

**ESTRATEGIA DIDÁCTICA BASADA EN LA CARACTERIZACIÓN DE ERRORES
PARA DESARROLLAR EL PENSAMIENTO VARIACIONAL EN LA SOLUCIÓN DE
ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON UNA INCÓGNITA EN ESTUDIANTES DE
GRADO OCTAVO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA SANTA ANA DE SAN
SEBASTIÁN DE MARIQUITA**

ANDRES VICENTE MALDONADO RODRÍGUEZ

**Trabajo de grado como requisito parcial para obtener el título de
Magister en Educación**

**Asesor
Diego Ricardo Rojas Cuellar
Magister en Educación**

**UNIVERSIDAD DEL TOLIMA
FACULTAD CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN
IBAGUÉ-TOLIMA**

2018



UNIVERSIDAD DEL TOLIMA
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACION
PROGRAMA DE MAESTRIA EN EDUCACIÓN



ACTO DE SUSTENTACION TRABAJO DE GRADO

Fecha : Miércoles 1 de Agosto de 2018
Hora : 2:00 pm
Lugar : Videoteca Facultad Ciencias de la Educación – Universidad del Tolima.

PROGRAMA

1. *Presentación:*

TÍTULO DEL TRABAJO DE GRADO

ESTRATEGIA DIDÁCTICA BASADA EN LA CARACTERIZACIÓN DE
ERRORES PARA DESARROLLAR EL PENSAMIENTO VARIACIONAL EN LA
SOLUCIÓN DE ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON UNA INCÓGNITA EN
ESTUDIANTES DE GRADO OCTAVO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA
SANTA ANA DE SAN SEBASTIÁN DE MARIQUITA

AUTOR: ANDRES VICENTE MALDONADO RODRÍGUEZ

JURADO: OVIMER GUTIERREZ

1. *Reseña Biográfica*
2. *Exposición del autor (20 minutos)*
3. *Intervención y preguntas del jurado.*
4. *Intervención y aclaraciones del director.*
5. *Deliberación del jurado.*
6. *Lectura del acta de sustentación.*



UNIVERSIDAD DEL TOLIMA
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACION
PROGRAMA DE MAESTRIA EN EDUCACIÓN



2
/
3

ACTA DE SUSTENTACION PUBLICA N° 016
SEMESTRE A-2018

Siendo las 2:00 am horas del día 1 de agosto de 2018 se reunieron en la videoteca de la Facultad de Ciencias de la Educación –Universidad del Tolima, el estudiante, el jurado, el Director del trabajo de grado e invitados al acto de sustentación

TITULADO:

ESTRATEGIA DIDÁCTICA BASADA EN LA CARACTERIZACIÓN DE ERRORES PARA DESARROLLAR EL PENSAMIENTO VARIACIONAL EN LA SOLUCIÓN DE ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON UNA INCÓGNITA EN ESTUDIANTES DE GRADO OCTAVO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA SANTA ANA DE SAN SEBASTIÁN DE MARIQUITA

La calificación otorgada por el jurado a la sustentación es la siguiente:

JURADO NOMBRE	OVIMER GUTIERREZ	CALIFICACION	4,5.
---------------	------------------	--------------	------

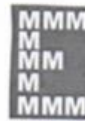
SIENDO LAS: 2:50 PM , HORAS SE CERRO EL ACTO DE SUSTENTACION

EN CONSTANCIA SE FIRMA:

JURADO NOMBRE	OVIMER GUTIERREZ	FIRMA	
---------------	------------------	-------	---



UNIVERSIDAD DEL TOLIMA
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACION
PROGRAMA DE MAESTRIA EN EDUCACIÓN



3
/
3

FORMATO PARA CALIFICACION DE TRABAJOS DE GRADO

FUNCIONES	CALIFICACION ASIGNADA
1. Aspectos de estilo y presentación	4,5
2. Marco teórico y actualización de conocimientos.	4,5
3. Método y técnicas adecuadas o de innovación en la metodología.	4,5
4. Relevancia científica y/o tecnológica e importancia socioeconómica de los resultados y recomendaciones.	4,5
NOTA FINAL	4,5

La calificación numérica equivale a la siguiente escala cualitativa así: Una nota definitiva menor de tres coma cero (3.0) equivale a REPROBADO; Entre tres coma cinco (3.5) y tres coma nueve (3.9) APROBADO, entre cuatro coma cero (4.0) y cuatro coma cuatro (4.4) SOBRESALIENTE, y entre cuatro coma cinco (4.5) cuatro coma nueve (4.9) MERITORIO y cinco coma cero (5.0) LAUREADO.

COMENTARIO DEL JURADO CALIFICADOR

Destacar la importancia de este tipo de trabajos de investigación que aporta a mejorar los procesos de enseñanza aprendizaje de las matemáticas.

CALIFICACION CUALITATIVA _____

NOMBRE DEL JURADO

OVIMER GUTIERREZ

FIRMA

NOMBRE DEL ESTUDIANTE

ANDRES VICENTE MALDONADO

FIRMA

Andres Vicente Maldonado R.

NOMBRE DEL DIRECTOR TRABAJO DE GRADO

DIEGO RICARDO ROJAS CUELLAR

FIRMA

Barrio Santa Elena – Ibagué Colombia. Tel. directo 2668912

A.A. 546 – PBX 644219 – FAX (982) 644869 – 9800665348

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar, a mis padres, quienes ha hecho un esfuerzo importante para formar un profesional, apoyándome desde el inicio en la culminación de esta etapa.

A mi Director de Tesis, Magister Diego Ricardo Rojas Cuellar, de quien he recibido todo el apoyo para desarrollar este importante trabajo, y quien animó a no desfallecer, brindándome tiempo, paciencia y la sabiduría pertinente para culminar este proceso.

A Oliva Garzón Mahecha, mi compañera de vida, de quien he recibido el apoyo imprescindible en los buenos y malos momentos, y quien me alentó en cada instante.

A la Institución Educativa Santa Ana de San Sebastián de Mariquita, a su cuerpo docente, estudiantes y comunidad educativa, de quienes me abrieron las puertas en tan excelente institución.

A la Universidad del Tolima, la cual ha sido la institución que abrió las puertas al conocimiento y a mi crecimiento profesional en cada etapa.

CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN	14
1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	16
1.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA	16
1.2 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA	19
1.3 PREGUNTAS GENERADORAS	19
1.4 OBJETIVOS	19
1.4.1 Objetivo General	20
1.4.2 Objetivos específicos	20
1.5 JUSTIFICACIÓN	20
2. ANTECEDENTES	23
3. MARCO TEÓRICO	26
3.1 REFERENTE TEÓRICO	26
3.2 ESQUEMAS DE REPRESENTACIÓN	27
3.3 DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS	29
3.4 ESTRATEGIA DIDÁCTICA	33
3.5 PENSAMIENTO VARIACIONAL	34
3.6 ENFOQUES DEL ALGEBRA	37
3.7 DIFICULTADES EN LA TRANSICIÓN DE LA ARITMÉTICA AL ALGEBRA	38
3.8 ECUACIONES DE PRIMER GRADO	39
3.9 TEORÍAS DEL APRENDIZAJE	40
4. MARCO CONTEXTUAL	55
5. DISEÑO METODOLÓGICO	57
5.1 ENFOQUE METODOLÓGICO	57

5.2 INVESTIGACIÓN ACCIÓN	58
5.3 POBLACIÓN Y MUESTRA	61
5.4 TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE INVESTIGACIÓN	62
 6. ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN	 67
6.1 CLASIFICACIÓN DE CATEGORÍAS E INFORMACIÓN RELACIONADA	67
6.2 ANÁLISIS DE LAS CATEGORÍAS	69
 7. ANALISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS	 71
7.1 RESULTADOS ENCUESTA A ESTUDIANTES	71
7.2 RESULTADOS ENTREVISTA A ESTUDIANTES	82
7.3 PRUEBA DIAGNOSTICA	84
 8. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	 88
 REFERENCIAS	 99
 ANEXOS	 106

LISTA DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1. Reporte histórico I.E Santa Ana de comparación 2016 – 2017. ICFES	18
Figura 2. Mapa del Tolima con ubicación de San Sebastián de Mariquita	55
Figura 3. Esquema de la investigación - acción	59
Figura 4. Fases y secuencias de la investigación - acción	60
Figura 5. Frecuencia de participación del profesor en clase	71
Figura 6. Realización de acuerdos pedagógicos entre profesor y estudiante	72
Figura 7. Los temas son desarrollados por el profesor y practicados por el estudiante	73
Figura 8. Realización de las pruebas con cuaderno cerrado	73
Figura 9. Repetición del procedimiento explicado cuando se dificulta entender	74
Figura 10. Motivación a los estudiantes para aportar ideas en desarrollo de los temas	74
Figura 11. Las tareas se relacionan con ejercicios vistos en clase	75
Figura 12. Revisión de tareas compartiendo la solución con todos los estudiantes	75
Figura 13. Relación de los temas con situaciones de la vida diaria	76
Figura 14. Las actividades propuestas se discuten en clase y se resuelven con aportes del estudiante	76
Figura 15. Utilización del cuaderno en clase	77
Figura 16. Utilización del libro de texto en clase	77
Figura 17. Desarrollo de la clase en el tablero	78
Figura 18. Utilización de recursos tecnológicos (computador, video beam, internet) por parte del profesor	78
Figura 19. Elaboración por parte de estudiantes de esquemas, diagramas o mapas mentales para discutir en clase	79
Figura 20. Desarrollo de actividades fuera del aula con ayuda de internet	79
Figura 21. Realización de acuerdos sobre las normas de comportamiento en el salón de clase	80
Figura 22. Mejor desarrollo de la clase cuando los estudiantes están atentos a las explicaciones	80

Figura 23. Las reglas de comportamiento en el salón de clase las deciden los estudiantes	81
Figura 24. La presencia del profesor hace que los estudiantes se comporten mucho mejor	81
Figura 25. Decisión de los estudiantes de organizar los pupitres en el salón de clases	82
Figura 26. Solución ejercicio 1 por estudiante A	84
Figura 27. Solución ejercicio 1 por estudiante B	85
Figura 28. Solución ejercicio 2 por estudiante C	85
Figura 29. Solución ejercicio 2 por estudiante D	86
Figura 30. Solución ejercicio 3 por estudiante E	87
Figura 31. Ecuaciones visuales	92
Figura 32. Ejemplo de igualdad	93
Figura 33. Propiedad de la igualdad	94
Figura 34. Ecuación de igualdad	95
Figura 35. Ejercicios prácticos	95
Figura 36. Transposición de términos	96
Figura 37. Balanza en equilibrio	96
Figura 38. Perímetro del terreno	97

LISTA DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1. Cuadro comparativo - propuesta modelo ecléctico	41
Tabla 2. Clasificación de categorías	67
Tabla 3. Clasificación de categorías	69

LISTA DE ANEXOS

	Pág.
Anexo A. Instrumentos para la recolección y procesamiento de la información	107
Anexo B. Análisis de documentos	109
Anexo C. Encuesta	110
Anexo D. Observación participante	114
Anexo E. Entrevista a estudiantes	116
Anexo F. Prueba diagnóstica	117

RESUMEN

El propósito del actual trabajo de investigación es Identificar y proponer una estrategia didáctica que se pueda aplicar en el grado octavo para desarrollar el pensamiento variacional, en la solución de ecuaciones de primer grado con una incógnita en estudiantes de la Institución Educativa Santa Ana de San Sebastián de Mariquita, Tolima.

La presente investigación cualitativa está enfocada en el conocimiento crítico, este es un enfoque radicalmente sustantivo y normativo, con el objetivo de generar una comprensión de la realidad que permita la transformación de la misma.

La metodología se basa en la investigación-acción, por considerarla como una alternativa metodológica que permite la producción de resultados como efecto de la interacción continua entre procesos de reflexión, observación, diseño, puesto en escena, análisis y teorización de los eventos educativos.

Se plantea la aplicación del Entrenamiento Metodológico Conjunto, EMC, con el fin de diseñar una estrategia didáctica que permita avanzar a posteriori en la solución de las dificultades de los estudiantes de grado octavo de la I.E Santa Ana.

Palabras Claves: estrategia didáctica, pensamiento variacional, álgebra, ecuaciones lineales.

ABSTRACT

The purpose of the current research work is to identify and propose a didactic strategy that can be applied in the eighth grade to develop variational thinking, in the solution of first-degree equations with an unknown in students of the Educational Institution Santa Ana de San Sebastián of Mariquita, Tolima.

The present qualitative research is focused on critical knowledge, this is a radically substantive and normative approach, with the aim of generating an understanding of reality that allows the transformation of it.

The methodology is based on action research, considering it as a methodological alternative that allows the production of results as an effect of the continuous interaction between processes of reflection, observation, design, staging, analysis and theorization of educational events.

The application of the Joint Methodological Training, EMC, is proposed in order to design a didactic strategy that allows to advance later in the solution of the difficulties of the eighth-grade students of the I.E. Santa Ana.

Keywords: didactic strategy, variational thought, algebra, linear equations.

INTRODUCCIÓN

En el presente estudio se aborda la problemática que tienen los estudiantes del grado octavo de la institución educativa Santa Ana de Mariquita, Tolima, los cuales presentan dificultades en la solución de ecuaciones de primer grado con una sola incógnita, lo que ha dado como resultado que un gran número de ellos pierdan el área de matemáticas cada periodo, y esto se ve reflejado en un alto porcentaje de estudiantes que al llegar al grado noveno y presentar las pruebas Saber Noveno, se encuentran entre insuficiente y mínimo, lo que hace prever el poco desarrollo del pensamiento variacional en los diferentes niveles del desarrollo de la aritmética y su transición al álgebra.

En este sentido el presente trabajo cuyo método es investigación-acción, propende por diseñar una estrategia didáctica basada en la caracterización de los errores en la solución de ecuaciones de primer grado con una sola incógnita, planteando un avance desde el conductismo al cognitivismo y posteriormente al constructivismo, cambiando el eje del proceso de formación de la enseñanza al aprendizaje, de la transferencia de datos o conocimientos hacia la aplicación activa de ideas y de la posición pasiva del estudiante a una participación activa y crítica dentro de todos los momentos del desarrollo del proceso enseñanza aprendizaje, en la clase de álgebra de octavo, buscando como resultado un aprendizaje exitoso, significativo y sustentable. El proyecto no pretende dar como resultado la transformación completa de la realidad, pero sí, iniciar un proceso de investigación y reflexión que poco a poco lleve a lograr la transformación de la misma.

Como resultado de la presente investigación, se plantea la aplicación del Entrenamiento Metodológico Conjunto -EMC- el cual utiliza las fases de diagnóstico, demostración, control, y la evaluación, en torno al método de investigación – acción, con el ánimo de transformar las viejas formas de enseñar matemáticas, y por medio de la reflexión lograr diseñar una estrategia didáctica en la solución de ecuaciones de primer grado con una sola incógnita, la cual se espera en un próximo momento implementarla para determinar su eficacia, reflexionar en la labor docente y en los instrumentos y seguir un proceso de

continua mejoría para que los estudiantes logren superar las dificultades y los docentes mejorar los procesos pedagógicos.

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En este capítulo se ubica la problemática en la cual se asienta este proyecto, que parte de diferentes dificultades que han sido constantes, tanto en investigaciones como en la práctica en el desarrollo de la enseñanza y aprendizaje del álgebra de grado octavo. Asimismo, en el proceso de aprendizaje de las matemáticas desde los primeros años escolares, haciendo hincapié en torno a la solución de ecuaciones de primer grado con una sola incógnita y la necesidad de trascender en su comprensión y solución. Igualmente, se presentan el objetivo general y los específicos que estructura el proyecto, así como la respectiva justificación de la pertinencia de un trabajo de estas características.

1.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

En esta parte del trabajo de investigación se abordaron varios aspectos los cuales conllevan a la dificultad que han tenido los estudiantes del grado octavo para la apropiación de algunos conceptos básicos del pensamiento variacional en la solución de problemas utilizando ecuaciones de primer grado con una incógnita.

El álgebra, y concretamente la generalización, según numerosas investigaciones, se ha encontrado con que los estudiantes tienen serias dificultades para comprender y manipular adecuadamente el uso de las letras (Serres, 2011); lo que conlleva necesariamente a plantear soluciones por parte de los maestros en el proceso de enseñanza y aprendizaje para que disminuyan progresivamente estas dificultades.

Esto se debe en gran medida a que la enseñanza de la aritmética y el álgebra se ven como dos asignaturas excluyentes entre sí, lo que resulta como un despropósito, pues ya se ha comprobado la relación de una con la otra, y concretamente la generalización de la aritmética para llegar al álgebra.

El álgebra es una de las áreas de las matemáticas de mayor dificultad para gran parte de los estudiantes, concretamente en el grado octavo, y su transición desde la aritmética es un paso definitivo para llegar a ideas más complejas y abstractas en el álgebra escolar (Butto y Rojano, 2010). Debido a la complejidad que existe a la hora de pasar del lenguaje natural al lenguaje matemático, como lo aseguran Socas y Palarea (1996), el uso del concepto de variable, el cual no se desarrolla suficientemente el sentido de variabilidad ligado a las letras.

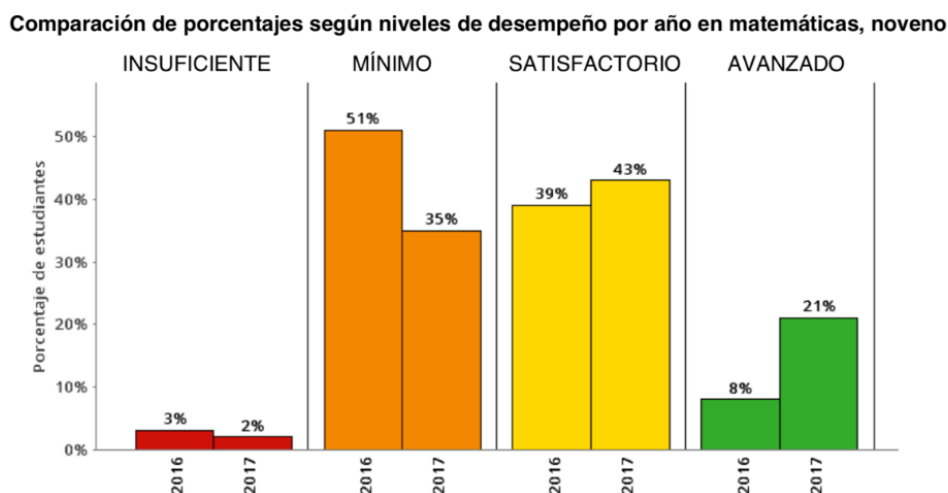
Así pues, al evaluar a los estudiantes del grado octavo se observan dificultades en el manejo de operaciones básicas como la suma, diferencia, multiplicación y división, las cuales les cuesta asimilar la relación entre la parte numérica y literal. Lo más preponderante es que *no reconocen una letra como una variable que representa un fenómeno de la naturaleza o una magnitud física*; el estudiante no contextualiza cada una de las herramientas brindadas, él no las asocia, ni mucho menos cree llegar a necesitarlas nunca más. De esta manera, surge la necesidad de plantear estrategias didácticas que logren un proceso de enseñanza y aprendizaje distinto, donde realmente se afiance el pensamiento algebraico, y no se quede como un proceso disyunto entre la aritmética y el álgebra.

La Institución Educativa Santa Ana de San Sebastián de Mariquita, no está exenta de las dificultades que se presentan con respecto al planteamiento de ecuaciones lineales y de su aplicación a la vida diaria. Los estudiantes de grado octavo de la institución, se enfrentan al proceso de transición de la aritmética al álgebra, y sus resultados en los periodos académicos muestran dificultades en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Los resultados obtenidos por los estudiantes de la Institución Educativa Santa Ana en las pruebas censales SABER NOVENO en el área de matemáticas, muestran que el 54% de los estudiantes se mantenían entre insuficiente y mínimo en el año 2016; y un 37% en el año 2017, según los estándares del Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación Superior – ICFES- (Figura 1). Si bien la institución ha mejorado notablemente, un 37% aún es un porcentaje alto que demuestra las dificultades en el área y la necesidad

de proveer planes de mejoramiento en lo que respecta al nivel académico de los estudiantes, pues se ha detectado serias falencias en algunas áreas de desarrollo cognitivo y algunas de las competencias básicas evaluadas en dichas pruebas, así como, un alto nivel de dispersión en los resultados.

Figura 1. Reporte histórico I.E Santa Ana de comparación 2016 – 2017. ICFES



Fuente. Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación Superior – ICFES- (2017).

Así pues, la enseñanza de las ecuaciones de primer grado con una sola incógnita merece un trabajo planeado por parte del área de matemáticas, lo cual implica un proceso que esté dirigido a solucionar las múltiples dificultades presentadas en el proceso de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes de grado octavo. De tal manera que, la modificación o diseño de estrategias didácticas debe ser un trabajo arduo y constante, que analice las diferentes aristas del proceso educativo en la institución educativa Santa Ana.

Asimismo, el área de matemáticas ha mostrado que no hay un proceso de trabajo en equipo, denotando que el proceso de enseñanza y aprendizaje está descoordinado entre los maestros, acentuando aún más las dificultades de los estudiantes al momento de pasar de un grado a otro, lo cual realza el obstáculo en el proceso de transición de aritmética al álgebra en los estudiantes de grado octavo.

De igual manera los procesos de promoción llevados a cabo durante los últimos años lectivos han arrojado resultados que cuestionan a la totalidad de los estamentos educativos, generan inconformidades en algunos de los actores principales del proceso y en general crean interrogantes sobre los factores influyentes en el rendimiento académico de los estudiantes.

1.2 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

¿Cómo proponer una estrategia didáctica basada en la caracterización de errores para desarrollar el pensamiento variacional en la solución de ecuaciones de primer grado con una incógnita en estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa Santa Ana de San Sebastián de Mariquita?

1.3 PREGUNTAS GENERADORAS

¿Qué percepción tienen y qué actitud presentan los estudiantes frente al enfoque y ambiente actual de la clase de álgebra?

¿Qué expectativas presentan los estudiantes frente al desarrollo de la clase de álgebra de octavo en el tema de ecuaciones?

¿Los desarrollos obtenidos con las actuales estrategias se caracterizan adecuados procesos mentales y conocimiento sustentable?

¿Qué modificaciones serían pertinentes a la actual estrategia didáctica implementada en la clase de álgebra de octavo de la Institución Educativa Santa Ana de San Sebastián de Mariquita?

1.4 OBJETIVOS

1.4.1 Objetivo General. Identificar y proponer una estrategia didáctica que se pueda aplicar en el grado octavo para desarrollar el pensamiento variacional, en la solución de ecuaciones de primer grado con una incógnita.

1.4.2 Objetivos específicos

- Identificar la percepción y la actitud de los estudiantes frente al enfoque y ambiente actual de la clase de álgebra.
- Analizar si los desarrollos obtenidos con las actuales estrategias se caracterizan por adecuados procesos mentales y conocimiento sustentable.
- Proponer una estrategia didáctica pertinente para el desarrollo del pensamiento variacional en la solución de ecuaciones de primer grado en la clase de álgebra de octavo de la Institución Educativa Santa Ana de San Sebastián de Mariquita.

1.5 JUSTIFICACIÓN

En la actualidad, la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas han venido necesitando de herramientas eficaces para el desarrollo y afianzamiento de los conocimientos matemáticos. En esa medida, la preocupación por mejorar cada día este proceso y su evolución ha permitido el desarrollo de numerosas estrategias didácticas las cuales son convenientes para mejorar en el aprendizaje de los temas de grado octavo que tienen que ver con el pensamiento variacional, debido a que se presenta una transición de un contenido estrictamente aritmético, donde se desarrolla todas las dimensiones del pensamiento numérico a un contenido algebraico donde el estudiante debe reconocer patrones y símbolos para la representación de variables y la demostración de propiedades generales de los números reales, específicamente en la utilización de ecuaciones lineales que también sirve para que los estudiantes adquieran el conocimiento de una mejor manera y así se interesen más por adquirirlos.

A esto se le añade el rechazo progresivo que han tenido los estudiantes en numerosos niveles hacia el aprendizaje y profundización en las matemáticas, pues el álgebra se convierte en una transición estruendosa desde la aritmética en la secundaria, y los docentes se quedan en la enseñanza tradicional. Según Socas et al. (1996):

En la enseñanza - aprendizaje del álgebra como en toda la matemática, nos encontramos con una gran variedad de dificultades que pueden agruparse en grandes rasgos en los siguientes tópicos: 1. Dificultades debidas a la naturaleza del tema algebraico dentro del contexto de las matemáticas; 2. Dificultades que surgen en los procesos del desarrollo cognitivo de los alumnos y de la estructura y organización de sus experiencias; 3. Dificultades atribuibles a la naturaleza del currículo, a la organización de las lecciones y a los métodos de enseñanza usados; 4. Dificultades debidas a actitudes afectivas y no racionales hacia el álgebra (p. 91).

