19/03/2025

POTENZA

ASSOCIATA A UN'ONDA PIANA

• ipotesi: mezzo ideale (senza perdite) → no attenuazione

→ Poynting: $\bar{\mathscr{s}}(\bar{r},t) = \bar{e}(\bar{r},t) \times \bar{h}(\bar{r},t)$ $[W/m^2]$ → densità di potenza

↓

$\langle \bar{\mathscr{s}}(\bar{r},t) \rangle$ → in regime sinusoidale si può definire un vettore di Poynting complesso

valor medio nel tempo

$\langle \bar{\mathscr{s}}(\bar{r},t) \rangle = \mathrm{Re}\{\bar{S}\}$

$$\bar{S}(\bar{r}) = \frac{1}{2}\bar{E}(\bar{r}) \times \bar{H}^*(\bar{r})$$

non è un fasore

ONDA PROGRESSIVA

→ onda piana (sol particolare): $\begin{cases} \bar{E} = (c_1 e^{-jkz} + c_2 e^{+jkz})\,\hat{x} \\ \bar{H} = \left(\frac{c_1}{\eta} e^{-jkz} - \frac{c_2}{\eta} e^{+jkz}\right)\hat{y} \end{cases}$

↓

considerando solo l'onda progressiva:

$c_1 c_1^* = |c_1|^2$

$$\bar{S}(\bar{r}) = \frac{1}{2}(c_1 e^{-jkz}\hat{x}) \times \left(\frac{c_1}{\eta} e^{-jkz}\hat{y}\right)^* = \frac{1}{2} c_1 \cancel{e^{-jkz}} \frac{c_1^*}{\eta^*} \cancel{e^{+jkz}} (\hat{x} \times \hat{y}) =$$

NB: se il mezzo è ideale $\eta \in \mathbb{R}$ e $k \in \mathbb{R}$ ↓ $\eta^* = \eta$

$$= \underbrace{\frac{|c_1|^2}{2\eta^*}}\boxed{\hat{z}} \quad [W/m^2]$$

$\in \mathbb{R}$ nel caso di mezzi ideali

DENSITÀ DI POTENZA ASSOCIATA ALL'ONDA PIANA (PROGRESSIVA)

l'onda piana trasporta una potenza che si muove nella direzione di propagazione dell'onda

↓

per l'onda regressiva: $\bar{S}(\bar{r}) = \frac{|c_2|^2}{2\eta^*}(-\hat{z})$

$\in \mathbb{R}$ per mezzi ideali

• se il mezzo non è ideale → $\eta \in \mathbb{C}$, $k = \beta - j\alpha \in \mathbb{C}$

↓

consideriamo l'onda progressiva:

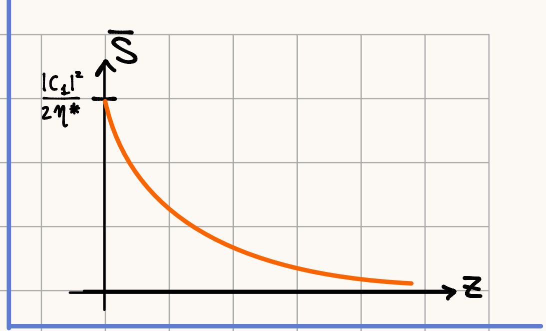
$$\bar{S}(\bar{r}) = \frac{1}{2}\left(c_1 e^{-j(\beta-j\alpha)z}\,\hat{x}\right) \times \left(\frac{c_1}{\eta} e^{-j(\beta-j\alpha)z}\,\hat{y}\right)^*$$

$$\hookrightarrow e^{-j(\beta-j\alpha)z} = e^{-j\beta z}\, e^{-\alpha z}$$

$$\bar S(\bar r) = \frac{1}{2}\Big(C_1 \underbrace{e^{-j(\beta-j\alpha)z}}_{\underbrace{e^{-\alpha z}}_{\in\mathbb{R}}\, e^{-j\beta z}} \hat x\Big) \times \Big(\frac{C_1}{\eta} \underbrace{e^{-j(\beta-j\alpha)z}}_{e^{-\alpha z}\, e^{-j\beta z}} \hat y\Big)^* =$$

$$= \frac{1}{2} C_1 e^{-\alpha z} \cancel{e^{-j\beta z}} \frac{C_1^*}{\eta^*} e^{-\alpha z} \cancel{e^{+j\beta z}} \underbrace{(\hat x \times \hat y)}_{\hat z} = \overset{\in\mathbb{C}}{\boxed{\frac{|C_1|^2}{2\eta^*}}}\, \boxed{e^{-2\alpha z}}\, \hat z$$

