

# prova dell'ottimizzatore per la network crr

## Importazione dei dati

I dati sono gli stessi del primo esempio in Noma et al. sulla cessazione dell'abitudine al fumo tramite 3 diverse tipologie di assistenza.

```
devtools::load_all(".")

data("smoking", package = "tesi.ncrr")
ls()
smoking$tik <- with(smoking, log(rik) - log(nik - rik))
names(smoking)

# specifico il design della meta-analisi
des <- ncrr.design(smoking)
str(des)
des
```

## Prima prova

codice “legacy” in cui provo un singolo studio (il 3 : A (baseline) vs. B)

```
theta.oss <- smoking[smoking$study.id == 3, "tik"]
Gamma <- crr.vcov.within(smoking[smoking$study.id == 3, "rik"],
                        smoking[smoking$study.id == 3, "nik"])

param.mv0 <- optim(c(0, 1, 0, 1, 0, 1), \(x) -llik1(x, theta.oss, Gamma),
                  lower = c(-Inf, -Inf, -Inf, 1e-10, -1, 1e-10),
                  upper = c(Inf, Inf, Inf, Inf, 1, Inf),
                  method = "L-BFGS-B",
                  control = list(fnscale = 1e-10, factr = 1, maxit = 1e6))
```

ottengo stime dei parametri sensate solo per i parametri di posizione, mentre le varianze e la correlazione si “incastrano su 0”

```
param.mv0
```

```
$par
[1] -0.4418085383  0.7937901905 -2.0650986664  0.0000000001  0.0000000000
[6]  0.0000000001
```

```
$value
[1] -2.422975
```

```
$counts
function gradient
      45      45
```

```
$convergence
[1] 0
```

```
$message
[1] "CONVERGENCE: REL_REDUCTION_OF_F <= FACTR*EPSMCH"
```

## Riproduzione degli esempi giocattolo contenuti nel documento verosim1.pdf

### Due studi con design $\{0; 1\}$ e $\{0; 2\}$

```
# definisco il design `toy1` prendendo gli studi n. 4 e 6, che hanno design
# diversi, compatibili con l'esempio giocattolo
toy1 <- subset(des, c(4, 6))
str(toy1)
```

```
List of 6
 $ design      :List of 2
  ..$ : num [1:2] 0 1
  ..$ : num [1:2] 0 2
  ..- attr(*, "dim")= int 2
 $ gamma       : num [1:4] 0.05701 0.04942 0.01457 0.00368
 $ theta       : num [1:4] -3.5912 -3.1977 -2.1687 0.0336
```

```

$ treatments: chr [1:4] "A - No contact" "B - Self help" "C - Individual counseling" "D - G
$ x          :'data.frame': 50 obs. of  6 variables:
..$ study.id   : int [1:50] 1 1 1 2 2 2 3 3 4 4 ...
..$ treatment  : Factor w/ 4 levels "A - No contact",...: 1 3 4 2 3 4 1 2 1 2 ...
..$ is.baseline: num [1:50] 1 0 0 1 0 0 1 0 1 0 ...
..$ rik        : num [1:50] 9 23 10 11 12 29 79 77 18 21 ...
..$ nik        : num [1:50] 140 140 138 78 85 170 702 694 671 535 ...
..$ tik        : num [1:50] -2.68 -1.63 -2.55 -1.81 -1.81 ...
$ baseline    : chr "A - No contact"
- attr(*, "class")= chr "ncrr.design"

```

```

init1 <- getInitial(toy1, transform = FALSE)
# invoco la funzione di ottimizzazione a partire dal design specificato
fn1 <- get.llik.from.design(toy1, echo = 0, transform = FALSE)

```

```

# ottimizzazione vincolata
mv1 <- optim(init1, \ (x) -fn1(x),
             lower = attr(init1, "lower"),
             upper = attr(init1, "upper"),
             method = "L-BFGS-B",
             control = list(fnscale = 1e-10, factr = 1, maxit = 1e6))

```

$\sigma_{01}^2$  e  $\sigma_{02}^2$  invece risultano negativi!!

```

# controllo l'esito dell'ottimizzazione
source("diff_alpha1.R")
with(mv1, cat("Esito: ", convergence, " - ",
             if (is.null(message)) "OK" else message, "\n"))

