

Trabalho CAP400 – Prof. Reinaldo R. Rosa

Asiel Bonfim Junior^{1a}

Paulo Henrique Barchi^{2a}

2 de março de 2017

¹asiel.bomfin@cppec.inpe.br, ²paulobarchi@gmail.com



^a Laboratório Associado de Computação e Matemática Aplicada (LAC)
Coordenação de Laboratórios Associados (CTE)
Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE).

Resumo

Este relatório é referente à disciplina CAP-400 (Visualização e Análise Computacional de Séries Temporais em Ciências Ambientais e Espaciais) no Programa de Pós-Graduação em Computação Aplicada no Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais. Processamos 8 séries temporais e 2 séries espaço-temporais de diferentes naturezas com os métodos: *Kurtosis* (K), *Generalized Extreme Value* (GEV), *Power Spectrum Density* (PSD), *Detrended Fluctuation Analysis* (DFA) e *Gradient Pattern Analysis* (GPA). Este documento apresenta os resultados e análise dos processamentos nas Seções 1 e 2. Para melhor visualização e compreensão do trabalho, os procedimentos para gerar as séries e processá-las estão no apêndice (Seções A e B).

1 Parte A - Séries Temporais

Considerando os dados da Tabela A abaixo:

ST	Tipo	N	Natureza	K	GEV	PSD	DFA	GPA
A0	Longa	6000	Turbulenta	2.6333	-0.2870	1.7804	1.2359	1.0710
A1	Longa	6000	SFU (Sol)	6.8058	0.4053	1.7329	1.2542	0.7857
A2	Curta	1024	E (Ionosfera)	3.0993	-0.4255	1.9057	1.1692	1.1446
A3	Curta	1024	θ (N-corpos)	936.4786	0.0421	1.6631	0.5925	0.0063
A4	Curta	1024	Osc.Acop.					
A5	Longa	12000	Amp.Chua-Caót.	4.1842	-0.7122	3.0411	1.1499	0.7935
A6	Longa	12000	Amp.Log. ($k=4$)	1.504	-0.9795	-0.0693	0.4525	1.5596
A7	Longa	12000	Amp.Héron	2.1191	-0.7447	-0.2528	0.3793	1.5416
A8	Longa	12000	Amp.p-Model	32.3337	0.5766	0.9127	0.9737	0.4539

Tabela 1: Séries, métodos e resultados da Parte A.

- 1) Considere os algoritmos necessários e preencha a Tabela 1.
- 2) Construa todos os espaços de parâmetros 2D possíveis e classifique todos os processos. Interprete os resultados confrontando dados reais e modelos.

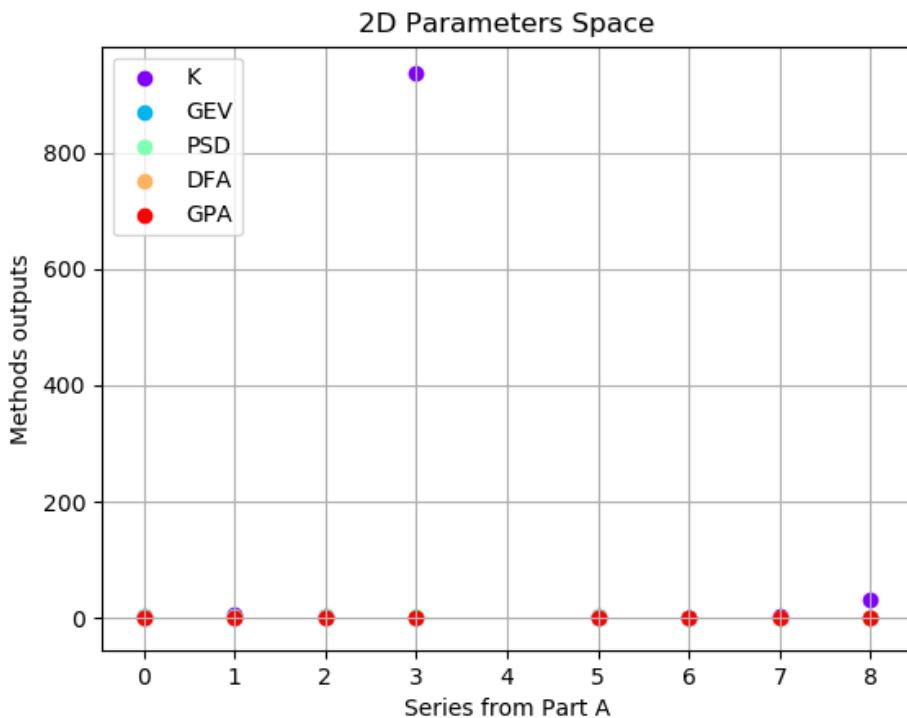


Figura 1: Gráfico: Séries x Métodos. Todos os valores.

