Enseñar a resolver ecuaciones desde el concepto de función haciendo uso del lenguaje Python implementado a través de cuadernos Jupyter y las representaciones tabular y gráfica, dejando de privilegiar al razonamiento algebraico

Marco Julio Cañas Campillo[[1]](#footnote-2)

*Universidad de Antioquia*

Colombia

Debo incluir en este artículo, una diferenciación entre el lenguaje algebraico y el lenguaje python. Pues el lenguaje algebraico es fácil de escribir por ser corto, una sola letra por variable, pero el lenguaje python es de abreviaturas para las variables, lo que lo hace fácil de escribir y legible.

Desde este punto de vista, las ecuaciones, son comparaciones de funciones; y resolver ecuaciones significa encontrar puntos del dominio donde estas funciones se hacen de igual valor. Esta perspectiva posibilita que el estudiante resuelva ecuaciones a partir de las representaciones tabulares y gráficas de las funciones asociadas que le permiten resolver por inspección, lectura o interpretación, lo que resuelve el problema de acceso y manipulación del lenguaje algebraico que aqueja a la gran mayoría de los estudiantes de secundaria y de educación superior. Yo afirmo, desde mi experiencia docente de 16 años, que en cuanto a la educación en modelación matemática, el currículo ha enfatizado en enseñar a resolver ecuaciones y en un porcentaje muy bajo en enseñar a plantear modelos. Es decir, nos dedicamos demasiado a enseñar a resolver modelos y no a enseñar a plantarlos. Esta costumbre no es aplicable en la actualidad, pues la resolución de ecuaciones ya es un problema computacional, y es más importante enseñar a resolver problemas reales que sean modelables matemáticamente. Por eso, en esta reflexon, quiero plantear un modeo de enseñar a modelar utilizando el entorno de lectura experimental llamado Jupyter Notebook y la librería Sympy de Python que resuelve ecuaciones a través de su función incorporada. Y también quiero mostrar como con las representaciones tabulares y gráficas elaboradas con pandas, matplotlib y plotly, el estudiante puede resolver ecuaciones por inspección, lectura o interpretación de estas representaciones semióticas. También debo justificar que el uso de pandas y matplotlib para obtener representaciones tabulares y gráficas, disminuye la distancia entre lo que se enseña en la universidad y lo que requiere en la empresa privada, ya que estas librerías no son escolares, lo que hace que se adapten muy bien a los contextos reales, lo cuales no son los contextos escolares que de las funciones se presentan. Geogebra es escolar, por tanto, dificulta la graficación e interpretacion de los gráficos por que no se autoescala. Y las variables de un contexto real son de valores muy grandes o muy pequeños y de rangos muy diferentes. Esta perspectiva de enseñanza permite generalizar el concepto de ecuación a pregunta por la relación entre dos funciones o variables, y así tener ecuaciones que no necesariamente tienen expresiones algebraicas, pero que si tienen representaciones tabulares de las funciones asociadas a sus lados. Esto es posible en situaciones reales, como por ejemplo para el caso en que en que nos preguntamos sobre cuando las temperaturas de dos municipios son iguales.

Indudablemente, las expresiones algebraicas definen funciones, es decir, para cada valor de x, la expresión algebraica asume un único valor. Por ejemplo, en el caso de la expresión algebraica 2x, esta expresión derine una relación entre puntos posibles para x y los resultados al sustituir estos puntos en la expresión. Así, podríamos escribir esta relación como $y = f(x) = 2x$.

Esta es una propuesta de presentación de los conceptos de función y ecuación para educación superior, en el programa de Licenciatura en Matemáticas. De ninguna manera pretende ser una secuencia adecuada de enseñanza de estos conceptos en educación secundaria.

Toda esta historia empieza en un modelo de enseñanza que busca el Aprendizaje Basado en Problemas o ABP que decidí implementar en mi labor de enseñanza en los estudiantes del programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Antioquia en el Campus Caucasia.

Este modelo exige enseñar enfocado a la solución de problemas reales y cercanos al contexto de mis estudiantes. Lo que implica enseñar a las funciones como modelos matemáticos descriptores, explicativos o predictivos de la realidad.

