Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Ingeniería

ESTRUCTURAS DISCRETAS GRUPO 06

Profesor: Orlando Zaldívar Zamorategui

PROYECTO 1

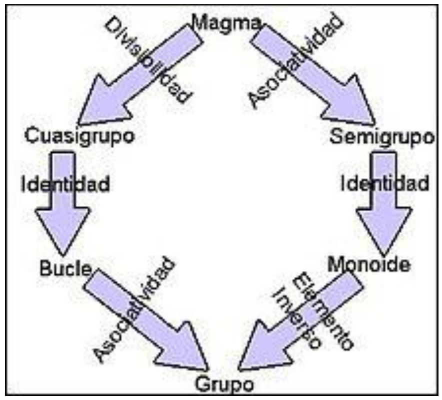
Alumno: Hernández Ramírez Miguel Ángel

N.C: 319044618

TEMARIO

1 Objetivo

El alumno comprenderá el uso de los grupos, semigrupos y monoides como operaciones binarias con el fin de ayudarles a desarrollar su capacidad para pensar de manera abstracta y rigurosa, así como para comprender mejor las estructuras matemáticas fundamentales.



En este tutorial se tratará de comprender el método algebraico para operaciones binaria, así como sus propiedades de uso que ayuden al alumno a implementarlo de una mejor forma y con mayor facilidad en las situaciones necesarias.

2. Introducción

Los grupos, semigrupos y monoides son conceptos matemáticos que se utilizan en la ingeniería en computación para modelar y resolver problemas en diferentes áreas, tales como la teoría de la computación, la criptografía, la teoría de lenguajes formales, la inteligencia artificial, entre otras, son conceptos matemáticos fundamentales en la ingeniería en computación, que permiten modelar y resolver problemas complejos en diferentes áreas de aplicación de la computación.

3. DEFINICION Y CONCEPTO

3.1 Algebra básica

El álgebra es una rama de las matemáticas que estudia las estructuras y las relaciones entre las variables y las operaciones. Se ocupa de las propiedades y las operaciones que pueden ser realizadas sobre números, símbolos y expresiones matemáticas para resolver ecuaciones y sistemas de ecuaciones. El álgebra se puede dividir en varias ramas, tales como álgebra elemental, álgebra abstracta, álgebra lineal, álgebra booleana, entre otras.

El álgebra es una rama importante de las matemáticas que se utiliza en muchas áreas de la ciencia y la tecnología para modelar y resolver problemas de manera eficiente y precisa. En resumen, el algebra nos ayudara a entender y resolver los temas abstractos de los grupos, semigrupos y monoides como también poder ejecutar los problemas de lógica en la materia de Estructuras Discretas.

3.2 Sistemas Algebraicos

Los sistemas algebraicos son estructuras matemáticas que se utilizan para estudiar las propiedades de las operaciones algebraicas y las relaciones entre las variables. Estos sistemas pueden ser finitos o infinitos, y pueden ser representados mediante símbolos, fórmulas y ecuaciones.

4. GRUPOS, SEMIGRUPOS Y MONOIDES

4.1 Operaciones Binarias

Un concepto que nos ayudará mucho a entender el tema de grupo, sé mi grupo y monoide es la estructura básica que los conforma la cual es la operación binaria que en conceptos algebraicos le denomina como una operación básica de números considerados naturales dentro de una binariedad ya que asocian un par de números con un resultado genérico el cual cumple con dos condiciones básicas.

- Se aplicará un par de elementos con una naturaleza determinada.
- Asocia a dicho par con otro único elemento de la misma naturaleza determinada.

En términos matemáticos, se le denomina como conjunto S no vacío es una función S x S que relaciona a un par de elementos (a, b) dónde a, b son una imagen c que pertenece a S.

4.2 GRUPOS

En matemáticas se le conoce particularmente a un grupo como una estructura algebraica formada por un conjunto A no vacío y una ley de composición interna, la misma se denota por la escritura (A*) por lo mismo como identidad algebraica tiene una serie de puntos que cumplir que es este caso.

1. La ley y operación * interna, esto es para cada par de elementos (x) e y de A, la composición x*y debe ser un elemento de A, se conoce también como propiedad clausuraría.
2. Asociatividad para la ley *, esto es para cualquier interna, x,y y z debe cumplir que *(y*z) = (x*y)*z.
3. Existencia de un elemento neutro e para *, esto es para cualquier z de A, se cumple x*e= x, y e*x=x. Este elemento neutro es único en la operación interna.
4. Todo elemento x de A tiene simétrico y; esto es, para todo elemento x de A existen un elemento y tal que x*y= e= y*x. El elemento simétrico dentro de la operación es único, asimismo

4.2.1 Grupos abelianos

Un grupo abeliano, también conocido como grupo conmutativo, es un tipo de grupo en el que el orden de las operaciones no afecta el resultado. Esto significa que, para cualquier par de elementos en el grupo, el producto de esos elementos es el mismo independientemente del orden en que se realice la operación.

- Conmutatividad: para cualquier par de elementos a y b en el grupo, se cumple que ab = ba.
- •Asociatividad: para cualesquiera tres elementos a, b, y c en el grupo, se cumple que (ab)c = a(bc).