Primeiramente, apresentamos o espaço de parâmetros 2D com todos os valores da Tabela 1. Para construir este espaço, foram considerados como valores do eixo x cada série a ser processada da parte A iterativamente – para: A0, $x = 0$; A1, $x = 1$; e assim sucessivamente. No eixo y estão os valores

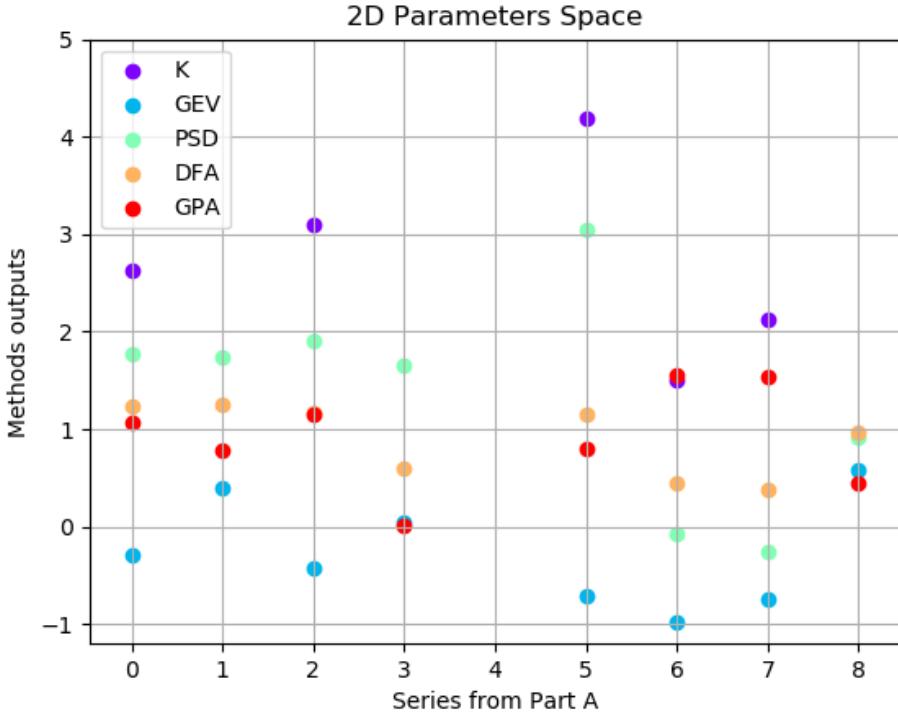


Figura 2: Gráfico: Séries x Métodos. Eixo y limitado até 4 para melhor visualização.

resultantes de cada processamento. A Figura 1 representa o gráfico de todos os resultados obtidos com os métodos para as séries da Parte A. Para melhor visualização, a Figura 2 apresenta o mesmo gráfico com o eixo y (dos valores obtidos com os métodos) com 5 de valor limite máximo.

Curtose (*Kurtosis - K*) é uma medida de dispersão em estatística descritiva que caracteriza o pico ou “achatamento” da curva da função de distribuição de probabilidade. Se o valor da curtose for = 0, então a distribuição dos dados tem o mesmo achatamento da distribuição normal. Se o valor é > 0 então a função em questão é mais alta (afunilada) e concentrada que a distribuição normal. Se < 0 então a função de distribuição é mais “achatada” que a distribuição normal.

