

Optimización Comercial

Marco Aias et al.

28 de abril de 2021

1. Productos

Clase de reserva	Tarifa [€]	Cambios permitidos	Sala Vip	Fast Track	Elección asiento
A	180	Sí	Sí	Sí	Sí
B	130	Solo 1 (penalización 25 €)	No	Sí	Sí
C	100	Solo 1 (penalización 60 €)	No	No	Sí
D	80	No	No	No	No
E	40	No	No	No	No

Tabla 1: Servicios y precio de cada clase.

Clase de reserva	μ	σ
A	?	?
B	87	8
C	89	9
D	?	?
E	60	9

Tabla 2: Proyección de demanda para cada clase. (Trayecto MAD - BIO)

$$\sigma_1 = e^{\mu/7} + 2 \quad (1)$$

$$\sigma_2 = \frac{1}{10}\mu^3 - 20\mu + 20 \quad (2)$$

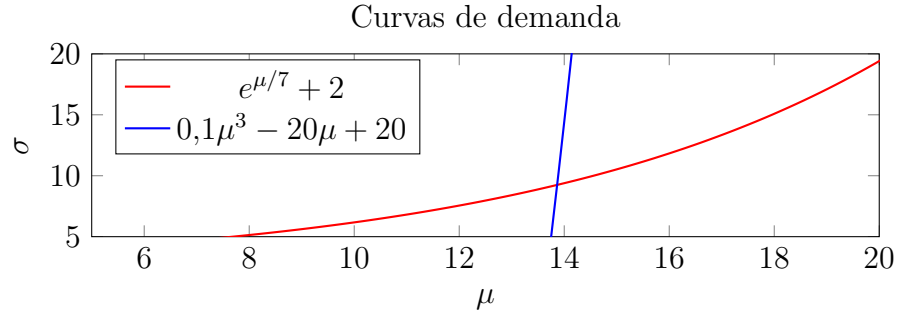


Figura 1: Representación de las ecuaciones (1) y (2)

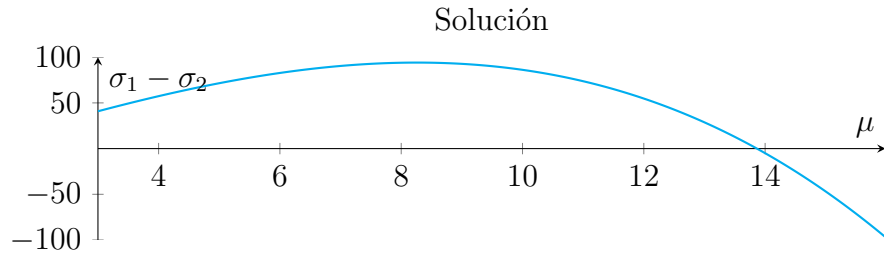


Figura 2: Ecuación (1) - (2)

La tabla 2 y las ecuaciones (1) y (2) corresponden al trayecto MAD - BIO; las ecuaciones aplican a las clases A y D.

Sea el espacio de la solución:

$$\{5 \leq \mu \leq 35\}, \{1 \leq \sigma \leq 30\}$$

Según las figuras 1 y 2, la solución se encuentra en un entorno alrededor de $\mu \approx 14$.

2. Probabilidad EMSR

Para el cálculo de los EMSR(s), se requiere conocer la probabilidad de demanda; para lo cual el modelo toma los datos de demanda proyectados en la tabla 2 y forma una distribución normal de probabilidades.

