Lezione 1 - Presentazione e unità di misura

Definizioni

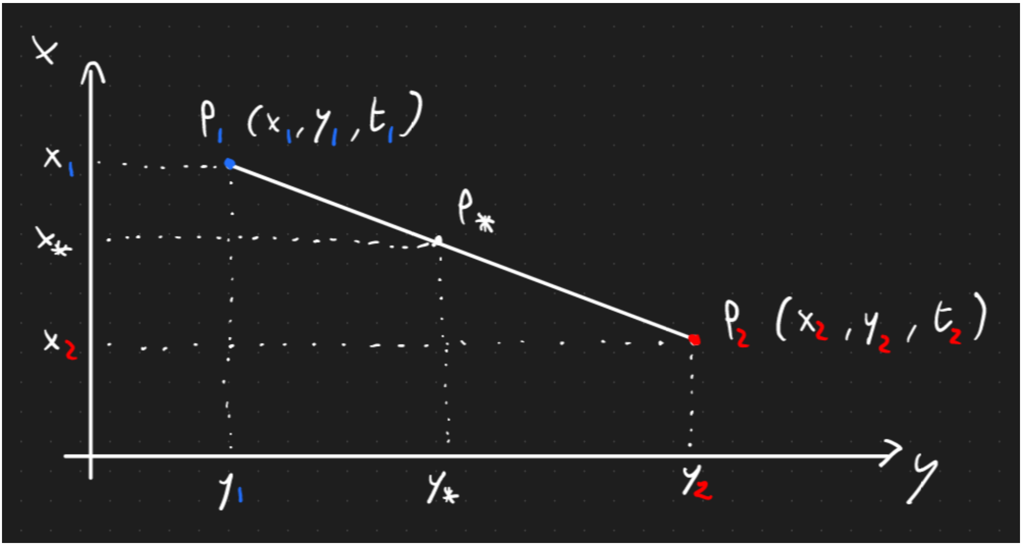
- Modelli
- dimensioni/grandezze
- trascurabilità rispetto a
- matematica

Ordine di grandezza

$$\begin{cases} x \cdot 10^y & x < \pi \\ 0,x \cdot 10^{y+1} & x > \pi \end{cases}$$

Lezione 2 - Inizio cinetica

Rondine



$$x(t) = x_i + v_x(t - t_i)$$

dove x_i è il punto iniziale e t_i l'istante iniziale. Calcoliamo rispetto a un punto finale:

$$x(t_f) = x_i + v_x(t_f - t_i)$$

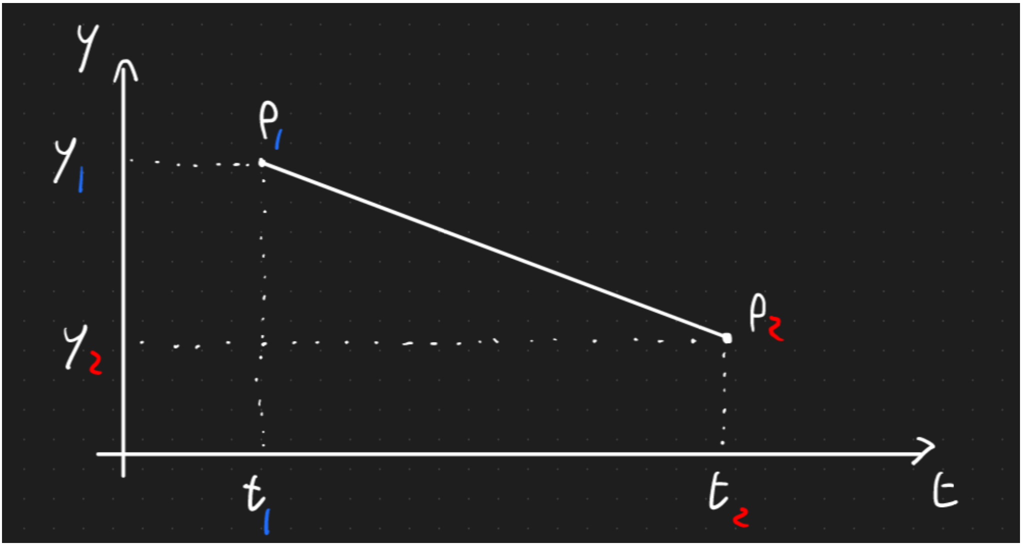
da qui:

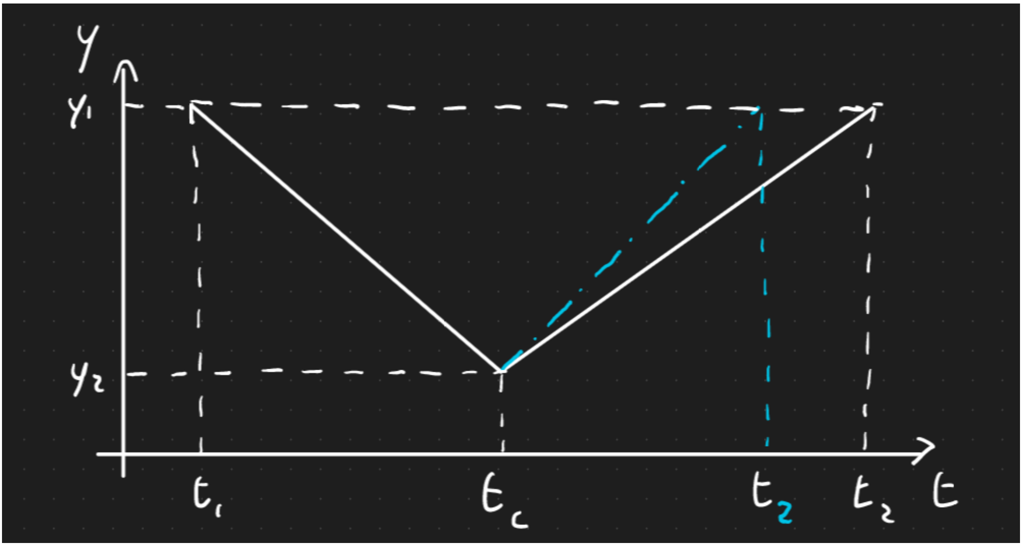
$$v_x = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

In forma vettoriale in due dimensioni:

$$\vec{r} = \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_i + v_x(t - t_i) \\ y_i + v_y(t - t_i) \end{bmatrix} = \vec{r}_1 + \vec{v}(t - t_i)$$

Moto rettilineo uniforme





Nel caso della linea tratto-punto blu, usando y come indicatore di quota, si vede che la rondine risale di quota a una velocità maggiore rispetto alla linea continua

Un moto rettilineo uniforme non può esistere nella realtà a causa della sua infinità e l'essere retto

Lezione 3 - Sistemi inerziali

1° principio d'inerzia

Un corpo permane nel suo stato di quiete o moto rettilineo uniforme a meno che non intervenga un agente esterno

2° principio d'inerzia

In un sistema inerziale (dove vale il primo principio d'inerzia), la forza che agisce su un corpo è direttamente proporzionale alla massa e accelerazione

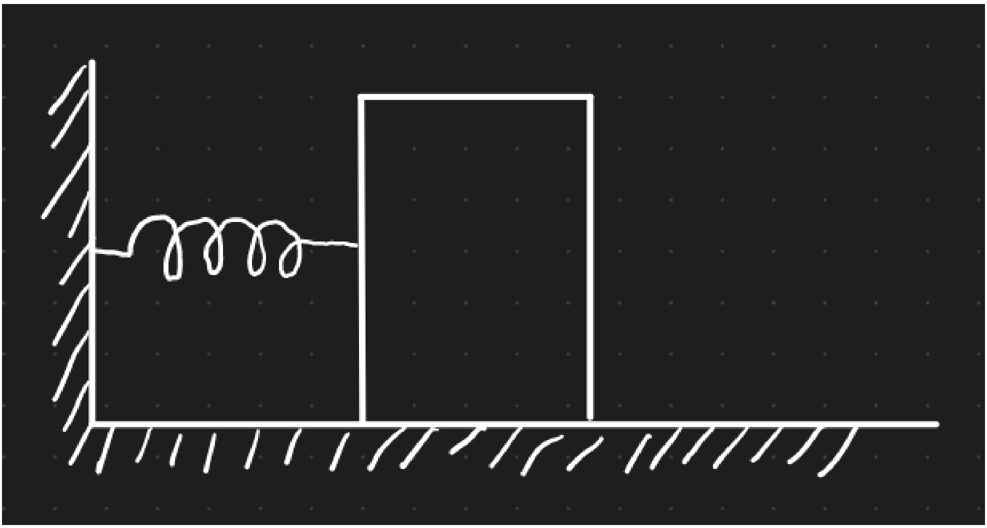
$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

La massa inerziale è la capacità di un corpo di opporsi ad una forza

Accelerazione

$$\lim_{\Delta t \to 0} \quad \frac{\Delta v}{\Delta t} = a$$

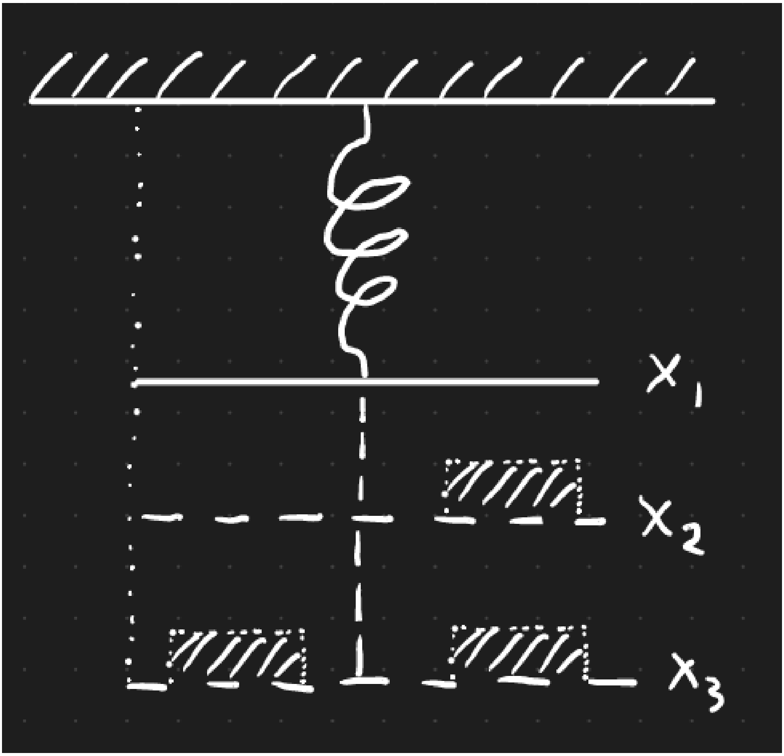
Molla



La forza esercitata dalla molla, o **forza elastica**, corrisponde a

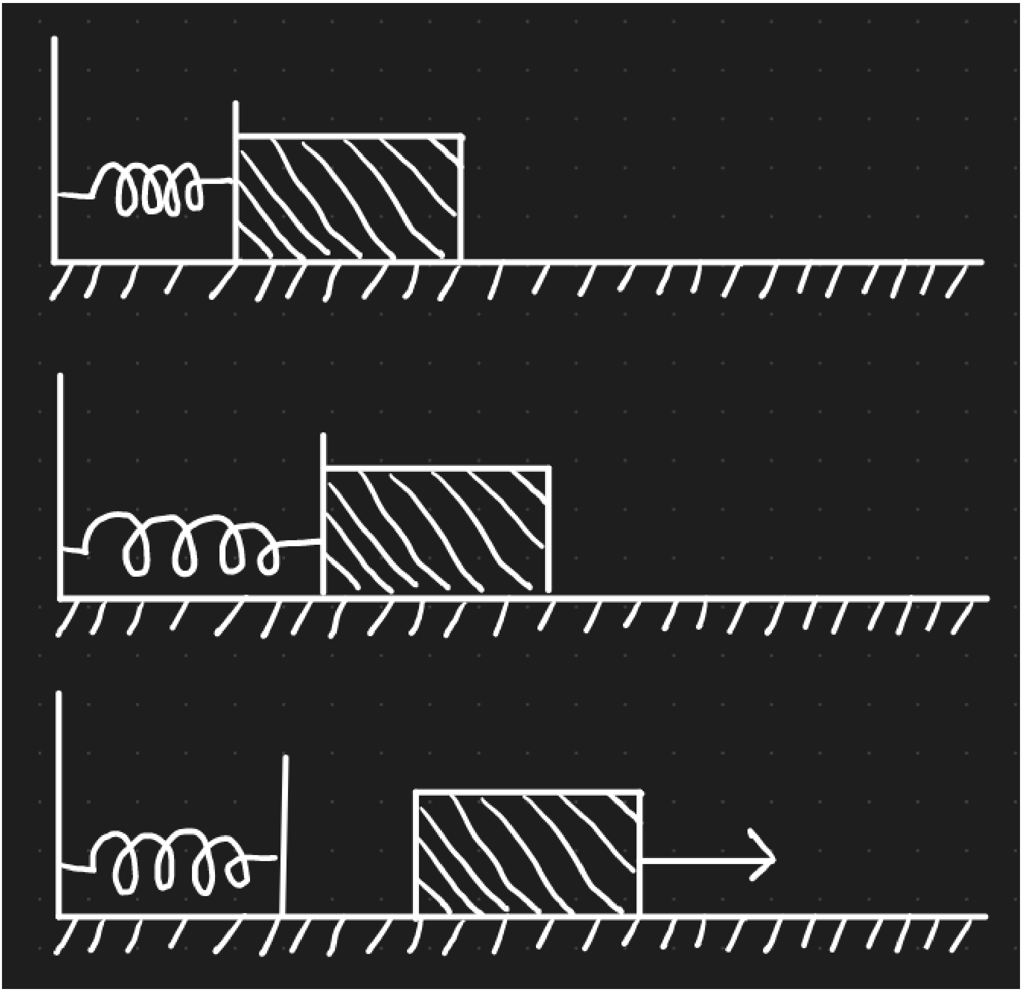
$$F_{el} = -K \cdot \Delta x$$

Con K come costante elastica



Δx	F
$1\ cm$	$3\ N$
$1\ cm$	$6\ N$
$3\ cm$	$9\ N$

Molla e Ghiaccio

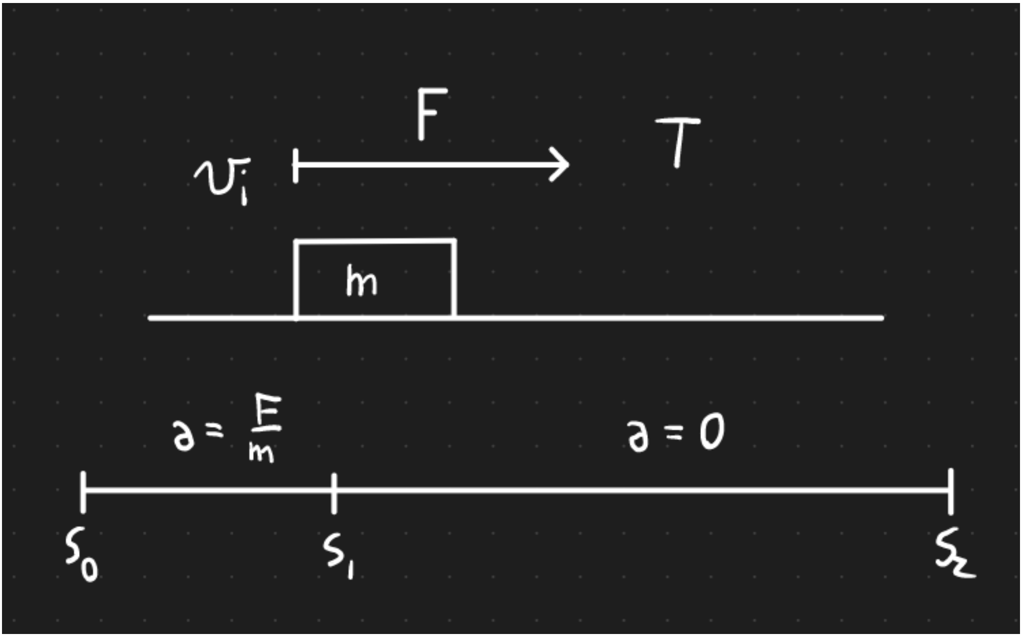


In questo sistema abbiamo una molla compressa che spinge per un tempo T con una forza F contro un blocco di ghiaccio di massa m, facendolo scivolare su una superficie senza attrito. Cerchiamo di individuare la velocità finale e in quanto tempo raggiunge una distanza specifica

Newton

$$N = kg \cdot \frac{m}{s^2}$$

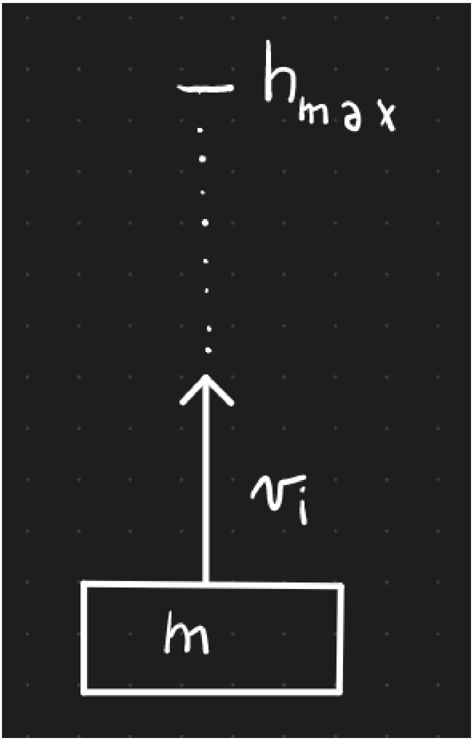
Risoluzione



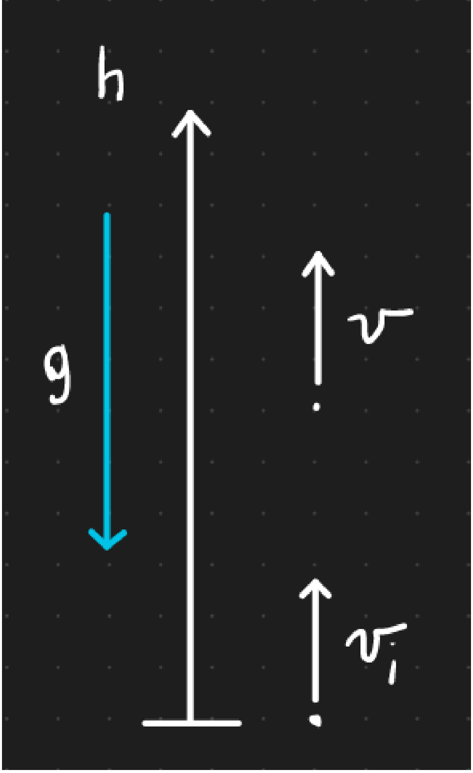
$$v(t) = v_i + \int_{t_i}^{tf} a\, dt = v_i + \frac{F}{m} \int_{t_i}^{tf} dt = v_i + \frac{F}{m}(t - t_i)$$

$$s(t) = s_i + \int_i^f v(t) dt = s_i + v_i(t - t_i) + \frac{1}{2} a (t - t_i)^2$$

Moto rettilineo uniformemente accellerato



In questo problema lanciamo un oggetto in aria con una velocità iniziale v_i, cerchiamo di individuare in quale punto viene raggiunta l'altezza massima sapendo che l'oggetto è sottoposto alla forza di gravità $g = 9,8\frac{m}{s^2}$

