UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN AGUSTÍN DE AREQUIPA

ESCUELA DE POSGRADO

UNIDAD DE POSGRADO DE LA FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

MODELACIÓN MATEMÁTICA Y EL APRENDIZAJE DE CÓNICAS EN LOS ESTUDIANTES DE PRIMER AÑO DE LA FACULTAD DE INGENIERÍA DE LA UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DEL PERÚ, AREQUIPA 2022

Tesis presentada por el Maestro:

Pariente Chocano, Edwin Francisco

Para optar el Grado Académico de

Doctor en Ciencias: Educación

Asesor:

Dr. Araujo Castillo, Rey Luis

Arequipa – Perú

2023

UNSA
UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN AGUSTIN DE AREQUIPA

ESCUELA DE POSGRADO

INFORME DE SIMILITUD

Nro. 002-2023-EPG-UNSA

Yo, Olga Melina Alejandro Oviedo, en mi condición de Directora de la Unidad de Posgrado de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad Nacional de San Agustín de Arequipa; de acuerdo a lo dispuesto, hago constar que el Trabajo de Investigación[1] titulado:

Modelación matemática y el aprendizaje de cónicas en los estudiantes de primer año de la facultad de ingeniería de la universidad tecnológica del Perú, Arequipa 2022

Presentado por:

Edwin Francisco Pariente Chocano

ha sido sometido a la herramienta de software antiplagio Ouriginal, obteniendo un porcentaje de similitud del 1% tal y como se evidencia en el reporte oficial emitido por la plataforma utilizada, con el detalle de dichas similitudes e información complementaria correspondiente.

Por lo tanto, se concluye que el Trabajo de Investigación cumple con el criterio de originalidad y no presenta observaciones. Sin otro particular, es todo cuanto informo para conocimiento y fines pertinentes.

Arequipa, 25 de octubre del 2023.

DRA. OLGA MELINA ALEJANDRO OVIEDO
DIRECTORA DE LA UNIDAD DE POSGRADO - FCE

[1] *Término que engloba a: Tesis, Trabajo Académico, Trabajo de Suficiencia Profesional o Trabajo de Investigación.*

DEDICATORIA

A Dios porque está en todas las cosas que hago, a mi madre por el infinito amor que tiene por sus hijos, a mi padre por el cariño que siempre me dio, a mis hermanos y sobrinos porque siempre están a mi lado.

Edwin

AGRADECIMIENTO

A los profesores de la Unidad de Posgrado de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad Nacional de San Agustín de Arequipa, por su enseñanza y orientación.

Al Dr. Rey Luis Araujo Castillo, por su apoyo, supervisión y ayuda permanente en el desarrollo de este trabajo de investigación.

Edwin

RESUMEN

Esta investigación tiene como objetivo determinar de qué manera la aplicación de la modelación matemática influye en el aprendizaje de cónicas en los estudiantes de primer año de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Tecnológica del Perú, Arequipa 2022. El diseño de estudio fue cuasi experimental, lo que permitió la aplicación de dos pruebas (un pre test y un post test) en dos grupos, uno de control y otro experimental en los que se analizó la evolución de los aprendizajes antes y después de la aplicación de modelación matemática. La muestra estuvo conformada por 80 estudiantes del área de Ingenierías, el grupo de control por 40 estudiantes y el grupo experimental por 40 estudiantes. La media en las calificaciones de los estudiantes del grupo experimental se incrementó de 7,30 a 13,10 utilizando la modelación matemática, comparado con la media del grupo de control que fue de 6,85 a 10,80 utilizando una metodología expositiva. El nivel de significancia que se consideró es del 5% y el nivel de confianza del 95%, se utilizó el paquete estadístico SPSS para el análisis inferencial, se aplicó la prueba de normalidad de Shapiro Wilk para comprobar si los datos provienen de una distribución normal, además se aplicó la prueba t de Student para muestras relacionadas. Los resultados obtenidos por la prueba t de Student mostraron un P - Valor = 0,000 cuyo valor es mucho menor al nivel de significancia 0,05 para los datos, por lo cual se concluye que la aplicación de modelación matemática tiene influencia significativa sobre los aprendizajes de cónicas en los estudiantes.

Palabras clave: Modelación matemática, aprendizaje de cónicas, estrategia didáctica, enseñanza de la matemática, uso de GeoGebra.

ABSTRACT

The objective of this research is to determine how the application of mathematical modeling influences the learning of conics in first year students of the Engineering Faculty of the Universidad Tecnológica del Perú, Arequipa 2022. The study design was quasi-experimental, which allowed the application of two tests (a pre-test and a post-test) in two groups, a control group and an experimental group in which the evolution of learning before and after the application of mathematical modeling was analyzed. The sample consisted of 80 students from the Engineering area, the control group consisted of 40 students and the experimental group consisted of 40 students. The average grades of the students in the experimental group increased from 7,30 to 13,10 using mathematical modeling, compared to the average of the control group, which was from 6,85 to 10,80 using an expository methodology. The significance level considered was 5% and the confidence level was 95%. The SPSS statistical package was used for the inferential analysis, the Shapiro Wilk normality test was applied to check whether the data come from a normal distribution, and the Student's t-test for related samples was also applied. The results obtained by Student's t-test showed a P - Value = 0,000 whose value is much lower than the significance level 0,05 for the data, so it is concluded that the application of mathematical modeling has a significant influence on the students' learning of conics.

Keywords: Mathematical modeling, learning conics, didactic strategy, teaching mathematics, use of GeoGebra.

ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE DE TABLAS

ÍNDICE DE FIGURAS

ÍNDICE DE GRÁFICAS

INTRODUCCIÓN

Señor director de la Unidad de Posgrado de la Facultad de Ciencias de la Educación, Señores miembros del jurado:

En cumplimiento con los reglamentos de Grados y Títulos de la Unidad de Posgrado de la Facultad de Educación, pongo a vuestra consideración la presente tesis titulada: MODELACIÓN MATEMÁTICA Y EL APRENDIZAJE DE CÓNICAS EN LOS ESTUDIANTES DE PRIMER AÑO DE LA FACULTAD DE INGENIERÍA DE LA UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DEL PERÚ, AREQUIPA 2022, con el propósito de optar al grado académico de Doctor en Ciencias: Educación.

En la región Arequipa y en nuestro país, son pocos los trabajos de investigación relacionados a la aplicación de la estrategia modelación matemática en la enseñanza de algún tópico en el área de la matemática en general y en geometría en particular. En países de Latinoamérica como Brasil y Colombia se ha avanzado sobre modelación matemática y esto se puede observar a partir de las distintas investigaciones y conferencias que se dan con resultados alentadores.

Por otro lado, de la experiencia docente en el área de matemática en algunas universidades de Arequipa, y a partir de las pruebas de diagnóstico realizada en las asignaturas con contenidos de geometría a mi cargo, en diferentes semestres, se percibe que un porcentaje alto de los estudiantes de las escuelas de ingeniería tienen un bajo nivel de conocimiento sobre temas geométricos. Uno de los factores puede estar relacionado con las estrategias didácticas que usa el docente para la enseñanza - aprendizaje de los diferentes tópicos.

Los motivos para realizar este trabajo de investigación tienen relación con los aspectos mencionados en los dos párrafos anteriores y como objetivo comprobar que la aplicación de la modelación matemática como estrategia didáctica contribuye significativamente al proceso de enseñanza - aprendizaje de las cónicas.

La presente investigación consta de tres capítulos:

En el primer capítulo se hace una síntesis de la revisión bibliográfica partiendo de los aspectos teóricos referidos a las variables modelación matemática y aprendizaje de cónicas.

En el segundo capítulo se expone el marco operativo que corresponde a la determinación y formulación del problema, la justificación, los objetivos, la hipótesis, las variables, la metodología, técnicas e instrumentos, el análisis y la interpretación de la información, comprobación de la hipótesis y la discusión de resultados.

En el tercer capítulo se presenta el programa de intervención que se realizó a los estudiantes del grupo experimental aplicando la estrategia didáctica modelación matemática para la enseñanza de las cónicas.

Finalmente, se presenta las conclusiones, sugerencias, referencias y anexos relacionados con la presente investigación.

CAPÍTULO I: MARCO TEÓRICO

Este capítulo consta de dos partes. En la primera, nos referimos a los antecedentes de la investigación tanto internacionales, nacionales y locales, así como el estado del arte. La segunda parte es el marco teórico donde se desarrolla conceptualmente las variables modelación matemática y aprendizaje de cónicas.

1.1. Antecedentes de la investigación

1.1.1. Internacionales

Bikić et al. (2021) en su investigación identifican la importancia de la modelación matemática en la enseñanza de las funciones lineales, cuadráticas y logarítmicas. Usaron fenómenos y procesos del mundo real en donde se realizaban subtareas como crear o probar un modelo, explicar los resultados, encontrar el dominio y rango y tener un pensamiento crítico sobre el modelo. Trabajaron con dos grupos, de control y experimental. El grupo experimental obtuvo mejores resultados que el de control. Una conclusión importante a la que llegaron es que el aprendizaje a través de modelos matemáticos contribuye en todos los aspectos del desarrollo esperado de los estudiantes.

Barón (2020) en su trabajo describe y analiza la evolución de los procesos de modelación matemática que alcanzan los estudiantes (entre 13 y 15 años que pertenecen a una institución educativa) cuando resuelven un problema de optimización empleando el programa GeoGebra. La investigación es cualitativa y de tipo descriptivo interpretativo. Uno de los aspectos importantes en las conclusiones es que la modelación matemática ayudada por el programa GeoGebra es una estrategia que puede utilizarse para ayudar a los alumnos a comprender las funciones lineales.

Ramunno (2019) estudia la modelación matemática para la enseñanza y aprendizaje de funciones (desde un enfoque dinámico variacional) en una escuela de enseñanza básica de Brasil. A través de esta alternativa pedagógica busca desarrollar en los estudiantes la capacidad de matematización de una situación problema usando funciones. Además, resalta otras acciones cognitivas de los alumnos en la actividad de modelación matemática como la comprensión de la situación inicial, la síntesis, la interpretación y la validación y la comunicación y argumentación.

1.1.2. Nacionales

Padilla (2021), en su trabajo de investigación de enfoque cuantitativo y diseño experimental para dos grupos (control y experimental) analizó la forma en que la modelación matemática influye en el aprendizaje de la función lineal en los estudiantes de una universidad de Lima, Perú. Como una de las conclusiones a la que llegó es que el aprendizaje de las funciones lineales está sustancialmente influido por la modelización matemática como método de enseñanza.

Diaz (2021) en su tesis doctoral demuestra que en los estudiantes del curso de matemática básica que corresponde al primer ciclo de ingeniería de minas de una universidad de Ica, la modelación matemática influye significativamente en el desarrollo de competencias. Su metodología es de diseño cuasi experimental con una muestra de 42 estudiantes. Para su variable independiente, modelación matemática, analizó las dimensiones: formulación, resolución, interpretación y validación.

Espinoza (2020) en su investigación plantea una actividad didáctica que se basa en la búsqueda de un modelo matemático para un problema físico que puede simularse haciendo uso de tecnologías digitales, es este caso del aplicativo Tracker. La metodología de su estudio fue cualitativa y fue aplicado a estudiantes del quinto grado de educación secundaria. La pregunta de su investigación fue: ¿Cómo los estudiantes del quinto grado de Educación Secundaria modelan la función cuadrática al resolver una actividad mediada por Tracker? El investigador descubrió datos que muestran como los alumnos realizan la modelación matemática de una situación planteada en la actividad didáctica.

Villalobos (2018) realiza una investigación de enfoque mixto donde concluye que el uso de la modelación matemática ha favorecido en la mejora del desarrollo de las competencias matemáticas en los alumnos de tercero de secundaria de una institución educativa bilingüe en el departamento de San Martin, Perú. La población estaba compuesta por 25 estudiantes y la recolección de datos se realizó mediante el cuestionario (pre test y post test) y una ficha de observación.

1.1.3. Locales

Jove y Alca (2017) realizan un trabajo de investigación de diseño pre experimental aplicado a 15 estudiantes de tercer grado de una institución educativa en la ciudad de Arequipa en 12 sesiones de aprendizaje. La finalidad de su trabajo es mejorar la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes. Una conclusión importante a la que llegaron a través de sus resultados es que las dificultades aritméticas expresadas verbalmente por los alumnos pueden resolverse con éxito utilizando modelación matemática.

1.1.4. Estado del arte

Las investigaciones sobre modelación matemática desde un enfoque educativo han comenzado varias décadas atrás, por 1970, según algunos autores como Biembengut (2009). En la actualidad ha cobrado mucha importancia y esto se observa a partir de los diversos estudios y conferencias internacionales que se realizan sobre el tema.

Según Babb et al. (2018) es difícil dar una definición única para la modelación matemática, pues a través del tiempo han ido apareciendo diferentes perspectivas sobre modelación matemática en contextos educativos. Kaiser y Sriraman (2006) citado en Babb et al. (2018) realizan una clasificación que consta de seis perspectivas: La realista, epistemológica, educativa, contextual, sociocrítica y cognitiva, cada una de ellas con sus propias características. En el proceso de modelado a través de distintas perspectivas se destacan dos elementos comunes: una situación o fenómeno de interés del mundo y relaciones matemáticas que corresponden a ciertos aspectos de la situación o fenómeno (Babb et al., 2018)

En el panorama latinoamericano se tienen distintas investigaciones sobre el tema. Una de ellas es el estudio que realiza Villa y Alencar (2019) sobre el uso de la modelación matemática en Colombia y Brasil. Los autores clasifican las investigaciones en dos categorías: como herramienta (por ejemplo, para resolver problemas) y como objeto de estudio (por ejemplo, para aprender a modelar).

Mancera y Camelo (2020) efectúan una revisión de tipo documental en trabajos sobre modelación matemática en los encuentros colombianos de matemática educativa realizados entre 2012 y 2015, donde establecen perspectivas y líneas de preocupación. La perspectiva educacional es de las más destacadas por la cantidad de trabajos presentados, además de la línea de preocupación referida a la enseñanza o aprendizaje de contenidos.

Para Lyon y Magana (2020) uno de los aspectos menos estudiados sobre modelación matemática en el aprendizaje de distintos tópicos en estudiantes de primeros años de ingeniería es la evaluación de problemas usando modelación matemática. En pocas investigaciones se muestran y discuten estrategias de evaluación y su impacto en los docentes y estudiantes pues debe ser distinta una evaluación de una clase expositiva que de una clase usando la modelación matemática.

1.2. Marco teórico

1.2.1. Modelación matemática

La modelación matemática puede ser vista como un método de investigación científica que ha hecho posible el avance de distintas ciencias o como una estrategia de enseñanza – aprendizaje para distintas asignaturas que involucran resolver problemas reales a través de las matemáticas.

1.2.1.1. Modelación matemática como método de investigación.

El modelado es una actividad científica, utilizada para resolver problemas de las distintas ciencias; que mediante un proceso de abstracción y simplificación del problema en su propio ambiente puede dar como resultado un modelo matemático y que este suele ser externo a factores educativos (Villa-Ochoa, 2007). Por ejemplo, la modelación matemática pude aplicarse en el campo de la medicina para estudiar el comportamiento de una epidemia o en el campo de la ingeniería para estudiar la resistencia de un material sometido a fuerzas externas.

Para Cervantes (2015) la modelación matemática "es el proceso racional de elaborar modelos matemáticos para expresar fenómenos reales" (p. 2). Un modelo matemático de un fenómeno o situación problema es "un conjunto de símbolos y relaciones matemáticas que representa, de alguna manera, el fenómeno en cuestión" (Biembengut y Hein, 2004, p. 106). Por ejemplo, un modelo matemático puede estar representado de manera algebraica mediante una ecuación diferencial cuya solución puede ser una interpretación del problema simplificado.

Para Bertone et al. (2014) "La modelación matematica es un proceso de representar problemas del mundo real en terminos matematicos, en un intento de encontrar soluciones a los problemas" (p. 18). Para obtener un modelo matematico se simplifica el problema tomando las caracteristicas mas importantes a traves de las variables.

El modelador para la construcción de un modelo matemático involucra sus conocimientos matemáticos, el conocimiento del contexto y de la situación, además de sus capacidades para describir, establecer y representar las relaciones existentes entre las variables, todo esto para crear un objeto matemático que generalmente no aparece de manera automática ni inmediata (Villa-Ochoa, 2007). El proceso de modelación matemática es complejo y no siempre es realizado por un matemático, sino que es un trabajo interdisciplinario donde se combinan la experiencia de varios profesionales con el objetivo de encontrar la solución a un problema real.

Según Bertone et al. (2014) los modelos matemáticos se pueden clasificar en:

> Lineales o no lineales, según sus ecuaciones básicas tengan estas características; estático, cuando representa la forma del objeto, por ejemplo, la forma geométrica de un alveolo, o dinámico cuando simula variaciones en las etapas de un fenómeno, por ejemplo, crecimiento poblacional de una colmena; estocástico o determinístico, de acuerdo con el uso o no de factores aleatorios en las ecuaciones. (p. 22)

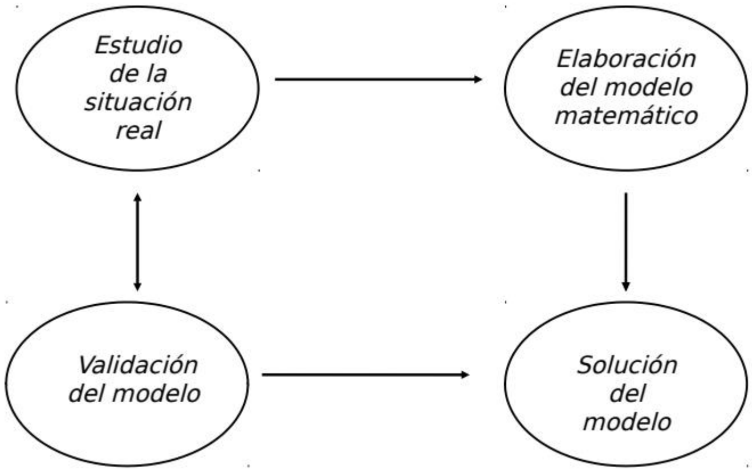
La modelación matemática es un proceso que requiere de etapas o fases que varía de acuerdo a los diferentes autores.

Para Blum y Borromeo (2009), citado en Peña y Morales (2016) "el proceso requiere una secuencia de actividades que se conoce como círculo de modelación que básicamente debe completarse en siete pasos: construcción, estructura, matematización, trabajo matemático (resolución), interpretación, validación y exposición" (p. 65).

Para Cervantes (2015) se puede "describir el proceso de modelización matemática a través de sus principales etapas: estudio de la situación real, elaboración del modelo matemático, solución del modelo y validación del modelo" (p. 5). Estas etapas se pueden representar en la siguiente figura:

Figura 1.

Esquema de la modelización matemática.



Nota. Tomada de (Cervantes, 2015)

1.2.1.2.Modelación matemática como estrategia didáctica de enseñanza aprendizaje.

Para la pregunta ¿Qué es la modelación matemática desde el punto de vista educativo?, varios autores coinciden que no hay una respuesta única, pues dependerá de la perspectiva que adopten (De Sousa et al., 2018). Investigadores importantes en Latinoamérica, por la cantidad de artículos publicados son Alexander Villa Ochoa y Rodney Carlos Bassanezi de los que tomamos algunas definiciones.

De acuerdo con Villa-Ochoa (2007) se entiende por modelación matemática desde un enfoque didáctico a:

> La actividad que se realiza en la clase de matemática cuya naturaleza se deriva de la actividad científica de la modelización matemática. La modelación matemática, más que una herramienta para construir conceptos, se convierte en una estrategia que posibilita en entendimiento de un concepto matemático inmerso en un micromundo que prepara al estudiante para ir desarrollando una actitud diferente de preguntarse y abordar los problemas de un contexto real. (p. 70)

Para Bassanezi (2002) “El modelado matemático consiste en el arte de transformar problemas de la realidad en problemas matemáticos y resolverlos interpretando sus soluciones en el lenguaje del mundo real” (p. 16).

Para Niss et al. (2007) citado en Zaldivar et al. (2017) la modelación matemática “En su acepción como estrategia didáctica surge como un medio que permite la creación o uso de modelos matemáticos a través del planteamiento de problemas en contexto” (p. 88).

La modelación matemática puede ser vista como una herramienta que ayuda a la motivación en el salón de clases, así como una herramienta para el aprendizaje de las matemáticas porque puede favorecer a entender mejor los conceptos matemáticos. A pesar de lo dicho anteriormente, para tratar los conceptos de matemática, la modelación matemática no puede ser la única estrategia (Villa-Ochoa, 2007).

En el área de ingeniería la modelación matemática ayuda a la resolución de problemas reales fomentando el razonamiento lógico matemático a través de la visualización de la aplicación de las matemáticas (Sánchez et al., 2019).