La distribución gaussiana:

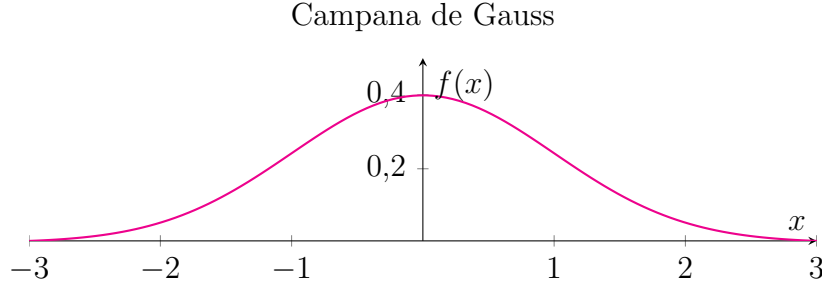


Figura 3: Ecuación (3)
 $\mu=0, \sigma=1$

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right) \quad (3)$$

$$P(t) = \int_{-\infty}^t f(x) dx \underset{t \rightarrow +\infty}{=} 1 \quad (4)$$

La integral (4) no se puede resolver de forma analítica, sino por aproximación por el *método del trapecio* y también por el método de Simpson.

Dado que la función (3) es simétrica, la integral (4) es igual a $\frac{1}{2}$. Entonces $\underset{t=\mu}{}$ no es necesario calcular entre $(-\infty, t)$, sino $\frac{1}{2} + \int_{\mu}^t f(x) dx$ lo que alivia muchos recursos computacionales.

$$P(t) = \frac{1}{2} + \int_{\mu}^t f(x) dx \underset{(\mu, \sigma)}{\quad} \quad (5)$$

3. Algoritmo EMSR-b

Consiste en proteger suficientes *asientos* de respectivas clases con tal de maximizar el ingreso total.

Se basa en la *Regla de Littlewood*:

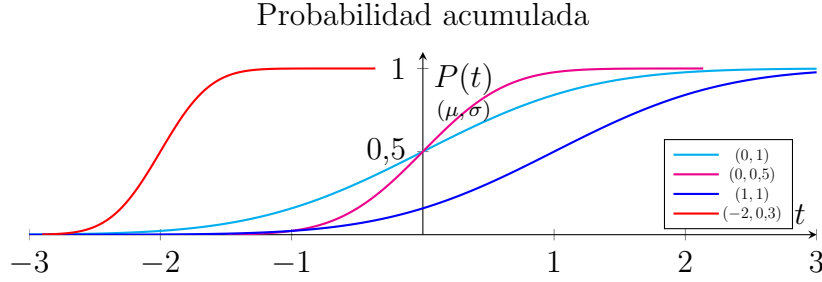


Figura 4: Probabilidad acumulada en función de t y (μ, σ) (5)

Regla 1 *La razón entre las tarifas de respectivas clases ha de ser igual a la probabilidad de ser ocupado el asiento de la clase de la tarifa superior*

Ha de encontrarse el número de asientos protegidos (t) que satisfaga la probabilidad ($P(t)$) (5) de ser ocupados requerida por la razón de las respectivas tarifas.

Ampliamos la tabla 2 para calcular los parámetros relativos a los EMSR(s):

Clase _{i}	Tarifa _{i}	μ_i	σ_i	tmp _{i}	$\bar{\mu}_i$	$\bar{\sigma}_i$	Protección
A ₁	180	?	?				
B ₂	130	87	8				
C ₃	100	89	9				
D ₄	80	?	?				
E ₅	40	60	9	-	-	-	-

Tabla 3: Valores EMSR-b

Según el algoritmo EMSR-b se comparan las clases en orden ascendente de precio. Se aplica la regla de Littlewood entre una clase y el resto cuál sea de mayor tarifa. i.e. la clase E ($i = 5$) se compara con el conjunto de las clases A, B, C y D; la clase C ($i = 3$) se compara con A y B etc.

Entonces se obtiene la tarifa media ponderada de un conjunto de clases como:

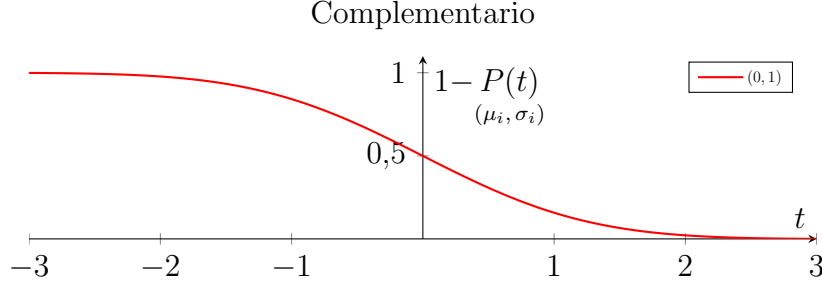


Figura 5: Complementario de CDF

$$\text{Tarifa media ponderada}_i \equiv \text{tmp}_i = \frac{\sum_{k=1}^i \text{tarifa}_k \cdot \mu_k}{\sum_{k=1}^i \mu_k} \quad (6)$$