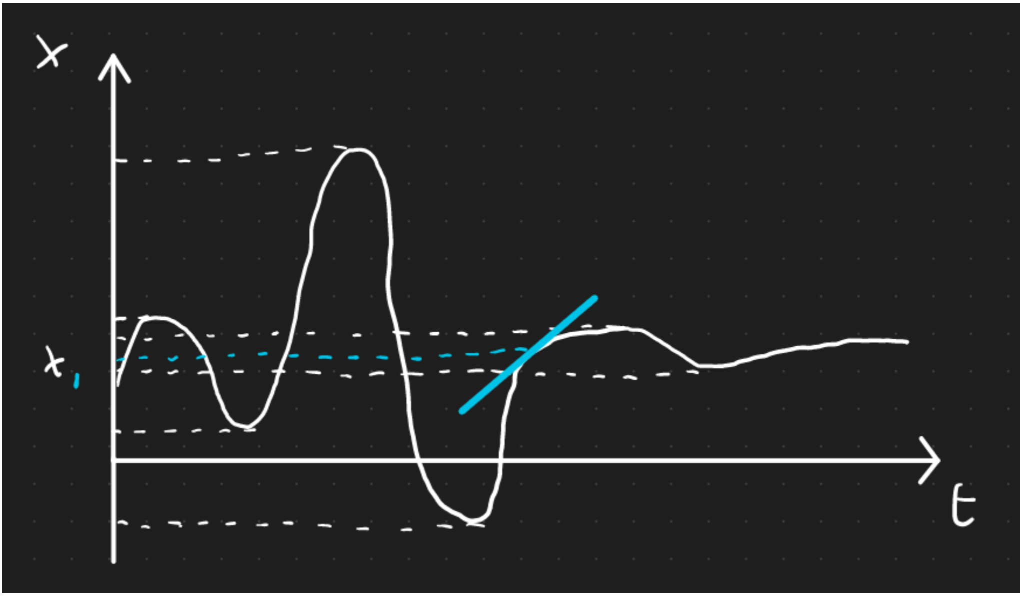


$$v(t) = v_i + a(t - t_i) \qquad with \qquad a = -|a|$$

$$h(t) = h_i + v_i(t - t_i) + \frac{1}{2}a(t - t_i)^2$$

Lezione 4 - Moto circolare

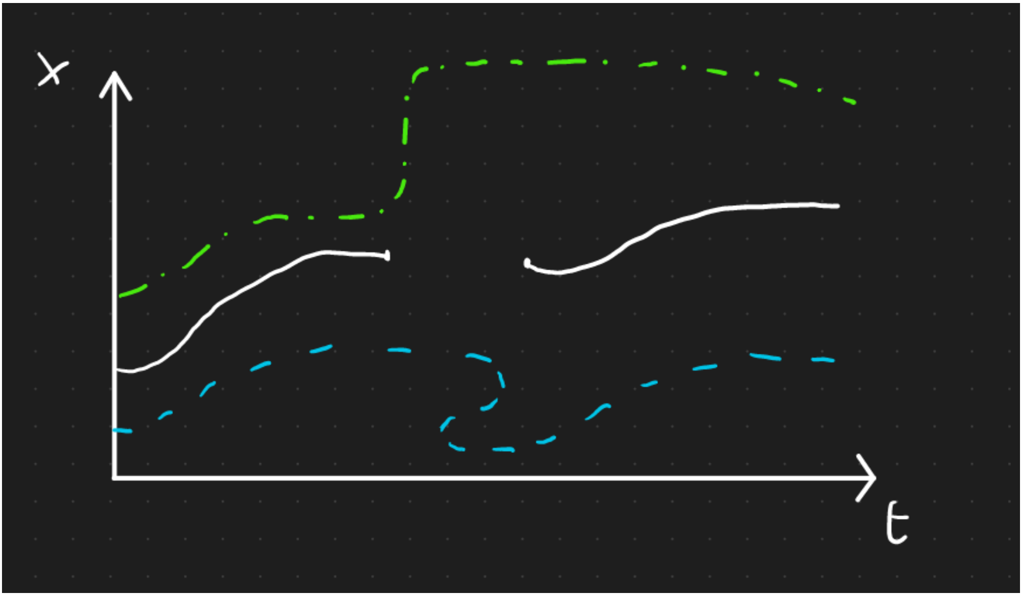
Studio dei grafici



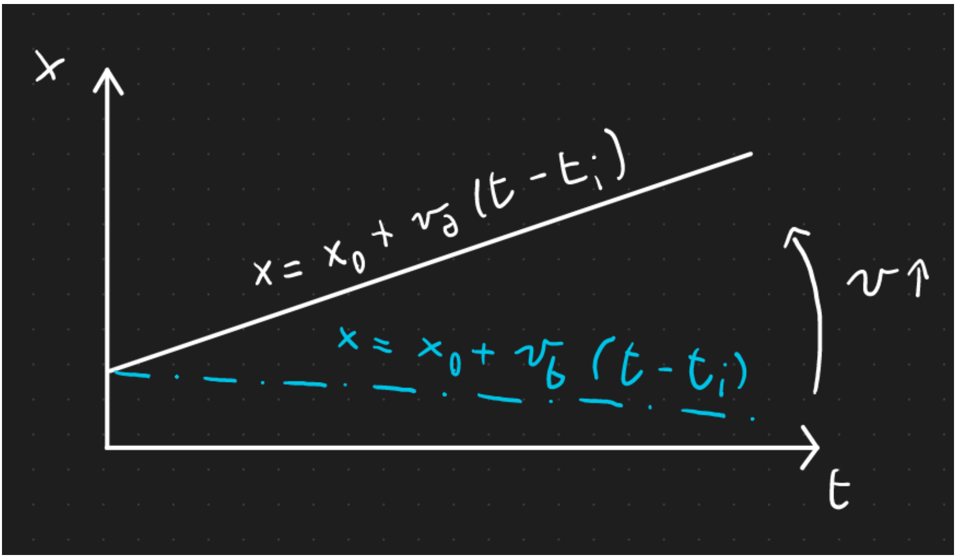
La velocità nel punto x_1 corrisponde al coefficiente angolare, o la derivata in quel punto

$$\Delta s = \vec{s}_f - \vec{s}_i$$

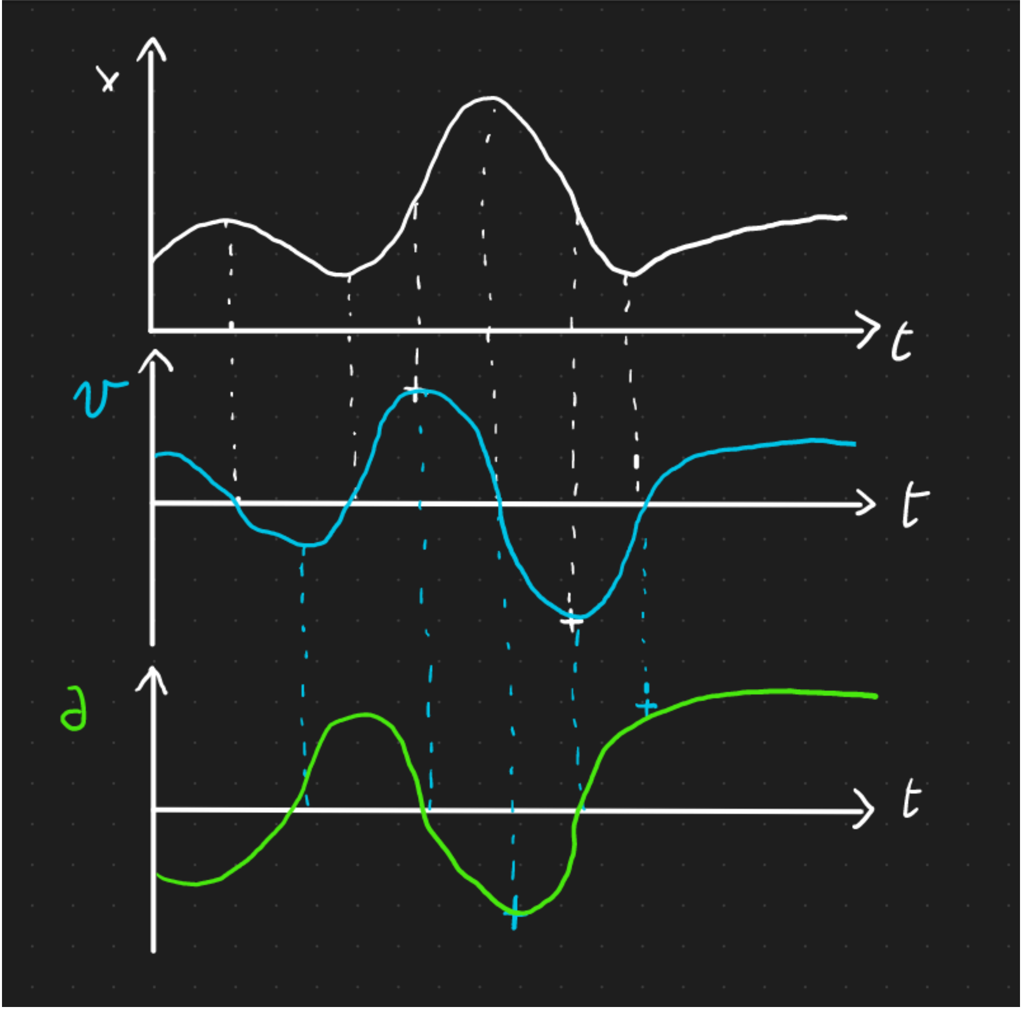
Alcune strutture nel grafo non possono esistere nella realtà:



- —— impossibile: sparisce
- – – – impossibile: torna indietro nel tempo
- – · – impossibile: esiste in diversi punti contemporaneamente



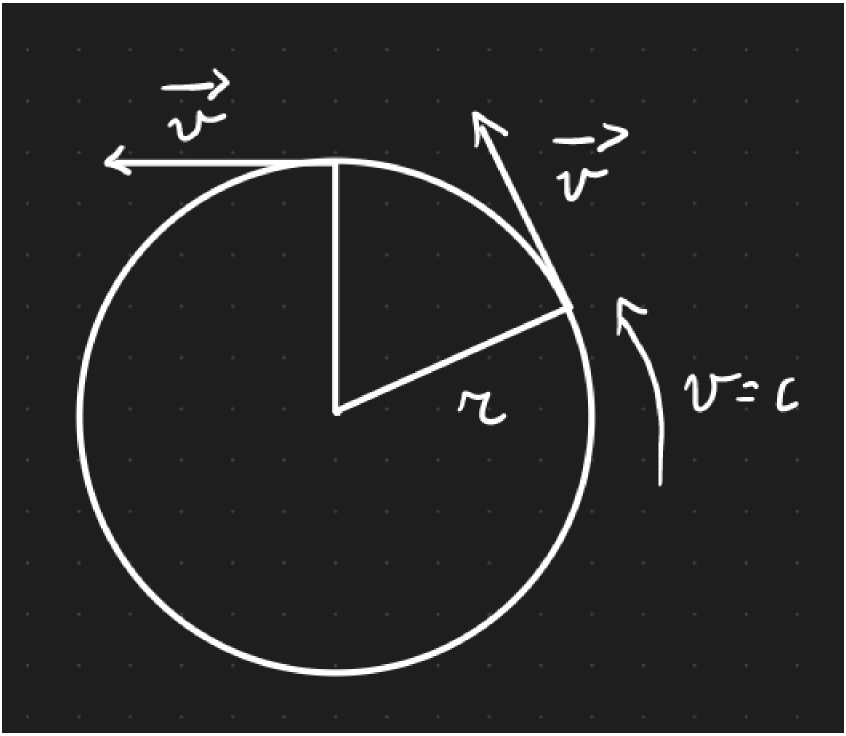
Come possiamo vedere,con $v_a > v_b$, all'aumentare della velocità, aumenta l'inclinazione della retta. Ovviamente nel caso di 0° corrisponde la quiete dell'oggetto, mentre se l'inclinazione è negativa, allora il verso della velocità di è invertito



Sappiamo che:

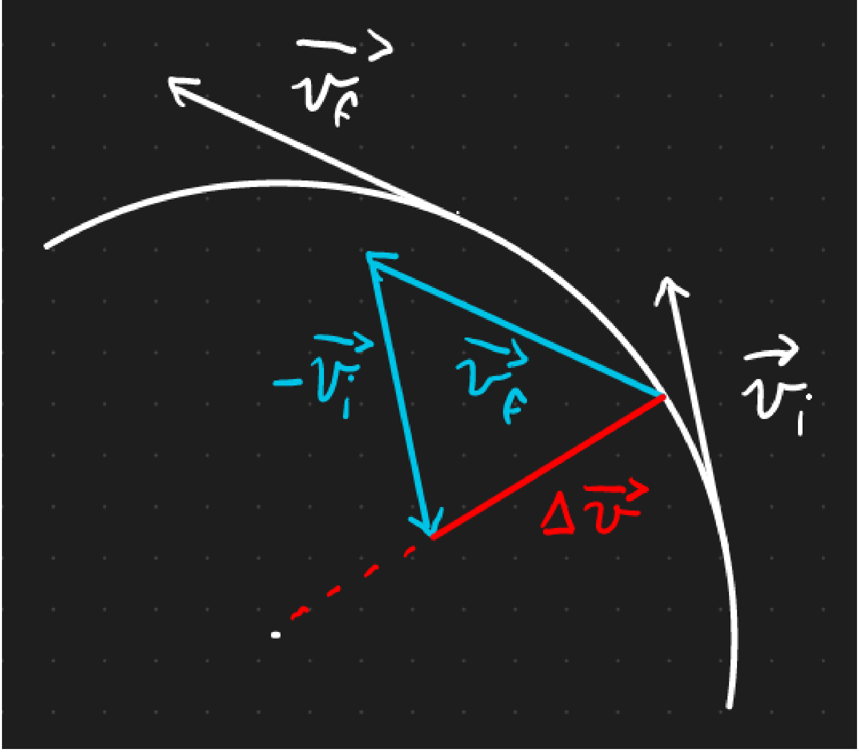
$$x(t) \qquad v(t) = \frac{dx}{dt} \qquad a(t) = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

Moto circolare



Nonostante l'apparenza, la velocità varia, è il suo modulo a rimanere costante

$$\vec{F} = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt}$$



Usando la geometria dei vettori $\Delta\vec{v} = \vec{v}_f + (-\vec{v}_i)$, è dimostrabile l'esistenza di una forza che attrae l'oggetto verso il centro, la **forza centripeta**

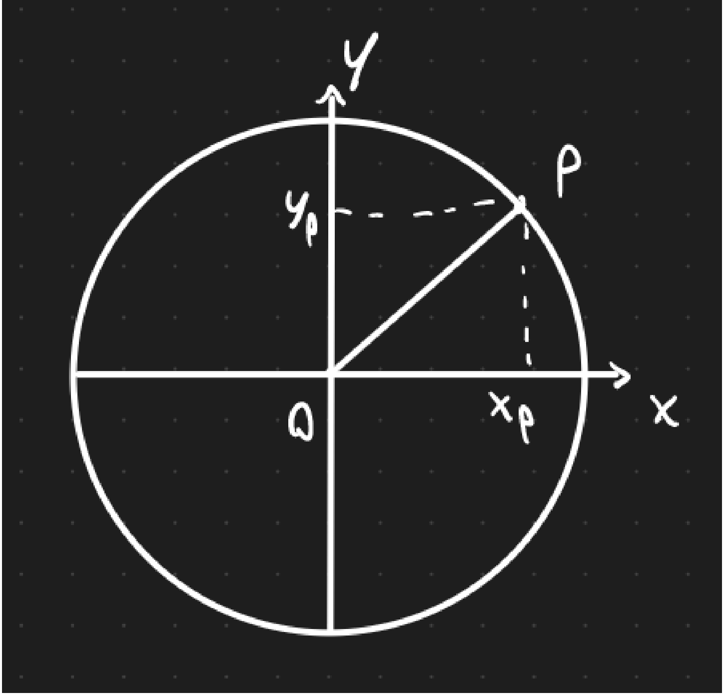
$$\vec{a}_c = \frac{d\vec{v}}{dt} =_{\Delta t \to 0}^{lim}$$

Calcoliamo ora la velocità angolare w con un periodo T (il tempo necessario per compiere un giro)

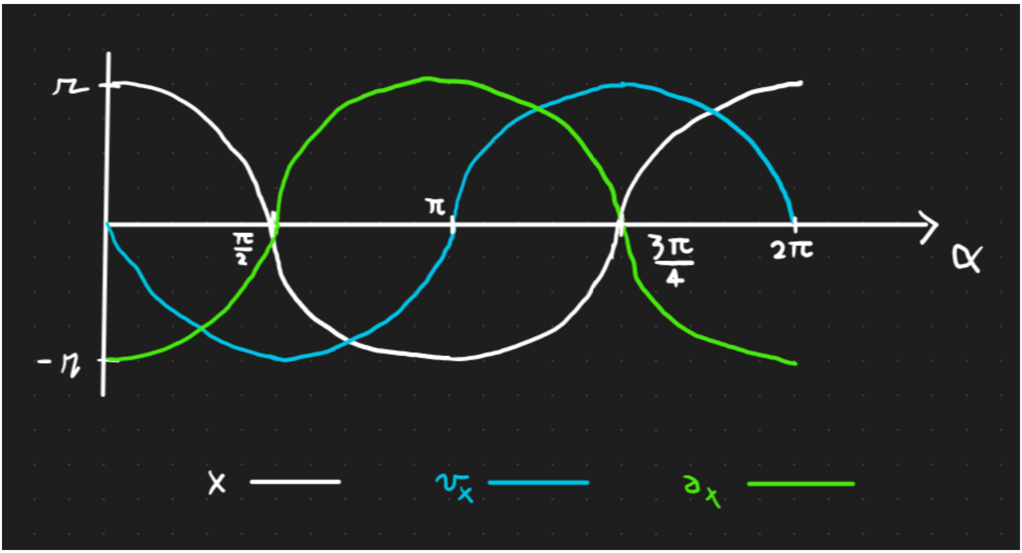
$$v = \frac{C}{T} = \frac{2\pi r}{T} \qquad \Rightarrow \qquad w = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow v = wr$$

L'accelerazione centripeta, che verge sempre verso il centro, corrisponde a

$$a_c = \frac{v^2}{r} = w^2 r$$



Dato che l'angolo $\alpha = \alpha_0 + wt$, possiamo confrontare la posizione, velocità e accelerazione delle singole componenti



$$\begin{cases} x_p = r \cdot cos(wt) \\ y_p = r \cdot sin(wt) \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_{x_p} = -wr \cdot sin(wt) \\ v_{y_p} = wr \cdot cos(wt) \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_{x_p} = -w^2 r \cdot cos(wt) \\ a_{y_p} = -w^2 r \cdot sin(wt) \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} a_{x_p} = -w^2(x_p) \\ a_{y_p} = -w^2(y_p) \end{cases}$$

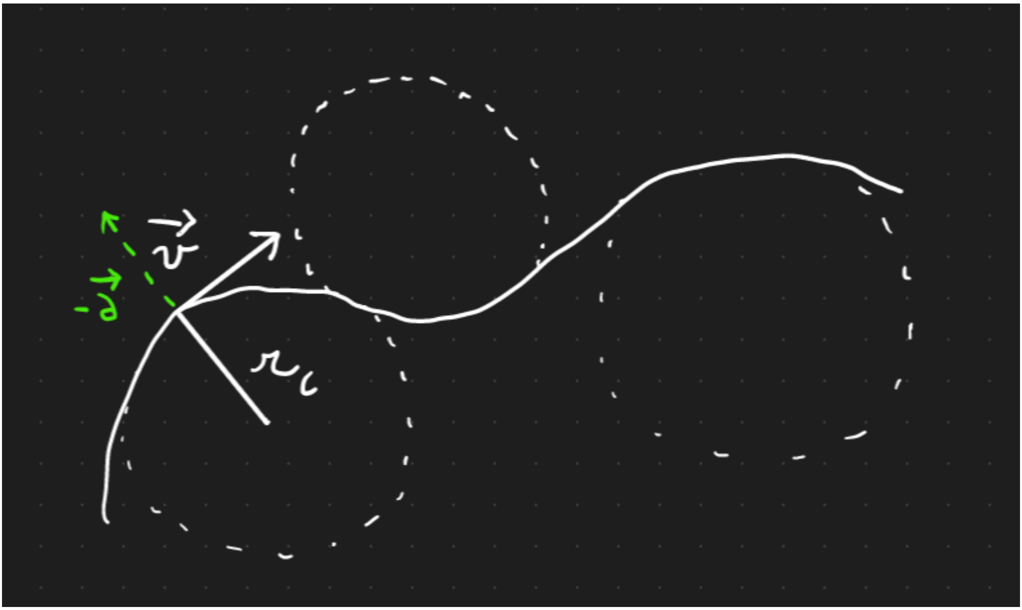
Con $t = \frac{\alpha - \alpha_0}{w}$.
Usando $\vec{P}$ vettore delle posizioni di P, abbiamo

$$|\vec{P}| = \sqrt{x_p^2 + y_p^2} = r \qquad |\vec{v}| = wr \qquad |\vec{a}| = w^2 r$$