La modelación matemática “potencia el desarrollo de capacidades en el estudiante, para posicionarse de manera crítica ante las diferentes demandas del contexto social junto con la capacidad de leer, interpretar, proponer y resolver situaciones problema” (Villa-Ochoa, 2007, p. 83)

En los diferentes niveles educativos se ha demostrado el desarrollo de competencias matemáticas cuando se ha implementado la modelación matemática como estrategia didáctica (Rodríguez y Quiroz, 2015 citado en Zaldívar et al. 2017). Los currículos en varios países han agregado como objetivo primordial del perfil del egresado el desarrollo de competencias de modelación matemática (Zaldívar et al. 2017).

Investigaciones que relacionan a la modelación matemática con procesos de enseñanza aprendizaje de estudiantes demuestran que estos procesos tienen resultados satisfactorios cuando los profesores utilizan los modelos como estrategias y como parte central para abordar el currículo (Justi, 2009 citado en Peña y Morales, 2016).

“La enseñanza con el modelado matemático favorece el desarrollo de importantes habilidades para resolver problemas lo cual es un efecto positivo en los estudiantes” (Nejad y Bahmaei, 2012 citado en Sánchez et al. 2019).

Para el proceso de modelación matemática en el campo educacional se tiene diferentes etapas, momentos, fases o lineamientos dependiendo de los autores que investigan el tema. A continuación, mostramos algunas formas del desarrollo de modelación matemática:

El proceso de modelación desde el punto de vista del docente puede dividirse en dos etapas. La primera, en donde se establecen criterios que posibiliten la selección de las situaciones y contextos que sean importantes para los estudiantes. La segunda, llamada ejecución donde el maestro atraviesa diferentes momentos en el desarrollo de modelación en el salón de aula (Villa-Ochoa, 2007).

Para Zaldivar et al. (2017) uno de los primeros investigadores que puntualizo los pasos o etapas de la modelación matemática desde el punto de vista didáctico fue Pollak en 1969. Estas etapas son:

> 1) Identificar una pregunta del mundo real que se quiere entender; 2) Seleccionar objetos particulares importantes para la pregunta hecha e identificar relaciones entre ellos; 3) Decir cuales son útiles e ignorar los que no lo son; 4) Trasladar esta versión en términos matemáticos, obtener fórmulas matemáticas para esta pregunta determinada y resolver el problema. (p. 90)

Zaldívar et al. (2017) en su investigación utiliza tres momentos principales que los utiliza en clase en un contexto de modelación matemática; estos momentos son: “Introducción al contexto real; Matematización de la situación a partir de los datos del contexto; Síntesis y regreso al contexto real” (p. 90).

Para Biembengut (2014) citado en De Sousa et al. (2018), “el proceso de modelación se puede desarrollar en tres fases: Percepción y aprehensión; Comprensión y explicación; Significado y expresión” (p. 257).

1.2.1.3. Diferencia entre los procesos de modelación matemática.

Existen diferencias entre la modelación matemática vista como actividad científica y la modelación matemática como estrategia de enseñanza – aprendizaje. En la siguiente tabla Villa-Ochoa (2007) nos muestra las diferencias:

Tabla 1.

La Modelación Matemática desde dos perspectivas

Criterio	Como Actividad Científica	Como Herramienta en el Aula de Clase
Propósito del modelo	El modelo se construye para solucionar un problema de otras ciencias (naturales, sociales, humanas, ..) o para avanzar en una teoría o ciencia.	El modelo se elabora para construir un concepto matemático dotado de un significado y con la intención de despertar una motivación e interés por las matemáticas debido a su carácter aplicativo.
Los conceptos matemáticos	Emergen de la situación a través de un proceso de abstracción y simplificación del fenómeno.	Deben haber sido considerados a priori con base en la preparación y selección del contexto por parte del maestro y de acuerdo con los propósitos de la clase.
Contextos	Obedecen a problemas que comúnmente no han sido abordados o se abordan de una manera diferente al interior de la ciencia.	Deben obedecer a problemas abordados previamente por el docente de la clase con el objeto de evaluar su pertinencia con los propósitos educativos.
Otros factores	Se presenta generalmente en un ambiente propio en la ciencia en la cual se aplica y generalmente es externo a factores educativos.	Se presenta regularmente en el aula de clase bajo una motivación propia de contextos cotidianos y de otras ciencias.

Nota. Tomada de (Villa, 2007)

1.2.1.4. Ventajas y obstáculos de la modelación matemática.

Para Nejad y Bahmaei (2012) citado en Sánchez et al. (2019), la modelación matemática es una herramienta que nos da algunas ventajas en el proceso de aprendizaje como:

> Ayuda al estudiante a comprender mejor el escenario en el que se desarrolla; refuerza el aprendizaje en las matemáticas (motivación); estimula el desarrollo a algunas habilidades actitudinales del tipo matemático y Coadyuva a tener una mejor óptica de las matemáticas. (p. 38)

A pesar de muchos argumentos favorables para el uso de la modelación matemática, Bertone et al. (2014) también presentan obstáculos que puede darse en el desarrollo de cursos regulares.

> Obstáculos educativos: Los cursos regulares tienen un programa que debe desarrollarse por completo. El modelado puede ser un proceso que requiere mucho tiempo y su uso puede ocasionar el no cumplir con todo el programa. Por otro lado, algunos docentes tienen duda sobre si las aplicaciones y conexiones con otras áreas son parte de la enseñanza de la matemática, enfatizando que dichos componentes tienden a distorsionar la estética, belleza y universalidad de las matemáticas. Creen quizás por conveniencia, que las matemáticas deben preservar su precisión absoluta e intocable sin relación alguna con el contexto sociocultural y político.
>
> Obstáculos para el estudiante: el uso de modelos difiere de la rutina de la enseñanza tradicional y los estudiantes que no están acostumbrados al proceso, pueden perderse y volverse apáticos en clase. Los alumnos están acostumbrados a ver al docente como un transmisor de conocimientos y, cuando se colocan en el centro del proceso de enseñanza – aprendizaje, siendo responsables de los resultados obtenidos y de la dinámica del proceso, la clase comienza a caminar a un ritmo más

lento. La formación heterogénea de una clase también puede ser obstáculo para que algunos estudiantes relacionen los conocimientos teóricos adquiridos con la situación práctica en estudio, y el tema elegido para modelar pueda no ser motivador para una parte de los estudiantes, causando desinterés.

Obstáculos para los docentes: Muchos docentes no se sienten capacitados para desarrollar el modelado en sus cursos, por desconocimiento del proceso o por temor a encontrarse con situaciones embarazosas con respecto a las aplicaciones de las matemáticas en áreas que desconocen. Creen que perderán mucho tiempo para preparar las clases y además no tendrán tiempo para cumplir con todo el programa del curso. (pp. 37-38)

1.2.1.5. Uso de la tecnología en la modelación matemática.

Zaldívar et al. (2017) señala que “al hablar de modelación matemática, los investigadores han incorporado a la tecnología como parte importante del mismo proceso en las aulas de clase de diversos niveles educativos” (p. 93). Además, para Da Silva et al. (2021) las actividades de modelación matemática son potencializados con el uso de software educativos y además estimula en los estudiantes a interactuar más en el aprendizaje y la investigación.

En Rodríguez y Quiroz (2015) citado en Zaldívar et al. (2017) muestra tres momentos donde el proceso de modelación matemática es apoyado por la tecnología:

Al momento de plantear una situación real, la tecnología puede apoyar a una mejor comprensión de la situación problema que se plantea. Al momento de la formación de un modelo matemático, los recursos tecnológicos pueden brindar al estudiante elementos para acercarse a la creación de un modelo matemático, e incluso percibir la respuesta sin tener aun el resultado analítico. Al momento de vincular los resultados matemáticos con la situación real, la tecnología permite analizar la respuesta

> matemática en términos de la misma situación real. Además, apoya la identificación de posibles errores en los resultados del trabajo con el modelo matemático. (p. 93)

Algunos programas disponibles de manera gratuita que se pueden utilizar son por ejemplo el GeoGebra y el Desmos. El GeoGebra tiene una interfaz geométrica que puede ser utilizada para realizar simulaciones de problemas reales. Otra característica importante del programa es que se puede interactuar docente - estudiantes mediante tareas o actividades en línea.

1.2.2. Aprendizaje de cónicas

Las teorías de aprendizaje y las estrategias didácticas en matemática forman aspectos importantes para el análisis de una de las variables de estudio de esta investigación que es el aprendizaje de cónicas. Además, en esta sección desarrollaremos la teoría con respecto a los elementos, propiedades y ecuaciones de la cónicas (la circunferencia, la parábola, la elipse y la hipérbola).

1.2.2.1. Teorías de aprendizaje

Feldman (2005) define el aprendizaje “como un proceso de cambio relativamente permanente en el comportamiento de una persona generado por la experiencia” (p. 54). Existen diversas teorías de aprendizaje que tratan de explicar como el ser humano accede al conocimiento. En esta sección desarrollaremos algunas de ellas.

En Rocha (2021) nos dice sobre el aprendizaje significativo de Ausubel que:

> Surge cuando el alumno, como constructor de su propio conocimiento, relaciona los conceptos a aprender y les da un sentido a partir de la estructura conceptual que ya posee. De este modo, construye nuevos conocimientos al relacionar los conceptos nuevos con la experiencia que ya tiene. (p. 63)

Las investigaciones indican que los conocimientos previos deben tenerse siempre en cuenta como el factor que más afecta a la adquisición de nueva información, además la voluntad del estudiante será un requisito importante. Se puede decir de un buen proceso educativo si el alumno es capaz de utilizar los conocimientos obtenidos en el aula en forma activa en lugar de limitarse a memorizar textos (Matienzo, 2020).

La teoría cognitiva de Piaget “También se la conoce como evolutiva debido a que se trata de un proceso paulatino y progresivo que avanza, conforme el niño madura física y psicológicamente” (Granja, 2015, p. 98). Para Papalia et al. (2007) citado en Granda (2015) “El aprendizaje se realiza gracias a la interacción de dos procesos: asimilación y acomodación” (p. 98). En Piaget (1972) citado en Lins (2018) distingue 4 etapas: “Etapa sensoriomotora: desde el nacimiento hasta los 2 años; etapa preoperacional: de 2 a 7 años; etapa operativa concreta: de 7 a 11 años; etapa operativa formal: mayores de 12 años” (p. 15).

El aprendizaje social de Vygotsky, sostiene que:

> El aprendizaje es el resultado de la interacción del individuo con el medio. Cada persona adquiere la clara conciencia de quién es y aprende el uso de símbolos que contribuyen al desarrollo de un pensamiento cada vez más complejo, en la sociedad de la que forma parte. (Granja, 2015, p. 99)

Sánchez (2019) nos dice que “Vygotsky hace énfasis en el papel que juega el entorno social en el desarrollo psicológico y cognitivo del ser humano” (pág. 1).

1.2.2.2. Estrategias didácticas para la enseñanza de las matemáticas

Un aspecto importante en la enseñanza - aprendizaje de las matemáticas son las estrategias que el docente puede aplicar para lograr los objetivos planteados en cada sesión de aprendizaje. Anijovich y Mora (2010) define las estrategias de enseñanza como “el conjunto de decisiones que toma el docente para orientar la enseñanza con el fin de promover el aprendizaje de sus alumnos” (p. 23). En Hernández y Guárate (2017) definen a la estrategia didáctica como:

> El conjunto de acciones y procedimientos, mediante el empleo de métodos, técnicas, medios y recursos que el docente emplea para planificar, aplicar y evaluar de forma intencional, con el propósito de lograr eficazmente el proceso educativo en una situación de enseñanza - aprendizaje especifica, según sea el modelo pedagógico y/o andragógico por: contenidos y/o competencias para las cuales las elabora y desarrolla. (p. 30)

Existen diversas clasificaciones sobre estrategias de enseñanza, como la descrita en Puiggròs (2001): estrategias centradas en el docente (estrategias expositivas y la interrogación didáctica), la estrategia centrada en el estudiante (solución de problemas, elaboración de proyectos y torbellino de ideas) y las estrategias centradas en el medio. A continuación, desarrollamos algunas estrategias de enseñanza aplicadas en el área de matemática como: la estrategia expositiva y el aprendizaje basado en problemas.

Anijovich y Mora (2010) nos dice que "una clase expositiva es una estrategia de enseñanza directa que el docente suministra y que está organizada en una estructura lógica y coherente para tratar de asegurar que los estudiantes la comprendan" (p. 51). Es una de las estrategias que con mayor frecuencia se observa en las aulas, en especial en el nivel universitario y que se centra en el docente a diferencias de otras estrategias donde se centran en el estudiante. Para toda clase expositiva se requiere:

> Una organización de la información pensada de modo tal que favorezca un encuentro entre la lógica del contenido disciplinar que se ha de enseñar y los conocimientos previos de los alumnos; y recursos y actividades complementarias que provoquen la construcción de los saberes en los estudiantes. (Anijovich y Mora, 2010, p. 54)

El aprendizaje basado en problemas (ABP) se origina por la década de los años 60 del siglo XX en la escuela de medicina de una universidad de Canadá. Barrows (1986) citado en

Guaman y Espinoza (2022) define el ABP como “un método de aprendizaje basado en el principio de usar problemas como punto de partida para la adquisición e integración de los nuevos conocimientos” (p. 127). Para Velásquez et al. (2022) es una estrategia en el que su esencia consiste en “identificar, describir, analizar y resolver problemas, lo cual se logra mediante la interacción del docente y los estudiantes” (p. 129).

Dentro del aprendizaje basado en problemas se puede ubicar el método de resolución de problemas de Polya (1989) que señala las siguientes etapas:

> Primero, tenemos que comprender el problema, es decir, ver claramente lo que se pide. Segundo, tenemos que captar las relaciones que existen entre los diversos elementos, ver lo que liga a la incógnita con los datos a fin de encontrar la idea de la solución y poder trazar un plan. Tercero, poner en ejecución el plan. Cuarto, volver atrás una vez encontrada la solución, revisarla y discutirla. (p. 28)

Inspirados a partir del método de Polya aparecen diversas propuestas como la de Shoenfeld (1985), que da una importancia significativa a la relación entre la resolución de problemas y el desarrollo del pensamiento, y además “propone un método para el proceso de resolución: comprensión del problema; diseño de un plan de solución; ejecutar el plan y mirada retrospectiva” (Lozada y Fuentes, 2018, p. 59).

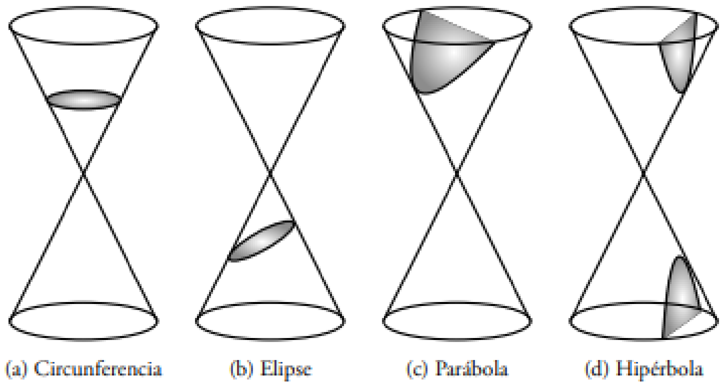
1.2.2.3. Las cónicas

“Se denomina cónicas a las curvas que se obtiene de las diferentes intersecciones entre un cono y un plano que no pasa por su vértice” (Cotrina y Escudero, 2021, p. 83).

Las cónicas se clasifican en 4 tipos: Circunferencia, parábola, elipse e hipérbola. La siguiente figura nos muestra las cónicas producidas de la intersección de un cono de doble hoja con un plano en diferentes posiciones.

Figura 2.

Las cónicas



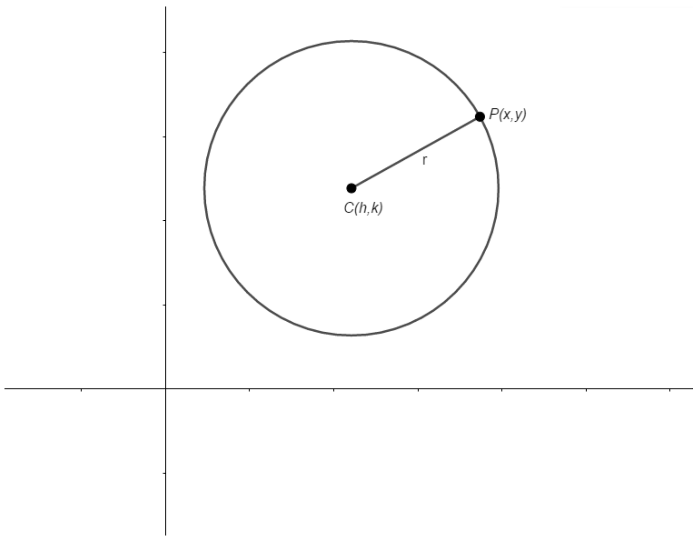
Nota. Tomada de (Cotrina y Escudero, 2021)

1.2.2.3.1. La circunferencia.

"La circunferencia es el conjunto de puntos del plano que equidistan de un punto fijo llamado centro y dicha distancia común se denomina radio" (Cotrina y Escudero, 2021, p. 84).

Figura 3.

La circunferencia



Sea el centro de la circunferencia el punto fijo $C(h,k)$ y sea el radio igual a r. Entonces, si $P(x, y)$ es cualquier punto de la circunferencia, la distancia de C a P es igual a r. Aplicando la fórmula distancia entre dos puntos tenemos:

$$\sqrt{(x-h)^2 + (y-k)^2} = r$$

y elevando al cuadrado ambos miembros, tenemos:

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$

A esta ecuación se le conoce como ecuación ordinaria de la circunferencia. Esta fórmula exhibe el centro de la circunferencia y la longitud del radio. Si desarrollamos dicha ecuación podemos obtener una ecuación de la forma:

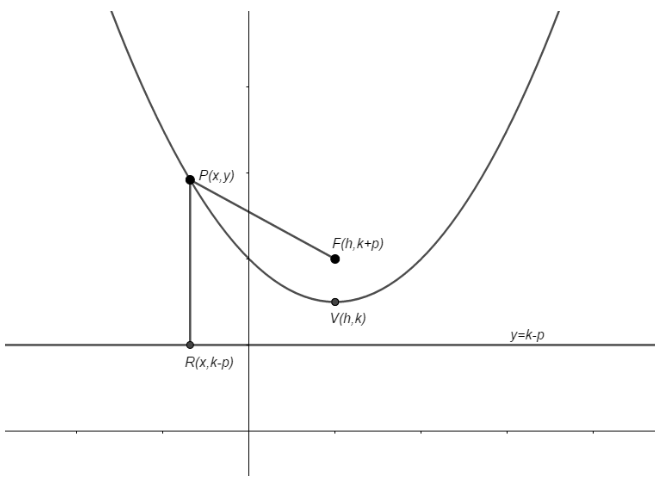
$$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$$

A esta ecuación se le conoce como ecuación general de la circunferencia. Para obtener la ecuación ordinaria a partir de la ecuación general se utiliza el método de completación de cuadrados.

1.2.2.3.2. La parábola.

Figura 4.

La Parábola



“La parábola es el conjunto de puntos del plano que equidistan de un punto fijo F, llamado foco, y de una recta fija L, llamada directriz” (Cotrina y Escudero, 2021, p. 88).

De la definición, un punto de la parábola es el punto medio del segmento que une el foco con la directriz, dicho punto se llama vértice $V(h,k)$. La distancia del foco al vértice será llamada parámetro p. Así, como la distancia de cualquier punto $P(x,y)$ al foco $F(h,k+p)$ es igual a la distancia del punto $P(x,y)$ al punto $R(x,k-p)$ (punto de la recta directriz) se tiene:

$$d(P,F)=d(P,R)$$

$$\sqrt{(x-h)^2+(y-k-p)^2}=\sqrt{(x-x)^2+(y-k+p)^2}$$

$$(x-h)^2+(y-k-p)^2=(y-k+p)^2$$

$$(x-h)^2=(y-k+p)^2-(y-k-p)^2$$

$$(x-h)^2=4p(y-k)$$

La última ecuación es llamada ecuación ordinaria de la parábola y depende del vértice $V(\ h,k)$ y del parámetro p. Esta ecuación describe una parábola con eje de simetría paralelo al eje x y que se abre para la derecha. Si desarrollamos la ecuación ordinaria de la parábola obtenemos:

$$y^2+Dx+Ey+F=0$$

Esta ecuación es llamada ecuación general de la parábola. Si queremos, a partir de la ecuación general, llegar a la ecuación ordinaria, podemos aplicar el método de completación de cuadrados.

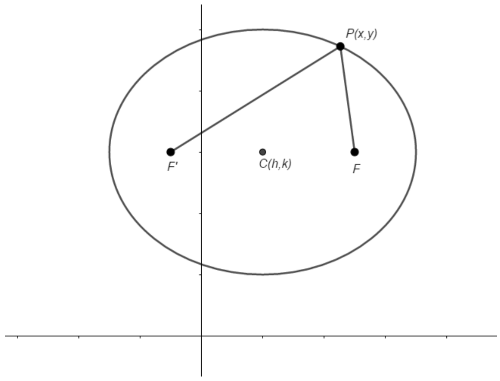
La parábola también se puede abrir para la izquierda, para arriba o para abajo, en estos casos las fórmulas se obtienen de manera similar a lo que hicimos en el caso de la parábola que se abre a la derecha.

