# Segundo Parcial de Matemáticas: Números Naturales y Propiedades Algebraicas

Nombre del estudiante: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Instrucciones:

Lee cuidadosamente cada pregunta y responde con claridad.  
Justifica tus respuestas cuando sea necesario.  
Para el ejercicio de inducción matemática, sigue el formato proporcionado.

## Parte I: Propiedades Algebraicas de los Números Naturales

**Pregunta 1: Propiedades de la suma y la multiplicación en los números naturales**

* 1. ¿Es la suma de dos números naturales cerrada en \( \mathbb{N} \)? Justifica tu respuesta.

1.2. ¿La suma de números naturales es conmutativa? Explica qué significa esto y proporciona un ejemplo.

1.3. ¿La suma de números naturales es asociativa? Explica qué significa y demuestra esta propiedad con un ejemplo numérico.

1.4. ¿Existe un elemento neutro para la suma en \( \mathbb{N} \)? Si es así, ¿cuál es?

1.5. Explica si la multiplicación en \( \mathbb{N} \) es conmutativa y asociativa. Proporciona ejemplos para ambas propiedades.

**Pregunta 2: Propiedades de la resta en los números naturales**

2.1. ¿Es la resta de dos números naturales cerrada en N? Proporciona un ejemplo para justificar tu respuesta.

2.2. ¿La resta de números naturales es conmutativa? Justifica tu respuesta con un ejemplo.

2.3. ¿Existe un elemento neutro para la resta en \( \mathbb{N} \)? Justifica tu respuesta.

**Pregunta 3: Propiedades de la división en los números naturales**

3.1. ¿Es la división de dos números naturales cerrada en \( \mathbb{N} \)? Proporciona un ejemplo.

3.2. ¿La división de números naturales es conmutativa? Justifica tu respuesta.

3.3. Explica si la división es asociativa o no en \( \mathbb{N} \), usando un ejemplo para respaldar tu explicación. Recuerde, explicar incluye texto en lenguaje natural.

## Parte II: Demostración por inducción matemática

Pregunta 4: Demostración por inducción matemática

Queremos demostrar por inducción matemática la siguiente proposición sobre la suma de los primeros n cuadrados de los números naturales:

1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + n^2 = n(n+1)(2n+1)/6

4.1 Interpretación:

Antes de realizar la demostración, interpreta el significado de la expresión 1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + n^2 y el resultado n(n+1)(2n+1)/6. ¿Qué nos dice este resultado sobre la relación entre el número de términos n y la suma de los cuadrados de los primeros n números naturales? Escribe tu interpretación a continuación.

4.2 Demostración por inducción matemática:

|  |  |
| --- | --- |
| Paso base | Verificar que la proposición es verdadera para n=1. |
| Hipótesis inductiva | Supongamos que la proposición es verdadera para n=k. |
| Tesis inductiva | Queremos demostrar que la proposición es verdadera para n=k+1. |
| Demostración | Desarrolla la demostración mostrando que la tesis se cumple partiendo de la hipótesis. |
| Conclusión | Concluye por qué la proposición es cierta para todo n natural. |