Generalized Extreme Value (GEV) é uma família de distribuições de probabilidade na teoria probabilística e estatística desenvolvida dentro da teoria de valores extremos. O valor colocado na tabela para os processamentos GEV é relacionado ao parâmetro de forma (*shape parameter*) $xi \in \mathbb{R}$ obtido. Este parâmetro governa o comportamento da calda da distribuição, além de retratar sobre sua assimetria. As subfamílias definidas por $xi = 0$, $xi > 0$ e $xi < 0$ correspondem, respectivamente, às famílias de distribuições de Gumbel, Fréchet e Weibull.

A densidade espectral (*Power Spectral Density - PSD*) de uma série temporal descreve como o sinal ou potência dessa série é distribuído em componentes de frequência. PSD se refere à distribuição de energia espectral a ser encontrada por unidade de tempo, uma vez que a energia total de um tal sinal ao longo do tempo geralmente seria infinito.

Detrended Fluctuation Analysis (DFA) é um método para determinar a autossimilaridade/autocorrelação de um sinal. O valor do parâmetro de saída α corresponde à autocorrelação da distribuição conforme segue:

- $\alpha < 1/2$: anti-correlacionado;
- $\alpha \simeq 1/2$: não-correlacionado, ruído branco;

- $\alpha > 1/2$: correlacionado;
- $\alpha \simeq 1$: ruído $1/f$, ruído rosa;
- $\alpha > 1$: não-estacionário, ilimitado;
- $\alpha > 3/2$: ruído Browniano.

Gradient Pattern Analysis (GPA) é um método de computação geométrica para caracterização bilateral geométrica de quebra de simetria de um conjunto de vetores simétricos regularmente distribuídos em uma matriz quadrada. Para um padrão extenso complexo (matriz de amplitudes de padrões espaço-temporais) composto flutuações localmente assimétricas, a métrica Ga é diferente de zero, definindo diferentes classes de padrões irregulares de flutuações.

Assim, com estas definições do parâmetro de saída para cada método processado, podemos definir as distribuições das séries temporais conforme a tabela a seguir.

ST	K	GEV	PSD	DFA	GPA
A0	levemente afunilada	calda maior à esquerda	pouco mais que 1 energia espectral por tempo	entre ruído $1/f$ e não-estacionário	assimétrica ($\simeq 1$)
A1	afunilada	calda maior à direita	pouco mais que 1 energia espectral por tempo	entre ruído $1/f$ e não-estacionário	assimétrica ($\simeq 0.8$)
A2	levemente afunilada	calda maior à esquerda	pouco menos que 2 energias espectrais por tempo	entre ruído $1/f$ e não-estacionário	assimétrica ($\simeq 1$)
A3	extremamente afunilada	aprox. simétrica quanto a calda	pouco mais que 1 energia espectral por tempo	correlacionado	aprox. simétrica ($\simeq 0$)
A4					
A5	afunilada	calda maior à esquerda	aprox. 3 energias espectrais por tempo	não-estacionário	assimétrica ($\simeq 0.8$)
A6	levemente afunilada	calda maior à esquerda	alta esparcideade de energia espectral	entre anti-correlacionado e não-correlacionado	assimétrica ($\simeq 1.5$)
A7	levemente afunilada	calda maior à esquerda	energia espectral esparça	anti-correlacionado	assimétrica ($\simeq 1.5$)
A8	muito afunilada	calda maior à direita	aprox. 1 energia espectral por tempo	ruído $1/f$	pouco assimétrica ($\simeq 0.45$)

Tabela 2: Interpretação dos resultados da Parte A.

Também construímos todos os espaços de parâmetros possíveis dos valores obtidos com um método em relação a outro, para todas as combinações de métodos possíveis. Estes gráficos são apresentados nas Figuras 3, 5, 7, 9, 11, 12, 13, 14, 15 e 16. Geramos também gráficos com limitação no eixo y caso envolvam resultados de K (pela presença de valores muito altos), para melhor visualização dos resultados (Figuras 4, 6, 8 e 10).

Na Figura 4 podemos notar que as séries que mais se aproximam quanto à forma da distribuição – K para afunilação e a forma GEV para o comportamento da calda da distribuição – são A0 (Turbulenta) e A2 (Ionosfera), indicando turbulência nos dados da Ionosfera. Os pares ordenados dados pelos resultados obtidos com estas métricas aplicadas sobre estas séries são (2.6333, -0.2870) e (3.0993, -0.4255), isto é, há afunilação na distribuição dos dados, com calda maior à esquerda.