```

```

Esito:  0 - CONVERGENCE: REL_REDUCTION_OF_F <= FACTR*EPSMCH

```

```

# confronto i parametri calcolati con l'ottimizzatore...
param1 <- crr.split.par(mv1$par, 2)
param1

```

```

$sigma2
[1] 1e-10 1e-10

```

```

$rho
[1] 0

```

```
$sigma20  
[1] 0.4692178
```

```
$mu0  
[1] -2.850057
```

```
$beta  
[1] -3.967246e-08 2.945763e-07
```

```
$alpha  
[1] -3.19770097 0.03361726
```

```
# ...con quelli in forma chiusa  
alphahat <- do.call(alpha.cf1, append(param1[c("sigma2", "beta", "sigma20", "mu0")],  
                                     list(design = toy1)))  
alphahat # alpha calcolato in forma chiusa
```

```
      alpha1      alpha2  
-3.19770097 0.03361726
```

```
sigmahat <- do.call(sigma.cf1, append(param1[c("beta", "sigma20", "mu0")],  
                                       list(design = toy1)))  
sigmahat # sigma2 calcolato in forma chiusa
```

```
      sigma21      sigma22  
-0.049417609 -0.003683326
```

Effettivamente, però, la forma della derivata (che ho calcolato con Maxima) sembrerebbe essere proprio così

$$\sigma_{01} = -\frac{(\gamma_{11} + \beta_{01}^2 \gamma_{10})\sigma_0 + \gamma_{10}\gamma_{11}}{\sigma_0 + \gamma_{10}}$$
$$\sigma_{02} = -\frac{(\gamma_{22} + \beta_{02}^2 \gamma_{20})\sigma_0 + \gamma_{20}\gamma_{22}}{\sigma_0 + \gamma_{20}}$$

### 💡 C'è un'apparente contraddizione!

Teoricamente  $\sigma_{01}$  dovrebbe essere un parametro di varianza, quindi positivo; ma nell'economia del modello, ossia se si considera semplicemente la distribuzione di  $\hat{\theta}$ , è sufficiente che  $\beta_{01}^2\sigma_0^2 + \sigma_{01}^2 > 0$  perchè la matrice di Var-cov della normale sia sensata.

Per cui, il modello “vuole andare” verso  $\sigma$  negativi perchè tanto la densità di  $\hat{\theta}$  è comunque ben definita, mentre invece noi sappiamo che non lo è per via del modello statistico che sottende questa distribuzione.

Questo spiegherebbe anche il motivo per cui l'ottimizzatore s'incastra su 0.

**Come si può agire in questo caso?**

Provo a vedere se le stime cambiano fissando i parametri

```
# fisso parametro alpha
fixpar <- list(alpha = alphahat)
# disabilito stampa dei passaggi intermedi con `echo = 0`
fn1 <- get.llik.from.design(toy1, echo = 0, transform = FALSE)
mvlf <- optim(init1, \(x) -fn1(x, fixed = fixpar),
              lower = attr(init1, "lower"),
              upper = attr(init1, "upper"),
              method = "L-BFGS-B",
              control = list(fnscale = 1e-10, factr = 1, maxit = 1e6))

# confronto tra i parametri da stima non vincolata e vincolata rispettivamente
all.equal(crr.split.par(mv1$par, 2),
          subst.params(crr.split.par(mvlf$par, 2), fixpar))
```

```
[1] "Component \"sigma20\": Mean relative difference: 1.821518e-07"
[2] "Component \"mu0\": Mean relative difference: 7.882199e-08"
[3] "Component \"beta\": Mean relative difference: 0.00337464"
[4] "Component \"alpha\": names for current but not for target"
```

La differenza è comunque minima.

```
c(valore_ottimo = (mv1$value),
  valore_ottimo_vincolato = mvlf$value,
  differenza = mv1$value - mvlf$value)
```

valore_ottimo	valore_ottimo_vincolato	differenza
-3.122380e-01	-3.122380e-01	5.635492e-13

