

## CONCEPCIONES, USOS Y OBSTÁCULOS EN LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

Fulano-Vargas, Blanca Cecilia <sup>1</sup>

### RESUMEN

*El objetivo de la investigación es describir las concepciones, los usos y los obstáculos en la enseñanza de la modelación matemática. La investigación es de corte cualitativo, se utiliza la técnica de entrevista semiestructurada aplicada a siete profesores de matemáticas de dos colegios distritales de la localidad de Fontibón, Bogotá, Colombia. Se proponen tres categorías de análisis que surgen a partir de la revisión bibliográfica sobre el tema de modelación: concepciones, usos y obstáculos. Se concluye respecto a las concepciones que los docentes conciben la modelación matemática como un ejercicio mental que involucra la representación, que implica un grado de complejidad y se desarrolla en todo el proceso escolar. Por otra parte, los docentes reconocen que el modelo está asociado a una representación abstracta. Además, los docentes generalmente usan la modelación como herramienta para desarrollar habilidades en el aula. En adición, en el estudio se identifican diferentes obstáculos, cognitivos, didácticos, del dominio afectivo e inherentes al componente administrativo. Con base en los resultados, se sugiere continuar y desarrollar más investigaciones que permitan una caracterización del pensamiento del docente en la enseñanza de la modelación matemática.*

**Palabras claves:** prácticas de modelado, concepciones de modelación, usos, obstáculos en modelación

## CONCEPTIONS, USES AND OBSTACLES IN TEACHING AND LEARNING MATHEMATICAL MODELING

### ABSTRACT

*The objective of the research is to describe the conceptions, uses and obstacles in teaching mathematical modelling. The research is qualitative, using the semi-structured interview technique, applied to seven mathematics teachers from two district schools in the town of Fontibón, Bogotá, Colombia. Three categories of analysis are proposed that arise from the bibliographic review on the topic of modeling: conceptions, uses and obstacles. It is concluded regarding the conceptions that teachers conceive mathematical Modelling as a mental exercise that involves representation, which implies a degree of complexity and is developed throughout the school process. On the other hand, teachers recognize that the model is associated with an abstract representation. Additionally, teachers generally use modeling as a tool to develop skills in the classroom. In addition, the study identifies different obstacles, cognitive, didactic, affective domain and inherent to the administrative component. Based on the results, it is suggested to continue and develop more research that allows a characterization of the teacher's thinking in the teaching of mathematical modelling.*

**Keywords:** modelling practices, modelling conception, uses, obstacles of Modelling

---

<sup>1</sup> Doctora en Educación. Universidad De Baja California. México. Miembro de la Red de Docentes Investigadores REDDI. Líder del Nodo Cultura Evaluativa 360°. Investigadora del Nodo de Educación ambiental, matemáticas y ciencias de REDDI y FORAVED. Docente de la Secretaría de Educación de Bogotá (Colombia). Email: [bfulano@educacionbogota.edu.co](mailto:bfulano@educacionbogota.edu.co)

## Introducción

En los diferentes procesos de investigación se identifican diversas perspectivas sobre la modelación matemática, por lo tanto, se ve la necesidad de profundizar en el tema. El presente estudio subyace a partir de la investigación titulada *“Prácticas de los maestros en Modelación Matemática”* que la autora realizó en su tesis de grado de doctorado, al encontrar que una de las falencias es el bajo volumen de investigaciones en torno al tema sobre concepciones, usos y obstáculos de la enseñanza de la modelación matemática.

A partir de la revisión teórica se reconocen diversos aspectos para analizar las prácticas de los maestros en modelación matemática. Para este caso, el estudio se orienta teniendo en cuenta la pregunta ¿Cuáles son las concepciones, usos y obstáculos de la enseñanza de la modelación matemática desde la perspectiva de los docentes, de la localidad de Fontibón, Bogotá -Colombia?

