CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS

EMILLY LUIZA
LEANDRO SANTANA
LUCAS OLIVEIRA
MARCO AURÉLIO
TÁSSIS FERNANDO

# OSCILAÇÕES NUM SISTEMA MASSA-MOLA

TIMÓTEO
2021

## INTRODUÇÃO

Ao aplicar uma força a uma mola qualquer, ela sofre uma deformação $\delta x$ que juntamente ao valor da força aplicada pode ser utilizado para encontrar o valor da constante elástica K. A relação entre a deformação da mola e a constante elástica, é inversamente proporcional e pode ser enunciada pela Lei de Hooke:

$$F = k.\delta x$$

A constante elástica é um valor que depende apenas da mola e não sofre alterações ao longo dos cálculos, por isso o termo constante. Tendo isso em mente, será realizado um experimento em que será observado a posição de equilíbrio de uma mola e também o movimento de oscilação ao pendurar um peso qualquer na mola.

Como objetivo geral, iremos observar as propriedades de um sistema massa-mola e seus comportamentos, bem como objetivo específico, determinaremos a constante elástica da mola de acordo com os dados colhidos e examinar a frequência e período de oscilação ao variar os dados de entrada.

## METODOLOGIA

Para a realização deste experimento foi utilizado o simulador *PHET Colorado* para simular a perturbação em uma mola ao alterar sua massa.

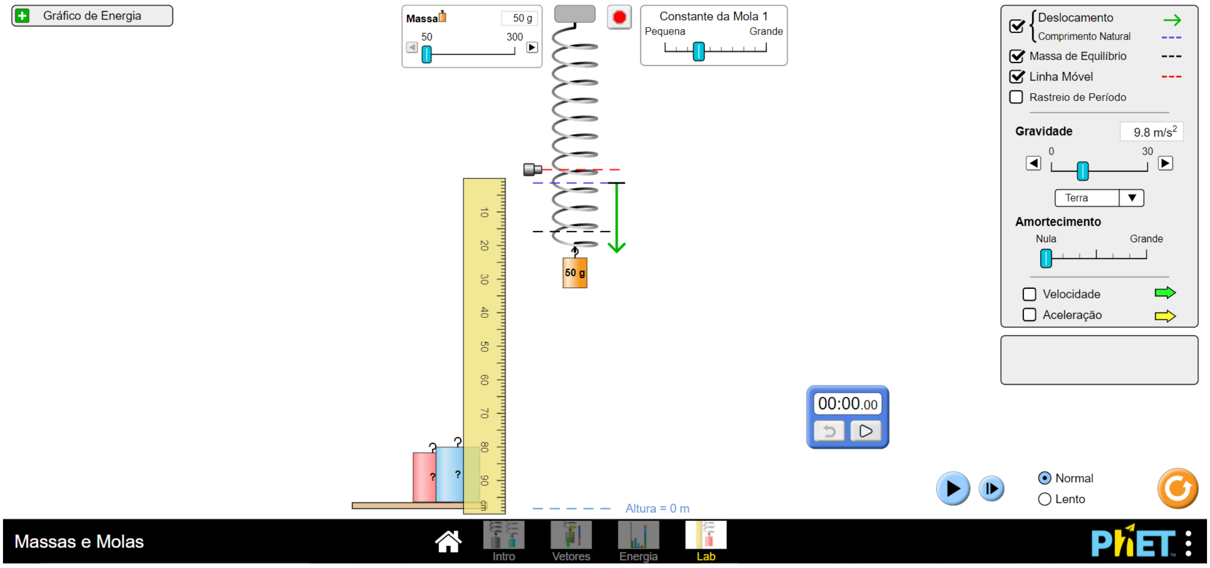


**Figura 1**. Simulador.

Em uma experiência real, para a realização dos cálculos e medições, seriam utilizados um cronômetro, um suporte plano para fixação de mola, uma mola, alguns pesos (50, 20 e 10 gramas) e uma régua de costura de um metro.