## Due studi con design uguale {0; 1}

```
# seleziono solo studi n. 4 e 5
toy2 <- subset(des, c(4, 5))
str(toy2)
```

List of 6

```
$ design      :List of 2
..$ : num [1:2] 0 1
..$ : num [1:2] 0 1
..- attr(*, "dim")= int 2
$ gamma       : num [1:4] 0.057 0.0494 0.1331 0.0587
$ theta       : num [1:4] -3.59 -3.2 -2.6 -1.9
$ treatments: chr [1:4] "A - No contact" "B - Self help" "C - Individual counseling" "D - G
$ x           : 'data.frame': 50 obs. of 6 variables:
..$ study.id   : int [1:50] 1 1 1 2 2 2 3 3 4 4 ...
..$ treatment  : Factor w/ 4 levels "A - No contact",...: 1 3 4 2 3 4 1 2 1 2 ...
..$ is.baseline: num [1:50] 1 0 0 1 0 0 1 0 1 0 ...
..$ rik        : num [1:50] 9 23 10 11 12 29 79 77 18 21 ...
..$ nik        : num [1:50] 140 140 138 78 85 170 702 694 671 535 ...
..$ tik        : num [1:50] -2.68 -1.63 -2.55 -1.81 -1.81 ...
$ baseline    : chr "A - No contact"
- attr(*, "class")= chr "ncrr.design"
```

```
init2 <- getInitial(toy2, transform = FALSE)
fn2 <- get.llik.from.design(toy2, echo = 1, transform = FALSE)
```

```
mv2 <- optim(init2, \(x) -fn2(x),
             lower = attr(init2, "lower"),
             upper = attr(init2, "upper"),
             method = "L-BFGS-B",
             control = list(fnscale = 1e-10, factr = 1, maxit = 1e6))
```

```
with(mv2, cat("Esito: ", convergence, " - ",
             if (is.null(message)) "OK" else message, "\n"))
```

Esito: 52 - ERROR: ABNORMAL\_TERMINATION\_IN\_LNSRCH

```
# i parametri ottimizzati in un formato più leggibile...
param2 <- crr.split.par(mv2$par, 1)
param2
```

```
$sigma2
[1] 1e-10
```

```
$rho
[1] 0
```

```
$sigma20
[1] 0.2163708
```

```
$mu0
[1] -3.117626
```

```
$beta
[1] 1.328258
```

```
$alpha
[1] 1.587044
```

```
# ... da confrontare con le stime analitiche:
```

```
alphahat <- do.call(alpha.cf2, append(param2[c("sigma2", "beta", "sigma20", "mu0")],
                                       list(design = toy2)))
alphahat
```

```
[1] 1.677895
```

```
sigmahat <- do.call(sigma.cf2, append(param2[c("alpha", "beta", "sigma20", "mu0")],
                                       list(design = toy2)))
sigmahat
```

```
[1] -0.1508319
```

Ottimizzazione vincolata

```
fixpar <- list(alpha = alphahat)
fn2 <- get.llik.from.design(toy2, echo = 0, transform = FALSE)
mv2f <- optim(init2, \(x) -fn2(x, fixed = fixpar),
              lower = attr(init2, "lower"),
              upper = attr(init2, "upper"),
              method = "L-BFGS-B",
              control = list(fnscale = 1e-10, factr = 1, maxit = 1e6))

# confronto i parametri
all.equal(crr.split.par(mv2$par, 1),
          subst.params(crr.split.par(mv2f$par, 1), fixpar))
```

```
[1] "Component \"sigma20\": Mean relative difference: 0.03097004"
[2] "Component \"mu0\": Mean relative difference: 0.001161248"
[3] "Component \"beta\": Mean relative difference: 0.02059641"
[4] "Component \"alpha\": Mean relative difference: 0.05724542"
```

```
# confronto il valore ottenuto della funzione obiettivo
c(valore_ottimo = (mv2$value),
  valore_ottimo_vincolato = mv2f$value,
  differenza = mv2$value - mv2f$value)
```

valore_ottimo	valore_ottimo_vincolato	differenza
1.6854990887	1.6862237442	-0.0007246554

## Esperimenti più complessi

**TODO:** Qui andranno implementate le derivate esplicite una volta che la struttura generale del modello statistico sarà definita.