1.2.2.3.3. La elipse.

"Una elipse es el conjunto de puntos del plano tal que la suma de distancias de dichos puntos a dos puntos fijos, llamados focos, es una constante positiva" (Cotrina y Escudero, 2021, p. 85).

Figura 5.

La Elipse



El punto medio entre los focos se llama centro $C(h,k)$ y si la distancia del centro a cualquiera de los focos es c entonces $F'(h-c,k)$ y $F(h+c,k)$.

El segmento $\overline{V'V}$ es llamado eje mayor o eje focal (segmento que contiene a los focos) y el segmento $\overline{B'B}$ es llamado eje menor. Si la longitud del segmento $\overline{V'V}$ es $2a$ entonces $V'(h-a,k)$ y $V(h+a,k)$. Si la longitud del segmento $\overline{B'B}$ es $2b$ entonces $B'(h,k-b)$ y $B(h,k+b)$.

La longitud de la suma de los segmentos que van de un punto cualquiera de la elipse a los focos es constante (por definición) y es igual a $2a$.y por el teorema de Pitágoras se cumple que $a^2 = b^2 + c^2$. Así, si $P(x,y)$ es cualquier punto de la elipse entonces:

$$\sqrt{(x-h+c)^2 + (y-k)^2} + \sqrt{(x-h-c)^2 + (y-k)^2} = 2a$$

o también

$$\sqrt{(x-h+c)^2+(y-k)^2}=2a-\sqrt{(x-h-c)^2+(y-k)^2}$$

elevando al cuadrado ambos términos y realizando algunas reducciones obtenemos:

$$\frac{(x-h)^2}{a^2}+\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$$

La última ecuación se denomina ecuación ordinaria de la elipse y depende del centro $C(h,k)$, de las distancias a y b (distancia del centro al eje mayor y menor). Si la ecuación ordinaria se desarrolla obtenemos la ecuación

$$Ax^2+By^2+Dx+Ey+F=0$$

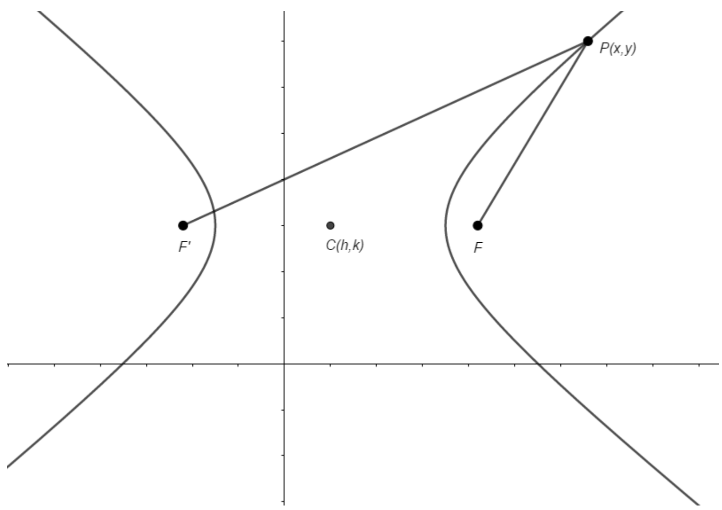
llamada ecuación general de la elipse.

Para una elipse de eje focal paralelo al eje y la obtención de la ecuación sigue el mismo proceso descrito anteriormente

1.2.2.3.4. La hipérbola.

Figura 6.

La Hipérbola



“Una hipérbola es el conjunto de puntos del plano cuyo valor absoluto de la diferencia de distancias de tales puntos a dos puntos fijos, llamados focos, es constante" (Cotrina y Escudero, 2021, pág. 92)

El punto medio entre los focos se llama centro de la hipérbola $C(h,k)$, y si la distancia entre los focos es $2c$ entonces $F'(h-c,k)$ y $F(h+c,k)$. La recta que contiene a los focos y al centro se denomina eje focal. En el eje focal también encontramos a los vértices de la hipérbola que son puntos que distan a unidades del centro, entonces $V'(h-a,k)$ y $V'(h+a,k)$. Como ya hemos definido a y c se puede obtener a partir de la definición de la hipérbola de tomar un punto de la hipérbola como el vértice que el valor absoluto de la diferencia de sus distancias a los focos es igual a $2a$ (constante de la hipérbola).

Sea $P(x,y)$ cualquier punto de la hipérbola (con eje focal paralelo al eje x) entonces por propiedad de hipérbola se cumple que:

$$|d(P,F')-d(P.F)|=2a$$

$$d(P,F')-d(P.F)=\pm 2a$$

$$\sqrt{(x-h+c)^2+(y-k)^2}-\sqrt{(x-h-c)^2+(y-k)^2}=\pm 2a$$

$$\sqrt{(x-h+c)^2+(y-k)^2}=\pm 2a+\sqrt{(x-h-c)^2+(y-k)^2}$$

elevando al cuadrado ambos términos y realizando algunas reducciones obtenemos:

$$(x-h)^2(a^2-c^2)+a^2(y-k)^2=a^2(a^2-c^2)$$

definimos $b^2=c^2-a^2$ y reemplazamos en la ecuacion anterior obtenemos:

$$\frac{(x-h)^2}{a^2}-\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$$

La última ecuación se denomina ecuación ordinaria de la hipérbola y depende del centro $C(h,k)$, de las distancias a y b. Si la ecuación ordinaria se desarrolla obtenemos la ecuación

$$Ax^2 + By^2 + Dx + Ey + F = 0$$

llamada ecuación general de la hipérbola.

El segmento que une V' y V se llama eje transversal. El segmento que es perpendicular al eje transversal que pasa por el centro y está a b unidades del mismo se llama eje conjugado. Los dos ejes forman un rectángulo por cuyas diagonales pasan las asíntotas de la hipérbola.

Para una hipérbola de eje focal paralelo al eje y la obtención de la ecuación sigue el mismo proceso descrito anteriormente.

CAPÍTULO II: MARCO OPERACIONAL

En este capítulo se expone el marco operacional que corresponde a la determinación y formulación del problema, la justificación, los objetivos, la hipótesis, las variables, la metodología, técnicas e instrumentos, el análisis y la interpretación de la información, comprobación de la hipótesis y la discusión de resultados.

2.1. Determinación del problema de investigación

A nivel internacional, varias investigaciones como por ejemplo en Castro y Rivadeneira (2022) muestran que los estudiantes de los diferentes niveles tienen un bajo rendimiento en el área de matemática, el cual puede atribuirse a diferentes causas, una de ellas es la enseñanza expositiva del curso.

Del informe nacional de resultados de la prueba PISA 2018 encargado por el ministerio de educación del Perú a Moreano et al. (2022) se desprende que, a pesar que se muestra que los estudiantes peruanos han tenido una mejora en los resultados en comparación de la prueba PISA 2015, estamos en los últimos puestos entre los países de América Latina. Tenemos más del 50% de los estudiantes que aún se ubican en los niveles más bajos en las áreas evaluadas.

A nivel local, en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Tecnológica del Perú, en la ciudad de Arequipa, se ha observado a través de los informes de evaluación que se generan periódicamente de los cursos de matemática un bajo rendimiento académico en el área. También se puede observar esta situación en las pruebas diagnostico que el docente aplica de manera permanente en el curso que desarrolla.

Existen muchas razones por las cuales el aprendizaje en el curso de matemática es deficiente, una de ellas es la estrategia que se usa en la enseñanza. La metodología expositiva que muchas veces se utiliza de manera inadecuada trae como consecuencias que el aprendizaje no sea significativo, que exista un desinterés por aprender matemática y un bajo rendimiento académico.

Para la enseñanza de las cónicas se puede utilizar diferentes estrategias didácticas. Una estrategia que puede ser motivadora y producir un aprendizaje significativo en matemática es la modelación matemática y si este se realiza a través de herramientas tecnológicas como el programa GeoGebra tendrá mayor impacto en los estudiantes.

2.2. Formulación del problema de investigación

2.1.1. Pregunta general

¿De qué manera la aplicación de la modelación matemática influye en el aprendizaje de cónicas en los estudiantes de primer año de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Tecnológica del Perú, Arequipa 2022?

2.1.2. Preguntas específicas

- ¿Cuál es el nivel de aprendizaje de cónicas antes de la aplicación de la modelación matemática en los estudiantes de primer año de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Tecnológica del Perú, Arequipa 2022?

- ¿Cuál es el nivel de aprendizaje de cónicas después de la aplicación de la modelación matemática en los estudiantes de primer año de la Facultad de Ingeniería de la

Universidad Tecnológica del Perú, Arequipa 2022?

- ¿Existe un incremento en el nivel de aprendizaje de cónicas al aplicar la modelación matemática en los estudiantes de primer año de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Tecnológica del Perú, Arequipa 2022?

2.3. Justificación de la investigación

La presente investigación se justifica teóricamente porque a través de sus resultados se van a enriquecer teorías existentes respecto al efecto de la modelación matemática como estrategia didáctica en el aprendizaje de las matemáticas.

Desde el punto de vista pedagógico se justifica porque presenta una alternativa innovadora para el proceso de enseñanza aprendizaje de cónicas en estudiantes universitarios.

Desde el punto de vista práctico es importante porque el estudio servirá para mejorar el aprendizaje significativo de cónicas a través de la aplicación de una estrategia didáctica poco utilizada en la universidad para abordar temas geométricos.

También se justifica metodológicamente porque se pude comprobar a través de esta investigación que la modelación matemática influye en el aprendizaje de cónicas en estudiantes de primer año de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Tecnológica del Perú.

Desde el punto de vista tecnológico porque incorpora el programa GeoGebra como herramienta para realizar las simulaciones de problemas contextualizados que van a ser modelados por los estudiantes.

2.4. Objetivos de la investigación

2.4.1. Objetivo general

Determinar el efecto de la modelación matemática en el aprendizaje de cónicas en los estudiantes de primer año de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Tecnológica del Perú, Arequipa 2022.

2.4.2. Objetivos específicos

- Medir, a través del pre test, el aprendizaje de cónicas antes de la aplicación de la modelación matemática en los grupos experimental y control en los estudiantes de primer año de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Tecnológica del Perú, Arequipa 2022.
- Medir, a través de un post test, el aprendizaje de cónicas después de la aplicación de la modelación matemática en el grupo experimental y control en los estudiantes de primer año de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Tecnológica del Perú, Arequipa 2022.
- Comparar los resultados obtenidos en el pre test y post test de los grupos experimental y control en los estudiantes de primer año de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Tecnológica del Perú, Arequipa 2022.

2.5. Sistema de hipótesis

(H_1) La modelación matemática influye en el aprendizaje de cónicas en los estudiantes de primer año de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Tecnológica del Perú, Arequipa 2022.

(H_0) La modelación matemática no influye en el aprendizaje de cónicas en los estudiantes de primer año de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Tecnológica del Perú, Arequipa 2022.

2.6. Variables de la investigación

2.6.1. Variable independiente

Modelación matemática.

2.6.2. Variable dependiente

Aprendizaje de cónicas

2.7. Operacionalización de variables

Tabla 2.

Variable independiente

Variable	Definición conceptual	Definición operacional	Dimensiones	indicadores	Calificación	Instrumentos
Variable independiente Modelación matemática	"La modelación matemática es una estrategia didáctica que posibilita el entendimiento de un concepto matemático y prepara al estudiante para abordar problemas en un contexto real" (Villa-Ochoa, 2007).	En este trabajo de investigación se incluirá la modelación matemática como una estrategia didáctica para la enseñanza y aprendizaje de las cónicas. Se usará como herramienta de simulación de problemas el programa GeoGebra.	Modelación matemática como estrategia didáctica y como actividad científica.	• Diferencia la modelación matemática como estrategia didáctica de la actividad científica.		
			Fases o etapas de la modelación matemática.	• Conoce las fases o etapas de la modelación matemática.		
			Uso de la tecnología para la modelación matemática.	• Usa el GeoGebra como instrumento para modelar problemas.		

Tabla 3.

Variable dependiente

Variable	Definición conceptual	Definición operacional	Dimensiones	• indicadores	Calificación	Instrumentos
Variable dependiente Aprendizaje de cónicas.	"Se denomina cónicas a las curvas que se obtienen de las diferentes intersecciones entre un cono y un plano que no pasa por su vértice" (Cotrina, J., y Escudero, P. 2021).	En la investigación se analizará el aprendizaje de las cónicas que son: la circunferen-cia, la parábola, la elipse y la hipérbola.	La circunferencia	• Reconoce la propiedad que cumple cada punto de la circunferencia, así como sus elementos y sus ecuaciones. • Resuelve problemas contextualizados utilizando la ecuación de la circunferencia.	1. (2 puntos) 2. (3 puntos)	Prueba de desarrollo (pre test – post test)
			La parábola	• Reconoce la propiedad que cumple cada punto de la parábola, así como sus elementos y sus ecuaciones. • Resuelve problemas contextualizados utilizando la ecuación de la parábola.	3. (2 puntos) 4. (3 puntos)	
			La elipse	• Reconoce la propiedad que cumple cada punto de la elipse, así como sus elementos y sus ecuaciones. • Resuelve problemas contextualizados utilizando la ecuación de la elipse.	5. (2 puntos) 6. (3 puntos)	
			La hipérbola	• Reconoce la propiedad que cumple cada punto de la hipérbola, así como sus elementos y sus ecuaciones. • Resuelve problemas contextualizados utilizando la ecuación de la hipérbola.	7. (2 puntos) 8. (3 puntos)	

2.8. Metodología de la investigación

2.8.1. Método

El método empleado es el científico que "Es el conjunto de etapas y reglas que señalan el procedimiento para llevar a cabo una investigación, cuyos resultados sean aceptados como válidos para la comunidad científica" (Bunge, 1990 citado en Bernal, 2016, p. 68).

2.8.2. Enfoque de la investigación

Es el enfoque cuantitativo. Al respecto Hernández et al. (2014) menciona que el enfoque cuantitativo "utiliza la recolección de datos para probar hipótesis con base en la medición numérica y el análisis estadístico, con el fin de establecer pautas de comportamiento o probar teorías" (p. 4).

2.8.3. Nivel de la investigación

El nivel de investigación es aplicada y tiene como finalidad resolver problemas prácticos. Según Muñoz (2015) sobre la investigación aplicada nos dice:

> Se caracteriza por aplicar los conocimientos que surgen de la investigación pura para resolver problemas de carácter práctico, empírico y tecnológico para el avance y beneficio de los sectores productivos de bienes y servicios de la sociedad. (p. 26)

2.8.4. Tipo de investigación

La presente investigación es un estudio experimental. "El método experimental es un procedimiento científico que permite inducir relaciones empíricas entre variables o comprobar la veracidad de una hipótesis, ley o modelo, por medio de un experimento controlado" (Baena, 2017, p. 40).

2.8.5. Diseño de investigación

El diseño utilizado es el cuasi experimental. De acuerdo con Hernández et al. (2014) “Los diseños cuasi experimentales también manipulan deliberadamente, al menos, una variable independiente para observar su efecto sobre una o más variables dependientes, donde los grupos ya están conformados antes del experimento” (p. 151). Su esquema más sencillo sería el siguiente:

$$\begin{array}{cccc} G_1 & O_1 & - & O_2 \\ \\ G_2 & O_3 & X & O_4 \end{array}$$

Tenemos dos grupos: control G_1 y experimental G_2 en los que se aplicó la prueba de entrada (pre test) O_1 y O_3 y prueba de salida (post test) O_2 y O_4. Así, también G_2 recibió el tratamiento X con modelación matemática durante ocho sesiones de aprendizaje, mientras G_1 se le proporcionaron las clases sin en uso de la modelación matemática.

2.9. Población y muestra

La población de estudio está compuesta por los estudiantes del primer año de la Facultad de ingeniería de la Universidad Tecnológica del Perú, en su cede de la ciudad de Arequipa.

En la presente investigación se aplicó el muestreo no probabilístico por conveniencia que corresponde a 80 estudiantes: 40 forman el grupo control y 40 el grupo experimental.

2.10. Técnicas e instrumentos

Se usó el cuestionario como técnica para la recolección de datos de la variable dependiente y como instrumento la prueba de desarrollo que fue validado por investigadores de la universidad con el objetivo de proporcionar un instrumento confiable.

Las pruebas de desarrollo (pre test y post test) consta de ocho preguntas que están relacionadas con las cuatro dimensiones de la variable dependiente (circunferencia, parábola, elipse e hipérbola). Cada una de las dimensiones tiene dos indicadores; el primer indicador evalúa el aspecto teórico (características y propiedades de las cónicas) y el segundo indicador el aspecto procedimental (resolución de problemas contextualizados).

El pre test se aplicó a los dos grupos (control y experimental) antes de comenzar la unidad didáctica que corresponde a cónicas. El post test se aplicó a los dos grupos (control y experimental) al final de la unidad didáctica que corresponde a cónicas.

2.11. Análisis e interpretación de la información

El objetivo del pre test es obtener información sobre el conocimiento inicial de cónicas que tienen los estudiantes del grupo control y del grupo experimental.

Para el grupo control tenemos los siguientes resultados:

Tabla 4.

Tabla de Frecuencia de los Estudiantes del Grupo Control en el Pre Test

	Puntaje	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje Válido	Porcentaje Acumulado
Válido	2	1	2,5	2,5	2,5
	3	2	5,0	5,0	7,5
	4	4	10,0	10,0	17,5
	5	6	15,0	15,0	32,5
	6	6	15,0	15,0	47,5
	7	7	17,5	17,5	65,0
	8	4	10,0	10,0	75,0
	9	3	7,5	7,5	82,5
	10	3	7,5	7,5	90,0
	11	2	5,0	5,0	95,0
	12	2	5,0	5,0	100,0
	Total	40	100,0	100,0	

Tabla 5.

Medidas de Tendencia Central y Variabilidad del Grupo Control en el Pre Test

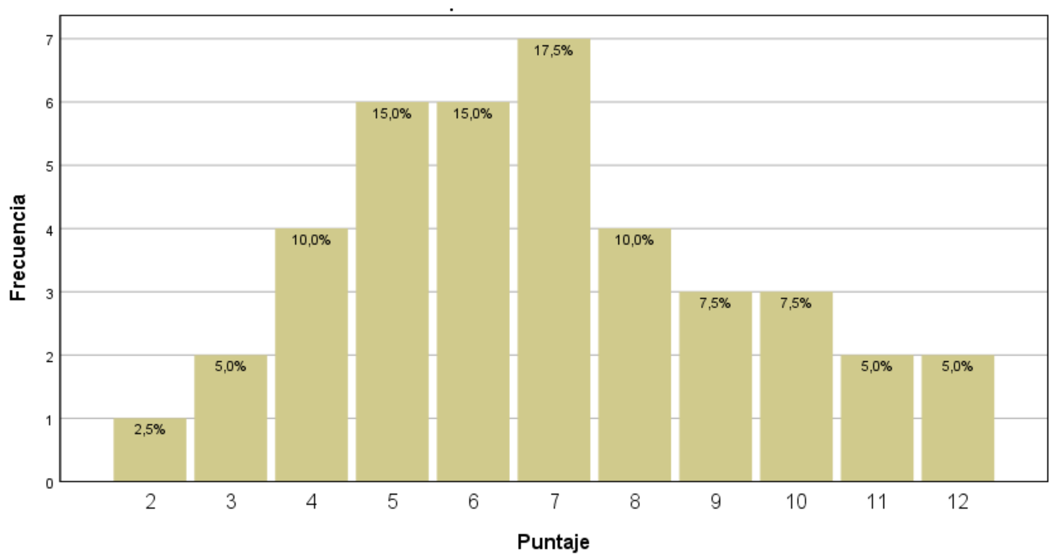
Estadísticos

Pre Test

N	Válido	40
	Perdidos	0
Media		6,85
Mediana		7,00
Moda		7
Desv. Desviación		2,517
Varianza		6,336
Mínimo		2
Máximo		12

Gráfica 1.

Tratamiento Estadístico del Pre Test del Grupo Control



Análisis e interpretación

De acuerdo a los resultados obtenidos del pre test en el grupo de control, se observa que presenta una media de 6,85, además tiene una mediana de 7,00 lo que nos indica que más del 50% de los estudiantes presenta nota desaprobatoria. Solo el 10% de los estudiantes tiene nota aprobatoria. Podemos decir que este grupo de estudiantes tiene deficientes conocimientos previos sobre cónicas.

Para el grupo experimental tenemos los siguientes resultados:

Tabla 6.

Tabla de Frecuencia de los Estudiantes del Grupo Experimental en el Pre Test

	Puntaje	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje Válido	Porcentaje Acumulado
Válido	3	4	10,0	10,0	10,0
	4	2	5,0	5,0	15,0
	5	4	10,0	10,0	25,0
	6	6	15,0	15,0	40,0
	7	7	17,5	17,5	57,5
	8	5	12,5	12,5	70,0
	9	3	7,5	7,5	77,5
	10	4	10,0	10,0	87,5
	11	2	5,0	5,0	92,5
	12	1	2,5	2,5	95,0
	13	2	5,0	5,0	100,0
	Total	40	100,0	100,0	

Tabla 7.