Para responder la pregunta se proponen dos objetivos el estudio: el primer objetivo es determinar las concepciones y usos en la enseñanza de la modelación matemática, de los docentes de la localidad de Fontibón, Bogotá-Colombia, teniendo en cuenta los aspectos que el docente considera en relación con la modelación matemática y el modelo. El segundo objetivo es reconocer, desde la perspectiva de los docentes, los obstáculos en el aprendizaje de la modelación matemática atendiendo a las diferentes dificultades que se pueden percibir, tanto en el aprendizaje como en la enseñanza.

## Marco teórico

En primera instancia, al hablar de modelación matemática, el Ministerio de Educación Nacional de Colombia MEN (1998, 2006, 2016), la define como un proceso que se debe implementar para lograr el desarrollo del pensamiento matemático. Adicionalmente, Villa-Ochoa, (2007) afirma que la modelación matemática es una actividad que se realiza en la clase de matemáticas y es derivada de la actividad científica. Por su parte, Blomhøj (2019) reconoce que el proceso de modelación es la creación de un modelo matemático que conlleva un proceso cíclico.

Por otra parte, Biembengut y Hein (2004) reconocen que la modelación matemática implica elaborar un modelo, el cual es un conjunto de símbolos y de relaciones matemáticas que representan un fenómeno en cuestión. En otro sentido, desde el campo científico, Rutherford (1978) establece que un modelo matemático consiste en un sistema prototipo  $S$  (físico, biológico, social, químico, etc.) a un completo y consistente sistema de ecuaciones matemáticas  $\Sigma$ , que es formulado para expresar las leyes de  $S$  y su solución intenta representar algún aspecto de su comportamiento. Según Blum y Niss (1991) un modelo involucra una triple relación  $(S, M, R)$ , que consiste en una Situación problemática real ( $S$ ), una colección de entidades Matemáticas ( $M$ ) y una Relación ( $R$ ) entre los objetos y relaciones de  $S$  y los objetos y las relaciones de  $M$ . Además, Villa (2007) afirma que un modelo matemático es una construcción matemática dirigida a estudiar un sistema o fenómeno particular del mundo-real.

En segunda instancia, al hablar de los usos de la modelación matemática investigadores como Bassanezi (2002) y Blum & Borromeo-Ferri (2009) argumentan que la modelación matemática es un vehículo que posibilita el desarrollo de competencias críticas y habilidades de pensamiento. Por su parte, Villa-Ochoa (2019) reconoce ocho usos que se le pueden asignar a la modelación matemática: a) herramienta para el desarrollo de habilidades y competencias; b) herramienta para resolver problemas; c) medio para la formación política, crítica y democrática; d) desarrollo de contenidos o habilidades; e) medio para establecer conexiones con los contextos y otras disciplinas; f) aprender a modelar; g) relación de la modelación con otras teorías, y, h) comprensión de la investigación.

En tercera instancia, al hablar de obstáculos, estos se entienden como conocimientos que impiden la construcción de una nueva idea y no permiten su correcta apropiación, y se identifican por medio de la presencia de errores frecuentes de los estudiantes en los cursos de matemáticas a través del tiempo. Por su parte, Piaget (1971) determina obstáculos correspondientes al desarrollo cognitivo de los aprendices; así mismo, Godino y Batanero (1994) reconocen unos obstáculos asociados a los objetos matemáticos. En adición, Brousseau (1999) y Bachelard (2000) establecen obstáculos epistemológicos, mientras que Lárez-Villaroel (2018) afirma que existen obstáculos de carácter afectivo y relacionados con las cualidades profesionales de los docentes de matemáticas, las actitudes, creencias, las condiciones y concepciones del aula y del entorno.

## Metodología

El estudio es de corte cualitativo. En términos de Creswell (2018) la investigación cualitativa tiene un enfoque interpretativo y naturalista a su objeto de estudio, el cual se refiere a temas en sus ambientes naturales, intentando darles sentido e interpretando los fenómenos en función de los significados que las personas les otorgan. El estudio tiene un alcance descriptivo, utiliza la técnica de la entrevista semiestructurada que, de acuerdo con Toscano (2009), se concibe como un encuentro entre dos individuos, destinado a explorar sus subjetividades a través del diálogo.