che porta a

$$\vec{a} = -w^2 \vec{P}$$

Curva in strada

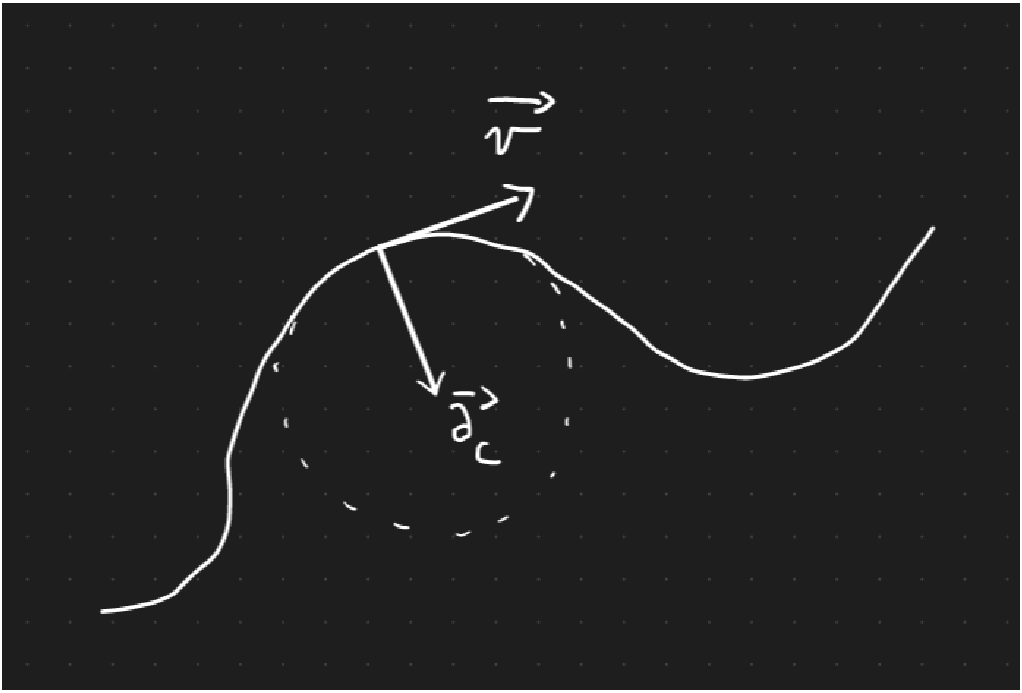


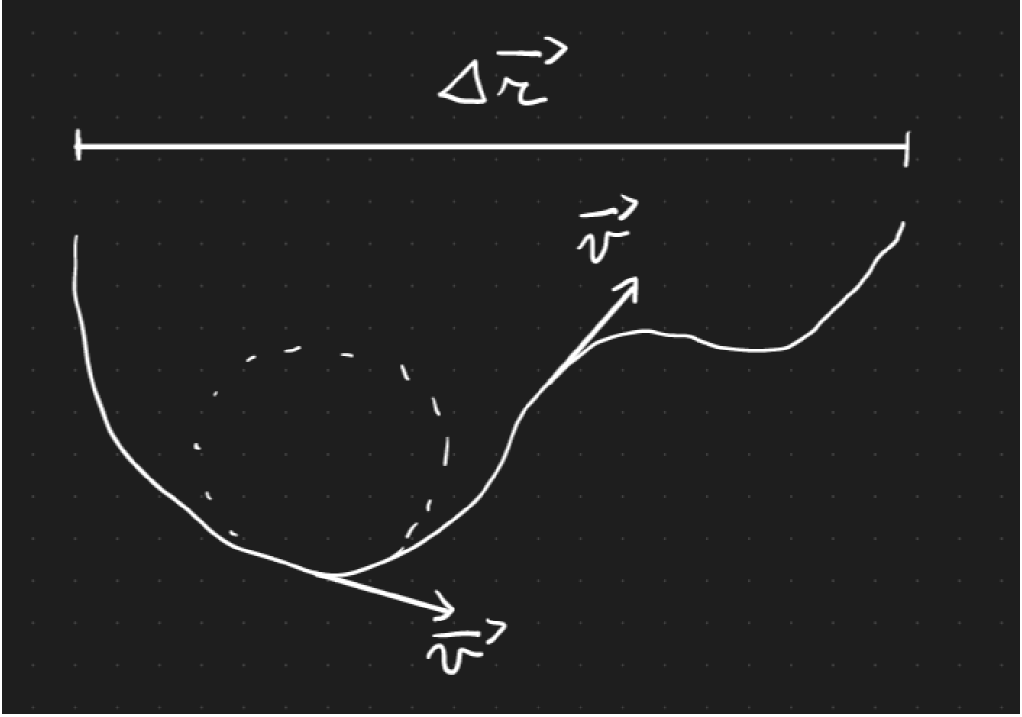
Con r_c il raggio di curvatura, è possibile calcolarlo sapendo con quale forza veniamo spinti verso l'interno della curva

$$|\vec{a}_n| = \frac{v^2}{r_c} \qquad \Rightarrow \qquad r_c = \frac{v^2}{|\vec{a}_n|}$$

Lezione 5 - Pendolo

Moto vario

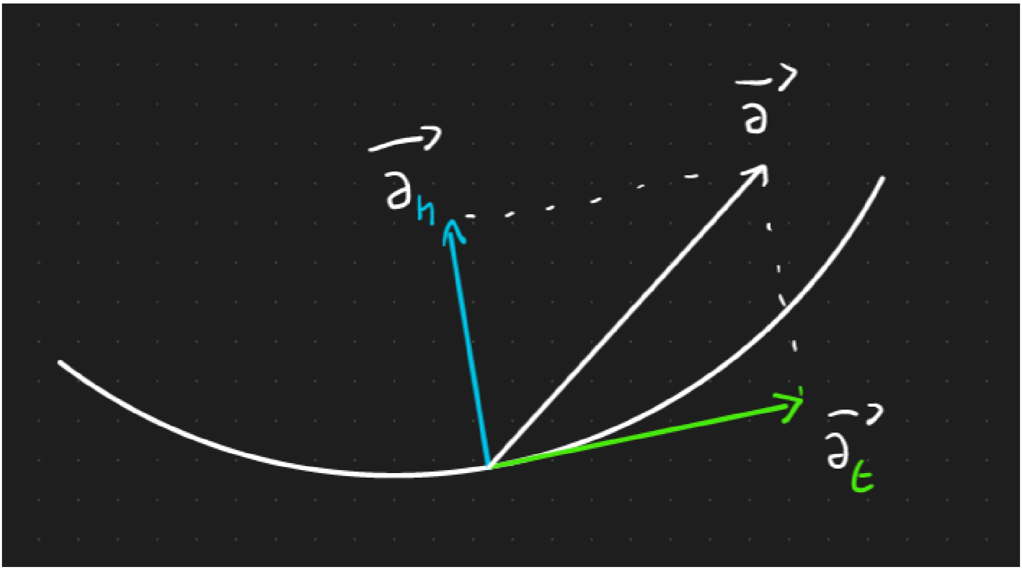




$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_i$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

La velocità è sempre tangente alla traiettoria

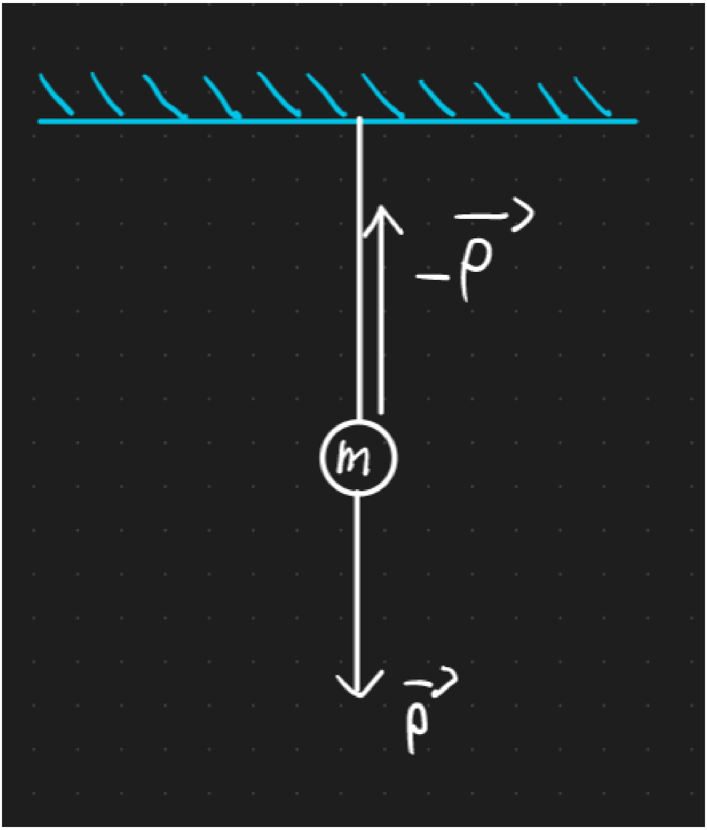


$\vec{a}_n$ è l'accelerazione normale, mentre $\vec{a}_t$ è l'accelerazione tangenziale. $\vec{a}_t$ è tangente al punto della traiettoria individuato, mentre $\vec{a}_n$ è sempre perpendicolare a $\vec{a}_t$

È possibile individuare l'accelerazione normale sfruttando il raggio di curvatura del moto

$$a_n = \frac{v^2}{r_c}$$

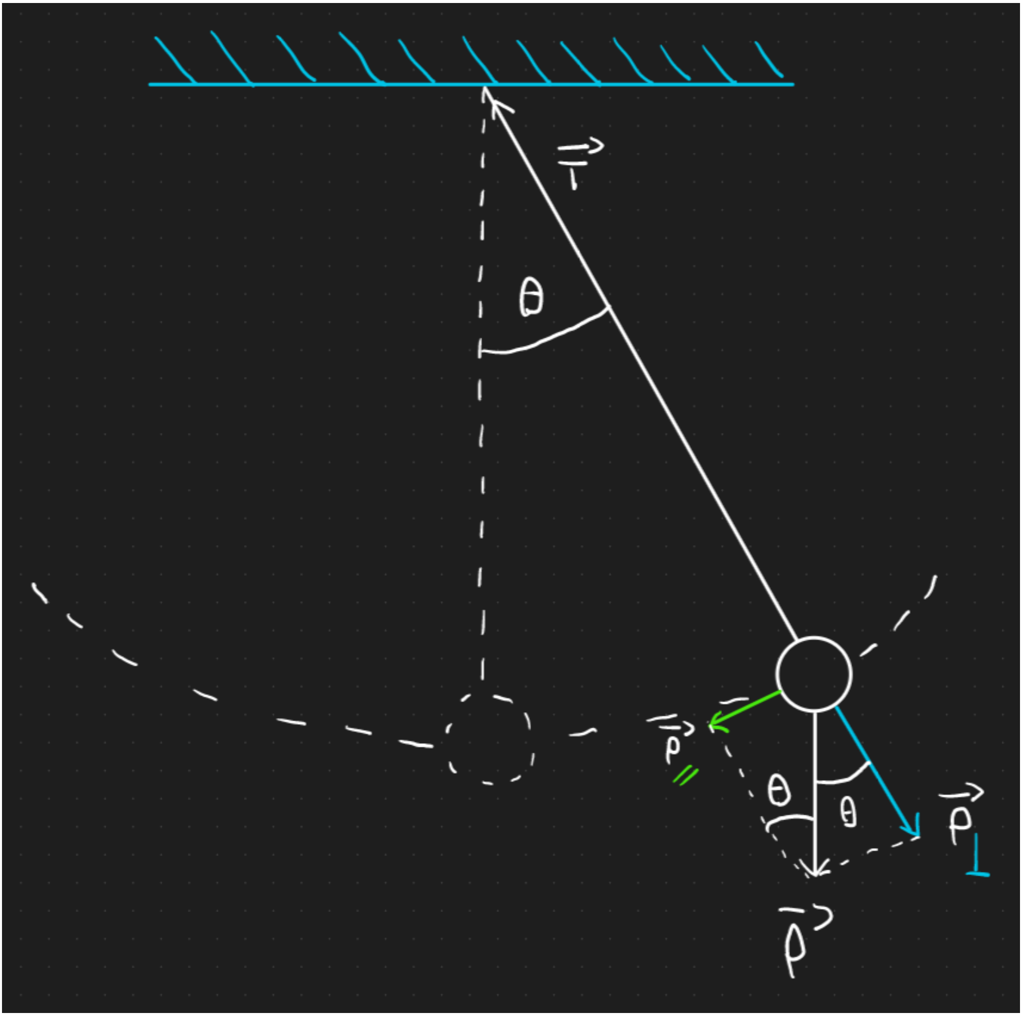
Tensione



La tensione della corda è pari e opposta alla forza alla quale è sottoposta, in questo caso la forza peso

$$\vec{T} = m \cdot -\vec{g}$$

Pendolo



$$P_t = -P\ sin(\Theta) \qquad P_n = T = P\ cos(\Theta)$$

$$a_t = \frac{l\ d^2\Theta}{dt^2} \qquad w^2 = \frac{g}{l}$$

La formula fondamentale del pendolo per piccole oscillazioni ($\Theta << 1\ rad$):

$$\frac{l\ d^2\Theta}{dt^2} + w^2\Theta = 0$$

Lezione 6 - Pendolo (contd)

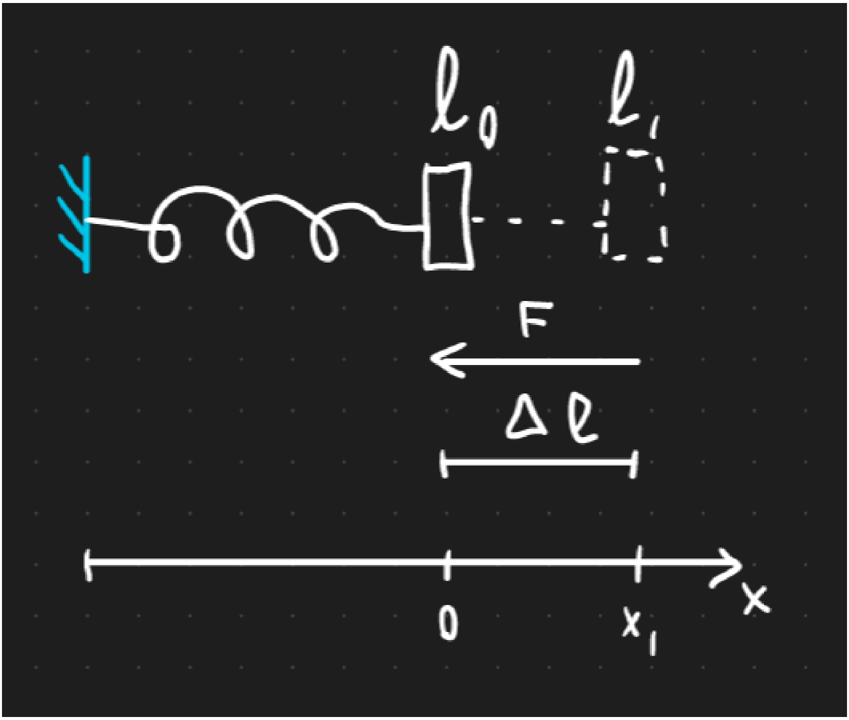
$$\Theta(t) = A\ sin(wt + \phi) \qquad \phi = -w \cdot t_0$$

A corrisponde all'ampiezza e ϕ alla fase, ossia l'offset di partenza rispetto al punto d'equilibrio

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

La formula per il periodo T dimostra **l'isocronia delle piccole oscillazioni** ossia che per piccoli angoli solo l e g influiscono sul periodo, non A

Forza di richiamo della molla



$$F = \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{Kx}{m} = 0$$

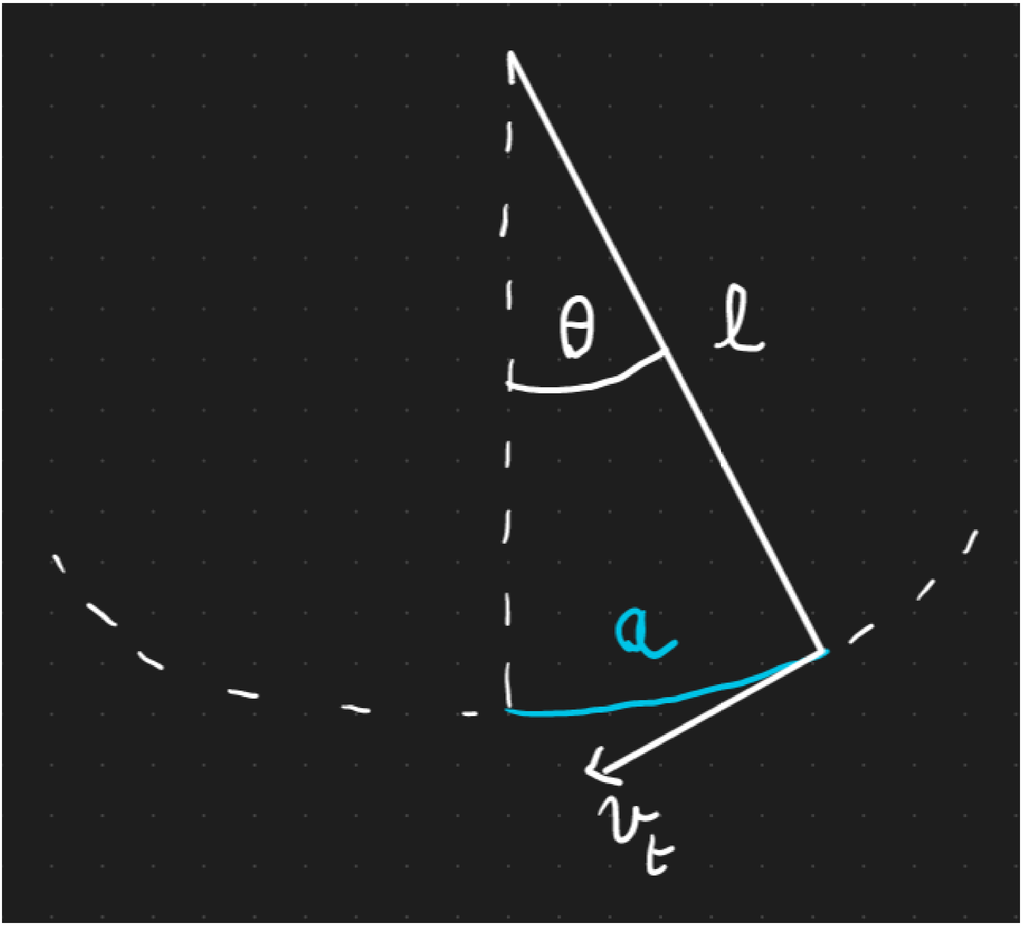
Da qui troviamo che il periodo della molla, ossia il tempo che ci impiega per passare da uno stato di massimo allungamento a uno di minimo:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$$

Periodo (contd)

$$\nu = \frac{d\Theta}{dt} = A\ w\ cos(wt + \phi)$$

$$\alpha = \frac{d\nu}{dt} = -A\ w^2\ sin(wt + \phi)$$

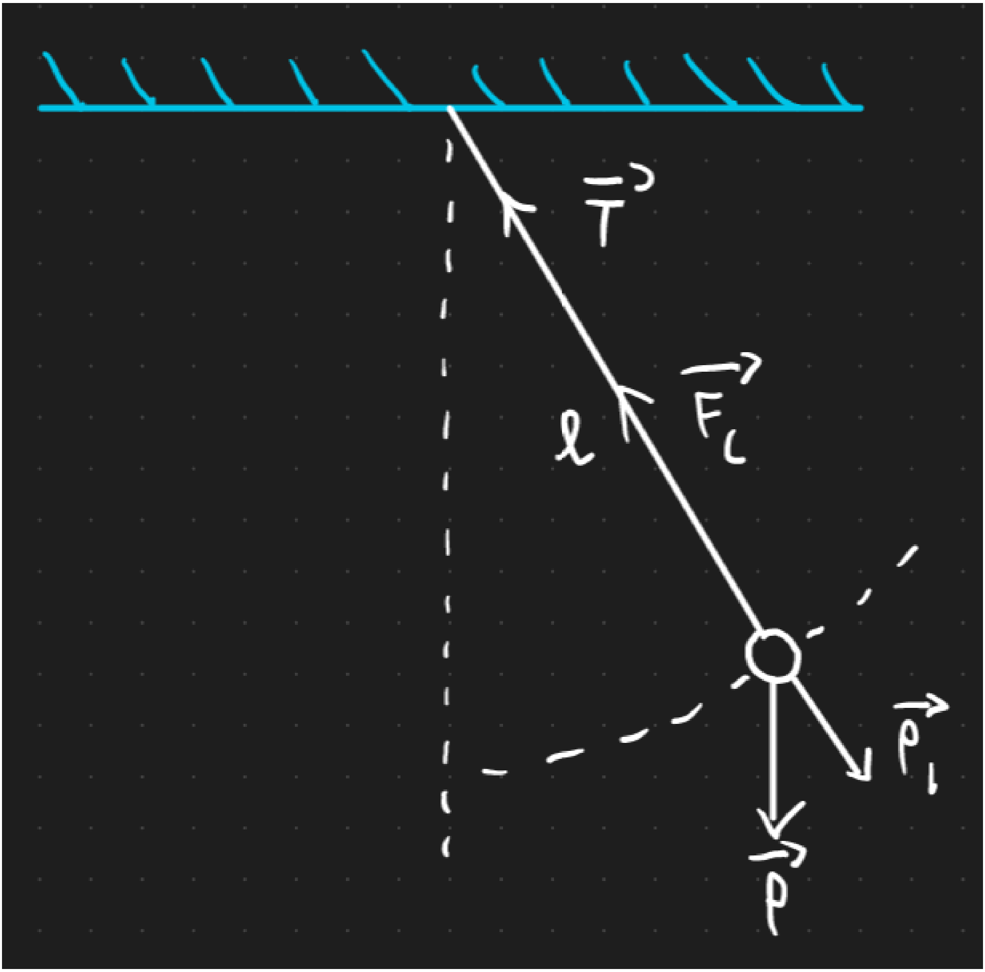


con $A = \Theta_{max}$

$$a = l\, \Theta_{max}\; sin(wt + \phi)$$

$$v_t = l\, \nu = l\, \Theta_{max}\; w\; cos(wt + \phi)$$

$$a_t = l\, \alpha = -l\, \Theta_{max}\; w^2\; sin(wt + \phi)$$



$$T = mg\, cos(\Theta) + m\frac{v_t^2}{l}$$

Quindi, per piccole oscillazioni

$$T(t) = mg(1 - \frac{\Theta_{max}^2\; sin^2(wt + \phi)}{2})\; +\; ml\, \Theta_{max}^2\; w^2\; cos(wt + \phi)$$

