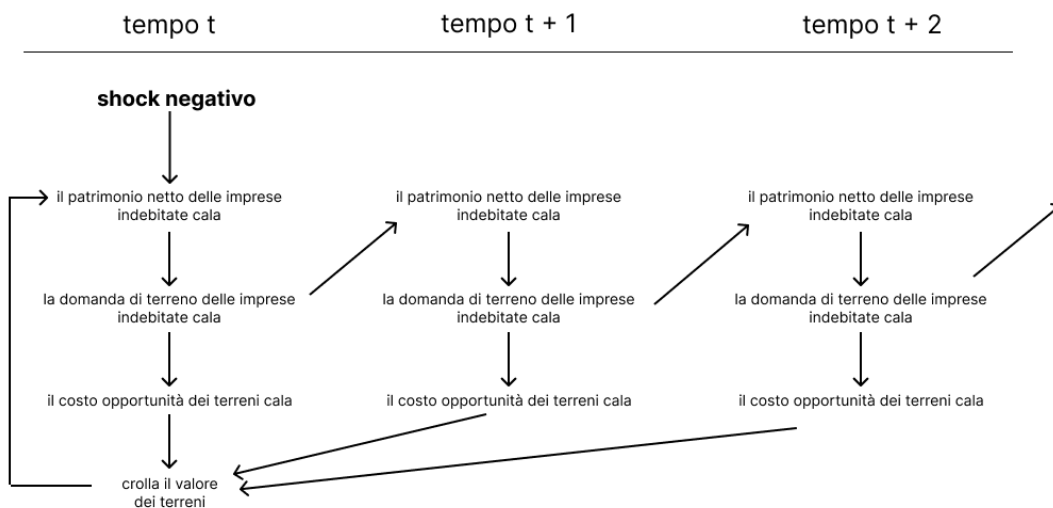


Figura 5.1: Il sistema di trasmissione e amplificazione degli shock nel modello di Kyiotaki e Moore  
Fonte: articolo originale

evidenziare come, introducendo la vischiosità dei prezzi all'interno di questo modello, uno shock produttivo positivo produca effetti controintuitivi. A seguito di un aumento della produttività, il costo marginale scende e così anche l'inflazione. La minore inflazione, tuttavia, aumenta il valore reale del debito obbligando le imprese indebitate a ridurre l'investimento. Il calare della domanda di capitale trascina verso il basso il valore attuale del capitale. Questo processo innesca ulteriori riduzioni di investimento e valore del capitale. L'effetto benefico dello shock tecnologico prevarrà solamente nel lungo periodo, mentre nel breve termine le variabili si comportano in maniera non convenzionale.

### Il modello di Bernake, Gertler e Gilchrist

Il modello viene sviluppato in un contesto DSGE con prezzi vischiosi, ed ha l'obiettivo di fare luce, da un punto di vista quali-quantitativo, sul ruolo che le frizioni del mercato del credito hanno nello spiegare le fluttuazioni economiche. Anche in questo caso gli autori vogliono mostrare come le frizioni del mercato del credito siano in grado di amplificare shock reali e nominali dell'economia, tramite un meccanismo definito acceleratore finanziario. Il ruolo chiave è rivestito

dal collegamento fra il "premio finanziario esterno", ovvero la differenza fra il costo del funding esterno e il costo opportunità dei fondi interni all'impresa, e il patrimonio netto dei possibili prestatori a prestito. In presenza di asimmetrie informative e frizioni, inserite nel modello sotto forma di costi di monitoraggio, il premio finanziario esterno è inversamente proporzionale al patrimonio netto del debitore. Questo perché quando i debitori contribuiscono ai progetti di investimento con una percentuale ridotta del patrimonio si acuisce il rischio di azzardo morale, implicando maggiori costi di agenzia. In equilibrio, i creditori dovranno essere ripagati per questi costi di agenzia da un maggior premio finanziario. Dal momento che il patrimonio dei debitori è prociclico, il premio finanziario esterno deve essere anticiclico, incrementando così la velocità delle variazioni in investimento, spesa e produzione. Il modello, in una sua versione semplificata, è composto da famiglie, intermediari finanziari e imprese. Le famiglie forniscono il loro lavoro alle imprese, utilizzano il loro reddito per consumare i beni prodotti dalle imprese e risparmiano quanto non consumato. I risparmi sono dati in gestione agli intermediari finanziari, i quali investono in progetti di investimento in capitale e pagano alle famiglie un tasso free risk sui risparmi. Gli agenti finanziari quindi cercano di soddisfare la domanda di capitale delle imprese attraverso contratti di prestito. Nel processo di prestito alle imprese, sorgono asimmetrie informative, per cui si rende necessario, da parte degli investitori, un costoso monitoraggio del debitore. Il monitoraggio sarà tanto più oneroso quanto maggiore la leva finanziaria delle imprese e dunque, a parità di patrimonio lordo, tanto minore il capitale proprio dell'impresa finanziata. Per via di questo costo di monitoraggio, si crea uno spread tra il tasso free-risk e il costo del debito, dove il divario sarà crescente rispetto alla leva finanziaria del debitore. Il settore delle imprese, infine, è composto da imprese intermedie e imprese finali, come nel classico framework DSGE. Le imprese produttive producono beni intermedi utilizzando capitale e lavoro, e prendono decisioni riguardo investimento e produzione. L'investimento è in parte auto-finanziato, in parte sovvenzionato attraverso il funding esterno. Nel secondo caso, le imprese utilizzano il capitale fornito dagli intermediari finanziari, pagando un tasso di debito che include il premio al rischio esterno, inversamente proporzionale al patrimonio netto dell'impresa. Si viene così a creare una relazione lineare fra la domanda aggregata di capitale e il patrimonio netto delle imprese. Nell'eventualità di uno shock tecnologico positivo, dunque,

le imprese vedranno aumentare i profitti e quindi il patrimonio netto. Se si astrae dal ruolo che la riduzione dei prezzi ha sul costo reale del debito, si può notare come l'aumento del patrimonio netto ridurrà la leva delle imprese, che potranno quindi prendere a prestito a tassi più vantaggiosi, oltre che utilizzare una maggiore quantità di risorse per l'autofinanziamento. La crescita dell'investimento aggregato produrrà ulteriore crescita economica, accelerando così l'effetto dell'iniziale shock benefico. Dall'altra parte, uno shock negativo avrebbe effetti opposti: le imprese vedrebbero ridursi il patrimonio netto ed aumentare il premio al rischio finanziario: si avrebbe quindi un calo degli investimenti e, di conseguenza, della produzione aggregata.

I modelli appena descritti sono stati successivamente ampliati, con l'inserimento delle classiche frizioni DSGE, nonché ulteriori fattori in grado di replicare l'economia reale con maggiore realismo. Si segnala a questo proposito l'importante modello di M. Iacoviello (2005), il quale ha introdotto il mercato delle abitazioni nel framework di Kiyotaki e Moore. A partire dagli anni della crisi, alcuni autori hanno inoltre iniziato ad includere il settore bancario all'interno dei propri modelli, compiendo un passo avanti per quanto riguarda l'utilità pratica dei modelli DSGE.