- •Identidad: hay un elemento en el grupo, denotado como "e", que no cambia el valor de otro elemento cuando se multiplica por él. En otras palabras, para cualquier elemento a en el grupo, se cumple que ae = ea = a.
- Operación binaria: la operación que combina dos elementos del grupo para producir un tercer elemento también es un elemento del grupo.
- Distributivita: la multiplicación de un elemento a por la suma de dos elementos b y c es igual a la suma de las multiplicaciones de a por b y a por c. En otras palabras, a*(b+c) = ab + ac.

4.2.2 Grupos Permutables

Otro punto de interés para el estudio de los grupos en las matemáticas discretas sería la permutación dentro de los grupos, lo cual podemos definirlo como el conjunto A de rolas las permutaciones sobre un conjunto no vacío S bajo la operación binaria * de composición derecha de permutaciones en un grupo (A,*) llamado el grupo de permutaciones.

4.2.3 Grupos Dihedrales

Otro tipo de grupo dihedral el cual se entiende como la transformación debidas a todos los movimientos rígidos de un polígono regular de n lados que resulta en polígonos idénticos pero con diferentes nombres de vértice bajo la operación binaria de composición derecha * es un grupo llamado grupo dihedral denotado por (Dn, *).

El grupo diédrico se puede representar como un conjunto de elementos, cada uno de los cuales es una combinación de una reflexión y una rotación de un polígono o un poliedro regular. Por ejemplo, el grupo diédrico D4 se puede representar como el conjunto de las siguientes operaciones:

•La identidad (no se realiza ninguna operación).

•Una rotación de 90 grados en el sentido de las agujas del reloj.

•Una reflexión diagonal (que refleja el objeto a lo largo de una línea que conecta dos vértices opuestos).

4.2.4 Grupos Cíclicos

Más formalmente, si G es un grupo cíclico generado por un elemento a, entonces cada elemento de G puede escribirse como a^k, donde k es un número entero. La multiplicación en el grupo se realiza de la siguiente manera: a^k * a^j = a^(k+j). Además, se puede demostrar que todos los grupos cíclicos finitos son isomorfos a los grupos Z, n, el grupo de enteros módulo n con la operación suma modular.

4.3 Semigrupo

Semigrupos en el ámbito algebraico relacionado directamente en las matemáticas discretas, tomando como concepto de investigación a un semigrupo cómo un sistema matemático sencillo que consta de un conjunto y una operación binaria y que tiene muchas aplicaciones importantes .

En otras palabras, dado cualquier conjunto S y una operación binaria * en S, si * satisface la propiedad asociativa, entonces (S, *) es un semigrupo. Por ejemplo, el conjunto de números naturales con la operación de multiplicación forma un semigrupo, ya que la multiplicación es una operación binaria que es asociativa.

La propiedad asociativa es la única propiedad que se requiere para un semigrupo. Por lo tanto, un semigrupo no necesita tener elementos identidad ni elementos inversos. Si un semigrupo tiene un elemento identidad y todos sus elementos tienen inversos, entonces se le llama "grupo".

4.4 Monoides

Se conoce como monoide a una rama de los semigrupos, para comenzar a hablar sobre los monoides tomaremos como concepto la estructura que nos denomina el libro de matemáticas abstractas el cual se refiere a los monoides como una estructura algebraica con una operación binaria, que es asociativa y tiene elemento neutro por lo tanto es un semigrupo con elemento neutro.

Como concepto equivalente un monoide es un conjunto equipado con una operación binaria asociativa y un elemento de identidad, los enteros no negativos con suma forman un monoide siendo el elemento identidad 0, cómo síntesis los monoides son semigrupos con identidad.

Un conjunto S por pláticas equipado con una operación binaria S x S tiende a S que denotaremos *, es un monoide si cumple los siguientes dos axiomas:

1. Tiene elementos idénticos, existe un elemento e dentro S tal que por cada elemento a dentro de S, las iguales e.a = a y a °e = a.

2. Es asociativa: para todos a, b y c dentro S, la ecuación (a. b) c ° a. b. c.

4.4.1 Monoide Conmutativo

Uno no hay de cuya operación conmutativa se llama monoide connotativo, cualquiera de estos está dotado de su orden previo algebraico ≤ definido por x ≤ (w) y si existe z tal que x+z =y lo cual se caracteriza por la identidad conmutativa M es un elemento y de M tal que para cualquier elemento z de M existe v en el conjunto generado por y tal que (w)x ≤ v.

Ejemplos

1. Sea (S,) un monoide y GS = {s ∈ S|s es invertible}. Probar que GS es un conjunto no vacío y que (GS, .) es un grupo.

Solución;

1. ***Bien comencemos a resolver el ejercicio propuesto 1***

PASO 1;

Empecemos por entender que GS es un conjunto no vacío porque el elemento neutro, que denotaremos por 1, pertenece a GS ya que el elemento neutro es invertible.