Lezione 7 - Lavoro

3a legge della dinamica

Ad ogni azione che un corpo A effettua su un corpo B, il corpo B esercita una reazione sul corpo A

$$\vec{F}_{A\to B} = -\vec{F}_{B\to A}$$

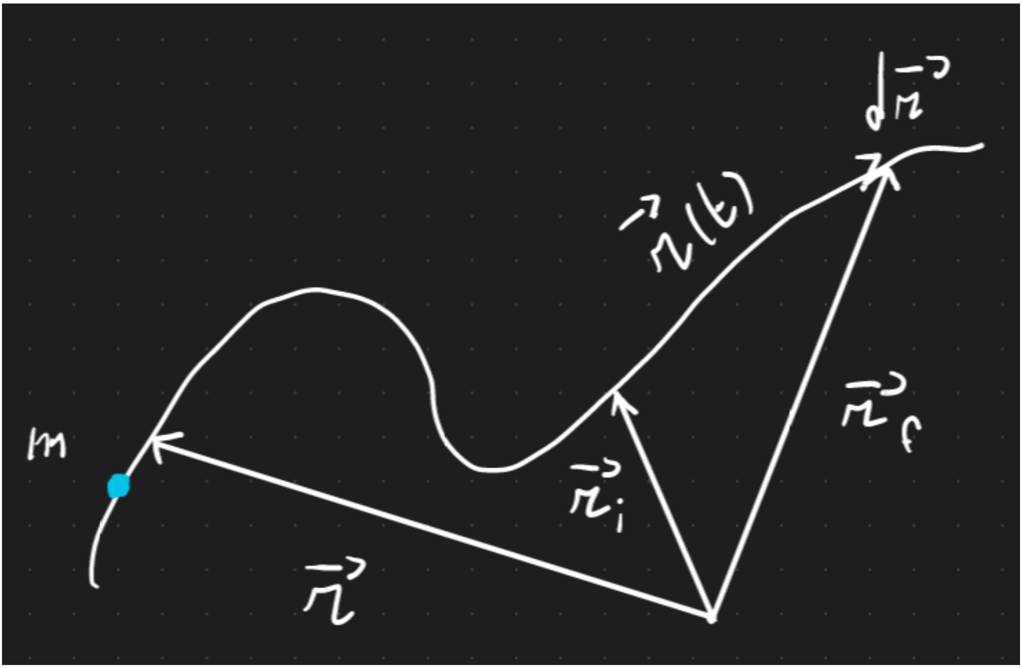
Slitta su lago ghiacciato

“slitta su lago ghiacciato” is not created yet. Click to create.

$$A_{sl} = \frac{F}{m_{sl}} \qquad\qquad \frac{F}{m_{per}} = a_{per}$$

Partendo dal punto 0 con velocità 0, allora $x(t) = -\frac{1}{2}at^2$

Prodotto scalare tra vettori



$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_i \quad -_{\Delta t\to 0}\to \quad d\vec{r}$$

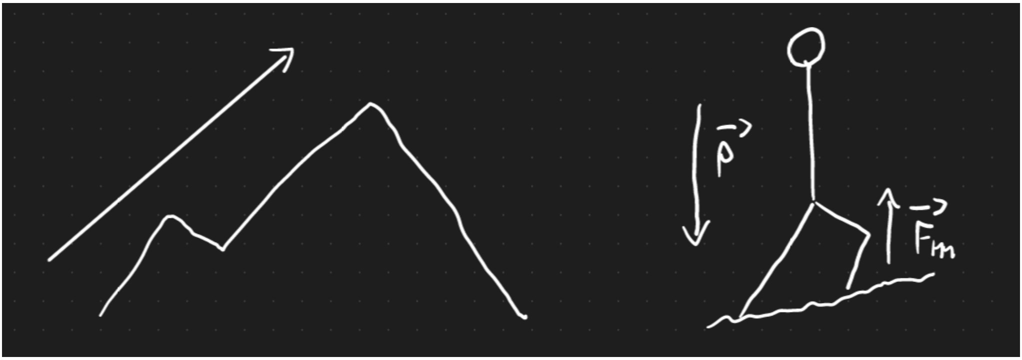
Applicare un prodotto scalare tra vettori significa $\vec{a} \cdot \vec{b} = c$ dove $c = |\vec{a}||\vec{b}| \; cos(\Theta_{ab})$

Lavoro di una forza

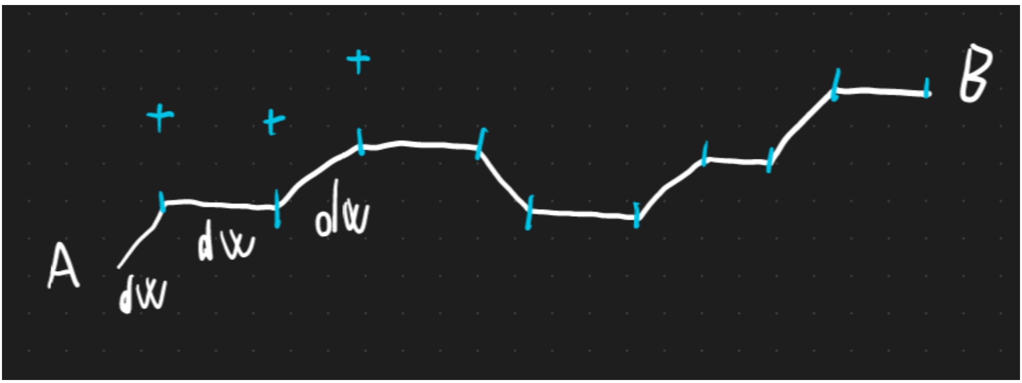
$$dW = |\vec{F}| \; |d\vec{r}| \; cos\Theta$$

Il lavoro viene misurato in Joules, ossia $J = N \cdot m$. Il lavoro viene misurato in base agli effetti della forza misurata. In caso il lavoro sia negativo allora si definisce lavoro resistente, invece se positivo è lavoro motore

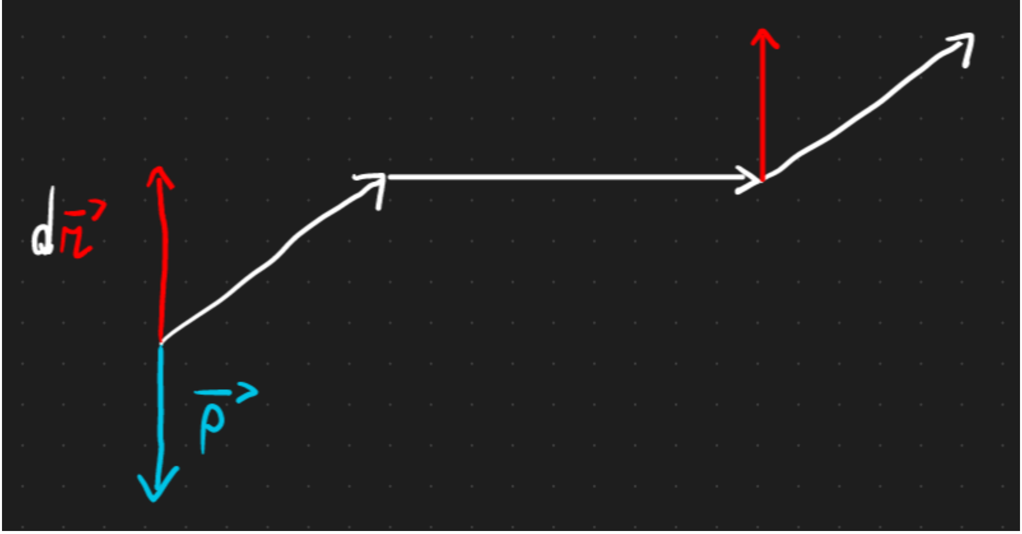
Scalata in montagna



Misurando il lavoro esercitato dalla forza peso durante la scalata di una montagna, otteniamo la sommatoria delle sezioni in cui c'è stato un cambio di quota. Ignoriamo le parti di piano perché in quel caso il coseno dell'angolo tra le forze si annulla



$$W_{A \to B} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r}$$



$$W_{0 \to 2k} = \int_0^{2k} mg\, dh$$

Semplificazione

Applicare il coseno serve solo a calcolare la forza trasposta che effettua un lavoro sull'altra forza

$$F\ cos(\Theta)\ ds = F_t\ ds$$

Lezione 8 - Piano inclinato

Teorema dell'energia cinetica

$$\vec{F}\,d\vec{s} = m\,\frac{d\vec{v}}{dt}\,d\vec{s} \quad \Rightarrow \quad dW = d[\frac{1}{2}\,m\,v^2]$$

Grazie a questa formula possiamo definire l'energia cinetica di un corpo come $E_K = \frac{1}{2}mv^2$, ossia il quanta energia è contenuta nello spostamento.
Il teorema dell'energia cinetica enuncia che il lavoro della forza risultante è uguale alla variazione della sua energia cinetica

$$W^{(R)}_{i\to f} = E_{K_f} - E_{K_i}$$

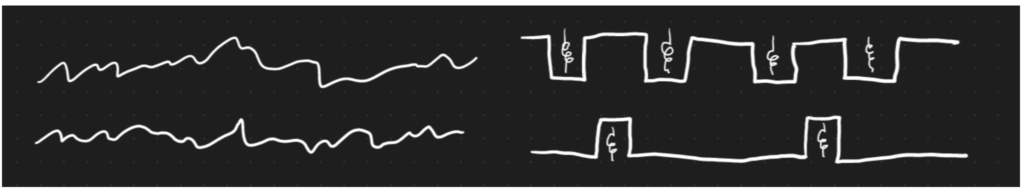
Due importanti osservazioni su questo teorema sono:

- Il lavoro va considerato sulla risultante, ossia la somma di tutte le forze esercitate sull'oggetto
- Il teorema vale solo nei sistemi inerziali

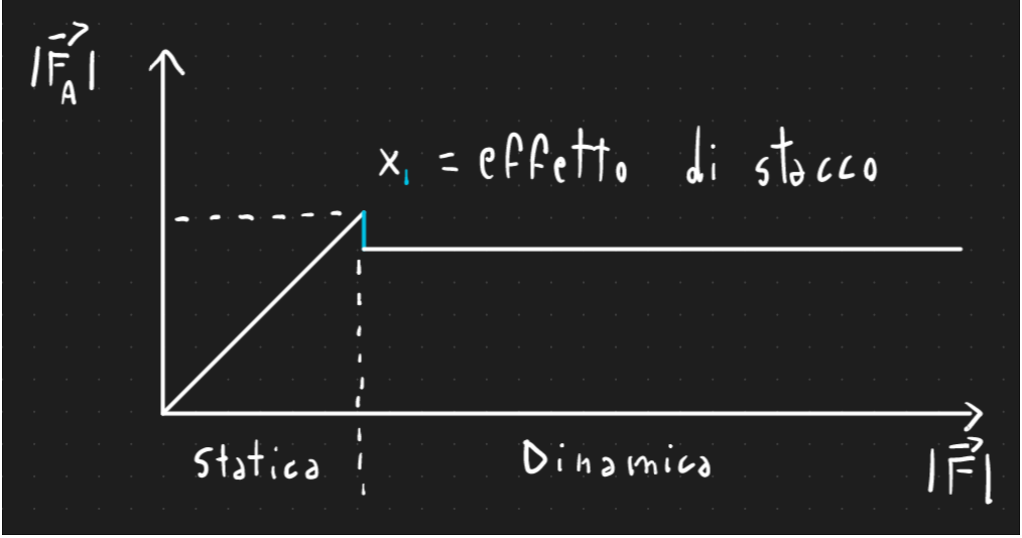
Attrito radente

Una superficie perfettamente non esiste, ma presenta una serie di irregolarità che, messe e contatto con un'altra superficie, si incastrano fra di loro. La difficoltà con la quale si piegano o rompono queste regolarità definisce la costante d'attrito μ, con la quale si calcola la forza d'attrito

$$F_A = \mu|\vec{N}|\hat{A}$$



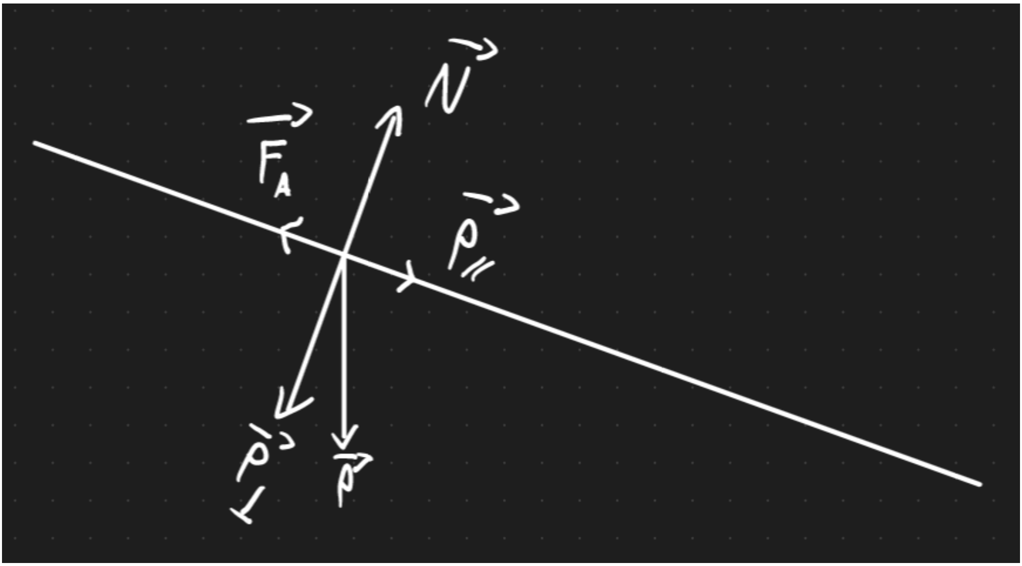
Inoltre l'attrito si può dividere in statico e dinamico. Quello statico è una forza che si oppone a quella esercitata su un oggetto, tenendolo in stato di quite, mentre quello dinamico è una forza costante che si oppone allo spostamento



$$statica \begin{cases} \vec{F}_{A_s} = -\vec{F} \\ |\vec{F}_{A_s}| = |\vec{F}^{max}_{A_s}| = \mu_s |\vec{N}| \end{cases}$$

$$dinamica \left\{ \vec{F}_{A_d} = -\mu_d |\vec{N}| \hat{v} \right.$$

Piano inclinato

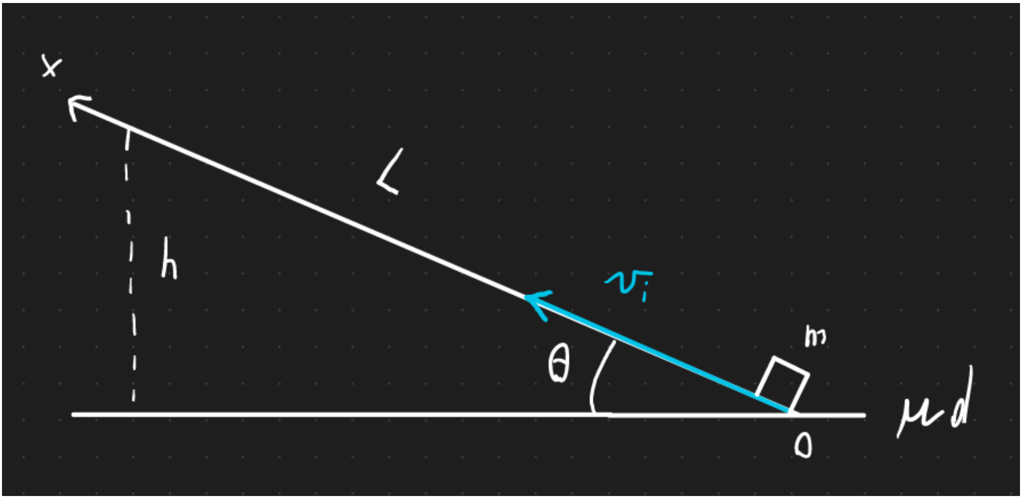


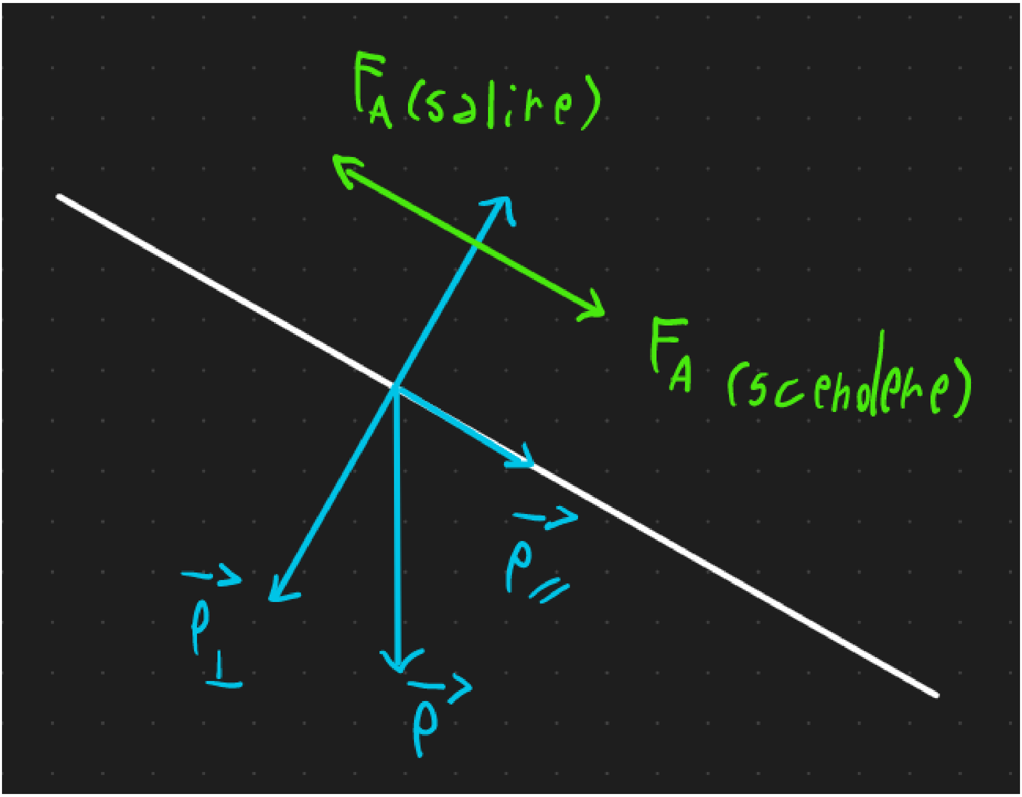
Possiamo usare il teorema dell'energia cinetica per semplificare la risoluzione di questo problema. Dato che $W = \Delta E_K$ e $W = Ph$

$$mgh = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 \qquad \Rightarrow \qquad v_f = \sqrt{v_i^2 + 2gh}$$