### **5.2.2 Modelli con agenti eterogenei**

Nel modello standard, la politica monetaria riesce ad influenzare il consumo privato prevalentemente inducendo la famiglia rappresentativa a riallocare il consumo in periodi differenti, operando attraverso modifiche del tasso di interesse. Tuttavia, vi sono molte evidenze empiriche che ridimensionano l'efficacia di questo meccanismo, in particolare per il fatto che molte famiglie incontrino razionamento del credito, o non abbiano accesso ai mercati finanziari. La letteratura in questo ambito è ancora poco sviluppata, sebbene ci siano interessanti esempi, tra cui McKay, Nakamura, e Steinsson (2016). Per analizzare l'introduzione di agenti non convenzionali, verrà qui presentato un esempio di modello con agenti eterogenei, nel quale il settore delle famiglie è composto da agenti Ricardiani e agenti Non Ricardiani. In particolare, all'interno della letteratura, gli agenti sono, nei modelli standard, agenti Ricardiani, ovvero agenti in grado di scegliere il proprio percorso ottimale di consumo intertemporale. Questa è l'idea alla base dell'ipotesi del ciclo di vita, per cui il consumo nel periodo  $t$  non dipende solo dal reddito del periodo, ma da quello che viene



chiamato reddito permanente. Gli agenti potranno, in questo caso, utilizzare i mercati finanziari per trasportare reddito attraverso i periodi, stabilizzando il consumo nelle diverse fasi della loro vita e massimizzando così l'utilità in ogni periodo. Questo principio soddisfa per l'appunto l'equivalenza Ricardiana. Mentre è vero che quasi tutti gli agenti possono risparmiare, trasportando il reddito attuale nel futuro, lo stesso non si può dire nel verso opposto, in quanto, come dimostra l'esperienza, molte famiglie incontrano vincoli di liquidità, come restrizioni all'accesso al mercato del debito. Questi agenti, nell'ottica del modello, non sono in grado di massimizzare la loro utilità intertemporale, e sono perciò detti agenti Non Ricardiani o anche *hand to mouth agents*, per la loro propensione a consumare tutto il reddito guadagnato nel periodo. L'inserimento degli agenti non Ricardiani non è un artificio, ma è supportato da molti studi empirici, sia macroeconomici che microeconomici, che mostrano come una consistente frazione della popolazione sia soggetta a vincoli di liquidità. Nella formulazione più comune, per rendere i calcoli più trattabili, gli agenti Non Ricardiani vengono inseriti all'interno dei modelli DSGE come agenti che non hanno alcun accesso ai mercati finanziari o dei capitali. Questi affrontano dunque un vincolo di bilancio del tipo:

$$P_{NR,t}C_{NR,t} = W_{NR,t}L_{NR,t}$$

che gli impone di consumare all'interno del periodo tutto ciò che è stato guadagnato. Se si assume una funzione di utilità standard del tipo

$$U_{NR,t} = \left( \frac{C_{NR,t}^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{L_{NR,t}^{1+\varphi}}{1+\varphi} \right)$$

si nota come il problema di ottimizzazione di questi agenti sia statico, in quanto non prende in considerazione il capitale e le obbligazioni, ovvero i periodi futuri. Nella figura 5.2 sono state tracciate le *IRF* ad uno shock della tecnologia in un modello DSGE standard con abitudini di consumo (per produrre la consueta forma "a gobba" del consumo) e agenti non Ricardiani. In particolare, si considerano quattro economie: un'economia composta quasi solamente da agenti Ricardiani, dunque il modello standard, due economie composte rispettivamente dal 50% e 10% di agenti Ricardiani, ed un'economia composta quasi integralmente da agenti non Ricardiani. Si mostra la risposta dell'economia in seguito allo shock positivo della tecnologia, con conseguente

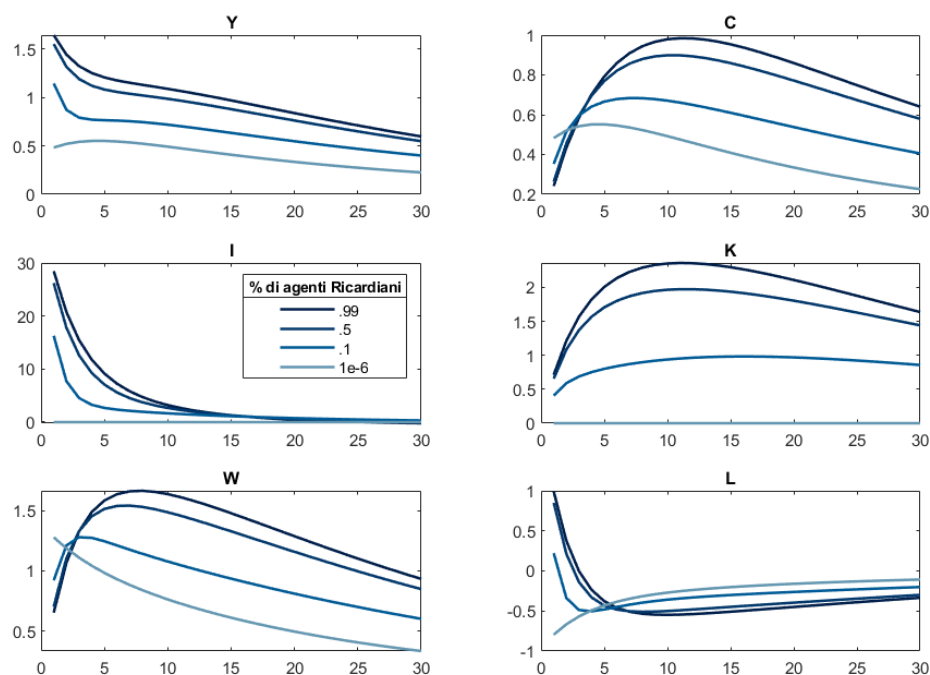


Figura 5.2: IRF per diverse percentuali di agenti Ricardiani

Fonte: prodotta dall'autore

aumento della produttività marginale di lavoro e capitale e, quindi, della domanda di fattori di produzione. Nel modello, la presenza degli agenti non Ricardiani ha un ruolo cruciale sull'offerta di lavoro. Grazie all'aumento del reddito dovuto allo shock produttivo, gli agenti, specialmente quelli non Ricardiani, aumentano il consumo nell'immediato. La rimanente porzione di reddito, che gli agenti Ricardiani utilizzerebbero per investire, viene invece devoluta dagli agenti non Ricardiani all'acquisto di un altro bene, il tempo libero. L'effetto reddito derivante da shock produttivi viene quindi enfatizzato dalla presenza di questa tipologia di famiglie, ed è evidente nell'andamento contrapposto nel grafico in basso a destra della figura 5.2. Si nota anche come l'impossibilità ad investire degli agenti *hand to mouth* provochi, nel lungo termine, una cristallizzazione del capitale e una peggiore performance dell'economia, con consumo e salari che calano drasticamente nello scenario di soli non Ricardiani rispetto agli altri scenari.

## 5.3 Modelli in uso nelle banche centrali

Da ormai più di dieci anni, e con impeto sempre maggiore, è stato introdotto l'utilizzo di modelli DSGE all'interno delle banche centrali. La peculiarità di questi modelli, oltre alla loro completezza e complessità, è l'attenzione posta sulle caratteristiche proprie delle economie territoriali che questi si propongono di riprodurre. Si presenteranno di seguito i tratti principali del modello sviluppato per l'economia italiana all'interno del MEF, nonché il principale modello in uso alla BCE.