PASO 2;

Por otro lado, GS ⊆ S y para todo x, y ∈ GS (por tanto, x e y tienen elemento inverso en S, que denotamos por x y y−1, respectivamente).
A base de esto se cumple que xy ∈ GS ya que el elemento xy tiene por inverso y (−)1 x−1, que también pertenece a S.

PASO 3;

Por tanto, el producto de S restringido a GS es una operación interna. Además, (GS, .) es un semigrupo (por verificar la operación · la propiedad asociativa en S), tiene elemento neutro, ya que 1 también pertenece a GS y por construcción cada elemento de GS tiene inverso, luego GS es un grupo

Por lo que concluimos que GS es un GRUPO

2. Dado el conjunto X y una aplicación *T de X en X (es decir, t pertenece M(X))* se definen las potencias de exponente natural de T en la forma:

T^0 = 1x

T^n+1= T^n o T, (n que pertenece a N)

Solución;

2. Bien comencemos a resolver el ejercicio propuesto numero 2

PASO 1;

De modo que *T^0 = 1x*

T^1 = T^0 o T = 1x o T = T

PASO 2;

T^2= T^1 o T = T o T

T^3 = T2 o T = (T o T) o T = T o T o T

PASO 3;

Por inducción se prueba que:

T^n o T ^m = T^n+m

para todo n, m pertenece a N

Pongamos *(T) = (T^n I n pertenece N)*. El par *((T),o)* es un monoide; elemental unidad es *1x = T^0*

Este ejemplo nos ayuda a demostrar la existencia de un monoide en una operación básica algebraica lo cual se puede aplicar muy fácilmente en cualquier demostración de matemáticas discretas siendo así una estructura algebraica que puede ser utilizada para la decodificación de sistemas matemáticos con algún objetivo en particular.

3.Demostrar que si l y d son dos elementos neutros a izquierda y derecha respectivamente de un semigrupo (S,.), entonces (S,.) es un monoide, deducir que sí (S,.) tiene dos elementos neutros a izquierda distintos, entonces no existe ningún elemento de S que sea elementos neutros a derecha.

Bien comencemos a resolver el ejercicio propuesto numero 3

Solución;

PASO 1;

Cómo I es neutro a izquierda , entonces:

l°s = s, Δs pertenece S, y como de es neutro a derecha

entonces *s’ ° d= s’, Δs’ pertenece a S.*

PASO 2;

Ahora tomando en l s= d, se obtiene

l°d = d

Y tomando en 2 *s’ = l*, se obtiene:

l° d = l, por lo tanto de 3 y 4 deducimos:

s = l ° d = l

Esto es los elementos neutro a derecha e izquierda coinciden y, por tanto, existen en S un elemento neutro, cómo además (S,..) es un semigrupo, entonces (S,..) es un semigrupo con elemento neutro, esto es, un monoide.

PASO 3;

Para ver la segunda parte supongamos por reducción al absurdo que existe un elemento neutro a derecha d1, entonces si l y l' son elementos neutros a izquierda distintos que existen la primera parte del ejercicio nos permite deducir que:

L = d1 y que l' =d1

PASO 4;

Luego l=l' una contradicción. Por tanto no existe d1 elemento neutro a derecha si hay dos elementos neutros e izquierda distintos.
Sea S = {(aij) € Matmxm(R) l aij = 1, 0 i,j = 1,…..m) y en S consideremos el producto usual de matrices.

Demostramos que l y d son dos elementos neutros a izquierda y derecha respectivamente del semigrupo (S,.).

4.Sea G un grupo un grupo abeliano; resolver en él la siguiente ecuación:

$$A\cdot b\cdot x2\cdot c=c\cdot x\cdot a$$

Por otro lado, si todos los elementos de G, excepto el elemento unidad, son de orden 3, demostrar que se verifica:

$$A\cdot(x-1\cdot a\cdot x)=(x-1\cdot a\cdot x)\cdot a$$

Siendo a un elemento de G y para todo x perteneciente a G.

Solución;

PASO 1;

Como se nos indica que el grupo es conmutativo podemos escribir:

$$X\cdot c=c\cdot x;x\cdot a=a\cdot x$$

PASO 2;

Comprobar que el conjunto es cerrado resulta trivial observando la tabla. Para la propiedad conmutativa tenemos:

$$A\cdot b\cdot x2\cdot c=c\cdot x\cdot a\rightarrow a\cdot b\cdot x\cdot c\cdot x=\bullet=c\cdot a\cdot x\rightarrow a\cdot b\cdot x\cdot c=c\cdot a$$

O lo que es igual:

$$A\cdot b\cdot x\cdot c=a\cdot c\rightarrow a\cdot b\cdot x=a\rightarrow b\cdot x=e\rightarrow x=b-1$$

PASO 3;

Para demostrar la segunda parte del ejercicio, operamos a la derecha con *(x−1ax)2*, con lo cual:

$$A\cdot(x-1\cdot a\cdot x)3=(x-1\cdot a\cdot x)\cdot a(x-1ax)(x-1ax)$$

Y haciendo uso de la propiedad indicada en el enunciado:

$$A\cdot e=a=x-1\cdot a\cdot x\cdot a\cdot x-1\cdot a(x\cdot x-1)a\cdot x=\bullet=x-1(a\cdot x\cdot a)x-1\cdot a2\cdot x$$