### a. Cronômetro

**Figura 2**. Cronômetro. Incerteza: 0,005 segundos.

### b. Suporte de fixação para mola.

**Figura 3** - Suporte plano para fixação da mola

### c. Mola

**Figura 4** - Mola.

### d. Massas

**Figura 5 -** Pesos para realização dos experimentos.

### e. Régua

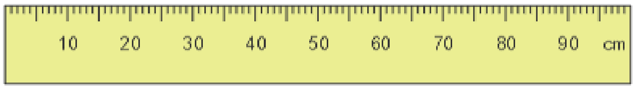


**Figura 6** - Régua. Incerteza do simulador: 0,005 m.

## RESULTADOS E DISCUSSÕES

### PARTE 1 - CONSTANTE ELÁSTICA

Para ter as medições de dos deslocamentos de acordo com as massas penduradas na mola foram feitas cinco medições com cinco massas diferentes, mantendo a posição inicial como (0,000 ± 0,005)m. Os resultados obtidos estão representados na tabela abaixo:

| **Massas** | **Pesos** | **Posição final** | **Deslocamento** | **Constante elástica** |
|---|---|---|---|---|
| $(m \pm 0.000003)kg$ | $(P \pm 0{,}000003)N$ | $(x \pm 0{,}005)m$ | $(\delta x \pm \Delta 0{,}005)m$ | $(\kappa \pm 0{,}05630)N/m$ |
| $m_1$ = 0,050000 | 0,490000 | 0,170 | 0,170 | 2,88235 |
| $m_2$ = 0,060000 | 0,588000 | 0,200 | 0,200 | 2,94000 |
| $m_3$ = 0,070000 | 0,686000 | 0,230 | 0,230 | 2,98260 |
| $m_4$ = 0,080000 | 0,784000 | 0,260 | 0,260 | 3,01538 |
| $m_5$ = 0,090000 | 0,882000 | 0,290 | 0,290 | 3,04138 |

**Tabela 1**: Medidas das massas, pesos, posições, deslocamentos e constantes elásticas.

## ANÁLISE

A. **Determinar a média da constante elástica. $(\bar{\kappa} \pm \Delta\bar{\kappa})N/m$:**

$$k = Fe \, / \, \Delta x$$

$$k = 0,490000 \, / \, 0,170 = 2,88235 \, N/m$$

$$k = 0,588000 \, / \, 0,200 = 2,94000 \, N/m$$

$k \ = \ 0,686000 \ / \ 0,230 \ = \ 2,98260 \ N/m$

$k \ = \ 0,784000 \ / \ 0,260 \ = \ 3,01538 \ N/m$

$k \ = \ 0,882000 \ / \ 0,290 \ = \ 3,04138 \ N/m$

$kmédio \ = \ 14,8617216 \ / \ 5 \approx 2,97234 \ \ N/m$

**Desvio padrão:**

$Dp \ \ = \sqrt{(\frac{\sum|ki-kmédio|^2}{n})}$

$|2,88235 \ - \ 2,97234|^2 \ = \ 0,00809 \ N/m$

$|2,94000 \ - \ 2,97234|^2 \ = \ 0,00104 \ \ N/m$

$|2,98260 \ - \ 2,97234|^2 \ = \ 0,00010 \ \ N/m$

$|3,01538 \ - \ 2,97234|^2 \ = \ 0,00185 \ \ N/m$

$|3,04138 \ - \ 2,97234|^2 \ = \ 0,00476 \ N/m$

$Dp \ \ = \ \sqrt{0,01584 \ / \ 5} \ \approx 0,05630 \ N/m$

**B. O que acontece com a constante elástica se essa experiência fosse realizada na lua ($g_l$=1,6 $m/s^2$)? Explique**

Quando alteramos a aceleração gravitacional para 1,6 $m/s^2$ (valor na lua) a constante elástica não se altera, uma vez que essa é uma propriedade intrínseca à mola e não a fatores externos, como a gravidade. Portanto, independente da aceleração gravitacional do local em que a mola está, sua constante elástica é a mesma, que representa uma quantificação da deformação do objeto (em relação ao seu comprimento inicial) conforme o esforço o qual ele está sendo solicitado.

**C. O que acontece com a deformação da mola se essa experiência ao pendurar as mesmas massas fosse realizada na lua. Justifique!**

A deformação é a medida da variação do comprimento da mola.

Um objeto qualquer pesa seis vezes menos na Lua do que na Terra, portanto a deformação que seu peso provocaria na mola seria seis vezes menor. Então quando alteramos a aceleração gravitacional para 1,6 $m/s^2$ (valor na lua) a deformação da mola é menor.