Lezione 9 - Forze conservative e dissipative

Oggetto spinto su una rampa

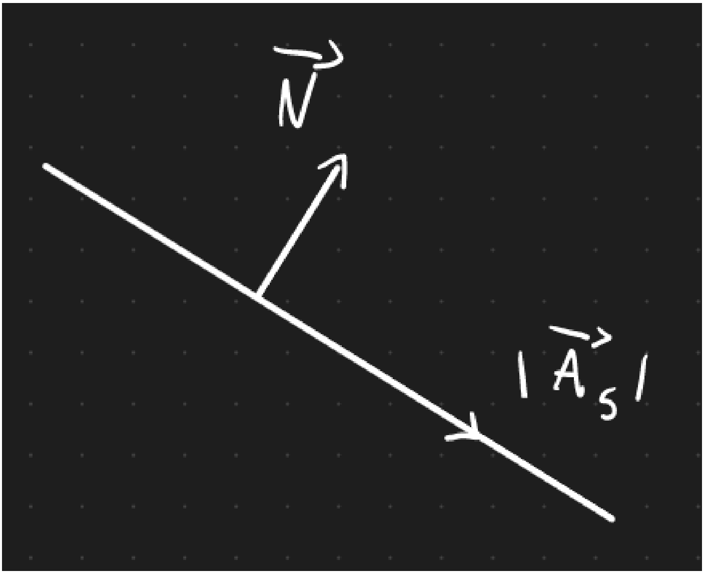




$$h = \frac{L}{sin\ \Theta}$$

Il lavoro compiuto dalla forza peso a salire e scendere è nullo

$$W_p = mg\ sin\ \Theta\ [\int_L^0 dx\ -\ \int_L^0 dx] = 0$$

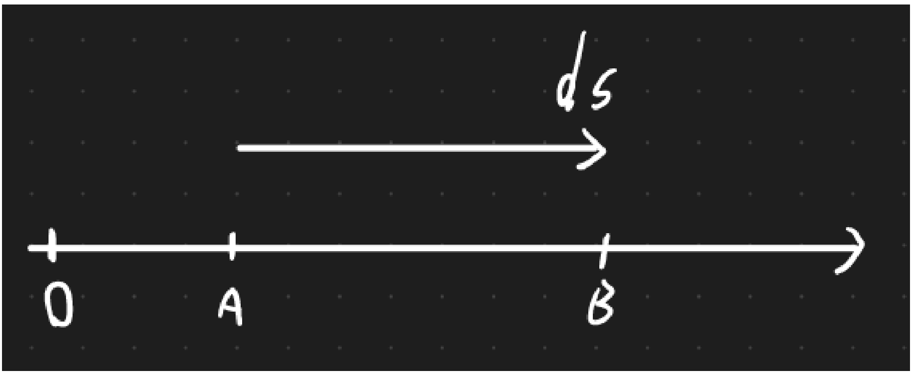


Usando W_{A_D} come lavoro dell'attrito a discendere e W_{A_S} come lavoro a salire

$$|\vec{A}_S| = \mu d \cdot |\vec{N}|$$

$$W_A = W_{A_S} + W_{A_D} = -2\mu dmgL\ cos\ \Theta$$

Molla e grave



Questo lo possiamo rivedere anche nella molla o nel grave

$$W_p = mg\Delta H \qquad W_{el} = -\frac{1}{2}K\Delta x^2$$

Nello spostamento effettuato $A \to B$

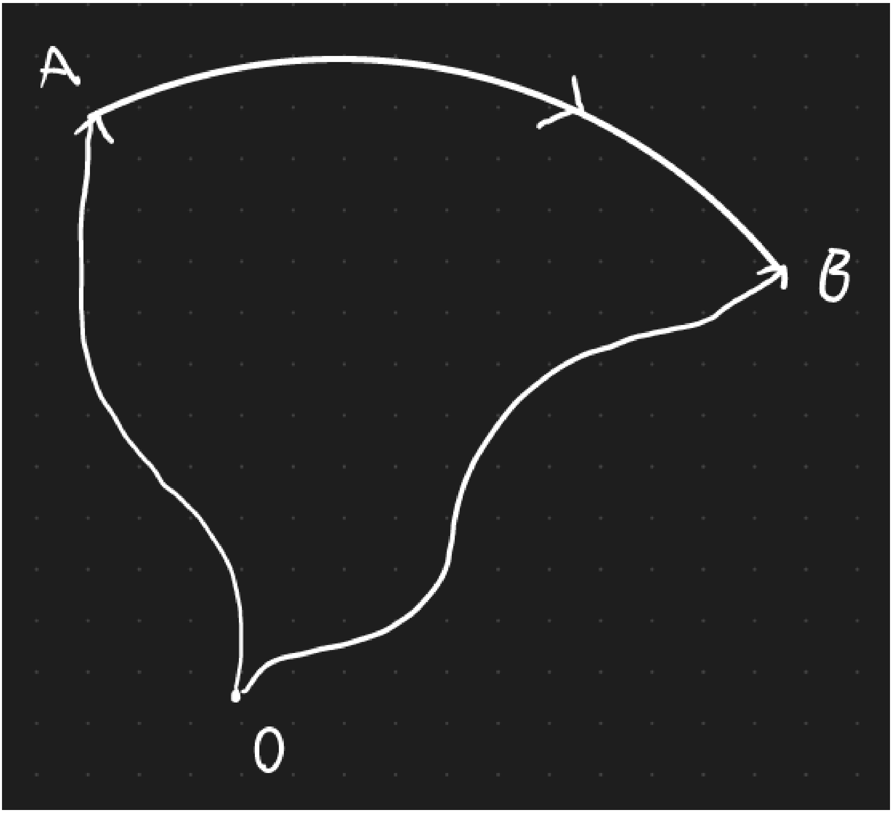
$$W_p = (-mgh_f) - (-mgh_i) \qquad (-\frac{1}{2}Kx_f^2) - (-\frac{1}{2}Kx_i^2)$$

Forza conservativa

Ossia **se il lavoro da A ad A è nullo**, qualsiasi sia il percorso:

- $W_{A\to A}[\vec{F}] = 0$
- $W_{A\to B}[\vec{F}] = 0$, non dipende dal percorso
- Se esiste una primitiva $W_{A\to B} = -(U(\vec{x}_B) - U(\vec{x}_A))$, dove U è l'energia potenziale
  Se vale una di queste allora valgono anche le altre

Lezione 10 - Forza conservativa



Il riferimento non è importante, viene solo misurata la differenza di energia potenziale

$$\Delta U_{0\to B}\ -\ \Delta U_{0\to A} = \Delta U_{A\to B}$$
$$U(P) = U(0) + \Delta U_{0\to P}$$

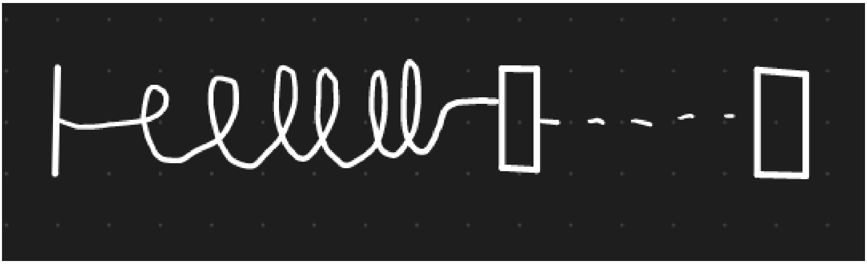
Teorema di conservazione dell'energia meccanica

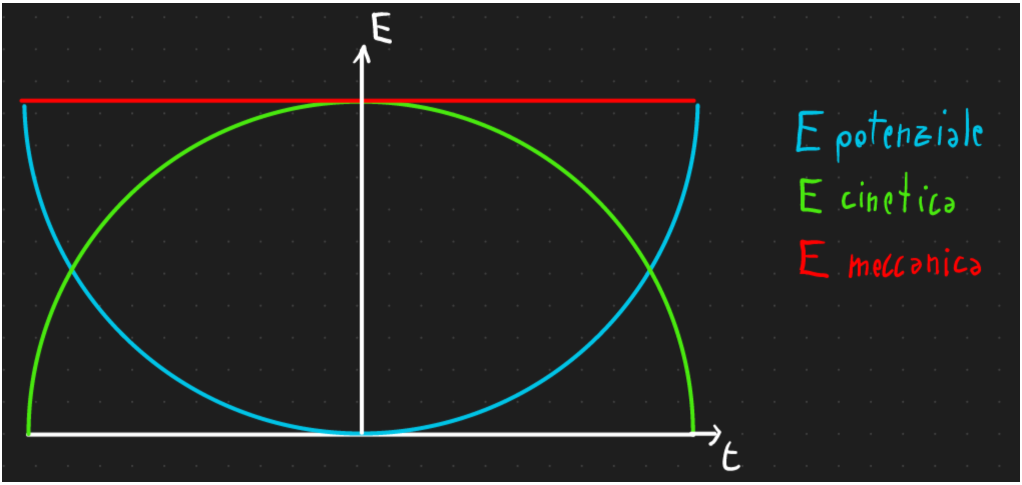
Definendo W^{FC} il lavoro delle forze conservative, W^{FNC} le forze non conservative e l'energia meccanica come $E = U + E_K$

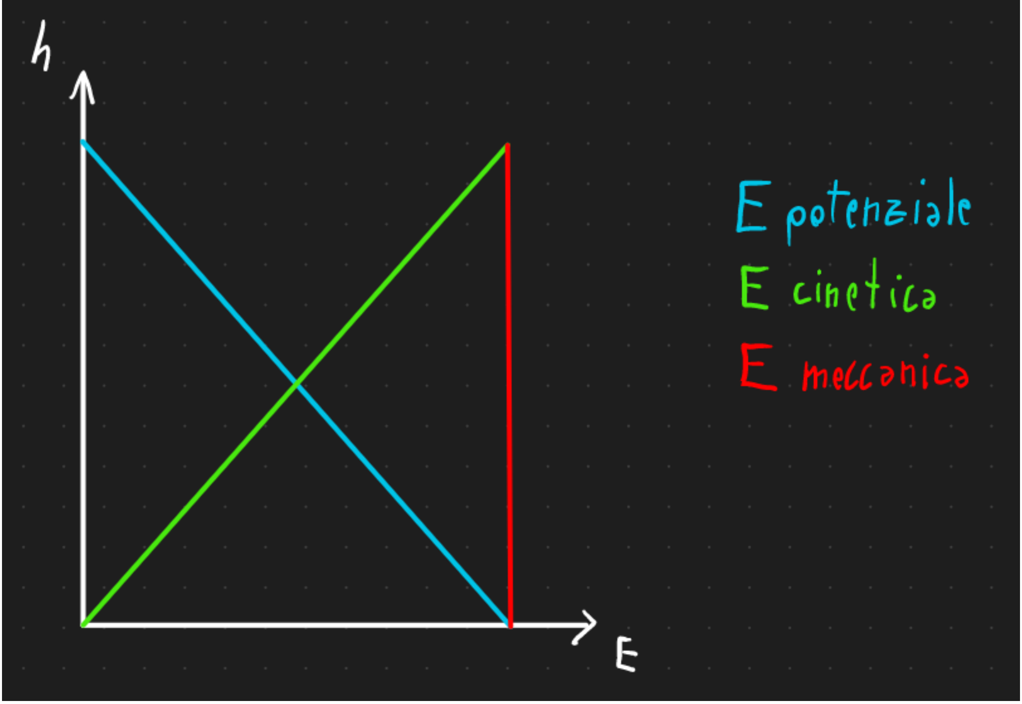
$$W^{TOT}_{i\to f} = E_{Kf} - E_{Ki} \qquad W^{FC}_{i\to f} = -(U_f - U_i) \qquad W^{FNC}_{i\to f} = E_f - E_i$$

Conservazione meccanica

Caso in cui $E_f = E_i$





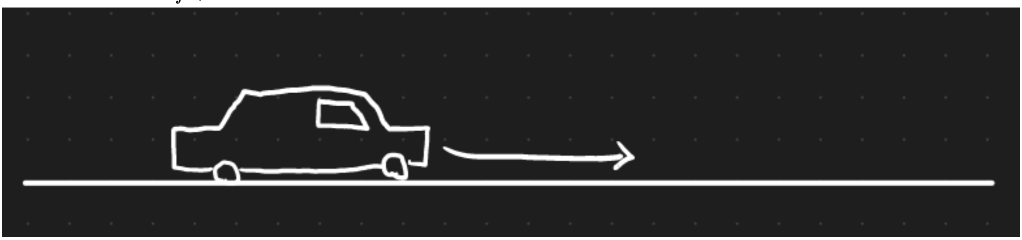


Usando il caso del grave come esempio, possiamo semplificare i calcoli

$$\Delta E_K = \Delta U \quad \Rightarrow \quad v_f = \sqrt{2gh}$$

Forze non conservative

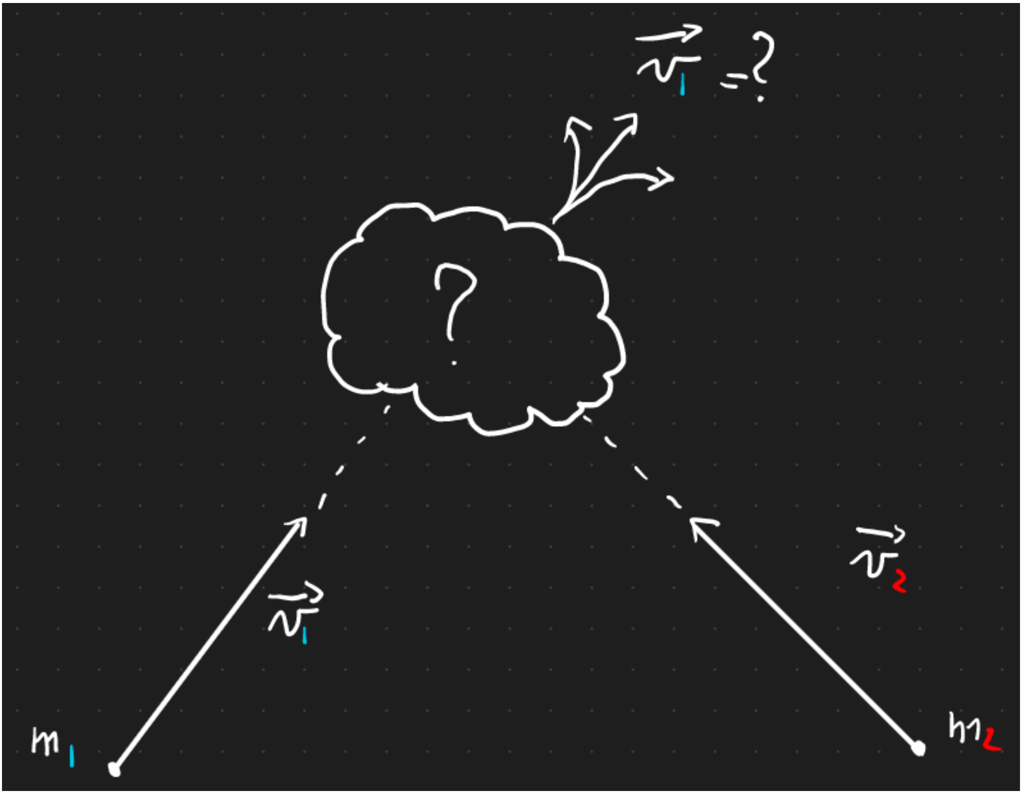
Caso in cui $E_f \neq E_i$



Quindi $E_f = E_i + W_{i \to f}^{FNC}$

Lezione 11 - Urti

Urti



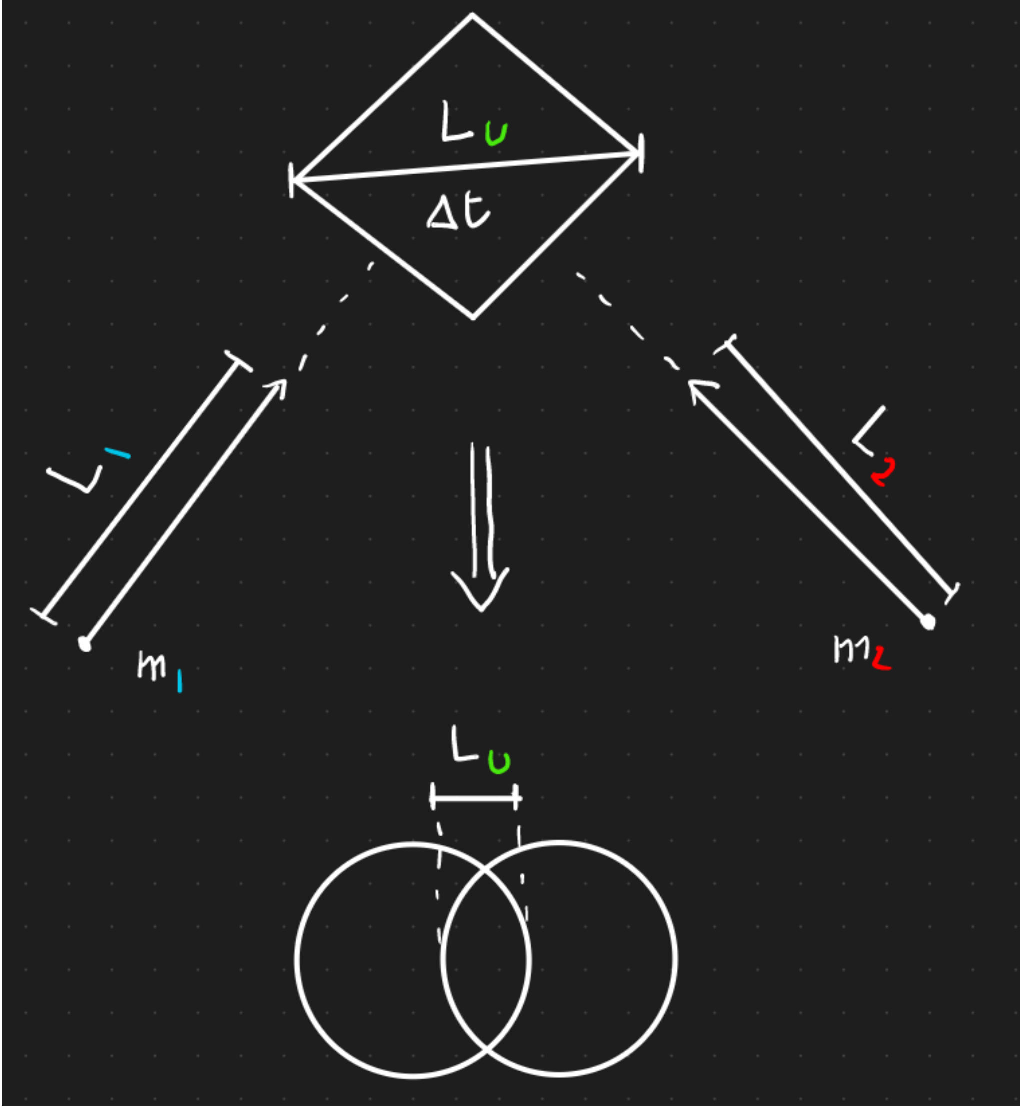
Approfondiamo la formulazione generale della forza

Considerando il moto $\vec{p}$ come $\vec{p} = m\vec{v}$, allora

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

$$\vec{F}_{impulsiva} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} \qquad \Rightarrow \qquad \Delta\vec{p} = \vec{F}_{imp}\,\Delta t$$

$$d\vec{p}_1 = -d\vec{p}_2 \qquad d[\,\vec{p}_1 + \vec{p}_2\,] = 0 \qquad d\vec{p} = 0$$



$$m_1 v_{f1} + m_2 v_{f2} = m_1 v_{i1} + m_2 v_{i2}$$

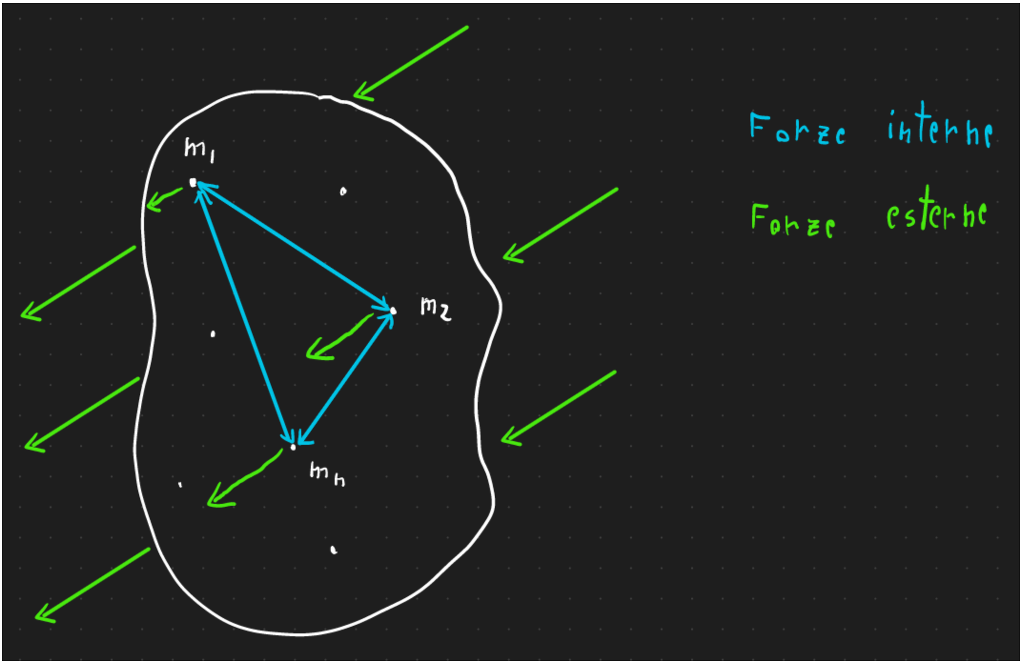
Urti elastici

Oltre alla conservazione del moto, **è conservata anche l'energia cinetica**

$$m_1 v_{f1}^2 + m_2 v_{f2}^2 = m_1 v_{i1}^2 + m_2 v_{i2}^2$$

I gradi di libertà corrispondono a n° dimensioni meno 1

Sistemi di punti materiali



$$\vec{R}^{(I)} = 0 \qquad \Leftarrow \qquad \vec{F}_{i \to j} = -\vec{F}_{j \to i}$$

$$\vec{R} = \frac{d^2}{dt^2} \left[\sum_i m_i \vec{x}_i \right]$$

Possiamo perciò definire il centro di massa

$$\vec{x}_{cm} = \sum_i \frac{m_i}{m_{TOT}} \cdot \vec{x}_i \qquad \vec{v}_{cm} = \frac{d\vec{x}_{cm}}{dt} \qquad \vec{a}_{cm} = \frac{d^2\vec{x}_{cm}}{dt^2}$$

