Enseñar a resolver ecuaciones desde el concepto de función haciendo uso del lenguaje python implementado a través de cuadernos Jupyter y las representaciones tabular y gráfica, dejando de privilegiar al razonamiento algebraico

Marco Julio Cañas Campillo[[1]](#footnote-2)

*Universidad de Antioquia*

Colombia

Geogebra es escolar, por tanto, dificulta la graficación e interpretacion de los gráficos por que no se autoescala.

Desde este punto de vista, las ecuaciones, son comparaciones de funciones y resolverlas, significa encontrar puntos del dominio donde estas funciones se hacen de igual valor.

Indudablemente, las expresiones algebraicas definen funciones, es decir, para cada valor de x, la expresión algebraica asume un único valor. Por ejemplo, en el caso de la expresión algebraica 2x, esta expresión derine una relación entre puntos posibles para x y los resultados al sustituir estos puntos en la expresión. Así, podríamos escribir esta relación como $y = f(x) = 2x$.

Esta es una propuesta de presentación de los conceptos de función y ecuación para educación superior, en el programa de Licenciatura en Matemáticas. De ninguna manera pretende ser una secuencia adecuada de enseñanza de estos conceptos en educación secundaria.

Toda esta historia empieza en un modelo de enseñanza que busca el Aprendizaje Basado en Problemas o ABP que decidí implementar en mi labor de enseñanza en los estudiantes del programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Antioquia en el Campus Caucasia.

Este modelo exige enseñar enfocado a la solución de problemas reales y cercanos al contexto de mis estudiantes. Lo que implica enseñar a las funciones como modelos matemáticos descriptores, explicativos o predictivos de la realidad.

Uno de los modelos escolares más presente en la naturaleza es el de *proporcionalidad directa* que se puede modelar con la expresión funcional y = f(x) = kx, donde k es la constante de proporcionalidad. Un ejemplo sencillo de modelación de una situación real es en la que se pretende mostrar la relación entre el número de huevos n y el precio p que debo pagar por todos ellos. Al estudiante le es fácil ver que si un huevo vale 600 pesos colombianos, entonces p = 600\*n es decir, que el precio es proporcional al número de huevos que compre, donde el modelo es una igualdad que expresa que el precio a pagar es un múltiplo del número de huevos. Las representaciones tabulares y gráficas de esta función, le permiten al estudiante caracterizar esta relación.

|  |  |
| --- | --- |
| n | p |
| 1 | 600 |
| 2 | 1200 |
| 3 | 1800 |
| 4 | 2400 |
| 5 | 3000 |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

Y el lenguaje de programación python, implementado a través de cuadernos Jupyter, permite al estudiante realizar estas caracterizaciones de manera comprensiva y sencilla al facilitarle la elaboración de la tabla y del gráfico y permitirle consignar en un entorno integrado las interpretaciones de estas representaciones. Este lenguaje y el capacitarse en la interpretación y lectura de tablas y gráficos lo capacita para la investigación, la empresa privada y la ciencia de datos.

Si después de elaborar las representaciones tabular y gráfica a los estudiantes, se les pide que entregue al menos 5 interpretaciones para cada representación, veremos los profesores que es fácil llegar a conclusiones como que:

las funciones de proporcionalidad directa son de velocidad de cambio constante y que las funciones de velocidad de cambio constante son lineales.

Ya con una ejemplo de variación de temperatura en Caucasia de las

|  |  |
| --- | --- |
| hora | Temperatura en Caucasia |
| 8:00 AM | 24 |
| 9:00 AM | 26 |
| 10:00 AM | 28 |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

El estudiante puede llegar a que el modelo funcional es T = 24 + 2\*h, es decir, un modelo de proporcionalidad directa aumentado en una constante.

Para llegar a la forma general de y = b + mx que es el modelo general de funciones lineales que conocemos y al presentar las dos representaciones tabular y gráfica, el estudiante puede llegar a inferencias, de que estas también corresponden a funciones de velocidad de variación contante de gráfico lineal. Es decir, hemos logrado que el estudiante vincule una parte de su realidad al concepto de función lineal.

Para terminar de consolidar la capacidad de los estudiantes de relacionar las representaciones algebraica $y = f(x) = b + mx$ con la velocidad de variación constante dada por la tabla y la linealidad dada por el gráfico podemos pedir a la inteligencia artificial ChaptGPT 4o que nos construya 20 ejercicios de fijación similares al siguiente: “dame 10 ejercicios similares al siguiente: encuentre la expresión algebraica que modele la tabla y luego grafique la tabla y saque por lo menos 5 conclusiones, interpretaciones o inferencias”. Esto con el objetivo de que el estudiante reconozca como equivalentes a las representaciones $y = f(x) = b + mx$, a su representación tabular donde evidencia la velocidad de cambio constante y la característica de que el gráfico es lineal.

Luego, presentamos el significado de la ecuación b+ mx = 0 como el problema de determinar qué valores de x tiene imagen cero bajo esta función lineal lo que el estudiante puede resolver por completación de la tabla o buscando el punto de intersección de la función lineal y = b + mx con la función cero que es el eje horizontal o eje x. Así, hemos enseñado a los estudiantes a resolver ecuaciones lineales desde una representación tabular y desde una representación gráfica. Ya luego, podemos enseñar a resolver estas ecuaciones con los métodos basados en operaciones algebraicas, los cuales requieren mayor complejidad. Lo que quiere decir, que es posible enseñar a los estudiantes a resolver ecuaciones lineales desde una representación tabular de la función lineal asociada o de la representación gráfica de la misma.

