## Università di Trento - Dip. di Ingegneria e Scienza dell'Informazione

CdL in Informatica, Ingegneria dell'informazione e delle comunicazioni e

Ingegneria dell'informazione e organizzazione d'impresa

a.a. 2017-18 - PIAZZA4 - "... varie ed eventuali su C, induzione,... e poi funzioni elementari ..."

1.1) Risolvete in C le seguenti equazioni:

a) 
$$(-z+2)^3 = -i$$
:

b) 
$$z|z| + 4i = 0$$
;

a) 
$$(-z+2)^3 = -i$$
; b)  $z|z| + 4i = 0$ ; c)  $4z^2 - 2(1+i)z + i = 0$ .

Risolvete e rappresentate geometricamente nel piano di Gauss:

a) 
$$\begin{cases} |z-3+i| < |z+1-i| \\ |\text{Im}(z-i)| < 2; \end{cases}$$
 b) 
$$\begin{cases} \text{Re}(iz^2 - i\overline{z}^2) \ge -4 \\ |z - \frac{\sqrt{2}}{2} - i\sqrt{2}| \le \sqrt{2}; \end{cases}$$
 c)  $|z+3-2i| = |\text{Im}(z-i)|$ .

- Determinate le soluzioni (z, w) con  $z, w \in \mathbf{C}$  del sistema  $\begin{cases} z w = 2 i \\ |w|^2 \overline{z}w = i. \end{cases}$
- 1.4) Provate, usando il principio di induzione, che  $(1-\frac{1}{2})(1-\frac{1}{3})\cdots(1-\frac{1}{n})=\frac{1}{n}$  per ogni  $n \in \mathbb{N}, n \ge 2$ .
- 1.5) i) Fissati  $a, b \in \mathbf{R}$  (in **C**), verificate che  $a^n b^n = (a b) \sum_{k=0}^{n-1} a^{n-k-1} b^k$  per n = 1, 2, 3.
  - ii) Provate, usando il principio di induzione, che  $a^n b^n = (a b) \sum_{k=0}^{n-1} a^{n-k-1} b^k$  per ogni  $n \in \mathbb{N}, n \ge 1$ .
  - iii) Risolvete in C l'equazione  $z^7 + z^6 + z^5 + \ldots + z + 1 = 0$  e rappresentate le soluzioni nel piano di Gauss (suggerimento: può essere utile usare ii) con a = z e b = 1).
- Usando le conoscenze basi sulle funzioni elementari, leggendo dal grafico determinate l'immagine di A tramite f per le seguenti funzioni:

i) 
$$f(x) = 3 \log x - 1$$
  $A = [1, e];$ 

ii) 
$$f(x) = -x^2 - x + 1$$
  $A = [-1, 1];$ 

iii) 
$$f(x) = -\cos x + 1$$
  $A = [0, \pi];$ 

iii) 
$$f(x) = -\cos x + 1$$
  $A = [0, \pi];$   
iv)  $f(x) = \begin{cases} 2x & \text{se } x \le -1 \\ -x^2 & \text{se } -1 < x < 0 \\ 2^x - 2 & \text{se } x \ge 0. \end{cases}$   $A = [0, \pi];$ 

1.7) Sia 
$$f:[0,e] \to \mathbf{R}$$
 la funzione definita da  $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x = 0 \\ \frac{1}{x} - 1 & \text{se } 0 < x \le 1 \\ \log x & \text{se } 1 < x \le e. \end{cases}$ 

Usando le conoscenze basi sulle funzioni elementari, leggendo dal grafico di f si determini l'immagine e gli intervalli di monotonia di f. La funzione f è limitata? Iniettiva? Suriettiva?