### Esperimento 1

specifico il design e provo a condurre un esperimento selezionando un gruppo di studi con design “semplice” (2 trattamenti a confronto, di cui uno è il baseline)

```
# prendo tutti gli studi con design {0; 1}
des1 <- subset(des, which(sapply(des$design, \(d) identical(c(0, 1), d))))
str(des1)
```



List of 6

```
$ design      :List of 3
..$ : num [1:2] 0 1
..$ : num [1:2] 0 1
..$ : num [1:2] 0 1
..- attr(*, "dim")= int 3
$ gamma       : num [1:6] 0.0139 0.0143 0.057 0.0494 0.1331 ...
$ theta       : num [1:6] -2.07 -2.08 -3.59 -3.2 -2.6 ...
$ treatments: chr [1:4] "A - No contact" "B - Self help" "C - Individual counseling" "D - G
$ x           :'data.frame': 50 obs. of 6 variables:
..$ study.id   : int [1:50] 1 1 1 2 2 2 3 3 4 4 ...
..$ treatment  : Factor w/ 4 levels "A - No contact",...: 1 3 4 2 3 4 1 2 1 2 ...
..$ is.baseline: num [1:50] 1 0 0 1 0 0 1 0 1 0 ...
..$ rik        : num [1:50] 9 23 10 11 12 29 79 77 18 21 ...
..$ nik        : num [1:50] 140 140 138 78 85 170 702 694 671 535 ...
..$ tik        : num [1:50] -2.68 -1.63 -2.55 -1.81 -1.81 ...
$ baseline    : chr "A - No contact"
- attr(*, "class")= chr "ncrr.design"
```

```
par.init <- getInitial(des1, transform = FALSE)

# calcolo esplicitamente i parametri della normale per hat(theta)
# prova per i mu0
do.call(crr.get.mu,
        append(list(des1),
                crr.split.par(param.mv0$par, np = 1)[c("alpha", "beta", "mu0")]))
```

```
[1] -2.065099 -2.081064 -2.065099 -2.081064 -2.065099 -2.081064
```

```
# prova per i sigma
do.call(crr.get.sigma,
        append(list(des1),
                crr.split.par(param.mv0$par, np = 1)[c("beta", "sigma20", "rho", "sigma2")]))
```

```
      [,1]      [,2]      [,3]      [,4]      [,5]
[1,] 1.000000e-10 7.937902e-11 0.000000e+00 0.000000e+00 0.000000e+00
[2,] 7.937902e-11 1.630103e-10 0.000000e+00 0.000000e+00 0.000000e+00
[3,] 0.000000e+00 0.000000e+00 1.000000e-10 7.937902e-11 0.000000e+00
[4,] 0.000000e+00 0.000000e+00 7.937902e-11 1.630103e-10 0.000000e+00
[5,] 0.000000e+00 0.000000e+00 0.000000e+00 0.000000e+00 1.000000e-10
[6,] 0.000000e+00 0.000000e+00 0.000000e+00 0.000000e+00 7.937902e-11
```

```

      [,6]
[1,] 0.000000e+00
[2,] 0.000000e+00
[3,] 0.000000e+00
[4,] 0.000000e+00
[5,] 7.937902e-11
[6,] 1.630103e-10

```

```

do.call(crr.get.sigma,
        append(list(des1),
                crr.split.par(par.init, np = 1)[c("beta", "sigma20", "rho", "sigma2")]))

```

```

      [,1] [,2] [,3] [,4] [,5] [,6]
[1,]     1     1     0     0     0     0
[2,]     1     2     0     0     0     0
[3,]     0     0     1     1     0     0
[4,]     0     0     1     2     0     0
[5,]     0     0     0     0     1     1
[6,]     0     0     0     0     1     2

```

```

opt.fn <- get.lik.from.design(des1, echo = 3, transform = FALSE)

```

```

param.mv1 <- optim(par.init, \(x) -opt.fn(x),
                  lower = attr(par.init, "lower"),
                  upper = attr(par.init, "upper"),
                  method = "L-BFGS-B",
                  control = list(fnscale = 1e-10, factr = 1, maxit = 1e6))

```

```

# Stime MV in formato leggibile
crr.split.par(param.mv1$par, 1, FALSE)

```

```

$sigma2
[1] 1e-10

```

```

$rho
[1] 0

```

```

$sigma20
[1] 0.4419063

```

```
$mu0  
[1] -2.641997
```

```
$beta  
[1] 0.7517716
```

```
$alpha  
[1] -0.4534419
```