Lo interesante de esta propuesta, es su aplicabilidad a la solución de los demás tipos de ecuaciones como cuadráticas, con radicales y con fracciones presentadas en el precálculo de Stewart. Por lo tanto, mi hipótesis como investigador en didáctica de la matemática es que es viable y apropiado para el aprendizaje significativo de los estudiantes, el presentar las ecuaciones desde el concepto de función para poder solucionarlas haciendo uso de las representaciones tabulares y gráficas de estas, lo que permite que un lenguaje como python, permita que los estudiantes utilicen tecnología en la difícil tarea de aprender a resolver ecuaciones de estos tipos.

# INTRODUCCIÓN

El trabajo de los ingenieros consiste principalmente en detectar, reconocer y resolver problemas, pero en este siglo, cuando la evolución social ha llevado a la sociedad a las puertas de un nuevo orden mundial, esta función también se ha convertido en parte integral de la labor de la mayoría de profesionales. Los seres humanos conviven en medio de problemas, desde los más simples hasta los más complejos, y cuando se reúnen en conglomerados sociales incrementan su complejidad. Esta sociedad, más que nunca antes en la historia, enfrenta complicados desafíos que debe comprender, analizar y solucionar para asegurar su supervivencia, y proyectar la de la siguiente [1].

Para atender este requerimiento los sistemas de formación deben mantener una continua comunicación con la realidad, con el objetivo de preparar a los futuros profesionales para que se desempeñen adecuadamente cuanto les corresponda vivirla. Este objetivo tiene una característica básica: *la necesidad de desarrollar un pensamiento lógico y una adecuada interpretación abstracta,* para lograr la resolución eficiente y efectiva de esos problemas. En la formación de ingenieros para el siglo XXI esta necesidad es un componente básico, porque su desempeño estará regido ampliamente por una adecuada interpretación del problema, antes que de presentarle una solución.

La práctica ingenieril se puede describir como la solución óptima y práctica de problemas físicos, a través del análisis lógico, sistemático e integral de los hechos científicos. Sin embargo, el número, la complejidad y la falta de claridad de los mismos es tal, que para lograrlo se debe adicionar el juicio y la invariabilidad. Estos componentes hacen parte activa de la intuición personal, la cual se considera como un arte relacionado enteramente con la lógica y la abstracción. El juicio es un reconocido componente de la práctica de la ingeniería, porque la eficiencia y efectividad de las soluciones que se proponen, también dependen de una serie de factores intangibles.

La ingeniería es un campo de las ciencias aplicadas que descansa sobre las bases de la matemática, la física y la química. Para lograr que sus productos respondan a las necesidades sociales, los profesionales en esta área deben adquirir una comprensión amplia y funcional de los procesos, además de un adecuado dominio de las habilidades técnicas [2, 3]. Entre otras habilidades, deben desarrollar una comprensión profunda de los conceptos abstractos, capacidad de pensamiento algorítmico y un razonamiento lógico adecuado [4, 5].

Diversos estudios indican que la habilidad de razonamiento lógico no es independiente de la capacidad intelectual general, y que los estudiantes que razonan lógicamente y resuelven adecuadamente los problemas tienden a obtener mejores resultados en cualquier materia científica [6, 7]. Por lo tanto, la formación en ingeniería, como área científica, debe incluir a la lógica, la abstracción, la matemática y la resolución de problemas en todos los niveles; además, porque como profesionales se espera que dominen y apliquen adecuadamente el pensamiento lógico. Paradójicamente, pocos programas en el mundo atienden esta necesidad formativa [3].

Los ingenieros deben desarrollar la capacidad lógico-interpretativa y abstractiva para desarrollar ese pensamiento, porque su objetivo formativo, al igual que el de los científicos, es ser lógicos y sistemáticos en su razonamiento. Sin embargo, nuevamente, casi ningún *modelo de enseñanza* incluye estas cuestiones en sus procesos. El éxito de la ingeniería del siglo XXI depende, en gran medida, de que los estudiantes hayan convivido desde los primeros niveles con la lógica y el razonamiento lógico, para que puedan potencializarlos y aplicarlos adecuadamente. Desarrollar esta capacidad no es un proceso de último momento, antes de ser profesional; el proceso debe iniciar desde la escuela e ir madurando, en la misma medida que se incrementa el nivel de formación y la exigencia de los problemas.

# LA LÓGICA EN LA FORMACIÓN INGENIERIL

Actualmente, en la mayoría de instituciones los procesos formativos están sobrecargados de información, que los profesores reproducen en el aula, generalmente desde un texto determinado. Esto no aporta al objetivo formativo de desarrollar un razonamiento lógico en los estudiantes, porque *aprenden*, o mejor se *saturan*, con una cantidad de fórmulas y conceptos cuya aplicabilidad es casi inexistente. De esta forma se capacitan para resolver tareas repetitivas y problemas simples, pero no desarrollan un razonamiento para solucionar lógicamente problemas con algún grado de complejidad, porque este tipo de contextos no se trabaja en el aula, aunque se tenga los conocimientos necesarios para hacerlo. Por ejemplo, un estudiante de ingeniería asiste a varios cursos de matemática en su proceso, pero debido a que el currículo no está integrado, las fórmulas y conceptos que *aprende* no tienen ningún valor, cuando debe resolver problemas que necesitan integración de éstas y otras áreas del programa [8].