### 5.3.1 IGEM II

IGEM, acronimo di Italian General Equilibrium Model, è stato sviluppato inizialmente nel 2013, e successivamente ampliato. Si tratta di un modello di economia aperta, con sei tipi di agenti economici: famiglie, imprese, sindacati, settore estero, autorità fiscali e di politica monetaria. La principale peculiarità del modello è l'eterogeneità degli agenti, specialmente famiglie ed imprese. Le famiglie, per meglio modellare il frammentato mercato del lavoro italiano, sono divise in tre segmenti: impiegati specializzati e non specializzati, i quali godono di forte protezione da parte dei sindacati, lavoratori atipici, con scarsa protezione, professionisti e lavoratori autonomi. Assumere e licenziare lavoratori qualificati come gli impiegati produce alti costi, da cui deriva come questi agenti abbiano maggior potere di mercato e salari più rigidi. Al contrario, i lavoratori atipici, che hanno scarsa protezione sindacale e basso potere di mercato, possono essere assunti e licenziati a basso costo. Questi, insieme ai lavoratori autonomi, presentano la componente più volatile e soggetta agli shock della forza lavoro. In linea con quanto precedentemente introdotto, il modello prevede la presenza di famiglie Ricardiane, ovvero con accesso ai mercati finanziari, e famiglie *hand to mouth*. In questo contesto, si assume che i lavoratori non Ricardiani siano impiegati non specializzati e lavoratori atipici che, coerentemente con lo svantaggio economico derivante dalla loro posizione lavorativa, non hanno la possibilità di fare ricorso ai mercati finanziari. I sindacati vengono esplicitamente introdotti con la funzione di contrattare i salari dei lavoratori subordinati. Nel modello viene inoltre introdotta in maniera esplicita la disoccupazione, una scelta atipica

ma importante per catturare la struttura dell'economia italiana. La frammentazione del settore delle famiglie, così come l'introduzione della disoccupazione, è importante perché permette, tra l'altro, di modellare le complesse e variegate strutture fiscali dell'economia italiana, in modo da consentire una efficace sperimentazione di nuove misure. La struttura delle imprese è anch'essa completa, nella misura in cui include imprese intermedie che producono per il mercato domestico, imprese che combinano prodotti nazionali al fine dell'esportazione, imprese intermedie che combinano prodotti importati, e imprese finali nazionali, che combinando prodotti intermedi domestici ed esteri per produrre il bene finale di consumo. Le imprese intermedie dunque devono affrontare la competizione delle imprese estere, tenendo in considerazione la loro presenza nel momento in cui ottimizzano i loro prezzi. Due peculiarità inserite nell'ultima versione del modello riguardano la modellazione delle imprese finali come operanti in un mercato non perfettamente competitivo, nonché l'introduzione di una tassa sulle imprese, che vuole riprodurre l'IRAP<sup>22</sup>. L'autorità di politica monetaria controlla il tasso di interesse, e risponde a variazioni dell'inflazione e dell'output gap utilizzando un'estensione della regola di Taylor. Il governo emette debito sotto forma di obbligazioni. La spesa pubblica, l'investimento pubblico e i trasferimenti alle famiglie sono finanziati attraverso l'emissione di debito e una serie di tasse distorsive e non su capitale, lavoro, consumo e redditi delle imprese. Il settore estero è modellato come endogeno: sono pertanto presi come dati domanda, prezzi e tassi di interesse esteri. Questo modello, grazie alla riproduzione fedele del mercato del lavoro italiano, è stato per esempio utilizzato con successo per simulare gli effetti del Jobs Act<sup>23</sup>.

### **5.3.2 New Area Wide Model**

All'interno della Banca Centrale Europea vengono utilizzati tre tipologie di modelli: i modelli strutturali, quelli semi-strutturali e quelli empirici. La prima categoria comprende il NAWM,

---

<sup>22</sup>Si indica l'Imposta Regionale sulle Attività Produttive, imposta che si applica al valore della produzione netta delle imprese, con aliquote che vanno dal 3.9% al 8.5%

<sup>23</sup>Riforma del diritto del lavoro, attuata da governo Renzi nel 2016

alcune sue varianti, il modello CMR<sup>24</sup> per l'analisi del settore finanziario e un modello HANK<sup>25</sup>. Il NAWM, che contiene la rappresentazione più completa dell'economia, viene utilizzato per effettuare previsioni e per confrontare diverse manovre di politica monetaria. Il modello è costruito attorno ad un nucleo, rappresentato dal modello di Smets e Wouters, ampliato con l'introduzione del settore estero. In particolare, le famiglie possono scambiare obbligazioni denominate in valuta domestica o estera. Il rendimento dei bond domestici dipende da un premio di intermediazione finanziaria, che genera uno spread fra il rendimento risk-free e quello effettivamente ottenuto dal risparmiatore. In maniera analoga, nella negoziazione dei bond nel mercato internazionale, le famiglie incorrono in un premio che dipende dal rapporto fra il valore aggregato netto di obbligazioni estere espresse in valuta domestica, detenute all'interno dell'economia nazionale, e il PIL domestico. Questo implica che, se l'economia domestica è debitore netto, le famiglie dovranno pagare un crescente premio di intermediazione sul debito internazionale. Le dinamiche del tasso di cambio sono regolate dalla parità scoperta dei tassi di interesse. Il settore delle imprese è modellato in maniera simile a IGEM: esistono imprese intermedie che producono per il mercato domestico, imprese che producono per il mercato estero, e imprese estere che producono beni intermedi per il mercato domestico. Tutte queste imprese operano in mercati imperfetti, e sono soggette a frizioni à la Calvo. Esiste infine un'impresa retail, che combina i beni intermedi provenienti dall'economia domestica e dall'economia estera, generando dinamiche di competizione tra imprese nazionali ed estere. I flussi commerciali sono quindi influenzati dalla domanda domestica ed estera, dai prezzi relativi e dal tasso di cambio, in un ambiente in cui modifiche del tasso di cambio non si riflettono necessariamente in proporzionali modifiche dei prezzi, e in cui le economie sono eterogenee in quanto a rischio economico. Il modello si chiude con un elaborato settore fiscale e con un'estensione della regola di Taylor. Una successiva modifica ha introdotto frizioni finanziarie ed un settore bancario, che finanzia attraverso depositi e riserve i propri investimenti nel settore privato e nel mercato delle obbligazioni. Questa ultima versione, denominata NAWM II, è anche in grado di svolgere analisi su politiche non convenzionali come la *forward guidance*. NAWM ha tre

---

<sup>24</sup>CMR è acronimo di Christiano, Motto e Rostagno, ovvero gli autori

<sup>25</sup>HANK è acronimo di Heterogenous Agents New Keynesian, ed è una famiglia di modelli con agenti eterogenei del tipo incontrato in questo capitolo

essenziali funzioni:

- Sebbene lo strumento principale per effettuare le previsioni siano i modelli semi-strutturali, NAWM viene utilizzato per fornire un'interpretazione strutturale delle previsioni, ovvero identificare il contributo fornito da ogni shock agli sviluppi presenti e futuri dell'economia.
- Analisi di scenario. Il modello è stato utilizzato, unitamente ad altri strumenti a disposizione della BCE, per analizzare differenti possibili evoluzioni della pandemia da Covid-19 e della recente guerra tra Russia e Ucraina.
- Analisi della politica monetaria, per cui NAWM è lo strumento principale. In particolare, il modello è utilizzato per l'introduzione e lo sviluppo delle manovre di politica monetaria, con particolare attenzione agli effetti quantitativi prodotti su vari aspetti dell'economia da politiche alternative. Grazie alle recenti innovazioni, il modello è stato anche utile per sondare i possibili effetti di politiche non convenzionali.