Para a relação de K e PSD (Figura 6), podemos notar novamente a semelhança entre as séries A0 e A2 – também são semelhantes quanto à concentração de energia espectral por tempo (pouco mais de 1). Ainda nesta figura, é relevante destacar a proximidade dos pontos referentes às séries A6 (Amplitude Logística com $k = 4$) e A7 (Amplitude Héron) o que indica afunilação e concentração de energia espectral por tempo semelhantes nestas distribuições de dados.

A Figura 8 reforça as semelhanças discutidas anteriormente entre: A0 (Turbulenta) e A2 (Ionosfera); e, A6 (Amplitude Logística com $k = 4$) e A7 (Amplitude Héron). Nestas duas relações, o ruído da série também é coincidente: entre ruído 1/f e não-estacionário para A0 e A2; e entre anti-correlacionado e não-correlacionado para A6 e A7.

Estas semelhanças são enfatizadas novamente no gráfico entre K e GPA (Figura 10, isto é, estas distribuições de dados assemelham-se também na análise de padrões de gradiente).

Na Figura 11, a proximidade de A6 (Amplitude Logística com $k = 4$) e A7 (Amplitude Héron) não é tão evidente quanto nas figuras anteriores, mas ainda merece menção. As séries A0 (Turbulenta) e A2 (Ionosfera) continuam formando neste gráfico a relação de maior destaque.

Nos pontos para o parâmetro de forma (GEV) e DFA (Figura 12), a série A5 (Amplitude Chua-Caótico) se aproxima de A2 (Ionosfera), e consequentemente, da relação entre A0 e A2. Essa semelhança de ruído dada pela métrica DFA indica influência de comportamento caótico nestas séries.

Na Figura 13 o destaque continua sendo para a relação entre as séries A0 (Turbulenta) e A2 (Ionosfera).

No gráfico dado pelos pares ordenados de PSD e DFA (Figura 14), os pontos referentes a A0 (Turbulenta) e A1 (SFU - Sol) estão quase sobrepostos, o que implica alta similaridade quanto à concentração de energia espectral por tempo e quanto à análise de padrão de gradiente – o que também significa a influência de turbulência na série A1 (SFU - Sol). A série A2 (Ionosfera) também está próxima da relação destes pontos. Apesar da proximidade não estar tão evidente, a relação dos pontos das séries A6 (Amplitude Logística com $k = 4$) e A7 (Amplitude Héron) também merece destaque.

Reafirmando as relações estabelecidas por alguns gráficos anteriores, a Figura 15 destaca as semelhanças quanto à concentração de energia espectral por tempo e o comportamento do ruído entre as séries: A0 (Turbulenta) e A2 (Ionosfera); e A6 (Amplitude Logístico com $k = 4$) e A7 (Amplitude Héron).

Finalizando esta seção de análise de todos os espaços de parâmetros possíveis, a Figura 16 reforça as relações estabelecidas anteriormente das séries: A0 (Turbulenta) e A2 (Ionosfera); e A6 (Amplitude Logístico com $k = 4$) e A7 (Amplitude Héron). E, além disso, apresenta uma proximidade dos pontos referentes às séries A1 (SFU - Sol) e A5 (Amplitude Chua-Caótico), indicando influência de comportamento caótico na série de dados A1 (SFU - Sol). Estas relações são dadas pela semelhança do comportamento do ruído das séries (DFA) e pela análise de padrão de gradiente (GPA).