Por tal motivo, el quehacer de los maestros se ha venido limitando a usar metodologías poco efectivas que acentúan las dificultades de los estudiantes en el proceso de enseñanza y aprendizaje, lo que conlleva necesariamente a replantear los procesos y aplicar diferentes métodos que permitan, a través de las mismas dificultades, avanzar en la comprensión y desarrollo de las ecuaciones de primer grado con una sola incógnita, disminuyendo progresivamente la transición estruendosa entre la aritmética y álgebra.

Este estudio pretende avanzar por el camino de la implementación de una estrategia didáctica que logre avanzar en el proceso de enseñanza y aprendizaje del álgebra en ecuaciones de primer grado basado en la caracterización de errores, que permitan de una manera dinámica, pero eficaz, profundizar en el pensamiento algebraico, convirtiéndose en una alternativa a las viejas prácticas en la enseñanza de las matemáticas. Si se logra entender más fácil las ecuaciones de primer grado con una incógnita se pueden llevar a su ámbito real y buscar soluciones con respecto a diferentes temas, los estudiantes mejorarán su análisis y empezarán a ver más allá en las diferentes

estructuras que tienen estos temas para poder relacionarlos con su entorno y lograr ver la gran utilidad de ellos.

2. ANTECEDENTES

En el presente apartado ha sido concebido un recorrido que incluye en primera instancia el estado del arte, en el cual se traen a colación algunas investigaciones relacionadas con el problema de investigación del presente trabajo.

La primera investigación que se toma como referente en el ámbito internacional, de Azañero (2013), tiene como título *Errores que presentan los estudiantes de primer grado de secundaria en la resolución de problemas con ecuaciones lineales*, cuyo objetivo es identificar las dificultades y errores que presentan los estudiantes de primer grado de secundaria al resolver problemas con ecuaciones lineales, donde luego de una prueba diagnóstica se diseñó una secuencia de actividades con dificultad graduada relacionada con ecuaciones lineales lo cual permitió estimular a los estudiantes usando la teoría de registros de representación semiótica basada en Duval.

Es importante resaltar que en las conclusiones los estudiantes presentan numerosas dificultades en la solución de problemas con ecuaciones lineales, y dichas dificultades son fundamentales para, como se recomienda en este trabajo, el diseño de una secuencia didáctica que estimule la solución de dichos problemas por medio del registro de representación semiótica.

Las categorías de este trabajo están relacionadas con las de este proyecto, pues se cimienta en la solución de ecuaciones lineales y aborda los inicios del lenguaje algebraico en niños de primer grado de secundaria. Además, la propuesta de actividades basada en la teoría de registro de representación semiótica, demuestra las dificultades que encuentran los estudiantes y cómo la autora del trabajo recomienda la realización de una secuencia didáctica que logre superar dichas dificultades.

Así mismo, como referente en el ámbito nacional, se tiene el trabajo de la Universidad del Tolima *Cómo implementar una estrategia didáctica basada en actividades lúdicas en*

el área de matemáticas, en compañía de un par académico para el grado 1º a 3º de básica primaria, en la escuela rural Malachi, Nilo, Cundinamarca, de Bedoya y Chavarro (2009), donde se detectaron algunas dificultades en la aplicación de las operaciones matemáticas (sumar, restar, multiplicar, dividir) y la solución de problemas, lo que motivó a implementar una estrategia didáctica a través de la lúdica para mejorar el proceso de aprendizaje y aumentar el nivel académico de los estudiantes.

Para el desarrollo de esta investigación se tuvo en cuenta los conceptos de didáctica de Dolch (1952), quien plantea de qué trata y cuál es su objetivo, Fernández (1985), y Escudero (1980), quienes refieren que la didáctica es la ciencia de la educación que estudia e interviene en el proceso de enseñanza-aprendizaje con el fin de conseguir la formación intelectual del educando y Brousseau (1986) se refiere a las didácticas matemáticas. El trabajo está enfocado en los criterios y estrategias para la enseñanza de las Matemáticas, Jiménez (1996) aporta su concepto en las lúdicas. Tiene un enfoque cualitativo con un proceso de investigación-acción, los instrumentos y técnicas utilizadas son, Entrenamiento Metodológico Conjunto (EMC), entrevistas, observaciones, entrevistas de grupos focales y diario de campo (Bedoya y Chavarro, 2009).

La tercera investigación, titulada *“Una propuesta didáctica para la resolución de ecuaciones de primer grado como relación de equivalencia utilizando el modelo virtual de la balanza”*, de Galeano y Váquiro (2015), buscó diseñar una propuesta didáctica para la resolución de ecuaciones de primer grado como relación de equivalencia, la cual vincula un modelo virtual de balanza, e implementada con un grupo de estudiantes de grado octavo de la Educación Básica Secundaria del Colegio Santa Isabel de Hungría sede Compartir.

Entre los resultados, sobresale “que la gran mayoría de estudiantes reconocieron la necesidad de mantener la equivalencia en el modelo de la balanza, rebasando esta acción al sistema de representación simbólica, es decir, manteniendo la equivalencia entre los miembros de las ecuaciones” (p.157). El carácter fundamental para este trabajo

fue el diseño de la propuesta didáctica, la cual se enfoca en las TIC, y en alternativas a las comunes en la solución de ecuaciones lineales de primer grado.

Una cuarta investigación, de García (2014), *Una secuencia didáctica que integra GeoGebra para la enseñanza de ecuaciones lineales en grado octavo*, se centra en la aplicación de la ingeniería didáctica, basada en diseño, aplicación y evaluación de una unidad didáctica que integra el software GeoGebra para la enseñanza de las ecuaciones lineales en estudiantes de grado octavo. Cabe resaltar la importancia del diseño de la unidad didáctica y su evaluación a priori, con el fin de valorar el concepto de ecuación lineal a través de las representaciones semióticas.

Es fundamental para la presente propuesta, ya que infiere sobre la modelación de ecuaciones lineales, la transición de la aritmética al álgebra, y se basa en la Teoría de Situaciones Didácticas -TSD-, planteada por Brousseau (1986) y en la Ingeniería Didáctica, como metodología de investigación, la cual se caracteriza por un esquema experimental basado en las *realizaciones didácticas* en clase, es decir, sobre la concepción, realización, observación y análisis de secuencias de enseñanza (Artigue, 1995).

Los trabajos anteriormente citados, presentan aportes en relación a la importancia de la estrategia didáctica como herramienta para el aprendizaje de los estudiantes, y a que toman como base las actividades correspondientes a cualquier operación básica del álgebra, tema principal de la presente propuesta.

3. MARCO TEÓRICO

3.1 REFERENTE TEÓRICO

Las creencias sobre qué es matemática influyen en la forma en que la se enseña. Además, las mismas pueden ser un obstáculo insalvable. Dichos obstáculos son denominados por Bachelard (1981), como obstáculos epistemológicos, los cuales son dificultades psicológicas que no permiten apropiarse correctamente del conocimiento objetivo, se resumen diez, los cuales se presentan a continuación:

- La experiencia primera: esta conformadas de informaciones que se perciben y alojan en el espíritu generalmente en los primeros años.
- El obstáculo realista: consiste en tomar la noción de sustancia como una realidad, que no se discute y de la que parte toda serie de conocimientos.
- El verbal: hábitos verbales utilizados cotidianamente y que son más efectivos cuanto mayor sea su capacidad explicativa.
- El conocimiento unitario y pragmático: el concepto de unidad permite simplificar el estudio de cualquier realidad.
- El sustancial: consiste en la unión que se hace de la sustancia y sus cualidades.
- Obstáculo realista: en el que el entendimiento queda deslumbrado con la presencia de lo real, hasta considerarse que no debe ser estudiado ni enseñado.
- El animista: según éste, cualquier sujeto presta mayor atención y por tanto da más grande valoración al concepto que conlleve vida.
- El de la digestión: todo fenómeno que tenga relación con la digestión o la cocción pasara a obtener una mayor valoración explicativa.
- La libido: se interpreta desde el punto de vista de la voluntad de poder o la voluntad de dominio hacia otros presentada en el individuo que investiga.
- El del conocimiento cuantitativo: se considera todo conocimiento cuantitativo como libre de errores.

Así mismo, se considera al educador como un agente definitivo en los obstáculos epistemológicos, ya que, sin un análisis profundo del propio docente, existirán obstáculos insalvables, como afirma Bachelard (2000), “en el transcurso de una carrera ya larga y variada, jamás he visto a un educador cambiar de método de educación. Un educador no tiene sentido del fracaso, precisamente porque se cree un maestro. Quien enseña manda” (p. 21).

Los profesores que ven su tarea como la transmisión de un conocimiento acabado y abstracto tienden a adoptar un estilo expositivo. Su enseñanza está plagada de definiciones, en abstracto, y de procedimientos algorítmicos. Solo al final, en contados casos, aparece un problema contextualizado como aplicación de lo que supuestamente se ha aprendido en clase. La resolución de problemas se queda para el Taller de Matemáticas, *en clase hacemos cosas más serias, las auténticas matemáticas*.

3.2 ESQUEMAS DE REPRESENTACIÓN

En la construcción del conocimiento, Piaget asume la acción del organismo como clave para la construcción del mismo. Sin embargo, no cualquier acción equivale como clave para la construcción del conocimiento. Para Piaget, estas acciones son denominadas “esquemas” y constituyen la unidad asimiladora (Rivero, 2011).

Para Piaget e Inhelder (1982) citado por Rivero (2011) un esquema es la estructura o la organización de las acciones tal y como se transfieren o generalizan con motivo de la repetición de una acción determinada en circunstancias iguales o análogas. En consecuencia, los esquemas son acciones efectivas o mentales que son regulares y son organizados internamente cada vez que se registran.

Así pues, los esquemas se pueden dividir en: *Esquemas Reflejo*, los cuales aparecen cuando un bebé potencia sus capacidades perceptivas (visual y auditiva) y motrices (reflejos), los cuales muchos desaparecen con el tiempo y otros toman una connotación cognitiva transcendental debido a la repetición y ejercicio constante. Como resultado de

este ejercicio constante, es que se da el *Esquema de Acción*, por medio de mecanismos de asimilación y acomodación, aplicándose directamente sobre la realidad física, produciendo modificaciones directamente en ella (Rivero, 2011).

De esta forma, después de la segunda mitad del año de vida, la función simbólica o capacidad de representación simbólica hace realidad la construcción de *Esquemas Representacionales*, entendido como acciones mentales internas, es decir, se vuelve una acción mental.

Lo anteriormente, puede resumirse, según Rivero (2011) señalando que:

[...] el “esquema” -ya sea reflejo, de acción (física) o representacional (de acción mental o interna)- es la unidad estructural asimiladora en que se basa la construcción del conocimiento. En determinados momentos del desarrollo los esquemas se organizan y combinan entre sí de acuerdo a unas reglas, dando lugar a estructuras. Las estructuras cognitivas son esquemas organizados en totalidades que respetan determinadas reglas de composición y presentan una serie de propiedades no reducibles a la suma de las propiedades de los esquemas componentes. Esquemas y estructuras constituyen la actividad cognitiva misma que, mediante los mecanismos de asimilación y acomodación, da lugar a la construcción del conocimiento (p.5).

En concordancia, se puede resaltar la importancia de los *esquemas de representación* como fundamental para la construcción de conocimiento, pues hace parte del proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Godino y Font (2003) explican citando los *Fundamentos de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas para maestros*, que el lenguaje matemático tiene una doble funcionalidad: 1) representacional: nos permite designar objetos y 2) instrumental: es una herramienta para hacer el trabajo matemático.

Para la clase de álgebra, en particular la de octavo grado que es en la que se centra la presente propuesta, los esquemas representacionales que poseen tanto el maestro como los textos guías utilizados en la mayoría de casos, generan rechazo del estudiante frente al proceso de aprendizaje de esta disciplina, y en el mejor de los casos, un proceso de repetición y memorización que conlleva a un conocimiento no sustentable.

El punto de partida, para la presente propuesta didáctica, debe ser un cambio epistemológico, estructural y actitudinal del maestro. Con lo anterior no se busca afirmar que, lo hasta el momento desarrollado en el proceso enseñanza aprendizaje sea equivocado o esté totalmente errado. Pero sí, que, ante las dificultades detectadas en el desarrollo del proceso, cabe una alternativa que modifique la forma de ver el conocimiento matemático escolar, algunos de los esquemas representacionales del docente frente a la disciplina y las estrategias y actividades utilizadas. Este cambio del docente debe estar orientado por la intención de establecer puentes de interés entre el mundo de la vida de los estudiantes y las complejidades del aprendizaje de las matemáticas, de donde surgirán, con una alta dosis de estudio y creatividad, estrategias didácticas apropiadas a cada grupo de estudiantes.

3.3 DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS

En este apartado, se genera entonces la necesidad de unificar criterios sobre ¿Qué es la didáctica? ¿Es la didáctica una ciencia? Si es así ¿Cuál es su objeto de estudio?, al solucionar estas preguntas desde una perspectiva unificada se puede entonces producir unidad de criterios, al momento de programar y desarrollar el quehacer académico dentro del aula y específicamente el curso de álgebra de octavo grado.

En su artículo, *Evolución de la Didáctica de las Matemáticas como Disciplina Científica*, Gascón (1998), realiza una descripción de la evolución que ha presentado la didáctica desde su inicio hasta una visión contemporánea de la misma, planteando inicialmente que es necesario realizar una breve revisión histórica de la evolución de la didáctica de las matemáticas, teniendo en cuenta la evolución misma del objeto de investigación que

ha constituido su razón de ser y que se ha generado en la experiencia dentro del proceso de formación con las problemáticas espontaneas planteadas por los profesores..

En épocas anteriores, aunque haciendo una revisión rápida no muy lejos de estrategias actualmente vigentes, se consideraba la enseñanza de las matemáticas como un arte, difícil de ser regido por estructuras o reglas muy bien definidas, el maestro, el artista de cuya habilidad dependía el grado de aprendizaje de sus estudiantes, así mismo, como de la voluntad y capacidad de estos últimos para dejarse moldear.

Esta estrategia fue evolucionando a medida que se presentaban dificultades dentro del proceso y los resultados no eran los esperados, estas dificultades didácticas, además de los aportes realizados por investigadores de la época como Vygotsky, Piaget, Bruner, quienes dieron paso a una nueva visión del proceso de enseñanza en general y de las matemáticas, en forma particular, como un proceso psico-cognitivo que estaba influenciado por factores hereditarios, sociales, afectivos y motivacionales.

Dicha visión es denominada por algunos autores como enfoque clásico de la didáctica. Según Gascón (1998), el primer autor que habló del *enfoque clásico* en didáctica fue precisamente Brousseau, (1986) caracterizándolo como aquel enfoque que “en la explicación de los hechos didácticos, toma como central la *actividad cognitiva del sujeto* presuponiendo, además, que dicha actividad puede ser descrita y explicada de manera relativamente independiente de los restantes aspectos de la relación didáctica” (p.29). Desde este punto de vista clásico, la didáctica de las matemáticas tiene como objetivo primero y principal proporcionar al profesor los recursos profesionales que éste necesita para llevar a cabo su labor de la manera más satisfactoria posible.

Según el propio Gascón (1998), el enfoque clásico en didáctica presenta tres limitantes, que son:

- El enfoque clásico no incluye entre sus objetos de estudio las nociones de *enseñar matemáticas* ni de *aprender matemáticas*.

- El enfoque clásico aborda su objeto de estudio de una forma fuertemente condicionada por los fenómenos psicológicos involucrados en el proceso de enseñanza y aprendizaje, poniendo en segundo plano los fenómenos específicamente didáctico-matemáticos.
- Ante la necesidad de justificación, del saber didáctico, en saberes científicos a la propia didáctica e independientes entre sí, el enfoque clásico renuncia a construir la didáctica de las matemáticas como ciencia e interpreta dicho saber cómo un saber técnico.

Se plantea entonces la necesidad inminente de ampliar el objeto de estudio de la didáctica matemática, cambiando el enfoque clásico por otro que permita solucionar, no describir o explicar desde cierta teoría sin transformar dicha teoría en el proceso, cuestiones tales como: ¿Cuál es la relación entre el aprendizaje de la “aritmética”, el “álgebra elemental” y la “geometría”? ¿Qué significa “adquirir el concepto de proporcionalidad” o “adquirir el concepto de función”? ¿Qué criterios deben utilizarse para diseñar el currículo de matemáticas?, entre otras, denominados por Gascón (1998) como *paradidácticos*, es decir que hasta el momento se tomaban como presentes en el proceso, pero no como objetos de estudio en sí.

La ampliación del estudio de la problemática de la didáctica de las matemáticas no fue un hecho propio, sino un mecanismo general producido por la necesidad de profundizar en el estudio propio. La explicación radica en:

En el caso de la didáctica de las matemáticas ha sido la aparición de multitud de hechos didácticos inexplicados y la falta de respuesta a múltiples cuestiones, los que han provocado la necesidad de cambiar el estatuto de ciertos *objetos paradidácticos* para constituirlos en *objetos didácticos* de pleno derecho, esto es, en objetos de estudio en sí mismos para la didáctica de las matemáticas (Gascón, 1998, p.9).

De esta forma se produce un cambio de objeto de estudio, generando la teoría de la didáctica fundamental donde se formulan nociones tan importantes como la transposición didáctica y el obstáculo epistemológico, cuyo objeto primario de investigación es la *actividad matemática escolar*. “En particular, desde el punto de vista de la didáctica fundamental, los didácticos deben asumir la responsabilidad de elaborar y contrastar empíricamente los modelos de la actividad matemática que forzosamente utilizan.” (Gascón, 1998, p.10).

A partir de la teoría de la didáctica fundamental, se genera una ampliación del objeto de estudio, dado que al tomar las prácticas matemáticas escolares como objeto primario de investigación, se da cabida al hombre haciendo matemáticas y provocando simultáneamente una visión antropológica del proceso, la antropologización de la epistemología, la antropología matemática y en el seno de ésta emerge la didáctica de las matemáticas, que corresponde entonces al enfoque antropológico de la didáctica fundamental, “Sólo así ha sido posible descubrir no sólo que es insuficiente considerar al estudiante como “*sujeto cognitivo*”, sino que tampoco basta tomarlo como *sujeto epistémico*” (en sentido estrecho de la epistemología clásica); es preciso abarcar toda la complejidad del *sujeto didáctico* (Artigue, 1995).

En este enfoque antropológico se toma como objeto primario de investigación el proceso institucionalizado de estudio de una obra matemática. Su objetivo es llegar a describir, caracterizar y explicar los procesos de estudio de las comunidades que se ven llevados a estudiar matemáticas en el seno de ciertas instituciones, pero también diseñar, ayudar a gestionar y evaluar. Adicionalmente, este enfoque, permite describir y empezar a explicar muchos fenómenos didácticos que habían pasado inadvertidos durante años, abordar muchos problemas didácticos que no eran planteables sin salirse del ambiente escolar, como el problema del diseño del currículo de matemáticas. Así como, proporciona instrumentos para analizar la estructura y funciones de dispositivos didácticos escolares: la clase, el libro de texto, los problemas, la teoría, las evaluaciones entre otras.

En ese sentido, el enfoque antropológico se puede simplificar, según Gascón (1998) en:

El análisis didáctico previo al diseño de una ingeniería didáctica, centrándolo inicialmente en dos polos: el análisis de la *relación institucional* a la obra matemática involucrada en el problema didáctico estudiado y el análisis del *modelo didáctico específico* dominante en la institución escolar, esto es, lo que se (sobre)entiende en dicha institución por “enseñar y aprender” la obra matemática en cuestión (p.17)

Así pues, la didáctica de las matemáticas es considerada como la *ciencia de los fenómenos y los procesos didácticos*, con la condición de que *didáctico* se conciba como *relativo al estudio de las matemáticas* (Gascón, 1998)

3.4 ESTRATEGIA DIDÁCTICA

El concepto de estrategia didáctica se define como “la selección de actividades y prácticas pedagógicas en diferentes momentos formativos, métodos y recursos de la docencia” (Velazco y Mosquera, 2013), las cuales son esenciales para el desarrollo del proceso de enseñanza aprendizaje los diferentes métodos que permitan avanzar de manera significativa.

Asimismo, Según Erazo (2011), las estrategias de enseñanza y aprendizaje han sido estudiadas en los últimos años, los cuales se iniciaron con el estudio de procesos donde:

los individuos codifican la información, de esos estudios se concluyó que hay un procesamiento de información superficial y uno profundo, al primero se le conoce como aprendizaje por asociación y su objetivo es el incremento de conocimiento mediante la repetición y la memorización, en cambio el segundo busca el aprendizaje por reestructuración cuyo enfoque es netamente constructivista (p. 86).

La propuesta de estrategia didáctica planteada en el presente informe, tiene como soporte el hecho de que el objeto de estudio corresponde a la actividad matemática desarrollada en el aula, con un enfoque antropológico que permite analizar la estructura y funciones de dispositivos didácticos escolares: la clase, el libro de texto, los problemas, la teoría, las evaluaciones entre otras. Dejando de lado el enfoque clásico, que al estar centrado en los aspectos psicológicos del sujeto de aprendizaje y en su actividad dentro del mismo proceso renuncia a desarrollar problemáticas propias de la didáctica y al mismo tiempo a desarrollarla como ciencia.

Cabe anotar que posterior al proceso de planteamiento de la propuesta, se genera la necesidad de contrastarla empíricamente asumiendo de esta manera la responsabilidad enunciada por Gascón (1998), pero esta contrastación empírica corresponde a una posterior ampliación de este ejercicio investigativo.

En el caso de la educación colombiana, la evolución de la didáctica de las matemáticas ha sido interpretada y puesta al servicio de los profesionales en educación por el Ministerio de Educación Nacional -MEN- (1998) en sus lineamientos curriculares, que permiten una visión contemporánea del proceso de formación en esta área del conocimiento.

En concordancia, el MEN (1998) estipuló mediante los lineamientos curriculares, una estructura curricular que abarcara los Conocimientos Básicos en el área de matemáticas, determinados así: Pensamiento numérico y sistemas numéricos; Pensamiento espacial y sistemas geométricos; Pensamiento métrico y sistemas de medidas; El pensamiento aleatorio y los sistemas de datos; Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos.

3.5 PENSAMIENTO VARIACIONAL

En este caso, nos ocuparemos del Pensamiento Variacional, el cual se propone como un logro para avanzar en la educación básica, ya que elimina la enseñanza de las

matemáticas fragmentadas y compartimentalizadas, la enseñanza por temas y con una estructura curricular basada en contenidos, para ubicarse en un dominio conceptual, involucrando conceptos y procedimientos interestructurados, permitiendo de esta manera que el estudiante analice, organice y modele situaciones y problemas prácticos, científicos y propiamente de la evolución del conocimiento matemático (MEN, 1998).

Para Vasco (2006), el Pensamiento Variacional:

Puede describirse aproximadamente como una manera de pensar dinámica, que intenta producir mentalmente sistemas que relacionen sus variables internas de tal manera que covaríen en forma semejante a los patrones de covariación de cantidades de la misma o distintas magnitudes en los subprocesos recortados de la realidad (p. 6)

Además, el MEN (2006) en los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos de Competencia, define el Pensamiento variacional:

Como su nombre lo indica, este tipo de pensamiento tiene que ver con el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como con su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos (p. 66).

En este sentido, el objetivo principal del Pensamiento Variacional es la modelación matemática, no exclusivamente es resolución de problemas. Los mejores problemas y ejercicios, son aquellos donde se modele algún proceso. Para solucionar algún problema se debe esquematizar, para lo cual plantea varias fases: Momento de creación de un modelo mental, Momento de echar a andar el modelo, Momento de comparar los resultados con el proceso modelado y Momento de revisión del modelo (Vasco, 2006).

Así pues, la variación puede establecerse en situaciones problema cuyos campos de acción sean fenómenos de cambio y variación de la vida diaria, promoviendo de esta forma en el estudiante el desarrollo y optimización de actitudes de observación, registro y utilización del lenguaje propio de la matemática. Pero, al igual que en todo desarrollo de pensamiento o de apropiación de una estructura conceptual, se da un avance en el tiempo y el proceso de aprendizaje evolucionará progresivamente haciéndose cada vez más sofisticado y permitiendo de esta manera acceder a situaciones de mayor orden de complejidad que pondrán a prueba lo aprendido y se acercarán más al conocimiento científico (MEN, 1998).

El pensamiento variacional se desarrolla intrínsecamente en relación con los otros tipos de pensamientos establecidos por el MEN (2003) (el numérico, el espacial, el de medida o métrico y el aleatorio o probabilístico) y al igual, con otros pensamientos de las demás ciencias, sobre todo a través de la modelación de procesos en diferentes situaciones de las ciencias naturales y sociales utilizando las matemáticas.