I modelli DSGE, oltre che un importante strumento teorico, hanno avuto un pervasivo impatto sui più importanti organismi sovranazionali, contribuendo ad ampliare la gamma di strumenti in mano ai *policymaker*, migliorando di fatto la qualità delle scelte intraprese. Nonostante il successo ottenuto, è parere comune che ci sia ancora spazio per miglioramenti ed estensioni che prendano in considerazione tematiche urgenti per la nostra comunità, quali la globalizzazione, l'innovazione digitale, il cambiamento climatico e i cambiamenti sociali e demografici.

## Elenco delle figure

2.1	Il modello RBC . . . . .	14
4.1	Serie storiche con trend . . . . .	44
4.2	Serie storiche senza trend . . . . .	45
4.3	IRF - shock della produttività . . . . .	46
4.4	IRF - shock della produttività - confronto ecoflex . . . . .	47
4.5	IRF - shock della produttività RBC . . . . .	48
4.6	IRF - shock di tasso . . . . .	49
4.7	IRF - shock di tasso - confronto ecoflex . . . . .	51
4.8	Scomposizione della varianza . . . . .	52
4.9	Decomposizione storica del PIL . . . . .	54
5.1	Il sistema di trasmissione e amplificazione degli shock nel modello di Kyiotaki e Moore . . . . .	65
5.2	IRF per diverse percentuali di agenti Ricardiani . . . . .	69

# Bibliografia

- Abel, A. B. (1990). «Asset prices under habit formation and catching up with the Joneses». In: *NBER Working Papers* 3279.
- Annicchiarico, Barbara et al. (2013). «IGEM: a Dynamic General Equilibrium Model for Italy». In: *Working Papers, Department of the Treasury, Ministry of the Economy and of Finance* 4.
- Annicchiarico, Barbara, Fabio Di Dio e Francesco Felici (2016). «IGEM II: a New Variant of the Italian General Equilibrium Model». In: *Working Papers, Department of the Treasury, Ministry of the Economy and of Finance* 4.
- Ascari, Guido, Efrem Castelnuovo e Lorenza Rossi (2010). «Calvo vs. Rotemberg in a Trend Inflation World: An Empirical Investigation». In: *"Marco Fanno" Working Papers* 116.
- Bernanke, Ben S., Mark Gertler e Simon Gilchrist (1999). «The financial accelerator in a quantitative business cycle framework». In: *J. B. Taylor and M. Woodford (ed.), Handbook of Macroeconomics*, pp. 1341–1393.
- Blanchard, Olivier J. (2008). «The State of Macro». In: *NBER Working Papers* 14259.
- Brzoza-Brzezina, Michał, Marcin Kolasa e Krzysztof Makarski (2011). «The anatomy of standard DSGE models with financial frictions». In: *NBP Working Papers* 80.
- Chari, V. V., Patrick J. Kehoe e Ellen R. McGrattan (2008). «New Keynesian models: not yet useful for policy analysis». In: *Working Papers, Federal Reserve Bank of Minneapolis*. 664.
- Christiano, Lawrence J., Martin Eichenbaum e Charles Evans (2001). «Nominal Rigidities and the Dynamic Effects of a Shock to Monetary Policy». In: *Journal of Political Economy, University of Chicago Press* 113.1, pp. 1–45.
- Christiano, Lawrence J., Martin S. Eichenbaum e Mathias Trabandt (2018). «On DSGE Models». In: *Journal of Economic Perspectives* 24811.
- Ciccarelli, Matteo et al. (2024). «ECB macroeconomic models for forecasting and policy analysis». In: *Occasional Paper Series* 344.



- Galí, Jordi (2008). *Monetary Policy, Inflation, and the Business Cycle: An Introduction to the New Keynesian Framework*. Princeton University Press.
- Galí, Jordi (2016). «Some scattered thoughts on DSGE models». Non pubblicato.
- Galí, Jordi e Mark Gertler (2007). «Macroeconomic modeling for monetary policy evaluation». In: *Economics Working Papers, Department of Economics and Business, Universitat Pompeu Fabra* 1039.
- Goette, Lorenz, Uwe Sunde e Thomas K. Bauer (2007). «Wage rigidity: Measurement, causes and consequences». In: *Munich Reprints in Economics* 20448.
- Goodfriend, Marvin e Robert G. King (1997). «The New Neoclassical Synthesis and the Role of Monetary Policy». In: *NBER Macroeconomics Annual* 1997 12, pp. 231–296.
- Griffoli, Tommaso Mancini (2008). «An introduction to the solution and estimation of DSGE models». Non pubblicato. URL: [https://archives.dynare.org/documentation-and-support/user-guide/Dynare-UserGuide-WebBeta.pdf/at\\_download/file](https://archives.dynare.org/documentation-and-support/user-guide/Dynare-UserGuide-WebBeta.pdf/at_download/file).
- Harding, Martín, Jesper Lindé e Mathias Traband (2023). «Understanding post-COVID inflation dynamics». In: *Journal of Monetary Economics* 140.S, pp. 101–118.
- Iacoviello, Matteo (2005). «House Prices, Borrowing Constraints, and Monetary Policy in the Business Cycle». In: *American Economic Association* 542.
- Jones, Callum e Mariano Kulish (2014). «A practical introduction to DSGE modeling with Dynare». Non pubblicato.
- Junior, Celso Jose Costa (2016). *Understanding DSGE models*. Vernon Press Titles in Economics, Vernon Art e Science Inc.
- Kiyotaki, Nobuhiro e John Moore (1997). «Credit Cycles». In: *Journal of Political Economy* 105.2, pp. 211–248.
- Lucas Robert E, Jr (1976). «Econometric Policy Evaluation: A Critique». In: *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy, Elsevier* 1.1, pp. 19–46.
- (1980). «Methods and Problems in Business Cycle Theory». In: *Journal of Money, Credit and Banking* 12.4, pp. 696–715.

- Meeusen, Wim (2011). «Whither the Microeconomic Foundations of Macroeconomic Theory?» In: *Brussels Economic Review* 54.1, pp. 51–80.
- P.Herbst, E. e F.Schorfheide (2015). *Bayesian estimation of DSGE models*. Princeton University Press.
- Pfeifer, Johannes (2021). «A Guide to Specifying Observation Equations for the Estimation of DSGE Models». Non pubblicato. URL: <https://drive.google.com/file/d/1r890U50E3CBa6t0lj6l3hNVWEaRH5Anv/view>.
- Prescott, Edward C. (1986). «Theory ahead of business cycle measurement». In: *Staff Report 102, Federal Reserve Bank of Minneapolis*.
- Roberts, John M (1995). «New Keynesian Economics and the Phillips Curve». In: *Journal of Money, Credit and Banking* 27.4, pp. 975–984.
- Romer, Paul (2016). «The Trouble With Macroeconomics». Non pubblicato.
- Schmitt-Grohe, Stephanie e Martin Uribe (2008). «Policy implications of the New Keynesian Phillips curve». In: *Federal Reserve Bank of Richmond* 94, pp. 435–465.
- Sims, Eric (2021). *Intermediate Macroeconomics*.
- Smets, Frank, Kai Christoffel et al. (2010). «DSGE models and their use at the ECB». In: *Journal of the Spanish Economic Association* 1.1, pp. 51–65.
- Smets, Frank e Rafael Wouters (2003). «An estimated dynamic stochastic general equilibrium model of the euro area». In: *Journal of the European Economic Association* 1.5, pp. 1123–1175.
- (2005). «Bayesian New Neoclassical Synthesis (NNS) Models: Modern Tools for Central Banks». In: *Journal of the European Economic Association* 3.2-3, pp. 422–433.
- Taylor, John B. (2007). «Thirty-Five Years of Model Building for Monetary Policy Evaluation: Breakthroughs, Dark Ages, and a Renaissance». In: *Journal of Money, Credit and Banking* 39.1, pp. 193–201.
- Vestin, David e Giovanni Lombardo (2007). «Welfare implications of Calvo vs. Rotemberg pricing assumptions». In: *Working Paper Series, European Central Bank* 770.