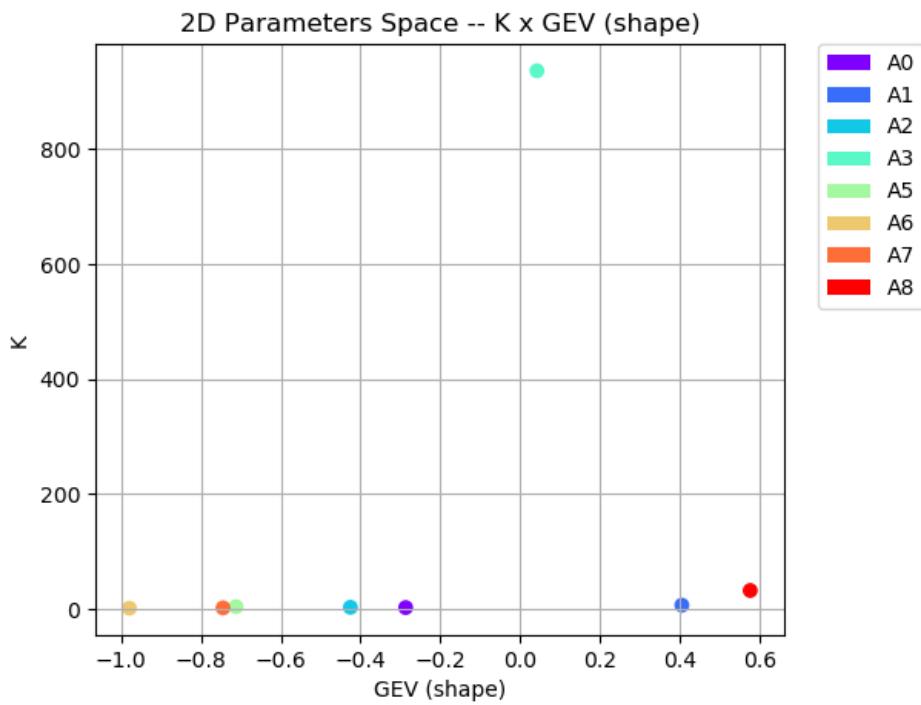


Figura 3: Parte A - Espaço de Parâmetros - K x GEV (*shape*).

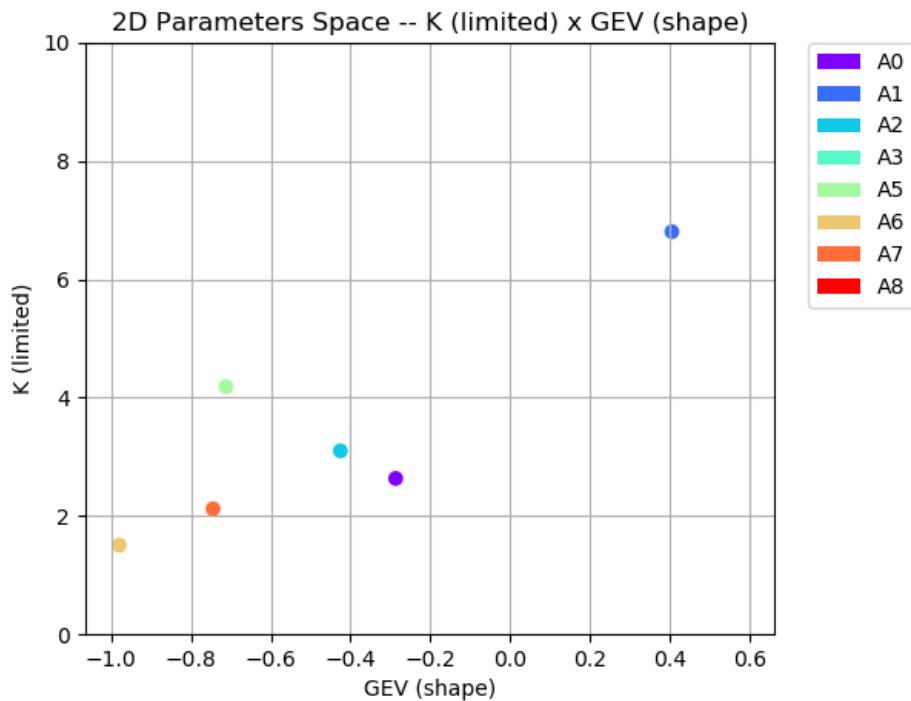


Figura 4: Parte A - Espaço de Parâmetros - K (limitado) x GEV (*shape*).