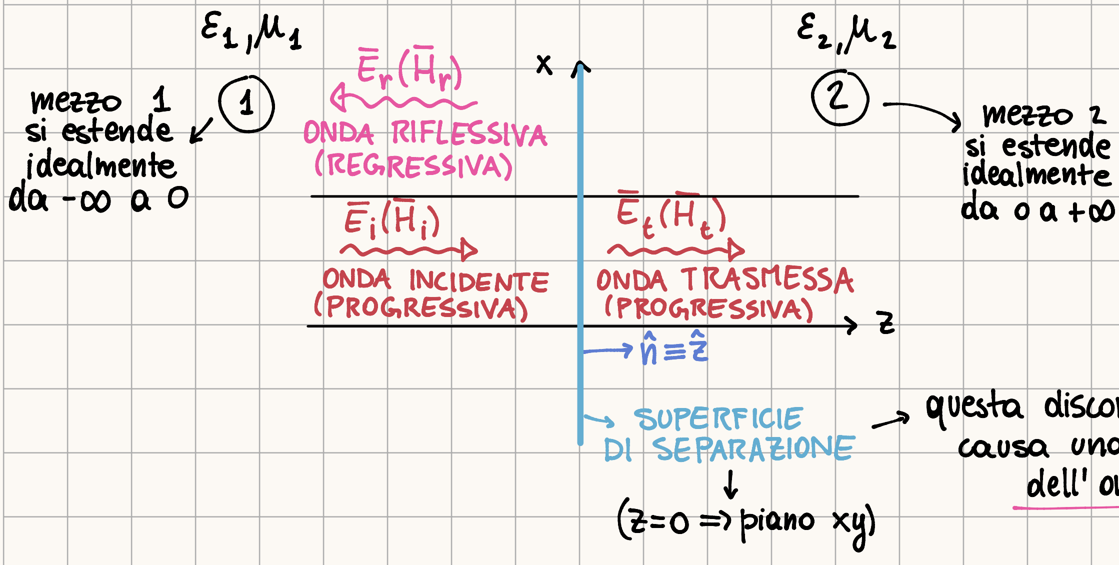
decresce esponenzialmente con la distanza



PROPAGAZIONE DI ONDE PIANE

IN PRESENZA DI DISCONTINUITÁ DIELETTRICHE

1) due mezzi dielettrici separati da una superficie piana (con incidenza normale)



(MEZZI IDEALI)

→ questa discontinuità dielettrica causa una riflessione dell'onda

• IPOTESI: l'onda piana si propaga lungo z

$\Rightarrow$ direzione di propagazione perpendicolare (normale) alla superficie di separazione

$\Rightarrow$ in questo caso anche le onde riflesse e trasmesse si propagano lungo z

• senza perdita di generalità supponiamo che l'onda piana sia polarizzata lungo $\hat x$

→ nella regione 1:

$$\bar E_1(\bar r) = \bar E_i(\bar r) + \bar E_r(\bar r) = \underbrace{E_i}_{\text{ampiezza onda incidente}} e^{-jk_1 z}\, \hat x + \underbrace{E_r}_{\text{ampiezza onda regressiva}} e^{+jk_1 z}\, \hat x$$

$$\bar{H}_1(\bar{r}) = \bar{H}_i(\bar{r}) + \bar{H}_r(\bar{r}) = \frac{E_i}{\eta_1} e^{-jk_1 z}\, \hat{y} - \frac{E_r}{\eta_1} e^{+jk_1 z}\, \hat{y}$$

RICORDA: il "−" esce dal fatto che E, H, z devono formare una terna destrorsa

$$k_1 = \omega\sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} \qquad \eta_1 = \sqrt{\frac{\mu_1}{\varepsilon_1}}$$

→ nella regione ②:

$$\bar{E}_2(\bar{r}) = \bar{E}_t(\bar{r}) = E_t\, e^{-jk_2 z}\, \hat{x}$$

$$\bar{H}_2(\bar{r}) = \bar{H}_t(\bar{r}) = \frac{E_t}{\eta_2} e^{-jk_2 z}\, \hat{y}$$

$$k_2 = \omega\sqrt{\varepsilon_2 \mu_2} \qquad \eta_2 = \sqrt{\frac{\mu_2}{\varepsilon_2}}$$

↳ onda riflessa e onda trasmessa sono sconosciute → sono definite dall'ambiente
↳ onda incidente è tipicamente nota

↓

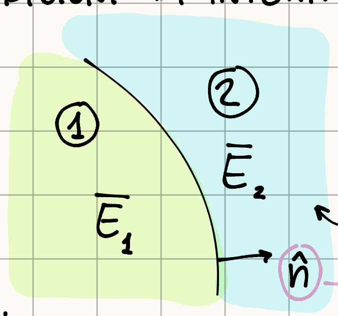
come formulare il problema?

↓

→ CONDIZIONI DI INTERFACCIA

↓

mettono in relazione $\bar{E}_1$ ed $\bar{E}_2$



→ normale

↓

- $\hat{n} \times (\bar{E}_2(\bar{r}) - \bar{E}_1(\bar{r}))\Big|_{\text{interfaccia}} = 0$ → componente tangenziale di $\bar{E}$ è continua

- $\hat{n} \times (\bar{H}_2(\bar{r}) - \bar{H}_1(\bar{r}))\Big|_{\text{interfaccia}} = \boxed{\bar{J}_s}(\bar{r})$ → componente tangenziale di $\bar{H}$ può essere discontinua in presenza di $\bar{J}_s$ sulla discontinuità

presente quando abbiamo conduttori elettrici perfetti

→ $=0$ se i materiali sono dielettrici ideali

Created by Notein

$\downarrow$

nel nostro caso quindi le condizioni di interfaccia diventano

$$\bullet\ \hat{z} \times \hat{x}\left(E_t e^{-jk_2 z} - E_i e^{-jk_1 z} - E_r e^{+jk_1 z}\right)\Big|_{z=0} = 0$$

$$\bullet\ \hat{z} \times \hat{y}\left(\frac{E_t}{\eta_2} e^{-jk_2 z} - \frac{E_i}{\eta_1} e^{-jk_1 z} + \frac{E_r}{\eta_1} e^{+jk_1 z}\right)\Big|_{z=0} = 0$$

sistema di due equazioni da cui si puó ricavare il legame tra E_r o E_t ed E_i