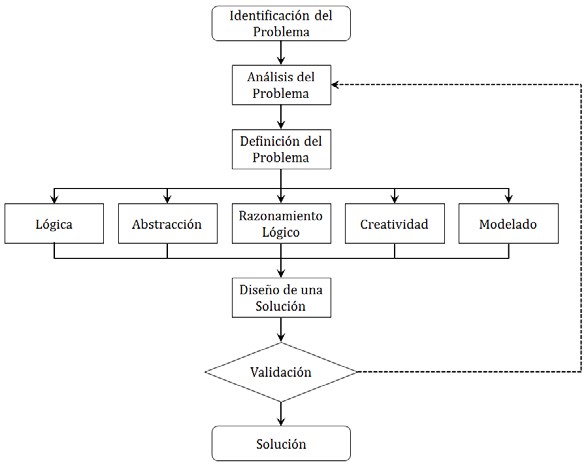
Entonces, se requiere procesos formativos que involucren a la lógica de forma paralela e integradora a lo largo y ancho del currículo. En ingeniería, el conocimiento sin aplicación práctica no es más que, como lo llaman los mismos estudiantes, *relleno* académico para complementar los créditos. Los problemas de este siglo necesitan soluciones innovadoras, creativas y retadoras, pero esto solo será posible en la medida que se *enseñe* lógica de manera diferente y se aproveche el razonamiento lógico que, por naturaleza, deben poseer los estudiantes, para potencializarlo mediante procesos experimentales, prácticos e integradores, pero sobre todo que se puedan aplicar en la vida real. Actualmente, esta situación es crítica, pero todavía no desesperada.

Si se modifican un poco los procesos educativos, y a partir de los experimentos de Susanna Epp [9], se podría cambiar radicalmente el nivel de comprensión y de razonamiento en los estudiantes. En su investigación les solicitó no solo resolver los ejercicios propuestos, sino que también les añadieran breves observaciones. Inicialmente esos comentarios eran opiniones para los profesores, porque se relacionaban con que los estudiantes no entendían el material, pero posteriormente se convirtieron en la base para diseñar procesos de interpretación y comprensión, que podían utilizar cuando estudiaban solos. Los resultados fueron alentadores, porque los estudiantes que participaron se convirtieron en críticos lógicos, con su propio trabajo y con el de los compañeros.

Por otro lado, una adecuada formación en lógica permite desarrollar y aplicar procesos de creatividad. Esta relación se puede comprender mediante una comparación entre el funcionamiento del cerebro, durante el proceso de pensamiento, y el de un computador al calcular [10]. Cuando una persona piensa almacena sus recuerdos como información relacionada, de la misma forma que un computador almacena datos en archivos para su posterior recuperación. Cuando necesitan alguna información, tanto el cerebro como el computador, buscan los datos en los archivos almacenados y los ordenan lógicamente para convertirlos en información, y si recopilan nuevos datos los asignan fácilmente al archivo correspondiente.

La cuestión se complica cuando los datos requeridos no se encuentran almacenados, o están corruptos. El computador se limitará a informar que no encuentra información relacionada, o que no puede procesarla por algún error de hardware o software; por el contrario, el cerebro recurre a la capacidad creativa para correlacionar, combinar, mezclar, probar, abstraer y representar los datos desde otros archivos, e intentará responder a la solicitud aplicando un algoritmo como el que se presenta en la Figura 1. Claro que, para lograrlo, la persona necesita haber recibido una adecuada formación en lógica, de lo contrario responderá cual simple computador: *eso no me lo enseñaron*.

Resolver problemas lógicamente es un proceso de búsqueda a través de datos conocidos, a los que se adiciona información para complementar el archivo básico en ese tema en particular. Por ejemplo, para resolver un problema matemático el cerebro aplica razonamiento lógico: primero busca en el archivo *cómo aplicar matemáticas,* hasta que encuentre la información relacionada con el problema, pero si no encuentra la información, ese mismo razonamiento lo orienta a hacer ciencia para buscarla y descubrirla, y de esta forma llenará el vacío que tiene en los archivos. Este proceso se logra porque la persona se ha formado en lógica y ha desarrollado un razonamiento que le permite seguir o construir un camino, mediante pasos cuidadosamente estructurados y asegurándose de que cada uno se apoya firmemente en el conocimiento previo [4].



**Figura 1.** Capacidad creativa del cerebro para solucionar problemas

Las habilidades y los principios ingenieriles con los que se forma a los ingenieros se deben orientar a través de procesos lógicamente relacionados, y no puede ser una cuestión de último momento, es decir, en la universidad; es un proceso integral que debe comenzar desde la escuela y que se va desarrollando en la medida que el estudiante progresa en los diferentes niveles. En la formación superior se termina de estructurar a través de aplicaciones más sofisticadas, pero si el estudiante todavía no ha desarrollado esa capacidad, lo más seguro es que opte por abandonar la ingeniería y buscar otra área en la que no sea tan evidente esa falencia [1]. Esto se debe a que gran parte del trabajo de los ingenieros requiere cálculos y análisis, tareas que dependen ampliamente del razonamiento lógico, por lo tanto, estos profesionales deben ser lógicos para tener éxito.

# APROXIMACIÓN AL RAZONAMIENTO LÓGICO

Se trata de un proceso racional del cerebro a través del cual las personas llegan a conclusiones *correctas*, pero es uno de los conceptos del aprendizaje que suele ser más difícil de alcanzar [11]. Se logra a través del desarrollo de la capacidad lógica y de una relación racional entre los diferentes factores que intervienen en cada situación determinada. El razonamiento lógico depende esencialmente de la habilidad para estructurar y formular procedimientos lógicos y de aplicar procesos inferenciales con un lenguaje preciso [12].

En los resultados de sus investigaciones Smith [13] describe que existe una relación entre los conceptos de razonamiento y pensamiento lógico. Considera al razonamiento como una definición común de pensar, que a veces se utiliza como sinónimo en el significado general de la palabra *pensamiento*. Además, explica que a veces el razonamiento se utiliza para: 1) justificar una conclusión a la que se ha llegado, y 2) convencer a alguien de que acepte una conclusión. Esto implica que el término se podría utilizar para hablar del pasado, como en la primera categoría, o del futuro, como en la segunda categoría. Smith hace hincapié en que los pensamientos o acciones pueden estar fuertemente atados mediante *cadenas de razonamiento*, las cuales hacen las veces de enlaces. Sin embargo, también afirma que la habilidad de razonar viene con la comprensión acerca de lo que se está tratando de razonar, para lo cual se requiere capacidad lógica para interrelacionar ambas cuestiones.