**D. Com os dados da tabela, construa o gráfico do Peso ($P$)colocado na mola em função do Deslocamento $\delta x$ da mola. Mostre que a tangente do ângulo de inclinação (cateto oposto dividido pelo cateto adjacente) resulta no valor da constante elástica, $\kappa$. Compare com o $\kappa$ médio, isso é, $\overline{\kappa}$.**

$P = m \, . \, g$

$F_e = k \, . \, x$

$F_e = P$

$P = k \, . \, x$

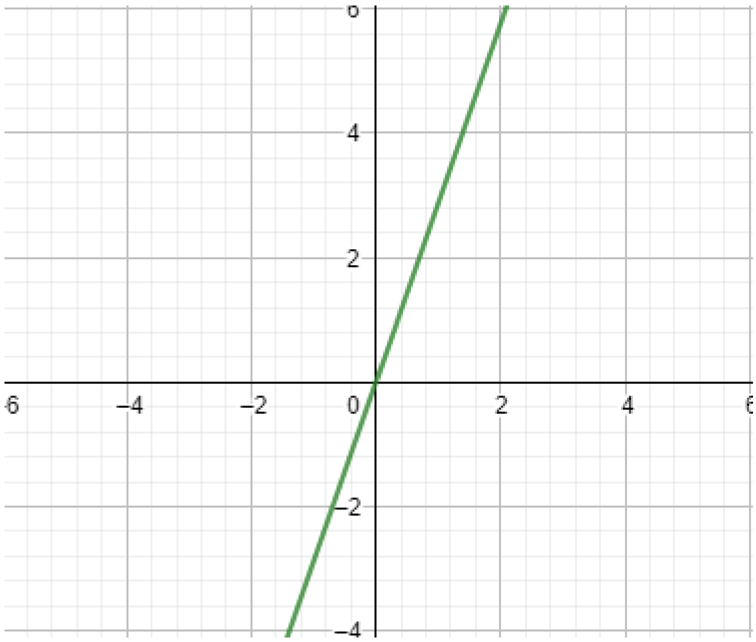


**Figura 7.** Gráfico: Peso × Deslocamento

$cateto \; oposto = P = m \, . \, g$

$cateto \; adjacente = x$

$tg \, \theta = \frac{cateto \; oposto}{cateto \; adjacente} = \frac{P}{x} = \frac{m \, . \, g}{x}$

$k = \frac{m \, . \, g}{x}$

**E. Determine o valor das massas azul e vermelho**

$F = P$

$F\ = k\ .\ x$

$P\ = m\ .\ g$

**Incerteza:**

$\Delta m\ = \sqrt{(\Delta k\ .\ x)^2\ + (\Delta x.\ k)^2}$

$\Delta m_{azul}\ = \sqrt{(0,05630\ .\ 0,\ 590)^2\ + (0,005\ .\ 2,97234)^2}\ = 0.03639\ kg$

$\Delta m_{vermelho}\ = \sqrt{(0,05630\ .\ 0,\ 550)^2\ + (0,005\ .\ 2,97234)^2}\ = 0.03434\ kg$

**Massa do peso azul:**

$m_{azul}\ = \frac{k\ .\ x}{g}\ = \frac{2{,}97234\ .\ 0,\ 590}{9.8} = 0,178947 \pm 0,036390\ kg$

**Massa do peso vermelho:**

$m_{azul}\ = \frac{k\ .\ x}{g}\ = \frac{2{,}97234\ .\ 0,\ 550}{9.8} = 0,166815 \pm 0.034340\ kg$

## PARTE 2 - DETERMINANDO A EQUAÇÃO DA POSIÇÃO DA MOLA

| **Massas** | **Pesos** | **Posição final** | **Amplitude** | **Tempo de 10 oscilações** | **Tempo de 1 oscilação** |
|---|---|---|---|---|---|
| ($m$±0.000003)$kg$ | ($P$±0,000003) $N$ | ($x$±0,005)$m$ | (A±0,005)$m$ | ($t$10±0,005)$s$ | ($t$1±0,005)$s$ |
| $m_3$ = 0,070000 | 0,686000 | 0,460 | 0,230 | 9,560 | 0,950 |
| | | | | 9,590 | 0,960 |
| | | | | 9,610 | 0,980 |
| | | | | Tempo médio de uma oscilação → | 0,963 s |
| $m_5$ = 0,090000 | 0,882000 | 0,590 | 0,295 | 10,860 | 1,100 |
| | | | | 10,890 | 1,100 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | 10,880 | 1,110 |
| Tempo médio de uma oscilação → | | | | | 1,103 s |

