

FÓRMULAS BÁSICAS SOBRE RECTAS

PENDIENTE DE UNA RECTA

La **pendiente** m de una recta no vertical que pasa por los puntos $A(x_1, y_1)$ y $B(x_2, y_2)$ es

$$m = \frac{\text{elevación}}{\text{corrimiento}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

La pendiente de una recta vertical no está definida.

FORMA PUNTO-PENDIENTE DE LA ECUACIÓN DE UNA RECTA

Una ecuación de la recta que pasa por el punto (x_1, y_1) y tiene pendiente m es

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

FORMA PENDIENTE-PUNTO DE INTERSECCIÓN DE UNA RECTA

Una ecuación de la recta que tiene pendiente m y punto de intersección b en el eje y es

$$y = mx + b$$

ECUACIÓN GENERAL DE UNA RECTA

La gráfica de toda **ecuación lineal**

$$Ax + By + C = 0 \quad (A, B \text{ no son cero ambas})$$

es una recta. A la inversa, toda recta es la gráfica de una ecuación lineal.

RECTAS VERTICALES Y HORIZONTALES

Una ecuación de la recta vertical que pasa por (a, b) es $x = a$.

Una ecuación de la recta horizontal que pasa por (a, b) es $y = b$.

RECTAS PARALELAS

Dos rectas no verticales son paralelas si y sólo si tienen la misma pendiente.

RECTAS PERPENDICULARES

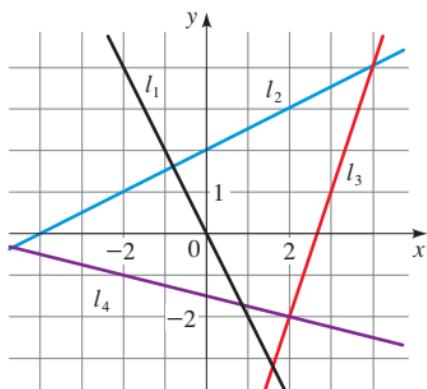
Dos rectas con pendientes m_1 y m_2 son perpendiculares si y sólo si $m_1 m_2 = -1$, es decir, sus pendientes son recíprocas negativas:

$$m_2 = -\frac{1}{m_1}$$

También, una recta horizontal (pendiente 0) es perpendicular a una recta vertical (sin pendiente).

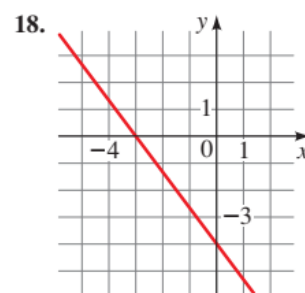
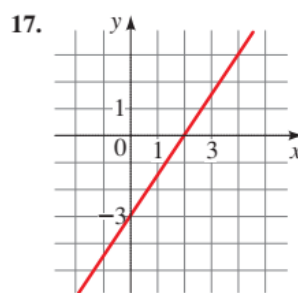
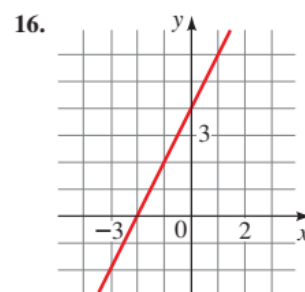
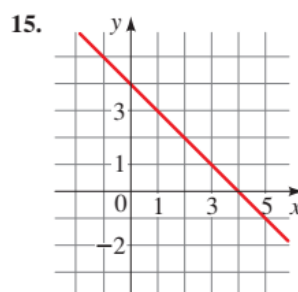
EJERCICIOS

2. Una recta tiene la ecuación $y = 3x + 2$.
 - (a) Esta recta tiene pendiente ____.
 - (b) Cualquier recta paralela a esta recta tiene pendiente ____.
 - (c) Cualquier recta perpendicular a esta recta tiene pendiente ____.
3. La forma punto-pendiente de la ecuación de la recta con pendiente 3 que pasa por el punto $(1, 2)$ es ____.
4. (a) La pendiente de una recta horizontal es _____. La ecuación de la recta horizontal que pasa por $(2, 3)$ es _____.
 (b) La pendiente de una recta vertical es _____. La ecuación de la recta vertical que pasa por $(2, 3)$ es _____.
13. Encuentre las pendientes de las rectas l_1 , l_2 , l_3 y l_4 en la figura siguiente.



14. (a) Trace rectas que pasen por $(0, 0)$ con pendientes $1, 0, \frac{1}{2}, 2$ y -1 .
 (b) Trace rectas que pasen por $(0, 0)$ con pendientes $\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{3}$ y 3 .

15-18 ■ Encuentre la ecuación para la recta cuya gráfica está trazada.



19-38 ■ Encuentre la ecuación de la recta que satisfaga las condiciones dadas.