A su vez, Nigel [14] considera que el razonamiento lógico permite la construcción de argumentos eficaces en respuesta a los problemas. Otra cuestión es que las personas, que pertenecen a culturas diferentes, pueden llegar a conclusiones disímiles sobre el mismo asunto, porque razonan diferente [1, 13], pero Smith [13] afirma que esa diferencia no es porque pertenezcan a diferentes culturas y tengan diferentes niveles de habilidad, sino porque tienen diferentes visiones del mundo, en respuesta a como han sido formadas. Porque la cultura es la forma de racionalizar el mundo, pero la capacidad lógico-interpretativa es la forma como se interviene.

Al desempeñar una profesión se puede generar diferencias en el razonamiento lógico [13], por ejemplo, los ingenieros podrían razonar diferente a los médicos y a los filósofos; e incluso dentro de la misma profesión los razonamientos pueden variar, debido a la posición desde la cual se razona. Esto lo investiga Smith [13] y llega a la conclusión de que estas diferencias tienen como base una serie de factores, entre los que se incluye a la cultura, los valores, los roles, las tareas y las personalidades, pero, sobre todo, a la capacidad de comprender los problemas mediante razonamiento lógico. Sin embargo, cuando lo lógico genera conflictos con los valores individuales, usualmente éstos suelen triunfar, porque son más fuertes que la lógica. Aunque esto no suele suceder muy a menudo, porque las personas provienen de diferentes procesos formativos y por tanto razonan diferente. Smith sostiene que lo único que las personas deben desarrollar mejor que la lógica debería ser los valores y el sentido común, pero actualmente parece que la formación se orientara a utilizarlos para anularla.

En este mismo sentido, los valores y el sentido común son consecuencia de la experiencia que acumulan las personas y, por lo tanto, crean inferencias y desacuerdos en el razonamiento lógico. En parte debido a los diferentes puntos de vista que tienen para tomar decisiones y llegar a conclusiones, y porque son el resultado de formulaciones acerca del mundo que no están gobernadas por las reglas de la lógica [13]. Sin embargo, el hecho de aceptar una conclusión es en sí un enfoque de razonamiento. Aunque Smith enfatiza que la lógica no puede ser un principio rector detrás de todas las decisiones y conclusiones acerca de mundo, Baron [15] sugiere que sería más útil si se le diera un papel más relevante en el razonamiento lógico cotidiano, es decir, que lo ideal fuera *poner a funcionar el cerebro antes que la boca*. Esto sería de mucho valor para un ingeniero, porque si se le forma para razonar lógicamente, seguro aplicará el proceso de la Figura 1 antes de atreverse a presentar una solución a los problemas cotidianos.

Por lo tanto, la lógica se debería incluir desde las primeras etapas del proceso formativo de todos los estudiantes. Utilizar sencillas relaciones lógicas para expresar el uso de algunas expresiones simples, que les permita relacionar la lógica con las actividades y los diálogos cotidianos. Convendría estructurar un sistema lógico elemental inmerso en el currículo, de tal manera que los estudiantes comiencen a desarrollar o potencializar su capacidad lógico-interpretativa desde edad temprana [16]. Pero esta es una cuestión que parece no tener en cuenta los actuales *sistemas de educación*, en los que prima cuestiones como los valores que, aunque importantes y necesarios, no tienen importancia si no se comprenden racionalmente.

Formar en y desarrollar el pensamiento lógico debe ser un objetivo bien planificado. Los ingenieros lo necesitan para tomar decisiones que les permita solucionar problemas sociales, y en este sentido investigadores como Wason y Johnson [16] proponen métodos sofisticados mediante descripciones lógicas, que pueden ser relevantes como simples relaciones lógicas en los diálogos o actividades cotidianas de los estudiantes. Estas propuestas se deberían tener en cuenta, porque animan a la simplicidad y le dan relevancia a la lógica en los contextos cotidianos de los procesos formativos; además, se podrían utilizar para desarrollar el pensamiento lógico en los estudiantes, claro está, a través de actividades que despierten su interés.

# Razonamiento y lógica

La lógica se refiere a la formalización de las leyes del pensamiento y se centra en la formulación de teorías normativas para describir la forma en que las personas deberían pensar. La psicología cognitiva también se ocupa del pensamiento, pero se centra casi exclusivamente en las teorías descriptivas que estudian *cómo* piensan las personas en la práctica, sin importar si es o no correcto. Estas dos teorías se han desarrollado mayoritariamente de forma aislada y sin una relación directa reconocida, sin embargo, en las últimas décadas los psicólogos desarrollaron la teoría de los *procesos duales*, que se comprende como la combinación de teorías descriptivas y normativas [17]. Por su parte, las teorías descriptivas tradicionales se centran en el pensamiento intuitivo, el cual es asociativo, automático, paralelo y subconsciente, mientras que las normativas, por el contrario, se centran en el pensamiento deliberativo, el cual se basa en normas, requiere esfuerzo y es serial y consciente.

De acuerdo a estos principios se puede argumentar que la lógica es una cuestión relacionada con los procesos duales, debido a que combina el pensamiento intuitivo y el deliberativo, pero que no solo se refiere a pensar en abstracto, sino que también simboliza los pensamientos representados en forma de oraciones, y al pensamiento como la manipulación de afirmaciones, para generar nuevos pensamientos. Por lo que la lógica, vista desde esta perspectiva, se puede considerar como la formalización del lenguaje del pensamiento humano [18].