**Tabela 2**: Medidas das massas, pesos, posições, amplitudes e tempos

## ANÁLISE

**A. Determine a frequência de oscilação. Para isso use o período médio. ($f$±Δ$f$)$Hz$.**

$$T_{med} = \frac{0,950 + 0,960 + 0,980}{3} = 0,963\ s$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,963} = 1,0390 \pm 0,005\ Hz$$

**B. Calcule a velocidade angular $\omega$0 através da fórmula $\omega$0=$\kappa/m$:($\omega$0±Δω0)$rad/s$**

$$k = \frac{m\,.\,g}{x}$$

**Cálculo da incerteza:**

$$\Delta\omega_0 = \frac{k}{m}\,.\,\sqrt{(\frac{\Delta k}{k})^2 + (\frac{\Delta m}{m})^2}$$

$$\Delta\omega_0 = \frac{2,982608}{0,070000}\,.\,\sqrt{(\frac{0,06483}{2,982608})^2 + (\frac{0.000003}{0,070000})^2} = 0,93\ rad/s$$

**Velocidade angular:**

$$\omega_0 = \frac{k}{m} = \frac{2,982608}{0,070000} = 42,61 \pm 0,93\ rad/s$$

**C. Calcule a velocidade angular $\omega$0 através da fórmula $\omega$0=2$\pi f$=2$\pi/T$: ($\omega$0±Δω0)$rad/s$. Compare o resultado com o item anterior e diga qual deles é mais confiável? Justifique sua resposta.**

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\omega_0 = 2\pi f = 2\pi\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{2,982608}{0,070000}} = 6,53\ rad/s$$

As equações do oscilador massa-mola podem ser obtidas com base na 2ª lei de Newton e na lei de Hooke. Para isso, é necessário perceber que a força resultante sobre o corpo de massa m é uma força elástica, portanto, essa força é equivalente ao produto da massa do corpo pela aceleração:

$$F_{elástica} = F_R$$

$$-\ kx = ma$$

$$a = -\ \frac{k}{m}x\ = -\ \omega^2 x$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

**D. O que acontece com o período de oscilação se a experiência fosse realizada na lua ($gl$=1,6$m/s$2)? Explique, utilizando argumentos lógicos e matemáticos. Se achar importante e necessário, realize a experiência com a gravidade da lua.**

O período de oscilação está relacionado com a massa e a constante elástica. Como temos a relação $F_e\ =\ k\ .\ x = P\ =\ m.g$, podemos relacionar:

$$k\ .\ x\ =\ m.g$$

$$g\ =\ \frac{k\ .x}{m}$$

$$g\ =\ \frac{k\ .x}{m}$$

Como a aceleração do MHS é $a\ = \omega^2 x$ , que neste caso é g, temos:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$T\ =\ 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Dessa forma, pode-se entender que o período de oscilação de um sistema massa mola não depende da aceleração gravitacional g do local, mas sim da massa em questão e da constante elástica da mola. Mantendo essas grandezas iguais o valor do período é o mesmo na Terra e na Lua.

**E. Escreva a equação de movimento para esse sistema, isto é, $y(t)$=$Acos(\omega ot)$. Verifique se a sua equação condiz com os resultados do seu experimento. Justifique.**

$$\omega o = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\omega o = \sqrt{\frac{2{,}98260}{0{,}070000}} = \sqrt{42,60857} \approx 6,53\, rad/s$$

$$A = 0,230$$

$$y(t) = (0,230)\,.\,cos(6,53t)$$

$$Fazendo\ t = 0,950$$

$$y(0,950) = (0,230)\,.\,cos(6,53\,.\,0,950)$$

$$y(0,950) = 0,229$$

$$Fazendo\ t = 0,960$$

$$y(0,960) = (0,230)\,.\,cos(6,53\,.\,0,960)$$

$$y(0,960) \approx 0,230$$

Dessa forma, pode-se entender que a equação condiz com os resultados do experimento.

## CONCLUSÃO

Diante do exposto, pode-se concluir que os objetivos iniciais traçados foram alcançados. Com as medições feitas utilizando o simulador online foi possível entender o efeito das diferentes grandezas físicas presente no processo de propagação de oscilações num sistema massa-mola.