Medidas de Tendencia Central y Variabilidad del Grupo Experimental en el Pre Test

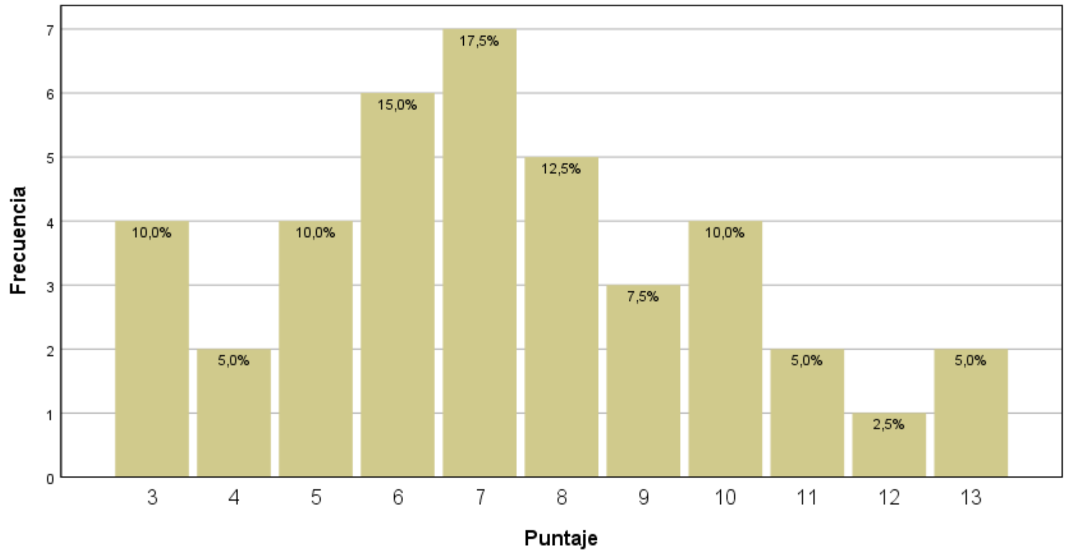
Estadísticos

Pre Test

N	Válido	40
	Perdidos	0
Media		7,30
Mediana		7,00
Moda		7
Desv. Desviación		2,691
Varianza		7,241
Mínimo		3
Máximo		13

Gráfica 2.

Tratamiento Estadístico del Pre Test del Grupo Experimental



Análisis e interpretación

De acuerdo a los resultados obtenidos del pre test en el grupo experimental, se observa que presenta una media de 7,30, además tiene una mediana de 7,00 lo que nos indica que más del 50% de los estudiantes presenta nota desaprobatoria. Solo el 12,5% de los estudiantes tiene nota aprobatoria. Podemos decir que este grupo de estudiantes tiene deficientes conocimientos previos sobre cónicas.

Tabla 8.

Número de Estudiantes Aprobados y Desaprobados en el Pre Test del Grupo Control y el Grupo Experimental

	Grupo de estudio		
Situación	Control	Experimental	Total
Desaprobado	36	35	71
Aprobado	4	5	9
Total	40	40	80

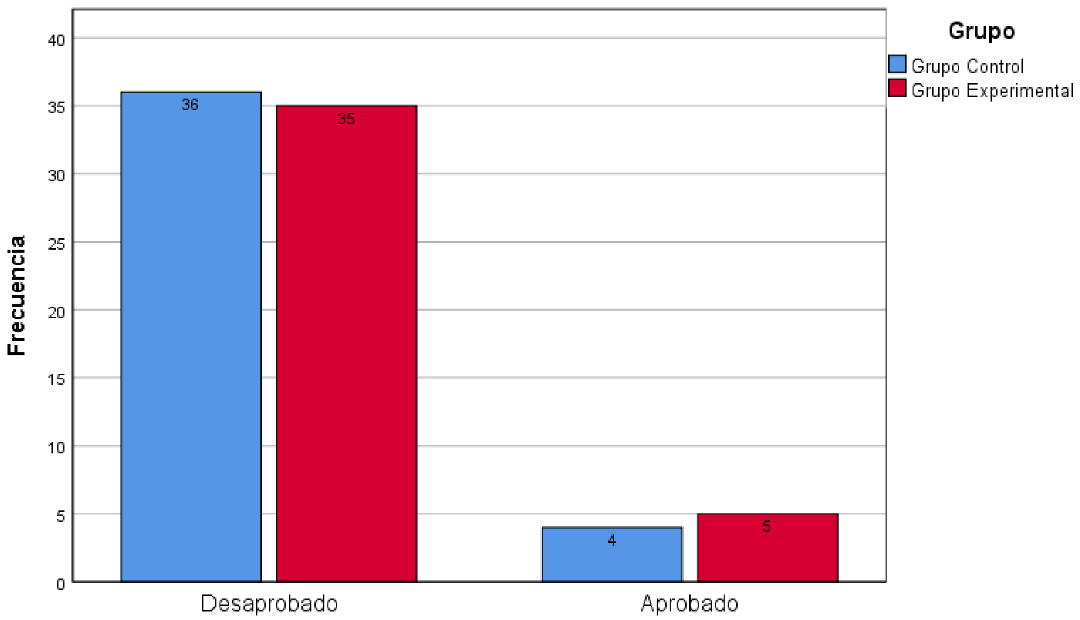
Tabla 9.

Comparación de estadísticos entre el Grupo Control y Experimental en el Pre Test

	Grupo de Estudio	N	Media	Desv. Desviación	Desv. Error promedio
Pre Test	Control	40	6,85	2,517	,398
	Experimental	40	7,30	2,691	,425

Gráfica 3.

Comparación del Pre Test entre el Grupo Control y el Grupo Experimental



Análisis e interpretación

En el análisis de comparación en el pre test se puede observar que la media que presentan el grupo control y el grupo experimental son 6,85 y 7,30 respectivamente, siendo estos valores muy similares. De igual manera los valores de la desviación estándar son 2,517 y 2,691 respectivamente, los cuales se muestran muy cercanos. También se observa que la cantidad de desaprobados y aprobados de los grupos control y experimental se diferencian solo por 1 estudiante que equivale a 1,25%. Como resultado, podemos decir que el grupo experimental y el grupo control obtuvieron resultados similares a lo largo del pre test.

El objetivo del post test es obtener información sobre el aprendizaje de cónicas que tienen los estudiantes de los grupos control y experimental.

Para el grupo control tenemos los siguientes resultados:

Tabla 10.

Tabla de Frecuencia de los Estudiantes del Grupo Control en el Post Test

	Puntaje	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje Válido	Porcentaje Acumulado
Válido	5	1	2,5	2,5	2,5
	7	4	10,0	10,0	12,5
	8	6	15,0	15,0	27,5
	10	4	10,0	10,0	37,5
	11	8	20,0	20,0	57,5
	12	8	20,0	20,0	77,5
	13	5	12,5	12,5	90,0
	15	3	7,5	7,5	97,5
	17	1	2,5	2,5	100,0
	Total	40	100,0	100,0	

Tabla 11.

Medidas de Tendencia Central y Variabilidad del Grupo Control en el Post Test

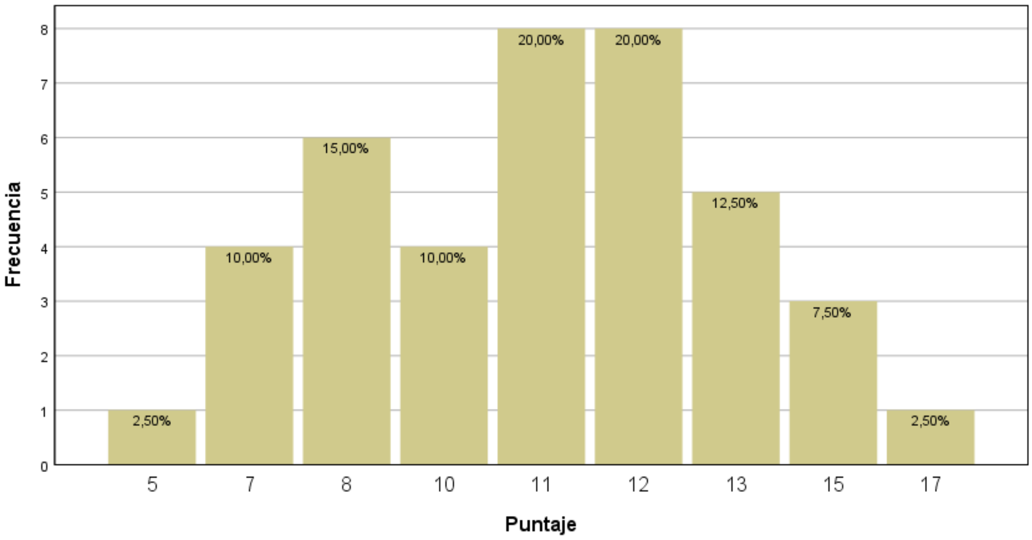
Estadísticos

Post Test

N	Válido	40
	Perdidos	0
Media		10,80
Mediana		11,00
Moda		11
Desv. Desviación		2,623
Varianza		6,882
Mínimo		5
Máximo		17

Gráfica 4.

Tratamiento Estadístico del Post Test del Grupo Control



Análisis e interpretación

De acuerdo a los resultados obtenidos del post test en el grupo de control, se observa que presenta una media de 10,80, además tiene una mediana de 11,00 lo que nos indica que el 50% de los estudiantes presenta nota menor que 11. El 62.5% de los estudiantes tiene nota aprobatoria.

Para el grupo experimental tenemos los siguientes resultados:

Tabla 12.

Tabla de Frecuencia de los Estudiantes del Grupo Experimental en el Post Test

	Puntaje	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje Válido	Porcentaje Acumulado
Válido	7	1	2,5	2,5	2,5
	8	2	5,0	5,0	7,5
	9	3	7,5	7,5	15,0
	11	4	10,0	10,0	25,0
	12	5	12,5	12,5	37,5
	13	6	15,0	15,0	52,5
	14	6	15,0	15,0	67,5
	15	5	12,5	12,5	80,0

16	4	10,0	10,0	90,0
17	3	7,5	7,5	97,5
18	1	2,5	2,5	100,0
Total	40	100,0	100,0	

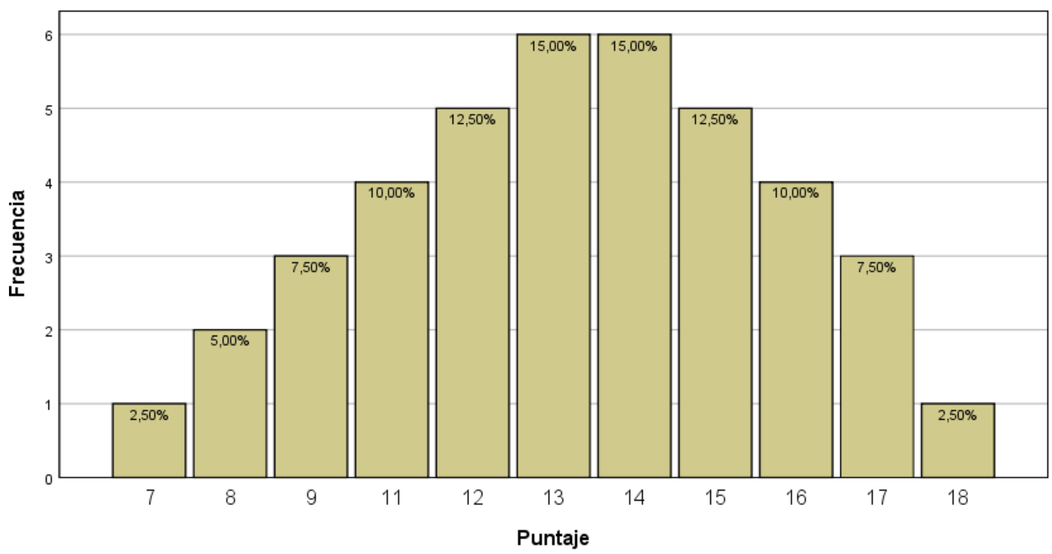
Tabla 13.

Medidas de Tendencia Central y Variabilidad del Grupo Experimental en el Post Test

Estadísticos		
Post Test		
N	Válido	40
	Perdidos	0
Media		13,10
Mediana		13,00
Moda		13
Desv. Desviación		2,725
Varianza		7,426
Mínimo		7
Máximo		18

Gráfica 5.

Tratamiento Estadístico del Post Test del Grupo Experimental



Análisis e interpretación

De acuerdo a los resultados obtenidos del post test en el grupo experimental, se observa que presenta una media de 13,10, además tiene una mediana de 13,00. El 85% de los estudiantes tiene nota aprobatoria.

A continuación, comparamos en categorías de aprobados y desaprobados los resultados obtenidos en el post test para los grupos control y experimental.

Tabla 14.

Número de Estudiantes Aprobados y Desaprobados en el Post Test del Grupo Control y el Grupo Experimental

	Grupo de estudio		
Situación	Control	Experimental	Total
Desaprobado	15	6	21
Aprobado	25	34	59
Total	40	40	80

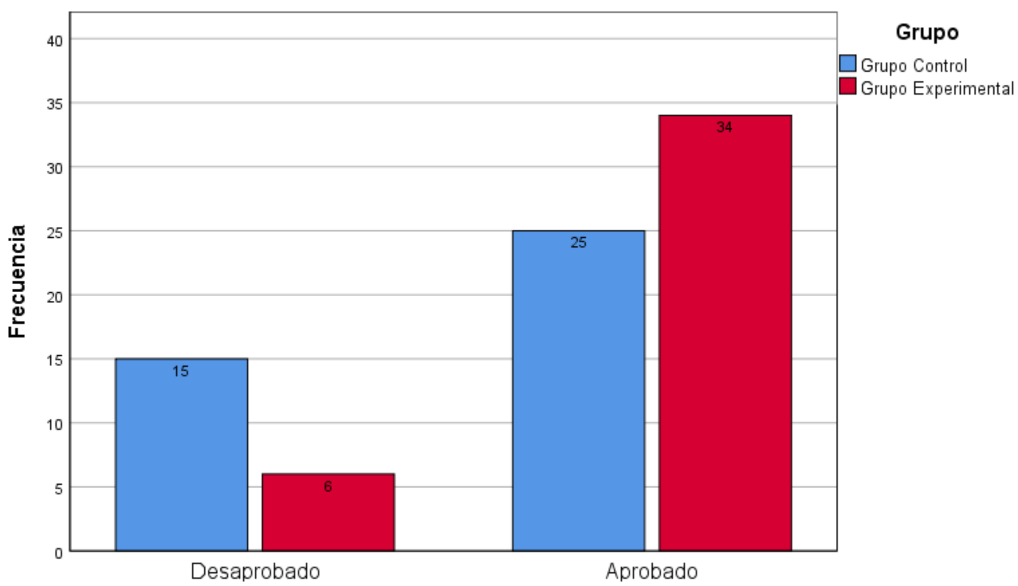
Tabla 15.

Comparación de Estadísticos entre el Grupo Control y Experimental en el Post Test

	Grupo de estudio	N	Media	Desv. Desviación	Desv. Error promedio
Post Test	Control	40	10,80	2,623	,415
	Experimental	40	13,10	2,725	,431

Gráfica 6.

Comparación del Post Test entre el Grupo Control y el Grupo Experimental



Análisis e interpretación

En el análisis de comparación en el post test se puede observar que el grupo experimental obtuvo una media de 13,10, mientras que en el grupo control obtuvo una media de 10,80. También se observa que el grupo experimental tiene mayor número de alumnos aprobados que son 34 en comparación con el número de alumnos aprobados del grupo control que son 25. El número de desaprobados del grupo experimental es de 6 alumnos que es menor a la cantidad de desaprobados del grupo control que tiene 15 alumnos. La desviación estándar del grupo control es de 2,623 y la del grupo experimental es de 2,725 que son muy próximas.

2.12. Comprobación de la hipótesis

Para la comprobación de la hipótesis, se utilizó la estadística inferencial, de manera particular la prueba t de Student para muestras relacionadas usando el programa SPSS.

> La prueba t se basa en una distribución muestral o poblacional de diferencia de medias conocida como la distribución t de Student que se identifica por los grados de libertad, los cuales constituyen el número de maneras en que los datos pueden variar libremente. Son determinantes, ya que nos indican que valor debemos esperar de t, dependiendo del tamaño de los grupos que se comparan. Cuanto mayor número de grados de libertad se tengan, la distribución t de Student se acercará más a ser una distribución normal. (Babbie, 2012, Wiersma y Jurs, 2008; y Godby, 2007 citado en Hernández et al., 2014, p. 310)

> La prueba t se utiliza para comparar los resultados de una preprueba con los resultados de una posprueba en un contexto experimental. Se comparan las medias y las varianzas del grupo en dos momentos diferentes. O bien, para comparar las prepruebas o pospruebas de dos grupos que participan en un experimento. Cuando el valor t se calcula mediante un paquete estadístico computacional, la significancia se

proporciona como parte de los resultados y esta debe ser menor a 0,05 o 0,01, lo cual depende del nivel de confianza seleccionado. (Hernández et al., 2014, p. 311)

En la presente investigación se consideró un nivel de significancia del 5% y un nivel de confianza del 95%, se utilizó el programa SPSS, para esto consideramos la hipótesis del investigador y la hipótesis nula respectivamente como:

H_1: La modelación matemática influye significativamente en el aprendizaje de cónicas.

H_0: La modelación matemática no influye significativamente en el aprendizaje de cónicas.

Tabla 16.

Prueba de Normalidad Shapiro Wilk Grupo Control

	Kolmogórov-Smirnov			Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
Pre Test	,126	40	,108	,969	40	,327
Post Test	,155	40	,016	,960	40	,163

Para el grupo control, los datos del pre test vienen de una distribución normal pues el P – Valor = 0,327 es mayor al nivel de significancia α = 0,05. De la misma forma los datos del post test provienen de una distribución normal pues el P – Valor = 0,163 es mayor al nivel de significancia α = 0,05.

Tabla 17.

Prueba de Normalidad Shapiro Wilk Grupo Experimental

	Kolmogórov-Smirnov			Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
Pre Test	,119	40	,156	,963	40	,215
Post Test	,110	40	,200*	,964	40	,227

Para el grupo experimental los datos del pre test vienen de una distribución normal pues el P – Valor = 0,215 es mayor al nivel de significancia α = 0,05. De la misma forma los datos del post test provienen de una distribución normal pues el P – Valor = 0,227 es mayor al nivel de significancia α = 0,05.

Tabla 18.

Estadísticas de Muestras Emparejadas

		Media	N	Desv. Desviación	Desv. Error promedio
Par 1	Pre Test	7,30	40	2,691	,425
	Post Test	13,10	40	2,725	,431

Tabla 19.

Correlaciones de Muestras Emparejadas

		N	Correlación	Sig.
Par 1	Pre Test y Post Test	40	,706	,000

Tabla 20.

Prueba de Muestras Emparejadas

	Diferencias emparejadas					t	gl	Sig. (bilateral)
				95% de intervalo de confianza de la diferencia				
	Media	Desv. Desviación	Desv. Error promedio	Inferior	Superior			
Par 1 Pre Test - Post Test	-5,800	2,078	,329	-6,465	-5,135	-17,653	39	,000

Para aceptar la hipótesis del investigador H_1, el P - Valor tiene que ser menor que α. En la tabla 20 se muestra un P – Valor = 0,000 que es menor al nivel de significancia α = 0,05 para los datos. Se puede observar una diferencia significativa en las medias de las calificaciones de los estudiantes antes y después de la aplicación de la modelación matemática como se muestra en la tabla 18. Así, se puede concluir que la aplicación de la estrategia modelación matemática tiene influencia significativa sobre el aprendizaje de cónicas.

2.13. Discusión de resultados

Varias investigaciones en el campo de la educación matemática plantean nuevas estrategias didácticas para mejorar el aprendizaje de alguna área o tópico de la matemática. La modelación matemática es una estrategia didáctica que se está utilizando para la enseñanza de las matemáticas en diferentes niveles y campos con resultados alentadores.

En este trabajo de investigación se ha aplicado la modelación matemática para la enseñanza aprendizaje de cónicas en estudiantes universitarios con los siguientes resultados que comprobaron la hipótesis del investigador: para el grupo experimental se obtuvo una media de 7,30 para el pre test y 13,10 para el post test y a través de la prueba t de student se obtuvo un P – Valor = 0,000 menor al nivel de significancia del 0,05, y se ha podido concluir que la modelación matemática tiene influencia significativa sobre el aprendizaje de cónicas.

Los resultados de esta investigación se encuentran en similitud con el estudio que realiza Padilla (2021) donde concluye que la modelación matemática como metodología de enseñanza influye en el aprendizaje de la función lineal. En esta investigación, se mostraron diferencias significativas entre el pre test (9,77) y el post test (21,27) en el grupo experimental con un P – Valor de 0,000. Además, se encontró similitud metodológica.