La lógica y el razonamiento son habilidades cognitivas a través de las cuales se llega a conclusiones sólidas, para tomar decisiones y resolver problemas en la vida cotidiana. Las personas llegan a ellas con base en el procesamiento de la información que reciben a través de los sentidos. Pero, a pesar de que constantemente aplican ambas habilidades, muchas veces ni siquiera son conscientes de que lo hacen. Al recibir estímulos y aplicar la lógica para llegar a conclusiones correctas, están realizando la tarea mental de razonamiento, sin embargo, a diferencia de las decisiones instintivas, es decir, las que se realizan sobre la base de respuestas emocionales, el razonamiento cognitivo suele requerir mayores tiempos de respuesta [19].

La lógica y el razonamiento están estrechamente vinculados y, con frecuencia, trabajan juntos para ayudarles a las personas a *funcionar* correctamente, y sin estos dos componentes cognitivos les sería difícil conducir racionalmente sus vidas [18]. Por otro lado, ambos hacen parte y son necesarios en los procesos mentales que los ingenieros aplican para solucionar problemas, y dado que su entorno está constantemente *bombardeado* con estímulos complejos, que involucran numerosas características variables, deben desarrollar la capacidad lógico-interpretativa para responder a estas exigencias. La formación en estos conceptos les ayudará a desarrollar la habilidad necesaria para enfrentar los entornos dinámicos, es decir, los ingenieros necesitan formación en lógica y en otros conceptos para desarrollar razonamiento lógico para identificar y comprender los problemas, pero también para presentarles soluciones. Cuando logran ese desarrollo adquieren la capacidad de combinar múltiples procesos cognitivos, como la memoria, la atención, la velocidad de procesamiento y la flexibilidad, que necesitan para reconocer patrones, sacar conclusiones y tomar decisiones [20].

# Razonamiento lógico y resolución de problemas

Resolver problemas en ingeniería puede ser divertido, pero también puede ayudar a determinar la dirección de esta carrera, porque en ese proceso los estudiantes deben poner a prueba su lógica y habilidades de razonamiento [21]. Alcanzar un pensamiento crítico fuerte y unas habilidades de razonamiento lógico adecuadas les ayudará a tomar mejores decisiones, y a resolver problemas con mayor eficacia. En cualquier caso, cuando los ingenieros se enfrentan a problemas deben estar lo suficientemente preparados, haber desarrollado su sentido común y habilidades suficientes para diferenciar entre evidencias buenas y malas [22], y ser capaces de extraer conclusiones lógicas a partir de ellas. Entre otras cosas, deben tener en cuenta que:

1. Muchas de las cuestiones que ponen a prueba el sentido común se presentan como escenarios de toma de decisiones. Aunque la situación puede ser ajena al ingeniero y las preguntas pueden parecer complicadas, la respuesta la encuentra al recordar cómo dividir el problema en sus partes y cómo pensar lógicamente acerca de la situación. El sentido común es una característica importante que deben desarrollar estos profesionales, y a menudo se representa como un instinto ante una situación a la que responde con lo primero que le ofrezca el razonamiento. Pero conscientemente genera un proceso que le recuerda lo que es correcto y lo que es incorrecto, por lo que es conveniente que aprenda también a escuchar esta parte.
2. Las pruebas de la lógica deductiva miden a menudo las habilidades de razonamiento inductivo, por lo que son útiles para evaluar si una evidencia fuerte de un argumento deductivo es creíble y razonable.
3. Los contextos a los que se enfrentan los ingenieros ponen a prueba sus habilidades de razonamiento, y en algunos casos necesitarán sacar conclusiones desde las evidencias. Una habilidad necesaria para responder a esto es asegurar una respuesta correcta mediante procesos de eliminación. Por lo que, dadas las evidencias que ofrecen los contextos, debe ser capaz de eliminar automáticamente algunas de las posibles respuestas.

# EL RAZONAMIENTO LÓGICO EN LA INGENIERÍA

En general, la toma de decisiones involucra el mecanismo sensorial, la percepción, la cognición y la expresión de resultados en el cerebro [21], y a menudo se siente, percibe, piensa, recuerda y razona de manera adaptativa, consciente e inconsciente. Por otro lado, cuando los ingenieros se enfrentan a problemas o situaciones en la vida, donde deben tomar una decisión, necesitan aplicar lógica y razonamiento lógico para alcanzar los resultados, por lo que es importante que su formación esté permeada por procesos orientados a desarrollar ambas capacidades.

Generalmente, la lógica se basa en la deducción, un método de inferencia exacta que estudia el razonamiento *correcto* conformado por lenguaje y razonamiento [22]. Por otro lado, el razonamiento lógico implica decidir qué hacer para lograr éxito a partir de la emisión de una intención. Estas decisiones se estructuran mediante un conjunto de acciones viables, un conjunto de restricciones y un conjunto de posibles caminos a tomar, y la decisión consiste en encontrar la mejor secuencia de eventos, admisibles y aceptables, y de acciones que permitan pasar de la *intención* a la *acción* y, para alcanzar los mejores resultados, cada paso entre el pensamiento y la acción se debe realizar con lógica y razonamiento lógico. Pero a menudo se aplica el sentido común para la toma de decisiones, el cual determina qué hacer, independientemente de lo que se piensa, y es un factor clave para el actuar de los ingenieros, porque, aunque la base de sus decisiones siempre será la lógica, es probable que les ayude a enfrentar la complejidad del mundo real, a la vez que un acceso directo y rápido a la toma de decisiones críticas.