Uno de los modelos escolares más presente en la naturaleza es el de *proporcionalidad directa* que se puede modelar con la expresión funcional y = f(x) = kx, donde k es la constante de proporcionalidad. Un ejemplo sencillo de modelación de una situación real es en la que se pretende mostrar la relación entre el número de huevos n y el precio p que debo pagar por todos ellos. Al estudiante le es fácil ver que si un huevo vale 600 pesos colombianos, entonces p = 600\*n es decir, que el precio es proporcional al número de huevos que compre, donde el modelo es una igualdad que expresa que el precio a pagar es un múltiplo del número de huevos. Las representaciones tabulares y gráficas de esta función, le permiten al estudiante caracterizar esta relación.

|  |  |
| --- | --- |
| n | p |
| 1 | 600 |
| 2 | 1200 |
| 3 | 1800 |
| 4 | 2400 |
| 5 | 3000 |
|  |  |
|  |  |

Y el lenguaje de programación python, implementado a través de cuadernos Jupyter, permite al estudiante realizar estas caracterizaciones de manera comprensiva y sencilla al facilitarle la elaboración de la tabla y del gráfico y permitirle consignar en un entorno integrado las interpretaciones de estas representaciones. Este lenguaje y el capacitarse en la interpretación y lectura de tablas y gráficos lo capacita para la investigación, la empresa privada y la ciencia de datos.

Si después de elaborar las representaciones tabular y gráfica a los estudiantes, se les pide que entregue al menos 5 interpretaciones para cada representación, veremos los profesores que es fácil llegar a conclusiones como que:

las funciones de proporcionalidad directa son de velocidad de cambio constante y que las funciones de velocidad de cambio constante son lineales.

Ya con una ejemplo de variación de temperatura en Caucasia de las

|  |  |
| --- | --- |
| hora | Temperatura en Caucasia |
| 8:00 AM | 24 |
| 9:00 AM | 26 |
| 10:00 AM | 28 |
| 11:00 AM | 30 |
| 12:00 AM | 32 |
| 13:00 AM | 34 |
| 14:00 AM | 36 |

El estudiante puede llegar a que el modelo funcional es T = 24 + 2\*h, es decir, un modelo de proporcionalidad directa aumentado en una constante.

Para llegar a la forma general de y = b + mx que es el modelo general de funciones lineales que conocemos y al presentar las dos representaciones tabular y gráfica, el estudiante puede llegar a inferencias, de que estas también corresponden a funciones de velocidad de variación contante de gráfico lineal. Es decir, hemos logrado que el estudiante vincule una parte de su realidad al concepto de función lineal.

Para terminar de consolidar la capacidad de los estudiantes de relacionar las representaciones algebraica $y = f(x) = b + mx$ con la velocidad de variación constante dada por la tabla y la linealidad dada por el gráfico podemos pedir a la inteligencia artificial ChaptGPT 4o que nos construya 20 ejercicios de fijación similares al siguiente: “dame 10 ejercicios similares al siguiente: encuentre la expresión algebraica que modele la tabla y luego grafique la tabla y saque por lo menos 5 conclusiones, interpretaciones o inferencias”. Esto con el objetivo de que el estudiante reconozca como equivalentes a las representaciones $y = f(x) = b + mx$, a su representación tabular donde evidencia la velocidad de cambio constante y la característica de que el gráfico es lineal.

Luego, presentamos el significado de la ecuación b + mx = 0 como el problema de determinar qué valores de x tiene imagen cero bajo esta función lineal lo que el estudiante puede resolver por completación de la tabla o buscando el punto de intersección de la función lineal y = b + mx con la función cero que es el eje horizontal o eje x. Así, hemos enseñado a los estudiantes a resolver ecuaciones lineales desde una representación tabular y desde una representación gráfica. Ya luego, podemos enseñar a resolver estas ecuaciones con los métodos basados en operaciones algebraicas, los cuales requieren mayor complejidad. Lo que quiere decir, que es posible enseñar a los estudiantes a resolver ecuaciones lineales desde una representación tabular de la función lineal asociada o de la representación gráfica de la misma.

Lo interesante de esta propuesta, es su aplicabilidad a la solución de los demás tipos de ecuaciones como cuadráticas, con radicales y con fracciones presentadas en el precálculo de Stewart. Por lo tanto, mi hipótesis como investigador en didáctica de la matemática es que *es viable y apropiado para el aprendizaje significativo de los estudiantes, el presentar las ecuaciones desde el concepto de función para poder solucionarlas haciendo uso de las representaciones tabulares y gráficas de estas, lo que permite que un lenguaje como python, permita que los estudiantes utilicen tecnología en la difícil tarea de aprender a resolver ecuaciones de estos tipos.*

**Desventajas de Geogebra para la enseñanza de las funciones y las ecuaciones desde esta perspectiva**

Geogebra es escolar, por tanto, dificulta la graficación e interpretacion de los gráficos por que no se autoescala. Y las variables de un contexto real son de valores muy grandes o muy pequeños y de rangos muy diferentes.