PASO 4;

Pero por la misma propiedad indicada se tiene:

$$X3=e\rightarrow x-1=x2;a3=e\rightarrow a-1=a2$$

Y, por lo tanto:

$$=x\cdot x(a\cdot x\cdot a)xx\cdot a\cdot a\cdot x=x(x\cdot a)2x2a2x=$$

$$x(x\cdot a)-1x2a2x=x\cdot a-1x-1x\cdot x\cdot a2\cdot x=x\cdot a-1\cdot x\cdot a2\cdot x$$

Con lo que, podemos concluir:

$$\mathbf{A=x\cdot a-1\cdot x\cdot a-1\cdot x=(x\cdot a-1)2x=\bullet=(x\cdot a-1)-1x=(a-1)-1x-1x=a}$$

5. *A= (1,-1,i,-i) entonces (G,X)* es un grupo cíclico con el generador i, para:

1= i^4, -1 = i= i^1 y i -1 = i^3

Para este grupo cíclico, -i es también un generador.

Determinar que el grupo cíclico es un abeliano.

Bien comencemos a resolver el ejercicio propuesto numero 5

Solución;

PASO 1;

Podemos demostrar la existencia del grupo ciclico abeliano con lo siguiente:

(A,*) es un grupo cíclico a pertenece a A cómo generador, sea b,c pertenece a A, Entonces b = a^m y c= a^n, dónde m y n son enteros.

PASO 2;

En este caso b * c = a^m *a^n = a^m+n
= a^n+m

= a^n * a*m

= c * b

Queda demostrado la existencia del grupo cíclico abeliano en la operación algebraica.

5. Si G es un grupo de orden par, demostrar que el número de sus elementos de orden 2 es impar.

Bien comencemos a resolver el ejercicio propuesto numero 6

Solución;

PASO 1;

Los elementos de G pueden dividirse en dos clases disjuntas:

$Q = \{x \in G : x^2 \neq e\}$ y $G \setminus Q$. Si $x \in Q$, entonces $x \neq x^{-1}$ y o $(x^{-1}) \neq 2$.

PASO 2;

Por lo tanto, los elementos de Q van emparejados: cada x con su inverso x^{-1} es decir, hay un numero par de ellos. Se sigue que el número de elementos en:

$$x \in G \setminus Q \text{ (para los cuales } x^2 = e\text{) también es par.}$$

PASO 3;

De todos ellos, solamente $x = e$ no es de orden 2.

Conclusión: G contiene un numero impar de elementos de orden 2

7. (a) Hallar un ejemplo de un grupo G infinito en el cual existe exactamente un elemento de orden

(b) Dar un ejemplo de un grupo G infinito en el cual todo elemento, salvo el neutro, tiene orden 2.

Bien comencemos a resolver el ejercicio propuesto numero 7

Solución;

PASO 1;

(a) Sea $G = Z \oplus Z_2$, suponiendo las operaciones aditivas habituales en Z y Z_2

Es fácil comprobar que $a = (0, 1)$ es el único elemento en G de orden 2; por ejemplo, todo elemento $(a, 1)$ con $a \neq 0$ tiene orden infinito.

PASO 2;

(b) Sea G el conjunto de todas las sucesiones de números ± 1:

$$G = \{x = (x_n)_{n=1}^{\infty} : x_n = -1 \text{ o } 1 \text{, para todo } n \in N\}$$

Con la operación de multiplicación definida por coordenadas:

$$x \cdot y = (x_n \cdot y_n)_{n=1}^{\infty}$$

PASO 3;

Entonces es obvio que G es cerrado respecto a la operación definida, ya que $(\pm 1) \times (\pm 1) = (\pm 1)$

la multiplicación es asociativa, la sucesión estacionaria $1 = (1, 1, 1, . . .)$

actúa como neutro y cada elemento de G es obviamente su propio inverso, ya que:

$$\mathbf{s,\ x \cdot x = ((\pm 1)^2)_{n=1}^{\infty} = 1}$$

8. Sea G un grupo y $H, K \leq G$ tales que $|H| = 38$ y $|K| = 55$ Demostrar que $H \cap K = \{e\}$

Bien comencemos a resolver el ejercicio propuesto numero 8

Solución;

PASO 1;

$H \cap K$ es un subgrupo tanto de *H como de K*. Por el Teorema de Lagrange

Deducimos que $|H \cap K|$ tiene que dividir tanto a $|H| = 38$ como a $|K| = 55$.

PASO 2;

Pero $38 = 2 \times 19$ y $55 = 5 \times 11$ son coprimos.

luego la única posibilidad es:

$|H \cap K| = 1$, es decir $H \cap K = \{e\}$.

Demostramos que $H \cap K = \{e\}$

9. Si $H \triangleright G$ y el grupo G/H es cíclico, ¿es G necesariamente abeliano?

Bien comencemos a resolver el ejercicio propuesto 9

Solución;

PASO 1;

Sea G el grupo diédrico de orden 6, en la notación de clase.