Otro asunto es cuando estos profesionales se enfrentan con cuestiones morales, ante las cuales muchas veces deben actuar por instinto y detenerse a razonar sobre qué hacer, ante lo cual sus acciones serán más consistentes con sus pensamientos. Frente a circunstancias difíciles o de alta importancia normalmente tienen tres posibilidades para tomar decisiones: 1) que las circunstancias de la situación sean comparables a otras que han enfrentado, 2) que el problema sea diferente de los anteriores, y 3) que algunas cuestiones de la situación ya hayan sido tratadas con éxito. En cualquiera de ellas el ingeniero debe combinar los éxitos previos para alcanzar los resultados deseados y solucionar la situación presente. Pero como no puede ser especialista en cada situación, necesita aplicar razonamiento lógico para proceder [20]. Otros aspectos importantes para el razonamiento lógico son:

* *La lógica filosófica*. Debido a su influencia en la vida de las personas y a sus contribuciones para la solución general de problemas. Entre otras cosas, ayuda a analizar los conceptos, las definiciones, las discusiones y los problemas mismos, y contribuye a la capacidad de organizar ideas y cuestiones relacionadas con cada situación.
* *Las habilidades de comunicación*. Porque de la forma cómo se expresa una persona depende en gran medida que otros comprendan la solución que describe. Las ideas se deben presentar a través de argumentos bien construidos, sistemáticos y razonados.
* *Poder de persuasión*. Para lo que es necesario aprender a construir y defender los puntos de vista propios, y apreciar las posiciones que compiten, e indicar con firmeza porque deber ser considerada como la mejor alternativa.
* *Habilidades de escritura*. Lo que se logra mediante lógica y razonamiento en la realización de escritura interpretativa y argumentativa, retratando detalles de ejemplos concretos.

En este sentido George Boole escribió su obra pensando en investigar las leyes fundamentales de las operaciones de la mente, por las cuales el razonamiento se lleva a cabo, y les dio expresión en el lenguaje simbólico del cálculo, y creía que el razonamiento humano se guiaba por la lógica formal [23]. Esta visión de la lógica se remonta a Aristóteles, quien creó la lógica modal y de silogismos, e introdujo la calificación necesaria y posible a las premisas [24]. Hasta hace poco la comprensión de un sistema eficaz de toma de decisiones se basaba en la lógica formal y la estadística, pero Braverman [23] opinaba que una situación de decisión real, sin importar su nivel de complejidad, se podía descomponer mediante un proceso de reducción en sus partes constitutivas a cualquier nivel de detalle, y que la suma de las soluciones a cada componente individual daría como resultado la solución general, a la que se llega mediante una aplicación continua de razonamiento lógico.

Por otra parte, la hipótesis científica de que las personas tienen lógica inherente como base para el pensamiento racional, fue fuertemente influenciada por los escritos de Piaget e Inhelder [25]; sin embargo, estudios posteriores demostraron que la realidad es diferente. Las falacias lógicas son comunes, y despiertan un interés permanente, debido a que el razonamiento humano es propenso a ellas [24, 26]. Los hallazgos en varios experimentos de razonamiento lógico demuestran que, a menudo, las personas cometen errores lógicos y sacan conclusiones innecesarias, pero plausibles, con base en sus creencias. La obra de Kahneman et al. [27] respalda la opinión de que el razonamiento lógico viola sistemáticamente las normas para el razonamiento estadístico, ignorando, entre otras cosas, las tasas de base, el tamaño de la muestra y las correlaciones. En su investigación tuvieron en cuenta el razonamiento probabilístico bayesiano, como criterio normativo para que un agente sea perfectamente racional, y encontraron que los humanos están sistemáticamente a la altura de la norma, con lo que concluyeron que, al parecer, el hombre no es un bayesiano conservador: *no es un bayesiano en absoluto*.

Richardson [26] afirma que los estudios de toma decisiones formales deben ser reemplazados por la racionalidad limitada, porque de esta manera se elimina la complejidad de las situaciones del mundo real. Un ingeniero sin formación en lógica tiene dificultades para desarrollar el razonamiento lógico y, por tanto, tendrá dificultades para aislar una tarea específica de razonamiento desde su entorno y se concentrará básicamente en las premisas dadas. Evans [28] afirma que, por defecto, el modo para el razonamiento lógico es pragmático y no deductivo o analítico, y que las personas tienden a seleccionar alternativas creíbles, es decir, a elegir algo que sería plausible en el mundo real, en lugar de seguir las reglas razonadas lógicamente.

El razonamiento lógico, como componente central cognitivo, depende de las teorías de la comprensión, de la memoria, del aprendizaje, de la percepción visual, de la planificación, de la resolución de problemas y de la toma de decisiones [29]. De acuerdo con este autor el cerebro tiene dos caminos complementarios para la toma de decisiones: 1) uno para el razonamiento, y 2) otro para la activación inmediata de experiencias emocionales previas en situaciones semejantes. El segundo es una especie de reacción a una *sensación visceral,* que activa una señal emocional para aumentar la eficiencia del proceso de razonamiento y hacerlo más rápido.

La diferencia en la forma como los ingenieros llevan a cabo estos procesos y como lo hacen otros profesionales es que en la mayoría de situaciones no pueden obrar por instinto, porque no lo pueden considerar como un sustituto para el razonamiento verdadero, aunque éste tome una ruta más larga. Cuando la situación requiere una respuesta el cerebro le pide imágenes relacionadas con la situación y las opciones para la acción, y de esta forma se anticipa a los resultados futuros mediante representaciones abstractas, y a través de estrategias de razonamiento lógico operará sobre ese conocimiento para tomar una decisión.

Naturalmente, la dificultad en el razonamiento lógico para resolver problemas depende de factores diferentes a los mecanismos de razonamiento *per se*. Si un ingeniero no logra comprender el planteamiento del problema, no entenderá la tarea que se supone debe realizar y no podrá estructurar ni formular una solución adecuada, porque sus respuestas no reflejarán un proceso de razonamiento correcto. Varias dificultades metodológicas se observan en estos procesos, pero se ha demostrado que una adecuada formación le permitiría superar esta especie de aislamiento [30].