- Warne, Anders, Günter Coenen e Kai Christoffel (2008). «The new area-wide model of the euro area: a micro-founded open-economy model for forecasting and policy analysis». In: *Working Paper Series, ECB* 944.
- Woodford, Michael (1999). «Revolution and Evolution in Twentieth Century Macroeconomics». Non pubblicato.
- (2001). «The Taylor Rule and Optimal Monetary Policy». In: *American Economic Review, American Economic Association* 91.2, pp. 232–237.
- (2009). «Convergence in Macroeconomics: Elements of the New Synthesis». In: *American Economic Journal: Macroeconomics* 1.1, pp. 267–279.
- Wren-Lewis, S. (2008). «Are There Dangers in the Microfoundations Consensus?». Non pubblicato.

# A. Appendice

## A.1 Equazioni del modello

$$\begin{aligned}
psi &= \frac{1}{\psi^{-1}} \\
c^{fp}_t &= \frac{1}{1+h} \left( c^{fp}_{t+1} + h c^{fp}_{t-1} \right) - \frac{1-h}{(1+h) \sigma_c} \left( r^{fp}_t - \varepsilon^b_t \right) \\
0 &= \alpha r k^{fp}_t + (1-\alpha) w^{fp}_t - \varepsilon^a_t \\
\pi^{fp}_t &= 0 \\
i^{fp}_t &= \frac{1}{1+\beta} \left( i^{fp}_{t-1} + \beta i^{fp}_{t+1} + \frac{1}{\psi} q^{fp}_t \right) + \varepsilon^i_t \\
q^{fp}_t &= \eta^q_t + \beta (1-\tau) q^{fp}_{t+1} + \beta \left( \frac{1}{\beta} - 1 + \tau \right) r k^{fp}_{t+1} - r^{fp}_t \\
k^{fp}_t &= (1-\tau) k^{fp}_{t-1} + i^{fp}_{t-1} \tau \\
y^{fp}_t &= c^{fp}_t \theta_c + i^{fp}_t \theta_i + \varepsilon^g_t \\
y^{fp}_t &= \phi_y \left( \varepsilon^a_t + (1-\alpha) l^{fp}_t + \alpha k^{fp}_t + r k^{fp}_t \frac{1}{\psi^{-1}} \alpha \right) \\
w^{fp}_t &= \frac{\sigma_c}{1-h} \left( c^{fp}_t - h c^{fp}_{t-1} \right) + l^{fp}_t \sigma_l - \varepsilon^l_t \\
l^{fp}_t &= k^{fp}_t + r k^{fp}_t \left( 1 + \frac{1}{\psi^{-1}} \right) - w^{fp}_t \\
e^{fp}_t &= e^{fp}_{t-1} - e^{fp}_t + \beta e^{fp}_{t+1} + \frac{(l^{fp}_t - e^{fp}_t) (1-\xi_e) (1-\beta \xi_e)}{\xi_e} \\
c_t &= \frac{h}{1+h} c_{t-1} + \frac{1}{1+h} c_{t+1} - \frac{1-h}{(1+h) \sigma_c} \left( r_t - \pi_{t+1} - \varepsilon^b_t \right) \\
i_t &= \varepsilon^i_t + \frac{1}{1+\beta} \left( i_{t-1} + \beta i_{t+1} + \frac{1}{\psi} q_t \right) \\
q_t &= \eta^q_t + \beta \left( \frac{1}{\beta} - 1 + \tau \right) r^k_{t+1} - (r_t - \pi_{t+1}) + \beta (1-\tau) q_{t+1} \\
k_t &= (1-\tau) k_{t-1} + \tau i_{t-1}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
y_t &= \varepsilon_t^g + \theta_c c_t + \theta_i i_t \\
y_t &= \phi_y \left( \varepsilon_t^a + (1 - \alpha) l_t + \alpha k_t + r_t^k \frac{1}{\psi^{-1}} \alpha \right) \\
\pi_t &= \frac{1}{1 + \beta \gamma_p} \left( \beta \pi_{t+1} + \gamma_p \pi_{t-1} + \frac{(1 - \xi_p)(1 - \beta \xi_p)}{\xi_p} \left( \alpha r_t^k + (1 - \alpha) w_t - \varepsilon_t^a \right) \right) + \eta_t^p \\
w_t &= \frac{1}{1 + \beta} (\beta w_{t+1} + w_{t-1}) + \pi_{t+1} \frac{\beta}{1 + \beta} - \pi_t \frac{1 + \beta \gamma_w}{1 + \beta} + \pi_{t-1} \frac{\gamma_w}{1 + \beta} \\
&\quad - \frac{1}{1 + \beta} \frac{(1 - \beta \xi_w)(1 - \xi_w)}{\xi_w \left( 1 + \frac{\sigma_l(1 + \lambda_w)}{\lambda_w} \right)} \left( \varepsilon_t^l + w_t - \sigma_l l_t - \frac{\sigma_c}{1 - h} (c_t - h c_{t-1}) \right) + \eta_t^w \\
l_t &= k_t + r_t^k \left( 1 + \frac{1}{\psi^{-1}} \right) - w_t \\
r_t &= r_{\Delta\pi} (\pi_t - \pi_{t-1}) + (1 - \rho) \left( \bar{\pi}_t + r_\pi (\pi_{t-1} - \bar{\pi}_t) + r_y (y_t - y^{fp}_t) \right) \\
&\quad + r_{\Delta y} \left( y_t - y^{fp}_t - (y_{t-1} - y^{fp}_{t-1}) \right) + \rho r_{t-1} + \eta_t^r \\
e_t &= e_{t-1} - e_t + \beta e_{t+1} + \frac{(1 - \beta \xi_e)(1 - \xi_e)(l_t - e_t)}{\xi_e} \\
\varepsilon_t^a &= \rho_a \varepsilon_{t-1}^a + \eta_t^a \\
\bar{\pi}_t &= \rho_{\bar{\pi}} \bar{\pi}_{t-1} + \eta_{\bar{\pi}_t} \\
\varepsilon_t^b &= \rho_b \varepsilon_{t-1}^b + \eta_t^b \\
\varepsilon_t^g &= \rho_g \varepsilon_{t-1}^g + \eta_t^g \\
\varepsilon_t^l &= \rho_l \varepsilon_{t-1}^l + \eta_t^l \\
\varepsilon_t^i &= \rho_i \varepsilon_{t-1}^i + \eta_t^i
\end{aligned}$$