Para el conjunto de demanda se agregan las demandas:

$$\bar{\mu}_i = \sum_{k=1}^i \mu_k \quad (7)$$

Para la desviación conjunta se toma la raíz cuadrada del sumatorio de las varianzas:

$$\bar{\sigma}_i = \sqrt{\sum_{k=1}^i \sigma_k^2} \quad (8)$$

Dados estos parámetros conjuntos, se procede a aplicar la regla de Littlewood entre cada clase y el conjunto restante.

$$\frac{\text{tarifa}_{i+1}}{\text{tmp}_i} = P(x > \theta_i)_{(\bar{\mu}_i, \bar{\sigma}_i)} \quad (9)$$

Ha de encontrarse un valor θ_i para cada conjunto de clase, que representa el número de asientos protegidos, para el cuál la probabilidad de que tantos sean ocupados sea igual a la razón de tarifas.

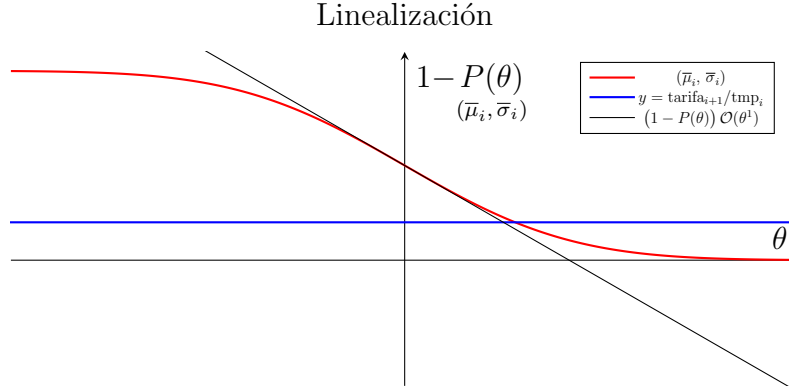


Figura 6: Resolución de (10)

$$g(\theta) = \frac{1}{2} - \int_{\mu_i}^{\theta_i} \frac{f(x)}{(\bar{\mu}_i, \bar{\sigma}_i)} dx - \frac{\text{tarifa}_{i+1}}{\text{tmp}_i} = 0 \quad (10)$$

Se puede resolver por linealización, i.e. Newton.

Se resuelve para todos los valores EMSR y completa la tabla 3.

3.1. Valores preliminares

Clase _i	Tarifa _i	μ_i	σ_i	tmp _i	$\bar{\mu}_i$	$\bar{\sigma}_i$	Protección
A ₁	180	14	9	180	14	9	9
B ₂	130	87	8	137	101	12	94
C ₃	100	89	9	120	190	15	183
D ₄	80	14	9	117	204	18	211
E ₅	40	60	9	(99)	(264)	(20)	(289)*