También podemos ver similitud de nuestro trabajo con el de Diaz (2021), que en su investigación del tipo descriptiva correlacional ha demostrado que, la relación entre la modelación matemática y el desarrollo de competencias en el curso de matemática básica, fue de 0,810, en donde el valor sigma ha sido de 0,000, habiendo encontrado un tipo de relación directamente proporcional.

Otras investigaciones que van en la misma línea a nuestra investigación son la de Baron (2020) en el que concluye que la modelación matemática con el uso del software GeoGebra ayuda al proceso de aprendizaje de funciones lineales en estudiantes que pertenecen a una institución educativa. También, tenemos a Ramunno (2019) que tiene buenos resultados aplicando modelación matemática para la enseñanza aprendizaje de funciones en una escuela de Brasil.

Uno de los hallazgos encontrados esta referido a la cónica en la que menos puntaje han obtenido los estudiantes del grupo experimental en el post test. Esta cónica es la hipérbola que corresponde a los ítems 7 y 8 con un total de 65 puntos para todo el grupo experimental. Existe una diferencia significativa con el total de puntaje obtenido por el mismo grupo en la cónica circunferencia que fue de 171. Algunas de las razones de esta diferencia pueden estar en la complejidad de la modelación matemática de la hipérbola en comparación de la simplicidad de modelar la circunferencia. Otro aspecto también podría ser el hecho de que los estudiantes tienen conocimientos previos más sólidos sobre circunferencias que sobre hipérbolas pues la circunferencia se estudia en los diferentes niveles educativos.

Las propiedades que poseen cada una de las cónicas nos permite modelar los problemas contextualizados que se plantean. Estas propiedades son parte de las preguntas teóricas que se plantearon en el post test para el grupo experimental. La suma de los puntajes para el grupo experimental de estas preguntas teóricas fueron: circunferencia 77 puntos, parábola 74 puntos, elipse 72 puntos y la hipérbola 44 puntos. Las tres primeras cónicas tienen puntajes parecidos en la parte teórica, pero observamos una diferencia con el puntaje de la hipérbola. La cónica hipérbola es la que más confusión produce en los estudiantes; puede ser porque es la primera vez para varios de ellos que lo estudian.

Una de las limitaciones de este trabajo de investigación tiene que ver con los estudios que existen sobre modelación matemática. Se encuentra bastante bibliografía entre artículos y tesis sobre modelación matemática aplicada a varios tipos de funciones, que es de los temas más estudiados, en contraste con modelación matemática por ejemplo aplicado a cónicas o a modelos estáticos. Las investigaciones sobre modelación matemática aplicado a otros temas diferentes de las funciones serían muy importantes para enriquecer las teorías existentes.

Otra limitación que debe considerarse es el tiempo en el que se aplicó el programa de intervención al grupo experimental. Para lograr cumplir con el sílabo del curso se tuvo que programar y ajustar el contenido de la unidad en ocho sesiones de aprendizaje que corresponden a cuatro semanas. Para investigaciones posteriores se sugiere tomar en cuenta que la modelación matemática es un proceso que requiere un tiempo adecuado para su desarrollo.

Según Lyon y Magana (2020) uno de los aspectos menos estudiados sobre modelación matemática desde una perspectiva educativa es lo referente a la evaluación. Las pruebas de desarrollo de esta investigación son pruebas estándares con problemas contextualizados aplicados a los estudiantes de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Tecnológica del Perú, Arequipa. Estas evaluaciones aplicadas en nuestra investigación cumplen el rol de medir el nivel de aprendizaje de cónicas, pero no evalúan el proceso de modelación matemática. Se sugiere investigaciones del tipo cualitativo para analizar y observar el proceso de modelar en el tema de cónicas.

CAPÍTULO III: PROGRAMA DE INTERVENCIÓN

En este capítulo se presenta el programa de intervención que se realizó a los estudiantes de grupo experimental aplicando la estrategia didáctica modelación matemática para la enseñanza de las cónicas.

3.1. Tema: Modelación matemática en cónicas

3.2. Responsable: Edwin Francisco Pariente Chocano

3.3. Justificación

El programa de intervención “Modelación matemática en cónicas” pretende mejorar el aprendizaje de cónicas en los estudiantes de primer año de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Tecnológica del Perú, Arequipa.

Para el aprendizaje de las matemáticas se debe buscar y aplicar diferentes estrategias didácticas teniendo en cuenta algunas situaciones como las características de los estudiantes y el tema de aprendizaje. El estudio de las cónicas está dentro de la geometría y necesitan estrategias y herramientas que ayuden en el aprendizaje de los estudiantes. La estrategia que planteamos en este programa es la modelación matemática y la herramienta es el GeoGebra.

Mediante el programa de intervención se propone introducir una estrategia de enseñanza aprendizaje basada en la modelación matemática. La modelación matemática es una estrategia didáctica que se viene usando en diferentes países a través de instituciones educativas y en distintos niveles con resultados alentadores. Esta estrategia didáctica permite al estudiante construir su conocimiento a partir de un problema real o simulado que puede matematizarse en un modelo. El estudiante cumple un rol importante al interactuar con el problema mediante el uso de herramientas del programa GeoGebra.

3.4. Objetivo

Aplicar el programa de intervención “Modelación matemática en cónicas” en los estudiantes de primer año de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Tecnológica del Perú, Arequipa.

3.5. Finalidad de programa de intervención

Mediante el programa de intervención “Modelación matemática en cónicas” se busca mejorar la enseñanza y el aprendizaje de cónicas en los estudiantes de primer año de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Tecnológica del Perú, Arequipa

3.6. Actividades y estrategias

Para el proceso de modelación matemática adaptaremos las etapas que propone Cervantes (2015) que son: “estudio de la situación real, elaboración del modelo matemático, solución del modelo y validación del modelo”

En el estudio de la situación real plateamos y analizamos problemas contextualizados para cada una de las cónicas. Estos problemas son simulados en el programa GeoGebra. Para la circunferencia utilizaremos un problema referido a un molino de agua; para la parábola utilizamos el problema del puente colgante, para la elipse un problema de recorrido en una isla que tiene la forma elíptica y en la hipérbola el problema de un sistema de navegación, el sistema LORAN. Los estudiantes realizan medidas para determinar la propiedad que se cumple en cada una de las cónicas.

Para la elaboración del modelo usamos la propiedad encontrada en la etapa anterior. En el caso de la circunferencia se tiene que la distancia de cualquier punto al centro es una constante, en el caso de la parábola la distancia de cualquier punto al foco es igual a la distancia del punto a la recta directriz, en el caso de la elipse la suma de las distancias de cualquier punto a los focos es una constante y para la hipérbola el valor absoluto de la diferencia de las distancias de cualquier punto a los focos es una constante. Con estas propiedades y conocimientos previos como ubicación de puntos en el plano cartesiano y distancia entre dos puntos se puede obtener, a través de un proceso algebraico, las ecuaciones de las cónicas.

Luego de obtener el modelo matemático podemos resolver el problema planteado inicialmente para cada una de las cónicas. Este proceso es algebraico y consiste en despejar la ecuación que representa el modelo en una de sus variables según los datos y requerimientos del problema. Esta etapa puede ser comparada con la etapa solución el modelo que propone Cervantes (2015).

Para la validación del modelo comprobamos la solución del problema en el programa GeoGebra. La respuesta de los problemas planteados tiene relación con encontrar algún punto de la cónica. Si la comprobación no nos lleva a la validación del problema entonces volvemos a la primera etapa para su revisión.

3.7. Procedimientos en el aprendizaje de las cónicas

En esta sección presentamos las sesiones de aprendizaje que se implementó para el programa de intervención. El número de sesiones son ocho y se aplicaron en cuatro semanas para el grupo experimental. Se consideró dos sesiones de aprendizaje para cada una de las cónicas. Las sesiones de aprendizaje tienen tres partes: inicio, desarrollo y cierre y tienen una duración de noventa minutos.

UNIDAD 4 – SESIÓN 1

DATOS GENERALES

- **Nombre del docente:** Edwin Francisco Pariente Chocano.
- **Nombre del Curso:** Introducción a la matemática para ingeniería.
- **Tema:** La circunferencia.
- **Logro de aprendizaje de la unidad:** Al finalizar la sesión, el estudiante reconoce las diferentes expresiones algebraicas que representan a una circunferencia, identifica sus elementos y lo grafica.

Momento tiempo	Descripción de actividad	Materiales recursos
Inicio 10 min	• Saludamos a los estudiantes y conversamos sobre como se encuentran. • Utilizamos una actividad en el GeoGebra para explorar los saberes previos de los estudiantes a través de dos preguntas: ¿Cuáles son los elementos de una circunferencia? ¿Conocen alguna propiedad que se cumple en la circunferencia?	GeoGebra
Desarrollo 60 min	En esta parte realizaremos distintas actividades que corresponden a la modelación matemática. Estas actividades fueron creadas en una lección en el GeoGebra y los estudiantes pueden realizarla a través de la página del GeoGebra. • Situación “conociendo un molino de agua”. Explicamos a través de imágenes y simulaciones el funcionamiento de un molino de agua; además los elementos que componen ese molino. • Planteamos un problema: Queremos realizar el mantenimiento del molino de agua y para ello debemos medir los radios del molino. • Usamos la representación en el GeoGebra del molino y pedimos a los estudiantes que realicen las medidas usando las herramientas del programa. • Con las medidas halladas realizamos las siguientes preguntas. ¿Cuál es el eje del molino? ¿Cómo son las medidas de los radios del molino? De la experiencia realizada ¿Cuál sería una propiedad que cumple la circunferencia? • Modelamos la ecuación de la circunferencia. En forma general definimos el centro de la circunferencia como C(h,k), el radio como “r” y cualquier punto que pertenece a la circunferencia como (x,y). Luego utilizamos la propiedad que estudiamos en la actividad anterior y la formula distancia entre dos puntos. • Comprobamos la ecuación en el GeoGebra para el problema del molino.	GeoGebra Power Point
Cierre 20 min	• Preguntamos sobre lo aprendido. • Realizamos un mapa conceptual sobre los elementos de la circunferencia, su gráfica y ecuaciones.	Power Point

UNIDAD 4 – SESIÓN 2

DATOS GENERALES

- **Nombre del docente:** Edwin Francisco Pariente Chocano.
- **Nombre del Curso:** Introducción a la matemática para ingeniería.
- **Tema:** La circunferencia.
- **Logro de aprendizaje de la unidad:** Al finalizar la sesión, el estudiante resuelve problemas aplicados a la ingeniería donde utiliza conceptos y propiedades de la circunferencia.

Momento tiempo	Descripción de actividad	Materiales recursos
Inicio 10 min	• Saludamos a los estudiantes y conversamos sobre como se encuentran. • Exploramos los saberes previos a través de preguntas: ¿Cuál es la propiedad que se cumple en la circunferencia? ¿Cuáles son las ecuaciones que modelan a la circunferencia?	GeoGebra
Desarrollo 60 min	En esta parte realizaremos distintas actividades que corresponden a la modelación matemática. • Usamos la situación del molino de agua visto en la clase anterior para plantear un problema. • El problema consiste en encontrar un punto especifico del molino en donde se ubica una fractura de la estructura. • Planteamos una estrategia de solución en donde usaremos la ecuación de la circunferencia modelado en la sesión anterior. • Una vez resuelto el problema, comprobaremos la solución en el graficador utilizando las distintas herramientas que tiene el programa. • Trabajamos en grupos de 4 estudiantes para resolver otros problemas en diferentes contextos. • Los grupos formados deben realizar una simulación de su problema en el GeoGebra. • Al finalizar la actividad cada grupo expone el problema que se le planteo con su respectiva solución.	GeoGebra Power Point
Cierre 20 min	• Preguntamos sobre lo aprendido. • Realizamos un resumen sobre las estrategias utilizadas en la solución del problema.	Power Point

UNIDAD 4 – SESIÓN 3

DATOS GENERALES

- **Nombre del docente:** Edwin Francisco Pariente Chocano.
- **Nombre del Curso:** Introducción a la matemática para ingeniería.
- **Tema:** La Parábola.
- **Logro de aprendizaje de la unidad:** Al finalizar la sesión, el estudiante reconoce las diferentes expresiones algebraicas que representan a una parábola, identifica sus elementos y lo grafica.

Momento tiempo	Descripción de actividad	Materiales recursos
Inicio 10 min	• Saludamos a los estudiantes y conversamos sobre como se encuentran. • Utilizamos una actividad en el GeoGebra para explorar los saberes previos de los estudiantes a través de dos preguntas: ¿Cuáles son los elementos de una parábola? ¿Conocen alguna propiedad que se cumple en la parábola?	GeoGebra
Desarrollo 60 min	En esta parte realizaremos distintas actividades que corresponden a la modelación matemática. • Mostramos algunas aplicaciones de la parábola por medio de imágenes: antenas, puentes, estructuras, movimientos, etc. • Situación "conociendo un puente colgante". Explicamos a través de imágenes los elementos de un puente colgante. • Planteamos un problema: Queremos realizar el mantenimiento de los tirantes del puente colgante para ello mediremos dichos tirantes. • Usamos la representación en el GeoGebra del puente colgante en donde ubicamos cinco tirantes que parten de los cables principales (la parábola) hacia el puente (la recta directriz). Pedimos a los estudiantes que realicen las medidas de los tirantes usando las herramientas del GeoGebra. Luego, pedimos que tracen segmentos que partan de los puntos de intersección entre los tirantes y los cables principales hacia el foco. Usan herramientas del GeoGebra para medir las longitudes. • Con las medidas halladas realizamos las siguientes preguntas. ¿Cuál es la relación entre la longitud de los tirantes y el segmento que va hacia el foco? De la experiencia realizada ¿Cuál sería una propiedad que cumple la parábola? • Modelamos la ecuación de la parábola. En forma general definimos el centro de la parábola como C(h,k), la distancia del foco al vertice como el parámetro "p" y cualquier punto que pertenece a la parábola como (x,y). Utilizando la propiedad que estudiamos en la actividad anterior formulamos una ecuación que resolvemos. • Comprobamos la ecuación en el GeoGebra para el problema del puente colgante.	GeoGebra Power Point
Cierre 20 min	• Realizamos un mapa conceptual sobre los elementos de la parábola, su gráfica y ecuaciones.	Power Point

UNIDAD 4 – SESIÓN 4

DATOS GENERALES

- **Nombre del docente:** Edwin Francisco Pariente Chocano.
- **Nombre del Curso:** Introducción a la matemática para ingeniería.
- **Tema:** La Parábola.
- **Logro de aprendizaje de la unidad:** Al finalizar la sesión, el estudiante resuelve problemas aplicados a la ingeniería donde utiliza conceptos y propiedades de la parábola.

Momento tiempo	Descripción de actividad	Materiales recursos
Inicio 10 min	• Saludamos a los estudiantes y conversamos sobre como se encuentran. • Exploramos los saberes previos a través de preguntas: ¿Cuál es la propiedad que se cumple en la parábola? ¿Cuáles son las ecuaciones que modelan a la parábola?	GeoGebra
Desarrollo 60 min	En esta parte realizaremos distintas actividades que corresponden a la modelación matemática. • Usamos la situación del puente colgante visto en la clase anterior para plantear un problema. • El problema consiste en encontrar un punto especifico del puente colgante en donde encontramos que un tirante se ha desprendido. • Planteamos una estrategia de solución en donde usaremos la ecuación de la parábola modelado en la sesión anterior. • Una vez resuelto el problema, comprobaremos la solución en el graficador utilizando las distintas herramientas que tiene el programa. • Trabajamos en grupos de 4 estudiantes para resolver otros problemas en diferentes contextos. • Los grupos formados deben realizar una simulación de su problema en el GeoGebra. • Al finalizar la actividad cada grupo expone el problema que se le planteo con su respectiva solución.	GeoGebra Power Point
Cierre 20 min	• Preguntamos sobre lo aprendido. • Realizamos un resumen sobre las estrategias utilizadas en la solución del problema.	Power Point

UNIDAD 4 – SESIÓN 5

DATOS GENERALES

- **Nombre del docente:** Edwin Francisco Pariente Chocano.
- **Nombre del Curso:** Introducción a la matemática para ingeniería.
- **Tema:** La elipse.
- **Logro de aprendizaje de la unidad:** Al finalizar la sesión, el estudiante reconoce las diferentes expresiones algebraicas que representan a una elipse, identifica sus elementos y lo grafica.

Momento tiempo	Descripción de actividad	Materiales recursos
Inicio 10 min	• Saludamos a los estudiantes y conversamos sobre como se encuentran. • Utilizamos una actividad en el GeoGebra para explorar los saberes previos de los estudiantes a través de dos preguntas: ¿Cuáles son los elementos de una elipse? ¿Conocen alguna propiedad que se cumple en la elipse?	GeoGebra
Desarrollo 60 min	En esta parte realizaremos distintas actividades que corresponden a la modelación matemática. • Mostramos algunas aplicaciones de la elipse por medio de imágenes como: el movimiento de los planetas, estructuras, objetos, etc. • Planteamos la siguiente situación: Una isla tiene forma de una elipse y en los focos se ubican tiendas de abastecimiento. Se tienen 3 puntos sobre la elipse que representan balnearios (A, B y C). La tienda de abastecimiento tiene 3 distribuidores que harán el siguiente recorrido para cada balneario: parten del foco 1, van al balneario y regresan al foco 2. • Queremos conocer el recorrido de cada distribuidor. Representamos la isla, los balnearios y los focos en el GeoGebra. Pedimos a los estudiantes que grafiquen y midan los recorridos de los distribuidores usando herramientas del programa. • Con las medidas halladas realizamos las siguientes preguntas. ¿Cuál es el recorrido de cada uno de los distribuidores? De la experiencia realizada ¿Cuál sería una propiedad que cumple la elipse? • Modelamos la ecuación de la elipse. En forma general definimos el centro de la elipse como C(h,k), la distancia del centro al vértice como “a”, la distancia del centro al foco como “c” y la distancia del centro a un extremo del eje menor como “b”. Usamos la relación encontrada en la actividad anterior para modelar una ecuación que representa cada punto de la elipse. • Comprobamos la ecuación en el GeoGebra para el problema de la isla.	GeoGebra Power Point
Cierre 20 min	• Preguntamos sobre lo aprendido. • Realizamos un mapa conceptual sobre los elementos de la elipse, su gráfica y ecuaciones.	Power Point

UNIDAD 4 – SESIÓN 6

DATOS GENERALES

- **Nombre del docente:** Edwin Francisco Pariente Chocano.
- **Nombre del Curso:** Introducción a la matemática para ingeniería.
- **Tema:** La elipse.
- **Logro de aprendizaje de la unidad:** Al finalizar la sesión, el estudiante resuelve problemas aplicados a la ingeniería donde utiliza conceptos y propiedades de la elipse.

Momento tiempo	**Descripción de actividad**	**Materiales recursos**
Inicio 10 min	• Saludamos a los estudiantes y conversamos sobre como se encuentran. • Exploramos los saberes previos a través de preguntas: ¿Cuál es la propiedad que se cumple en la elipse? ¿Cuáles son las ecuaciones que modelan a la elipse?	GeoGebra
Desarrollo 60 min	En esta parte realizaremos distintas actividades que corresponden a la modelación matemática. • Usamos la situación de la isla en forma de elipse visto en la clase anterior para plantear un problema. • El problema consiste en encontrar un punto especifico de la isla en donde se abrió una nueva playa de veraneo. • Planteamos una estrategia de solución en donde usaremos la ecuación de la elipse modelado en la sesión anterior. • Una vez resuelto el problema, comprobaremos la solución en el graficador utilizando las distintas herramientas que tiene el programa. • Trabajamos en grupos de 4 estudiantes para resolver otros problemas en diferentes contextos. • Los grupos formados deben realizar una simulación de su problema en el GeoGebra. • Al finalizar la actividad cada grupo expone el problema que se le planteo con su respectiva solución.	GeoGebra Power Point
Cierre 20 min	• Preguntamos sobre lo aprendido. • Realizamos un resumen sobre las estrategias utilizadas en la solución del problema.	Power Point

UNIDAD 4 – SESIÓN 7

DATOS GENERALES

- **Nombre del docente:** Edwin Francisco Pariente Chocano.
- **Nombre del Curso:** Introducción a la matemática para ingeniería.
- **Tema:** La hipérbola.
- **Logro de aprendizaje de la unidad:** Al finalizar la sesión, el estudiante reconoce las diferentes expresiones algebraicas que representan a una hipérbola, identifica sus elementos y lo grafica.