Un buen punto de partida para el desarrollo del pensamiento variacional en primaria es el estudio de patrones iniciando con escenarios de la vida real, pasando luego por representaciones geométricas y numéricas utilizadas todas para reconocer y describir regularidades en los cambios o transformaciones. Las tablas de variación como recurso didáctico, permiten de igual manera ser empleadas para el inicio del desarrollo del pensamiento variacional en los estudiantes y que posteriormente pueden ser aprovechadas para dar comienzo al estudio del concepto de función y de manera consecuente derivar en la construcción de expresiones algebraicas, la construcción de fórmulas y la graficación de situaciones problema de tipo concreto. Extendiéndose consecutivamente, a los gráficos cartesianos que permiten una ampliación del concepto de función (lineal, afín, cuadrática, exponencial) y un estudio más dinámico de la variación, ya que “particularmente la gráfica tiene como fin abordar los aspectos de la dependencia entre variables, gestando la noción de función como dependencia” (MEN, 1998, p.66).

Aunque, el ideal del proceso de desarrollo del pensamiento variacional, debería tener su punto de partida desde el mismo momento en que el educando da inicio a su proceso educativo formal en la institución, en la mayoría de los centros de educación formal, igual que la Institución Educativa Santa Ana de San Sebastián de Mariquita, dicho proceso inicia en el grado octavo. El plan de área de la Institución plantea el pensamiento variacional desde el grado primero. Sin embargo, hasta grado octavo se comienza a desarrollar de una manera más enfática.

3.6 ENFOQUES DEL ÁLGEBRA

Los estudiantes, comúnmente, al llegar al estudio del álgebra, se encuentran con enfoques y nociones que traen de los años de trabajar con aritmética. Sin embargo, ésta no es solamente generalización de la aritmética, requiere un cambio en el pensamiento del estudiante de situaciones concretas a proposiciones más generales. Pasar de un método informal a uno formal, resulta a menudo difícil y estruendoso para quienes estudian el álgebra (Kieran y Filloy, 1989).

De la misma forma (Socas et al., 1996) se refiere a este punto, al afirmar que el álgebra y la aritmética no son separadas, de hecho, el álgebra es en gran parte aritmética generalizada y aprenderla no es meramente hacer explícito lo que estaba implícito en la aritmética.

En consecuencia, estos métodos, los informales para la solución de cuestiones sencillas, parecen tener éxito, pero no pueden ampliarse a problemas mucho más complejos dentro del álgebra, lo cual conlleva a consecuencias negativas a la hora de que los estudiantes elaboren y desarrollen enunciados generales. Se detalla el siguiente ejemplo presentado por Socas et al. (1996):

Si un estudiante para encontrar el número total de elementos en dos conjuntos de 27 y 32 elementos, no usa la noción de suma, representándola por $27 + 32$, sino que resuelve el problema contando, quizás sean pocas las

posibilidades de que el estudiante represente $x + y$ el número total de elementos (p.105).

3.7 DIFICULTADES EN LA TRANSICIÓN DE LA ARITMÉTICA AL ÁLGEBRA

La transición de la aritmética al álgebra es un proceso que, por las condiciones propias de la educación colombiana, no tiene un hilo conductor desde los primeros años de vida escolar, lo que plantea la aritmética y el álgebra como dos áreas disyuntas. La identificación de patrones y su proceso de utilizando de letras, se convierte entonces en un muro de contención para iniciar el estudio más profundo del álgebra, lo cual se convierte en un despropósito, pues desde los diferentes estudios, ya se ha comprobado la relación que tiene la una con la otra.

Las dificultades que surge de esta transición, de la aritmética al álgebra, y del pensamiento variacional, en estudios anteriores, se podrían enunciar: a) su forma de ver el signo igual, b) sus dificultades con la concatenación y con algunas de las convenciones de notación del álgebra, y c) su falta de habilidad para expresar formalmente los métodos y los procedimientos que usan para resolver problemas. También da cuenta, en gran medida, de su interpretación de las variables (Kieran y Filloy, 1989).

El álgebra tiene numerosas concepciones, entre ellas, según Socas, Camacho, Palarea y Hernández (1997) citado por Serres (2011), la concepción más común es la de ser una rama de las matemáticas la cual trata de la simbolización de las propiedades, operaciones y relaciones numéricas generales. En este sentido, el álgebra puede definirse como la generalización, proceso complejo, que precisamente potencia el lenguaje algebraico gracias al expresar el lenguaje natural a través de símbolos.

Así pues, la generalización, según Mason, Graham, Pimm y Gower (1985) citado por Butto y Rojano (2010), es el punto de inicio hacia la abstracción matemática y desarrollada por medio de la identificación de patrones y regularidades; lo que conlleva

inevitablemente a la necesidad de trabajar desde temprana edad en la identificación de dichos elementos e imperiosamente su relación con la generalidad.

La generalización según Reggiane (1994) citado por Butto y Rojano (2010), es un término utilizado para denominar el paso de lo particular a lo general y de lo general para explicar casos particulares. Y según la autora, en el desarrollo del proceso de enseñanza y aprendizaje, lo que prevalece en la práctica didáctica es la generalización de manera puramente técnica y meramente operativa, lo que conlleva a una mala comprensión general del número; y contrario a esto, la base del pensamiento algebraico se afianza cuando se asimilan las propiedades de las operaciones entre números y se desarrolla el trabajo con símbolos en diversos contextos.

De esta manera, surge la necesidad de plantear estrategias didácticas que logren un proceso de enseñanza y aprendizaje distinto, donde realmente se afiance el pensamiento algebraico, y no se quede la generalización como un desarrollo disyunto entre la aritmética y el álgebra.

3.8 ECUACIONES DE PRIMER GRADO

Al introducirse un poco más en la solución de ecuaciones, en la escuela elemental, los estudiantes resuelven ecuaciones sencillas, como $3+\square=8$, o $3+n=8$. Sin embargo, estas ecuaciones son presentadas fuera de contexto de situaciones problema verbales, sin el apoyo del mundo real para su solución e interpretación. De hecho, los estudiantes pocas veces usan las ecuaciones para solucionar problemas del mundo real; primero resuelven el problema y luego buscan la solución de la ecuación (Kieran y Filloy, 1989).

En la resolución de ecuaciones, se procede de arriba abajo mediante transformaciones sucesivas, pero no de una única expresión, sino de una relación de expresiones. Para solución de ecuaciones simples es fácil encontrar la solución. Pero para ecuaciones un poco más complejas, se requieren simplificaciones sucesivas por medio de transformaciones. En concordancia, los estudiantes deben observar la resolución de la

ecuación en cada uno de sus pasos en orden a determinar: La naturaleza de cada transformación, la relación entre los nuevos lados izquierdo y derecho de la ecuación, la igualdad o desigualdad de los lados correspondientes consecutivos (Socas et al., 1996). La presente propuesta didáctica se motiva a partir de dificultades detectadas durante el desarrollo del curso de álgebra en la solución de ecuaciones de primer grado con una incógnita: la formulación misma de la ecuación, la interpretación de la letra como variable, la falta de habilidad en la interiorización y desarrollo del proceso formal de solución y, especialmente, la dificultad para utilizar este recurso algebraico como alternativa en la solución de problemas cotidianos.

La intención, manifestada anteriormente, consiste en modificar la finalidad del curso de algebra de octavo, de la búsqueda de adquisición de conocimiento pasar a el desarrollo de habilidades de pensamiento, de la visión compartimentalizada y terminada del álgebra a una visión holística y en continua construcción, de la estructura rígida y autoritaria del proceso mismo de aprendizaje a prácticas que incorporen al interior del aula momentos y actividades que además del desarrollo del pensamiento formal involucren el pensamiento creativo y crítico, la vinculación del conocimiento con estructuras mentales previamente establecidas generando un conocimiento sustentable.

3.9 TEORÍAS DEL APRENDIZAJE

Buscando encaminar la propuesta en una teoría del aprendizaje y ofrecer la posibilidad de comparar tres de las teorías más utilizadas en el contexto educativo actual se presenta a continuación un cuadro comparativo de las teorías conductista, cognitivista y constructivista desde la óptica de aspectos como: el aprendizaje, perfil del estudiante, factores que influyen en el aprendizaje, uso de la memoria, transferencia, tipos de aprendizaje, principios pertinentes al diseño de la instrucción y diseño de instrucción.

Tabla 1. Cuadro comparativo - propuesta modelo ecléctico

VARIABLE	CONDUCTISMO	COGNITIVISMO	CONSTRUCTIVISMO
APRENDIZAJE	El conductismo iguala al aprendizaje con los cambios en la conducta observable, bien sea respecto a la forma o a la frecuencia de esas conductas. El aprendizaje se logra cuando se demuestra o se exhibe una respuesta apropiada a continuación de la presentación de un estímulo ambiental específico.	Las teorías cognitivas enfatizan la adquisición del conocimiento y estructuras mentales internas. El aprendizaje se equipará a cambios discretos entre los estados del conocimiento más que con los cambios en la probabilidad de respuesta. Las teorías cognitivas se dedican a la conceptualización de los procesos del aprendizaje del estudiante y se ocupan de como la información es recibida, organizada, almacenada y localizada. El aprendizaje se vincula, no tanto con lo que los estudiantes hacen, sino con que es lo que saben y cómo lo adquieren (Jonassen, 1991)	"el conocimiento es una función de cómo el individuo crea significados a partir de sus propias experiencias" (Bednar, 1991, p.12). Los constructivistas creen que la mente filtra lo que nos llega del mundo para producir su propia y única realidad (Jonassen, 1991)
	No se hace ningún intento de determinar la estructura del conocimiento de un estudiante, ni tampoco de determinar cuáles son los		No existe una realidad objetiva que los estudiantes se esfuercen por conocer. El conocimiento emerge en contextos que le son significativos. Por lo tanto, para comprender el aprendizaje que ha tenido

VARIABLE	CONDUCTISMO	COGNITIVISMO	CONSTRUCTIVISMO
	procesos mentales que ese estudiante necesita usar.		lugar en un individuo debe examinarse la experiencia en su totalidad (Bednar, 1991)
PERFIL DEL ESTUDIANTE	Se caracteriza al estudiante como reactivo a las condiciones del ambiente y no como sucede en otras teorías, donde se considera que asume una posición activa en el descubrimiento del mismo	El estudiante es visto como un participante muy activo del proceso de aprendizaje	Los estudiantes no transfieren el conocimiento del mundo externo hacia su memoria; más bien construyen interpretaciones personales del mundo, basados en las experiencias e interacciones individuales. Observan al estudiante como algo más que un simple procesador activo de información: el estudiante elabora e interpreta la información suministrada.
FACTORES QUE	Aunque tanto el estudiante como los factores	El enfoque cognitivo se concentra en las actividades mentales del	Tanto el estudiante como los factores ambientales son

VARIABLE	CONDUCTISMO	COGNITIVISMO	CONSTRUCTIVISMO
INFLUYEN EN EL APRENDIZAJE	ambientales son considerados importantes por los conductistas, son las condiciones ambientales las que reciben el mayor énfasis.	estudiante que conducen a una respuesta y reconocen los procesos de planificación mental, la formulación de metas y la organización de estrategias (Shuell, 1986).	imprescindibles para el constructivismo, así como la interacción específica entre estas dos variables que crean el conocimiento. Los constructivistas consideran que la conducta está situacionalmente determinada (Jonassen, 1991).
FACTORES QUE INFLUYEN EN EL APRENDIZAJE	Los conductistas evalúan los estudiantes para determinar en qué punto comenzar la instrucción, así como para determinar cuáles refuerzos son más efectivos para un estudiante en particular. El factor más crítico, sin embargo, es el ordenamiento del estímulo	El verdadero centro del enfoque cognitivo se localiza en cambiar al estudiante animándolo para que utilice las estrategias instruccionales apropiadas.	Es fundamental que el aprendizaje tenga lugar en ambientes reales y que las actividades de aprendizaje seleccionadas estén vinculadas con las experiencias vividas por los estudiantes.

VARIABLE	CONDUCTISMO	COGNITIVISMO	CONSTRUCTIVISMO
	y sus consecuencias dentro del medio ambiente.		
USO DE LA MEMORIA	La memoria, tal como se define comúnmente, no es tomada en cuenta por los conductistas. Aunque se discute la adquisición de "hábitos", se le da muy poca atención a cómo esos hábitos se almacenan o se recuperan para uso futuro.	El aprendizaje resulta cuando la información es almacenada en la memoria de una manera organizada y significativa. Los maestros y diseñadores son responsables de que el estudiante realice esa organización de la información de una forma óptima.	La meta de la instrucción no es asegurar que el individuo conozca hechos particulares sino más bien que pueda elaborar e interpretar la información. La comprensión se desarrolla a través de la utilización continua y situacional... no se cristaliza en una definición categórica que pueda evocarse desde la memoria (Brown , 1989).
	El olvido se atribuye a la "falta de uso" de una respuesta al pasar el tiempo. El uso de la práctica periódica o la revisión sirve para	Los diseñadores usan técnicas tales como organizadores avanzados, analogías, relaciones jerárquicas, y matrices, para ayudar a los estudiantes a relacionar la nueva información con el conocimiento previo.	La memoria siempre estará "en construcción", como una historia acumulativa de interacciones. Las representaciones de experiencias no se formalizan

VARIABLE	CONDUCTISMO	COGNITIVISMO	CONSTRUCTIVISMO
USO DE LA MEMORIA	mantener al estudiante listo para responder	El olvido es la falta de habilidad para recuperar información de la memoria debido a interferencias, pérdida de memoria, o por ausencia o de "pistas" o "apuntadores" ("ques") necesarios para tener acceso a la información	o estructuran en una sola pieza de conocimientos para luego almacenarse en la cabeza. El énfasis no es recuperar estructuras del conocimiento intactas, sino suministrar al estudiante los medios para crear comprensiones novedosas y situacionalmente específicas mediante el "ensamblaje" de conocimientos previos provenientes de diversas fuentes que se adecuen al problema que se esté enfrentando.
	En las teorías conductistas del aprendizaje, la transferencia es un	De acuerdo con las teorías cognitivas, la transferencia es una función de cómo se	La posición constructivista asume que la transferencia puede facilitarse envolviendo a la persona en tareas

VARIABLE	CONDUCTISMO	COGNITIVISMO	CONSTRUCTIVISMO
TRANSFERENCIA	<p>resultado de la generalización. Las situaciones que presentan características similares o idénticas permiten que las conductas se transfieran a través de elementos comunes. Por ejemplo, el estudiante que ha aprendido a reconocer y clasificar cierto tipo de árboles, demuestra transferencia cuando puede clasificar otro tipo de árboles usando el mismo proceso.</p>	<p>almacena la información en la memoria (Schunk, 1991)</p> <p>Cuando un estudiante entiende cómo aplicar el conocimiento en diferentes contextos, entonces ha ocurrido la transferencia. La comprensión se ve como compuesta por una base de conocimientos en la forma de reglas, conceptos, y discriminaciones (Duffy et al., 1991)</p>	<p>auténticas ancladas en contextos significativos (Brown, 1989).</p> <p>Ya que la comprensión está "indexada" por la experiencia (así como los significados de las palabras están ligados a circunstancias específicas de uso), la autenticidad de la experiencia viene a ser crítica en la habilidad del individuo para utilizar sus ideas (Brown, 1989).</p> <p>En consecuencia, la medida última del aprendizaje se basa en qué efectiva es la estructura del conocimiento del estudiante para facilitarle el pensamiento y el desempeño en el sistema en el cual realmente se utilizan esas herramientas.</p>

VARIABLE	CONDUCTISMO	COGNITIVISMO	CONSTRUCTIVISMO
TRANSFERENCIA		El conocimiento previo se usa para el establecimiento de delimitaciones para identificar las semejanzas y diferencias con la nueva información.	
		Tanto los eventos del mundo real como los específicamente instruccionales, provocaran respuestas particulares, pero el estudiante debe convencerse de que el conocimiento es útil en una situación dada para activar esas respuestas.	
TIPOS DE APRENDIZAJE	Los conductistas intentan prescribir estrategias que sean más útiles para construir y reforzar asociaciones estímulo-	El conocimiento puede ser analizado, desglosado y simplificado en bloques de construcción básicos.	Los constructivistas consideran que es imposible aislar unidades de información o dividir los

VARIABLE	CONDUCTISMO	COGNITIVISMO	CONSTRUCTIVISMO
	respuesta, incluyendo el uso de "pistas" o "indicios" instruccionales ("ques"), práctica y refuerzo.		dominios de conocimiento de acuerdo a un análisis jerárquico de relaciones.
TIPOS DE APRENDIZAJE	Estas prescripciones, generalmente, han probado ser confiables y efectivas en la facilitación del aprendizaje que tiene que ver con discriminaciones (recuerdo de hechos), generalizaciones (definiendo e ilustrando conceptos), asociaciones (aplicando explicaciones), y encadenamiento (desempeño automático de un procedimiento especificado.	La transferencia de conocimientos se hace expedita si se elimina la información no pertinente. Debido al énfasis en las estructuras mentales, se considera a las teorías cognitivas más apropiadas para explicar las formas complejas de aprendizaje (razonamiento, solución de problemas, procesamiento de información) (Schunk, 1991). Sin embargo, es importante indicar que la meta real de instrucción para el cognitivista es a menudo es la misma: comunicar o transferir	A pesar de que el énfasis en el desempeño y en la instrucción ha dado muestras de su efectividad en la enseñanza de las habilidades básicas en dominios de conocimiento relativamente estructurados, mucho de lo que se requiere aprender implica conocimiento avanzado en dominios muy poco estructurados. Se sugiere una transición al enfoque constructivista en la medida que los estudiantes adquieran mayor conocimiento, lo que les proporciona el poder

VARIABLE	CONDUCTISMO	COGNITIVISMO	CONSTRUCTIVISMO
		conocimiento a los estudiantes en la forma más eficiente y efectiva posible (Bednar, 1991).	conceptual requerido para enfrentar los problemas complejos y poco estructurados (Jonassen, 1991).
	Un énfasis en producir resultados observables y mensurables en los estudiantes [objetivos de conducta, análisis de tareas, evaluación basada en criterios]	Énfasis en la participación activa del estudiante en el proceso de aprendizaje [autocontrol, entrenamiento metacognitivo (por ejemplo, técnicas de autoplanificación, monitoreo y revisión)].	Un énfasis en la identificación del contexto en el cual las habilidades serán aprendidas y subsecuentemente aplicadas [aprendizaje anclado en contextos significativos].
PRINCIPIOS PERTINENTES AL DISEÑO DE INSTRUCCIÓN	Evaluación previa de los estudiantes para determinar dónde debe comenzar la Instrucción [análisis del estudiante]	Uso de análisis jerárquico para identificar e ilustrar relaciones de prerrequisito [procedimientos de análisis de tareas cognitivas].	Un énfasis en el control por parte del estudiante y en la capacidad para que el mismo pueda manipular la información [utilizar activamente lo que se aprende].
	Énfasis en el dominio de los primeros pasos antes de	Énfasis en la estructuración, organización y secuencia de la información para facilitar su óptimo procesamiento [uso de	La necesidad de que la información se presente en una amplia variedad de formas [volver sobre el contenido en

VARIABLE	CONDUCTISMO	COGNITIVISMO	CONSTRUCTIVISMO
	progresar a niveles más complejos de desempeño [secuencia de la síntesis, presentación, aprendizaje para el dominio]	estrategias cognitivas tales como esquematización, resumen, y organizadores avanzados, etc.].	distintos momentos, en contextos reestructurados, para propósitos diferentes y desde diferentes perspectivas conceptuales].
PRINCIPIOS PERTINENTES AL DISEÑO DE INSTRUCCIÓN	Uso de refuerzos para impactar al desempeño [premios tangibles, retroalimentación informativa] Uso de "pistas" o "indicios" ("ques"), modelaje y práctica para asegurar una fuerte asociación estímulo-respuesta [secuencia de la práctica desde lo simple a lo complejo, uso de "provocadores" ("prompts")].	Creación de ambientes de aprendizaje que permitan y estimulen a los estudiantes a hacer conexiones con material previamente aprendido [evocación de prerrequisitos, uso de ejemplos pertinentes, analogías].	Evaluación enfocada hacia la transferencia de conocimiento y habilidades [presentación de problemas y situaciones novedosas que difieran de las condiciones de la instrucción inicial]. Apoyar el uso de las habilidades de solución de problemas que permitan al estudiante ir más allá de la información presentada [desarrollo de habilidades de reconocimiento de patrones, presentación de formas

VARIABLE	CONDUCTISMO	COGNITIVISMO	CONSTRUCTIVISMO
			alternas de presentar problemas].
DISEÑO DE INSTRUCCIÓN	Las teorías conductistas establecen que el trabajo del educador/diseñador es: (1) determinar cuáles "pistas" o "indicios" ("ques") pueden "extraer" la respuesta deseada.	Los énfasis cognitivos implican que las tareas principales del educador/diseñador incluyen:	En este punto las responsabilidades del diseñador son dobles:
DISEÑO DE INSTRUCCIÓN	(2) organizar situaciones de práctica en las cuales los "provocadores" ("prompts") se relacionan con los estímulos que inicialmente no tienen poder para lograr la respuesta, pero de los cuales se puede esperar que la logren en el ambiente "natural" de desempeño; y (3) organizar las condiciones ambientales de tal forma que los estudiantes puedan dar las	(1) comprender que los individuos traen experiencias de aprendizaje variadas a la situación de instrucción, las cuales pueden impactar los resultados de aprendizaje; (2) determinar la manera más eficiente de organizar y estructurar la nueva información para conectar con los conocimientos, habilidades, y experiencias previamente adquiridas por los estudiantes; y	(1) instruir al estudiante sobre cómo construir significados y como conducir, evaluar y actualizar efectivamente esas construcciones y (2) diseñar y ajustar experiencias para el estudiante de manera que los contextos puedan experimentarse de forma auténtica y coherente En la medida que el estudiante adquiera más confianza y experiencia, se moverá hacia

VARIABLE	CONDUCTISMO	COGNITIVISMO	CONSTRUCTIVISMO
	respuestas correctas en la presencia de los estímulos correspondientes y recibir refuerzos por las respuestas correspondientes	(3) organizar práctica con retroalimentación de tal forma que la nueva información sea efectiva y eficientemente asimilada y/o acomodada dentro de la estructura cognitiva del estudiante (Newby et al.,2000).	una fase cooperativa de aprendizaje, en la cual la discusión se convierte en un aspecto crucial

Fuente. Adaptado y modificado de Ertmer y Newby (1993).

Se pueden enumerar las situaciones presentadas al interior del desarrollo de la presente propuesta de estrategia didáctica: se presenta una situación problema, anteriormente descrita, al interior del aula en el desarrollo del proceso enseñanza y aprendizaje de la clase de álgebra de octavo grado, se procede a una búsqueda y comprensión de fuentes de solución, en este caso las teorías del aprendizaje humano y se pretende entonces formular la solución adecuada que corresponda con el problema diagnosticado.

La posición podría corresponder al empirismo o asociacionismo, con un fundamento filosófico objetivista y corresponder a una teoría de carácter conductista, pero, aunque se manifiesta la necesidad del desarrollo de competencias básicas, (por ejemplo, asociación básica por relaciones, discriminaciones, aprendizaje de memoria), para acceder a un pensamiento de mayor orden, es básicamente esta es la tendencia hasta el momento utilizada durante el desarrollo del proceso de enseñanza aprendizaje.

Se presenta como alternativa una posición racionalista con la teoría cognitivista, que ofrece la oportunidad de involucrar al estudiante dentro del proceso y además desarrollar otro nivel de competencias y de desarrollos de pensamiento (por ejemplo, organización esquemática, razonamiento analógico, solución algorítmica de problemas). Pero, carente de posibilidades en lo que se refiere al pensamiento creativo y autónomo, (por ejemplo, solución heurística de problemas, selección y monitoreo personal de estrategias cognitivas), que hacen parte también del ideal de formación en pensamiento variacional, pues se requiere la transposición didáctica y el conocimiento sustentable al momento de enfrentar la solución de situaciones de mayor nivel de dificultad o poco conocidas.

La teoría que se seleccione, en el caso de la presente propuesta, debe cumplir funciones específicas: primero, la teoría debe ser fuente de estrategias y técnicas de instrucción previamente verificadas; segundo ofrecer las bases para que la selección corresponda a un proceso de análisis de la relación de la teoría con la situación problema; tercero que se pueda relacionar con el contexto de la problemática y con los estudiantes específicamente hablando; y cuarto, que sea realizable es decir posible de desarrollar y si es necesario de verificar.

Por tanto, se considera que no es recomendable limitar la propuesta a una sola posición teórica. Pues no es posible encontrar una teoría del aprendizaje que cumpla con la totalidad de expectativas planteadas sin generar una posible situación problema dentro del desarrollo de la misma. Debido a esto, se plantea incluir una posición ecléctica que conjugue tres teorías: conductismo, cognitivismo y constructivismo, siendo esta última una teoría que conjuga el empirismo, por el hecho de dar valor al ambiente y la relación de este con el aprendiz y el racionalismo pues hace énfasis en el desarrollo del pensamiento.