Aquí tienes una estructura sugerida para un artículo reflexivo de 20 páginas sobre la enseñanza de ecuaciones como comparaciones de funciones, utilizando Python y diversas bibliotecas:

Estructura Sugerida para un Artículo Reflexivo de 20 Páginas

Título: Enseñar a resolver ecuaciones desde el concepto de función haciendo uso del lenguaje python implementado a través de cuadernos Jupyter y las representaciones tabular y gráfica, dejando de privilegiar al razonamiento algebraico.

**Título opcional:**  \*\*Resolución de Ecuaciones a Través de la Comparación de Funciones: Un Enfoque Integrado Usando Python y Jupyter Notebooks\*\*

---

### 1. Introducción (2 páginas)

- \*\*Contextualización del problema\*\*:

- La dificultad de los estudiantes con el razonamiento algebraico.

\* No se conoce o no se utiliza el criterio de la balanza, entendido como el criterio que establece la equivalencia de ecuaciones cuando se suma la misma cantidad a ambos lados o se multiplica por la misma cantidad no nula a ambos lados.

\* Dificultades con la identificación y operación con términos semejantes.

\* Dificultades con identificar y operar con fracciones algebraicas.

\* Variabilidad de las respuestas en un grupo, cuando el procedimiento es de 1 o 2 páginas.

### Contextualización del Problema

En el Seminario en Didáctica de la Aritmética del semestre 2024-1, impartido a los estudiantes de licenciatura en matemáticas de la Universidad de Antioquia, Campus Caucasia, se han observado una serie de problemas recurrentes en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la resolución de ecuaciones. Estas dificultades se manifiestan especialmente en el razonamiento algebraico, una habilidad fundamental en el estudio de las matemáticas.

### Problemas Observados

1. \*\*Dificultad con el Razonamiento Algebraico:\*\*

Muchos estudiantes presentan serias dificultades para comprender y aplicar el razonamiento algebraico. Esto se evidencia en su incapacidad para manipular y simplificar expresiones algebraicas, resolver ecuaciones y entender las propiedades fundamentales de las operaciones algebraicas.

2. \*\*Desconocimiento del Criterio de la Balanza:\*\*

El criterio de la balanza, que establece la equivalencia de ecuaciones cuando se suma la misma cantidad a ambos lados o se multiplica por la misma cantidad no nula a ambos lados, es desconocido o no utilizado por los estudiantes. Este criterio es esencial para entender la naturaleza de las ecuaciones y su resolución.

3. \*\*Dificultades con Términos Semejantes:\*\*

Identificar y operar con términos semejantes es un desafío para los estudiantes. Esta habilidad es crucial para simplificar ecuaciones y trabajar eficientemente con expresiones algebraicas, y su falta de dominio impide el progreso en la resolución de problemas más complejos.

4. \*\*Problemas con Fracciones Algebraicas:\*\*

Los estudiantes muestran dificultades significativas al trabajar con fracciones algebraicas. Identificar, simplificar y operar con fracciones algebraicas y amplificar un grupo de fracciones para convertirlas en homogéneas son competencias necesarias para abordar una amplia gama de problemas matemáticos, y su ausencia limita la capacidad de los estudiantes para avanzar en su comprensión de las matemáticas.

5. \*\*Variabilidad de Respuestas y Falta de Motivación:\*\*

Existe una notable variabilidad en las respuestas dentro del grupo, especialmente cuando el procedimiento de resolución de problemas se extiende a 1 o 2 páginas. Además, la falta de motivación para leer el texto guía de manera disciplinada y completar las tareas de entrenamiento se traduce en una preparación inadecuada y un rendimiento inconsistente.

### Propuesta de Innovación Didáctica

Para abordar estos problemas, proponemos un enfoque innovador que se centra en enseñar la resolución de ecuaciones desde el concepto de función, utilizando el lenguaje Python implementado a través de cuadernos Jupyter y las representaciones tabular y gráfica. Este enfoque tiene como objetivo:

1. \*\*Reforzar la Comprensión Conceptual:\*\*

Introducir el concepto de función como base para la resolución de ecuaciones permite a los estudiantes visualizar de manera tabular y gráfica y así entender mejor las ecuaciones igualdad de funciones o pregunta por los puntos donde, las funciones que forman los lados de la ecuación, son iguales. El uso de representaciones tabulares y gráficas facilita la comprensión de conceptos abstractos y su aplicación práctica.