## A.2 Codice Dynare

var			
C	$\{c\}$		(long_name='consumo')
I	$\{i\}$		(long_name='investimento')
Q	$\{q\}$		(long_name='Q di Tobin')
K	$\{k\}$		(long_name='capitale')
PI	$\{\pi\}$		(long_name='inflazione')
W	$\{w\}$		(long_name='salario')

```

L          ${l}$          (long_name='offerta di lavoro')
Y          ${y}$          (long_name='prodotto')
R          ${r}$          (long_name='tasso di rendimento dei bond')
R_K        ${r^k}$        (long_name='tasso di rendimento del capitale')
E          ${e}$          (long_name='occupazione')
CF          ${c^{fp}}$    (long_name='consumo prezzi flessibili')
IF          ${i^{fp}}$    (long_name='investimento prezzi flessibili')
QF          ${q^{fp}}$    (long_name='Q di Tobin prezzi flessibili')
KF          ${k^{fp}}$    (long_name='capitale prezzi flessibili')
PIF         ${\pi^{fp}}$  (long_name='inflazione prezzi flessibili')
WF          ${w^{fp}}$    (long_name='salario prezzi flessibili')
LF          ${l^{fp}}$    (long_name='offerta di lavoro prezzi flessibili')
YF          ${y^{fp}}$    (long_name='produzione prezzi flessibili')
RF          ${r^{fp}}$    (long_name='tasso di rendimento dei bond prezzi flessibili')
    ')

R_KF        ${rk^{fp}}$    (long_name='tasso di rendimento capitale prezzi flessibili')
EF          ${e^{fp}}$    (long_name='occupazione prezzi flessibili')
EPS_A       ${\epsilon^a}$  (long_name='shock della tecnologia')
PI_BAR      ${\bar{\pi}}$    (long_name='shock al target inflazionistico')
EPS_B       ${\epsilon^b}$  (long_name='shock al tasso di sconto soggettivo')
EPS_G       ${\epsilon^g}$  (long_name='shock alla spesa del governo')
EPS_L       ${\epsilon^l}$  (long_name='shock all offerta di lavoro')
EPS_I       ${\epsilon^i}$  (long_name='shock al costo di investimento')
% P         ${p}$          (long_name='prezzi')
;

varexo
ETA_A       ${\eta^a}$
ETA_B       ${\eta^b}$
ETA_G       ${\eta^g}$
ETA_L       ${\eta^l}$
ETA_I       ${\eta^i}$
ETA_R       ${\eta^r}$
ETA_PI_BAR  ${\eta_{\bar{\pi}}}$
ETA_Q       ${\eta^q}$    (long_name='shock sul premio finanziario')
ETA_P       ${\eta^p}$    (long_name='cost-push sul markup delle imprese')
ETA_W       ${\eta^w}$    (long_name='cost-push sul salario')
;

parameters
% parametri fissi
cbeta       ${\beta}$    (long_name='tasso di sconto soggettivo')
ctau        ${\tau}$    (long_name='tasso di deprezzamento capitale')
calpha      ${\alpha}$    (long_name='elasticit  parziale del prodotto rispetto al capitale')
    ')
clambda_w   ${\lambda_w}$  (long_name='mark-up salari')
cis         ${\theta_i}$  (long_name='quota di investimento')
ccs         ${\theta_c}$  (long_name='quota di consumo')

% parametri calibrati / stimati
sig_c       ${\sigma_c}$  (long_name='coefficiente di avversione al rischio')
h           ${h}$        (long_name='abitudine di consumo')
sig_l       ${\sigma_l}$  (long_name='inv. elasticit  del lavoro rispetto al salario')
phi_y       ${\phi_y}$    (long_name='1 + costi fissi di produzione')
xi_e        ${\xi_e}$    (long_name='calvo occupazione')
xi_w        ${\xi_w}$    (long_name='calvo salari')
xi_p        ${\xi_p}$    (long_name='calvo prezzi')
gamma_w     ${\gamma_w}$  (long_name='grado di indicizzazione salari')

```

```

gamma_p       $\{\gamma_p\}$       (long_name='grado di indicizzazione prezzi')
r_pi          $\{r_{\pi}\}$          (long_name='coefficiente inflazione')
r_dpi         $\{r_{\Delta \pi}\}$       (long_name='coefficiente crescita inflazione')
rho           $\{\rho\}$             (long_name='persistenza tasso di interesse t-1')
r_y           $\{r_y\}$             (long_name='coefficiente output gap')
r_dy          $\{r_{\Delta y}\}$       (long_name='coefficiente crescita output gap')
phi_i         $\{\psi\}$             (long_name='inv. elasticit costo variazione investimento')
zcap          $\{\psi^{-1}\}$         (long_name='elesticit della funzione di costo di utilizzo del
    capitale')
rho_a         $\{\rho_a\}$           (long_name='persitenza shock produttivo')
rho_pb        $\{\rho_{\bar{\pi}}\}$       (long_name='persitenza shock obiettivo inflazione')
rho_b         $\{\rho_b\}$           (long_name='persitenza shock preFPerenze')
rho_g         $\{\rho_g\}$           (long_name='persitenza shock governo')
rho_l         $\{\rho_l\}$           (long_name='persitenza shock lavoro')
rho_i         $\{\rho_i\}$           (long_name='persitenza shock investimento')
;

% parametri fissi
cbeta        = .99;
ctau         = .025;
calpha       = .30;
clambda_w    = .5;
ccs          = .6;
cis          = .22;

% parametri calibrati
sig_c        = 1.353;
h            = .573;
sig_l        = 2.400;
phi_y        = 1.408;
xi_e         = .599;
xi_w         = .737;
xi_p         = .908;
gamma_w      = .763;
gamma_p      = .469;
phi_i        = 6.771;
r_pi         = 1.684;
r_dpi        = .14;
rho          = .961;
r_y          = .099;
r_dy         = .159;
zcap         = .169;
rho_a        = .823;
rho_pb       = .924;
rho_b        = .855;
rho_g        = .949;
rho_l        = .889;
rho_i        = .927;

model(linear);

% definizione di psi in funzione del parametro osservato zcap
#psi = 1/zcap ;

% P = P(-1)+PI ;

% modello a prezzi flessibili