$D3 = \{I, A, A2, B, AB, A2B\}$ *donde* $A3 = I = B2$ *y* $BA = A-1B$.

PASO 2;

Sea $H = \{I, A, A2\}$, el subgrupo cíclico generado por A. Siendo H un subgrupo de índice 2 en G, por un teorema visto en clase, es un subgrupo normal de G.

El grupo cociente G/H de orden 2 es obviamente cíclico. Sin embargo, el grupo G no es abeliano.

10. Demostrar que si l y d son dos elementos neutros a izquierda y derecha, respectivamente, de un semigrupo *(S, .)*, entonces *(S, .)* es un monoide. Deducir que si *(S, .)* tiene dos elementos neutros a izquierda distintos, entonces no existe ningún elemento de S que sea elemento neutro a derecha.

Bien comencemos a resolver el ejercicio propuesto 10

Solución;

PASO 1;

Como l es neutro a izquierda, entonces:

$$l \cdot s = s, \ \forall s \in S$$

y como d es neutro a derecha, entonces:

$$s,d = s, \ \forall s \in S$$

PASO 2;

Ahora, tomado en (1) s = d, se obtiene:

$$l \cdot d = d$$

y tomando en s = l, se obtiene:

$$l \cdot d = l$$

PASO 3;

Por tanto; s = l · d = l

Esto es los elementos neutros a derecha e izquierda coinciden y, por tanto, existe en S un elemento neutro. Como además (S, .) es un semigrupo, entonces (S, .) es un semigrupo con elemento neutro, esto es, un monoide.

PASO 4;

Para ver la segunda parte, supongamos, por reducción al absurdo que existe un elemento neutro a derecha d1. Entonces, si *I y I* son los elementos neutros a izquierda distintos que existen, la primera parte del ejercicio nos permite deducir que:

I = d1

luego *I=I*, una contradicción.

No existe d1 elemento neutro a derecha si hay dos elementos neutros a izquierda distintos.

CUESTIONARIO

1 ¿Qué es un grupo?", Un conjunto con una operación binaria y elementos neutros.", "Un conjunto con una operación unaria y elementos neutros.", "Un conjunto con una operación ternaria y elementos neutros", "Un conjunto con una operación binaria y elementos inversos."
2 ¿Cuál es la propiedad que define a un grupo?,"Asociatividad","Conmutatividad","Distributividad","Inversión",0);
3 ¿Cuál es la propiedad que define a un semigrupo?","Asociatividad","Conmutatividad","Distributividad","Inversión".
4 ¿Cuál es la diferencia entre un grupo y un semigrupo?, "Un grupo tiene elementos inversos y un semigrupo no", "Un semigrupo tiene elementos inversos y un grupo no", "Un grupo es conmutativo y un semigrupo no", "Un semigrupo es conmutativo y un grupo no".
5 ¿Qué es un monoide?" Un semigrupo con un elemento neutro", "Un grupo con un elemento neutro", "Un semigrupo con elementos inversos", "Un grupo con elementos inversos".
6 ¿Cuál es la propiedad que define a un monoide? ,"Asociatividad","Conmutatividad","Distributividad","Inversión".
7 ¿Cuál es la relación entre grupos y semigrupos?", "Un grupo es un semigrupo con elementos inversos", "Un semigrupo es un grupo con elementos inversos", "No hay relación entre grupos y semigrupos", "Los grupos y semigrupos son lo mismo";
8 ¿Cuál es la relación entre grupos y monoides?" Un grupo es un monoide con elementos inversos", "Un monoide es un grupo con elementos inversos", "No hay relación entre grupos y monoides", Los grupos y monoides son lo mismo"
9 ¿Qué es un homomorfismo?, "Una función que preserva la estructura de grupo", "Una función que intercambia elementos del grupo", "Una función que agrega elementos al grupo", "Una función que elimina elementos del grupo"
10 ¿Qué es un isomorfismo?", "Un homomorfismo biyectivo", "Un homomorfismo inyectivo", "Un homomorfismo sobreyectivo", "Un homomorfismo que no es biyectivo"..
11 ¿Cuál es la definición de subgrupo?", "Un subconjunto que es un grupo en sí mismo", "Un subconjunto que es un semigrupo en sí mismo", "Un subconjunto que es un monoide en sí mismo", "Un subconjunto que es un homomorfismo en sí mismo".
12 ¿Qué es un grupo abeliano?", "Un grupo conmutativo", "Un grupo no conmutativo", "Un grupo con elementos inversos", "Un grupo sin elementos inversos".
13 ¿Qué es un grupo simple?", "Un grupo que no tiene subgrupos propios", "Un grupo que tiene subgrupos propios", "Un grupo abeliano", "Un grupo conmutativo".

14 ¿Cuál es la definición de un semigrupo matemático?", "Un conjunto no vacío G con una operación binaria * que satisface la cerradura y la asociatividad.", "Un conjunto vacío G con una operación binaria * que satisface la cerradura y la asociatividad.", "Un conjunto no vacío G con una operación binaria + que satisface la cerradura y la asociatividad.", "Un conjunto no vacío G con una operación binaria * que satisface la cerradura, la asociatividad y la existencia del elemento neutro.".