La entrevista semiestructurada se aplicó voluntariamente a siete docentes del área de matemáticas (cinco mujeres y dos hombres) de dos colegios de la localidad de Fontibón, Bogotá-Colombia, seleccionados mediante la técnica de muestreo no probabilística: bola de nieve, en la que los primeros participantes referenciaron a sus conocidos bajo el criterio de conocimiento de prácticas de enseñanza de la modelación. La información obtenida se analizó mediante la técnica de análisis de recurrencias, luego se codificó y se clasificó de acuerdo con las similitudes y diferencias. Para dar alcance a los objetivos planteados, las respuestas se constataron a la luz de la teoría.

Las categorías aplicadas recogen los aspectos de concepción, uso y obstáculos. En la Tabla 1 se relacionan las tres categorías y las preguntas realizadas a los docentes durante la entrevista.

**Tabla 1.**

*Organización de las categorías con relación a las preguntas de la entrevista*

Categorías	Preguntas de la entrevista
Concepciones: modelación matemática y modelo matemático	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Qué es modelación matemática?</li> <li>• ¿Qué es modelo matemático?</li> </ul>
Uso	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Cuál es el uso que usted considera le asigna a la modelación matemática?</li> </ul>
Obstáculos	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Describa todos los obstáculos cognitivos que se le presentan a los estudiantes al formular modelos matemáticos</li> <li>• ¿Cuáles son los obstáculos epistemológicos y didácticos que se presentan en su práctica de aula?</li> <li>• ¿Qué obstáculos están relacionados con la motivación del estudiante?</li> <li>• ¿Qué obstáculos están asociados al currículo?</li> <li>• ¿Qué obstáculos están asociados al elemento administrativo?</li> </ul>

## Resultados

En la primera categoría sobre concepciones, al preguntar a los docentes ¿Qué es modelación matemática? se encontraron varios significados asociados. El primero, como un ejercicio mental plasmado en un sistema o varios sistemas de representación, entre ellos el tabular, en el plano cartesiano y/o el simbólico; el segundo significado está relacionado con un proceso de pensamiento que implica una construcción que asciende paulatinamente de menor a mayor complejidad, y se realiza a lo largo del tiempo escolar; y el tercer significado está relacionado con la necesidad de tener un contexto para resolver un problema dentro o fuera de la matemática: un ejercicio mental que involucra la representación, que implica un grado de complejidad y se desarrolla en todo el proceso escolar.

En adición, al preguntar ¿Qué es un modelo matemático? se encontró que los docentes reconocen un fuerte componente en la construcción matemática que implica diferentes variables, diferentes procesos y diferentes niveles. Además, los docentes, en sus prácticas de aula, consideran fundamental que el estudiante utilice una representación simbólica, formal o algebraica de acuerdo con su nivel. Cabe destacar que algunos docentes reconocen la existencia de representaciones intermedias que involucran el lenguaje natural y el lenguaje formal.

En la segunda categoría: uso de la modelación matemática, los docentes emplean la modelación para fortalecer capacidades de pensamiento y establecer conexiones matemáticas. Existen básicamente dos perspectivas: a) algunos docentes reconocen que la modelación solo se usa en la comprensión de diferentes clases de funciones, por ejemplo, lineales, cuadráticas, cúbicas, trigonométricas, entre otras; b) en la mayoría de los docentes existe un consenso para desarrollar un análisis de diferentes situaciones en todos los pensamientos de la matemática: geométrico, espacial y variacional.

En la tercera categoría se analizan obstáculos de tipo cognitivo, epistemológicos y didácticos, de motivación, curriculares y administrativos a partir de las respuestas a las preguntas siguientes:

*1. ¿Describe todos los obstáculos cognitivos que se le presentan a los estudiantes al formular modelos matemáticos?*

Un primer obstáculo es el bajo nivel de habilidades de pensamiento debido a las dificultades que se les presentan a los estudiantes al no reconocer variables y /o confundirlas. Otra se refiere a la dificultad de relacionar las variables implícitas en un problema al concretar un modelo. Sin embargo, a los estudiantes se les dificulta la generalización ya que es un aspecto muy abstracto que implica mayores habilidades de pensamiento o pensamiento de nivel superior, y que requiere un proceso que conlleva mucho tiempo.

