Università di Trento - Dip. di Ingegneria e Scienza dell'Informazione CdL in Informatica, Ingegneria dell'informazione e delle comunicazioni e Ingegneria dell'informazione e organizzazione d'impresa a.a. 2017-18 - PIAZZA4 - "... ora passi più lunghi..."

Risolvete le seguenti disequazioni trigonometriche:

a)
$$\sin(2x) > \frac{\sqrt{3}}{2}$$
; b) $0 \le \cos(x+1) < 1$;

b)
$$0 \le \cos(x+1) < 1$$
;

c)
$$2\sin^2 x - \sin x > 1$$
;

c)
$$2\sin^2 x - \sin x > 1$$
; d) $\begin{cases} 5\sin^2 x + \sin x + \cos^2 x < \frac{5}{2} \\ \sin x > 0. \end{cases}$

Verificate che per ogni $z \in \mathbf{C}$ vale $\overline{z^2 + |z|(z+1)} = \overline{z}^2 + |z|(\overline{z}+1)$.

Determinate le potenze z^3 e z^4 del numero complesso $z = \left(\frac{2 + 2\sqrt{3}i}{|1 - \sqrt{3}i|}\right)i$.

Risolvete in C le seguenti equazioni: 1.4)

a)
$$\overline{z}z - \overline{z} + \frac{i}{4} = 0$$
;

b)
$$z|z| - 3z + 2i = 0$$
.

1.5) Risolvete in C le seguenti equazioni di secondo grado:

a)
$$4z^2 - 4z + 2 - \sqrt{3}i = 0$$
:

b)
$$z^2 + 2iz - 1 - i = 0$$
.

Risolvete ed interpretate geometricamente nel piano di Gauss:

a)
$$\begin{cases} |z+1+i| = 1 \\ \operatorname{Re} z + \operatorname{Im} z + 2 = 0; \end{cases}$$
 b) $\operatorname{Re} \left(3z + 5\overline{z} - z^2 - z\overline{z} \right) = 2\operatorname{Im} z.$

o)
$$\operatorname{Re}(3z + 5\overline{z} - z^2 - z\overline{z}) = 2\operatorname{Im}z$$

Determinate le soluzioni (z, w) con $z, w \in \mathbb{C}$ dei sistemi

a)
$$\begin{cases} z^2 + wi = i \\ w + z = 1; \end{cases}$$
 b)
$$\begin{cases} z\overline{w} = 2i \\ z^4 = 2iw^2. \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} z\overline{w} = 2i \\ z^4 = 2iw^2 \end{cases}$$

1

1.8) Provate, usando il principio di induzione, che

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{4k^2 - 1} = \frac{n}{2n+1} \text{ per ogni } n \in \mathbf{N}, n \ge 1.$$