Momento tiempo	**Descripción de actividad**	**Materiales recursos**
Inicio 10 min	• Saludamos a los estudiantes y conversamos sobre como se encuentran. • Utilizamos una actividad en el GeoGebra para explorar los saberes previos de los estudiantes a través de dos preguntas: ¿Cuáles son los elementos de una hipérbola? ¿Conocen alguna propiedad que se cumple en la hipérbola?	GeoGebra
Desarrollo 60 min	En esta parte realizaremos distintas actividades que corresponden a la modelación matemática. • Mostramos algunas aplicaciones de la hipérbola por medio de imágenes como: el diseño de algunas estructuras, el movimiento de cometas y satélites, el movimiento de partículas, un sistema de navegación, etc. • A través de una imagen reconocemos los elementos principales de una hipérbola. • Explicaremos sobre el sistema de navegación LORAN. • Planteamos la siguiente situación: Un barco sigue un banco de peces a través de una trayectoria hiperbólica. El barco al estar en tres posiciones A, B y C recurre al sistema de navegación LORAN. • Representamos el problema en el GeoGebra y pedimos a los estudiantes que para cada una de las posiciones del barco (A, B y C) utilice la herramienta segmento y la herramienta medida para encontrar la distancia del punto a los focos. • Con las medidas halladas realizamos las siguientes preguntas: ¿Cuál es la diferencia de las medidas de cada uno de los puntos hacia los focos? ¿Cuál sería una propiedad que cumple la hipérbola? • Modelamos la ecuación de la hipérbola. En forma general definimos el centro de la hipérbola como C(h,k), la distancia del centro al vértice como “a”, la distancia del centro al foco como “c” y la distancia del centro a un extremo del eje conjugado como “b”. Usamos la relación encontrada en la actividad anterior para modelar una ecuación que representa cada punto de la hipérbola.	GeoGebra Power Point
Cierre 20 min	• Preguntamos sobre lo aprendido. • Realizamos un mapa conceptual sobre los elementos de la hipérbola, su gráfica y ecuaciones.	Power Point

UNIDAD 4 – SESIÓN 8

DATOS GENERALES

- **Nombre del docente:** Edwin Francisco Pariente Chocano.
- **Nombre del Curso:** Introducción a la matemática para ingeniería.
- **Tema:** La hipérbola.
- **Logro de aprendizaje de la unidad:** Al finalizar la sesión, el estudiante resuelve problemas aplicados a la ingeniería donde utiliza conceptos y propiedades de la hipérbola.

Momento tiempo	Descripción de actividad	Materiales recursos
Inicio 10 min	• Saludamos a los estudiantes y conversamos sobre como se encuentran. • Exploramos los saberes previos a través de preguntas: ¿Cuál es la propiedad que se cumple en la hipérbola? ¿Cuáles son las ecuaciones que modelan a la hipérbola?	GeoGebra
Desarrollo 60 min	En esta parte realizaremos distintas actividades que corresponden a la modelación matemática. • Usamos la situación del sistema de navegación LORAN visto en la clase anterior para plantear un problema. • El problema consiste en encontrar la ubicación específica del barco donde sufrió un desperfecto. • Planteamos una estrategia de solución en donde usaremos la ecuación de la hipérbola modelado en la sesión anterior. • Una vez resuelto el problema, comprobaremos la solución en el graficador utilizando las distintas herramientas que tiene el programa. • Trabajamos en grupos de 4 estudiantes para resolver otros problemas en diferentes contextos. • Los grupos formados deben realizar una simulación de su problema en el GeoGebra. • Al finalizar la actividad cada grupo expone el problema que se le planteo con su respectiva solución.	GeoGebra Power Point
Cierre 20 min	• Preguntamos sobre lo aprendido. • Realizamos un resumen sobre las estrategias utilizadas en la solución del problema.	Power Point

3.8. Impacto

La modelación matemática como estrategia didáctica mejora el aprendizaje de cónicas en los estudiantes de la Facultad de Ingenierías de la Universidad Tecnológica del Perú, Arequipa.

3.9. Beneficiarios

Los beneficiarios directos son los estudiantes y los indirectos, los docentes de la especialidad.

3.10. Localización

El programa de intervención se realizó en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Tecnológica del Perú, Arequipa.

3.11. Duración

El tiempo de aplicación del programa de intervención fue de 4 semanas con una frecuencia de dos veces por semana, y una duración de 90 minutos por sesión de aprendizaje durante el semestre 2022 – II.

3.12. Recursos

RECURSOS DE INVESTIGACIÓN			
Recursos	Cantidad	Descripción	Importe
Recursos humanos	1	Investigador	S/. 0.00
Recursos materiales	5 cientos	Papel bond	S/. 60.00
	10 unidades	Lapiceros	S/. 20.00
	4 unidades	Plumones	S/. 16.00
	1 unidad	USB	S/. 20.00
	1 unidad	Impresora	S/. 300.00
	200 unidades	Fotocopias	S/. 20.00
Total			S/. 436.00

3.13. Financiación

Autofinanciado.

3.14. Cronograma

Sesión de Aprendizaje	Fecha	Indicadores
1	10 -10 – 2022	Reconoce la propiedad que cumple cada punto de la circunferencia, así como sus elementos y sus ecuaciones.
2	13 -10 – 2022	Resuelve problemas contextualizados utilizando la ecuación de la circunferencia
3	17 -10 – 2022	Reconoce la propiedad que cumple cada punto de la parábola, así como sus elementos y sus ecuaciones.
4	20 -10 – 2022	Resuelve problemas contextualizados utilizando la ecuación de la parábola.
5	24 -10 – 2022	Reconoce la propiedad que cumple cada punto de la elipse, así como sus elementos y sus ecuaciones.
6	27 -10 – 2022	Resuelve problemas contextualizados utilizando la ecuación de la elipse.
7	31 -10 – 2022	Reconoce la propiedad que cumple cada punto de la hipérbola, así como sus elementos y sus ecuaciones.
8	03 -11 – 2022	Resuelve problemas contextualizados utilizando la ecuación de la hipérbola.

3.15. Evaluación

La evaluación fue permanente durante todo el desarrollo del programa.

CONCLUSIONES

PRIMERA: La aplicación de la modelación matemática como estrategia didáctica mejora significativamente la enseñanza y aprendizaje de cónicas en los estudiantes de la Facultad de Ingenierías de la Universidad Tecnológica del Perú, Arequipa, 2022. Esto se evidencia en los resultados del trabajo de investigación donde se usa la prueba t Student para la comparación de medias del pre test y post test del grupo al que se le aplicó la estrategia didáctica modelación matemática dando como resultado un P – Valor = 0,000 cuyo valor es menor al nivel de significancia de 0,05.

SEGUNDA: Antes de la aplicación de la modelación matemática para el aprendizaje de cónicas en el grupo experimental se identificó su nivel de aprendizaje, a través del pre test y se obtuvieron los siguientes resultados: Una media de 7,30 con un porcentaje de aprobados del 12,5%.

TERCERA: Después de la aplicación de la modelación matemática para el aprendizaje de cónicas en el grupo experimental se identificó el nivel de aprendizaje, a través del post test y se obtuvieron los siguientes resultados: Una media de 13,10 con un porcentaje de aprobados del 85%.

CUARTA: Se ha comprobado que existe diferencias significativas entre los resultados del pre test y el post test y que ha mejorado notablemente el nivel de aprendizaje de las cónicas en los estudiantes de la Facultad de Ingenierías de la Universidad Tecnológica del Perú, Arequipa, 2022.

SUGERENCIAS

PRIMERA: Se sugiere a la Universidad aplicar la estrategia didáctica modelación matemática en la enseñanza y aprendizaje de cónicas, porque se ha comprobado a través de esta investigación que se obtiene mejores resultados.

SEGUNDA: Se sugiere, para los docentes de la especialidad de matemática de la Universidad, organizar cursos de capacitación para el uso de la estrategia didáctica modelación matemática para la enseñanza y aprendizaje de cónicas.

TERCERA: Se sugiere utilizar simulaciones en el GeoGebra y guías de trabajo tipo prácticas de laboratorio para el desarrollo de las sesiones de aprendizaje de los estudiantes para el tema de cónicas.

CUARTA: La estrategia didáctica modelación matemática en esta investigación ha sido aplicada para el tema de cónicas en estudiantes de primer año, se sugiere aplicar la estrategia en temas de otros cursos como cálculo en una variable, en varias variables y ecuaciones diferenciales.

REFERENCIAS

Anijovich, R., y Mora, S. (2010). *Otra Mirada al quehacer en el aula*. Aique Grupo Editor. Obtenida de https://www.incasup.edu.ar/anexos/PNFP_secysup_economia2_clase4_anoijovich. pdf.

Babb, A. , Rojas, A., Peña, F., Ortiz, A., Rosas, M., Velasco, R., y Carrión, V. (2018). Exploring perspectives on mathematical modelling: a literature survey. In *Of the 42nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (p. 3). Obtenido de https://www.researchgate.net/publication/326231735_EXPLORING_PERSPECTIVES_ON_MATHEMATICAL_MODELLING_A_LITERATURE_SURVEY.

Baena Paz, G. (2017). *Metodología de la investigación*. Grupo editorial patria. Obtendo de http://www.biblioteca.cij.gob.mx/Archivos/Materiales_de_consulta/Drogas_de_Abuso/Articulos/metodologia%20de%20la%20investigacion.pdf.

Barón G. (2020). *Modelación matemática mediada por el software GeoGebra en la aplicación de funciones lineales, para la solución de problemas en el contexto del manejo ambiental* [Tesis de maestría, Universidad Distrital Francisco José Caldas]. Repositorio institucional. Obtenido de http://hdl.handle.net/11349/22955.

Bernal, C. (2016). *Metodología de la investigación* (Cuarta edición ed.). Colombia: Editorial Delfín Ltda. Obtenida de https://abacoenred.com/wp-content/uploads/2019/02/El-proyecto-de-investigaci%C3%B3n-F.G.-Arias-2012-pdf.pdf

Bassanezi, R. C. (2002). *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia*. Editora Contexto. Obtenido de https://www.researchgate.net/publication/256007243_Ensino_-_aprendizagem_com_Modelagem_matematica.

Bertone, A. M. A., Bassanezi, R. C., y Jafelice, R. S. D. M. (2014). Modelagem Matemática. Minas Gerais: Comissão Editorial-CEAD/UFU. Obtenida de https://repositorio.ufu.br/handle/123456789/25315.

Biembengut, M. S. (2009). 30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. *Alexandria: revista de educação em ciência e tecnologia*, *2*(2), 7-32. Obtenido de https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/ article/view/ 37939.

Biembengut, M., y Hein, N. (2004). Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática. Educación Matemática, 16(002), 105-125. Obtenido de https://www.redalyc.org/pdf/405/40516206.pdf.

Bikić, N., Burgić, D., y Kurtić, V. (2021). *The Effects of Mathematical Modelling in Mathematics Teaching of Linear, Quadratic and Logarithmic Functions. The Effects of Mathematical Modelling in Mathematics Teaching of Linear, Quadratic and Logarithmic Functions*, *2*(2), 129-144. Obtenido de https://doi.org/10.12973/ejmse. 2.2.129

Castro-Velásquez, M. J., y Rivadeneira-Loor, F. Y. (2022). Posibles Causas del Bajo Rendimiento en las Matemáticas: Una Revisión a la Literatura. *Polo del Conocimiento*, *7*(2), 1089-1098. Obtenido de https://doi.org/10.23857/pc.v7i1.3635

Cervantes Gómez, L. (2015). *Modelización matemática Principios y aplicaciones*. *Dirección de fomento editorial*. Obtenido de https://www.fcfm.buap.mx/assets/docs/ publicaciones/Modeliza.pdf.

Cotrina, J., y Escudero, P. (2021*). Introducción a la geometría analítica*. Editorial de la Universidad Pacifico. Obtenido de https://hdl.handle.net/11354/3031.

Da Silva, A. R., Da Rosa, C. C., y Uribe, E. B. O. (2021). Uso de softwares educacionais como recurso pedagógico nas atividades de modelagem matemática. *Anais do ESEM-Encontro Sul-Mato-Grossense de Educação Matemática*.

De Sousa, E. S., Lara, I. C. M., y Ramos, M. G. (2018). Concepções de modelagem e a pesquisa em sala de aula na educação matemática. *Revista Exitus*, *8*(1), 250-275. Obtenido de https://doi.org/10.24065/2237-9460.2018v8n1id397

Diaz Salcedo, C. A. (2021). *Influencia de la modelación matemática en el desarrollo de competencias del curso de matemática básica en los estudiantes del I ciclo de la carrera de Ingeniería de Minas en la Universidad Nacional" San Luis Gonzaga" de Ica-2017* [Tesis doctoral, Universidad Nacional San Luis Gonzaga]. Repositorio institucional. Obtenido de https://hdl.handle.net/20.500.13028/3432

Espinoza Benites, C. A. (2020). Modelación de la función cuadrática mediada por tracker en estudiantes de quinto grado de secundaria [Tesis de maestría, Pontificia Universidad Católica del Perú]. Repositorio institucional. Obtenido de http://hdl.handle.net/20.500.12404/17784

Feldman, R. S. (2005). *Psicología: con aplicaciones en países de habla hispana*. McGrawHill. Obtenido de http://recursosbiblio.url.edu.gt/publicjlg/biblio_sin_paredes/fac_salud/psico_aplica/cap/01.pdf.

Granja, D. O. (2015). El constructivismo como teoría y método de enseñanza. *Sophia*, (19), 93-110. Obtenido de https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=441846096005

Guamán Gómez, V. J., y Espinoza Freire, E. E. (2022). Aprendizaje basado en problemas para el proceso de enseñanza-aprendizaje. *Universidad Y Sociedad*, *14*(2), 124-133. Obtenido de https://rus.ucf.edu.cu/index.php/rus/article/view/2684

Hernández, R., Fernández, C., y Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación.* 6ta Edición Sampieri. Soriano, RR (1991). Guía para realizar investigaciones sociales. Plaza y Valdés. Obtenido de https://www.uca.ac.cr/wp-content/uploads/2017/10/Investigacion.pdf.

Hernández, C. A., y Guárate, A. Y. (2017). *Modelos didácticos: Para situaciones y contextos de aprendizaje* (Vol. 146). Narcea Ediciones. Obtenido de https://www.academia.edu/

40280030/Modelos_did%C3%A1cticos_para_situaciones_y_contextos_de_aprendizaje.

Jove Vilca, Y. B., y Alca Lupa, R. M. (2017). *La modelación matemática y la resolución de problemas aritméticos de enunciado verbal de los estudiantes de tercer grado de la Institución Educativa Particular San Ignacio de Loyola, Paucarpata–Arequipa 2016* [Tesis de licenciatura, Universidad Nacional de San Agustín de Arequipa]. Repositorio institucional. Obtenido de http://repositorio.unsa.edu.pe/handle/UNSA/5126.

Lins, M. J. S. D. C. (2018). Contribuições da teoria de Piaget para a educação. *Revista Educação e Cultura Contemporânea*, *2*(4), 11-29. Obtenido de http://periodicos.estacio.br/index.php/reeduc/article/view/4894/2322

Lozada, J. A. D., y Fuentes, R. D. (2018). Los métodos de resolución de problemas y el desarrollo del pensamiento matemático. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, *32*, 57-74. Obtenido de http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v32n60a03

Lyon, J. A., y Magana, A. J. (2020). A review of mathematical modeling in engineering education. *Int. J. Eng. Educ*, *36*, 101-116. Obtenido de https://www.ijee.ie/1atestissues/Vol36-1A/09_ijee3860.pdf

Mancera, G., y Camelo, F. (2020). Un panorama de la modelación matemática en los encuentros colombianos de matemática educativa entre 2012-2015. *Góndola, enseñanza y aprendizaje de las ciencias*, *15*(2), 251-267. Obtenido de http://doi.org/10.14483/23464712.14350

Matienzo, R. (2020). Evolución de la teoría del aprendizaje significativo y su aplicación en la educación superior. *Dialektika: Revista De Investigación Filosófica Y Teoría Social, 2*(3), 17-26. Obtenido de https://journal.dialektika.org/ojs/index.php/logos/article/view/15

Moreano Villena, G., Ramos Ascencio, S., Darcourt Márquez, A. L., La Riva, D., Marcos

Balabarca, M., Loyola Ochoa, J. C., ... y Olivas Ylanzo, J. H. (2022). El Perú en PISA 2018: informe nacional de resultados. Obtenido de https://hdl.handle.net/20.500.12799/7725.

Muñoz, C. (2015). Cómo elaborar y asesorar una investigación de tesis (Tercera). Pearson Educación. Obtenido de http://www.indesgua.org.gt/wp-content/uploads/2016/08/Carlos-Mu%C3%B1oz-Razo-Como-elaborar-y-asesorar-una-investigacion-de-tesis-2Edicion.pdf

Padilla M. (2021). *La modelación matemática como metodología de enseñanza para el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del segundo ciclo de la Universidad ESAN* [Tesis de maestría, Universidad San Martin de Porres]. Repositorio institucional. Obtenido de https://hdl.handle.net/20.500.12727/7598.

Peña, L., y Morales, J.(2016). La modelación matemática como estrategia de enseñanza-aprendizaje: El caso del área bajo la curva. *Revista Educación en Ingeniería*, *11*(21), 64-71. Obtenido de https://doi.org/10.26507/rei.v11n21.637

Polya, G. (1989). *Cómo plantear y resolver problemas*. Editorial Trillas. Obtenido de http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2145-94442019000200008.

Puiggròs, N. R. (2001). Los procesos formativos en el aula: estrategias de enseñanza-aprendizaje. *Didáctica General para Psicopedagogos, Universidad de Barcelona, Facultad de Pedagogía*. Obtenido de https://www.postgradoune.edu.pe/pdf/documentos-academicos/psicologia-educacional-y-tutorial/28.pdf

Ramunno, R. (2019). *O uso da modelagem matemática no ensino de funções: uma abordagem dinâmica e variacional* [Tesis de maestria, Universidad de São Paulo]. Repositorio institucional. Obtenido de doi:10.11606/D.45.2019.tde-06122019-095026.

Rocha, JCR (2021). Importancia del aprendizaje significativo en la construcción de conocimientos. *Revista Científica De FAREM-Estelí* , 63-75. Obtenido de https://doi.org/10.5377/farem.v0i0.11608

Sánchez, R. S. (2019). El pensamiento de Vygotsky y su influencia en la educación. *Latin-American Journal of Physics Education*, *13*(4), 1. Obtenida de https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7587110

Sánchez, C., Zaragoza, J., y Chavarría, Y. (2019). Enseñanza de ecuaciones diferenciales de primer orden mediante la modelación con SCILAB*. AMIUTEM, 7*(1), pp. 35-43. Obtenida de http://funes.uniandes.edu.co/20397/

Velázquez, R. V., García, W. A. M., Landin, A. L. C., y Zúñiga, K. M. (2022). Metodología del aprendizaje basado en problemas aplicada en la enseñanza de las matemáticas. *UNESUM-Ciencias. Revista Científica Multidisciplinaria. ISSN 2602-8166*, *6*(3), 127-137. Obtenida de https://doi.org/10.47230/unesum-ciencias.v6.n3.2022.377

Villa-Ochoa, J. (2007). La modelación como proceso en el aula de matemática: Un marco de referencia y un ejemplo. *Tecnologías,* (19),63-85. Obtenida de https://www.redalyc.org/articulo.oa?.

Villa, J., y Alencar, E. (2019). Un panorama de investigaciones sobre Modelación Matemática: Colombia y Brasil. *Revista de Educação Matemática*, *16*(21), 18-37. Obtenida de https://doi.org/10.25090/remat25269062v16n212019p18a37

Villalobos W. (2018). *Modelación Matemática en la Enseñanza y Aprendizaje con los Estudiantes del Tercero “A” de Secundaria en la Institución Educativa “Bilingüe” de Awajun-San Martin 2015*. [Tesis de maestría, Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo]. Repositorio institucional. Obtenido de https://hdl.handle.net/20.500.12893/6421.

Zaldívar, J., Quiroz, S., y Medina, G. (2017). La modelación matemática en los procesos de formación inicial y continua de docentes. *IE Revista de investigación educativa de la REDIECH*, *8*(15), 87-110. Obtenido de https://www.scielo.org.mx/pdf/ierediech/v8n15/2448-8550-ierediech-8-15-87.pdf.