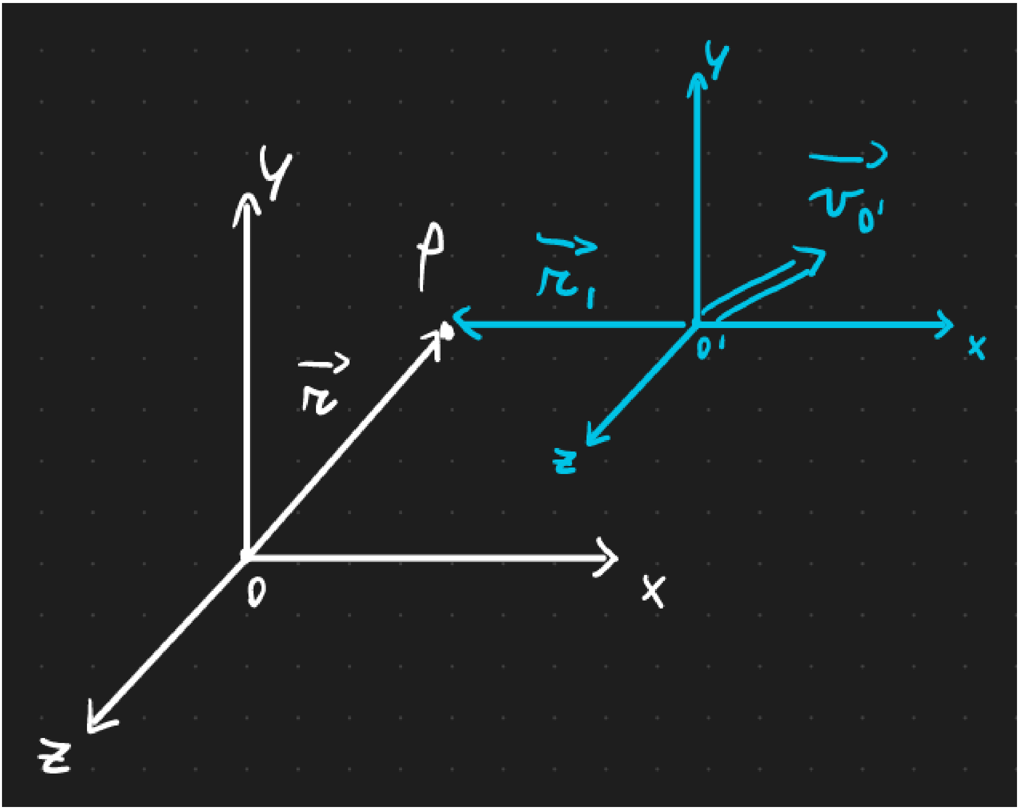
quindi

$$\vec{R} = m_{TOT}\, \vec{a}_{cm}$$

Legge di conservazione della quantità di moto

In un sistema isolato, la quantità di moto P_{cm} si conserva, ossia è costante

Lezione 12 - Sistemi di riferimento



$$\vec{r} = \vec{00'} + \vec{r'}$$

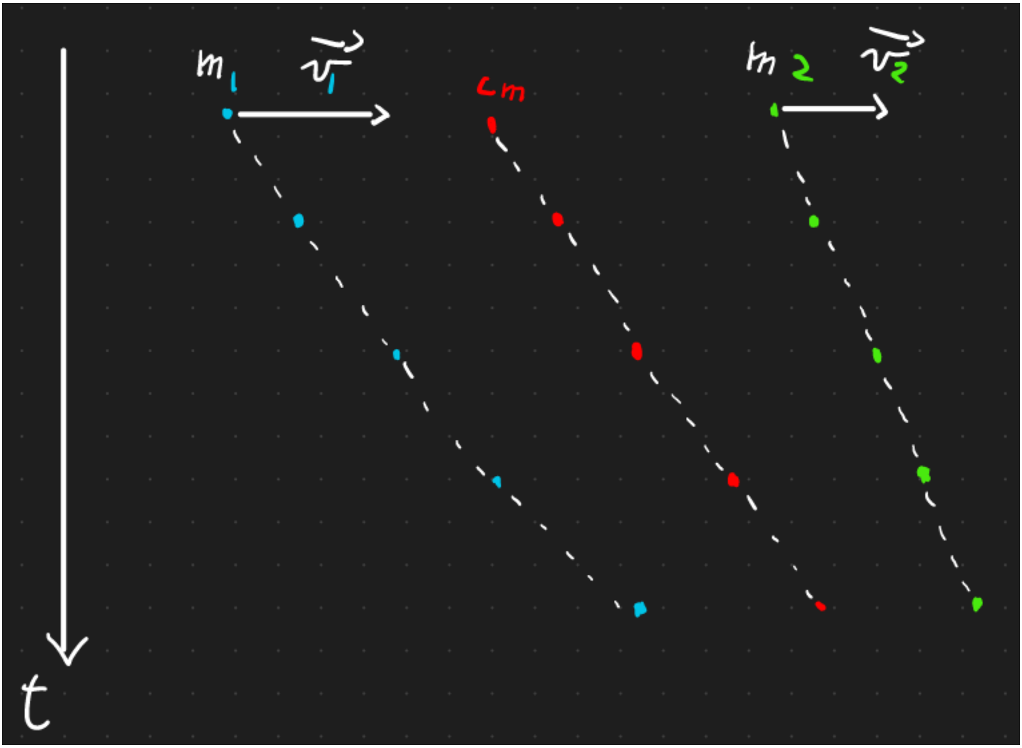
Quando confrontiamo due sistemi di riferimento, ogni forza va esaminata come la forza più il vettore che descrive lo spostamento fra i due sistemi, in questo caso $\vec{00'}$.

Nel momento in cui l'accelerazione fra i due sistemi $\vec{a_0} \neq \vec{0}$, allora il sistema di riferimento non è inerziale, e non valgono le leggi della dinamica classica

Da qui ci possiamo appoggiare a due oggetti che fra di loro compongono un centro di massa

$$\begin{cases} \vec{F}_{ext} = M\vec{a}_{cm} \\ \vec{r} = \vec{r}_{cm} + \vec{r'}_{cm} \\ \vec{v} = \vec{v}_{cm} + \vec{v'}_{cm} \\ \vec{a} = \vec{a}_{cm} + \vec{a'}_{cm} \end{cases}$$

Urti anaelastici



$$x_{cm} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2} \qquad v_{cm} = \frac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2}$$

$$E_{K_i} = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\vec{v}_{cm}^2 + E'_{K_i} \qquad E_{K_f} = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\vec{v}_{cm}^2$$

E_{K_i} **sarà sempre maggiore di** E_{K_f} dato che c'è una dispersione di energia nel momento in cui i due corpi collidono

Lezione 13 - Forze apparenti

Principio di relatività Galileiana

$$\begin{cases} \vec{x} = \vec{x}' + \vec{00}' \\ \vec{v} = \vec{v}' + \vec{v_{0'}} \end{cases}$$

Questo principio viene applicato implicitamente in tutte le situazioni che usufruiscono di un sistema inerziale

Sistemi non inerziali

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad \xrightarrow{S \to S'} \quad \vec{F}_{ext} = m(\vec{a}' + \vec{a_{0'}})$$

$$m\vec{a}' = \vec{F}_{ext} - \vec{F}_{app} \qquad\qquad \vec{F}_{app} = \vec{F}_T = -m\vec{a_{0'}}$$

Le forze apparenti solo quelle forze che dipendono dal sistema di riferimento, che presenta un'accelerazione.

$$tan(\Theta) = \frac{F_{app}}{F_{ext}}$$

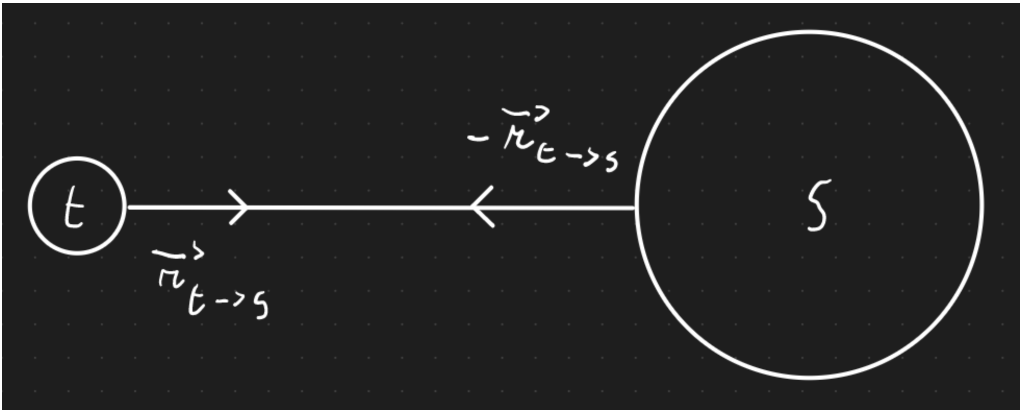
Lezione 14 - Forza di gravità

Forze fondamentali

Le forze fondamentali sono 4:

- La forza **forte**: l'energia che tiene uniti gli atomi
- La forza **elettromagnetica**: cariche elettriche e correnti
- La forza **debole**: responsabile del decadimento nucleare
- La forza **gravitazionale**

Forza gravitazionale



$$\vec{F} = -G\frac{m_{g1}m_{g2}}{\vec{r}^2_{1\to2}}\hat{r}_{1\to2}$$

Questa formula risulta un template alla quale diverse altre forze si riferiscono

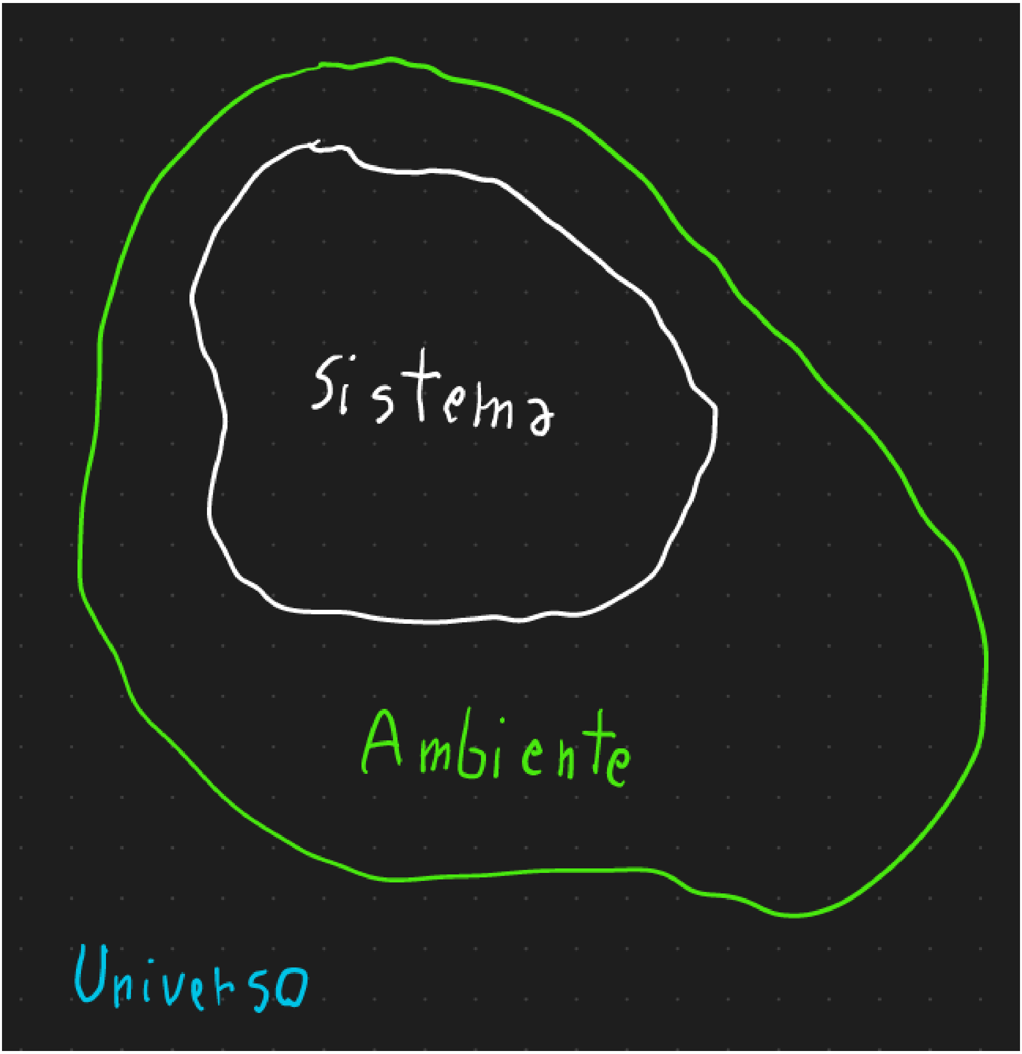
Attrazione gravitazionale della terra

possiamo considerare la distanza tra un corpo sulla crosta terreste e il centro della terra come la distanza fra i due corpi, visto che il centro di gravità coincide con il centro di massa, quindi in questo caso $r_{ct} = R_t :g = G\frac{m_{gt}}{R_t^2}$$

Lezione 14 pt2 - Termodinamica

Teniamo in considerazione che quando trattiamo di termodinamica, andiamo a trattare sistemi di punti con un numero di entità nell'ordine del 6×10^{23}, ossia il numero di Avogadro N_A

Sistema termodinamico



In questo sistema viene osservato il rapporto tra ambiente e sistema, ossia le **trasformazioni termodinamiche**. Questi sistemi di classificano in 3 categorie:

- Sistema aperto: ove avviene scambio di energia e di massa
- Sistema chiuso: ove avviene scambio di energia ma non si massa
- Sistema isolato: ove non avviene scambio di energia o massa

Variabili termodinamiche

Si differiscono in grandezze **estensive**, ossia che riguardano l'intero sistema (massa, volume), e intensive, ossia che valgono per qualsiasi punto locale del sistema (pressione, temperatura)

Equilibrio termidinamico

Ogni calcolo su un sistema deve essere fatto quando esso si trova in uno stato di equilibrio, ossia quando è presente:

- Equilibrio meccanico (assenza di forze)
- Equilibrio termico
- Equilibrio chimico

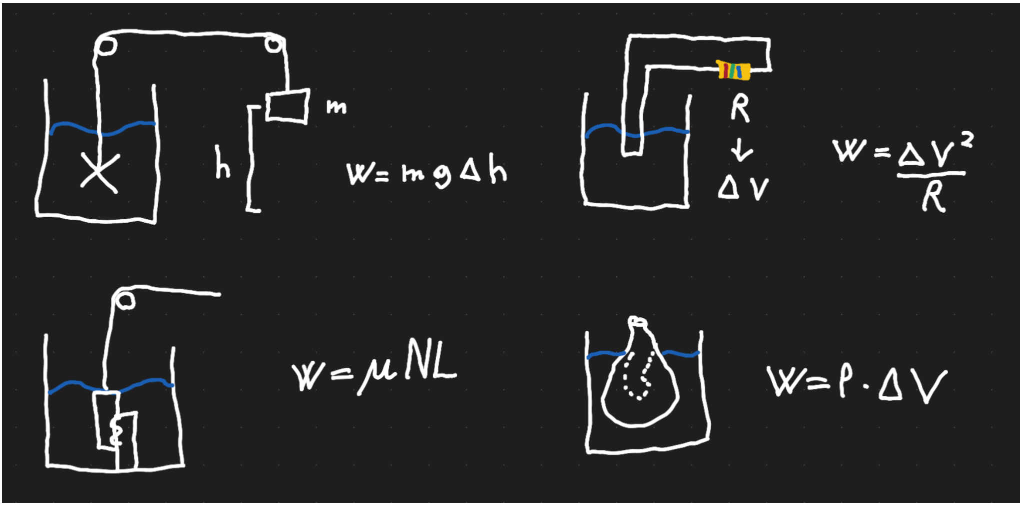
Lezione 15 - Calore

Contatto termico

Una superficie viene definita **diatermica** se è in grado di trasferire la temperatura, se no è definita **adiabatica**

Esperimenti di joules

Gli esperimenti riguardavano l'inserimento di macchine in grado di compiere un lavoro in un contenitore d'acqua, in particolare un mulinello, un circuito elettrico, delle lastre che si sfregano e un palloncino



In ognuno di questi esperimenti, a parità di temperatura iniziale e di lavoro introdotto nel sistema, la temperatura finale era sempre la stessa
Perciò la differenza di energia interna ad un sistema equivaleva al quantitativo di lavoro introdotto:

$$W = -\Delta U$$

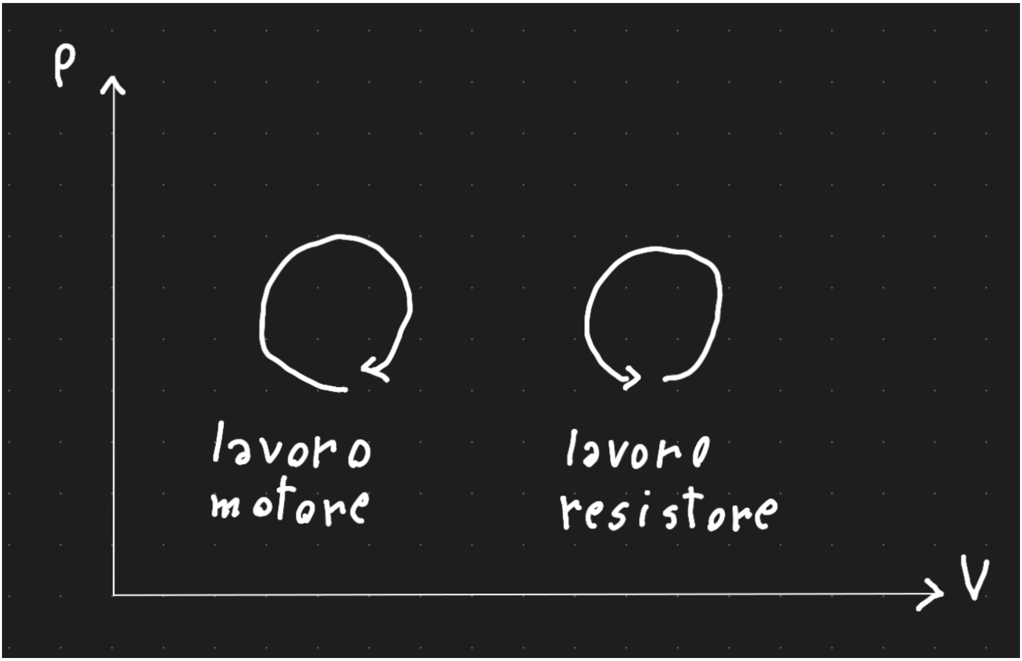
Calore

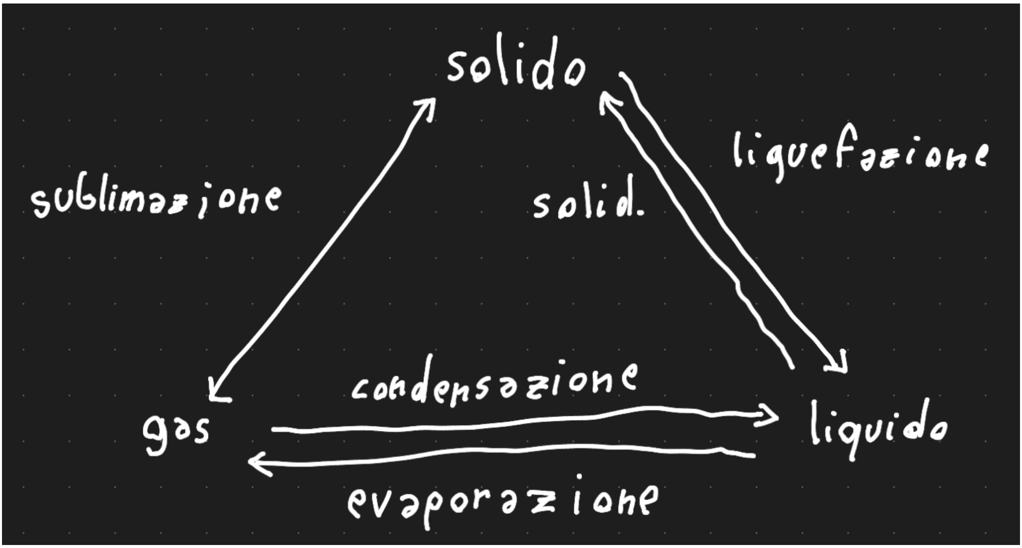
Primo principio della termodinamica

la differenza di energia interna a un sistema equivale al calore meno il lavoro

$$\Delta U_{int} = Q - W$$

Trasformazioni cicliche





La differenza tra due spostamenti non dipende dai punti intermedi

$$dU_{int} = \delta Q - \Delta W$$

Convenzione dei segni

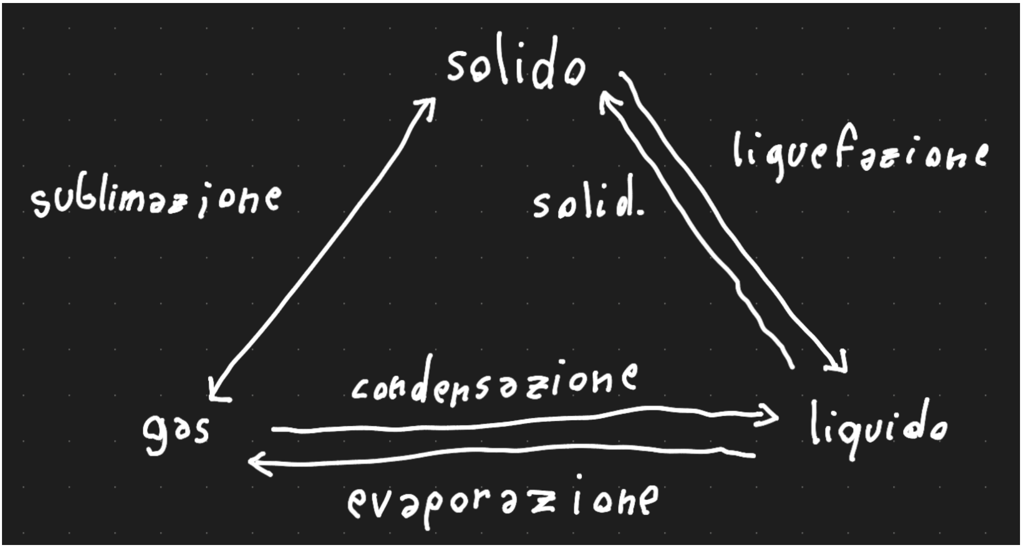
Ricevuto	Dato
$W < 0$	$W < 0$
$Q > 0$	$Q < 0$