---

Ottimizzazione sulle trasformate dei parametri (log per la varianza, Fisher per la correlazione)

```
opt.fn <- get.llik.from.design(des1, echo = 3, transform = TRUE)  
param.mv12 <- optim(getInitial(des1, transform = TRUE), \ (x) -opt.fn(x),  
                    method = "Nelder-Mead",  
                    control = list(fnscale = 1e-10, factr = 1, maxit = 1e6))
```

```
param.mv12
```

```
$par  
      alpha      beta      mu0      sigma20      rho      sigma2  
-0.4534395  0.7517776 -2.6420062 -0.8167505 -1.2157174 -16.6835894
```

```
$value  
[1] 2.842031
```

```
$counts  
function gradient  
      671      NA
```

```
$convergence  
[1] 0
```

```
$message  
NULL
```

Ottimizzazione con random start

```

environment(opt.fn)$echo <- 0

par2 <- getInitial(des1, seed = c(alpha = 3, beta = 4, sigma20 = 6, sigma2 = 9),
                    rep = 50, transform = TRUE)
for (i in 1:nrow(par2)) {
  mvcurr <- optim(par2[i, ], \(x) -opt.fn(x),
                 method = "Nelder-Mead",
                 control = list(fnscale = 1e-10, factr = 1, maxit = 1e6))
  print(mvcurr$counts)
  par2[i, ] <- mvcurr$par
}

```

```

function gradient
  539      NA
function gradient
  739      NA
function gradient
  615      NA
function gradient
  623      NA
function gradient
  1085     NA
function gradient
  813      NA
function gradient
  1017     NA
function gradient
  1165     NA
function gradient
  1249     NA
function gradient
  791      NA
function gradient
  1183     NA
function gradient
  769      NA
function gradient
  1115     NA
function gradient
  1103     NA
function gradient
  593      NA

```

function	gradient
711	NA
function	gradient
705	NA
function	gradient
277	NA
function	gradient
781	NA
function	gradient
489	NA
function	gradient
917	NA
function	gradient
783	NA
function	gradient
653	NA
function	gradient
1237	NA
function	gradient
905	NA
function	gradient
1013	NA
function	gradient
1065	NA
function	gradient
825	NA
function	gradient
935	NA
function	gradient
1289	NA
function	gradient
1127	NA
function	gradient
439	NA
function	gradient
963	NA
function	gradient
1085	NA
function	gradient
513	NA
function	gradient
583	NA
function	gradient

```

1241      NA
function gradient
1721      NA
function gradient
595      NA
function gradient
1159     NA
function gradient
893      NA
function gradient
607      NA
function gradient
1011     NA
function gradient
819      NA
function gradient
629      NA
function gradient
597      NA
function gradient
693      NA
function gradient
771      NA
function gradient
1133     NA
function gradient
915      NA

```

```

# stampa di statistiche descrittive per tutti i valori ottimizzati
crr.split.par(par2, transform = TRUE, np = 1) |>
  do.call(cbind, args = _) |>
  apply(2, \ (x) c(min = min(x), max = max(x), mediana = median(x),
                  media = mean(x), dev.std = sd(x),
                  scarto.medio.assoluto.mediana = mean(abs(x - median(x))))) |>
  t() |>
  as.data.frame()

```

	min	max	mediana	media	dev.std
sigma2	3.840744e-13	0.003116877	1.254287e-07	6.537789e-05	0.0004406548
rho	-1.000000e+00	1.000000000	9.998695e-01	4.961262e-01	0.8426699538
sigma20	4.389981e-01	31.552406880	4.418764e-01	1.064024e+00	4.3997025425
mu0	-2.644568e+00	3.176305875	-2.641973e+00	-2.525586e+00	0.8228259743

```

beta      7.374179e-01  0.752683083  7.517213e-01  7.514299e-01  0.0020749907
alpha    -4.847303e-01 -0.451029232 -4.535468e-01 -4.542136e-01  0.0045827766
scarto.medio.assoluto.mediana
sigma2                6.534028e-05
rho                  5.038600e-01
sigma20              6.225569e-01
mu0                  1.166333e-01
beta                 5.017574e-04
alpha                1.177145e-03