Lo que se pretende, en la presente propuesta, es plantear un avance desde el conductismo al cognitivismo y posteriormente al constructivismo, cambiando el eje del proceso de formación de la enseñanza al aprendizaje, de la transferencia de datos o conocimientos hacia la aplicación activa de ideas y de la posición pasiva del estudiante a una participación activa y crítica dentro de todos los momentos del desarrollo del proceso enseñanza aprendizaje, en la clase de álgebra de octavo, buscando como resultado un aprendizaje exitoso, significativo y sustentable.

4. MARCO CONTEXTUAL

Este trabajo se desarrolló en el municipio de San Sebastián de Mariquita, ubicado en el departamento del Tolima (Colombia, Limita con los Siguietes Municipios: Honda, Fresno, Armero Guayabal, Falan y Victoria (Caldas). Según el censo general realizado por el Departamento Administrativo Nacional de Estadística – DANE-, San Sebastián de Mariquita cuenta con 32,642 habitantes, de los cuales 23,376 se encuentran en la cabecera municipal. (DANE, 2005)

Figura 2. Mapa del Tolima con ubicación de San Sebastián de Mariquita



Fuente. Alcaldía de San Sebastián de Mariquita (2018).

La Institución Educativa Santa Ana, se ubica en el barrio centro del municipio, donde su sede principal se sitúa en la calle 4ª # 2-39, donde funciona la modalidad de educación secundaria y media. De la misma forma, la institución cuenta con tres sedes urbanas: Santa Ana, Carlota Armero y Simón Bolívar, donde funciona la educación Preescolar y Básica Primaria. En la parte rural del municipio funcionan cuatro sedes: La Cabaña, Carrizales, El Cariaño y el Pomo, donde trabajan con modalidad Escuela Nueva (multigrado) y Secundaria hasta noveno grado en la sede La Cabaña. Para el año 2017, la matrícula de la institución contó con 1755 estudiantes distribuidos en las siete sedes

del plantel. El modelo pedagógico el cual se plantea dentro de la institución definido en el Proyecto Educativo Institucional -PEI- (2014), es el de aprendizaje significativo, para lo cual se define así:

Desde la razón ser de nuestra Institución contemplada en la misión y la visión como es la de formar ciudadanos integralmente con valores sociales políticos, religiosos, solidarios, justos, respetuosos y desde toda la filosofía de la Congregación de Hnas. de la Caridad de Santa expresada en el horizonte Institucional del PEI, consideramos importante como modelo pedagógico el aprendizaje significativo por cuanto queremos para nuestros estudiantes aprendizajes significativos y por ende más perdurables. Igualmente, porque queremos alumnos que trasciendan las barreras de un aprendizaje memorístico y repetitivo además de ser activos, críticos, analíticos y creativos comprometidos en su propia formación, es decir, que sean agentes de su propio desarrollo y progreso y que sepan qué aprenden, para qué aprenden y cómo usar lo que aprenden en contextos específicos (PEI, 2014, p.12)

En ese mismo sentido, se basa en los estándares básicos de competencia, al igual que en los lineamientos curriculares del Ministerio de Educación Nacional, para establecer la jerarquización de los contenidos, de acuerdo a los grados de escolaridad.

La Institución Educativa Santa Ana es una de las instituciones con mayor reconocimiento a nivel departamental, ya que aparece entre las primeras 20 instituciones por su buena gestión y resultados en las pruebas Saber, para lo cual es referenciada como ejemplo educativo en el departamento del Tolima.

La presente investigación se desarrolló en la sede principal de la Institución Educativa Santa Ana, la cual cuenta con 18 grupos, en los cuales se encuentran tres grados octavos, y de los cuales se trabajará con un total de 30 estudiantes de este nivel.

5. DISEÑO METODOLÓGICO

5.1 ENFOQUE METODOLÓGICO

La presente investigación cualitativa está enfocada en el conocimiento crítico, éste es un enfoque radicalmente sustantivo y normativo, ya que la identificación de en qué medida lo que se piensa, argumenta y razona está limitada por la sociedad, se pretende revisar las percepciones, sino generar una comprensión de la realidad que permita la transformación de la misma (Porta y Silva, 2003).

Tal y como lo plantean Porta y Silva (2003):

Este marco conceptual, inspirado en la teorización de la Escuela de Frankfurt, rechaza tanto el mito de la racionalidad/objetividad de la ciencia ausente de valores y propio del enfoque tecnológico, como la pretensión del paradigma simbólico interpretativo de una construcción meramente subjetiva de la realidad (p.4).

Asimismo, se deja de lado el conocimiento empírico analítico por su enfoque meramente cuantitativo y el conocimiento simbólico que se limita a la simple descripción de la realidad.

El Enfoque Cualitativo se entiende como todas las metodologías orientadas a describir e interpretar determinados contextos y situaciones de la realidad social, buscando la comprensión de la lógica de sus relaciones, así como las interpretaciones dadas por sus protagonistas. Una investigación cualitativa aborda a profundidad experiencias, interacciones creencias y pensamientos presentes en una situación específica y la manera como son expresadas - por vía del lenguaje - por lo actores involucrados. En términos de Bonilla y Rodríguez (2002), la investigación cualitativa “intenta hacer una aproximación global de las situaciones sociales para explorarlas, describirlas y

comprenderlas de manera inductiva; es decir a partir de lo que tienen las diferentes personas involucradas en ellas y no con bases en hipótesis externas” (p.22).

Sin embargo, se pretende realizar una interpretación de datos deductivo-inductivo pues además de la aproximación realizada a la situación desde los pensamientos, creencias, actitudes y comportamientos registrados en los protagonistas de la misma, se lleva a cabo una revisión teórica que permita realizar inferencias a partir del conocimiento ya existente acerca de las categorías involucradas en la situación problema.

5.2 INVESTIGACIÓN ACCIÓN

Se eligió, dentro de los métodos de investigación cualitativa, la investigación-acción, por considerarla como una alternativa metodológica que permite la producción de resultados como efecto de la interacción continua entre procesos de reflexión, observación, diseño, puesto en escena, análisis y teorización de los eventos educativos

Elliott (1993) citado por Latorre (2005) define la investigación-acción como “un estudio de una situación social con el fin de mejorar la calidad de la acción dentro de la misma” (p.15). Se entiende como una reflexión sobre las acciones humanas y sociales vividas por el profesor con el objetivo de ampliar el diagnóstico (comprensión) en los problemas prácticos. Todas las acciones van encaminadas a transformar la situación una vez se logre la comprensión profunda del problema (Latorre, 2005)

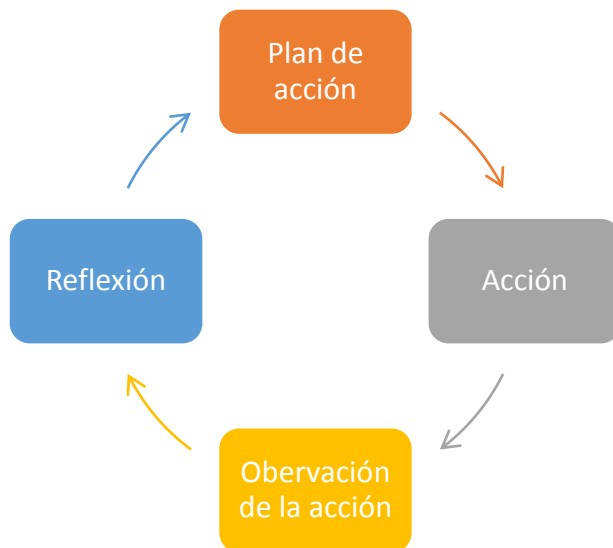
De la misma forma, para Kemmis (1984) citado por Latorre (2005) la investigación – acción no solo es una ciencia práctica y moral, sino también es una ciencia crítica. En consecuencia, define la investigación – acción como:

una forma de indagación autorreflexiva realizada por quienes participan (profesorado, alumnado, o dirección, por ejemplo) en las situaciones sociales (incluyendo las educativas) para mejorar la racionalidad y la justicia de: a) sus propias prácticas sociales o educativas; b) su comprensión sobre

las mismas; y c) las situaciones e instituciones en que estas prácticas se realizan (aulas o escuelas, por ejemplo (p.24).

De esta manera, la investigación acción es propicia para la investigación en el aula, pues el objetivo del docente, como investigador, siempre será innovar, mejorar, comprender, el contexto educativo, teniendo como meta la calidad de la educación (Latorre, 2005). La figura 3 muestra un esquema del proceso de la investigación – acción, donde el proceso de reflexión en la acción, se convierte en investigación en la acción.

Figura 3. Esquema de la investigación - acción



Fuente. Latorre (2005).

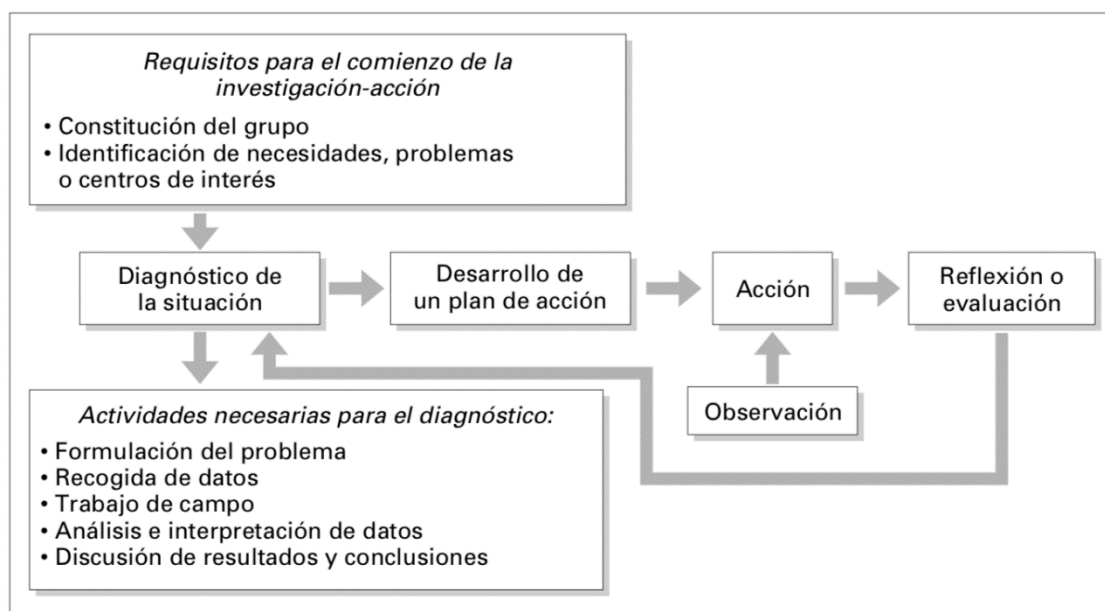
Asimismo, en un aspecto más profundo Buendía, Cólás y Hernández (1998), plantean las características de la investigación – acción, sintetizadas por Kemmis y McTaggart (1988) de la forma siguiente:

- a. La investigación-acción se plantea para cambiar y mejorar las prácticas existentes, bien sean educativas, sociales y/o personales.
- b. La investigación-acción se desarrolla de forma participativa, es decir, en grupos que plantean la mejora de sus prácticas sociales o vivenciales.

- c. Metodológicamente se desarrolla siguiendo un proceso en espiral que incluye cuatro fases: Planificación, Acción, Observación y Reflexión.
- d. La investigación-acción se convierte en un proceso sistemático de aprendizaje ya que implica que las personas realicen análisis críticos de las situaciones (clases, centros o sistemas) en las que están inmersos, induce a que las personas teorizen acerca de sus prácticas y exige que las acciones y teorías sean sometidas a prueba (p. 263).

De la misma forma, y ampliando las fases estipuladas de la investigación -acción, se plantea un esquema más estructurado basado en las fases y secuencias definidas por Colás y Buendía (1994), citadas por Buendía et al. (1998) así:

Figura 4. Fases y secuencias de la investigación - acción



Fuente. Buendía et al. (1998).

La presente propuesta busca hacer un ejercicio investigativo en el aula, el cual permita la comprensión de la práctica, y la transformación de la misma. Por lo cual se considera que la investigación – acción es la propicia, ya que como lo plantea Kemmis et al. (1988):

los principales beneficios de la investigación - acción son la mejora de la práctica, la comprensión de la práctica y la mejora de la situación en la que tiene lugar la práctica. La investigación - acción se propone mejorar la educación a través del cambio y aprender a partir de las consecuencias de los cambios (p.27).

5.3 POBLACIÓN Y MUESTRA

Para el desarrollo de la investigación, es fundamental precisar cuál es la población de estudio. En este sentido, según Salvarrey (2010), la población es “un conjunto generalmente grande de individuos o medidas acerca del cual se desea información” (p.24). De esta manera, la población objeto de estudio es el grado octavo de la Institución Educativa Santa Ana del municipio de San Sebastián de Mariquita, el cual cuenta con un número de 90 estudiantes cuyas edades están comprendidas entre los 12 y 14 años.

Asimismo, se debe establecer una muestra de la población, que como dice Salvarrey (2010) es “un subconjunto de la población que se pretende que represente a esta” (p. 47). En este sentido, la elección de la muestra se realizó por conveniencia, la cual se refiere a dos aspectos fundamentalmente:

De un lado, a la elección del lugar, la situación o el evento que más faciliten la labor de registro, sin crear interferencias. Por el otro, a la adopción de una alternativa que le permita al investigador posicionarse socialmente dentro del grupo que busca analizar, mediante una oportuna y bien definida ubicación mental y cultural, a través de la cual obtenga una comprensión clara de la realidad que está estudiando (Sandoval, 1996, p.137).

En concordancia, la muestra seleccionada fueron 30 estudiantes (entre niños y niñas) del grado octavo, escogidos de manera aleatoria, motivo por el cual no hay un sesgo en cuanto al rendimiento académico.

5.4 TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE INVESTIGACIÓN

Se tuvo en cuenta el trabajo realizado por Bedoya et al. (2009), para enfocar la observación participante.

Con base en las anteriores consideraciones se llevó a cabo una acción investigativa en el siguiente proceso:

Teniendo en cuenta que en este proyecto de investigación se realiza con el acompañamiento de un par académico, para fortalecer y apoyar el proceso pedagógico que se está ofreciendo en la clase de álgebra en el grado octavo, se trabaja con el método de Entrenamiento Metodológico Conjunto -EMC-, implementado con gran éxito en Cuba el cual, Rodríguez (1994) citado por Yépez (2011), es un “método de trabajo que contribuye a la calidad del proceso pedagógico, a través del desarrollo constante del nivel profesional” (p.21), método el cual según el MEN, se ha venido aplicando en Colombia.

Así pues, el método se caracteriza por el aprender todos de todos en el quehacer pedagógico, lo que contribuye al soporte entre pares, en este caso maestros, que permitan diseñar las clases de acuerdo al contenido estipulado, los resultados que se obtienen y esperados, las acciones didácticas, pedagógicas y metodológicas a seguir, lo cual genera una dinámica de colaboración (Yépez, 2011).

Las fases que comprenden el EMC, de acuerdo al MEN (2005), se pueden estipular como el diagnóstico, la demostración, el control y la evaluación:

1. *El diagnóstico* recoge la información acerca de los niños y su composición familiar, de las necesidades más sentidas de la comunidad en relación con el desarrollo pedagógico de los estudiantes, el análisis de la misión, la visión, los planes de estudio, el currículo en general y la evaluación de desempeño de los directivos docentes y docentes de la institución. Este

diagnóstico es el que permite jerarquizar los problemas para trabajar en los Planes de Mejoramiento de una manera coherente y, sobre todo, pertinente, con el análisis realizado en esta etapa de diagnóstico.

Por ejemplo, si se quiere saber cuál es el estado del aprendizaje en una competencia básica como la resolución de problemas matemáticos, se debe determinar si los alumnos saben comprender textos y cuál es el nivel de comprensión; si dominan las habilidades básicas del cálculo con las operaciones elementales; si saben establecer un algoritmo de trabajo para dar solución al problema; si son capaces de representar gráficamente la situación que se plantea, etc.

En este sentido, cada problema que se diagnostica tiene sus propios indicadores y se miden a través de *observaciones directas, aplicación de ejercicios, entrevistas y encuestas, entre otros instrumentos*. Una vez se tiene esta información, es posible identificar y analizar dónde están las dificultades y sus causas para establecer las acciones que permitan subsanarlas, con el fin de que los estudiantes logren los estándares básicos en cada área.

2. *En la demostración*, los maestros se preparan para el entrenamiento. Es decir, en conjunto con los directivos docentes y los docentes, analizan el diagnóstico del lugar donde se va a llevar a cabo el entrenamiento -de docentes, alumnos y familias, entre otros- y discuten la propuesta de las acciones que el maestro quiere implementar en su clase. Es en este momento cuando el entrenador o el especialista sugieren evaluar alternativas y proponer transformaciones para elevar la calidad de la actividad planificada.

4. *El control* permite establecer la correspondencia que existe entre la calidad del proceso que desarrollan los docentes y la calidad del trabajo en

cada una de las fases del Entrenamiento Metodológico Conjunto. Por lo mismo, es una acción continua desde que se inicia hasta que concluye el EMC.

5. Por último, la *evaluación* parte de la autovaloración del propio docente y finaliza con la proyección de las acciones que conllevan a la solución del problema identificado (p.1).

El trabajo en equipo contribuye al éxito del programa de entrenamiento, ya que potencia las habilidades de cada individuo, a través del intercambio de ideas, lo que permite evidenciar los posibles errores y corregirlos. Se garantiza un seguimiento al proceso y cambios esperados (MEN, 2005).

Otro aspecto fundamental del EMC son las visitas entre maestros. En estas, los maestros de mayor experiencia observan y acompañan el proceso de las clases de los menos experimentados. Aquí se puede identificar los logros, dificultades y las recomendaciones, con una posible extensión a los demás maestros que desarrollen procesos similares en otros grados (MEN, 2005).

En la explicación del EMC se muestra el proceso que se desarrolló en el proyecto de investigación además se aplicarán otras técnicas como:

ENTREVISTAS: De acuerdo a Sagastizábal y Perlo (2006), “la técnica de la entrevista, una de las más usuales en metodología cualitativa, se concreta en un instrumento por el cual una persona solicita, cara a cara, información a otra; puede ser desde una conversación libre hasta una interrogación estructurada” (p.19).

Se realizaron diferentes entrevistas a los estudiantes para adquirir información acerca de los niveles de motivación y cuáles son los intereses que tienen ellos en el área de matemáticas. Además, para identificar las causas de las dificultades que presentan en la

solución de ecuaciones de primer grado con una incógnita y la solución de problemas donde éstas se aplican.

ENCUESTA: Esta técnica se basa en la concepción de que los sujetos son la primera fuente de información, lo cual garantiza conocer de primera mano aspectos significativos de la realidad a la que se enfrenta. “Consiste, por lo tanto, en la solicitud de información de una persona a otra o a un grupo de personas para obtener datos sobre un problema determinado” (Sagastizábal y Perlo, 2006, p. 22). Se realizó con el objetivo de determinar la percepción de los estudiantes frente a las prácticas desarrolladas por el docente en la clase y catalogarlo como tradicional o contemporáneo.

OBSERVACIÓN: La observación es primordial para conseguir información sobre el mundo y la realidad que nos rodea. Según Morin (1997) citado por Sagastizábal y Perlo (2006), “la observación debe ser rehabilitada en todos los lugares donde permita reconocer la complejidad de los fenómenos” p.23).

Es importante diferenciar la observación científica de la observación casual o común, la cual cumple las siguientes características señaladas, entre otros autores, por Selltitz, Jahoda, Deutsch y Cook (1976) citado por Sagastizabal y Perlo (2006); éstas son:

- Sirve a un objetivo ya formulado de investigación.
- Está planificada sistemáticamente.
- Se relaciona con proposiciones más generales en lugar de ser presentada como una serie de curiosidades interesantes (p.22).

En el momento de realizar las clases de matemáticas se elaboraron las observaciones pertinentes, para analizar la manera en que los estudiantes están aprendiendo, cuáles son las fallas y los beneficios que se están ofreciendo en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Esto permite conocer los aspectos que necesitan mayor trabajo educativo.

ENTREVISTAS DE GRUPOS FOCALES: Los grupos focales se constituyen en una técnica cualitativa de recolección de información, lo cual según Mella (2000) son, “básicamente grupos de discusión colectiva. Lo que distingue los grupos focales de cualquier otra forma de entrevista es el uso de la discusión grupal como forma de generar los datos” (p. 52).

Estas permiten adquirir la información por niveles o del grupo en general, dando a conocer las impresiones a nivel grupal y de esta manera complementar los datos adquiridos con anterioridad.

DIARIO DE CAMPO: Según Bonilla y Rodríguez (2002), el diario de campo “debe permitirle al investigador un monitoreo permanente del proceso de observación. Puede ser especialmente útil al investigador en él se toma nota de aspectos que considere importantes para organizar, analizar e interpretar la información que está recogiendo” (p. 77).

En éste se consigna las observaciones, las entrevistas que se realicen a medida del proceso investigativo. Lo que nos permite analizar la información recopilada y llegar a las conclusiones y recomendaciones necesarias para mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje en el área de matemáticas.

6. ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN

En este aspecto es necesario tener claridad sobre las categorías implicadas en el problema de investigación y las preguntas generadoras. Como se enunció anteriormente, se llevó a cabo un análisis de información deductivo-inductivo, pues además de la aproximación realizada a la situación desde los pensamientos, creencias, actitudes y comportamientos registrados en los protagonistas de la misma, se realizó también una revisión teórica que permitió realizar inferencias a partir del conocimiento ya existente acerca de las categorías involucradas en la situación problema, buscando una interrelación de las dos interpretaciones y la obtención de conclusiones basadas en dicha relación.

6.1 CLASIFICACIÓN DE CATEGORÍAS E INFORMACIÓN RELACIONADA

Tabla 2. Clasificación de categorías

CATEGORIA DE ANALISIS	CATEGORIA AXIAL	INFORMACIÓN RELACIONADA
DIDACTICA	Modelo Pedagógico	Clase magistral dirigida por el maestro y con estudiantes receptores pasivos (Anexo C. Encuesta aplicada a los estudiantes) Recursos limitados: tablero, el cuaderno (Anexo C. Encuesta aplicada a los estudiantes)
	Planeación curricular	La planeación curricular se realiza centrada en los temas y no en las competencias o desarrollos esperados (Anexo B. Revisión de documentos PEI. Plan de área)
	Teorías del pensamiento	Aplicación de la teoría conductista, el maestro genera procesos donde espera obtener respuestas

CATEGORIA DE ANALISIS	CATEGORIA AXIAL	INFORMACIÓN RELACIONADA
		adecuadas a estímulos presentados (Anexo D. Observación participante)
PENSAMIENTO ALGEBRAICO O VARIACIONAL	Procesos mentales	Después de explicado el tema, el docente genera procesos de “aplicación” consistentes en la presentación de situaciones donde se espera el estudiante “aplique” lo visto en la clase (Anexo D. Observación participante).
		Discriminaciones (recuerdo de hechos), generalizaciones (definir e ilustrar conceptos), asociaciones (aplicar explicaciones), y encadenamiento (desempeño automático de un procedimiento especificado) (Marco teórico, Tabla 1. Teorías del pensamiento).
	Sustentabilidad del conocimiento	Los estudiantes consideran que lo desarrollado en la clase es de utilidad y soporte en su proyecto de vida (Anexo E. Entrevista a estudiantes). Una de las principales dificultades en el desarrollo del tema es la solución de problemas o situaciones cotidianas que implican plantear una ecuación y luego resolverla (Anexo E. Entrevista a estudiantes) (Anexo F. Prueba diagnóstica).
		El recurso utilizado por los estudiantes, para profundizar en su casa, es el cuaderno, y en el mejor de los casos alguna persona de su entorno que los oriente en los procesos desarrollados en clase (Anexo E. Entrevista a estudiantes).

CATEGORIA DE ANALISIS	CATEGORIA AXIAL	INFORMACIÓN RELACIONADA
		Los estudiantes consideran que la clase debería tener actividades más dinámicas y otras alternativas, diferentes a la explicación del maestro, para acceder a los conocimientos (Anexo E. Entrevista a estudiantes).

Fuente. El autor.

6.2 ANÁLISIS DE LAS CATEGORÍAS

Tabla 3. Clasificación de categorías

CATEGORIAS RELACIONADAS	ANALISIS	INFERENCIA
ESTRATEGIA DIDACTICA Y PENSAMIENTO ALGEBRAICO O VARIACIONAL	La clase de álgebra de octavo en Institución Educativa Santa Ana de San Sebastián de Mariquita, se caracteriza por una metodología magistral con la aplicación de la teoría conductista, generando posiciones de los estudiantes como considerar que la clase debería tener actividades más dinámicas y otras alternativas, diferentes a la explicación de los profesores, para acceder a los conocimientos. La planeación curricular, realizada por los profesores, se	Para generar más motivación de los estudiantes hacia la clase y de paso lograr desarrollos de procesos mentales de un orden mayor se podrían implementar estrategias como: - Modificar el perfil del docente de autoritario excluyente a uno de carácter participativo incluyente.