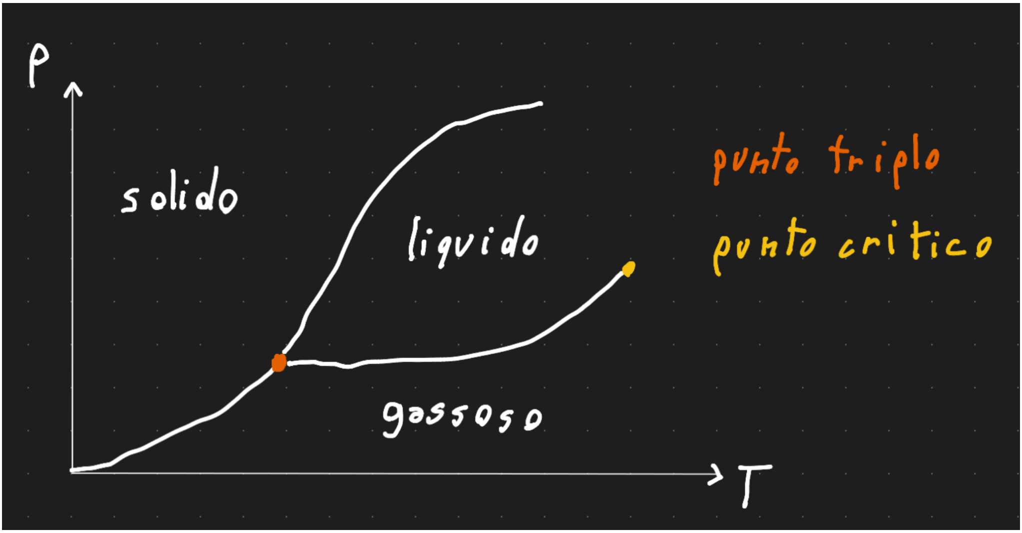
Grandezze

- Capacità termica $C = [\frac{dQ}{dT}]_\gamma$
- Calore specifico $c_\gamma = \frac{C_\gamma}{m}$

Lezione 16 - Trasmissione del calore

Fasi



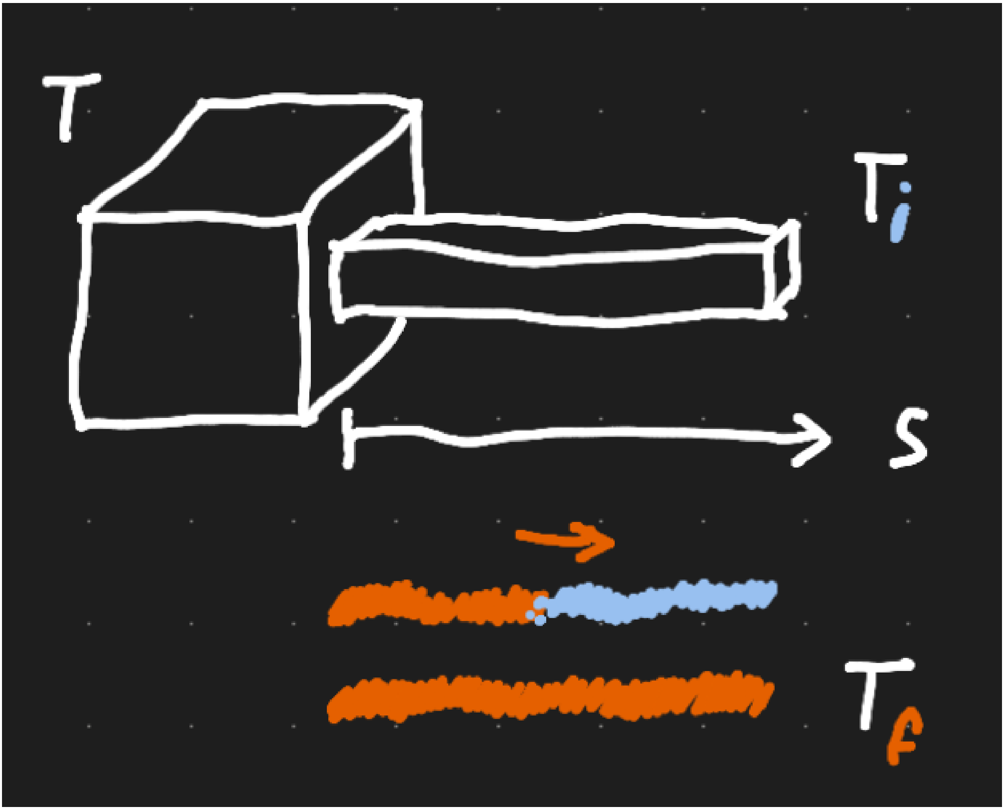


Usando λ per indicare il calore latente ($\frac{E}{M}$):

$$dQ = \lambda \, dm$$

Trasmissione del calore

Conduzione

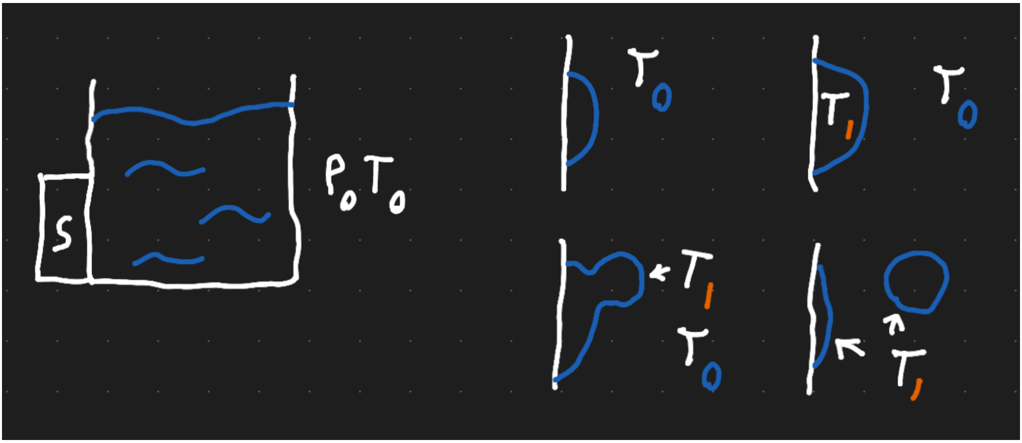


Usiamo il concetto di **sorgente** per intendere una fonte potenzialmente infinita di calore
In questo caso il calore si propaga attraverso la materia

$$dQ = -K\frac{dT}{dZ}dS\,dt$$

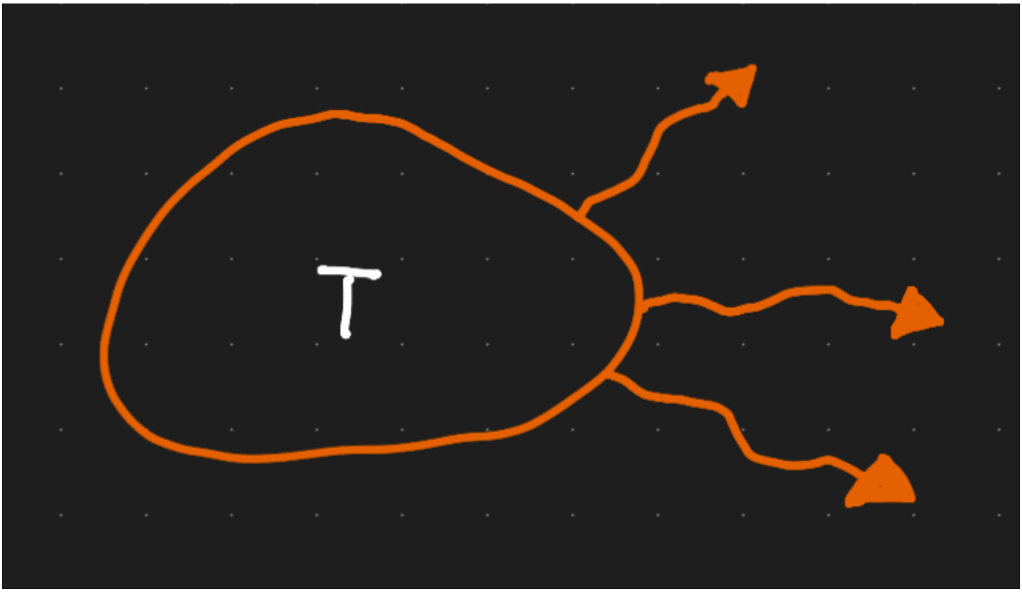
Dove K indica la conducibilità ($\frac{E}{LTt} = \frac{J}{m\,s\,K}$)

Convezione



Tipo dei liquidi, questo metodo di trasmissione è caratterizzato dal riscaldamento di una sacca di sostanza che poi si distacca e naviga nel resto

Irraggiamento



In questo caso il calore è trasferito per via di onde elettro-magnetiche
Un flusso di energia ($\frac{E}{L^2 t}$) è descritto dalla legge di Stefan-Boltzman:

$$\epsilon = \sigma e T^4$$

dove σ è la costante di Stefan-Boltzman e e rappresenta l'emmisività

Costante solare >

È il quantitativo di energia erogata dal sole

$$c = 1,36 \frac{J}{m^2 S}$$

Gas perfetti

Sono gas a bassa pressione, e permettono di introdurre 4 leggi:

- Gay lussac I: in una trasformazione isocora (volume costante) vale che

$$p = p_0(1 + \beta t)$$

- Gay lussac II: In una trasformazione isobara (pressione costante) vale che

$$V = V_0(1 + \alpha t)$$

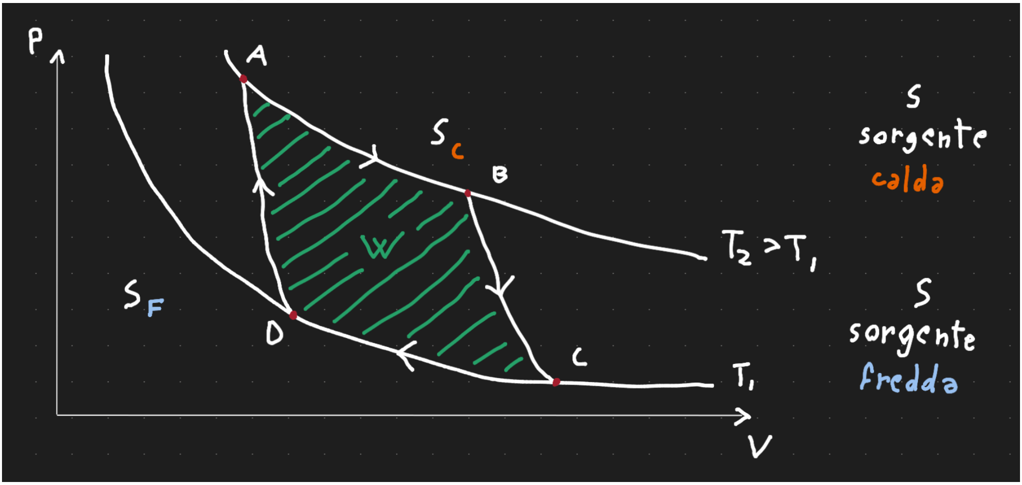
- Boyle: In una trasformazione isoterma (temperatura costante) vale che

$$p_i V_i = p_f V_f \qquad o \qquad pV = const$$

- Avogadro: il numero di moli di un gas equivale a $N = \frac{1}{K_B} \frac{pV}{T}$ dove $N = 6,022 \times 10^{23}$, $K_B = 1,38 \times 10^{-23} \frac{J}{K}$ e $R = \frac{pV}{nT} = 8,314 \frac{J}{K\ mol}$

Lezione 17 - Teoria cinetica dei gas

Evidenze sperimentali della teoria cinetica



È stato possibile definire sperimentalmente che $pV = nRT$ e che l'energia interna di un gas dipende unicamente dalla sua temperatura, perciò è stato possibile definire la teoria

Teoria cinetica dei gas

È dimostrabile che

$$U = \frac{3}{2} N K_B T$$

ossia

$$\overline{E}_K = \frac{3}{2} K_B T$$

o più generalmente

$$\overline{E}_K = \frac{l}{2} K_B T$$

dove l sono i gradi di libertà

La teoria si basa su presupposto che, ignorando gli scontri fra molecole e considerando solo urti perfettamente elastici, era possibile usare la pressione come forza media esercitata dalle molecole sulle superfici, ma dato che la pressione dipende dalla temperatura, si può collegare l'energia cinetica media di un gas alla sua temperatura

Lezione 18 - Trasformazioni notevoli

Richiamando

$$\Delta Q = Q - W \qquad\qquad dU = \delta Q - \delta W$$

Trasformazioni isocore

Dove V è costante, ossia $dV = 0$, possiamo calcolare che

$$dW = 0 \qquad\qquad dU = dQ \qquad\qquad dQ = nc_v dT$$

Specialmente unendo le ultime due possiamo calcolare $c_v = \frac{3}{2}R$

Trasformazioni isobare

In questo caso le componenti costanti sono p e $\frac{nRT}{V}$, che determina:

$$dU = nc_v dT \qquad\qquad dQ = nc_p dT \qquad\qquad dW = nRdT$$

Da qui possiamo determinare la relazione di Mayer

$$c_p - c_v = R$$

dove R è sempre maggiore di 0, inoltre definiamo per semplicità $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$

Trasformazioni isoterme

La componente costante è T, perciò $dU = 0. Da qui$ $dQ=dW=p\ dV\qquad\qquad Q=nRT\ ln(\frac{V_B}{V_A})$$

Trasformazioni adiabatiche

Infine la nostra condizione è che $dU = dW$, si può dimostrare perciò che

$$pV^\gamma = const$$

Tabella riassuntiva

nome	caratteristica	ΔU	dQ	dW
isocore	$\Delta V = 0$	$nc_v dT$	$nc_v dT$	0
isobare	$\Delta p = 0$	$nc_v dT$	$nc_p dT$	$nR\Delta T$
isoterme	$\Delta T = 0$	0	$nRT\ ln(\frac{V_f}{V_i})$	$nRT\ ln(\frac{V_f}{V_i})$
adiabatiche	$Q = 0$	$nc_v dT$	0	$-nc_v\Delta T$

Lezione 19 - Macchine termiche

Macchine termiche

Un ciclo di trasformazioni termodinamiche, positivo, descrive una macchina termica. Nel caso il ciclo sia negativo, la macchina è denominata frigorifera

Efficienza delle macchine

Macchine termiche

Definiamo l'efficienza con il simbolo η

$$\eta = \frac{W}{Q_A} = 1 - \frac{|Q_C|}{|Q_A|}$$

Macchine frigorifere

$$\eta = \frac{Q_C}{|W|}$$

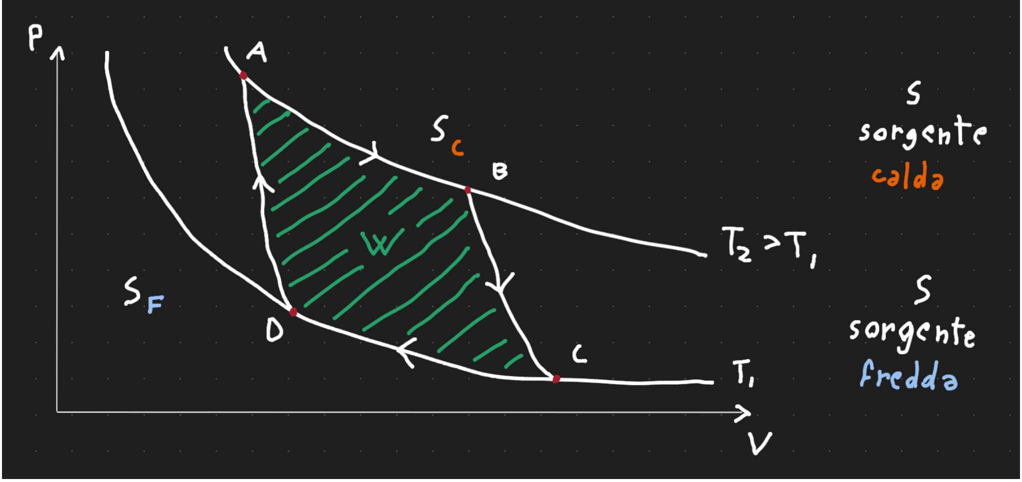
Collegamento al secondo principio della termodinamica

L'efficienza di una macchina si muove nell'intervallo $[0, 1)$ dove 1 **è irraggiungibile**

Ciclo di Carnot

Ciclo reversibile di un gas ideale composto da questa sequenza di trasformazioni termodinamiche:

1. isoterma
2. adiabatica
3. isoterma
4. adiabatica



$$AB \begin{cases} \Delta U = 0 \\ Q = nRT_2 ln(\frac{V_B}{V_A}) \end{cases}$$

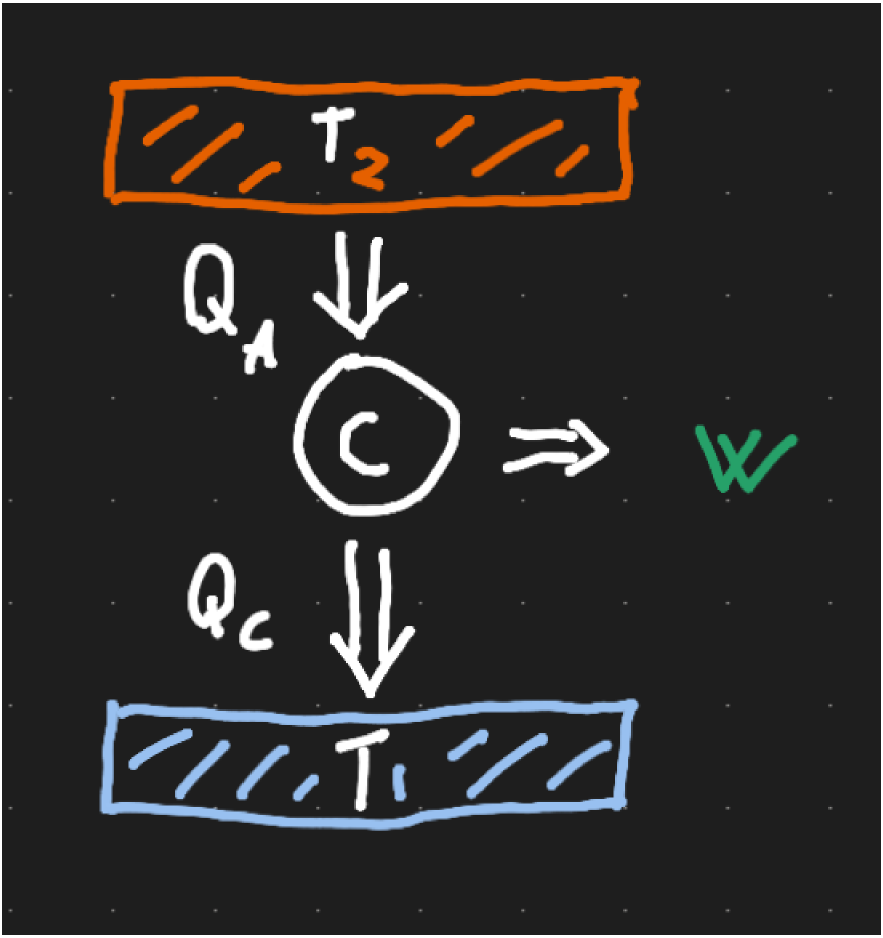
$$BC \begin{cases} Q = 0 \\ \Delta U = nc_v(T_1 - T_2) \end{cases}$$

$$CD \begin{cases} \Delta U = 0 \\ Q = nRT_1 ln(\frac{V_D}{V_C}) \end{cases}$$

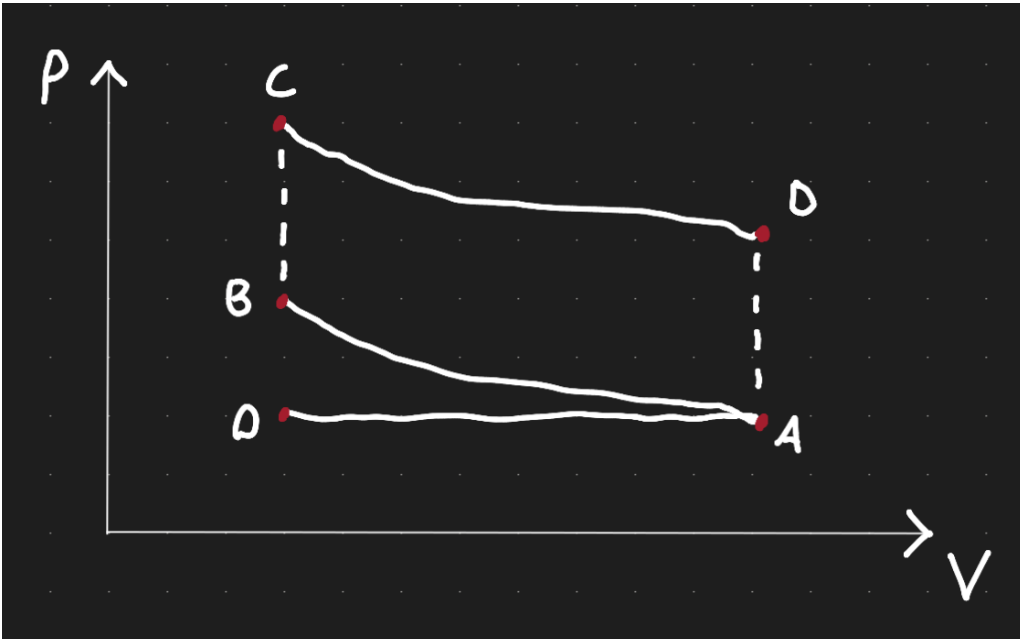
$$DA \begin{cases} Q = 0 \\ \Delta U = nc_v(T_2 - T_1) \end{cases}$$