2. \*\*Utilizar Python y Jupyter Notebooks:\*\*

La implementación de Python a través de Jupyter Notebooks proporciona un entorno interactivo y dinámico para la exploración matemática. Los estudiantes pueden experimentar con ecuaciones, funciones y datos en tiempo real, lo que promueve una comprensión más profunda y una mayor retención del conocimiento.

3. \*\*Integración de la Tecnología en el Aprendizaje:\*\*

El uso de tecnología moderna no solo hace que el aprendizaje sea más atractivo, sino que también prepara a los estudiantes para utilizar herramientas computacionales en su futura carrera profesional. La programación en Python y el análisis de datos son habilidades valiosas en el campo de las matemáticas y más allá.

4. \*\*Promover la Disciplina y la Motivación:\*\*

Al involucrar a los estudiantes en actividades prácticas y proyectos interactivos, se fomenta la disciplina y la motivación. La realización de tareas de programación y el análisis de resultados en tiempo real pueden hacer que el aprendizaje sea más relevante y estimulante.

Esta propuesta busca transformar la manera en que se enseña la resolución de ecuaciones, superando las dificultades tradicionales del razonamiento algebraico mediante un enfoque centrado en la función y apoyado en herramientas tecnológicas modernas.

**Sea hace necesario incluir un aparte de este artículo donde se presente una comparación de las ventajas y desventajas de resolver ecuaciones a través de razonamientos algebraicos frente a la solución de ecuaciones a través de la inspección, lectura o interpretación de las representaciones tabulares y gráficas de las funciones que forman los lados de la ecuación a resolver**

\*\*Objetivo General\*\*:

Presentar una perspectiva alternativa sobre la enseñanza de ecuaciones mediante funciones, utilizando herramientas tecnológicas como Jupyter Notebook y las librerías Sympy, Pandas, Matplotlib y Plotly de Python, para resolver ecuaciones por inspección, observación, lectura o interpretación de representaciones tabulares y gráficas.

\*\*Objetivos Específicos\*\*:

1. \*\*Explorar el concepto de ecuaciones como comparaciones de funciones\*\*:

- Analizar cómo la resolución de ecuaciones implica encontrar puntos del dominio donde dos funciones se igualan en valor.

2. \*\*Mostrar la utilidad de las representaciones tabulares y gráficas\*\*:

- Demostrar cómo las representaciones tabulares y gráficas de funciones permiten a los estudiantes resolver ecuaciones por inspección, lectura o interpretación.

3. \*\*Incorporar la tecnología en la enseñanza de ecuaciones\*\*:

- Utilizar Jupyter Notebooks y Python para crear representaciones visuales de funciones que faciliten la comprensión y resolución de ecuaciones.

4. \*\*Proponer un modelo de enseñanza de la modelación matemática\*\*:

- Desarrollar un enfoque educativo que priorice la enseñanza de la modelación matemática sobre la mera resolución de ecuaciones, enfatizando la importancia actual de plantear modelos matemáticos.

5. \*\*Evaluar la efectividad del enfoque propuesto\*\*:

- Analizar y reflexionar sobre la efectividad de este enfoque alternativo en la educación matemática, basado en la experiencia docente y resultados prácticos.

### Argumentación: La Importancia de la Tecnología en la Educación Matemática

La integración de la tecnología en la educación matemática es esencial en el contexto educativo actual. La tecnología no solo facilita el acceso a herramientas avanzadas de cálculo (Sympy de Python) y visualización (Matplotlib y plotly de Python), sino que también transforma la forma en que los estudiantes interactúan con conceptos matemáticos (Cuadernos Jupyter para lectura interactiva y experimental). En particular, el uso de plataformas como Jupyter Notebook y bibliotecas como Sympy, Pandas, Matplotlib y Plotly en Python, abre nuevas oportunidades para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

\*\*Facilitación del Aprendizaje\*\*: La tecnología permite a los estudiantes visualizar problemas complejos y entender conceptos abstractos a través de representaciones gráficas y tabulares. Esto es especialmente útil en la resolución de ecuaciones, donde las representaciones visuales pueden ayudar a los estudiantes a identificar soluciones por inspección, lectura o interpretación.

\*\*Promoción de la Modelación Matemática\*\*: La enseñanza tradicional se ha centrado en gran medida en la resolución de ecuaciones, dejando en segundo plano la importante habilidad de plantear modelos matemáticos. Sin embargo, la tecnología permite a los estudiantes desarrollar modelos de problemas reales y resolverlos utilizando herramientas computacionales. Esto no solo prepara a los estudiantes para abordar problemas del mundo real, sino que también les proporciona una comprensión más profunda de los conceptos matemáticos.