15 ¿Cuál es la definición de un monoide matemático?", "Un conjunto no vacío G con una operación binaria * que satisface la cerradura, la asociatividad y la existencia del elemento neutro.", "Un conjunto no vacío G con una operación binaria * que satisface la cerradura, la asociatividad y la existencia del elemento inverso.", "Un conjunto vacío G con una operación binaria * que satisface la cerradura, la asociatividad y la existencia del elemento neutro.", "Un conjunto no vacío G con una operación binaria + que satisface la cerradura, la asociatividad y la existencia del elemento neutro.".

16 ¿Cuál es la propiedad asociativa en matemáticas?", "La propiedad de que el resultado de una operación binaria no depende del orden en que se realizan las operaciones.", "La propiedad de que el resultado de una operación binaria es el mismo independientemente de los operandos.", "La propiedad de que el resultado de una operación binaria es el mismo que el operando neutro.", "La propiedad de que el resultado de una operación binaria es el mismo que el inverso aditivo del operando.".

17 ¿Qué es el elemento neutro en un grupo matemático?", "Un elemento en el conjunto que, cuando se opera con cualquier otro elemento del conjunto, no cambia el valor de ese elemento.", "Un elemento en el conjunto que es igual a su propio inverso aditivo.", "Un elemento en el conjunto que siempre produce un valor de 0 cuando se opera con cualquier otro elemento del conjunto.", "Un elemento en el conjunto que siempre produce un valor de 1 cuando se opera con cualquier otro elemento del conjunto.".

18 ¿Qué es el inverso multiplicativo de un elemento en un grupo matemático?", "El elemento en el conjunto que, cuando se opera con el elemento original, produce el elemento neutro.", "El elemento en el conjunto que es igual a su propio inverso aditivo.", "El elemento en el conjunto que siempre produce un valor de 0 cuando se opera con cualquier otro elemento del conjunto.", "El elemento en el conjunto que siempre produce un valor de 1 cuando se opera con cualquier otro elemento del conjunto."

19 ¿Qué es el orden de un elemento en un grupo matemático?, "El número más pequeño n tal que a^n = e, donde a es el elemento y e es el elemento neutro.", "El número más grande n tal que a^n = e, donde a es el elemento y e es el elemento neutro.", "El número más pequeño n tal que a^n = a, donde a es el elemento y e es el elemento neutro.", "El número más grande n tal que a^n = a, donde a es el elemento y e es el elemento neutro.

20 "¿Qué es un subgrupo en un grupo matemático?, "Un subconjunto no vacío de un grupo que es cerrado bajo la operación y contiene el elemento inverso de cada elemento en el subconjunto.", "Un subconjunto vacío de un grupo que es cerrado bajo la operación y contiene el elemento inverso de cada elemento en el subconjunto.", "Un subconjunto no vacío de un grupo que es cerrado bajo la operación y contiene el elemento neutro de cada elemento en el subconjunto.", "Un subconjunto no vacío de un grupo que es cerrado bajo la operación y no contiene el elemento neutro."

21 ¿Qué es un grupo abeliano o conmutativo?, "Un grupo en el que la operación es conmutativa, es decir, a * b = b * a para cualquier a y b en el grupo.", "Un grupo en el que la operación no es conmutativa, es decir, a * b != b * a para algunos a y b en el grupo.", "Un grupo en el que todos los elementos tienen el mismo orden.", "Un grupo en el que todos los elementos tienen el mismo elemento inverso."

22 ¿Qué es un homomorfismo en un grupo matemático?, "Una función f que preserva la estructura del grupo, es decir, f(a * b) = f(a) * f(b) para cualquier a y b en el grupo.", "Una función f que transforma cada elemento del grupo en su inverso aditivo.", "Una función f que transforma cada elemento del grupo en su elemento neutro.", "Una función f que transforma cada elemento del grupo en su inverso multiplicativo."

23 ¿Qué es un isomorfismo en un grupo matemático?, "Un homomorfismo biyectivo, es decir, una función f que preserva la estructura del grupo y es uno a uno y sobre.", "Un homomorfismo que no es biyectivo.", "Una función f que transforma cada elemento del grupo en su inverso aditivo.", "Una función f que transforma cada elemento del grupo en su elemento neutro."

24 ¿Qué es un grupo finito?, "Un grupo con un número finito de elementos.", "Un grupo con un número infinito de elementos.", "Un grupo en el que todos los elementos tienen el mismo orden.", "Un grupo en el que todos los elementos tienen el mismo elemento inverso."

25 ¿Qué es un subgrupo generado por un conjunto en un grupo matemático?, "El subgrupo más pequeño que contiene el conjunto dado, es decir, el conjunto de todas las combinaciones lineales con coeficientes enteros de los elementos del conjunto dado.", "El subgrupo más grande que contiene el conjunto dado, es decir, el conjunto de todas las combinaciones lineales con coeficientes enteros de los elementos del conjunto dado.", "El subgrupo generado por los elementos del conjunto dado y su inverso multiplicativo.", "El subgrupo generado por los elementos del conjunto dado y su inverso aditivo."