Por otra parte, desde las habilidades de pensamiento, los docentes reconocen que, en el proceso de modelación, al estudiante se le dificulta identificar las variables en un fenómeno y reconocer las magnitudes de la variable e identificar la unidad de medición en los casos de la experimentación. Por lo tanto, sugieren que se debe revisar las mallas curriculares propuestas en las instituciones, ya que en los documentos curriculares deben estar descritas y definidas las habilidades desde niveles inferiores, yendo a niveles intermedios y finalmente al mayor grado de abstracción, tanto por niveles como por grados.

Otra dificultad que persiste en los estudiantes es determinar hipótesis, debido a que el proceso de modelación, en ocasiones, se centra en la aplicación del modelo, más que en su construcción. En este sentido, esta dificultad es inherente al proceso de enseñanza que implican dificultades de desarrollo de habilidades de pensamiento, tanto de orden inferior como de orden superior.

*2. ¿Cuáles son los obstáculos epistemológicos y didácticos que se presentan en su práctica de aula?*

Los docentes reconocen la dificultad asociada a la representación. Consideran que la dificultad es alta y que va siendo más compleja a medida que el estudiante avanza en edad y en nivel académico; por lo tanto, es importante que desde los niveles elementales se fortalezca el trabajo en representaciones de tipo concreto. En este sentido, los docentes reconocen una doble dificultad implícita que implica, por una parte, en el ámbito de la enseñanza, la falta de un documento general donde se plasme un proceso creciente en diferentes niveles de representación desde los concretos, pasando por los verbales y

finalizando en los abstractos; por otra parte, la inherente a la formación del docente de primaria, debido a que el maestro o maestra debe enseñar todas las áreas de conocimiento y no hay un especialista en matemáticas en los primeros niveles iniciales. Otra dificultad es la asociada con la atomización de la matemática, lo cual implica ver las partes por separado y no como un todo que está ligado y correlacionado.

### *3. ¿Qué obstáculos están relacionados con la motivación del estudiante?*

Respecto a las dificultades en la motivación, los docentes consideran que las buenas bases de los cursos anteriores ayudan a minimizar las dificultades; sin embargo, cuando los estudiantes no tienen preconceptos claros o no han desarrollado diferentes habilidades de pensamiento, ellos se frustran, lo que conlleva una baja tolerancia al fracaso.

Otras dificultades de motivación están asociadas al contexto familiar. Cuando en el entorno familiar no se reconoce al estudiante, no se le exige, no se le crea una disciplina y no se ayuda a encontrar sentido al estudio; además de la marcada creencia que la matemática sólo la pueden entender los niños genios o los superdotados.

En adición, los profesores manifiestan que existe un sobrecupo en las aulas ya que el hecho que el docente tenga grupos de cuarenta o más estudiantes complejiza su práctica; aquí, el docente no puede personalizar los casos más críticos o hacer un seguimiento de una manera adecuada a las exigencias de los estudiantes y/o a las dificultades que se presenten.

### *4. ¿Qué obstáculos están asociados al currículo?*

El docente, muchas veces, centra la enseñanza de forma individual y no aprovecha el trabajo entre pares para que el estudiante construya modelos presentando una atmósfera desde la resolución de problemas en diferentes contextos que impliquen, por ejemplo, proponer prácticas de laboratorio, bien sea porque en los colegios los laboratorios de física y de química no están bien dotados, o por problemas administrativos para el préstamo de laboratorios.

En cuanto al manejo de herramientas tecnológicas, el 40% de los docentes reconoce que hay cierto grado de dificultad, y un 60% considera que el manejo de las herramientas como Geogebra®, Matlab®, Excel® tiene una alta dificultad, o bien por desconocimiento, por temor de utilizar las herramientas o por no tener los equipos para utilizarlas en el colegio.