\*\*Acceso y Manipulación de Datos\*\*: Con herramientas como Pandas y Matplotlib, los estudiantes pueden manejar y visualizar grandes conjuntos de datos, lo que es crucial en un mundo cada vez más impulsado por los datos. La capacidad de analizar datos y extraer información relevante es una habilidad valiosa que trasciende el aula y se aplica en numerosas disciplinas y profesiones.

\*\*Innovación y Creatividad\*\*: La tecnología fomenta la innovación y la creatividad en la resolución de problemas matemáticos. Los estudiantes pueden experimentar con diferentes enfoques y técnicas, desarrollando soluciones innovadoras a problemas complejos. Esto no solo enriquece su aprendizaje, sino que también los prepara para enfrentar los desafíos del futuro.

En conclusión, la integración de la tecnología en la educación matemática no solo mejora la comprensión y la resolución de problemas, sino que también prepara a los estudiantes para un mundo en el que la tecnología y los datos juegan un papel crucial. En el contexto de este artículo reflexivo, la tecnología permite un enfoque alternativo y efectivo para la enseñanza de ecuaciones, facilitando una comprensión más profunda y práctica de los conceptos matemáticos.

### 2. Marco Teórico (3 páginas)

- \*\*Definición de ecuaciones y funciones\*\*:

- Relación entre expresiones algebraicas y funciones.

- Concepto de igualdad y diferencia de funciones y como un enfoque para resolver ecuaciones.

- \*\*Aprendizaje Basado en Problemas (ABP)\*\*:

- Justificación del uso del ABP en la enseñanza de matemáticas.

- Justificación de un enfoque pedagógico de aula invertida para estimular el aprendizaje autónomo necesario para posibilitar la lectura experimental e interactiva de los contenidos a enseñar. Donde los cuadernos Jupyter están publicados en repositorios en la red social GitHub y los videos de apoyo a esta lectura están el el canal DiMathData de la red social YouTube.

### Marco Teórico

#### Definición de Ecuaciones y Funciones

\*\*Relación entre Expresiones Algebraicas y Funciones:\*\*

Las ecuaciones son comparaciones de expresiones algebraicas que se igualan para encontrar los valores de las variables que satisfacen dicha igualdad. Las funciones, por otro lado, son relaciones entre un conjunto de entrada (dominio) y un conjunto de salida (rango) donde cada entrada está asociada con una única salida. La resolución de ecuaciones a través del enfoque funcional permite utilizar representaciones gráficas y tabulares para identificar soluciones sin necesidad de manipulación algebraica avanzada, facilitando el acceso a la comprensión de conceptos fundamentales.

\*\*Concepto de Igualdad y Diferencia de Funciones:\*\*

La igualdad de funciones implica que dos funciones producen el mismo valor para cada punto de su dominio común. Esta perspectiva puede ser utilizada para resolver ecuaciones al identificar puntos donde dos funciones se intersectan gráficamente, es decir, donde tienen el mismo valor. Las diferencias entre funciones pueden analizarse gráficamente o mediante tablas para determinar intervalos y puntos específicos donde se cumple la igualdad, permitiendo un enfoque más visual y menos abstracto para los estudiantes.

#### Aprendizaje Basado en Problemas (ABP)

\*\*Justificación del Uso del ABP en la Enseñanza de Matemáticas:\*\*

El ABP es una metodología pedagógica que se centra en el aprendizaje a través de la resolución de problemas reales. Este enfoque fomenta el pensamiento crítico, la creatividad y la capacidad de aplicar conocimientos teóricos a situaciones prácticas. En el contexto de la enseñanza de ecuaciones mediante funciones, el ABP permite a los estudiantes abordar problemas contextualizados que requieren la interpretación de datos y el uso de herramientas computacionales para encontrar soluciones, promoviendo así una comprensión más profunda y aplicada de los conceptos matemáticos.

\*\*Justificación de un Enfoque Pedagógico de Aula Invertida:\*\*

El aula invertida es una estrategia donde los estudiantes interactúan con el material de aprendizaje antes de la clase, a menudo a través de recursos digitales como videos y cuadernos interactivos. Este enfoque es especialmente adecuado para la enseñanza de ecuaciones mediante funciones, ya que permite a los estudiantes explorar y experimentar con representaciones gráficas y tabulares de funciones a su propio ritmo.

