1 Introduzione

probabilità → misurare l'incertezza

statistica:

- descrittiva
- differenziale → campione casuale per stimare un esito

---

probabilità:

$$\frac{casi favorevoli}{casi totali}\ \underline{\textbf{SE}}\ \text{equiprobabili}$$

per contare i casi ci si appoggia alla combinatoria

---

partizione: separazione di A in sottoinsiemi senza elementi comuni

---

NB:

- $\wedge$ - and → $A \cap B = \{x | x \in A \wedge x \in B\}$
- $\vee$ - or → $A \cup B = \{x | x \in A \vee x \in B\}$

Principi della combinatoria:

1. A insieme, $\{E_i\}_{i=1}^{n}$ partizione di A → $\#A = \sum_{i=1}^{n} \#E_i$
   - A,B insiemi, AxB è l'insieme di coppie ordinate (a,b)
2. $\#(AxB) = \#A \cdot \#B \rightarrow \{A_i\}_{i=1}^{n} = \bigotimes_{i=1}^{n} A_i$
3. A,B, $\#(A \cup B) = \underline{\#A + \#B - \#(A \cap B)}$ (non perfetto) →

$$\# \cup_{i=1}^{n} A_i = \sum_{i=1}^{n} \#A_i - \sum_{i<j} \#(A_i \cap A_j) + \sum_{i<j<k} \#(A_i \cap A_j \cap A_k) + \dots$$

$$\downarrow$$

$$\mathbf{+(-1)^{n+1}\ \# \cap_{i=1}^{n} A_i}$$

2 Permutazioni e anagrammi

Fattoriale $\rightarrow$ x! = 9! = 9·8·7·6·. . . ·2·1

NB: 0! = 1

- "prendiamo" ha 9! anagrammi
- "anagramma" ha tre ripetizioni di a e due ripetizioni di m, quindi per calcolare i casi unici:

$$\frac{9!}{3!\cdot 2!}$$
$$\downarrow$$

per calcolare la probabilitàdegli elementi n, ma mi interessano solo k elementi allora:

$$\frac{n!}{(n-k)!}$$

se non sono interessato all'ordine, allora:

$$\frac{n!}{(n-k)!k!} \Rightarrow \binom{n}{k}$$

chiamato anche **coefficente binominiale**

Proprietà:

- $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$
- $\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$
- $\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = 2^{\mathrm{n}}$
- $\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$

3 Esperimenti aliatori

Un esperimento si definisce **aliatorio** o casuale se con i dati iniziali il risultato è incerto.
I risultati a 2 a2 incompatibili di un esperimento aliatorio sono chiamati **esiti**.
Ω denota lo **spazio degli esiti**.
Un **evento** è un osservabile di un esperimento aliatorio.
Una parte di Ω può essere considerata come famiglia:

$$\mathcal{F} \subseteq \mathrm{P}(\Omega)$$

Questa è definitò come **algebra** se:

- $\Omega \in \mathcal{F}$
- se $\mathrm{A} \in \mathcal{F}$ allora $\mathrm{A}^{\mathrm{c}} \in \mathcal{F}$
- se $\mathrm{A}, \mathrm{B} \in \mathcal{F}$, allora $\mathrm{A} \cup \mathrm{B} \in \mathcal{F}$

  potremmo scrivere anche $\{\mathrm{A_i}\}_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}} \subseteq \mathcal{F}$ allora $\cup_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}} \mathrm{A_i} \in \mathcal{F}$

Proprietà

- $\emptyset \in \mathcal{F}$
- se $\mathrm{A}, \mathrm{B} \in \mathcal{F}$ allora $\mathrm{A} \cap \mathrm{B} \in \mathcal{F}$
- se $\{\mathrm{A_i}\}_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}} \subseteq \mathcal{F}$ allora $\cap_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}} \mathrm{A_i} \in \mathcal{F}$