ANEXOS

Anexo 1

MATRIZ DE CONSISTENCIA

TÍTULO: LA MODELACIÓN MATEMÁTICA Y SU INFLUENCIA EN EL APRENDIZAJE DE LAS CÓNICAS EN ESTUDIANTES DE INGENIERÍA DE LA UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DEL PERÚ, AREQUIPA 2022

AUTOR: Edwin Francisco Pariente Chocano

ASESOR: Rey Luis Araujo Castillo

FORMULACIÓN DEL PROBLEMA	OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN	HIPÓTESIS DE LA INVESTIGACIÓN	VARIABLES	DIMENSIONES	METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN	POBLACIÓN Y MUESTRA
Problema general: ¿De qué manera la aplicación de la modelación matemática influye en el aprendizaje significativo de cónicas en los estudiantes de primer año de la facultad de ingeniería de la Universidad Tecnológica del Perú, Arequipa 2022?	**Objetivo general:** Determinar el efecto de la modelación matemática en el aprendizaje de cónicas en los estudiantes de primer año de la facultad de ingeniería de la Universidad Tecnológica del Perú, Arequipa 2022.	**Hipótesis alterna** La modelación matemática influye en el aprendizaje de las cónicas en los estudiantes de primer año de la facultad de ingeniería de la Universidad Tecnológica del Perú, Arequipa 2022.	**Variable independiente** La modelación matemática	Modelación matemática como estrategia didáctica y como actividad científica. Fases o etapas de la modelación matemática. Uso de la tecnología para la modelación matemática.	**Enfoque de la investigación** Enfoque cuantitativo **Nivel de investigación** Aplicada **Tipo de investigación** Explicativa	**Población** La población de estudio estará compuesta por los estudiantes de primer año de la facultad de ingeniería de la Universidad Tecnológica del Perú, haciendo un total de 80 estudiantes.
Problemas específicos: • ¿Cuál es el nivel de aprendizaje de los estudiantes antes de aplicar la modelación	**Objetivos específicos:** • Medir, a través del pre test, el aprendizaje de cónicas antes de la aplicación de la modelación	**Hipótesis nula** La modelación matemática no influye en el aprendizaje de las cónicas en los estudiantes de	**Variable dependiente** Aprendizaje de cónicas.	**Dimensiones** • La circunferencia. • La parábola.	**Diseño de investigación** Cuasi experimental **Técnica** Evaluación	

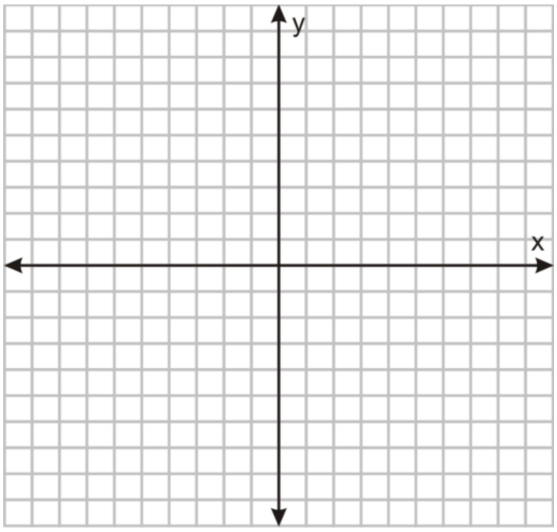
matemática en los grupos experimental y control en los estudiantes de primer año de la facultad de ingeniería de la Universidad Tecnológica del Perú, Arequipa 2022? • ¿Cuál es el nivel de aprendizaje de los estudiantes después de aplicar la modelación matemática en los grupos experimental y control en los estudiantes de primer año de la facultad de ingeniería de la Universidad Tecnológica del Perú, Arequipa 2022? • ¿Existe un incremento en el aprendizaje de cónicas al aplicar la modelación matemática en los estudiantes de primer año de la facultad de ingeniería de la Universidad Tecnológica del Perú, Arequipa 2022?	matemática en los grupos experimental y control en los estudiantes de primer año de la facultad de ingeniería de la Universidad Tecnológica del Perú, Arequipa 2022. • Medir, a través de un post test, el aprendizaje de cónicas después de la aplicación de la modelación matemática en el grupo experimental y control en los estudiantes de primer año de la facultad de ingeniería de la Universidad Tecnológica del Perú, Arequipa 2022. • Comparar los resultados obtenidos en el pre test y post test de los grupos experimental y control en los estudiantes de primer año de la facultad de ingeniería de la Universidad Tecnológica del Perú, Arequipa 2022.	primer año de la facultad de ingeniería de la Universidad Tecnológica del Perú, Arequipa 2022		• La elipse. • La hipérbola.	**Instrumento** Prueba de entrada (pre test) Prueba de salida (post test)	

Anexo 2

Instrumento de investigacion
Prueba de desarrollo

Apellidos y nombres: **Tiempo:** 90 minutos

1) a) Grafica en un plano cartesiano una circunferencia colocando los principales elementos.
   b) ¿Cuál es propiedad que cumple cada punto de la circunferencia?



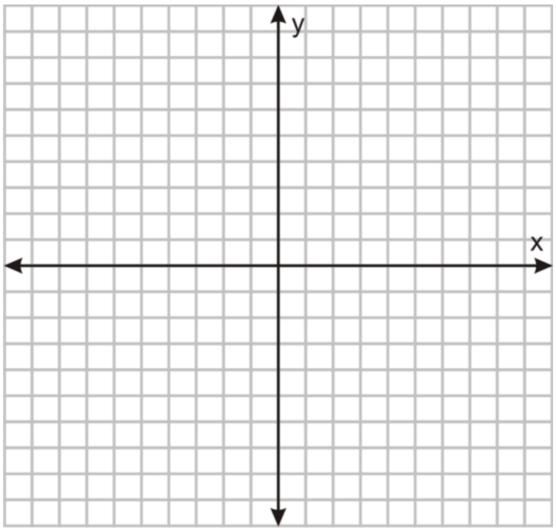
¿Cuál es la propiedad que cumple cada punto de la circunferencia?

2) Se diseña la entrada de un zoológico que tiene la estructura de una semi circunferencia. En el punto central del piso, la estructura tiene una altura de 4 metros que corresponde al radio de la circunferencia.

   a) Realice un esquema que represente el problema eligiendo un origen de coordenadas.

   b) Se desea colocar reflectores sobre la estructura que estén ubicadas a 3 metros del punto central del piso. Determine a que altura estarán dichos reflectores.

3) a) Grafica en un plano cartesiano una parábola colocando los principales elementos. b) ¿Cuál es propiedad que cumple cada punto de la parábola?



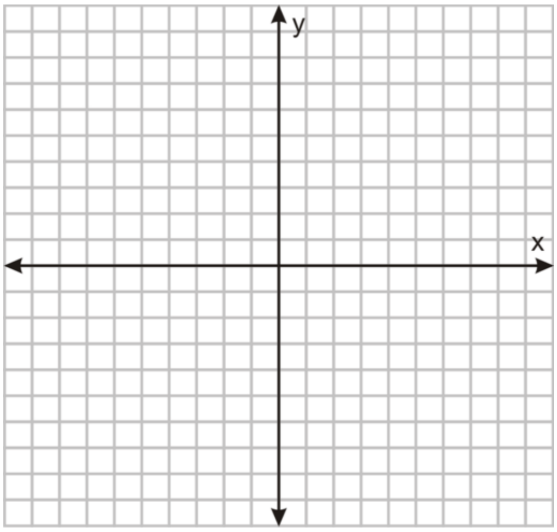
¿Cuál es la propiedad que cumple cada punto de la parábola?

4) Se ha construido un túnel en forma de arco parabólico vertical hacia abajo que tiene una altura de 8 metros y una base de 20 metros. Una carretera pasará por el túnel.

a) Realice un esquema que represente el problema eligiendo un origen de coordenadas.

b) ¿Cuál será el ancho de la carretera si queremos que la altura en los extremos sea 4 metros?

5) a) Grafica en un plano cartesiano una elipse colocando los principales elementos. b) ¿Cuál es propiedad que cumple cada punto de la elipse?



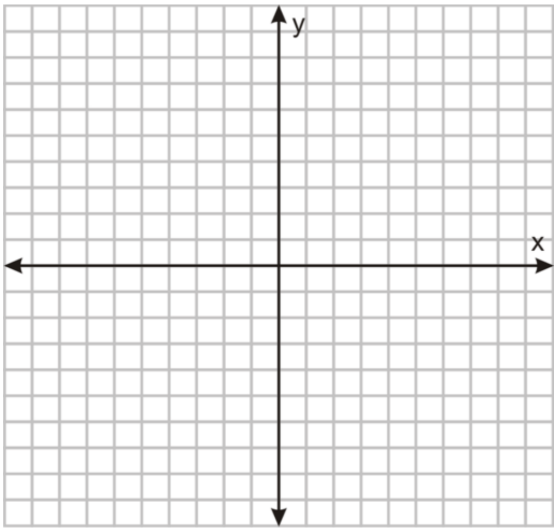
¿Cuál es la propiedad que cumple cada punto de la elipse?

6) Se está diseñando una pista de carreras para el entrenamiento de caballos que tenga forma elíptica. Si la longitud del eje mayor es de 200 metros y de su eje menor 50 metros.

a) Realice un esquema que represente el problema eligiendo un origen de coordenadas.

b) Calcule la longitud de una cuerda perpendicular a su eje focal que dista 20 metros de uno de sus vértices. Por esa cuerda pasara una tubería que conectara dos puntos de la elipse.

7) a) Grafica en un plano cartesiano una hipérbola colocando los principales elementos. b) ¿Cuál es propiedad que cumple cada punto de la hipérbola?



¿Cuál es la propiedad que cumple cada punto de la hipérbola?

8) Los cometas pueden moverse en trayectorias elípticas, parabólicas o hiperbólicas alrededor del sol. Si un comenta se desplaza en una trayectoria parabólica o hiperbólica, pasará por el Sol una vez y nunca regresará. Supongamos que las coordenadas de un cometa (en millas) se describe mediante la ecuación:

$$\frac{x^2}{26\times10^{14}} - \frac{y^2}{18\times10^{14}} = 1 \text{ para } x > 0$$

donde el Sol se ubica en un foco. Calcule las coordenadas del Sol y la distancia mínima entre el comenta y el Sol.

Anexo 3

Validación por juicio de expertos

VALIDACIÓN DEL INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN POR JUICIO DE EXPERTOS

EVALUADOR: Dr. Julio Gilberto Bravo Palomino FECHA: 02/09/2022

NOMBRE DE LA INVESTIGACIÓN: "MODELACIÓN MATEMÁTICA Y EL APRENDIZAJE DE CÓNICAS EN LOS ESTUDIANTES DE PRIMER AÑO DE LA FACULTAD DE INGENIERÍA DE LA UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DEL PERÚ, AREQUIPA 2022"

VARIABLE DEPENDIENTE: APRENDIZAJE DE CÓNICAS

CONTENIDO		EVALUACIÓN					SUGERENCIAS
INDICADOR	CRITERIOS GENERALES	0 - 20%	21- 40%	41 - 60%	61 - 80%	81 - 100%	
		Esta observado			Requiere reajustes	Apto	
DIMENSIÓN 1: LA CIRCUNFERENCIA							
1. Reconoce la propiedad que cumple cada punto de la circunferencia, así como sus elementos y sus ecuaciones.	Pertinencia	0 - 20%	21- 40%	41 - 60%	61 - 80%	X 81 - 100%	
	Claridad conceptual	0 - 20%	21- 40%	41 - 60%	61 - 80%	X 81 - 100%	
	Redacción y terminología	0 - 20%	21- 40%	41 - 60%	61 - 80%	X 81 - 100%	
2. Resuelve problemas contextualizados utilizando la ecuación de la circunferencia	Pertinencia	0 - 20%	21- 40%	41 - 60%	61 - 80%	X 81 - 100%	
	Claridad conceptual	0 - 20%	21- 40%	41 - 60%	61 - 80%	X 81 - 100%	
	Redacción y terminología	0 - 20%	21- 40%	41 - 60%	61 - 80%	X 81 - 100%	
DIMENSIÓN 2: LA PARÁBOLA							
3. Reconoce la propiedad que cumple cada punto de la parábola, así como sus elementos y sus ecuaciones.	Pertinencia	0 - 20%	21- 40%	41 - 60%	61 - 80%	X 81 - 100%	
	Claridad conceptual	0 - 20%	21- 40%	41 - 60%	61 - 80%	X 81 - 100%	
	Redacción y terminología	0 - 20%	21- 40%	41 - 60%	61 - 80%	X 81 - 100%	
4. Resuelve problemas contextualizados utilizando la ecuación de la parábola.	Pertinencia	0 - 20%	21- 40%	41 - 60%	61 - 80%	X 81 - 100%	
	Claridad conceptual	0 - 20%	21- 40%	41 - 60%	61 - 80%	X 81 - 100%	
	Redacción y terminología	0 - 20%	21- 40%	41 - 60%	61 - 80%	X 81 - 100%	

CONTENIDO		EVALUACIÓN					SUGERENCIAS
INDICADOR	CRITERIOS GENERALES	0 - 20%	21- 40%	41 - 60%	61 - 80%	81 - 100%	
		Esta observado			Requiere reajustes	Apto	
DIMENSIÓN 3: LA ELIPSE							
5. Reconoce la propiedad que cumple cada punto de la elipse, así como sus elementos y sus ecuaciones.	Pertinencia	0 - 20%	21- 40%	41 - 60%	61 - 80%	X 81 - 100%	
	Claridad conceptual	0 - 20%	21- 40%	41 - 60%	61 - 80%	X 81 - 100%	
	Redacción y terminología	0 - 20%	21- 40%	41 - 60%	61 - 80%	X 81 - 100%	
6. Resuelve problemas contextualizados utilizando la ecuación de la elipse.	Pertinencia	0 - 20%	21- 40%	41 - 60%	61 - 80%	X 81 - 100%	
	Claridad conceptual	0 - 20%	21- 40%	41 - 60%	61 - 80%	X 81 - 100%	
	Redacción y terminología	0 - 20%	21- 40%	41 - 60%	61 - 80%	X 81 - 100%	
DIMENSIÓN 4: LA HIPÉRBOLA							
7. Reconoce la propiedad que cumple cada punto de la hipérbola, así como sus elementos y sus ecuaciones.	Pertinencia	0 - 20%	21- 40%	41 - 60%	61 - 80%	X 81 - 100%	
	Claridad conceptual	0 - 20%	21- 40%	41 - 60%	61 - 80%	X 81 - 100%	
	Redacción y terminología	0 - 20%	21- 40%	41 - 60%	61 - 80%	X 81 - 100%	
8. Resuelve problemas contextualizados utilizando la ecuación de la hipérbola.	Pertinencia	0 - 20%	21- 40%	41 - 60%	61 - 80%	X 81 - 100%	
	Claridad conceptual	0 - 20%	21- 40%	41 - 60%	61 - 80%	X 81 - 100%	
	Redacción y terminología	0 - 20%	21- 40%	41 - 60%	61 - 80%	X 81 - 100%	

EL QUE SUSCRIBE, Dr. Tulio Gilberto Bravo Palomino IDENTIFICADO CON DNI N° 29462176

CERTIFICO QUE REALICE EL JUICIO DEL EXPERTO AL INSTRUMENTO DISEÑADO POR EL MAGISTER EDWIN FRANCISCO PARIENTE CHOCANO.

- LA OPINIÓN DE APLICABILIDAD:

APLICABLE (X) APLICABLE DESPUÉS DE CORREGIR ( ) NO APLICABLE ( )

FIRMA DEL EVALUADOR

VALIDACIÓN DEL INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN POR JUICIO DE EXPERTOS

EVALUADOR: Dra. Maria Luisa Torreblanca Todco FECHA: 02/09/2022

NOMBRE DE LA INVESTIGACIÓN: "MODELACIÓN MATEMÁTICA Y EL APRENDIZAJE DE CÓNICAS EN LOS ESTUDIANTES DE PRIMER AÑO DE LA FACULTAD DE INGENIERÍA DE LA UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DEL PERÚ, AREQUIPA 2022"

VARIABLE DEPENDIENTE: APRENDIZAJE DE CÓNICAS

CONTENIDO		EVALUACIÓN					SUGERENCIAS
INDICADOR	CRITERIOS GENERALES	0 - 20%	21- 40%	41 - 60%	61 - 80%	81 - 100%	
		Esta observado			Requiere reajustes	Apto	
DIMENSIÓN 1: LA CIRCUNFERENCIA							
1. Reconoce la propiedad que cumple cada punto de la circunferencia, así como sus elementos y sus ecuaciones	Pertinencia	0 - 20%	21- 40%	41 - 60%	61 - 80%	X 81 - 100%	
	Claridad conceptual	0 - 20%	21- 40%	41 - 60%	61 - 80%	X 81 - 100%	
	Redacción y terminología	0 - 20%	21- 40%	41 - 60%	61 - 80%	X 81 - 100%	
2. Resuelve problemas contextualizados utilizando la ecuación de la circunferencia	Pertinencia	0 - 20%	21- 40%	41 - 60%	61 - 80%	X 81 - 100%	
	Claridad conceptual	0 - 20%	21- 40%	41 - 60%	61 - 80%	X 81 - 100%	
	Redacción y terminología	0 - 20%	21- 40%	41 - 60%	61 - 80%	X 81 - 100%	
DIMENSIÓN 2: LA PARÁBOLA							
3. Reconoce la propiedad que cumple cada punto de la parábola, así como sus elementos y sus ecuaciones	Pertinencia	0 - 20%	21- 40%	41 - 60%	61 - 80%	X 81 - 100%	
	Claridad conceptual	0 - 20%	21- 40%	41 - 60%	61 - 80%	X 81 - 100%	
	Redacción y terminología	0 - 20%	21- 40%	41 - 60%	61 - 80%	X 81 - 100%	
4. Resuelve problemas contextualizados utilizando la ecuación de la parábola	Pertinencia	0 - 20%	21- 40%	41 - 60%	61 - 80%	X 81 - 100%	
	Claridad conceptual	0 - 20%	21- 40%	41 - 60%	61 - 80%	X 81 - 100%	
	Redacción y terminología	0 - 20%	21- 40%	41 - 60%	61 - 80%	X 81 - 100%	

CONTENIDO		EVALUACIÓN					SUGERENCIAS
INDICADOR	CRITERIOS GENERALES	0 - 20%	21- 40%	41 - 60%	61 - 80%	81 - 100%	
		Esta observado			Requiere reajustes	Apto	
DIMENSIÓN 3: LA ELIPSE							
5. Reconoce la propiedad que cumple cada punto de la elipse, así como sus elementos y sus ecuaciones.	Pertinencia	0 - 20%	21- 40%	41 - 60%	61 - 80%	81 - 100% X	
	Claridad conceptual	0 - 20%	21- 40%	41 - 60%	61 - 80%	81 - 100% X	
	Redacción y terminología	0 - 20%	21- 40%	41 - 60%	61 - 80%	81 - 100% X	
6. Resuelve problemas contextualizados utilizando la ecuación de la elipse.	Pertinencia	0 - 20%	21- 40%	41 - 60%	61 - 80%	81 - 100% X	
	Claridad conceptual	0 - 20%	21- 40%	41 - 60%	61 - 80%	81 - 100% X	
	Redacción y terminología	0 - 20%	21- 40%	41 - 60%	61 - 80%	81 - 100% X	
DIMENSIÓN 4: LA HIPÉRBOLA							
7. Reconoce la propiedad que cumple cada punto de la hipérbola, así como sus elementos y sus ecuaciones.	Pertinencia	0 - 20%	21- 40%	41 - 60%	61 - 80%	81 - 100% X	
	Claridad conceptual	0 - 20%	21- 40%	41 - 60%	61 - 80%	81 - 100% X	
	Redacción y terminología	0 - 20%	21- 40%	41 - 60%	61 - 80%	81 - 100% X	
8. Resuelve problemas contextualizados utilizando la ecuación de la hipérbola.	Pertinencia	0 - 20%	21- 40%	41 - 60%	61 - 80%	81 - 100% X	
	Claridad conceptual	0 - 20%	21- 40%	41 - 60%	61 - 80%	81 - 100% X	
	Redacción y terminología	0 - 20%	21- 40%	41 - 60%	61 - 80%	81 - 100% X	

EL QUE SUSCRIBE, MARÍA LUISA TORREBLANCA TUDEO (Dra) IDENTIFICADO CON DNI N° 29367271

CERTIFICO QUE REALICE EL JUICIO DEL EXPERTO AL INSTRUMENTO DISEÑADO POR EL MAGISTER EDWIN FRANCISCO PARIENTE CHOCANO.