La utilización de cuadernos Jupyter publicados en repositorios como GitHub, junto con videos de apoyo en plataformas como YouTube (por ejemplo, el canal DiMathData), facilita un aprendizaje autónomo y experimental. Los estudiantes pueden acceder a recursos interactivos que les permiten manipular funciones y observar resultados inmediatos, desarrollando así habilidades prácticas y reforzando su comprensión teórica fuera del entorno tradicional de clase. Esto no solo mejora la accesibilidad y el compromiso, sino que también permite que el tiempo de clase se utilice para la discusión y resolución colaborativa de problemas más complejos.

Claro, aquí tienes una ampliación de esa diferenciación entre el lenguaje algebraico y el lenguaje Python:

---

### Diferenciación entre el lenguaje algebraico y el lenguaje Python

\*\*Lenguaje Algebraico en Educación Secundaria y Universitaria:\*\*

En la educación secundaria y universitaria, se enseña el uso del lenguaje algebraico para representar relaciones matemáticas y resolver problemas. Este lenguaje es caracterizado por su concisión y simplicidad.

- \*\*Simplicidad y Concisión:\*\* Las variables en el lenguaje algebraico suelen ser representadas por una sola letra (como \( h \) para altura, \( t \) para tiempo, \( x \) e \( y \) para coordenadas, etc.). Esto facilita la escritura y la manipulación de ecuaciones matemáticas, manteniéndolas cortas y directas.

- \*\*Ejemplo:\*\* Una ecuación que describe el movimiento vertical de un objeto bajo la influencia de la gravedad puede ser expresada de manera compacta como:

\[

h = -16t^2 + 800t

\]

donde \( h \) representa la altura y \( t \) el tiempo.

\*\*Lenguaje Python:\*\*

Python, por otro lado, es un lenguaje de programación ampliamente utilizado tanto en la enseñanza de programación como en la aplicación práctica de la matemática y la ciencia. Aunque también busca ser fácil de escribir y leer, utiliza convenciones diferentes para la nomenclatura de variables y estructuras.

- \*\*Abreviaturas y Legibilidad:\*\* En Python, las variables suelen tener nombres más descriptivos, aunque abreviados, para mejorar la legibilidad del código y hacerlo más comprensible para otras personas que puedan leerlo. Esta práctica es conocida como "self-documenting code" o código autodescriptivo.

- \*\*Ejemplo:\*\* El mismo modelo de lanzamiento vertical se traduciría en Python de la siguiente manera:

```python

altura = -16 \* tiempo\*\*2 + 800 \* tiempo

```

Aquí, `altura` y `tiempo` son nombres de variables que, aunque más largos que una sola letra, son intuitivos y hacen que el código sea más fácil de entender para alguien que lo lea, especialmente si no está familiarizado con la notación algebraica específica.

\*\*Comparación y Beneficios de Cada Enfoque:\*\*

1. \*\*Longitud y Complejidad:\*\*

- \*\*Lenguaje Algebraico:\*\* Utiliza notaciones breves, lo que es ventajoso para operaciones matemáticas rápidas y compactas.

- \*\*Python:\*\* Utiliza nombres de variables más largos y descriptivos, lo que puede aumentar ligeramente la longitud del código, pero mejora la claridad y la comprensión.

2. \*\*Contexto de Uso:\*\*

- \*\*Lenguaje Algebraico:\*\* Ideal para entornos académicos y teóricos donde la rapidez y la simplicidad en la manipulación de ecuaciones es crucial.

- \*\*Python:\*\* Ideal para programación y desarrollo de software donde la claridad y la capacidad de mantenimiento del código son esenciales.

3. \*\*Facilidad de Escritura y Lectura:\*\*

- \*\*Lenguaje Algebraico:\*\* Fácil de escribir rápidamente y manipular algebraicamente, pero puede ser menos claro para alguien que no esté familiarizado con la notación.

- \*\*Python:\*\* Puede requerir más tiempo para escribir debido a los nombres de variables más largos, pero la claridad resultante facilita la lectura y comprensión por parte de otros.

En resumen, mientras que el lenguaje algebraico se destaca por su brevedad y facilidad de manipulación matemática, Python se distingue por su claridad y legibilidad, factores importantes en el desarrollo de software y en la colaboración entre múltiples programadores. Ambos enfoques tienen sus propios méritos y se utilizan en diferentes contextos dependiendo de las necesidades específicas de cada situación.

---

\*\*Referencias\*\*:

1. Croft, T., & Davison, R. (2006). \*A guide to mathematical problem solving\*. Pearson Education.

2. Prince, M. (2004). Does active learning work? A review of the research. \*Journal of Engineering Education, 93\*(3), 223-231.