Tabla 4: Valores EMSR-b preliminares

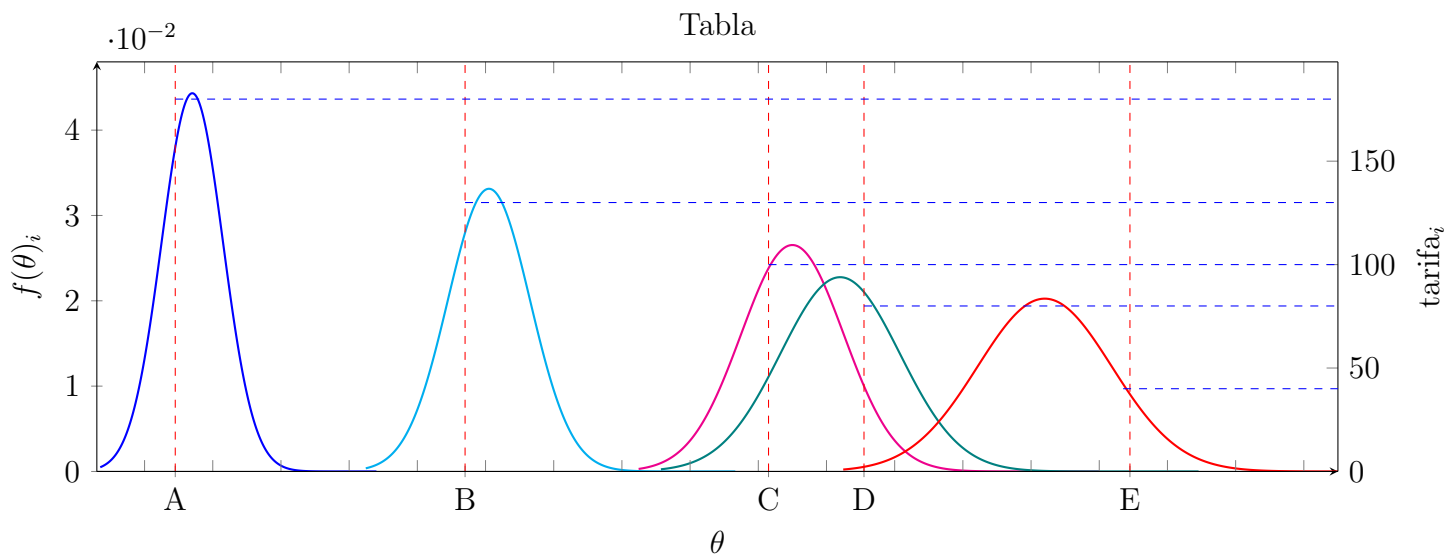


Figura 7: Distribuciones

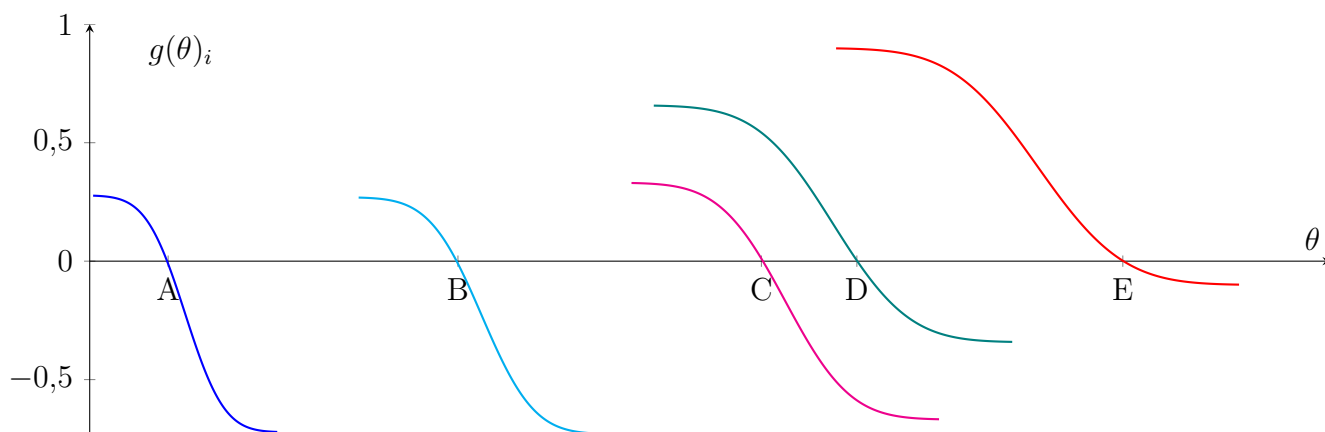


Figura 8: Distribuciones