CATEGORIAS RELACIONADAS	ANALISIS	INFERENCIA
	<p>realiza centrada en los temas y en algunas de las competencias o desarrollos esperados generando desarrollos mentales básicos como: Discriminaciones (recuerdo de hechos), generalizaciones (definiendo e ilustrando conceptos), asociaciones (aplicando explicaciones).</p>	<p>- Variar la estrategia didáctica en lo que refiere a la variedad de recursos y actividades</p> <p>- Cambiar el perfil del estudiante de pasivo receptor a uno de mayor actividad y apropiación de todas y cada una de las actividades, procesos y desarrollos de la clase.</p>
ESTRATEGIA DIDACTICA Y PENSAMIENTO ALGEBRAICO O VARIACIONAL	<p>Además del encadenamiento (desempeño automático de un procedimiento especificado) y dificultades en la aplicación significativa del conocimiento o en la sustentabilidad del mismo.</p>	<p>-Ampliar la visión del maestro en cuanto a la teoría del conocimiento aplicada a una ecléctica donde además hagan parte la cognitivista y la constructivista buscando mayores desarrollos de procesos.</p> <p>-Generar un cambio en la forma fragmentada y descontextualizada de enseñar las matemáticas y en particular el tema en referencia, llevando a un conocimiento significativo y sustentable.</p>

Fuente. El autor.

7. ANALISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

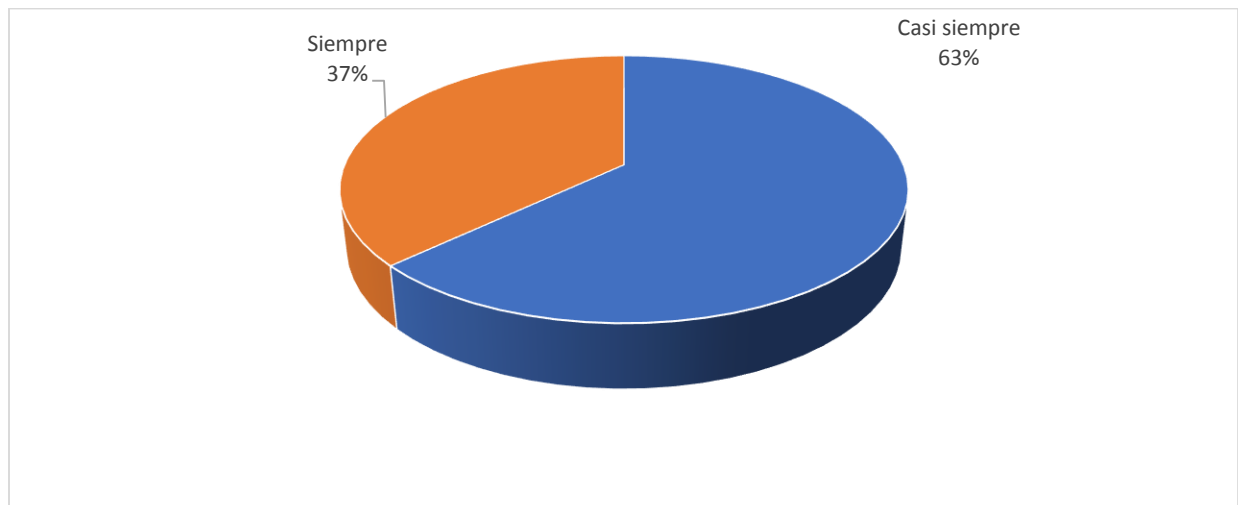
El análisis e interpretación de datos se efectuaron de forma cuantitativa y cualitativa, a través de un informe analítico de los resultados obtenidos por los instrumentos de recolección de la información, teniendo en cuenta los referentes teóricos y los objetivos propuestos para el estudio.

En esta sección se identifican y caracteriza el proceso de enseñanza y aprendizaje en la solución de ecuaciones lineales con una sola incógnita de los estudiantes y docentes de la institución educativa Santa Ana del municipio de San Sebastián de Mariquita.

7.1 RESULTADOS ENCUESTA A ESTUDIANTES

Con la encuesta se quiso determinar el tipo de modelo pedagógico se está utilizando para el desarrollo de las clases en el grado octavo de la institución educativa Santa Ana de san Sebastián de mariquita, en las horas de la clase de matemáticas.

Figura 5. Frecuencia de participación del profesor en clase

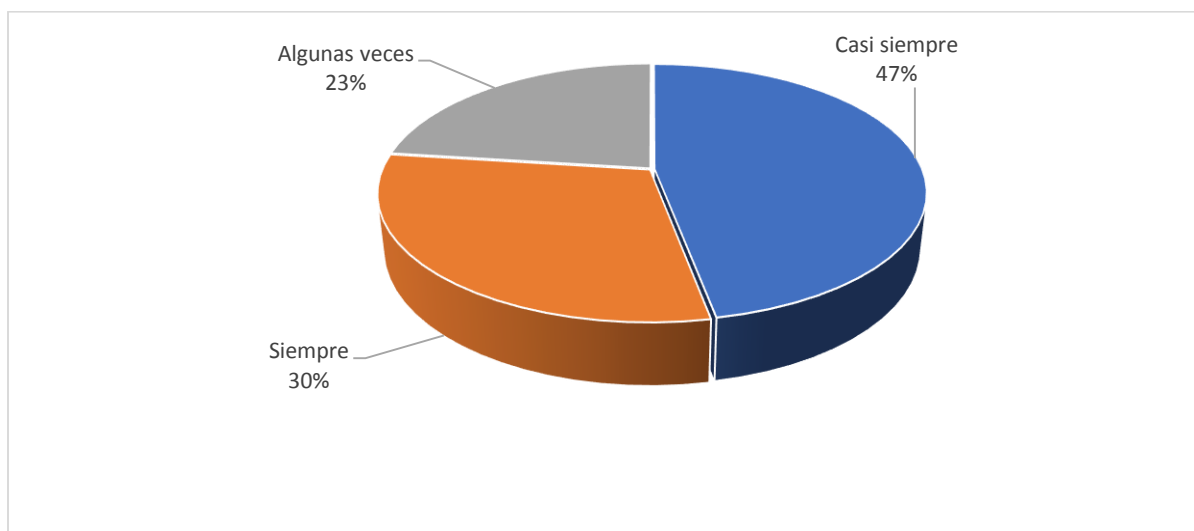


Fuente. El autor.

En la figura 5 se puede observar, que el 63% de los estudiantes de esta institución contestó que casi siempre es el maestro quien habla en clase y un 37% contestó que siempre.

Este resultado afirma que los estudiantes toman una participación pasiva en el proceso de enseñanza y aprendizaje, reafirmando el carácter conductista.

Figura 6. Realización de acuerdos pedagógicos entre profesor y estudiante

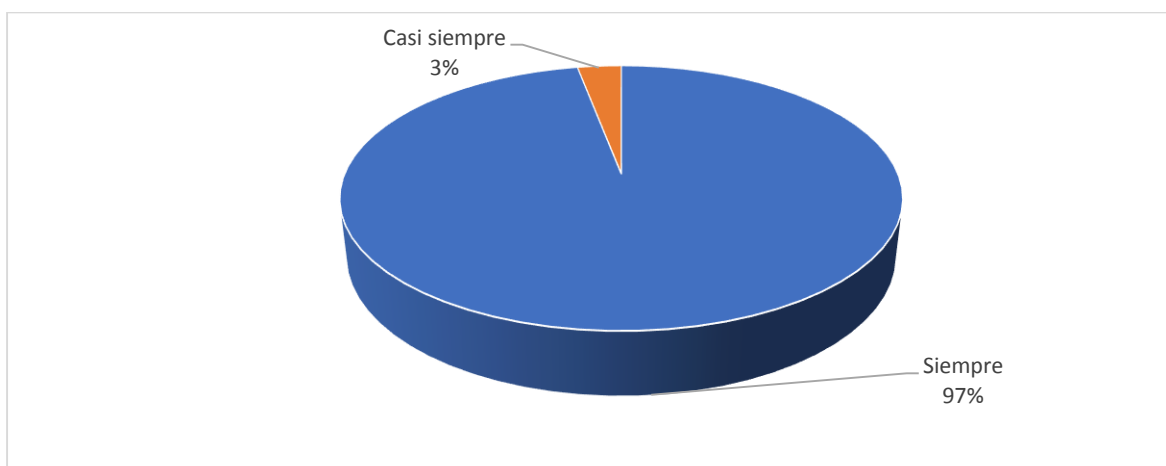


Fuente. El autor

En la figura se puede observar, que el 47% de los estudiantes de esta institución contestó que casi siempre se realizan acuerdos pedagógicos entre el profesor y los estudiantes, un 30% siempre y un 23% algunas veces.

Se evidencia que el maestro realiza un “acuerdo”, el cual consiste en entregar el Plan de estudio, estipulado por la institución, con la temática, los porcentajes de la evaluación y el contenido. El estudiante queda, una vez más, supeditado a la voluntad del maestro sin tener mayor participación.

Figura 7. Los temas son desarrollados por el profesor y practicados por el estudiante

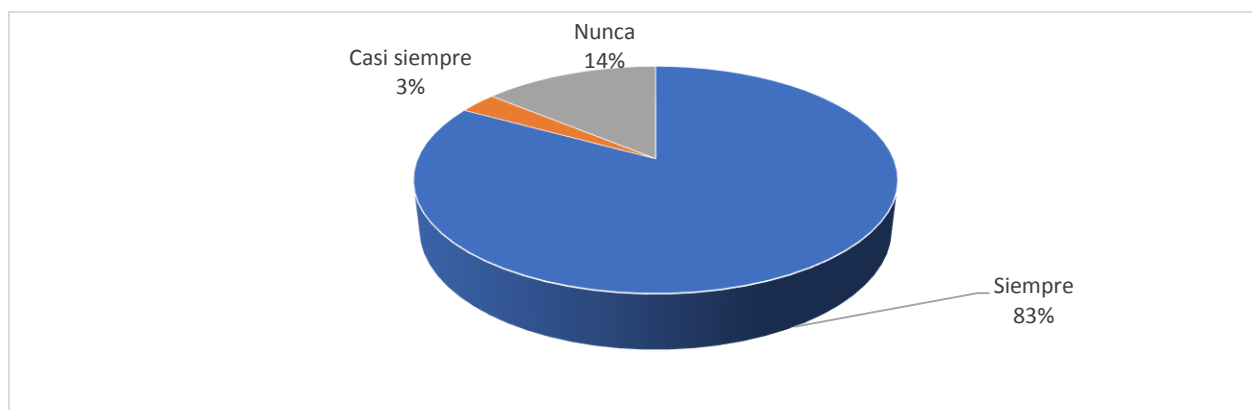


Fuente. El autor

En la figura se puede observar, que el 97% de los estudiantes de esta institución contestó que siempre el tema es desarrollado por el maestro y luego practicado por los estudiantes, al igual que un 3% manifiesta que casi siempre.

De esta manera, se puede inferir que el estudiante tiene mínima participación en la clase, y simplemente se dedica a un proceso de repetición, inclusive memorístico.

Figura 8. Realización de las pruebas con cuaderno cerrado

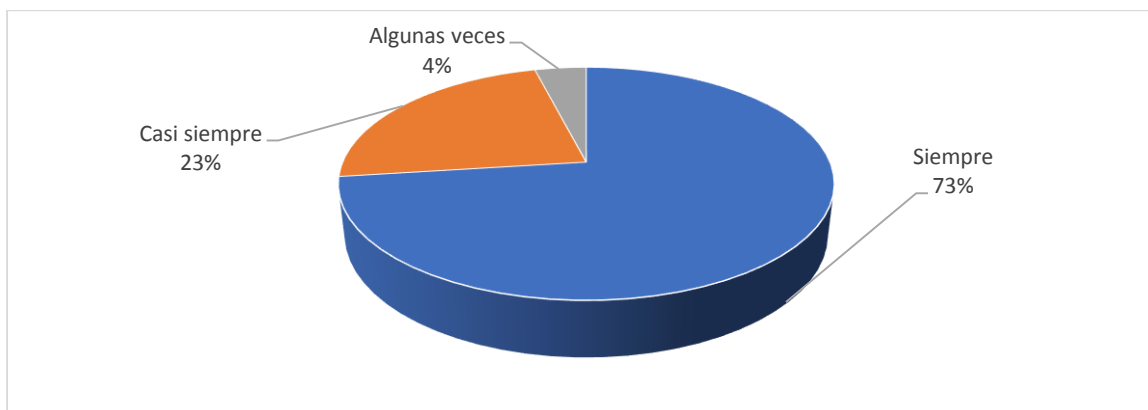


Fuente. El autor

En la figura se puede observar que el 83% de los estudiantes, contestaron que las pruebas se realizan siempre con cuaderno cerrado; un 3% casi siempre y un 14% nunca.

La mayoría entonces, concuerda con el tipo de evaluación descrito en el PEI de la institución, donde se prevalece la evaluación escrita, sumativa.

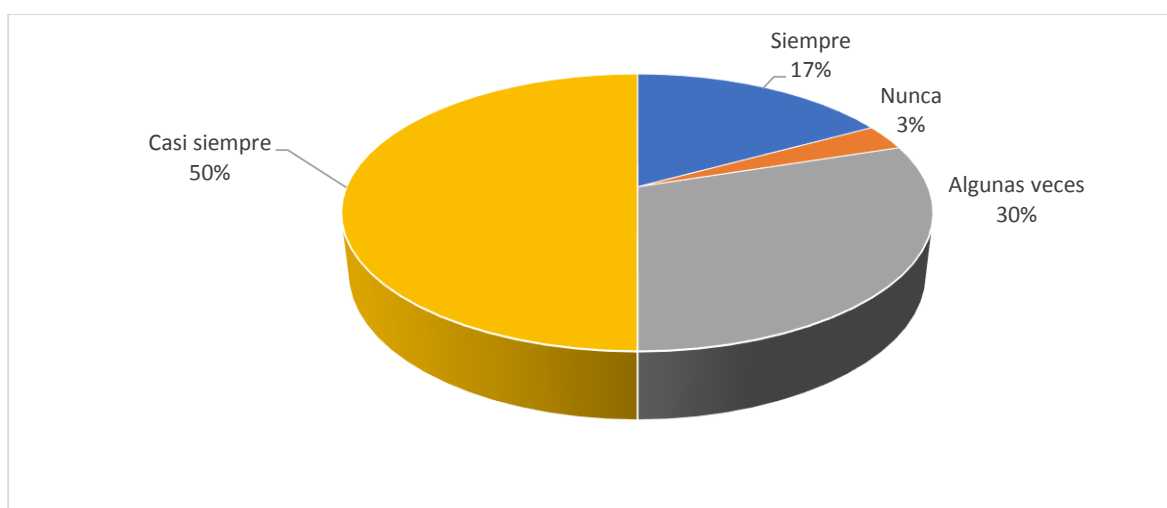
Figura 9. Repetición del procedimiento explicado cuando se dificulta entender



Fuente. El autor

En la figura 9 se observa que referente a si los estudiantes tienen dificultades, el maestro repite el procedimiento explicado, el 73% contestó que siempre, el 23% que casi siempre, y el 4% a veces.

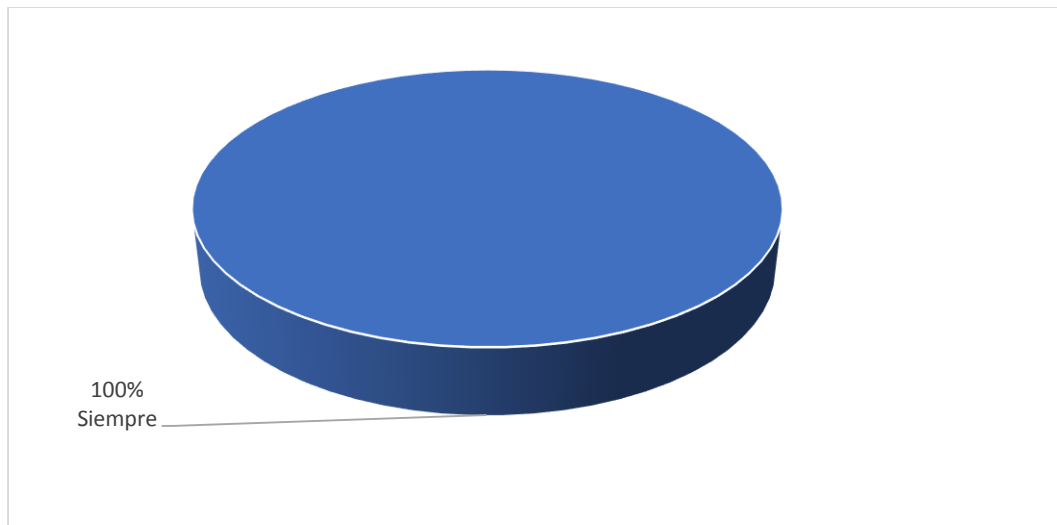
Figura 10. Motivación a los estudiantes para aportar ideas en desarrollo de los temas



Fuente. El autor

Frente a la motivación, se encuentra que el 50% manifiestan que se les motiva para aportar al desarrollo de la clase, el 30% a veces, 17% siempre, y 3% nunca.

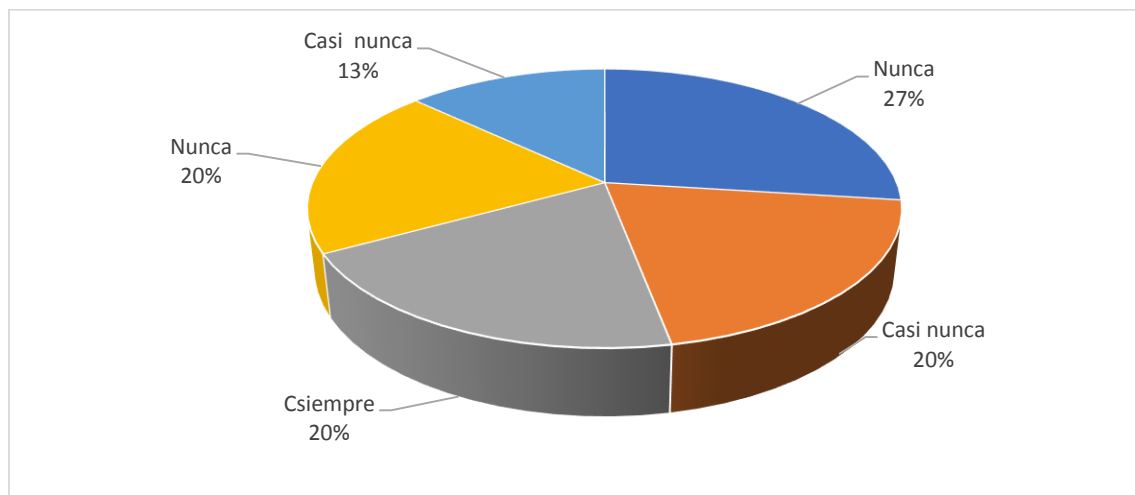
Figura 11. Las tareas se relacionan con ejercicios vistos en clase



Fuente. El autor

Respecto a las tareas o trabajo para la casa, el 100% manifestó que los ejercicios están relacionados con lo visto en clase.

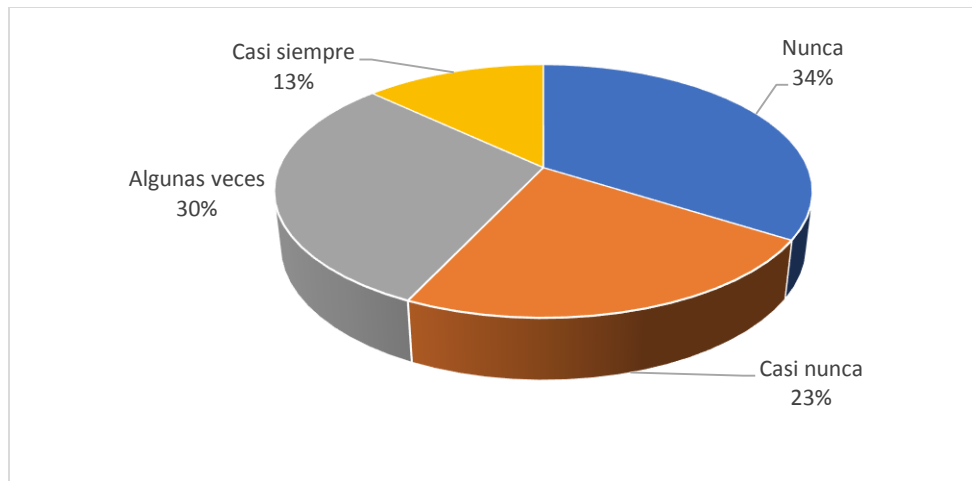
Figura 12. Revisión de tareas compartiendo la solución con todos los estudiantes



Fuente. El autor

Respecto a la revisión y socialización de las tareas o actividades, el 27% manifestó que a veces se realiza. Siempre, casi siempre y nunca tienen porcentaje igual del 20%, y casi nunca un 13%.

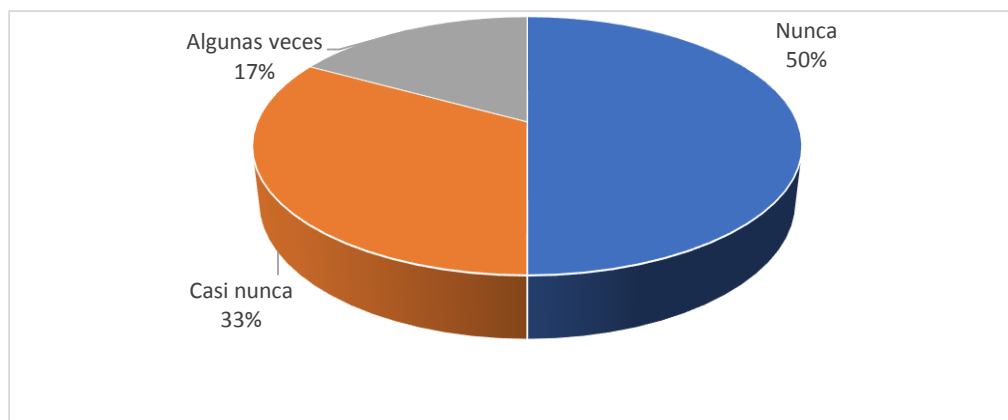
Figura 13. Relación de los temas con situaciones de la vida diaria



Fuente. El autor

Respecto a la relación de la clase con situaciones de la vida diaria, los estudiantes manifiestan en un 34% que nunca se le establece la relación de los temas con su vida diaria, 23% casi nunca, 30% a veces, y un 13% casi siempre.

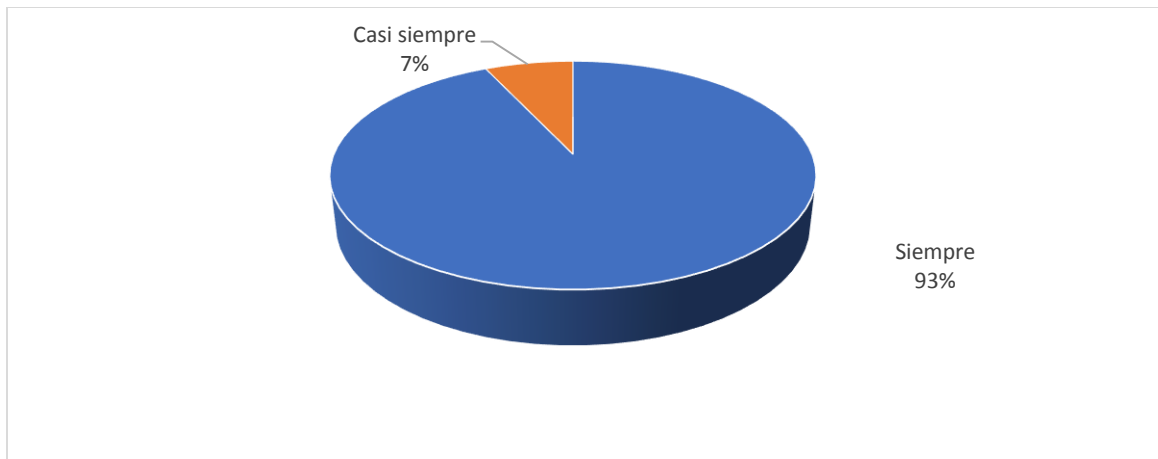
Figura 14. Las actividades propuestas se discuten en clase y se resuelven con aportes del estudiante



Fuente. El autor

La figura muestra que el 50% de los estudiantes considera que nunca las actividades propuestas se discuten en clase o se resuelven con aportes de los estudiantes; un 33% casi nunca, y un 17% a veces.