3. Lage, M. J., Platt, G. J., & Treglia, M. (2000). Inverting the classroom: A gateway to creating an inclusive learning environment. \*The Journal of Economic Education, 31\*(1), 30-43.

4. Bergmann, J., & Sams, A. (2012). \*Flip your classroom: Reach every student in every class every day\*. International Society for Technology in Education.

5. Project Jupyter. (n.d.). Retrieved from [Jupyter.org](https://jupyter.org).

This proposed theoretical framework outlines the definitions and relationships central to the topic, supports the chosen methodologies, and references relevant academic sources to back the arguments presented.

### 3. Metodología (3 páginas)

- \*\*Descripción de la implementación en el aula\*\*:

- Uso de Jupyter Notebooks y librerías de Python (NumPy, Pandas, Matplotlib, Plotly, Ipywidgets).

- Ejemplos de actividades y ejercicios realizados en clase.

- \*\*Recopilación de datos\*\*:

- Métodos de evaluación del aprendizaje de los estudiantes.

### Metodología para el artículo titulado: "Enseñar a resolver ecuaciones desde el concepto de función haciendo uso del lenguaje Python implementado a través de cuadernos Jupyter y las representaciones tabular y gráfica, dejando de privilegiar al razonamiento algebraico"

---

#### 3. Metodología

##### Descripción de la implementación en el aula

En este apartado, se describirá cómo se implementa la enseñanza de la resolución de ecuaciones a partir del concepto de función, utilizando Python a través de Jupyter Notebooks. La implementación se enfocará en el uso de representaciones tabulares y gráficas para favorecer el entendimiento conceptual sobre el algebraico tradicional.

\*\*Uso de Jupyter Notebooks y librerías de Python\*\*

Jupyter Notebooks se utiliza como herramienta central para la enseñanza debido a su capacidad de combinar texto explicativo, código ejecutable y visualizaciones en un único documento interactivo. Las siguientes librerías de Python se integran en las actividades:

- \*\*NumPy\*\*: Utilizada para manejar operaciones numéricas y manipulación de arreglos, proporcionando una base sólida para los cálculos necesarios en las actividades.

- \*\*Pandas\*\*: Empleada para la manipulación y análisis de datos tabulares, permitiendo a los estudiantes trabajar con conjuntos de datos y comprender cómo se representan las funciones en forma de tablas.

- \*\*Matplotlib y Plotly\*\*: Estas librerías son utilizadas para la creación de gráficos. Matplotlib ofrece gráficos estáticos y básicos, mientras que Plotly permite la creación de gráficos interactivos, ayudando a los estudiantes a visualizar y explorar funciones y sus soluciones gráficamente.

- \*\*Ipywidgets\*\*: Esta librería se usa para crear widgets interactivos dentro de los cuadernos Jupyter, permitiendo a los estudiantes manipular parámetros de las funciones y observar en tiempo real cómo afectan las soluciones de las ecuaciones.

\*\*Ejemplos de actividades y ejercicios realizados en clase\*\*

- \*\*Actividad 1: Introducción a las funciones y su representación gráfica\*\*

- Los estudiantes usan NumPy para definir funciones matemáticas simples y Matplotlib para graficarlas. Se introduce el concepto de cómo una ecuación puede ser visualizada como una función en un gráfico.

- \*\*Ejercicio\*\*: Definir la función \( f(x) = 2x + 3 \) y graficarla. Identificar visualmente la raíz de la función (donde cruza el eje x).

- \*\*Actividad 2: Representación tabular de funciones\*\*

- Usando Pandas, los estudiantes crean tablas de valores para diferentes funciones. Se les enseña a interpretar las tablas y a conectar la representación tabular con la gráfica.

- \*\*Ejercicio\*\*: Crear una tabla de valores para la función \( g(x) = x^2 - 4x + 4 \) y graficarla. Identificar los puntos críticos de la función.

- \*\*Actividad 3: Solución de ecuaciones mediante gráficos interactivos\*\*

- Con Ipywidgets y Plotly, los estudiantes interactúan con gráficos de funciones, ajustando parámetros para observar cómo cambian las soluciones de las ecuaciones.

- \*\*Ejercicio\*\*: Usar un slider para modificar los coeficientes de la ecuación cuadrática \( h(x) = ax^2 + bx + c \) y encontrar los valores de \( x \) que satisfacen \( h(x) = 0 \).