### *5. ¿Qué obstáculos están asociados al elemento administrativo?*

Los docentes reconocen una dificultad administrativa: hay poco tiempo para las prácticas de modelación debido al requerimiento de llenar al estudiante de contenidos o variadas actividades extracurriculares, o por aspectos de convivencia que hay que resolver, lo que implica que cada vez los tiempos sean más cortos. Esto produce que el docente tenga que replantear su actividad y reformular, eliminando actividades en el aula que propendan por el desarrollo del proceso de modelación matemática.



Por otra parte, los docentes reconocen que a pesar de que la intensidad horaria en matemática es alta: cinco horas semanales en básica (sexto a noveno) y cuatro horas semanales para educación la media (décimo y undécimo), falta una buena organización, tanto curricular como administrativa, para optimizar el tiempo en el aula de clase.

Los docentes proponen, desde sus posturas y a partir de su experiencia, que se realicen unas propuestas de actividades eficientes en la medida de una buena planeación desde preescolar, pasando por primaria hasta llegar a la media. En otro sentido, reconocen la importancia de la formación de los profesores de primaria en matemáticas o que existan profesores especializados en primaria en matemáticas, debido a las dificultades administrativas para la formación y contratación de los docentes de los colegios públicos.

Además, proponen establecer formas de fortalecer la enseñanza de las matemáticas en primaria y que se amplíen o se establezcan espacios de formación que impliquen diseño de proyectos con el fin de no seguir segmentando la matemática. Asimismo, reconocen la necesidad de crear una línea pedagógica que oriente las necesidades de los docentes-estudiantes para mejorar las habilidades de pensamiento, y proponer y desarrollar proyectos de aula que impliquen la interrelación de las diversas áreas de conocimiento debido a que se evidencian una marcada debilidad en los docentes en la integración curricular con otras áreas; esto se debe a que el currículo en matemáticas está atomizado y los docentes continúan ejerciendo prácticas anquilosadas en el pasado.

## Conclusiones y discusión

En cuanto al cumplimiento del primer objetivo (determinar las concepciones y usos en la enseñanza de la modelación matemática, de los docentes de la localidad de Fontibón, Bogotá-Colombia) se encontró:

En primera instancia, los docentes consideran la modelación matemática en varios sentidos: a) como un proceso de pensamiento que involucra desarrollar ciertas habilidades b) al desarrollar la modelación matemática hay una fuerte perspectiva en el uso de varios sistemas de representación y la relación de los sistemas de representación que son inherentes a la presentación de las diferentes características implícitas en los modelos matemáticos, y c) la modelación es asociada a la resolución de problemas en unos contextos, determinado que está presente en dos mundos: lo matemático y lo extra-matemático. Los elementos anteriores están en consonancia con el planteamiento de Villa-Ochoa (2007) que devela la modelación matemática como una actividad que se realiza en la clase de matemáticas.

En segunda instancia, la concepción de modelo matemático que asocian los docentes está relacionada con la construcción matemática donde intervienen diferentes variables, diferentes procesos y diferentes niveles, lo cual está en consonancia con los planteamientos de Biembengut y Hein (2004).

En tercera instancia, frente a los usos que los docentes le asignan a la modelación matemática, de acuerdo con la clasificación de Villa-Ochoa (2019) están relacionados con

dos usos: el primero, el desarrollo de contenidos o habilidades, y el segundo, inherente al aprender a modelar por parte del estudiante.

De acuerdo con los hallazgos se logra el segundo objetivo al reconocer, desde la perspectiva de los docentes, los obstáculos en el aprendizaje de la modelación matemática atendiendo a las diferentes dificultades que se pueden percibir, tanto en el aprendizaje inherente a dos dimensiones: una, al objeto matemático; otra, a las relaciones que se pueden establecer en los modelos matemáticos. En cuanto a los obstáculos referidos a la enseñanza y el currículo están los asociados a la atomización de la matemática y la falta de transversalización de los diferentes niveles de complejidad previstos en las mallas curriculares propuestas por los docentes; otros están relacionados con la formación de los docentes de matemáticas en primaria. Además, se evidencian los obstáculos de tipo afectivo asociados a la falta de conocimientos previos de los estudiantes, otros a aspectos socioemocionales y familiares que crean barreras en el estudiante que impiden avances en la creación de modelos matemáticos.