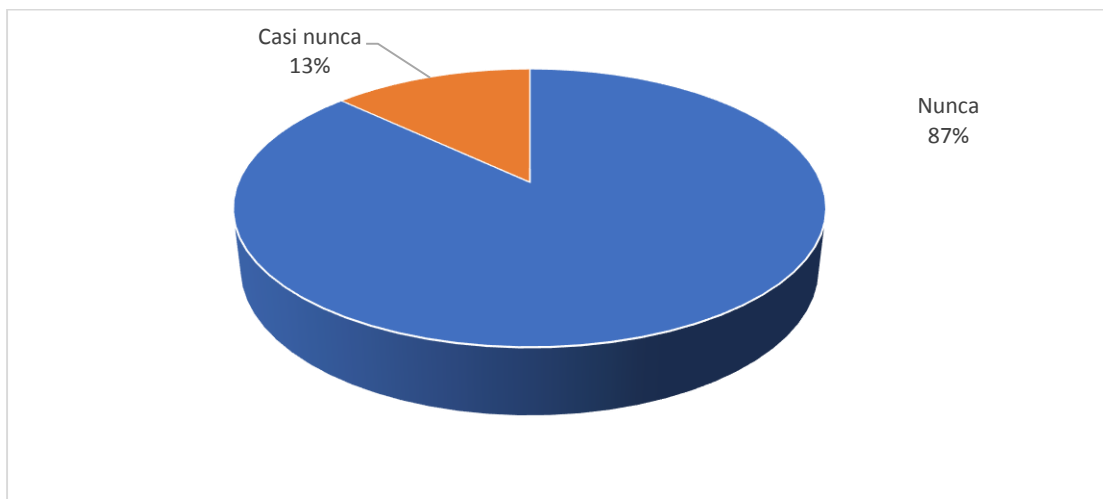
Figura 15. Utilización del cuaderno en clase



Fuente. El autor

Según la figura, los estudiantes utilizan siempre, en un 93% el cuaderno y un 7% casi siempre. Lo que demuestra predominio del cuaderno como recurso en clase y fuera de ésta.

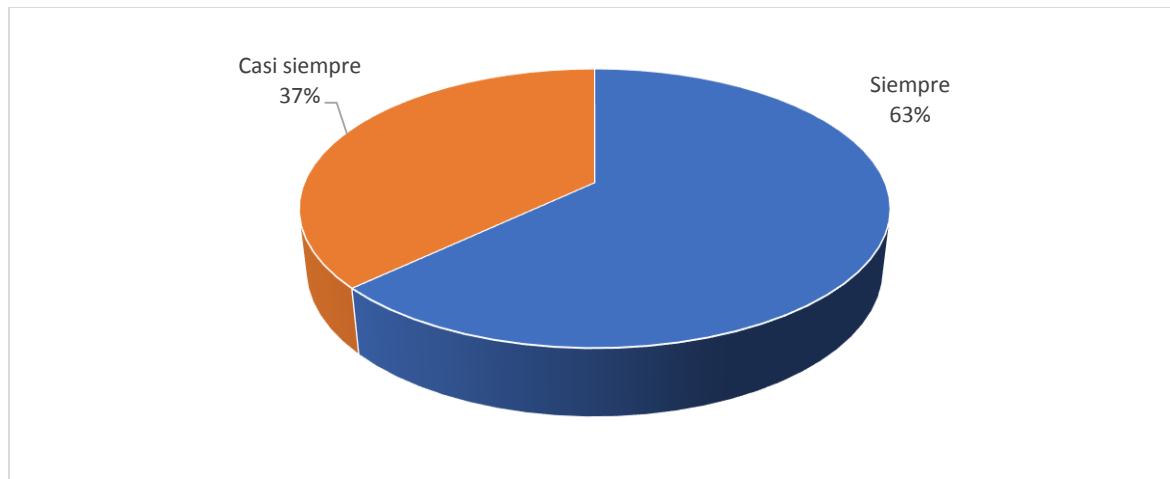
Figura 16. Utilización del libro de texto en clase



Fuente. El autor

Según la figura, los estudiantes sostienen en clase nunca se utiliza libro de texto en un 87%, y un casi nunca en un 13%. Por lo tanto, hay total ausencia de libro de texto.

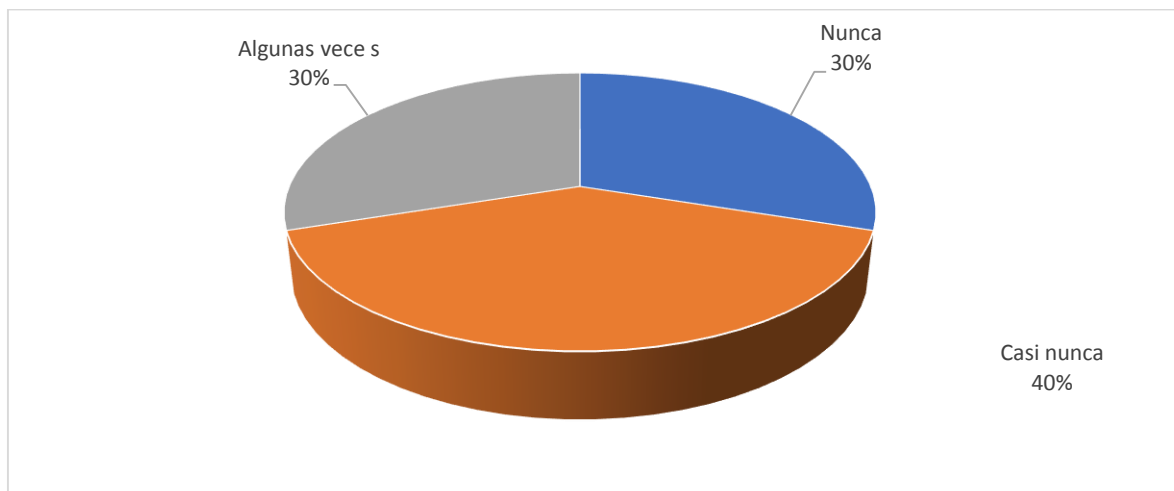
Figura 17. Desarrollo de la clase en el tablero



Fuente. El autor

La figura muestra que el 63% de los estudiantes manifiesta que siempre se desarrolla la clase en el tablero, y 37% casi siempre.

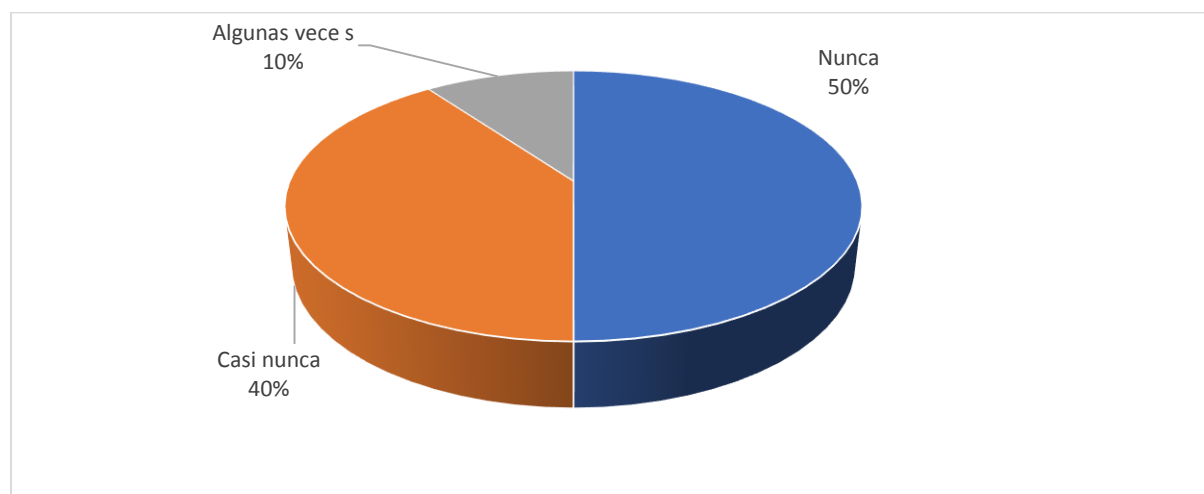
Figura 18. Utilización de recursos tecnológicos (computador, video beam, internet) por parte del profesor



Fuente. El autor

Frente a la utilización de otros recursos como el computador, el internet y el video beam, el 40% de los estudiantes manifiesta que casi nunca se utilizan, 30% nunca, y 30% a veces. Así pues, se enfatiza en una clase basada en tablero.

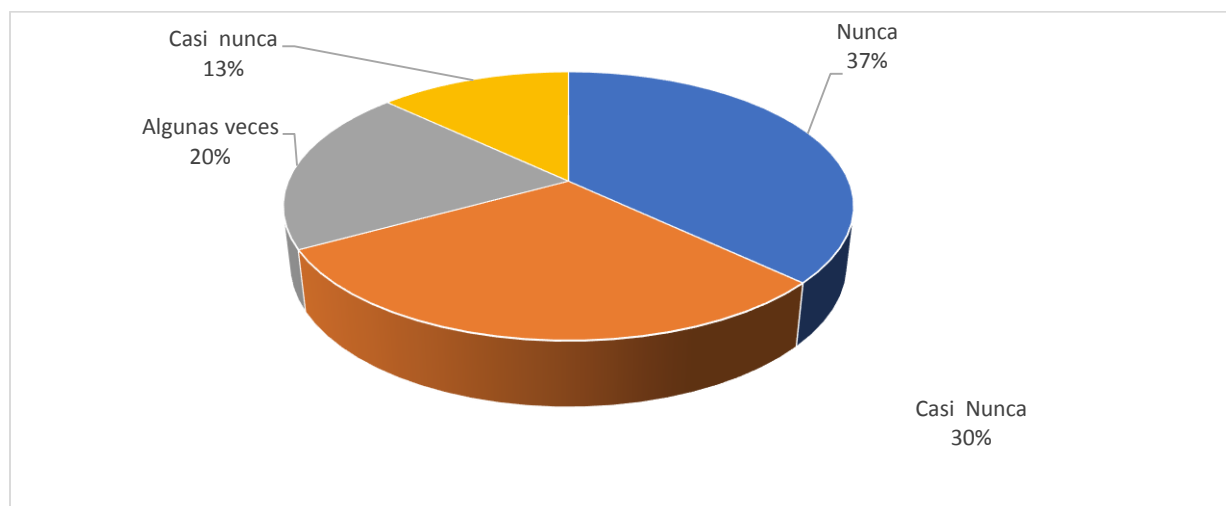
Figura 19. Elaboración por parte de estudiantes de esquemas, diagramas o mapas mentales para discutir en clase



Fuente. El autor

La figura muestra que el 50% de los estudiantes nunca han realizado un diagrama, esquema o mapa mental en clase; 40% casi nunca y 10% algunas veces.

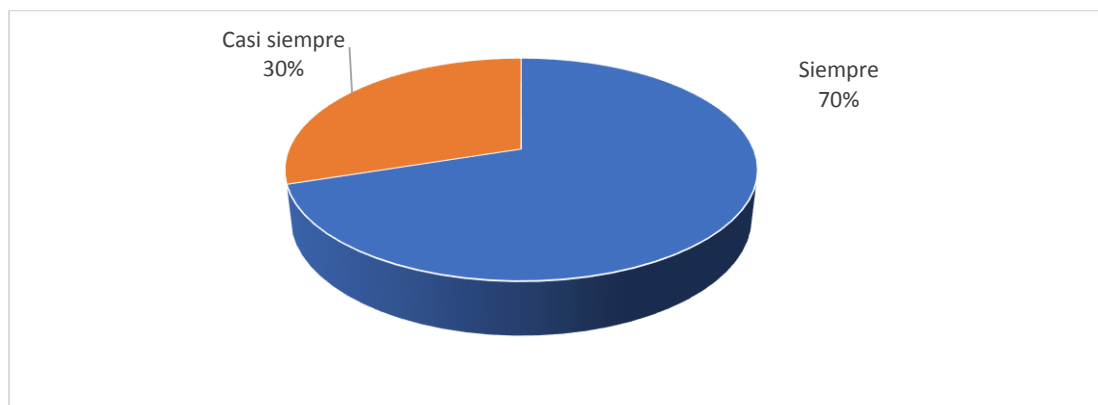
Figura 20. Desarrollo de actividades fuera del aula con ayuda de internet



Fuente. El autor

El 37% de los estudiantes nunca desarrollan actividades fuera del aula con internet; el 30% casi nunca, el 20% a veces y el 13% casi siempre. Es decir, algunos buscan solventar dudas a través del internet. Pero la mayoría no lo utiliza.

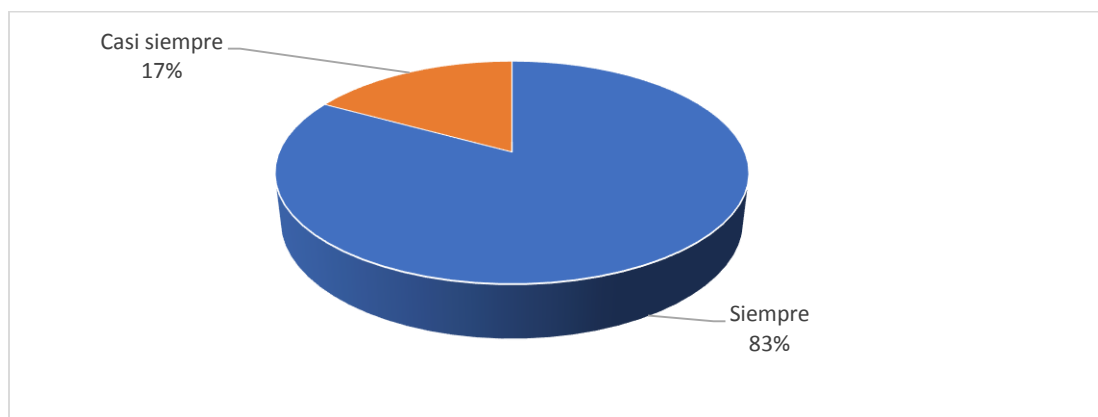
Figura 21. Realización de acuerdos sobre las normas de comportamiento en el salón de clase



Fuente. El autor

Según la figura, los estudiantes manifiestan en un 70% que siempre se hacen acuerdos entre el profesor y los estudiantes acerca de las normas de comportamiento del profesor, y un 30% casi siempre. Según las observaciones, esto se debe a las “recomendaciones” que entre el docente al inicio del año escolar a los estudiantes. Sin embargo, no es concertado.

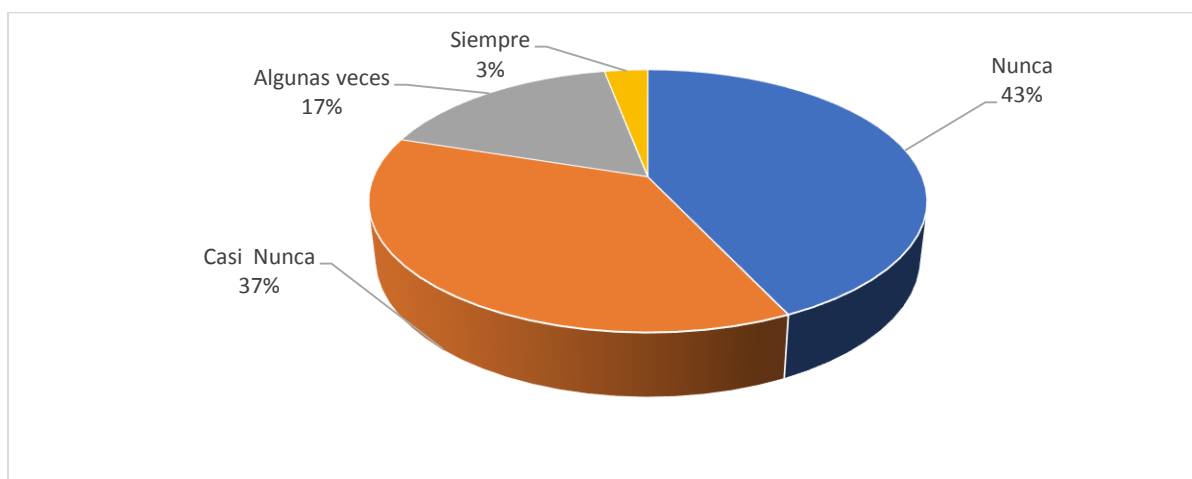
Figura 22. Mejor desarrollo de la clase cuando los estudiantes están atentos a las explicaciones



Fuente. El autor

Según la figura, el 83% siempre cree que se desarrolla mejor la clase cuando los estudiantes están atentos a la explicación del docente, y el 17% casi siempre.

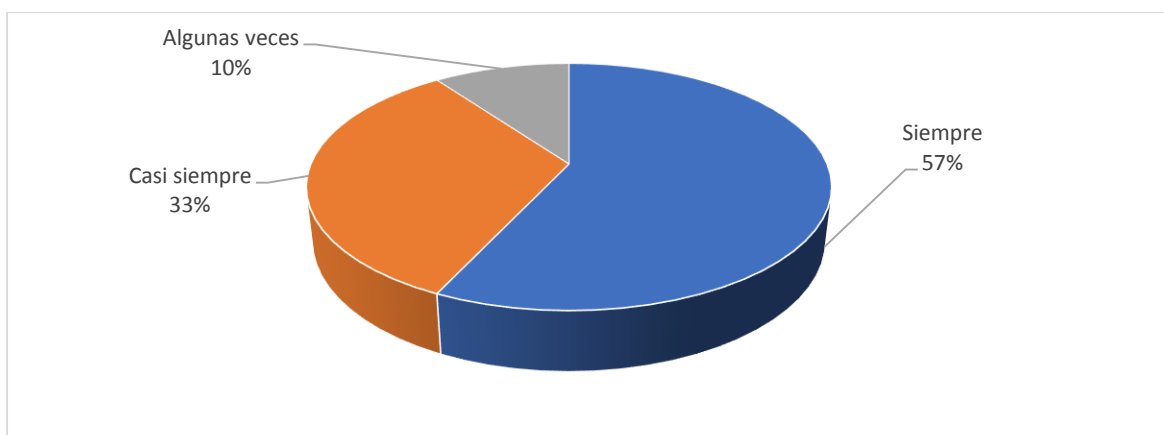
Figura 23. Las reglas de comportamiento en el salón de clase las deciden los estudiantes



Fuente. El autor

Como se analizó anteriormente, los estudiantes llegan a “acuerdos” en cuanto a las normas en clase. La figura muestra que el 43% de los estudiantes nunca deciden las reglas de comportamiento en el salón, 37% casi nunca, 17% a veces y un 3% siempre.

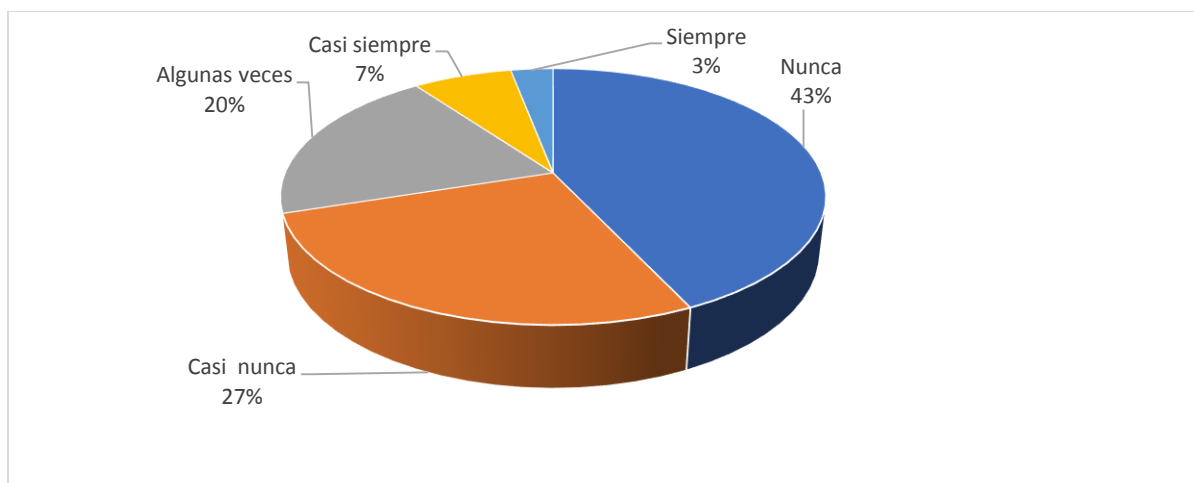
Figura 24. La presencia del profesor hace que los estudiantes se comporten mucho mejor



Fuente. El autor

La figura nos muestra que el 57% de los estudiantes siempre se comportan mejor cuando el profesor está presente, 33% casi siempre y 10% algunas veces.

Figura 25. Decisión de los estudiantes de organizar los pupitres en el salón de clases



Fuente. El autor

La figura nos muestra que el 43% de los estudiantes nunca deciden como organizar los puestos en el salón de clases, 27% casi nunca, 20% algunas veces, 7% casi siempre y 3% siempre. Lo que demuestra un control por parte del docente a como se ubican en el espacio los estudiantes.

7.2 RESULTADOS ENTREVISTA A ESTUDIANTES

A continuación, se presentan los resultados de cada una de las preguntas realizadas a los estudiantes.

- ¿Además del trabajo en clase y de la realización de las tareas le dedica tiempo adicional de Estudio al álgebra?

Una gran mayoría de estudiantes, el 57 %, contestaron que no le dedican tiempo en casa al estudio del álgebra, y tan solo un 13%, es decir, 4 estudiantes le dedican tiempo a estudiar en la casa. Entre las diferentes razones encontradas, aducen a no estar motivados para estudiar el área, también a la realización de actividades de otras áreas, e inclusive la pereza. Un 30 % manifiesta que algunas veces le dedica tiempo. Sin embargo, es solo cuando hay evaluaciones escritas y generalmente un día antes.

- b. Si la respuesta de la anterior pregunta es afirmativa ¿Quién le asesora o colabora en el estudio de álgebra?

De los 4 estudiantes que contestaron afirmativamente la primera pregunta, el 50 % aducen que les ayuda un profesor particular, el cual regularmente los asesora en la temática y desarrollo del área. El otro 50 %, reciben ayuda de su familia como apoyo para el estudio del álgebra.

- c. ¿Considera que la clase de algebra le aporta aspectos relevantes para el desarrollo de su proyecto de vida?

La gran mayoría de estudiantes considera que el álgebra le aporta aspectos relevantes para su proyecto de vida. Entre las respuestas, se encontró que algunos la ven como esencial para el estudio en educación superior a futuro, y otros para su posible trabajo que vayan a desempeñar. Algunos dijeron que no les aportaba, y otros la consideran importante.

- d. ¿Cuáles son las principales dificultades que presenta en el tema de ecuaciones lineales con una incógnita?

Según lo que manifiestan los estudiantes, encontramos que los signos y la trasposición de términos son las principales dificultades que ellos reconocen dentro de la solución de ecuaciones lineales con una incógnita.

- e. ¿Además del cuaderno y el texto guía con que otros recursos cuenta para el estudio de las matemáticas?

Los estudiantes manifiestan que el internet, la utilización de video - tutoriales en la plataforma YouTube, y también, en algunos casos, los libros de algebra, como el Algebra de Baldor, son los recursos que utilizan para el estudio y profundización. Aunque, como se manifestó en la primera pregunta, el tiempo destinado al estudio fuera de clase es reducido.

- f. ¿Qué le gustaría cambiar de la clase de algebra? ¿Qué modificación le gustara hacer a la clase de las matemáticas?

En esta pregunta, los estudiantes dan varias respuestas. Entre las más mencionadas, se encuentra que la clase de matemáticas debe ser más dinámica, más “pedagógica”, término que atañen a la falta de motivación, y en una cantidad más pequeña, dicen que no le cambiarían nada.

- g. ¿Cree que lo desarrollado en clase de algebra, y en especial el tema de las ecuaciones lineales con una incógnita, se podría aplicar en algún momento en el desarrollo de su proyecto de vida?

Al igual que con el algebra en general, los estudiantes ven en las ecuaciones lineales un tema fundamental para su educación superior y para desarrollar carreras afines con las matemáticas donde las ecuaciones lineales jueguen un papel fundamental: Ingenierías, profesores, química, etc.

7.3 PRUEBA DIAGNOSTICA

- a. En este ejercicio, los estudiantes debían determinar el valor numérico de la letra o variable, realizando el procedimiento.

Algunos estudiantes desarrollaron muy bien esta parte. Sin embargo, se encuentra la relación, que a quienes no les interesa el estudio del álgebra, pues no logran desarrollar de manera asertiva el ejercicio.

Figura 26. Solución ejercicio 1 por estudiante A

$$\begin{array}{l} Y + 6 = 25 \quad 25 - 6 \rightarrow y = 19 \\ 12 - m = 3 \quad 12 - 3 \rightarrow m = 9 \\ 34 = w + 11 \quad 34 - 11 \rightarrow w = 23 \\ K + 125 = 376 \quad 376 - 125 \rightarrow k = 251 \\ 31 - p = -77 \quad 31 + 77 = p = 81 \end{array}$$

Fuente. El autor

En la Figura 26 se observa cómo el estudiante no realiza el proceso adecuado para la solución de la ecuación, a pesar de llegar a la respuesta correcta, pareciera que lo hace

de manera operacional, es decir, apelando a la aritmética para encontrar el valor desconocido. Sin embargo, no utiliza las transformaciones y la notación adecuada.