##### Recopilación de datos

Para evaluar la efectividad de la metodología implementada, se recopilan datos a través de diferentes medios:

- \*\*Observaciones en el aula\*\*: Se realizan observaciones sistemáticas para documentar el grado de participación de los estudiantes, su nivel de interés y su capacidad para aplicar los conceptos aprendidos.

- \*\*Cuestionarios y encuestas\*\*: Se aplican cuestionarios pre y post intervención para medir el cambio en la comprensión de los estudiantes sobre la resolución de ecuaciones y el uso del concepto de función.

- \*\*Evaluaciones de desempeño\*\*: Se recogen los resultados de los ejercicios y actividades realizados en clase, así como exámenes formales que evalúan la habilidad de los estudiantes para resolver ecuaciones utilizando métodos gráficos y tabulares.

##### Métodos de evaluación del aprendizaje de los estudiantes

Los métodos de evaluación utilizados para medir el aprendizaje de los estudiantes incluyen:

- \*\*Evaluaciones formativas\*\*: A lo largo del curso, se realizan evaluaciones formativas que permiten a los estudiantes recibir retroalimentación continua sobre su progreso. Estas evaluaciones incluyen ejercicios prácticos en los cuadernos Jupyter, quizzes y actividades interactivas.

- \*\*Evaluaciones sumativas\*\*: Al final de cada unidad temática, se realizan evaluaciones sumativas que miden la comprensión integral de los estudiantes sobre los conceptos enseñados. Estas evaluaciones incluyen exámenes escritos y proyectos en los que los estudiantes deben aplicar lo aprendido para resolver problemas complejos.

- \*\*Autoevaluaciones y coevaluaciones\*\*: Se incentiva a los estudiantes a realizar autoevaluaciones y coevaluaciones para reflexionar sobre su propio aprendizaje y proporcionar retroalimentación a sus compañeros, promoviendo un aprendizaje colaborativo y reflexivo.

A través de esta metodología, se espera que los estudiantes desarrollen una comprensión profunda y conceptual de la resolución de ecuaciones desde el enfoque de funciones, utilizando las herramientas tecnológicas y las representaciones tabulares y gráficas proporcionadas por Python y Jupyter Notebooks.

### 4. Representaciones de Funciones (4 páginas)

- \*\*Tablas y Gráficas\*\*:

- Cómo construir representaciones tabulares y gráficas de funciones.

- Ejemplos concretos (proporcionalidad directa, funciones cuadráticas).

- \*\*Interpretación de Representaciones\*\*:

- Proceso de leer e interpretar tablas y gráficos.

- Comparaciones entre diferentes tipos de funciones.

### 5. Resolución de Ecuaciones (4 páginas)

- \*\*Metodología para resolver ecuaciones\*\*:

- Enfoque en la identificación de puntos donde las funciones son iguales.

- Ejemplos prácticos utilizando Python para resolver ecuaciones lineales y no lineales.

- Tener en cuenta que para este artículo reflexivo, las ecuaciones son preguntas asociadas a igualdad de funciones o valores de funciones.

- \*\*Interacción con el software\*\*:

- Ejemplos de cómo las herramientas de Python ayudan en la visualización y solución de problemas.

### 6. Reflexiones y Resultados (2 páginas)

- \*\*Análisis de la experiencia en el aula\*\*:

- Resultados observados en el aprendizaje de los estudiantes.

- Beneficios de utilizar representaciones gráficas y tabulares.

- \*\*Desafíos enfrentados\*\*:

- Dificultades en la implementación y respuesta de los estudiantes.

### 7. Conclusiones (1 página)

- \*\*Síntesis de hallazgos\*\*:

- Importancia de la perspectiva de funciones en la enseñanza de ecuaciones.

- \*\*Recomendaciones para futuros docentes\*\*:

- Estrategias para integrar tecnología y funciones en el aula.

### 8. Referencias (1 página)

- \*\*Citas de literatura\*\*: Artículos, libros y recursos digitales relevantes al tema.

### 9. Apéndices (si es necesario, 1-2 páginas)

- \*\*Ejemplos de código en Python\*\*:

- Fragmentos de código que ilustran los ejemplos discutidos en el artículo.

- \*\*Tablas de datos y gráficos\*\*:

- Ejemplos de tablas y gráficos producidos en clase.

---

Esta estructura proporciona un marco completo y detallado para desarrollar tu artículo reflexivo, garantizando que aborde todos los aspectos importantes de la enseñanza de ecuaciones desde la perspectiva de funciones.

1. Licenciado En Matemáticas y Física. Contacto: *marco.canas@udea.edu.co* [↑](#footnote-ref-2)