26 ¿Qué es un subgrupo normal en un grupo matemático?, "Un subgrupo que es cerrado bajo la operación y que satisface la propiedad de que si a es un elemento del subgrupo y g es cualquier elemento del grupo, entonces g * a * g^-1 está en el subgrupo.", "Un subgrupo que no es cerrado bajo la operación y que satisface la propiedad de que si a es un elemento del subgrupo y g es cualquier elemento del grupo, entonces g * a * g^-1 está en el subgrupo.", "Un subgrupo que es cerrado bajo la operación y que satisface la propiedad de que si a es un elemento del subgrupo y g es cualquier elemento del grupo, entonces g * a está en el subgrupo.", "Un subgrupo que es cerrado bajo la operación y que satisface la propiedad de que si a y b son elementos del subgrupo, entonces a * b está en el subgrupo."

27 ¿Qué es un grupo cociente en un grupo matemático?, "Un grupo que se forma al tomar un subgrupo normal de un grupo y considerar los cosets de ese subgrupo.", "Un grupo que se forma al tomar un subgrupo de un grupo y considerar los cosets de ese subgrupo.", "Un grupo que se forma al tomar el conjunto de todos los elementos de un grupo que son iguales a su inverso multiplicativo.", "Un grupo que se forma al tomar el conjunto de todos los elementos de un grupo que son iguales a su inverso aditivo."

28 ¿Qué es una clase lateral en un grupo matemático?, "El conjunto de elementos que se obtienen al multiplicar un elemento del grupo por un elemento dado de un subgrupo.", "El conjunto de elementos que se obtienen al multiplicar un elemento del grupo por un elemento dado que no está en el subgrupo.", "El conjunto de elementos que se obtienen al multiplicar un elemento del subgrupo por un elemento dado del grupo.", "El conjunto de elementos que se obtienen al multiplicar un elemento del subgrupo por un elemento dado que no está en el grupo."

29 ¿Qué es un conjunto generador en un grupo matemático?, "Un conjunto de elementos que puede generar todos los elementos del grupo mediante operaciones de la operación del grupo.", "Un conjunto de elementos que puede generar algunos de los elementos del grupo mediante operaciones de la operación del grupo.", "Un conjunto de elementos que puede generar todos los subgrupos del grupo mediante operaciones de la operación del grupo.",

"Un conjunto de elementos que puede generar algunos de los subgrupos del grupo mediante operaciones de la operación del grupo.

30 ¿Qué es un grupo libre en un grupo matemático?, "Un grupo en el que cualquier elemento se puede escribir de forma única como una combinación lineal de los elementos de un conjunto dado, sin restricciones adicionales.", "Un grupo en el que cualquier elemento se puede escribir de forma única como una combinación lineal de los elementos de un conjunto dado, sujeto a restricciones adicionales.", "Un grupo en el que no se pueden escribir todos los elementos de forma única como una combinación lineal de los elementos de un conjunto dado.", "Un grupo en el que cualquier elemento se puede escribir como una combinación lineal."

31 ¿Qué es un homomorfismo en un grupo matemático", "Una función entre dos grupos que preserva la estructura de grupo?", "Una función entre dos grupos que cambia la estructura de grupo.", "Una función entre dos grupos que conserva algunos elementos del grupo, pero no otros.", "Una función entre dos grupos que intercambia los elementos del grupo."

32 ¿Qué es un isomorfismo en un grupo matemático?, "Un homomorfismo entre dos grupos que es biyectivo.", "Un homomorfismo entre dos grupos que no es biyectivo.", "Una función entre dos grupos que no preserva la estructura de grupo.", "Una función entre dos grupos que intercambia los elementos del grupo."

33 ¿Qué es un endomorfismo en un grupo matemático?, "Un homomorfismo de un grupo en sí mismo.", "Un homomorfismo de un grupo en otro grupo.", "Una función que conserva algunos elementos del grupo pero no otros.", "Una función que intercambia los elementos del grupo."

34 ¿Qué es un auto morfismo en un grupo matemático?, "Un isomorfismo de un grupo en sí mismo.", "Un isomorfismo de un grupo en otro grupo.", "Una función que conserva algunos elementos del grupo pero no otros.", "Una función que intercambia los elementos del grupo."

35 ¿Qué es un grupo abeliano?, "Un grupo en el que la operación binaria es conmutativa.", "Un grupo en el que la operación binaria no es conmutativa.", "Un grupo en el que todos los elementos tienen un inverso.", "Un grupo en el que algunos elementos no tienen un inverso."

36 ¿Qué es un semigrupo?, "Un conjunto no vacío con una operación binaria asociativa.", "Un conjunto no vacío con una operación binaria no asociativa.", "Un conjunto vacío con una operación binaria asociativa.", "Un conjunto vacío con una operación binaria no asociativa."

37 ¿Qué es un monoide?, "Un semigrupo con un elemento identidad.", "Un semigrupo sin elemento identidad.", "Un grupo con un elemento identidad.", "Un grupo sin elemento identidad.