Para las personas es difícil llevar a cabo algo no-natural, como el razonamiento deductivo, porque tienen que hacer caso omiso de los pensamientos más normales y adherirse a un caso restringido. Los ingenieros, como los científicos, deben estar mejor preparados para pensar en sistemas restringidos y artificiales. Mortimer y Wertsch [10] explican que el lenguaje científico tiene una gramática diferente, y que uno de los problemas para que los estudiantes no logren desarrollar un razonamiento lógico adecuado es porque son reacios al cambio, y no aceptan modificar su lenguaje natural por el discurso teórico utilizado por los profesores. Por otro lado, las habilidades de argumentación dependen en gran medida de la formación en lógica, porque los sistemas *educativos* parecen concentrarse en diferentes aspectos de la capacidad de análisis, y olvidan lo relacionado con la abstracción y el modelamiento [32].

Por naturaleza, el cerebro humano tiene cierta capacidad para el razonamiento lógico, pero primero necesita potencializar, y en algunos casos desarrollar, la capacidad lógico-interpretativa y abstractiva [33], especialmente en las profesiones cuyo centro de actividad es la resolución de problemas, como la ingeniería. En la Tabla 1 se presenta una adaptación de la taxonomía de Bloom al desarrollo del razonamiento lógico que deben poseer los ingenieros. Lograr el desarrollo de estas habilidades y capacidades debe ser el objetivo de los currículos en ingeniería.

**Tabla 1**. Taxonomía del desarrollo del razonamiento lógico

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Habilidad** | **Capacidad** | **Contexto** |
| Conocimiento | Recoger, describir, identificar, listar, mostrar, contar, tabular, definir, examinar, etiquetar nombrar, re- contar, citar, enumerar, partir, leer, registrar, reproducir, copiar, seleccionar. | Fechas, eventos, lugares, vocabulario, ideas clave, partes de un diagrama,… |
| Comprensión | Asociar, comparar, distinguir, ampliar, interpretar, predecir, diferenciar, contrastar, describir, discutir, estimar, grupo, resumir, ordenar, citar, convertir, explicar, parafrasear, reafirmar, rastrear. | Encontrar significados, transferir e interpretar hechos, inferir causas y consecuencias,… |
| Aplicación | Aplicar, clasificar, cambiar, ilustrar, resolver, demostrar, calcular, completar, resolver, modificar, mostrar, experimentar, relacionar, descubrir, actuar, administrar, articular, trazar, recoger, computar, construir, determinar, desarrollar, establecer, preparar, producir, reportar, enseñar, transferir, utilizar. | Utilizar información en nuevas situaciones, resolver problemas,… |
| Análisis | Analizar, organizar, conectar, dividir, inferir, separar, clasificar, comparar, contrastar, explicar, seleccionar, ordenar, desglosar, correlacionar, diagramar, discriminar, enfocar, ilustrar, perfilar, priorizar, subdividir, señalar, priorizar. | Reconocer y explicar patrones y significados, consultar partes y totalidades,… |
| Síntesis | Combinar, componer, generalizar, modificar, inventar, planear, sustituir, crear, formular, integrar, reorganizar, diseñar, especular, reescribir, adaptar, anticipar, colaborar, compilar, idear, expresar, facilitar, reforzar, estructurar, sustituir, intervenir, negociar, reorganizar, validar. | Discutir *qué pasaría* ante una situación, crear nuevas ideas, predecir y sacar conclusiones,… |
| Evaluación | Evaluar, comparar, decidir, discriminar, medir, clasificar, probar, convencer, concluir, explicar, graduar, juzgar, resumir, apoyar, evaluar, criticar, defender, persuadir, justificar, replantear. | Hacer recomendaciones, evaluar valores y tomar decisiones, criticar ideas,… |
| Dominio afectivo | Aceptar, intentar, desafiar, defender, disputar, unir, juzgar, contribuir, alabar, preguntar, accionar, apoyar, colaborar. | Este dominio se refleja en las relaciones interpersonales, las emociones, las actitudes y los valores. |

# CONCLUSIONES

El análisis realizado en este trabajo revela que los estudiantes de ingeniería, a pesar de poseer entrenamiento formal en lógica matemática, frecuentemente aplican un razonamiento pragmático para resolver problemas. La preferencia por este razonamiento plantea ciertas preocupaciones acerca de su capacidad para tomar buenas decisiones en la vida laboral. Debido a que en el razonamiento cotidiano de estos profesionales se requiere estrictos requisitos lógicos, los contenidos curriculares se deberían estructurar con el objetivo de desarrollar en ellos una lógica diferenciadora, porque en las decisiones profesionales de ingeniería es necesario respetar una serie de reglas lógicas.

La necesidad del razonamiento lógico en la vida profesional de los ingenieros lleva a la conclusión de que en sus procesos formativos se debe enfatizar en la lógica y el pensamiento sistemático. Los ingenieros deben ser capaces de seleccionar adecuadamente un razonamiento lógico para cada situación, y de alternar entre el razonamiento cotidiano, el formal y riguroso, y la solución creativa y heurística de los problemas. Por todo esto es necesario potencializar en ellos una buena capacidad para reflexionar acerca de las funciones cognitivas y de las habilidades meta-cognitivas. Por lo tanto, el objetivo de desarrollar la capacidad lógico-interpretativa y abstractiva necesita ser abordado explícitamente en los planes de estudios.

Este análisis también indica que el lenguaje afecta más de lo esperado la capacidad de razonamiento lógico formal de los ingenieros. El resultado sugiere que el lenguaje, como medio de estudio, tiene un efecto más fuerte en el aprendizaje de la ciencia y la ingeniería de lo que se cree comúnmente. Si este hallazgo se confirma con estudios posteriores se deberá prestar mayor atención a la forma como se capacita en lectura y escritura en general. Sin embargo, se necesita más estudios para confirmar y explicar en qué medida las influencias lingüísticas influyen el desarrollo del razonamiento lógico.