- LA OPINIÓN DE APLICABILIDAD

APLICABLE (X)   APLICABLE DESPUÉS DE CORREGIR ( )   NO APLICABLE ( )

FIRMA DEL EVALUADOR

VALIDACIÓN DEL INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN POR JUICIO DE EXPERTOS

EVALUADOR: Dr. Walter Fernandez Gambarini FECHA: 02/09/2022

NOMBRE DE LA INVESTIGACIÓN: "MODELACIÓN MATEMÁTICA Y EL APRENDIZAJE DE CÓNICAS EN LOS ESTUDIANTES DE PRIMER AÑO DE LA FACULTAD DE INGENIERÍA DE LA UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DEL PERÚ, AREQUIPA 2022"

VARIABLE DEPENDIENTE: APRENDIZAJE DE CÓNICAS

CONTENIDO		EVALUACIÓN					SUGERENCIAS
INDICADOR	CRITERIOS GENERALES	0 - 20%	21- 40%	41 - 60%	61 - 80%	81 - 100%	
		Esta observado			Requiere reajustes	Apto	
DIMENSIÓN 1: LA CIRCUNFERENCIA							
1. Reconoce la propiedad que cumple cada punto de la circunferencia, así como sus elementos y sus ecuaciones.	Pertinencia	0 - 20%	21- 40%	41 - 60%	61 - 80%	X	
	Claridad conceptual	0 - 20%	21- 40%	41 - 60%	61 - 80%	X	
	Redacción y terminología	0 - 20%	21- 40%	41 - 60%	61 - 80%	X	
2. Resuelve problemas contextualizados utilizando la ecuación de la circunferencia	Pertinencia	0 - 20%	21- 40%	41 - 60%	61 - 80%	X	
	Claridad conceptual	0 - 20%	21- 40%	41 - 60%	61 - 80%	X	
	Redacción y terminología	0 - 20%	21- 40%	41 - 60%	61 - 80%	X	
DIMENSIÓN 2: LA PARÁBOLA							
3. Reconoce la propiedad que cumple cada punto de la parábola, así como sus elementos y sus ecuaciones.	Pertinencia	0 - 20%	21- 40%	41 - 60%	61 - 80%	X	
	Claridad conceptual	0 - 20%	21- 40%	41 - 60%	61 - 80%	X	
	Redacción y terminología	0 - 20%	21- 40%	41 - 60%	61 - 80%	X	
4. Resuelve problemas contextualizados utilizando la ecuación de la parábola.	Pertinencia	0 - 20%	21- 40%	41 - 60%	61 - 80%	X	
	Claridad conceptual	0 - 20%	21- 40%	41 - 60%	61 - 80%	X	
	Redacción y terminología	0 - 20%	21- 40%	41 - 60%	61 - 80%	X	

CONTENIDO

INDICADOR	CRITERIOS GENERALES	EVALUACIÓN					SUGERENCIAS
		0 - 20%	21 - 40%	41 - 60%	61 - 80%	81 - 100%	
		Esta observado			Requiere reajustes	Apto	
DIMENSIÓN 3: LA ELIPSE							
5. Reconoce la propiedad que cumple cada punto de la elipse, así como sus elementos y sus ecuaciones.	Pertinencia	0 - 20%	21 - 40%	41 - 60%	61 - 80%	X 81 - 100%	
	Claridad conceptual	0 - 20%	21 - 40%	41 - 60%	61 - 80%	X 81 - 100%	
	Redacción y terminología	0 - 20%	21 - 40%	41 - 60%	61 - 80%	X 81 - 100%	
6. Resuelve problemas contextualizados utilizando la ecuación de la elipse.	Pertinencia	0 - 20%	21 - 40%	41 - 60%	61 - 80%	X 81 - 100%	
	Claridad conceptual	0 - 20%	21 - 40%	41 - 60%	61 - 80%	X 81 - 100%	
	Redacción y terminología	0 - 20%	21 - 40%	41 - 60%	61 - 80%	X 81 - 100%	
DIMENSIÓN 4: LA HIPÉRBOLA							
7. Reconoce la propiedad que cumple cada punto de la hipérbola, así como sus elementos y sus ecuaciones.	Pertinencia	0 - 20%	21 - 40%	41 - 60%	61 - 80%	X 81 - 100%	
	Claridad conceptual	0 - 20%	21 - 40%	41 - 60%	61 - 80%	X 81 - 100%	
	Redacción y terminología	0 - 20%	21 - 40%	41 - 60%	61 - 80%	X 81 - 100%	
8. Resuelve problemas contextualizados utilizando la ecuación de la hipérbola	Pertinencia	0 - 20%	21 - 40%	41 - 60%	61 - 80%	X 81 - 100%	
	Claridad conceptual	0 - 20%	21 - 40%	41 - 60%	61 - 80%	X 81 - 100%	
	Redacción y terminología	0 - 20%	21 - 40%	41 - 60%	61 - 80%	X 81 - 100%	

EL QUE SUSCRIBE. Dr. Walter C. Fernández G. IDENTIFICADO CON DNI N° 29281505

CERTIFICO QUE REALICE EL JUICIO DEL EXPERTO AL INSTRUMENTO DISEÑADO POR EL MAGISTER EDWIN FRANCISCO PARIENTE CHOCANO.

- LA OPINIÓN DE APLICABILIDAD:

APLICABLE (X) APLICABLE DESPUÉS DE CORREGIR ( ) NO APLICABLE ( )

FIRMA DEL EVALUADOR

Anexo 4

Rúbrica para la prueba de desarrollo

Ítems	Escala de desempeño		
	Logro esperado	**Proceso**	**Inicio**
1.a	Grafica correctamente la circunferencia con los principales elementos. *(1 punto)*	Grafica incompleta de la circunferencia. *(0.5 puntos)*	No responde la pregunta o lo hace de manera inadecuada. *(0 puntos)*
1.b	Coloca claramente la propiedad que cumple la circunferencia. *(1 punto)*	No es preciso en colocar la propiedad que cumple la circunferencia. *(0.5 puntos)*	No responde la pregunta o lo hace de manera inadecuada. *(0 puntos)*
2a	Realiza un esquema adecuado del problema. *(1 punto)*	Realiza un esquema incompleto del problema. *(0.5 puntos)*	No responde la pregunta o lo hace de manera inadecuada. *(0 puntos)*
2.b	Resuelve el problema de manera eficaz utilizando un procedimiento lógico y ordenado *(2 puntos)*	Realiza un procedimiento lógico, pero no resuelve el problema. *(1 punto)*	No responde la pregunta o lo hace de manera inadecuada. *(0 puntos)*
3.a	Grafica correctamente la parábola con los principales elementos. *(1 punto)*	Grafica incompleta de la parábola. *(0.5 puntos)*	No responde la pregunta o lo hace de manera inadecuada. *(0 puntos)*
3.b	Coloca claramente la propiedad que cumple la parábola. *(1 punto)*	No es preciso en colocar la propiedad que cumple la parábola. *(0.5 puntos)*	No responde la pregunta o lo hace de manera inadecuada. *(0 puntos)*
4.a	Realiza un esquema adecuado del problema. *(1 punto)*	Realiza un esquema incompleto del problema. *(0.5 puntos)*	No responde la pregunta o lo hace de manera inadecuada. *(0 puntos)*
4.b	Resuelve el problema de manera eficaz utilizando un procedimiento lógico y ordenado *(2 puntos)*	Realiza un procedimiento lógico, pero no resuelve el problema. *(1 punto)*	No responde la pregunta o lo hace de manera inadecuada. *(0 puntos)*
5.a	Grafica correctamente la elipse con los principales elementos. *(1 punto)*	Grafica incompleta de la elipse. *(0.5 puntos)*	No responde la pregunta o lo hace de manera inadecuada. *(0 puntos)*
5.b	Coloca claramente la propiedad que cumple la elipse. *(1 punto)*	No es preciso en colocar la propiedad que cumple la elipse. *(0.5 puntos)*	No responde la pregunta o lo hace de manera inadecuada. *(0 puntos)*
6.a	Realiza un esquema adecuado del problema. *(1 punto)*	Realiza un esquema incompleto del problema. *(0.5 puntos)*	No responde la pregunta o lo hace de manera inadecuada. *(0 puntos)*
6.b	Resuelve el problema de manera eficaz utilizando un procedimiento lógico y ordenado *(2 puntos)*	Realiza un procedimiento lógico, pero no resuelve el problema. *(1 punto)*	No responde la pregunta o lo hace de manera inadecuada. *(0 puntos)*
7.a	Grafica correctamente la hipérbola con los principales elementos. *(1 punto)*	Grafica incompleta de la hipérbola. *(0.5 puntos)*	No responde la pregunta o lo hace de manera inadecuada. *(0 puntos)*
7.b	Coloca claramente la propiedad que cumple la hipérbola. *(1 punto)*	No es preciso en colocar la propiedad que cumple la hipérbola. *(0.5 puntos)*	No responde la pregunta o lo hace de manera inadecuada. *(0 puntos)*
8	Resuelve el problema de manera eficaz utilizando un procedimiento lógico y ordenado *(3 puntos)*	Realiza un procedimiento lógico, pero no resuelve completamente el problema. *(1-2 puntos)*	No responde la pregunta o lo hace de manera inadecuada. *(0 puntos)*

Anexo 5

Resultados del pre test y post test

		PRE TEST									POST TEST								
	Grupo	**p1**	**p2**	**p3**	**p4**	**p5**	**p6**	**p7**	**p8**	**Nota**	**p1**	**p2**	**p3**	**p4**	**p5**	**p6**	**p7**	**p8**	**Nota**
1	control	2	1	2	0	0.5	0	0	0	6	2	2.5	2	1	2	1	0	0	11
2	control	1.5	0.5	1	0	1.5	0.5	0	0	5	2	2	2	0.5	1.5	0	0	0	8
3	control	2	1	2	1	1	0	0	0	7	2	3	2	2.5	1	1	0	0	12
4	control	2	0.5	2	0	0	0	0	0	5	2	2	2	1	1	0	0	0	8
5	control	2	2.5	2	2	2	0	1	0	12	2	3	2	2.5	2	1	1	1	15
6	control	1	1	0.5	0	1	0	0	0	4	2	2.5	1	1	2	1	0.5	1	11
7	control	1.5	1	1	0	1	1	0	0	6	2	1	2	1	1	1	0	0	8
8	control	2	1	1	1	1	1	1	0	8	2	2.5	2	1.5	2	1	1	0	12
9	control	2	1.5	1.5	2	1	0.5	0	0	9	2	2.5	2	2	2	1	0.5	0	12
10	control	2	2	1.5	1.5	1.5	0.5	0.5	0	10	2	2	2	1.5	2	1	0.5	0	11
11	control	1.5	1	0.5	0	1	0	0	0	4	2	2	2	2	2	1	0	0	11
12	control	2	1	1	1	0.5	0	0	0	6	2	2	2	2	1	1.5	1	0	12
13	control	2	2	2	2	1.5	2	0	0.5	12	2	3	2	3	2	2	1.5	1	17
14	control	2	2	1.5	1	0.5	0	0	0	7	2	3	2	1.5	2	1	0.5	0	12
15	control	2	1.5	1.5	1	1	0.5	0	0	8	2	3	2	1.5	2	0.5	0.5	0	12
16	control	2	2	1.5	1	0.5	1	0.5	0	9	2	2.5	2	1.5	2	1	1	1	13
17	control	2	2.5	2	1	1	1.5	0.5	0	11	2	3	2	2	2	2	2	0	15
18	control	2	0.5	1	0.5	0	0.5	0	0	5	2	0.5	1	1	1	1.5	0.5	0	8
19	control	2	0.5	1	1	0.5	1	0.5	0	7	2	1.5	2	1	2	1	1	0	11
20	control	1.5	0	1	0	1	0.5	0	0	4	2	1	1.5	1	1	0.5	1	0	8
21	control	1.5	1	1	0.5	1	0.5	0	0	6	2	1.5	2	1.5	2	1	1	0	11
22	control	2	0.5	1	0.5	1	1	0.5	0	7	2	1.5	2	2	2	1.5	1	0	12
23	control	1	0.5	0.5	0	0	0	0	0	2	1	0.5	0.5	1	1	0.5	0.5	0	5
24	control	2	1	1.5	1	1	1	0.5	0	8	2	2	2	2	2	1	0.5	0	12
25	control	2	2	1.5	1.5	1	1	1	0	10	2	2.5	2	2	2	1.5	1.5	1	15
26	control	1.5	1	0.5	0	1	0.5	0.5	0	5	2	2	1.5	1	1	1.5	1	0	10
27	control	1	1	1	0.5	0.5	0	0	0	4	1.5	1.5	1	1	1	1	1	0	8
28	control	2	2	1.5	1	1	1	1	0	10	2	2	2	2	2	1.5	1	0	13
29	control	1	1	1	1	0.5	0.5	0	0	5	1.5	1.5	1	1	0.5	1	0.5	0	7
30	control	2	2	2	1.5	1	1	1	0	11	2	2	2	2	2	2	1	0	13
31	control	2	1.5	1.5	1	1	1	0.5	0	9	2	2	2	1.5	2	2	1	0	13
32	control	1.5	1	1.5	1	1.5	1	0.5	0	8	2	2	1.5	1	1	1	1	0	10
33	control	1	1.5	1.5	1	1	0.5	0.5	0	7	1.5	2	2	1	1.5	1.5	0.5	0	10
34	control	1	0	1	0	0.5	0	0	0	3	1.5	1	1	1	1	1	0.5	0	7
35	control	1.5	1	1	1	0.5	0.5	0	0	6	2	2	2	1.5	1.5	1.5	0.5	0	11
36	control	1	1	1	1.5	1	1	0.5	0	7	2	2	2	1.5	2	1.5	1	1	13
37	control	0.5	1	1	0.5	0	0	0	0	3	1.5	1	1	1	1	1	0.5	0	7
38	control	1.5	1	0.5	1	0.5	0	0	0	5	2	1	2	1.5	1.5	1.5	1	0	11
39	control	1	1	1	1	1	1	0.5	0	7	2	1.5	1	1.5	2	1	1	0	10
40	control	0.5	0.5	1.5	1	1.5	0.5	0	0	6	1	1	1	2	1	0.5	0.5	0	7

		PRE TEST									POST TEST								
41	Experimental	1	1	1	1	1	1	0.5	0	7	2	2.5	2	2.5	2	2	1	1	15
42	Experimental	1	1	0.5	0	0	0	0	0	3	2	2	1	1	1.5	1	0	0	9
43	Experimental	0.5	1	1	1.5	0.5	1	0.5	0	6	2	2	2	2	2	2	2	2	16
44	Experimental	1.5	1	1	1	1	1	0.5	0	7	2	3	2	2.5	2	2	1	2	17
45	Experimental	2	1	1	1	1	1.5	1	0	9	2	2.5	2	2	2	2	1	0	14
46	Experimental	2	2	1	1.5	1	1.5	1	0	10	2	3	2	2	2	2	2	2	17
47	Experimental	1	1	0.5	1	0.5	1	0.5	0	6	2	3	2	2	2	1	1.5	0	14
48	Experimental	2	1	1	1	1	1.5	1	0	9	2	2.5	2	2	2	1	1	0	13
49	Experimental	1	0.5	0.5	0	0.5	0	0.5	0	3	2	2	2	1	1.5	1.5	1	0	11
50	Experimental	2	1	1.5	2	1	1	1	0	10	2	2	2	2	2	2	1	1	14
51	Experimental	2	1	2	2	1	1.5	1	0	11	2	3	2	2.5	2	2	1	3	18
52	Experimental	2	1.5	2	1.5	1	1.5	0	0	10	2	3	2	2.5	2	2	1.5	2	17
53	Experimental	1	1	1	0	0	1	0	0	4	2	2	2	2	2	1.5	1	0	13
54	Experimental	1	1	0	0.5	0.5	1	0.5	0	5	1.5	1	1.5	1	1.5	1	0.5	0	8
55	Experimental	1	1	1	1	1	1.5	0.5	0	7	2	2.5	2	2	2	1.5	1	0	13
56	Experimental	2	2.5	2	2	2	1	1	0	13	2	2.5	2	2	2	2	1	1	15
57	Experimental	1	1	1	1	0.5	1	0.5	0	6	2	2	2	2	1.5	1.5	1	0	12
58	Experimental	1	1	1	1	1	1	0.5	0	7	2	1.5	2	1.5	2	1.5	1	1	13
59	Experimental	1	1.5	1	1.5	1	1.5	0.5	0	8	2	2.5	2	2	2	2	1	1	15
60	Experimental	0.5	1	0.5	1	1	1	0.5	0	6	2	2.5	2	2	1.5	2	1	0	13
61	Experimental	1	1	1	1.5	1	1.5	0.5	0	8	2	3	2	2.5	2	2	1	0	15
62	Experimental	1.5	2	1.5	1	1	1.5	0	0	9	2	3	2	1.5	2	1	1	0	13
63	Experimental	1	2	1	1.5	1	2	1	0	10	2	3	2	2	2	1.5	1	0	14
64	Experimental	1	1	1	0.5	1	1.5	0	0	6	2	2	1.5	2	1.5	1.5	1.5	0	12
65	Experimental	1	1	1	1	0.5	1	0.5	0	6	2	2	2	1	1.5	1.5	1	0	11
66	Experimental	0.5	1	1	1	1	0.5	0	0	5	2	3	2	1	2	1	1	0	12
67	Experimental	1	1	1	1	0.5	1	1	0	7	2	2.5	2	2	2	1	1	1	14
68	Experimental	1	1	1	1	1	1	0.5	0	7	2	2	1.5	1.5	1.5	1	1.5	0	11
69	Experimental	1	1	1	1	0.5	0.5	0	0	5	1.5	2	1.5	1	1	1.5	0	0	9
70	Experimental	2	2	2	2	1	1.5	1	0	12	2	2.5	2	2	2	2	2	1	16
71	Experimental	0.5	1	0.5	0	0.5	0	0.5	0	3	1	1	1	1	1	1	1	0	7
72	Experimental	0.5	0.5	0	1	0	0.5	0	0	3	2	1.5	2	1	2	1	1.5	0	11
73	Experimental	2	2	1	1.5	1	2	1	0	11	2	2	2	2	2	1	1	2	14
74	Experimental	2	1	1	1.5	1	1	0.5	0	8	2	2	2	2	2	2.5	2	0	15
75	Experimental	2	2.5	2	2.5	1	2	1	0	13	2	3	2	3	2	2.5	1	0	16
76	Experimental	1	1	1	1.5	1	1.5	0	0	7	2	3	2	2.5	2	2	1	1	16
77	Experimental	0.5	1	0.5	0.5	0.5	0.5	0	0	4	1	1.5	1	1	1	1	1	0	8
78	Experimental	1	2	1	1	1	1	0.5	0	8	2	3	2	1	2	1	0.5	0	12
79	Experimental	1	1	0.5	1	0.5	0.5	0	0	5	2	2.5	1.5	1.5	2	1	1	0	12
80	Experimental	2	1	1	1	1	1	0	0	7	2	2	1	1	1	1	1	0	9

Anexo 6

Permiso para aplicación de instrumento de investigación

UNSA

ESCUELA DE POSGRADO

CARTA DE AUTORIZACIÓN DE USO DE INFORMACIÓN DE EMPRESA

Arequipa, 2 de noviembre del 2022.

Señor:
DR. ORLANDO FREDI ANGULO SALAS
DIRECTOR DE LA ESCUELA DE POSGRADO DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN AGUSTÍN
Presente.-

Yo Julio Santillan Aldana, identificado con DNI 09964029, en mi calidad de director de investigación de la Empresa ☐ / Institución ☒ Universidad Tecnológica del Perú con RUC 20462509236, ubicada en la ciudad de Arequipa.

OTORGO LA AUTORIZACIÓN,

Al señor(a) Edwin Francisco Pariente Chapana identificado(a) con DNI N° 40231372 que ha culminado su Maestría ☐ / Doctorado ☒ en Ciencias: Educación de la Universidad Nacional de San Agustín de Arequipa, para que utilice la siguiente información de la empresa: Calificaciones del pre test y post test aplicado a los estudiantes del estudio de investigación ya sea en forma oral, visual, escrita, grabada en medios magnéticos o en cualquier otra forma tangible y que se encuentre claramente marcada como tal al ser entregada al estudiante, con la finalidad de que pueda desarrollar su Trabajo de Investigación para optar el grado de Maestría ☐ / Doctorado ☒.

En virtud de esta autorización, el estudiante se compromete a lo siguiente:

1. No divulgar ni usar para fines personales la "Información Confidencial" que, con objeto de la relación o actividad académica, le fue suministrada por parte de la Empresa
2. No proporcionar a terceras personas, verbalmente o por escrito, directa o indirectamente o a través de cualquier medio de comunicación, información alguna de las actividades y/o procesos de cualquier clase que fuesen observadas en la empresa durante la duración del proyecto y
3. No utilizar completa o parcialmente ninguno de los productos (documentos, metodología, procesos y demás) relacionados con el proyecto. El estudiante asume que toda información y el resultado del proyecto serán de uso exclusivamente académico.

El material suministrado por la empresa será la base para la construcción de un estudio de caso o el desarrollo de sus actividades o prácticas académicas. La información y el resultado que se obtenga del mismo podrían llegar a convertirse en una herramienta didáctica que apoye la formación de los estudiantes.

En caso de que el estudiante incumpla parcial o totalmente las obligaciones enumeradas en el presente acuerdo, queda sujeto a la responsabilidad civil por daños y perjuicios que cause a la Empresa, así como a las sanciones de carácter penal o legal a que se hiciere acreedor.

Adjunto a esta carta, está la siguiente documentación:

☐ Ficha RUC

Indicar si el Representante que autoriza la información de la empresa, solicita mantener el nombre o cualquier distintivo de la empresa en reserva, marcando con una "X" la opción seleccionada.

☐ Mantener en Reserva el nombre o cualquier distintivo de la empresa;
☐ Mencionar el nombre de la empresa. ____________________

UTP
Julio Francisco Santillán Aldana
Director de Investigación
Región Sur

El egresado declara que los datos emitidos en esta carta y en el Trabajo de Investigación, son auténticos. En caso de comprobarse la falsedad de datos, éste será sometido al inicio del procedimiento disciplinario correspondiente; debiendo asumir todo tipo de responsabilidad ante posibles acciones legales que la empresa, otorgante de información, pueda ejecutar.