38 ¿Qué es un conjunto finito?, "Un conjunto con un número finito de elementos.", "Un conjunto con un número infinito de elementos.", "Un conjunto vacío.", "Un conjunto con un número negativo de elementos."

39 ¿Qué es un conjunto infinito?, "Un conjunto con un número infinito de elementos.", "Un conjunto con un número finito de elementos.", "Un conjunto vacío.", "Un conjunto con un número negativo de elementos."

40 ¿Qué es un conjunto no numerable?, "Un conjunto que no se puede poner en correspondencia uno a uno con los números naturales.", "Un conjunto que se puede poner en correspondencia uno a uno con los números naturales.", "Un conjunto vacío.", "Un conjunto con un número negativo de elementos."

41 ¿Cuál es el orden del grupo de simetrías de un triángulo equilátero?, "6", "4", "3", "2", 0)

42 ¿Cuál es el orden del grupo de permutaciones de un conjunto de n elementos?, "n!", "n", "2n", "2^n"

43 ¿Qué es un subgrupo de un grupo?, "Un subconjunto no vacío de un grupo que es cerrado bajo la operación del grupo y que contiene el inverso de cada uno de sus elementos.", "Un subconjunto no vacío de un grupo que no es cerrado bajo la operación del grupo y que no contiene el inverso de cada uno de sus elementos.", "Un subconjunto vacío de un grupo.", "Un subconjunto que no es un grupo."

44 ¿Qué es un submonoid de un monoide?, "Un subconjunto no vacío de un monoide que es cerrado bajo la operación del monoide y que contiene el elemento identidad.", "Un subconjunto no vacío de un monoide que no es cerrado bajo la operación del monoide y que no contiene el elemento identidad.", "Un subconjunto vacío de un monoide.", "Un subconjunto que no es un monoide."

45 ¿Qué es un subsemigrupo de un semigrupo?, "Un subconjunto no vacío de un semigrupo que es cerrado bajo la operación del semigrupo.", "Un subconjunto no vacío de un semigrupo que no es cerrado bajo la operación del semigrupo.", "Un subconjunto vacío de un semigrupo.", "Un subconjunto que no es un semigrupo.

46 ¿Cuál es la definición formal de un grupo?, Un conjunto cerrado bajo una operación binaria, con la existencia de un elemento neutro y la existencia de inversos para cada elemento., Un conjunto cerrado bajo una operación binaria, conmutativa y asociativa.", "Un conjunto cerrado bajo una operación binaria, conmutativa y distributiva.", "Un conjunto cerrado bajo una operación binaria, asociativa y distributiva.",1

47 ¿Cuál de las siguientes opciones es un ejemplo de monoide?" El conjunto de números naturales con la operación de suma.", "El conjunto de números enteros con la operación de multiplicación.", "El conjunto de números racionales con la operación de división.", "El conjunto de números reales con la operación de resta.",0);

48 ¿Cuál de las siguientes opciones NO es un grupo?", "El conjunto de números enteros con la operación de multiplicación.", "El conjunto de números racionales con la operación de división.", "El conjunto de números reales con la operación de suma.", "El conjunto de números complejos con la operación de suma.",0);

49 ¿Cuál es la definición formal de un monoide?" Un semigrupo con la existencia de un elemento neutro.", "Un grupo con la existencia de un elemento neutro.", "Un conjunto cerrado bajo una operación binaria y conmutativa.", "Un conjunto cerrado bajo una operación binaria y distributiva.",0);

50 ¿Cuál de las siguientes opciones es un ejemplo de semigrupo?", "El conjunto de números enteros con la operación de multiplicación.", "El conjunto de números enteros con la operación de suma.", "El conjunto de números racionales con la operación de división.", "El conjunto de números naturales con la operación de resta.",0

SOFWARE (PROGRAMA)

Instrucciones del programa

Bienvenidos al programa que determina si un valor y operaciones internas cumplen con las características de un grupo o semigrupo.

* El programa contiene varias funciones que verifican los axiomas característicos.

El programa solo solicita un click en verificar para ejecutar las funciones.

Los valores entraran al sistema y se verificaran.

Se ingresarán 2 tipos de datos; Conjunto y Operaciones.

El conjunto se ingresa sin comas y sin espacio; EJEMPLO (1,2,3,4).

La operación se ingresa con paréntesis y la división con el símbolo "%"; EJEMPLO [(a+b)%5].

El programa verificara si cumplen para ser grupo o semigrupo.

BIBLIOGRAFIA

- *Rio,M.(2012).Matemáticas Discretas en la ingeniería aplicada.ECUARED.p (121,125).*
- *Angoa.A(2005)Introduccion a las Estructuras Algébricas. Universidad de Autonoma de puebla*
- *Briand.E(2007). Introducción a las matemáticas discretas. Universidad de sevilla.*
- *Johnsonbaugh(1997). Matemáticas aplicadas a la computacion. JEAN.*
- *Busby.Ross (1997).Estructuras de matematicas discretas para la computacion.Facultad de ingenieria (UNAM)*