```

```

CF = ( 1/(1+h) )*( CF(1)+h*CF(-1) )-( (1-h)/( (1+h)*sig_c ) )*( RF-PIF(1)-EPS_B ) ;
0 = calpha*R_KF+(1-calpha)*WF-EPS_A ;
PIF = 0;
IF = ( 1/(1+cbeta) )*( ( IF(-1)+cbeta*IF(1) )+(1/phi_i)*QF )+EPS_I ;
QF = -( RF-PIF(1) )+( cbeta*(1/cbeta-1+ctau) )*R_KF(1)+cbeta*(1-ctau)*QF(1)+ETA_Q ;
KF = (1-ctau)*KF(-1)+ctau*IF(-1) ;
YF = (ccs*CF+cis*IF)+EPS_G ;
YF = phi_y*( calpha*KF+calpha*psi*R_KF+(1-calpha)*LF+EPS_A ) ;
WF = ( sig_c/(1-h) )*( CF-h*CF(-1) )+sig_l*LF-EPS_L ;
LF = R_KF*(1+psi)-WF+KF ;
EF = EF(-1)-EF+cbeta*EF(+1)+( LF-EF )*( 1-xi_e )*( 1-xi_e*cbeta )/xi_e ;

% modello di Smets e Wouters
[name='Eq. 28, Consumo']
C = ( h/(1+h) )*C(-1)+( 1/(1+h) )*C(1)-( (1-h)/( (1+h)*sig_c ) )*( R-PI(1)-EPS_B ) ;
[name='Eq. 29, Investimento']
I = ( 1/(1+cbeta) )*( ( I(-1)+cbeta*I(1) )+(1/phi_i)*Q )+EPS_I ;
[name='Eq. 30, Q di Tobin']
Q = -( R-PI(1) )+( cbeta*( 1/cbeta-1+ctau ) )*R_K(1)+cbeta*(1-ctau)*Q(1)+ETA_Q ;
[name='Eq. 31, Accumulazione di capitale']
K = (1-ctau)*K(-1)+ctau*I(-1) ;
[name='Eq. 35.a, Equilibrio nel mercato dei beni']
Y = (ccs*C+cis*I)+EPS_G ;
[name='Eq. 35.b, Equilibrio nel mercato dei beni']
Y = phi_y*( calpha*K+calpha*psi*R_K+(1-calpha)*L+EPS_A ) ;
[name='Eq. 32, curva di phillips backward e forward looking']
PI = ( 1/( 1+cbeta*gamma_p ) )*(
    cbeta*PI(1)+gamma_p*PI(-1)+( (1-xi_p)*( 1-cbeta*xi_p )/xi_p )*(
        calpha*R_K+(1-calpha)*W-EPS_A )+ETA_P ;
[name='Eq. 33, Salari']
W = ( 1/(1+cbeta) )*( cbeta*W(+1)+W(-1) )
    +( cbeta/(1+cbeta) )*(PI(+1)
    -( (1+cbeta*gamma_w)/(1+cbeta) )*(PI
    +( gamma_w/(1+cbeta) )*(PI(-1)
    -( 1/(1+cbeta) )*( ( (1-cbeta*xi_w)*(1-xi_w) )/( ( 1+( (1+clambda_w)*sig_l )/clambda_w ) ) *xi_w )*( W-sig_l*L
        -( sig_c/(1-h) )*(C-h*C(-1))+EPS_L )
    +ETA_W ;
[name='Eq. 34, Domanda di lavoro']
L = R_K*(1+psi)-W+K ;
[name='Eq. 36, regola di Taylor']
R = r_dpi*( PI-PI(-1) )
    +(1-rho)*( PI_BAR+r_pi*( PI(-1)-PI_BAR )+r_y*( Y-YF ) )
    +r_dy*( Y-YF-( Y(-1)-YF(-1) ) )
    +rho*R(-1)
    +ETA_R;
[name='Eq. 37, occupazione']
E = E(-1)-E+cbeta*E(+1)+( L-E )*( 1-xi_e )*( 1-xi_e*cbeta )/xi_e ;

% shock
EPS_A = (rho_a)*EPS_A(-1) + ETA_A;
PI_BAR = rho_pb*PI_BAR(-1) + ETA_PI_BAR ;
EPS_B = rho_b*EPS_B(-1) + ETA_B ;
EPS_G = rho_g*EPS_G(-1) + ETA_G ;
EPS_L = rho_l*EPS_L(-1) + ETA_L ;
EPS_I = rho_i*EPS_I(-1) + ETA_I ;

end;

```



```

shocks;

    var ETA_A;                stderr 0.598;
    var ETA_B;                stderr 0.336;
    var ETA_G;                stderr 0.325;
    var ETA_I;                stderr 0.085;
    var ETA_L;                stderr 3.520;
    var ETA_P;                stderr 0.160;
    var ETA_W;                stderr 0.289;
    var ETA_R;                stderr 0.081;
    var ETA_Q;                stderr 0.604;
    var ETA_PI_BAR;          stderr 0.017;

end;

estimated_params;
%   PARAMETRO                DISTRIBUZIONE,  MEDIA,  DEV.STD
    stderr ETA_A,            INV_GAMMA_PDF,  0.4,    2;
    stderr ETA_PI_BAR,      INV_GAMMA_PDF,  0.02,   2;
    stderr ETA_B,           INV_GAMMA_PDF,  0.2,    2;
    stderr ETA_G,           INV_GAMMA_PDF,  0.3,    2;
    stderr ETA_L,           INV_GAMMA_PDF,  1,        2;
    stderr ETA_I,           INV_GAMMA_PDF,  0.1,    2;
    stderr ETA_R,           INV_GAMMA_PDF,  0.1,    2;
    stderr ETA_Q,           INV_GAMMA_PDF,  0.4,    2;
    stderr ETA_P,           INV_GAMMA_PDF,  0.15,   2;
    stderr ETA_W,           INV_GAMMA_PDF,  0.25,   2;
    sig_c,                  NORMAL_PDF,      1,        0.375;
    h,                      BETA_PDF,        0.7,    0.1;
    sig_l,                  NORMAL_PDF,      2,        0.75;
    phi_y,                  NORMAL_PDF,      1.45,   0.125;
    xi_e,                   BETA_PDF,        0.5,    0.15;
    xi_w,                   BETA_PDF,        0.75,   0.05;
    xi_p,                   BETA_PDF,        0.75,   0.05;
    gamma_w,                BETA_PDF,        0.75,   0.15;
    gamma_p,                BETA_PDF,        0.75,   0.15;
    r_pi,                   NORMAL_PDF,      1.7,    0.1;
    r_dpi,                  NORMAL_PDF,      0.3,    0.1;
    rho,                    BETA_PDF,        0.8,    0.10;
    r_y,                    NORMAL_PDF,      0.125,  0.05;
    r_dy,                   NORMAL_PDF,      0.0625, 0.05;
    phi_i,                  NORMAL_PDF,      4,        1.5;
    zcap,                   NORMAL_PDF,      0.2,    0.075;
    rho_a,                  BETA_PDF,        0.85,   0.1;
    rho_pb,                 BETA_PDF,        0.85,   0.1;
    rho_b,                  BETA_PDF,        0.85,   0.1;
    rho_g,                  BETA_PDF,        0.85,   0.1;
    rho_l,                  BETA_PDF,        0.85,   0.1;
    rho_i,                  BETA_PDF,        0.85,   0.1;

end;

varobs Y C I E PI W R;
estimation(datafile='data_1995Q2_2019Q4.csv');

shock_decomposition(parameter_set = posterior_mode) Y PI ;

stoch_simul(irf=20, conditional_variance_decomposition=[1 4 10 100],noprint) Y C I W L E R_K PI R;

%-----