La lógica y el razonamiento lógico son importantes en la formación y el desarrollo profesional de los ingenieros. En ninguna otra área del conocimiento es tan necesaria este tipo de formación, porque a través de su adecuado desarrollo serán capaces de ampliar la gama de cosas que conocen y comprenden, de propiciar el auto-conocimiento, de comprender los problemas y de presentar soluciones eficientes y eficaces. Por lo tanto, los sistemas educativos y los programas curriculares deberán darle la importancia que se merecen estas áreas, e incluirlas relacionalmente en los currículos. De esta manera será posible que los futuros ingenieros puedan resolver adecuadamente los complicados problemas de la sociedad del siglo XXI en el nuevo orden mundial.

# REFERENCIAS

1. Gellatly A. (1986). Skill at reasoning. En Gellatly A. (ed.), The Skilful Mind: An Introduction to Cognitive Psychology (pp. 159-170). Open University Press.
2. Hakkarainen K. et al. (2004). Communities of Networked Expertise. Professional and Educational Perspectives. Elsevier.
3. Moss J. et al. (2006). The role of functionality in the mental representations of engineering students: Some differences in the early stages of expertise. Cogn. Sci. 30, 65-93.
4. Eckerdal A. y Berglund A. (2005). What does it take to learn ‘Programming thinking’? En 1st Int. Computing Education ResearchWorkshop. Seattle, USA.
5. Faux R. (2006). Impact of preprogramming course curriculum on learning in the first programming course. IEEE Trans. Educ. 49(1), 11-16.
6. Johnson M. y Lawson A. (1998). What are the relative effects of reasoning ability and prior knowledge on biology achievement in expository and inquiry classes? Res. Sci. Teach. 35, 89-103.
7. Capizzo M. et al. (2006). The impact of the pre-instructional cognitive profile on learning gain and final exam of physics courses: A case study. Eur. J. Eng. Educ. 31, 717-727.
8. Pólya G. (1948). How to solve it, A new aspect of mathematical method. Princeton University Press.
9. Epp S. (1996). A Cognitive Approach to Teaching Logic and Proof. En Symposium on Teaching Logic and Reasoning in an Illogical World. Piscataway, USA.
10. Gazzaniga M. (2002). The split brain revisited. Sci. Amer. 12, 27-31.
11. Haygood R. y Bourne L. (1968). Attribute and rule-learning aspects of conceptual behavior. En Wason P. y Johnson P. (eds.), Thinking and Reasoning (pp. 234-259). Penguin Books.
12. Carrol J. (1964). Language and Thought. Prentice-Hall.
13. Smith F. (1992). To Think. Routledge.
14. Nigel B. (2002). Dovetailing language and context: Teaching balanced argument in legal problem answer writing. English for Specific Purposes 21(4), 321-345.
15. Baron J. (1994). Thinking and Deciding. CUP.
16. Wason P. y Johnson P. (1972). Psychology Of Reasoning: Structure and Content. B.T. Batsford Ltd.
17. Basak C. et al. (2008). Can training in a real-time strategy video game attenuate cognitive decline in
18. older adults? Psychology and Aging 23(4), 765-77.
19. Dahlin E. et al. (2008). Plasticity of executive functioning in young and older adults: Immediate training gains, transfer, and long-term maintenance. Psychology and Aging 23(4), 720-30.
20. DeWall C. et al. (2008). Evidence that logical reasoning depends on conscious processing. Consciousness and Cognition 17(3), 628-45.
21. Sorel O. y Pennequin V. (2008). Aging of the Planning process: The role of executive functioning. Brain and Cognition 66(2), 196-201.
22. Hall E. (1976). Beyond Culture. Doubleday.
23. Kline S. y Delia J. (1990). Reasoning about communication and communicative skill. En Jones B. y Idol L. (eds.), Dimensions of Thinking And Cognitive Instruction (pp. 177-209). Lawrence Erlbaum Associates.
24. Braverman J. (1972). Probability, Logic, and Management Decisions. McGraw-Hill.
25. Hintikka J. (1996). Inquiry as inquiry: A logic of scientific discovery. Jaakko Hintikka Selected Papers.
26. Piaget J. e Inhelder B. (1969). The Psychology of the Child. Basic Books.
27. Richardson R. (1998). Heuristics and satisficing. En Bechtel W. y Graham G. (eds.), A Companion to Cognitive Science (pp. 566-575). Blackwell.
28. Kahneman D. et al. (1982). Judgment Under Uncertainty: Heuristics and Biases. Cambridge Univ. Press.
29. Evans J. (2002). Logic and human reasoning: An assessment of the deduction paradigm. Psych. Bul. 128, 978-996.
30. Damasio A. (2003). Looking for Spinoza. Joy, Sorrow and the Feeling Brain. Vintage/Random House.
31. Rips L. (1998). Reasoning. En Bechtel W. y Graham G. (eds.), A Companion to Cognitive Science (pp. 299-305). Blackwell.
32. Mortimer E. y Wertsch, J. (2003). The architecture and dynamics of intersubjectivity in science classrooms. Mind. Culture. Act. 10, 230-244.
33. Marttunen M. et al. (2003). Comparison of argumentation skills among secondary school students in Finland, France and the United Kingdom. En United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization Conf. Intercultural Education. Jyväskylä, Finland.
34. Tenopir C. y King D. (2004). Communication Patterns of Engineers. IEEE Press.

1. Licenciado En Matemáticas y Física. Contacto: *marco.canas@udea.edu.co* [↑](#footnote-ref-2)