Finalmente, se reconocen dificultades administrativas que se relacionan con una gran demanda en la asignación académica. Esto implica disminuir el tiempo de dedicación pedagógica-didáctica. entendido como un factor que influye en la falta de integración desde lo curricular con otras asignaturas. Además, existe una afectación en el desarrollo del proceso de modelación debido al gran número de estudiantes por salón de clase y la falta de trabajo entre los profesores.

## Referencias

- Bachelard, G. (2000). *La formación del espíritu científico*. México D.F: Siglo veintiuno.
- Bassanezi, R. (2002). *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática*. São Paulo: Contexto.
- Biembengut, M y Hein, N. (2004). Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática. *Educación Matemática*, 16 (2) 105-125 <http://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/vol16/vol16-2/vol16-2-6.pdf>
- Brousseau, G. (1983). *Los obstáculos epistemológicos y los problemas en matemáticas* (Hernández y Villalba, Trad.). Documento de trabajo para el PMME de la UNISON <https://mealejandrofm.files.wordpress.com/2012/03/5oprocesoscognitivosycambioconceptualenmatemc3a1ticasyciencias-docx.pdf>
- Blomhøj, M. (2019). Hacia la integración de la modelización en la enseñanza secundaria de matemáticas. En: GA Stilmman & J.P Brown (Eds). *Líneas de inquirir en investigación en modelación matemática en educación* (Monografías ICME-13). Cámara: Springer [https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-030-14931-4\\_3](https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-030-14931-4_3)
- Blum, W. y Borromeo-Ferri, R. (2009). Mathematical Modelling: Can It Be Taught and Learnt? *Journal of mathematical modelling and application*, 1(1), 45-58.
- Blum, W y Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects. State, trends and issues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), 37-68. <https://doi.org/10.1007/BF00302716>
- Creswell, J. W. (2018). *Research design: qualitative, quantitative, and mixed methods approaches*. 4th edition. Los Angeles: Sage Publications, Inc.



- Godino, J. y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Investigación en Didactique des Mathématiques*, 14(3), 325-355.
- Lárez-Villaroel, J. (2018). Algunos obstáculos que imposibilitan el aprendizaje efectivo de la matemática. *Investigación y Postgrado*, 33(1), 53-74.
- Ministerio de Educación Nacional MEN (1998). Lineamientos Curriculares en Matemáticas. Bogotá.
- Ministerio de educación Nacional MEN. (2006). Estándares básicos de competencias. Bogotá: Magisterio.
- Ministerio de educación Nacional. MEN (2016) Derechos Básicos de Aprendizaje en matemáticas. Bogotá: Autor.
- Piaget, J. (1971). The Theory of Stages in Cognitive Development. En D. Green, M.P. Ford y G.B. Flamer (Eds.), *Measurement and Piaget* (p 1-11). Nueva York, Nueva York: McGraw-Hill.
- Rutherford, A. (1978). *Mathematical Modelling Techniques*. New York: Dover Publications, INC.
- Villa-Ochoa, J. (2007). La Modelación como Proceso en el Aula de Matemáticas: Un Marco de Referencia y un Ejemplo. *Tecno Lógicas*, 19. 63-85.. <https://www.redalyc.org/pdf/3442/344234312004.pdf>
- Villa-Ochoa, J y Souza, E. (2019). Un panorama de investigaciones sobre modelación matemática en Colombia y Brasil. *Revista de Educação Matemática*, São Paulo, Vol.(16), n. 21, pág. 18-37. DOI:[10.25090/remat25269062v16n212019p18a37](https://doi.org/10.25090/remat25269062v16n212019p18a37)