```

```

%-----      FINE DEL MODELLO - INIZIO GRAFICI      -----
%-----
%      CONFRONTO TRA RISULTATI CON E SENZA PREZZI FLESSIBILI
%-----

oo_==oo_;
stoch_simul(irf=20,nograph,noprint) Y C I W L E R_K PI R YF CF IF WF LF EF R_KF PIF RF;
oo_baseline=oo_;

% salari flessibili
set_param_value('xi_w',0.000000001)
set_param_value('xi_p',.9482) //valore stimato
stoch_simul(irf=20,nograph,noprint) Y C I W L E R_K PI R;
oo_flexible_wages=oo_;

% prezzi flessibili
set_param_value('xi_w',.6527) //valore stimato
set_param_value('xi_p',0.000000001)
stoch_simul(irf=20,nograph,noprint) Y C I W L E R_K PI R;
oo_flexible_prices=oo_;

% prezzi e salari flessibili
set_param_value('xi_w',0.01)
set_param_value('xi_p',0.000000001)
stoch_simul(irf=20,nograph,noprint) Y YF C CF L LF I IF PI PIF R RF R_K R_KF W WF Q QF E EF;
oo_flexible_economy=oo_;

% grafico delle IRF rispetto a ETA_R *****
figure('Name','IRF a uno shock di tasso')
subplot(3,3,1)
plot(1:options_.irf,oo_baseline.irfs.Y_ETA_R,'-o',1:options_.irf,oo_flexible_prices.irfs.Y_ETA_R,'-s',1:options_.irf,
    oo_flexible_wages.irfs.Y_ETA_R,'-x')
title('Y')
subplot(3,3,2)
plot(1:options_.irf,oo_baseline.irfs.C_ETA_R,'-o',1:options_.irf,oo_flexible_prices.irfs.C_ETA_R,'-s',1:options_.irf,
    oo_flexible_wages.irfs.C_ETA_R,'-x')
title('C')
subplot(3,3,3)
plot(1:options_.irf,oo_baseline.irfs.I_ETA_R,'-o',1:options_.irf,oo_flexible_prices.irfs.I_ETA_R,'-s',1:options_.irf,
    oo_flexible_wages.irfs.I_ETA_R,'-x')
title('I')
subplot(3,3,4)
plot(1:options_.irf,oo_baseline.irfs.W_ETA_R,'-o',1:options_.irf,oo_flexible_prices.irfs.W_ETA_R,'-s',1:options_.irf,
    oo_flexible_wages.irfs.W_ETA_R,'-x')
title('W')
subplot(3,3,5)
plot(1:options_.irf,oo_baseline.irfs.L_ETA_R,'-o',1:options_.irf,oo_flexible_prices.irfs.L_ETA_R,'-s',1:options_.irf,
    oo_flexible_wages.irfs.L_ETA_R,'-x')
title('L')
subplot(3,3,6)
plot(1:options_.irf,oo_baseline.irfs.E_ETA_R,'-o',1:options_.irf,oo_flexible_prices.irfs.E_ETA_R,'-s',1:options_.irf,
    oo_flexible_wages.irfs.E_ETA_R,'-x')
title('E')
subplot(3,3,7)
plot(1:options_.irf,oo_baseline.irfs.R_K_ETA_R,'-o',1:options_.irf,oo_flexible_prices.irfs.R_K_ETA_R,'-s',1:options_.irf,
    oo_flexible_wages.irfs.R_K_ETA_R,'-x')
title('R_K')
subplot(3,3,8)

```

```

plot(1:options_.irf,oo_baseline.irfs.PI_ETA_R,'-o',1:options_.irf,oo_flexible_prices.irfs.PI_ETA_R,'-s',1:options_.irf,
    oo_flexible_wages.irfs.PI_ETA_R,'-x')
title('PI')
subplot(3,3,9)
plot(1:options_.irf,oo_baseline.irfs.R_ETA_R,'-o',1:options_.irf,oo_flexible_prices.irfs.R_ETA_R,'-s',1:options_.irf,
    oo_flexible_wages.irfs.R_ETA_R,'-x')
title('R')
ll=legend('modello','prezzi flex','salari flex');
set(ll,'Location','NorthEast');

% % risposta dei prezzi a ETA_R *****
% figure('Name','Prezzi, modello base e modello con prezzi e salari flessibili')
% plot(1:options_.irf,oo_baseline.irfs.P_ETA_R,'-o',1:options_.irf,oo_flexible_economy.irfs.P_ETA_R,'-s')
% ll=legend('modello','modello flex');
% set(ll,'Location','NorthEast');

% grafico delle IRF rispetto a ETA_A *****
figure('Name','IRF a uno shock tecnologico')
subplot(3,3,1)
plot(1:options_.irf,oo_baseline.irfs.Y_ETA_A,'-o',1:options_.irf,oo_baseline.irfs.YF_ETA_A,'-s')
title('Y')
subplot(3,3,2)
plot(1:options_.irf,oo_baseline.irfs.C_ETA_A,'-o',1:options_.irf,oo_baseline.irfs.CF_ETA_A,'-s')
title('C')
subplot(3,3,3)
plot(1:options_.irf,oo_baseline.irfs.I_ETA_A,'-o',1:options_.irf,oo_baseline.irfs.IF_ETA_A,'-s')
title('I')
subplot(3,3,4)
plot(1:options_.irf,oo_baseline.irfs.W_ETA_A,'-o',1:options_.irf,oo_baseline.irfs.WF_ETA_A,'-s')
title('W')
subplot(3,3,5)
plot(1:options_.irf,oo_baseline.irfs.L_ETA_A,'-o',1:options_.irf,oo_baseline.irfs.LF_ETA_A,'-s')
title('L')
subplot(3,3,6)
plot(1:options_.irf,oo_baseline.irfs.E_ETA_A,'-o',1:options_.irf,oo_baseline.irfs.EF_ETA_A,'-s')
title('E')
subplot(3,3,7)
plot(1:options_.irf,oo_baseline.irfs.R_K_ETA_A,'-o',1:options_.irf,oo_baseline.irfs.R_KF_ETA_A,'-s')
title('R_K')
subplot(3,3,8)
plot(1:options_.irf,oo_baseline.irfs.PI_ETA_A,'-o',1:options_.irf,oo_baseline.irfs.PIF_ETA_A,'-s')
title('PI')
subplot(3,3,9)
plot(1:options_.irf,oo_baseline.irfs.R_ETA_A,'-o',1:options_.irf,oo_baseline.irfs.RF_ETA_A,'-s')
title('R')
ll=legend('modello','modello flex');
set(ll,'Location','SouthEast');

% -----
%          SCOMPOSIZIONE DELLA VARIANZA Y C INV
% -----

serie_ycinv = oo_.___.conditional_variance_decomposition(1:3,.,.);
aggregated_data = zeros(size(serie_ycinv, 1), size(serie_ycinv, 2), 8);
aggregated_data(:,1:5) = serie_ycinv(:,1:5); % Tecnologia e preferenze
aggregated_data(:,6) = sum(serie_ycinv(:,6:7), 3); % Politica monetaria
aggregated_data(:,7) = sum(serie_ycinv(:,8:10), 3); % Cost-push

```

```

num_categories = size(aggregated_data, 2);
num_groups = size(aggregated_data, 1);
num_stacks = size(aggregated_data, 3);
data_for_plotting = reshape(aggregated_data, num_groups, num_categories * num_stacks);

legenda = {'\eta^{A}', '\eta^{B}', '\eta^{G}', '\eta^{L}', '\eta^{I}', 'BCE', 'cost-push'};
xlabel = {'Y', 'C', 'I'};
titles = {'1 mese', '1 anno', '2.5 anni', '25 anni'};

figure('Name', 'Scomposizione della varianza')
for i = 1:num_categories
    nexttile;
    bar(data_for_plotting(:, [(1:7)*4-(4-i)]), 'stacked');
    title(titles{i});
    xticklabels(xlabel);
    if i == 1
        ylabel('percentuale');
    end
    if i == 4
        xlabel('variabile');
    end
    if i==2
        legend(legenda, 'Location', 'eastoutside');
    end
end

write_latex_dynamic_model;
write_latex_parameter_table;
write_latex_definitions;
write_latex_original_model;
write_latex_static_model;
collect_latex_files;

```