19. Pasa por $(2, 3)$, pendiente 5
20. Pasa por $(-2, 4)$, pendiente -1
21. Pasa por $(1, 7)$, pendiente $\frac{2}{3}$
22. Pasa por $(-3, -5)$, pendiente $-\frac{7}{2}$
23. Pasa por $(2, 1)$ y $(1, 6)$
24. Pasa por $(-1, -2)$ y $(4, 3)$
25. Pendiente 3; intersección en y es -2
26. Pendiente $\frac{2}{5}$; intersección en y es 4
27. Intersección en x es 1; intersección en y es -3
28. Intersección en x es -8 ; intersección en y es 6

29. Pasa por (4, 5); paralela al eje x
30. Pasa por (4, 5); paralela al eje y
31. Pasa por (1, -6); paralela a la recta $x + 2y = 6$
32. Intersección en y es 6; paralela a la recta $2x + 3y + 4 = 0$
33. Pasa por (-1, 2); paralela a la recta $x = 5$
34. Pasa por (2, 6); perpendicular a la recta $y = 1$
35. Pasa por (-1, -2); perpendicular a la recta $2x + 5y + 8 = 0$
36. Pasa por $(\frac{1}{2}, -\frac{2}{3})$; perpendicular a la recta $4x - 8y = 1$
37. Pasa por (1, 7); paralela a la recta que pasa por (2, 5) y (-2, 1)
38. Pasa por (-2, -11); perpendicular a la recta que pasa por (1, 1) y (5, -1)
39. (a) Trace la recta con pendiente $\frac{3}{2}$ que pasa por el punto (-2, 1)
(b) Encuentre la ecuación para esta recta.
40. (a) Trace la recta con pendiente -2 que pasa por el punto (4, -1)
(b) Encuentre la ecuación para esta recta.

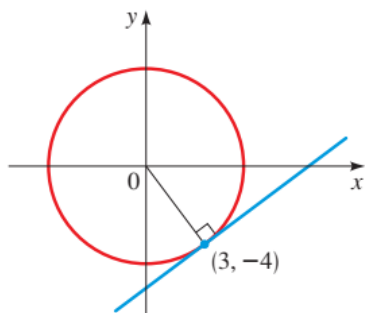
45-56 ■ Encuentre la pendiente y el punto de intersección y de la recta y trace su gráfica.

45. $x + y = 3$ 46. $3x - 2y = 12$
47. $x + 3y = 0$ 48. $2x - 5y = 0$
49. $\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}y + 1 = 0$ 50. $-3x - 5y + 30 = 0$
51. $y = 4$ 52. $x = -5$
53. $3x - 4y = 12$ 54. $4y + 8 = 0$
55. $3x + 4y - 1 = 0$ 56. $4x + 5y = 10$

62. Encuentre el área del triángulo formado por los ejes de coordenadas y la recta

$$2y + 3x - 6 = 0$$

64. (a) Encuentre la ecuación para la recta tangente a la circunferencia $x^2 + y^2 = 25$ en el punto (3, -4). (Vea la figura.)
(b) ¿En qué otro punto sobre la circunferencia es que una recta tangente será paralela a la recta tangente de la parte (a)?



67. **Dosis de medicamentos** Si la dosis recomendada a un adulto para un medicamento es D (en mg), entonces, para determinar la dosis apropiada c para un niño de edad a , los farmacéuticos usan la ecuación

$$c = 0.0417D(a + 1)$$

Suponga que la dosis para un adulto es 200 mg.

- (a) Encuentre la pendiente. ¿Qué representa ésta?
(b) ¿Cuál es la dosis para un recién nacido?
68. **Mercado de segunda mano** La gerente de un mercado de segunda mano en fin de semana sabe, por experiencia del pasado, que si ella cobra x dólares por la renta de espacio en el mercado de segunda mano, entonces el número y de espacios que ella renta está dado por la ecuación $y = 200 - 4x$.
(a) Trace una gráfica de esta ecuación lineal. (Recuerde que el cargo por renta de espacio, así como el número de espacios rentados, deben ser cantidades no negativas ambas.)
(b) ¿Qué representan la pendiente, el punto de intersección y y el punto de intersección x de la gráfica?

69. **Costo de producción** Un pequeño fabricante de enseres electrodomésticos encuentra que si produce x hornos tostadores por mes, su costo de producción está dado por la ecuación

$$y = 6x + 3000$$

(donde y se mide en dólares).

- (a) Trace una gráfica de esta ecuación lineal.
(b) ¿Qué representan la pendiente y el punto de intersección y de la gráfica?
75. **Costo de conducir un auto** El costo mensual de conducir un auto depende del número de millas recorridas. Lynn encontró que en mayo su costo de conducción fue de \$380 por 480 millas y, en junio, su costo fue de \$460 por 800 millas. Suponga que hay una relación lineal entre el costo mensual C de conducir un auto y la distancia recorrida d .
(a) Encuentre una ecuación lineal que relacione C y d .
(b) Use la parte (a) para predecir el costo de conducir 1500 millas por mes.
(c) Trace la gráfica de la ecuación lineal. ¿Qué representa la pendiente de la recta?
(d) ¿Qué representa el punto de intersección y de la gráfica?
(e) ¿Por qué una relación lineal es un modelo apropiado para esta situación?

76. **Costo de manufactura** El gerente de una fábrica de muebles encuentra que cuesta \$2200 manufacturar 100 sillas en un día y \$4800 producir 300 sillas en un día.
(a) Suponiendo que la relación entre el costo y el número de sillas producidas sea lineal, encuentre una ecuación que exprese esta relación. A continuación, grafique la ecuación.
(b) ¿Cuál es la pendiente de la recta de la parte (a), y qué representa?
(c) ¿Cuál es el punto de intersección y de esta recta, y qué representa?