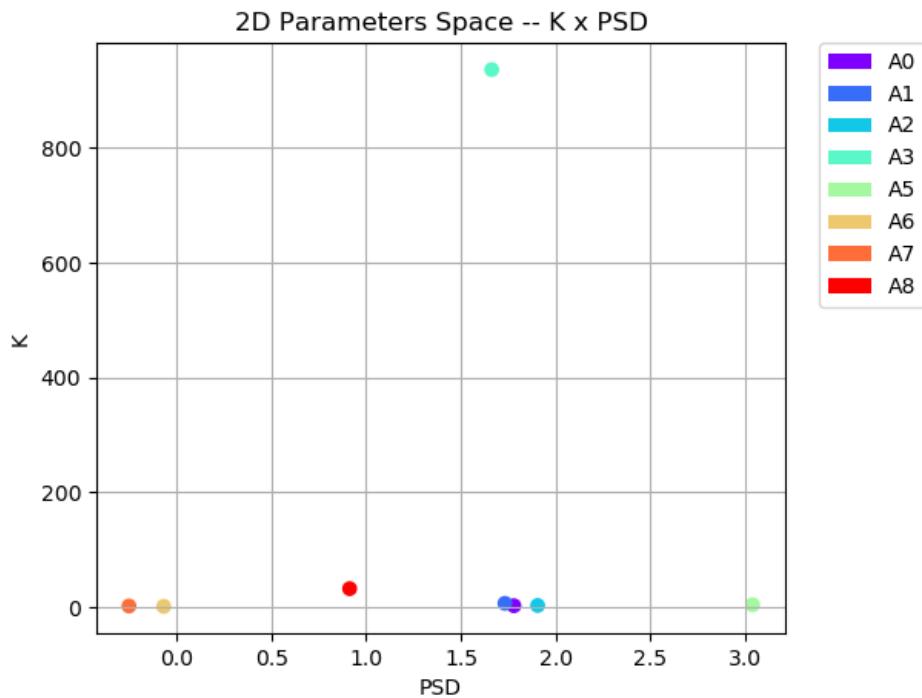


Figura 5: Parte A - Espaço de Parâmetros - K x PSD.

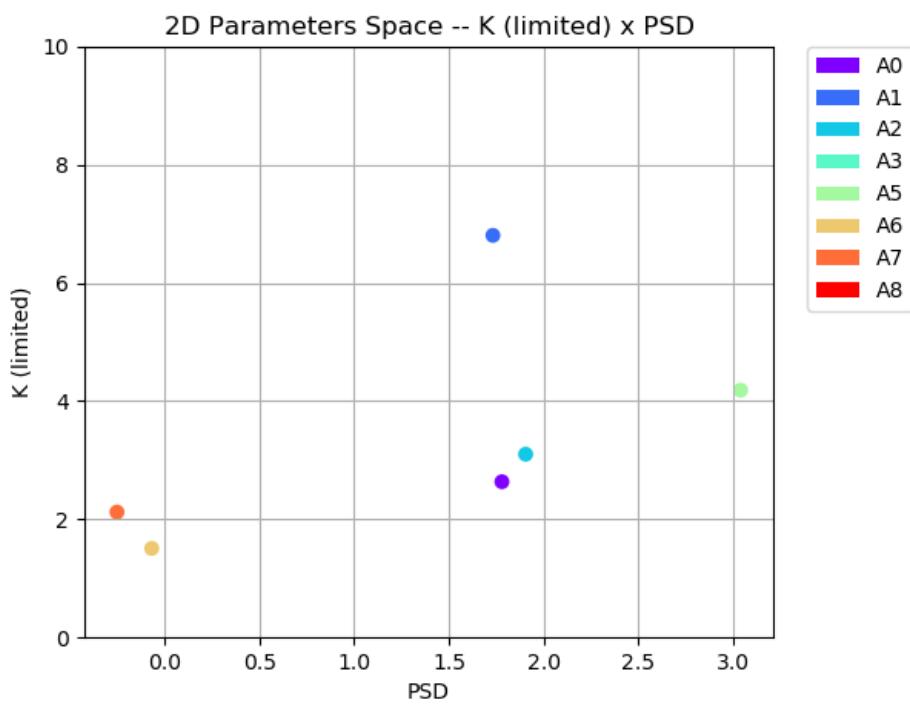


Figura 6: Parte A - Espaço de Parâmetros - K (limitado) x PSD.

