

LISTA DE EXERCÍCIOS nº 02a

1. Seja X a duração da vida de uma válvula eletrônica e admita-se que X possa ser representada por uma variável aleatória contínua, com fdp $f(x) = be^{-bx}$, $x \geq 0$. Seja $p_j = P(j \leq X < j + 1)$. Verifique que p_j é da forma $(1 - a)a^j$ e determine a .

Resposta: $a = e^{-b}$

2. A variável aleatória contínua X tem fdp $f(x) = 3x^2$, $-1 \leq x \leq 0$, se b for um número que satisfaça a $-1 < b < 0$, calcule $P(X > b \mid X < b/2)$.

Resposta: $\frac{-7b^3}{b^3+8}$

3. A percentagem de álcool (100 X) em certo composto pode ser considerada uma variável aleatória, onde X , $0 < X < 1$, tem a seguinte fdp $f(x) = 20x^3(1 - x)$, $0 < x < 1$:

- a) Estabeleça a expressão da fd F
b) Calcule $P(X \leq 2/3)$

Resposta:

- a) $F(x) = 5x^4 - 4x^5$;
b) 0,4609

4. Seja X uma variável aleatória contínua, com fdp dada por:

$$f(x) = \begin{cases} ax, & 0 \leq x \leq 1 \\ a, & 1 \leq x \leq 2 \\ -ax + 3a, & 2 \leq x \leq 3 \\ 0, & c.c. \end{cases}$$

- a) Determine a constante a .
b) Se X_1 , X_2 e X_3 forem 3 observações independentes de X , qual será a probabilidade de, exatamente, um desses 3 números ser maior do que 1,5?

Resposta:

- a) $a = \frac{1}{2}$;
b) 0,375

5. O diâmetro X de um cabo elétrico supõe-se ser uma variável aleatória contínua X , com fdp $f(x) = 6x(1 - x)$, $0 \leq x \leq 1$:

- a) Verifique que essa expressão é uma fdp.
b) Obtenha uma expressão para a fd de X .
c) Calcule $P(X \leq \frac{1}{2} \mid \frac{1}{3} < X < \frac{2}{3})$.

Resposta: b) $F(x) = 3x^2 - 2x^3$; c) 0,5

6. Suponha que a variável aleatória contínua X tenha fdp $f(x) = e^{-x}$, $x > 0$. Ache a fdp de $Y = X^3$.

Resposta: $g(y) = \frac{1}{3}y^{-2/3}e^{-y^{1/3}}$, $y > 0$

7. Uma certa liga é formada pela reunião da mistura em fusão de dois metais. A liga resultante contém uma certa percentagem de chumbo X , que pode ser considerada como uma variável aleatória. Suponha que X tenha a seguinte fdp $f(x) = \frac{3}{5}10^{-5}x(100 - x)$, $0 \leq x \leq 100$:

Suponha-se que P , o lucro líquido obtido pela venda dessa liga (por libra), seja a seguinte função da percentagem de chumbo contida: $P = C1 + C2X$. Calcule o lucro esperado (por libra).

Resposta: $C1 + 50C2$

8. Suponha que X tenha a fdp: $f(x) = \frac{8}{x^3}, x > 2$. Seja $W = (1/3)X$.

a) Calcule $E(W)$, empregando a fdp de W .

b) Calcule $E(W)$, sem empregar a fdp de W .

Resposta: $E(W) = 4/3$

9. Suponha-se que a duração da vida de dois dispositivos eletrônicos, D_1 e D_2 , tenham distribuições $N(40, 36)$ e $N(45, 9)$, respectivamente. Se o dispositivo eletrônico tiver de ser usado por um período de 45 horas, qual dos dispositivos deve ser preferido? Se tiver de ser usado por um período de 48 horas, qual deles deve ser preferido?

10. Suponha que o peso de uma pessoa selecionada ao acaso de uma certa população distribui-se normalmente com parâmetros μ e σ . Suponha também que $P(X \leq 160) = \frac{1}{2}$ e $P(X \leq 140) = \frac{1}{4}$. Obtenha μ e σ e determine $P(X \geq 200)$. De todas as pessoas pesando no mínimo 200 libras, que percentagem pesará mais de 220 libras?

Resposta: $\mu = 160, \sigma = 29,6, P(X \geq 200) = 0,0885, P(X \geq 220 | X \geq 200) = 0,244$.