Figura 27. Solución ejercicio 1 por estudiante B

$$\begin{aligned}
 Y + 6 &= 25 \rightarrow Y = 25 - 6 = Y = \boxed{19} \\
 12 - m &= 3 \rightarrow -m = 3 - 12 \\
 &\quad (1) - m = -9 (-1) = m = \boxed{9} \\
 34 &= w + 11 \rightarrow -w = -34 + 11 = (-4) - w = -23 (-1) = w = \boxed{23} \\
 K + 125 &= 376 \quad K = 376 - 125 \quad K = \boxed{251} \\
 -31 - p &= -77 \rightarrow -p = -77 - 31 = (-1) - p = -108 (-1) = p = \boxed{108}
 \end{aligned}$$

Fuente. El autor

En este caso, nos ocuparemos del primer ejercicio, el cual, a pesar de llegar a la resta de $25-6$, la solución es equivocada. Aquí se ve un error en la solución de una resta, la cual pareciera que es elemental para el grado octavo.

- b. En este punto los estudiantes debían explicar dónde está el error o errores cometidos durante la solución de una ecuación línea.

Según lo observado en la prueba diagnóstica, la mayoría de estudiantes lograron identificar los dos errores que se encontraban en el desarrollo de la ecuación $2m + 6 = 36$.

Figura 28. Solución ejercicio 2 por estudiante C

2. En el siguiente desarrollo explicar donde esta el error o errores cometidos durante la solución de la ecuación

$$\begin{aligned}
 2.m + 6 &= 32 \\
 2.m &= 32 + \textcircled{6} \\
 2.m &= 38 \\
 m &= 38 - 2 \\
 m &= 36
 \end{aligned}$$

Porque al pasar el número como era positivo debio pasar negativo

Fuente. El autor

En la figura 28, por ejemplo, el estudiante señala solo un error de los que se encuentran en el ejercicio, pasado por alto la revisión minuciosa.

Figura 29. Solución ejercicio 2 por estudiante D

2. En el siguiente desarrollo explicar donde esta el error o errores cometidos durante la solución de la ecuación

- $2.m + 6 = 32$

$2.m = 32 + 6 \rightarrow 2.m = 32 - 6$

$2.m = 38 \rightarrow 2.m = 26$

$m = 38 - 2 \rightarrow m = \frac{26}{2}$

$m = 36 \rightarrow \boxed{m = 13}$

Fuente. El autor

En la figura 29, el estudiante, para poder encontrar los errores, los cuales no señala discriminadamente, tiene que acudir a la solución de manera escrita de la ecuación lineal.

c. En este punto, se tenía que llegar a la solución del problema planteando la ecuación correspondiente.

Lo que se puede concluir, es que a la mayoría de estudiantes les cuesta pasar a la solución de problemas utilizando las ecuaciones lineales, para lo cual intentan acudir a otras formas donde no tengan que utilizar las ecuaciones lineales, inclusive hubo estudiantes que decidieron no realizar la solución a este ejercicio.

Figura 30. Solución ejercicio 3 por estudiante E

③

- Total = 248.000
- \$ 53.000 \rightarrow Precio de la Camisa

195.000
- Total de litros de Agua 120
lo que quedo de Agua -45

165 \rightarrow Cantidad de agua que se rego

$195.000 \div 2 = 97.500$ \rightarrow Valor de Cada Pantalón.

Fuente. El autor

En el caso de la Figura 30, el estudiante trata de solucionar el problema sin plantear una ecuación lineal, lo que conlleva a plantear de manera operacional la solución del problema.

8. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Los estudiantes del grado octavo de la institución educativa Santa Ana del municipio de San Sebastián de Mariquita tienen una percepción desmotivadora frente a la clase de álgebra (Anexo D), confirmando la tesis de Bachelard (1981), donde el maestro se niega a cambiar su forma de enseñar, ya que en la clase de álgebra prepondera la metodología conductista, con enfoque clásico en didáctica, a pesar de que, según el PEI, la Institución se basa en el aprendizaje significativo, pues las clases son magistrales, el docente tiene el protagonismo como lo muestra la Figura 7, donde el 97% de los estudiantes aseguran que el docente siempre es quien habla en las clases de álgebra; por consiguiente, los estudiantes tienen una participación pasiva, como lo señalan los análisis de los resultados en el punto 8.1, 8.2, al igual que en el punto 8.3, confirmando las limitaciones didácticas que plantea Gascón (1998), en el enfoque clásico.

El análisis a los resultados obtenidos en los diferentes instrumentos, da por sentado, que las actuales estrategias adoptadas en la clase de álgebra de grado octavo de la institución educativa Santa Ana, debido a la planeación curricular, centrada en los temas y algunas competencias, se caracteriza por procesos mentales básicos como: Discriminaciones (recuerdo de hechos), generalizaciones (definiendo e ilustrando conceptos), asociaciones (aplicando explicaciones), y encadenamiento (desempeño automático de un procedimiento especificado) y dificultades en la aplicación significativa del conocimiento o en la sustentabilidad del mismo.

Como resultado del análisis y la identificación de las estrategias desarrolladas en la institución educativa Santa Ana y la percepción de sus estudiantes respecto a la clase de álgebra, y las dificultades encontradas en la prueba diagnóstica, es necesario el diseño de una unidad didáctica que permita la aplicación de un modelo ecléctico de enseñanza que conjugue tres teorías: conductismo, cognitismo y constructivismo, el cual profundice en el pensamiento variacional como lo plantea Vasco (2006).

Se sugiere al área de matemáticas de la Institución Educativa Santa Ana, iniciar una transformación del modelo pedagógico que se aplica en las clases de álgebra, donde el estudiante tome una participación activa y se dé más protagonismo, siendo coherentes con el modelo pedagógico de la institución.

A los docentes del área de matemáticas se le sugiere implementar la siguiente propuesta de unidad didáctica con el ánimo de comenzar a transformar su quehacer, y profundizar en el pensamiento variacional, con el fin de mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje del álgebra en la institución educativa Santa Ana del municipio de San Sebastián de Mariquita.

PROPUESTA

UNIDAD DIDÁCTICA AREA DE MATEMATICAS

GRADO: Octavo

PENSAMIENTO: Numérico y variacional

TEMÁTICA: Ecuaciones lineales con una incógnita

ESTANDAR: Utilizo métodos informales (ensayo y error, complementación) en la solución de ecuaciones.

SABERES PREVIOS

- Igualdades
- Propiedades de los números Reales

DESEMPEÑOS ESPERADOS

- Utilizar la propiedad uniforme para resolver ecuaciones
- Identificar diferencias entre una identidad y una ecuación.
- Resolver problemas mediante la formulación y solución de ecuaciones lineales.

OBJETIVOS

- Conocer el concepto de ecuación de primer grado con una incógnita y sus elementos.
- Utilizar las propiedades de los números reales para la solución de ecuaciones lineales.
- Modelar y solucionar situaciones que implican el uso de las ecuaciones lineales.

TIEMPO DE DESARROLLO SUGERIDO

- 5 clases de 2 horas

CRTERIOS A EVALUAR

- Habilidad de ejercitación en la solución de ecuaciones lineales
- Habilidad de relacionar y modelar situaciones problema donde se utilice las ecuaciones lineales de primer grado.

INSTRUMENTOS DE EVALUACION

- Observación diaria
- Revisión y corrección de los ejercicios planteados en la sesión

- Discusión en pequeños grupos de las posibles soluciones
- Producción escrita de la sesión.

RECURSOS

- Tablero, Cuaderno, lápiz.
- Computador, Tablet o celular
- Video beam
- Internet

Clase 1:

Se recomienda que el docente indague por los saberes previo que deben tener los estudiantes, para los cual se propone una actividad de iniciación que introducirá a los estudiantes en la temática:

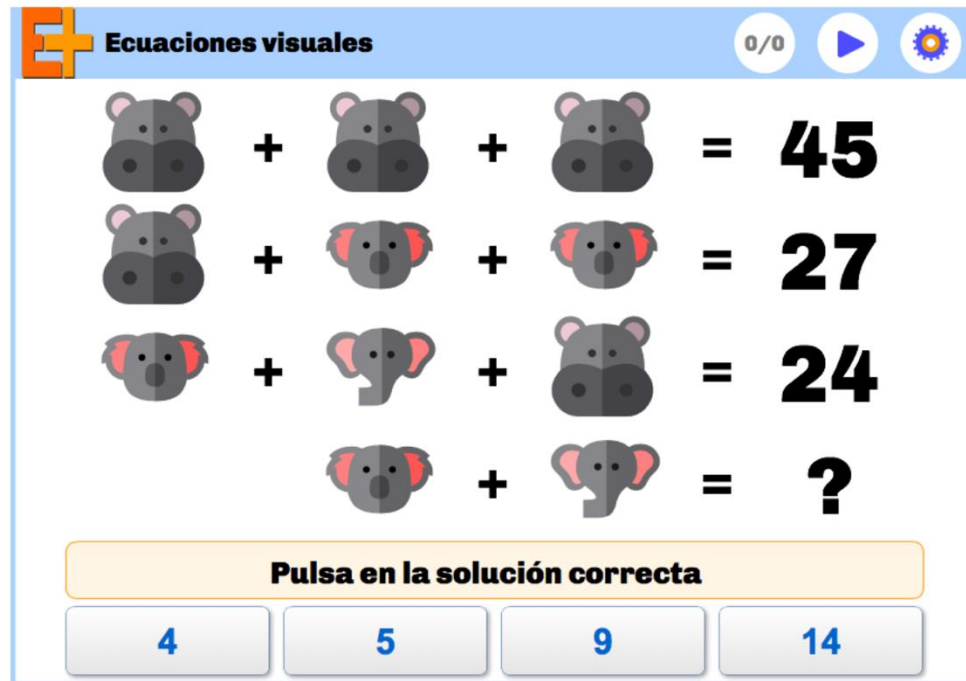
El Papiro de Rhind

El Papiro de Rhind es un documento escrito en el siglo XVI a.c. por el escriba Ahmes. Este papiro contiene diversos problemas matemáticos, entre los que se incluyen problemas con cantidades desconocidas. A una cantidad desconocida se le denominaba “montón”. Así, por ejemplo, la traducción del problema 24 del papiro de Rhind es: “Calcular el valor del montón, si el montón y un séptimo del montón suman 19”. ¿cómo se expresa actualmente este enunciado mediante una expresión algebraica?

1. ¿Qué elementos podemos encontrar en el enunciado?
2. ¿Qué otro problema, semejantes, podríamos encontrar?
3. ¿Qué es una igualdad?
4. Mediante el uso del video beam, se proyecta varios ejercicios con la aplicación <http://www.educaplus.org/game/ecuaciones-visuales-3> los cuales tienen como objetivo la participación activa de los estudiantes.

¿Qué resultado tiene la operación final? ¿Qué valor tiene cada animal? ¿Qué estrategia usaste para resolverlo?

Figura 31. Ecuaciones visuales



Fuente. Práctica de matemáticas (2018)

5. En grupos de 3 estudiantes, plantear 3 ejercicios similares, y discutir la forma más rápida y sencilla de solución.

Clase 2.

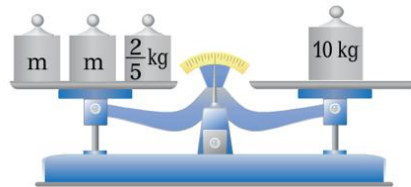
1. Actividad:

El docente con la participación activa de los estudiantes plantea el siguiente problema planteando la ecuación y sus partes.

La balanza que aparece en la ilustración está en equilibrio. En el lado izquierdo hay 4 cajas de X kg cada una, y en el lado derecho hay una caja con una masa de 40 kilogramos.

¿cuál es la masa (peso) de cada caja que permite que la balanza se mantenga equilibrada? ¿Qué sucede si sacamos dos cajas de la balanza? ¿cuánto deberían pesar las otras dos cajas para mantener en equilibrio?

Figura 32. Ejemplo de igualdad



Fuente. Joya et al., (2016)

El profesor inicia con una exposición magistral donde plantea la definición de igualdad, de acuerdo a lo visto la clase 1 y 2.

Una igualdad en Álgebra es aquella relación que establece equivalencia entre dos entes matemáticos. Es una afirmación, a través del signo $=$, de que dos expresiones son iguales.

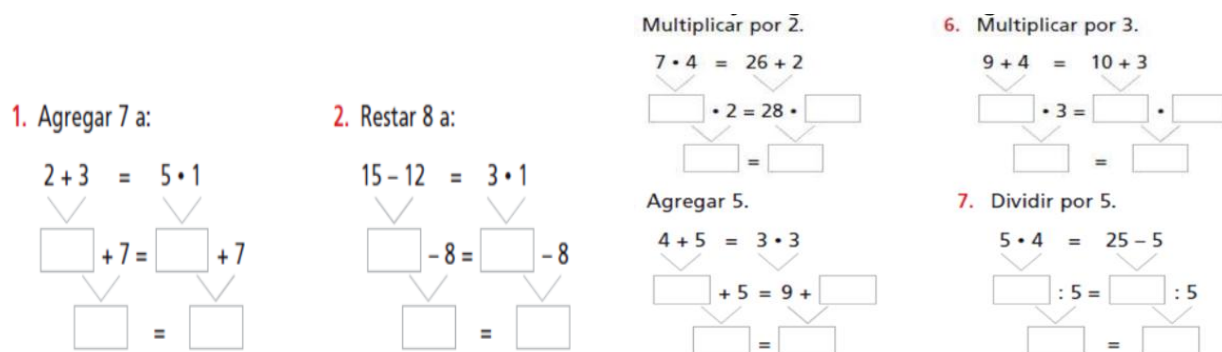
2. Solucion de una ecuacion:

Mediante lo ejercicios planteados en la clase 1, los estudiantes esbozaran la estrategia utilizada para solucionar los diferentes ejercicios planteados por ellos.

El docente expondra, de manera magistral, la **propiedad uniforme de la igualdad**.

3. Ejercicios:

Figura 33. Propiedad de la igualdad



Fuente. García (2018)

4. Se les solicitará a los estudiantes que consultes en diferentes fuentes (libros de texto, internet, docentes, etc.) la definición de ecuación.

Clase 3.

Teniendo en cuenta la Clase 2, se hará una mesa redonda, donde se expondrá de manera colectiva (estudiantes y docente) el concepto de ecuación y su relación con igualdad, identidad, y posibles ejemplos.

I. Mesa Redonda:

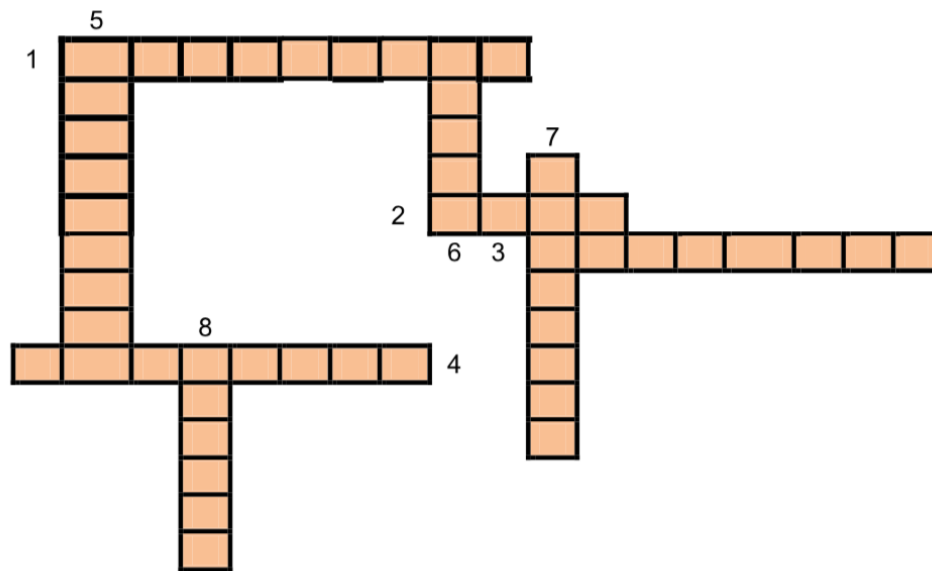
- a. ¿Qué diferencia hay entre igualdad e identidad?
- b. ¿qué diferencia hay entre igualdad algebraica y una igualdad numérica?
Cite un ejemplo de cada uno.
- c. ¿Qué es una ecuación de primer grado? ¿Cómo se soluciona?

- II. El siguiente crucigrama permitirá socializar aspectos de la consulta sobre ecuación. Cada estudiante resolverá. Luego en grupos de 3 estudiantes los socializaran, y un representante lo expondrá ante para la Mesa Redonda.

1. Igualdad entre expresiones algebraicas que se verifica numéricamente para cualquier valor de una variable.
2. Valor de la incógnita de la ecuación.

3. Igualdad algebraica que posee incógnitas.
4. Expresión que compara dos expresiones mediante el signo igual.
5. Valor desconocido de una ecuación representado por una letra.
6. Elemento geométrico que forma al llevar una ecuación lineal al plano.
7. Partes de una ecuación ubicados a ambos lados del signo igual.

Figura 34. Ecuación de igualdad



Fuente. El autor

III. Realización de ejercicios prácticos:

Figura 35. Ejercicios prácticos

Encuentra el error en el procedimiento. Luego, corrígelo y halla la solución correcta.

$$\begin{aligned}
 4x - 84 &= 24 && \text{Ecuación.} \\
 4x &= 24 - 84 && \text{Se resta 84.} \\
 4x &= -60 && \text{Se simplifica.} \\
 x &= \frac{-60}{4} && \text{Se divide entre 4.} \\
 x &= -15 && \text{Se simplifica.}
 \end{aligned}$$

► Comprueba si el valor de la incógnita es solución de la ecuación. Si no lo es, halla la solución correcta.

$$\begin{aligned}
 2. \quad x + 20 &= 25 && x = 5 \\
 3. \quad \frac{1}{3}y &= 64 && y = 192 \\
 4. \quad 6a - \frac{10}{3} &= 120 && a = \frac{173}{3} \\
 5. \quad 9b + \frac{20}{6} &= \frac{46}{3} && b = \frac{4}{3} \\
 6. \quad \sqrt{3}m - 3 &= \sqrt{12} && m = 2 + \sqrt{3}
 \end{aligned}$$

Fuente. Joya et al., (2016)

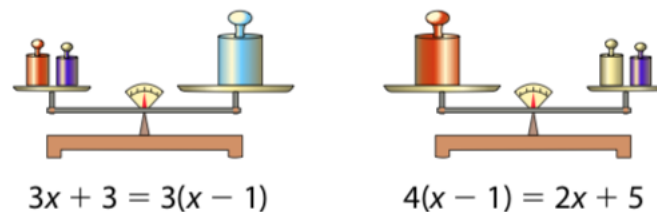
Clase 4.

El Docente inicia con una retroalimentación de lo visto hasta el momento, para solucionar dudas. A la par, se explica el método de trasposición de términos para la solución de ecuaciones lineales de primer grado.

Actividad:

1. Indica si la igualdad que se representa en cada balanza es una identidad o una ecuación.

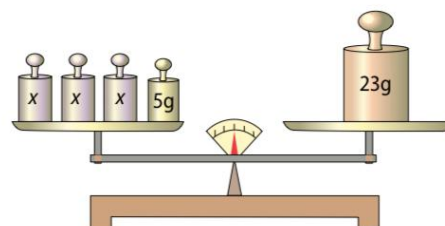
Figura 36. Transposición de términos



Fuente. García (2018)

2. Calcula el valor de X, si la balanza está en equilibrio.

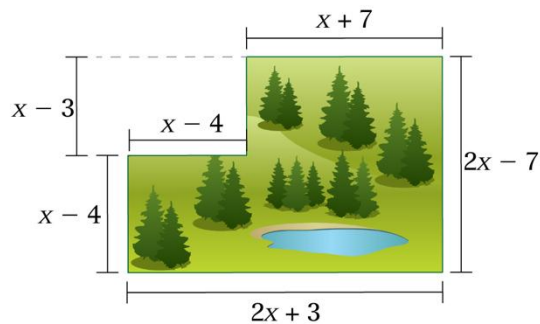
Figura 37. Balanza en equilibrio



Fuente. García (2018)

3. Determinar cuál es el perímetro del terreno que se muestra en la figura 38, si esta se representa mediante la expresión $5x + 118$ metros.

Figura 38. Perímetro del terreno



Fuente. Joya et al., (2016)

Clase 5.

La última clase se enfatizará en la solución de problemas de acuerdo a la temática vista.

Por lo tanto el docente hará una exposición magistral, combinado con una lluvia de ideas, que encamine a construir una estrategia conjunta en la solución de problemas de ecuaciones lineales de primer grado.

Se plantea una posible estrategia:

- Antes de comenzar, realizar una lectura detenida del mismo. Familiarizarnos con el problema es clave antes de empezar.
- Una vez hemos entendido el contexto y el tipo de problemas de ecuaciones que se nos plantea, debemos realizar el **planteamiento** del mismo.
- Si es necesario, realizaremos un dibujo, una tabla, o una representación de lo expuesto. Una vez hecho, intentamos identificar la incógnita y los datos que aporta el problema.
- Para plantear la **ecuación** volveremos al problema y debemos “traducir” el mismo a una expresión algebraica.
- El siguiente paso es resolver la ecuación.
- Por último y muy importante, es interpretar la solución.

Actividad:

1. Un padre tiene 47 años y su hijo 11. ¿Cuántos años han de transcurrir para que la edad del padre sea triple que la del hijo?
2. En un control de Biología había que contestar 20 preguntas. Por cada pregunta bien contestada dan tres puntos y por cada fallo restan dos. ¿Cuántas preguntas acertó Elena sabiendo que ha obtenido 30 puntos y que contestó todas?
3. De un barril lleno de agua se saca la mitad de contenido y después un tercio del resto, quedando en él 200 litros. Calcula la capacidad del barril.
4. Una granja tiene cerdos y pavos, en total hay 35 cabezas y 116 patas. ¿Cuántos cerdos y pavos hay?

El proceso de evaluación debe ser constante y con los recursos planteados inicialmente.