L'efficienza di un ciclo di Carnot dipende direttamente dalla differenza tra T_1 e T_2:

$$\eta = 1 - \frac{|Q_C|}{|Q_A|} = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$



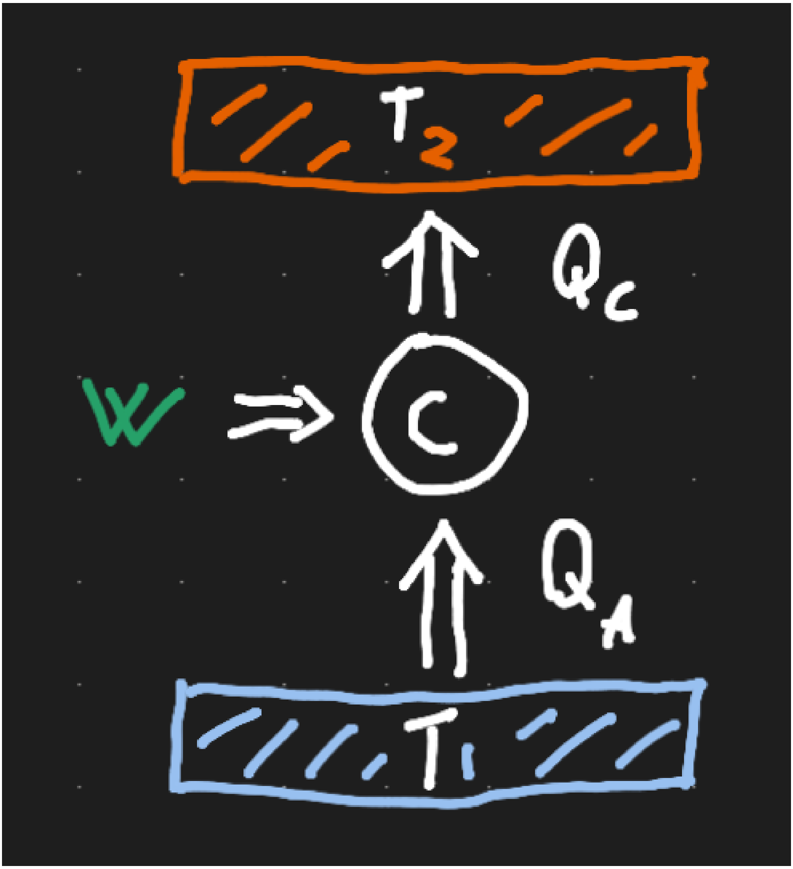
Esempio - Ciclo diesel



Il ciclo di Carnot è idealizzato, il vero comportamento di un ciclo diesel è più simile al seguente schema
![[]vero schema ciclo diesel]
Dove le diverse fasi sono:
$0A$ - nebulizzazione
AB - compressione
BC - esplosione
CD - decompressione
DA - espulsione
L'efficienza è data da:

$$\eta = 1 - \frac{|T_A - T_D|}{T_C - T_B}$$

Ciclo di Carnot inverso



$$\xi = \frac{Q_C}{|W|} = \frac{T_1}{T_2 - T_1}$$

Lezione 20 - Secondo principio della termodinamica

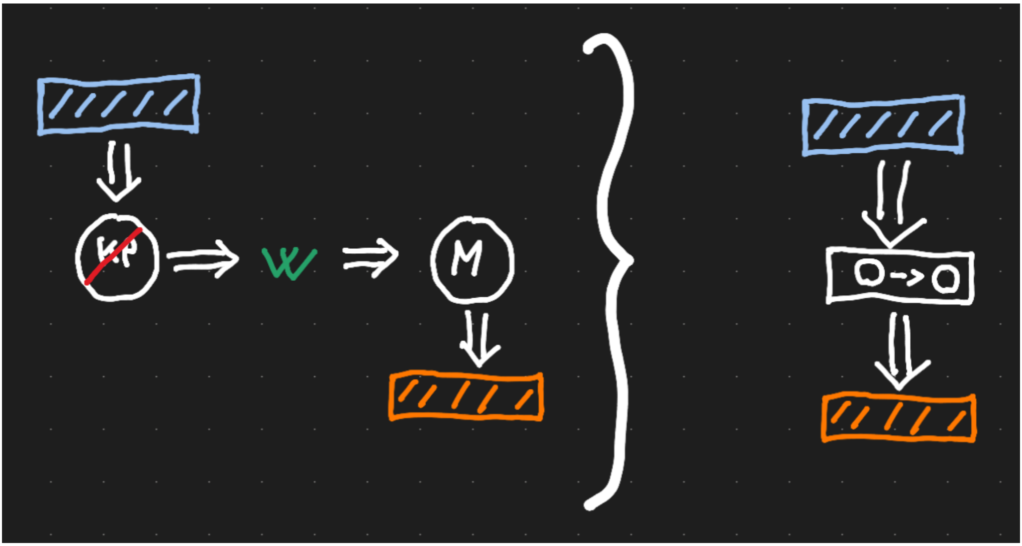
Enunciato di Kelvin-Planck

Non esiste un processo in grado di convertire il calore il solo lavoro

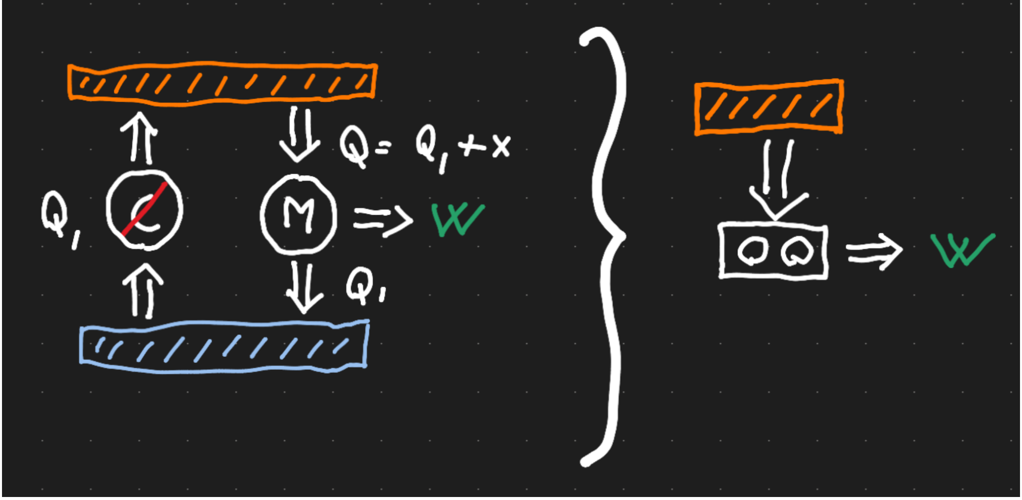
Enunciato di Clausius

È impossibile trasferire calore a un corpo di temperatura maggiore

Equivalenza degli enunciati



Avessimo una macchina in grado di convertire tutto il calore in lavoro, potremmo usare quel lavoro su un'altra macchina frigorifera. Unendo le due macchine, ne otterremo una che sposta il calore da una sorgente fredda ad una calda



Fossimo in grado di spostare il calore da una sorgente fredda ad una più calda, potremmo usare quel calore per alimentare una macchina termodinamica. Estraendo lo stesso calore che reimmettiamo nella sorgente fredda e unendo tutto in una singola macchina, avremmo una macchina in grado di convertire tutto il calore in lavoro

Teorema di Carnot

Una macchina qualsiasi che opera tra due temperature sarà sempre meno efficiente di una macchina che opera un ciclo reversibile, al massimo si eguagliano solo se anche la prima è reversibile

$$\eta_x(T_1, T_2) \leq \eta_{rev}(T_1, T_2)$$

Corollari

Una macchina termica con ciclo reversibile funziona come il ciclo di Carnot, di conseguenza possiamo definire l'efficienza come

$$\eta_R = \eta_{Carnot} = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

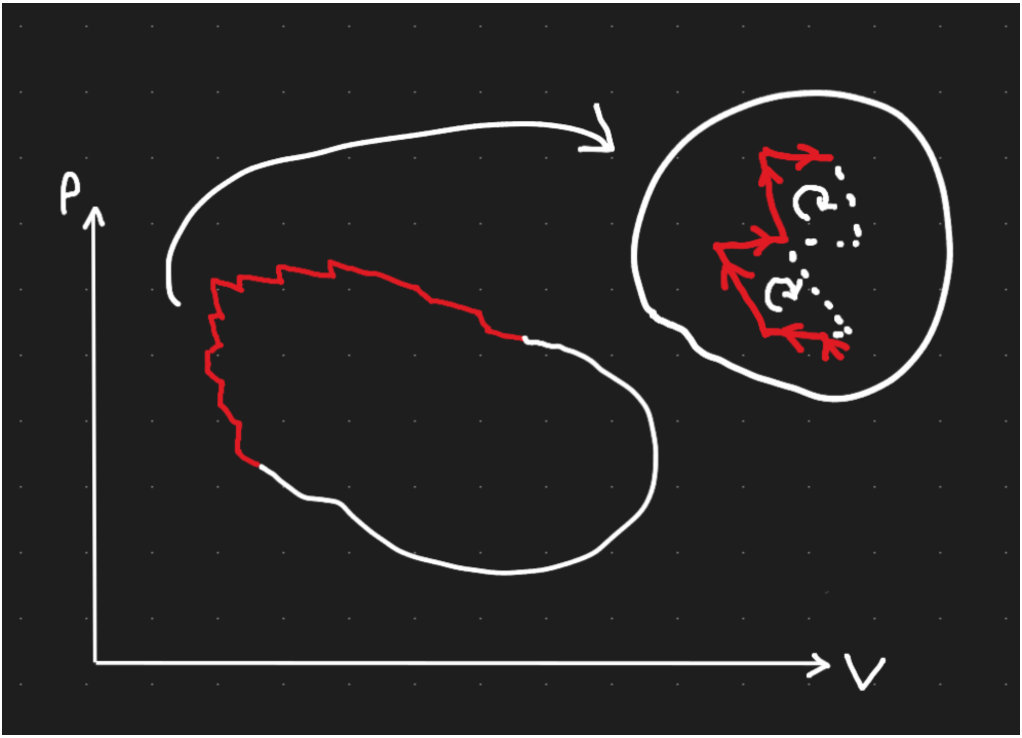
Di conseguenza, l'efficienza di una macchina irreversibile sarà

$$\eta_{irr} < 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

Possiamo perciò riscrivere la formula

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} \leq 0$$

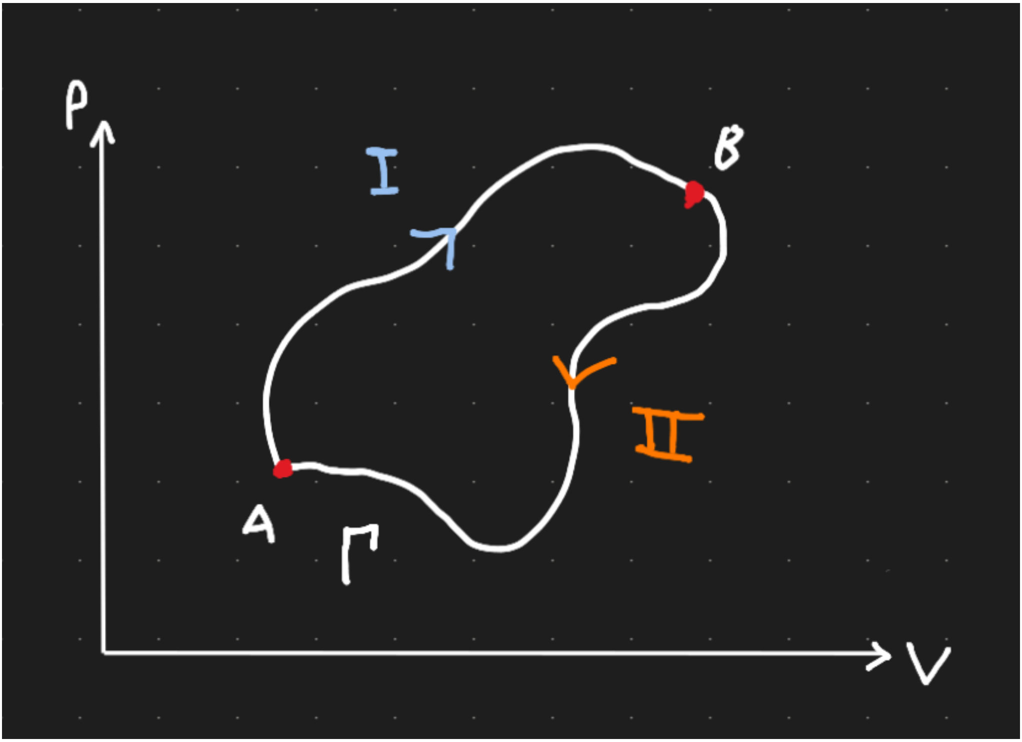
Teorema di Clausius



$$\sum_{j}^{N} \frac{Q_j}{T_j} \leq 0 \qquad \Rightarrow \qquad \oint \frac{dQ}{T} \leq 0$$

Lezione 21 - Entropia

Entropia



L'integrale di una reversibile non dipende dal percorso/trasformazione

$$\int_{A\ rev}^{B} \frac{dQ}{T} = S_B - S_A = \Delta S_{AB}$$

Questa grandezza è definita **entropia**

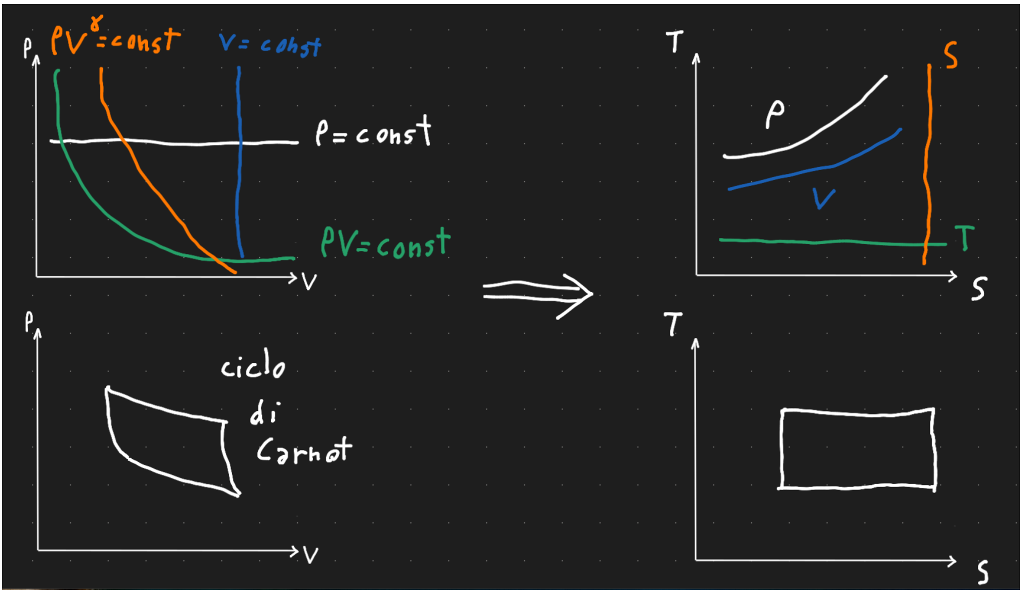
$$dS = [\frac{dQ}{T}]_{rev}$$

Variazione di entropia per le trasformazioni notevoli

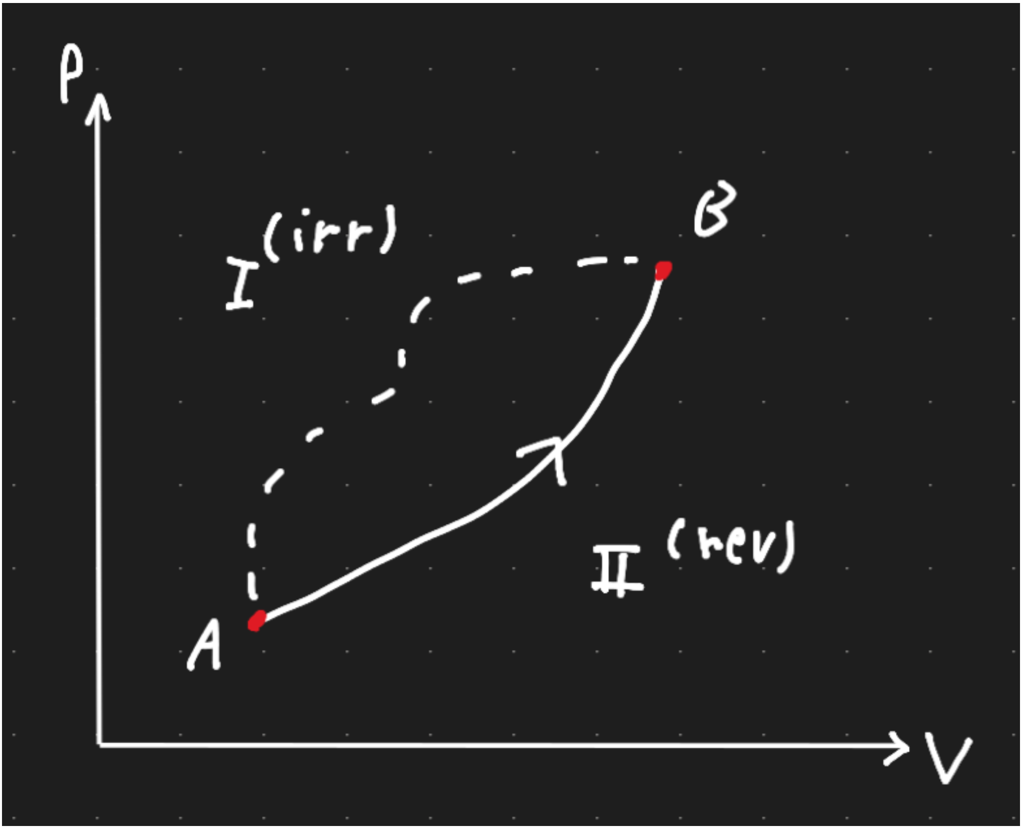
Trasformazione	Formula
Isoterma	$\Delta S_{AB} = nRln(\frac{V_B}{V_A})$
Isocora	$\Delta S_{AB} = nc_v ln(\frac{T_B}{T_A})$
Isobara	$\Delta S_{AB} = nc_p ln(\frac{T_B}{T_A})$
Adiabatica	$\Delta S = 0$

Variazione dell'entropia per i cambi di fase

$$\Delta S = \frac{\lambda dm}{T}$$



Teorema dell'entropia



$$\Delta S_{AB} \geq \int_A^B \frac{dQ}{T}$$

In un sistema isolato:

$$S(t + \Delta t) - S(t) \geq 0$$

$$S = K_B ln[N]$$