Com isso, foi possível entender a dinâmica da teoria física, com suas equações e teoremas, aplicada na prática e calcular a constante elástica da mola de acordo com os dados do experimento e examinar a frequência e período de oscilação ao variar os dados de entrada. Por fim, pode-se considerar que o experimento trouxe grande aprendizagem e revisão de conceitos estudados anteriormente, além de trazer uma visão mais clara de como a física está presente em fenômenos do cotidiano.

# IMAGENS DO EXPERIMENTO

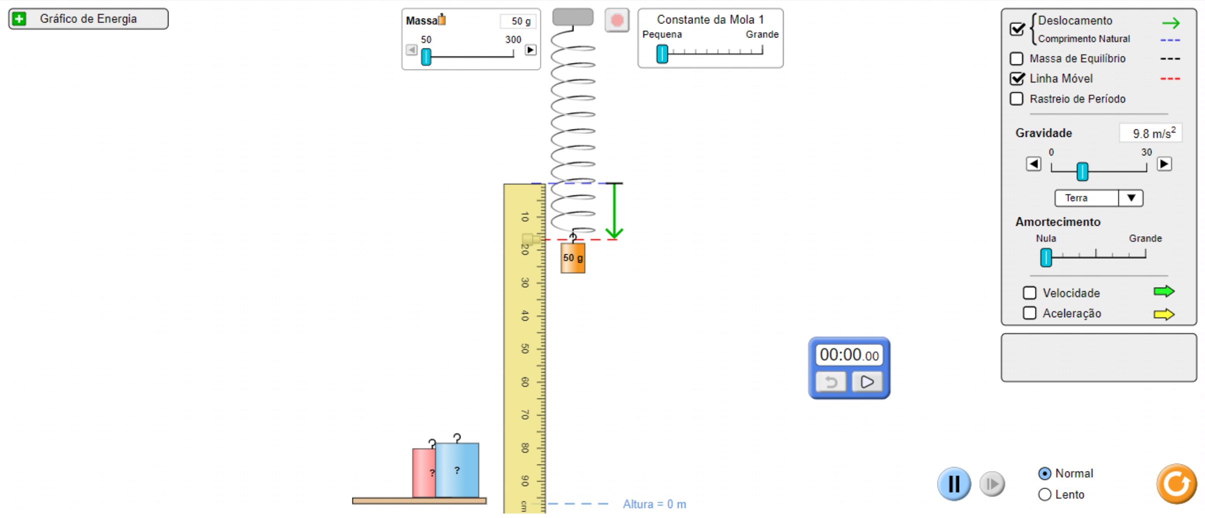