REFERENCIAS

- Alcaldía de San Sebastián de Mariquita. (2018). *Comprometidos con Mariquita*. Recuperado de <http://www.sansebastiandemariquita-tolima.gov.co/Paginas/default.aspx>
- Artigue, M. (1995). Épistémologie et didactique, Recherches. *Didactique des mathématiques*, vol. 10, 2.3, 241-286.
- Azañero, L. (2013). *Errores que presentan los estudiantes de primer grado de secundaria en la resolución de problemas con ecuaciones lineales*. (Tesis de maestría). Lima, Perú: Pontificia Universidad Católica del Perú.
- Bachelard, G. (1981). *El nuevo espíritu científico*. México: Editorial Nueva Imagen.
- _____. (2000). *La formación del espíritu científico*. México: Editorial Siglo XXI. (Trabajo original publicado en 1948).
- Bednar, A. (1991). *Theory into Practice: How do we link*. Recuperado de <http://VIWW.indiana.edu/-cduc550/bednar.html> [consulta 06/26/2004]
- Bedoya, M. y Chavarro, S. (2009). *Cómo implementar una estrategia didáctica basada en actividades lúdicas en el área de matemáticas, en compañía de un par académico para el grado 1º a 3º de básica primaria, en la escuela rural Malachi, Nilo, Cundinamarca*. (Tesis de Especialización). Universidad del Tolima.
- Bonilla, E. y Rodríguez, P. (2002). *Mas allá del dilema de los métodos*. Bogotá: Norma
- Brousseau G. (1986): Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques, Recherches. *Didactique des Mathématiques*, vol. 7.2, 33-115

- Brown, J. (1989). *Situación cognitiva y la cultura del aprendizaje*. Asociación Americana de Investigación Educativa.
- Buendia, L., Cólás, M. & Hernández, F. (1998). *Métodos De Investigación En Psicopedagogía*. España: McGraw-HILL
- Butto, C., y Rojano, T. (2010). Pensamiento algebraico temprano: El papel del entorno Logo. *Educación Matemática*, 22(3), 55-86.
- Colás, P. y Buendía, L. (1994). *Investigación Educativa*. Sevilla: Alfar
- Departamento Administrativo Nacional de Estadística -DANE-. (2005). Resultados Censo General 2005. Recuperado de <http://www.dane.gov.co/files/censo2005/regiones/tolima/mariquita.pdf>
- Dolch, J. (1952). Ciencia del aprendizaje y de la enseñanza en general. Recuperado de <https://recursoseducacionpregrado.wordpress.com/2010/09/03/la-didactica-y-su-valor-en-proceso-de-e-a/>
- Duffy, T. y Jonassen, D. (1991). *Constructivism and the technology of instruction: a conversation*. Laurence Edbaum Associates. Hillsdale. New Jersey. 232 pp.
- Elllott, J. (1993): *El cambio educativo desde la investigación acción*. Madrid. Morata
- Erazo, J. (2011). Estrategia didáctica para la enseñanza – aprendizaje de ecuaciones lineales con una incógnita y su aplicación en situaciones problema. *Memoria 12° Encuentro Colombiano de Matemática Educativa*, Universidad del Quindío y Colegio San José Maristas Armenia, Quindío – Colombia, pp. 83-91. Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/2599/1/ErazoEstrategiaAsocolme2011.pdf>

- Ertmer, P., & Newby, T. (1993). Conductismo, cognitivismo y constructivismo: una comparación de los aspectos críticos desde la perspectiva del diseño de instrucción. *Performance Improvement Quarterly*, 6(4), 50-72
- Escudero J. (1980). La investigación sobre medios de enseñanza. Revisión y perspectivas actuales. *Revista Enseñanza*, 1, 87-119.
- Fernández A. (1985). *Modelos de enseñanza inteligentes para nuevos ambientes de aprendizaje mediatizados*. IV Congreso RIBIE, Brasilia.
- Galeano, O. y Vaquiro, N. (2015). *Una propuesta didáctica para la resolución de ecuaciones de primer grado como relación de equivalencia utilizando el modelo virtual de la balanza*. (Tesis de pregrado), Universidad del Valle.
- García, V. (2014). *Una secuencia didáctica que integra GeoGebra para la enseñanza de ecuaciones lineales en grado octavo*. (Tesis de posgrado). Universidad Nacional de Colombia.
- García, R. (2018). Resolviendo ecuaciones de primer grado. Recuperado de <http://entenderlasmates.blogspot.com/2014/11/resolviendo-ecuaciones-de-primer-grado.html>
- Gascón, J. (1998). Evolución de la didáctica de las matemáticas como disciplina científica. Recherches. *Didactique des Mathématiques*, Vol. 18/1, no 52, pp. 7-33.
- Godino, J. & Font, V. (2003). Razonamiento Algebraico y su Didáctica para Maestros. Granada, España. Recuperado de: https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/7_Algebra.pdf
- Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación Superior – ICFES-. (2017). *Pruebas saber 2017*. Recuperado de www.icfes.gov.co

- Jiménez J. (1996). *Los desafíos de las nuevas tecnologías y las tecnologías avanzadas para la educación y la enseñanza*. En Cabero y otros (Coords.): Medios de comunicación, recursos y materiales para la mejora educativa II. Sevilla, Kronos
- Jonassen, D. (1991). Constructivismo y la tecnología de la instrucción. *Educational technology research and development*. 39(3), 5-14
- Joya, A., Ortiz, L., Ramírez, M., Sánchez, C., Sabogal, Y., Acosta, M., & Patiño, O. (2016). Proyecto Saber es Ser y Hacer Matemáticas 8. Bogotá: Santillana.
- Kemmis, S. (1984). *El curriculum más allá de la teoría de la reproducción*. Madrid: Morata
- Kemmis, S. y McTaggart, R. (1988). *Cómo planificar la investigación-acción*. Barcelona: Laertes.
- Kieran, C., & Filloy, E. (1989). El Aprendizaje del Álgebra Escolar desde una Perspectiva Psicológica. *Enseñanza de las Ciencias*. 7(3), 229-240. Recuperado de <https://www.raco.cat/index.php/ensenanza/article/viewFile/51268/93013&a=bi&pagenumber=1&w=100>
- Latorre, A. (2005). *La investigación – Acción: Conocer y cambiar la practica educativa*. Barcelona, España: Editorial Graó.
- Mason, J., A. Graham, D. , Pimm, D., y Gower, N. (1985). *Routes of Roots of Algebra, Gran Bretaña*, The Open University Press.
- Mella, O. (2000). *Grupos focales*. Técnica de investigación cualitativa. Santiago de Chile: Primus.
- Ministerio de Educación Nacional, M.E.N. (1998). Lineamientos curriculares área de matemáticas. Bogotá, Colombia.

_____. (2003). *Estándares básicos de competencias en matemáticas*. Bogotá, Colombia.

_____. (2005). Cuba un sistema de mejoramiento continuo: El Entrenamiento Metodológico Conjunto es un aliado de la calidad educativa. Una experiencia cubana que se aplica en Colombia. *Al Tablero*. 35. Recuperado de: <https://www.mineduacion.gov.co/1621/article-89947.html>

_____. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. Guía sobre lo que los estudiantes deben saber y saber hacer con lo que aprenden*. Bogotá, Colombia

Morin, E (1997). *Introducción al pensamiento complejo*. Barcelona: Gedisa

Newby, T., Stepich, D., Lehman, J., & Russell, J. (2000). Instructional Technology for teaching and learning: *Designing instruction, integrating computers, and using media* (2nd ed.). Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall.

Piaget, J. e Inhelder, B. (1982). *El desarrollo de las cantidades en el niño*. Barcelona: Hogar del Libro

Porta, L. & Silva, M. (2003). *La investigación cualitativa: El Análisis de Contenido en la investigación educativa*. Mar del Plata. Recuperado de: <http://abacoenred.com/wp-content/uploads/2016/01/Análisis-de-contenido-en-investigación-educativa-UNMP-UNPA-2003.pdf.pdf>

Práctica de matemáticas. (2018). Preschool Number Worksheets For Children Activity Shelterho Koogra. Recuperado de <http://www.uzanafest.com/preschool-number-worksheets-1-10/number-worksheets-for-children-activity-shelter-1-10-prescho-koogra/>

- Proyecto Educativo Institucional -PEI-. (2014). Institución Educativa Santa Ana. Mariquita.
- Reggiani, M. (1994). Generalization as a Basic for Algebraic Thinking: Observations with 11-12 Years Old Pupils. *Proceeding of the XVIII PME Conference*, Lisboa, Portugal, pp. 97-104.
- Rivero, M. (2011). *Teoría genética de Piaget: constructivismo cognitivo*. Barcelona: Publicacions Universitat de Barcelona
- Rodríguez S. (1994). El Entrenamiento Metodológico Conjunto: un Método Revolucionario de Dirección Educacional. Monografía. La Habana, Cuba
- Sagastizabal, M. y Perlo, . (2006). *La investigación-acción como estrategia de cambio en las organizaciones*. Buenos Aires: Editorial STELLA y Ediciones La Crujía
- Salvarrey, L. (2010). *Curso de estadística básica*. Barcelona: Salto.
- Sandoval, C. (1996). Investigación cualitativa. In Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior (ICFES) (Ed.), *Especialización en teoría, métodos y técnicas de investigación social* (pp. 1-313). Bogotá: ARFO Editores e Impresores Ltda.
- Schunk, D. (1991). *Teorías del Aprendizaje*. México: PrenticeHall Hispanoamericana
- Selltiz, C.; Jahoda, M.; Deutsch, M. Y Cook, S. (1976). *Métodos de Investigación en las Relaciones Sociales*. Madrid: Rialp.
- Serres, Y. (2011). Iniciación del aprendizaje del álgebra y sus consecuencias para la enseñanza. *Sapiens. Revista Universitaria de Investigación*, 12(1), 122-142.

Shuell, T. (1986). *Concepciones cognitivas del aprendizaje*. State University of New York at Buffalo

Socas, M. y Palarea, M.. (1997). Las fuentes del significado, los sistemas de representación y errores en el álgebra escolar. *Uno Revista de Didáctica de las matemáticas*. 14, 7-24.

Socas, M., Camacho, M., Palarea, M. y Hernández, M. (1996). *Iniciación al Algebra*. Madrid, España: Síntesis.

Vasco, C. E. (2006). *El pensamiento variacional y la modelación matemática*. Cali, Colombia. Recuperado de http://pibid.mat.ufrgs.br/2009-2010/arquivos_publicacoes1/indicacoes_01/pensamento_variacional_VASCO.pdf

Velazco, M. y Mosquera. (2013). *Estrategias Didácticas para el Aprendizaje Colaborativo*. PAIEP. Recuperado de http://acreditacion.udistrital.edu.co/flexibilidad/estrategias_didacticas_aprendizaje_colaborativo.pdf

Yépez, F. (2011). *El Entrenamiento Metodológico Conjunto (EMC), una propuesta para mejorar el proceso pedagógico en la Universidad Técnica de Manabí*. La Técnica. Recuperado de: <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/6087570.pdf>

ANEXOS

Anexo A. Instrumentos para la recolección y procesamiento de la información

TRABAJO DE INVESTIGACIÓN

PREGUNTA DE INVESTIGACION:

¿Cuál estrategia didáctica basada en la caracterización de errores para desarrollar el pensamiento variacional en la solución de ecuaciones de primer grado con una incógnita en estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa Santa Ana de san Sebastián de Mariquita?

Con base en las lecturas realizadas, se tiene que el estudio que se pretende llevar a cabo es de tipo cualitativo porque se van a observar comportamientos, actitudes y destrezas que poseen los estudiantes la podemos enmarcar dentro de la línea de investigación– acción educativa. Los instrumentos que se emplearan para la recolección y procesamiento de la información son: la observación participante natural, análisis de documentos (PEI, CURRICULO, PLAN DE ESTUDIO) y la encuesta estructurada.

INSTRUMENTOS	CARACTERISTICAS	APLICACIÓN
ANALISIS DE DOCUMENTOS	<ul style="list-style-type: none">• Análisis de textos orales (discursos, textos escritos y contextos culturales)	<ul style="list-style-type: none">• Frecuencia: Periódicamente (en cuanto avanza la investigación)
ENCUESTA ESTRUCTURADA	<ul style="list-style-type: none">• Pretende caracterizar una población mediante una serie de preguntas.• Permite conocer opiniones, actitudes, creencias, hechos vitales de las personas, intenciones, causas de fenómenos, entre otros.	<ul style="list-style-type: none">• Frecuencia: se aplicará 1 vez en la asignatura de matemáticas.

OBSERVACIÓN PARTICIPANTE NATURAL	<ul style="list-style-type: none"> • El fenómeno se conoce desde dentro. • Se es testigo de las dificultades presentes. • Es una técnica confiable pues los hechos se observan y se registran tal como suceden. • No requiere un entrenamiento especial. • Sirve para la mejora de las clases en tanto a la metodología. 	<ul style="list-style-type: none"> • Frecuencia: se hará 5 veces por semana • Observadores: 2 Personas • Tiempo de Observación: 45 Minutos • Instrumento de Aplicación: Guía de Trabajo
ENTREVISTA A ESTUDIANTES	<ul style="list-style-type: none"> • Pretende dar una conclusión acerca de los nuevos cambios mostrados en el desarrollo de la clase. 	<ul style="list-style-type: none"> • Frecuencia: 1 vez
PRUEBA DIAGNOSTICA	<ul style="list-style-type: none"> • Pretende dar a conocer las dificultades que siguen surgiendo después de un avance considerable. 	<ul style="list-style-type: none"> • Frecuencia: 1 vez

Anexo B. Análisis de documentos

INSTITUCIÓN EDUCATIVA SANTA ANA DE SAN SEBASTIÁN DE MARIQUITA ANÁLISIS DE DOCUMENTOS ANEXO 1

El presente Análisis de documentos, está enmarcado en registrar como se realizan la producción temática del grado octavo de la Institución Educativa Santa Ana de San Sebastián de Mariquita, Tolima, para el manejo de los temas y competencias que se aborden para el pensamiento variacional conforme al aprendizaje significativo. Para ello se cuenta con observadores quienes harán el registro anecdótico de las actividades aplicadas teniendo en cuenta los siguientes parámetros.

Condiciones

- Reconocimiento de la naturaleza del texto
- Identificación del texto por su origen
- Lectura y reconocimiento del texto
- Análisis del documento
- Identificación de los tópicos generales y específicos
- Interpretación de cada tópico

Anexo C. Encuesta

INSTITUCIÓN EDUCATIVA SANTA ANA DE SAN SEBASTIÁN DE MARIQUITA ENCUESTA

Con la encuesta se quiere determinar qué tipo de modelo pedagógico se está utilizando para el desarrollo de las clases. Se encuesta a los estudiantes de grado octavo de la institución educativa Santa Ana de San Sebastián de Mariquita, en las horas de la clase de matemáticas, en el marco del desarrollo de una investigación educativa, se requiere de información correspondiente al desarrollo de la clase de matemáticas en grado octavo, solicitamos responder la totalidad de las preguntas de forma sincera y objetiva, marcando X en una de las casillas frente a cada afirmación.

METODOLOGIA	SIEMPRE	CASI SIEMPRE	ALGUNAS VECES	CASI NUNCA	NUNCA
En el desarrollo de la clase, quien más habla es el profesor					
Se realizan acuerdos pedagógicos entre el profesor y los estudiantes					
Cada tema es desarrollado por el profesor y luego practicado por los estudiantes					
Las pruebas se realizan con cuaderno cerrado					
Cuando un estudiante tiene dificultad para entender, se le repite el procedimiento explicado					

Se motiva a los estudiantes para aportar ideas en el desarrollo de los temas					
Las tareas consisten en ejercicios del tema visto en clase					
Se revisan las tareas compartiendo su solución con todos los estudiantes					
Los temas se desarrollan relacionándolos con situaciones de la vida diaria					
Las actividades propuestas se discuten en clase y se resuelven con los aportes de los estudiantes					
RECURSOS	SIEMPRE	CASI SIEMPRE	ALGUNAS VECES	CASI NUNCA	NUNCA
En clase se utiliza el cuaderno					
En clase se utiliza el libro texto					
La clase se desarrolla en el tablero					
El profesor utiliza otros recursos como computador, video beam e internet					

Los estudiantes elaboran diagramas, esquemas o mapas mentales para discutir en clase					
Se desarrollan actividades fuera del aula con ayuda del internet					
AMBIENTE DE AULA	SIEMPRE	CASI SIEMPRE	ALGUNAS VECES	CASI NUNCA	NUNCA
Se realizan acuerdos entre el profesor y los estudiantes acerca de las normas de comportamiento en el salón					
La clase se desarrolla mejor cuando los estudiantes están atentos a la explicación del docente					
Los estudiantes deciden las reglas de comportamiento en el salón					
¿Los estudiantes se comportan mucho mejor cuando el profesor está presente?					
Los estudiantes deciden como organizar los					

pupitres en el salón de clases					
-----------------------------------	--	--	--	--	--

OBSERVACIONES: _____

Anexo D. Observación participante

INSTITUCIÓN EDUCATIVA SANTA ANA DE SAN SEBASTIÁN DE MARIQUITA OBSERVACION PARTICIPANTE GUIA DE TRABAJO

La presente guía de observación, está en marcada en registrar como se presenta en los estudiantes de grado OCTAVO de la institución educativa Santa Ana de San Sebastián de Mariquita, Tolima, para observar el manejo de las aplicaciones que se tiene en cuanto a las integraciones entre la parte numérica y la parte algebraica y evidenciar debilidades o fortalezas en la clase, y así tener evidencias para construir una metodología didáctica que mejore el aprendizaje de los temas del grado octavo. Para ello se cuenta con tres observadores quienes harán el registro anecdótico de las actividades aplicadas teniendo en cuenta los siguientes parámetros.

QUIENES OBSERVAN – A QUIEN OBSERVAN – CUANTAS VECES OBSERVAN

1. Condiciones Generales:

- Puntualidad del Docente a Clase
- Condiciones del Aula

2. Desarrollo de la clase

- Forma de iniciar la clase

3. Objetivos

- Planteamiento de los diferentes procesos cognitivos de la clase

4. Saberes

- Concordancia de los desarrollos de saberes con los niveles de pensamiento matemático a implementar
- Los saberes se ajustan a los procesos a desarrollar en la clase
- Las actividades y procesos de clase tienen correlación con la orientación del docente.
- Presentación de actividades adecuadas para los saberes desarrollados
- Coherencia de los objetivos cognitivos con los saberes desarrollados en clase.

5. Ejecución de actividades

- Los estudiantes muestran desempeños adecuados en las actividades realizadas
- Como es la actitud de los estudiantes frente a la clase.
- Se trabaja mediante el uso de guías y otros recursos.
- Se realiza el trabajo de forma grupal o individual.
- Se presentan varias iteraciones del trabajo a realizar por parte del docente.
- que otras actividades realiza el docente para desarrollar los procesos cognitivos pertinentes al pensamiento variacional?

6. Acompañamiento

- Los estudiantes se apoyan en contenidos anteriores
- Existe retroalimentación por parte del docente
- Reglas de Juego por parte del docente

7. Otros aspectos para la valoración final

- Técnicas utilizadas por el docente en el desarrollo de la clase
- Coherencia de los procesos aplicados de acuerdo al plan de asignatura o área.

Nota: Algunas de las observaciones quedaran registradas en un diario de clase en donde se observará cada clase y cada actividad.

Anexo E. Entrevista a estudiantes

INSTITUCIÓN EDUCATIVA SANTA ANA DE SAN SEBASTIÁN DE MARIQUITA ENTREVISTA A ESTUDIANTES

Con la entrevista se quiere estudiar más afondo a los estudiantes de grado octavo de la institución educativa Santa Ana de San Sebastián de Mariquita. Se entrevistan a los estudiantes en las horas de la clase de matemáticas, en el marco del desarrollo de una investigación educativa, se requiere de información correspondiente al entorno de los estudiantes para poder analizarlos mejor. Se establece una conversación informal donde se muestra principal interés por el aspecto académico y especialmente por el estudio del algebra. Las preguntas realizadas son:

- a. ¿Además del trabajo en clase y de la realización de las tareas le dedica tiempo adicional de Estudio al algebra?
- b. Si la respuesta de la anterior pregunta es afirmativa ¿Quién le asesora o colabora en el estudio de algebra?
- c. ¿Considera que la clase de algebra le aporta aspectos relevantes para el desarrollo de su proyecto de vida?
- d. ¿Cuáles son las principales dificultades que presenta en el tema de ecuaciones lineales con una incógnita?
- e. ¿Además del cuaderno y el texto guía con que otros recursos cuenta para el estudio de las matemáticas?
- f. ¿Qué le gustaría cambiar de la clase de algebra? ¿Qué modificación le gustara hacer a la clase de las matemáticas?
- g. ¿Cree que lo desarrollado en clase de algebra, y en especial el tema de las ecuaciones lineales con una incógnita, se podría aplicar en algún momento en el desarrollo de su proyecto de vida?

Anexo F. Prueba diagnóstica

INSTITUCIÓN EDUCATIVA SANTA ANA DE SAN SEBASTIÁN DE MARIQUITA PRUEBA DIAGNOSTICA

Con la prueba diagnostico se quiere estudiar como los estudiantes de grado octavo de la institución educativa Santa Ana de San Sebastián de Mariquita asimilarán la teoría de las ecuaciones de primer grado con una incógnita. Se realizó la prueba a los estudiantes en las horas de la clase de matemáticas, en el marco del desarrollo de una investigación educativa.

1. Resolver cada una de las siguientes ecuaciones, determinando el valor numérico de la letra o variable e indicando el procedimiento aplicado

$$Y + 6 = 25 \quad 12 - m = 3 \quad 34 = w + 11 \quad K + 125 = 376 \quad 31 - p = -77$$

2. En el siguiente desarrollo explicar donde está el error o errores cometidos durante la solución de la ecuación

$$2.m + 6 = 32$$

$$2.m = 32 + 6$$


$$2.m = 38$$

$$m = 38 - 2$$

$$m = 36$$

3. Para cada una de las siguientes situaciones problema, plantee la ecuación correspondiente, resuélvala y escriba una respuesta para la pregunta planteada

- Tres pantalones y una camisa valen en total \$248.000, si la camisa vale \$53.000, ¿Cuánto vale cada pantalón?
- En el tanque de la casa caben en total 120 litros de agua, si ayer se quedó el sifón abierto y solo quedaron 45 litros ¿Cuántos litros de agua se regaron?

 Universidad del Tolima	PROCEDIMIENTO DE FORMACIÓN DE USUARIOS AUTORIZACIÓN DE PUBLICACIÓN EN EL REPOSITORIO INSTITUCIONAL	Página 1 de 3
		Código: GB-P04-F03
		Versión: 03
		Fecha Aprobación: 15 de Febrero de 2017

Los suscritos:

ANDRES VICENTE MALDONADO
RODRIGUEZ

1110460618

_____	con C.C N°	_____
_____	con C.C N°	_____
_____	con C.C N°	_____
_____	con C.C N°	_____
_____	con C.C N°	_____

Manifiesto (an) la voluntad de:

Autorizar

☒

No Autorizar

☐

Motivo:


La consulta en físico y la virtualización de **mi OBRA**, con el fin de incluirlo en el repositorio institucional de la Universidad del Tolima. Esta autorización se hace sin ánimo de lucro, con fines académicos y no implica una cesión de derechos patrimoniales de autor.

Manifestamos que se trata de una OBRA original y como de la autoría de LA OBRA y en relación a la misma, declara que la UNIVERSIDAD DEL TOLIMA, se encuentra, en todo caso, libre de todo tipo de responsabilidad, sea civil, administrativa o penal (incluido el reclamo por plagio).

Por su parte la UNIVERSIDAD DEL TOLIMA se compromete a imponer las medidas necesarias que garanticen la conservación y custodia de la obra tanto en espacios físico como virtual, ajustándose para dicho fin a las normas fijadas en el Reglamento de Propiedad Intelectual de la Universidad, en la Ley 23 de 1982 y demás normas concordantes.

La publicación de:

Trabajo de grado	<input checked="" type="checkbox"/>	Artículo	<input type="checkbox"/>	Proyecto de Investigación	<input type="checkbox"/>
Libro	<input type="checkbox"/>	Parte de libro	<input type="checkbox"/>	Documento de conferencia	<input type="checkbox"/>
Patente	<input type="checkbox"/>	Informe técnico	<input type="checkbox"/>		
Otro: (fotografía, mapa, radiografía, película, video, entre otros)					<input type="checkbox"/>

 Universidad del Tolima	PROCEDIMIENTO DE FORMACIÓN DE USUARIOS AUTORIZACIÓN DE PUBLICACIÓN EN EL REPOSITORIO INSTITUCIONAL	Página 2 de 3
		Código: GB-P04-F03
		Versión: 03
		Fecha Aprobación: 15 de Febrero de 2017

Producto de la actividad académica/científica/cultural en la Universidad del Tolima, para que con fines académicos e investigativos, muestre al mundo la producción intelectual de la Universidad del Tolima. Con todo, en mi condición de autor me reservo los derechos morales de la obra antes citada con arreglo al artículo 30 de la Ley 23 de 1982. En concordancia suscribo este documento en el momento mismo que hago entrega del trabajo final a la Biblioteca Rafael Parga Cortes de la Universidad del Tolima.

De conformidad con lo establecido en la Ley 23 de 1982 en los artículos 30 “**...Derechos Morales. El autor tendrá sobre su obra un derecho perpetuo, inalienable e irrenunciable**” y 37 “**...Es lícita la reproducción por cualquier medio, de una obra literaria o científica, ordenada u obtenida por el interesado en un solo ejemplar para su uso privado y sin fines de lucro**”. El artículo 11 de la Decisión Andina 351 de 1993, “**los derechos morales sobre el trabajo son propiedad de los autores**” y en su artículo 61 de la Constitución Política de Colombia.

- Identificación del documento:

Título completo: **ESTRATEGIA DIDÁCTICA BASADA EN LA CARACTERIZACIÓN DE ERRORES PARA DESARROLLAR EL PENSAMIENTO VARIACIONAL EN LA SOLUCIÓN DE ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON UNA INCÓGNITA EN ESTUDIANTES DE GRADO OCTAVO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA SANTA ANA DE SAN SEBASTIÁN DE MARIQUITA**

- Trabajo de grado presentado para optar al título de:

MAGISTER EN EDUCACIÓN


- Proyecto de Investigación correspondiente al Programa (No diligenciar si es opción de grado “Trabajo de Grado”):

- Informe Técnico correspondiente al Programa (No diligenciar si es opción de grado “Trabajo de Grado”):

- Artículo publicado en revista:

- Capítulo publicado en libro:

- Conferencia a la que se presentó:


 Universidad del Tolima	PROCEDIMIENTO DE FORMACIÓN DE USUARIOS AUTORIZACIÓN DE PUBLICACIÓN EN EL REPOSITORIO INSTITUCIONAL	Página 3 de 3
		Código: GB-P04-F03
		Versión: 03
		Fecha Aprobación: 15 de Febrero de 2017

Quienes a continuación autentican con su firma la autorización para la digitalización e inclusión en el repositorio digital de la Universidad del Tolima, el:

Día: **23** Mes: **Agosto** Año: **2018**

Autores:

Firma

Nombre:	ANDRES VICENTE MALDONADO RODRIGUEZ		C.C.	1110460618
Nombre:	_____	_____	C.C.	_____
Nombre:	_____	_____	C.C.	_____
Nombre:	_____	_____	C.C.	_____

El autor y/o autores certifican que conocen las derivadas jurídicas que se generan en aplicación de los principios del derecho de autor.