```

```

#apply(par2, 1, \(x) crr.split.par(x, transform = TRUE, np = 1)$sigma20)
#apply(par2, 1, \(x) crr.split.par(x, transform = TRUE, np = 1)$rho)

```

## Esperimento 2

Butto dentro tutti gli studi che hanno baseline 0, anche con design a tre trattamenti.

```

des2 <- subset(des, c(1, 3:4, 6:8))
par.init <- getInitial(des2, transform = TRUE)

# calcoli dei parametri della normale per hat(theta)
# prova per i mu0
do.call(crr.get.mu,
        append(list(des2),
                crr.split.par(par.init, np = 3, transform = TRUE)[c("alpha", "beta", "mu0")])),

```

```
[1] 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
```

```

# prova per i sigma
do.call(crr.get.sigma,
        append(list(des2),
                crr.split.par(par.init, np = 3, transform = TRUE)[c("beta", "sigma20", "rho"),

```

	[,1]	[,2]	[,3]	[,4]	[,5]	[,6]	[,7]	[,8]	[,9]	[,10]	[,11]	[,12]	[,13]
[1,]	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
[2,]	1	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
[3,]	1	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
[4,]	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0

[5,]	0	0	0	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0
[6,]	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
[7,]	0	0	0	0	0	1	2	0	0	0	0	0	0
[8,]	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
[9,]	0	0	0	0	0	0	0	1	2	0	0	0	0
[10,]	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
[11,]	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	0	0
[12,]	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
[13,]	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2

Conduco l'ottimizzazione sui parametri modificati (il log per i parametri di varianza, la trasformata di Fisher per la correlazione) tramite Nelder-Mead.

```
opt.fn <- get.lik.from.design(des2, echo = 0, transform = TRUE)
```

```
param.mv2 <- optim(par.init, \ (x) -opt.fn(x),
  #lower = attr(par.init, "lower"),
  #upper = attr(par.init, "upper"),
  method = "Nelder-Mead",
  control = list(fnscale = 1e-10, factr = 1, maxit = 1e6))
```

```
# stime MV in formato leggibile
crr.split.par(param.mv2$par, 3, TRUE)
```

```
$sigma2
```

```
[1] 0.4400165 1.1085385 2.3814461
```

```
$rho
```

```
[1] 0.5477996
```

```
$sigma20
```

```
[1] 0.7013531
```

```
$mu0
```

```
[1] -2.777796
```

```
$beta
```

```
[1] 0.7497412 0.8910234 1.3174203
```

```
$alpha
```

```
[1] -0.009402901 0.525898177 0.636190976
```



### 💡 Integrazione delle derivate analitiche

Immagino che in questo caso la derivata debba tener conto della trasformazione dei parametri, giusto?

Provo anche con il Simulated Annealing, come alternativa lenta ma che dovrebbe fornire un risultato più robusto, non avendo a disposizione le derivate esplicite.

```
sann.mv2 <- optim(par.init, \ (x) -opt.fn(x),
                 #lower = attr(par.init, "lower"),
                 #upper = attr(par.init, "upper"),
                 method = "SANN",
                 control = list(fnscale = 1e-10, factr = 1, maxit = 1e6,
                               temp = 10, tmax = 10, trace = 1))
save(sann.mv2, file = "sann_optim.rda")
```

Diagnostiche di confronto tra Nelder-mead e Simulated Annealing

```
load("../sann_optim.rda")

# confronto dei parametri
all.equal(crr.split.par(param.mv2$par, 3, TRUE),
          crr.split.par(sann.mv2$par, 3, TRUE))
```

```
[1] "Component \"sigma2\": Mean relative difference: 0.9150497"
[2] "Component \"rho\": Mean relative difference: 0.7409922"
[3] "Component \"sigma20\": Mean relative difference: 5.066221"
[4] "Component \"mu0\": Mean relative difference: 0.09546018"
[5] "Component \"beta\": Mean relative difference: 0.1849387"
[6] "Component \"alpha\": Mean relative difference: 1.316539"
```

```
# confronto dei valori della f.o.
c(valore_ottimo_NELMEAD = (param.mv2$value),
  valore_ottimo_SANN = sann.mv2$value,
  differenza = param.mv2$value - sann.mv2$value)
```

valore_ottimo_NELMEAD	valore_ottimo_SANN	differenza
-2.918652	7.289381	-10.208033