**Figura 8:**

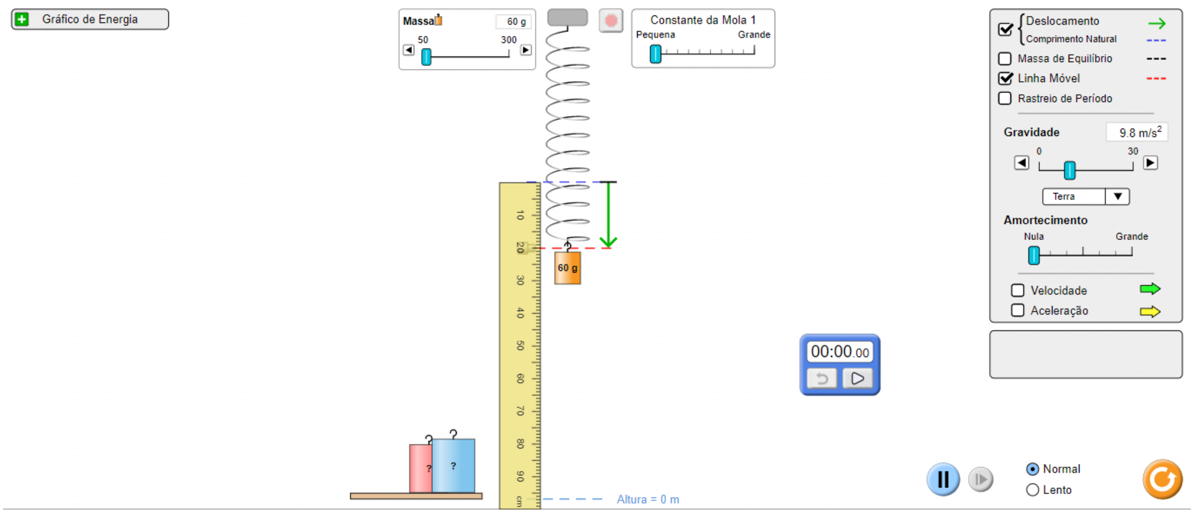


**Figura 9:**

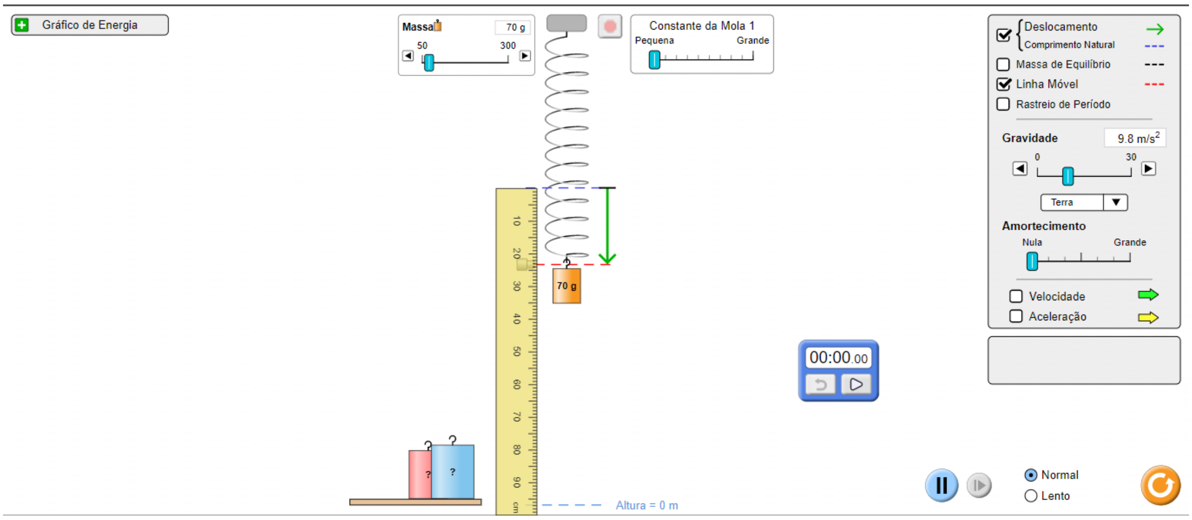


**Figura 10**:

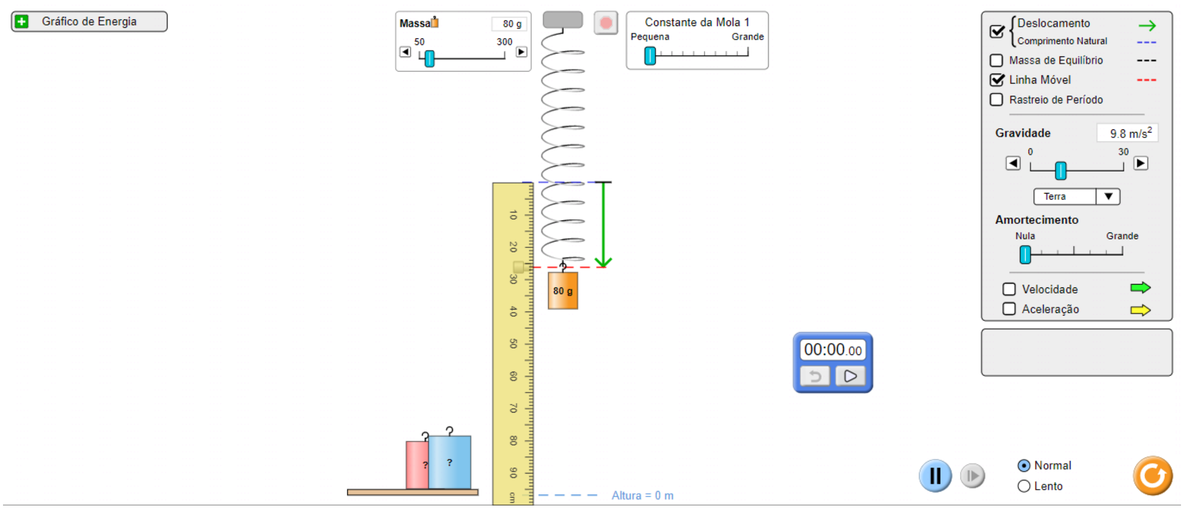


**Figura 11**:

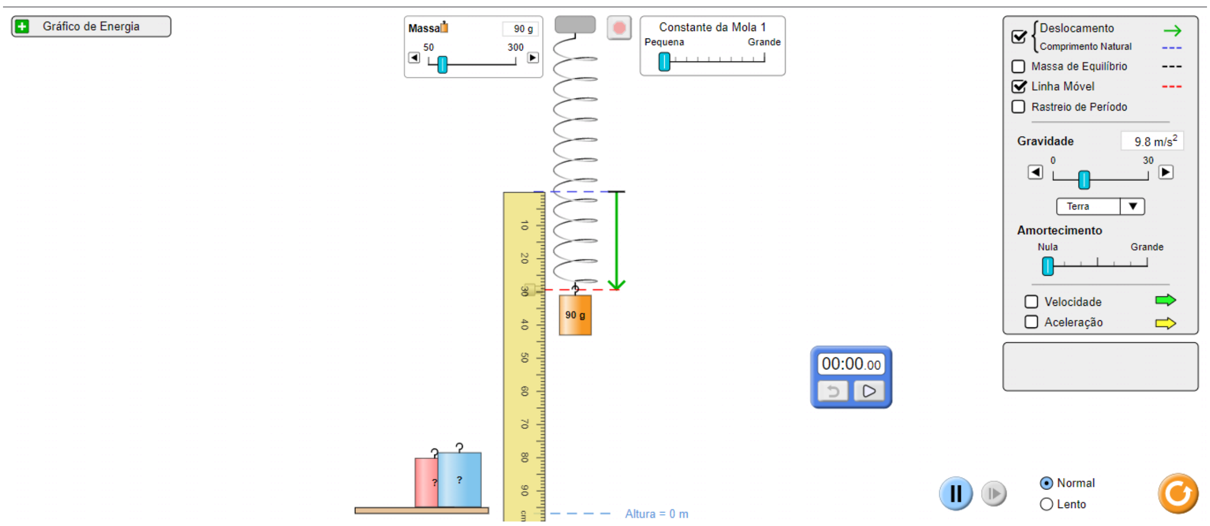

Figura 12:

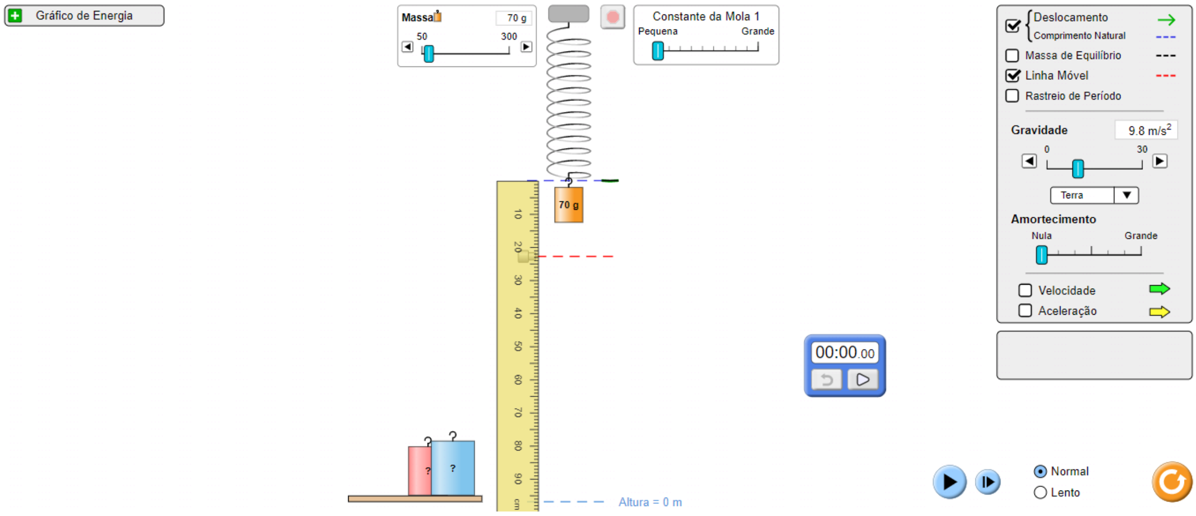


Figura 13:

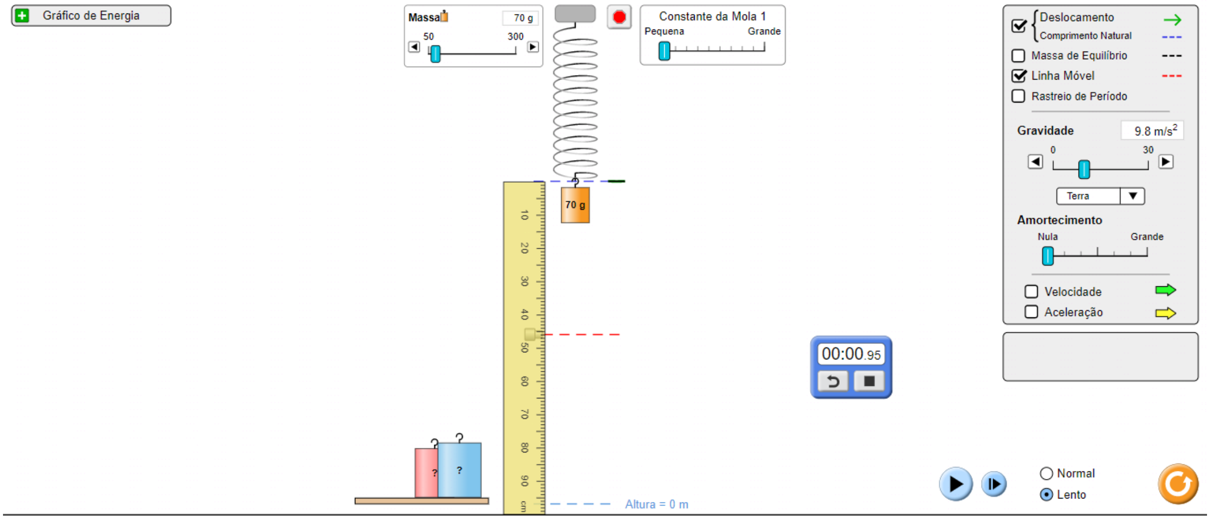


Figura 14:

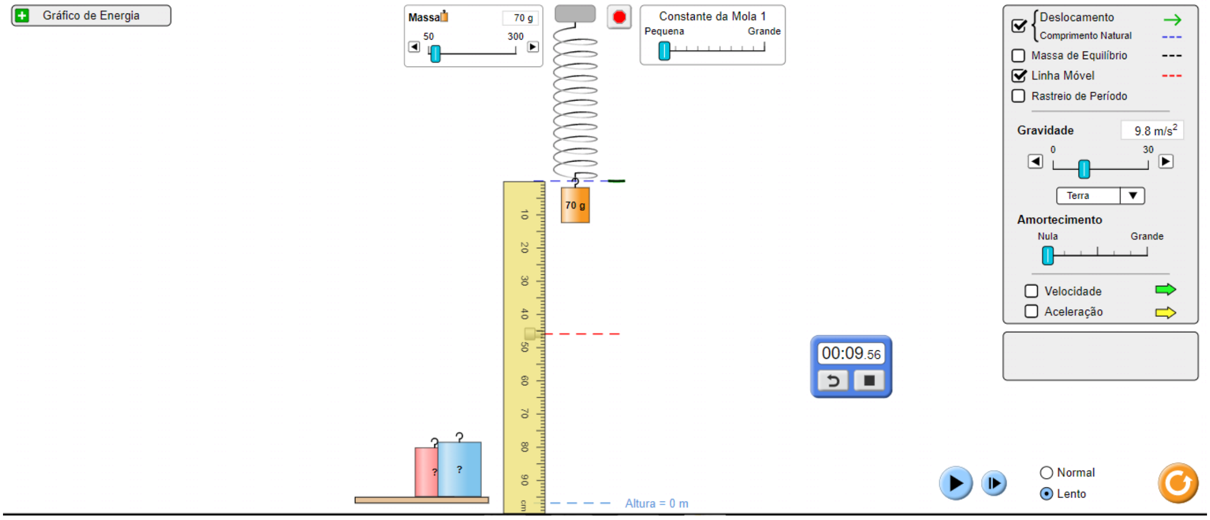


**Figura 15**:

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Software Phet Colorado, Massas e molas, https://phet.colorado.edu. Disponível em: https://phet.colorado.edu/sims/html/masses-and-springs/latest/masses-and-springs_pt_BR.html. Acesso em: 20 dez. 2021.

HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. Fundamentos de Física. 9.ed. Disponível em: https://edisciplinas.usp.br/mod/resource/view.php?id=3639854&forceview=1. Acesso em: 21 dez. 2021.