Facendolo invece partire dall'ottimo individuato da Nelder-Mead:

```
sann.mv22 <- optim(param.mv2$par, \ (x) -opt.fn(x),
  #lower = attr(par.init, "lower"),
  #upper = attr(par.init, "upper"),
  method = "SANN",
  control = list(fnscale = 1e-10, factr = 1, maxit = 1e6,
    temp = 10, tmax = 10, trace = 1))
save(sann.mv22, file = "sann_optim2.rda")
```

Confronti

```
load("../sann_optim2.rda")
```

```
# confronto dei parametri
all.equal(crr.split.par(param.mv2$par, 3, TRUE),
  crr.split.par(sann.mv22$par, 3, TRUE))
```

```
[1] "Component \"sigma2\": Mean relative difference: 0.9082057"
[2] "Component \"rho\": Mean relative difference: 0.03577454"
[3] "Component \"sigma20\": Mean relative difference: 2.776739"
[4] "Component \"mu0\": Mean relative difference: 0.1395841"
[5] "Component \"beta\": Mean relative difference: 0.5088941"
[6] "Component \"alpha\": Mean relative difference: 2.574915"
```

```
# confronto valori della f.o.
c(valore_ottimo_NELMEAD = (param.mv2$value),
  valore_ottimo_SANN = sann.mv22$value,
  differenza = param.mv2$value - sann.mv22$value)
```

valore_ottimo_NELMEAD	valore_ottimo_SANN	differenza
-2.918652	-4.613472	1.694820

Nelder-Mead con punti di partenza casuali

```
par22 <- getInitial(des2, seed = c(alpha = 3, beta = 4, sigma20 = 6, sigma2 = 9),
  rep = 50, transform = TRUE)
for (i in 1:nrow(par22)) {
  mvcurr <- optim(par22[i, ], \ (x) -opt.fn(x),
    method = "Nelder-Mead",
    control = list(fnscale = 1e-10, factr = 1, maxit = 1e6))
  message("Random start: ", i, "; n. iter: ", mvcurr$counts[1])
  par22[i, ] <- mvcurr$par
}
```

```
# per ogni random start calcolo alcune statistiche delle stime MV ottenute
# (sui parametri ritrasformati in scala originale)
crr.split.par(par22, 3, transform = TRUE) |>
  do.call(cbind, args = _) |>
  apply(2, \ (x) c(min = min(x), max = max(x), mediana = median(x),
                  media = mean(x), dev.std = sd(x),
                  scarto.medio.assoluto.mediana = mean(abs(x - median(x)))))) |>
  t() |>
  as.data.frame()
```

	min	max	mediana	media	dev.std
sigma21	6.659595e-17	3797.291016	0.645939060	142.1231536	546.7487163
sigma22	5.080447e-09	1554.370862	1.699437127	95.8401667	284.0074309
sigma23	3.546545e-11	884.053860	3.613726078	83.9896964	195.6415519
rho	-9.745931e-01	1.000000	0.008062299	0.1279957	0.6163536
sigma20	1.104054e-03	6587.294116	0.345611166	246.6191003	1216.5504241
mu0	-3.052983e+00	8.726469	-2.540371455	-2.0748116	1.7119363
beta1	-1.986816e+01	7.401745	0.808574143	0.5537402	3.8007214
beta2	-8.294903e+00	11.292009	1.184598588	1.0290069	3.2968466
beta3	-1.193666e+01	6.232125	0.106664635	-0.3808679	3.6366669
alpha1	-1.158843e+01	10.058294	-0.433023574	-0.2918642	4.5409409
alpha2	-1.227188e+01	14.626977	2.106944941	1.2489877	5.1537191
alpha3	-1.752803e+01	13.915821	-0.695408393	-1.3329731	5.8264827
scarto.medio.assoluto.mediana					
sigma21		142.0363081			
sigma22		95.1993249			
sigma23		83.5589145			
rho		0.4722116			
sigma20		246.4198938			
mu0		0.5777098			
beta1		1.9091662			
beta2		2.3173950			
beta3		2.6912633			
alpha1		2.9826612			
alpha2		3.7679963			
alpha3		4.5021994			

non un grande risultato...