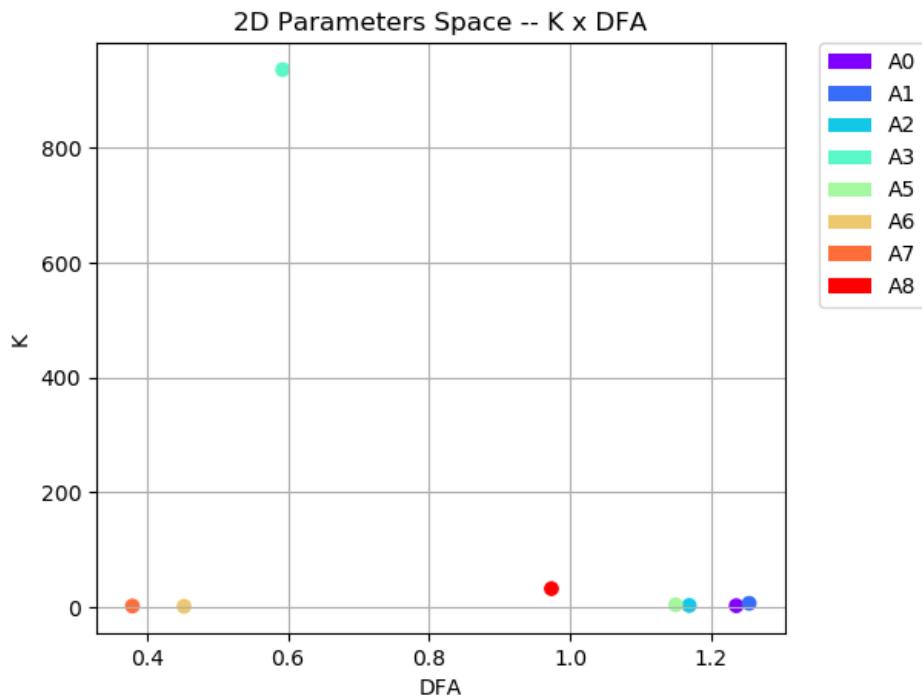


Figura 7: Parte A - Espaço de Parâmetros - K x DFA.

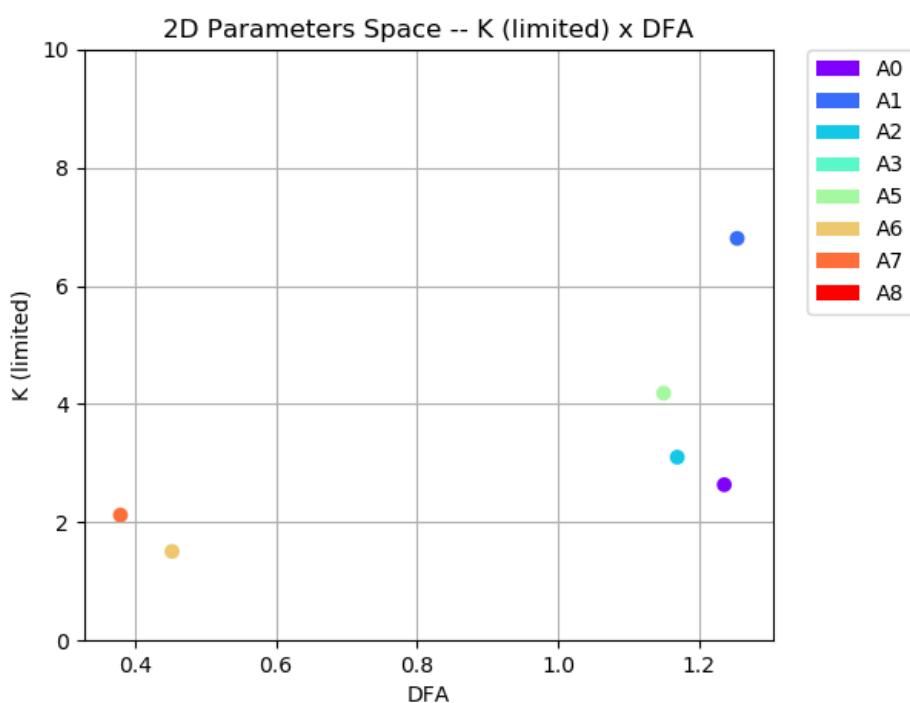


Figura 8: Parte A - Espaço de Parâmetros - K (limitado) x DFA.

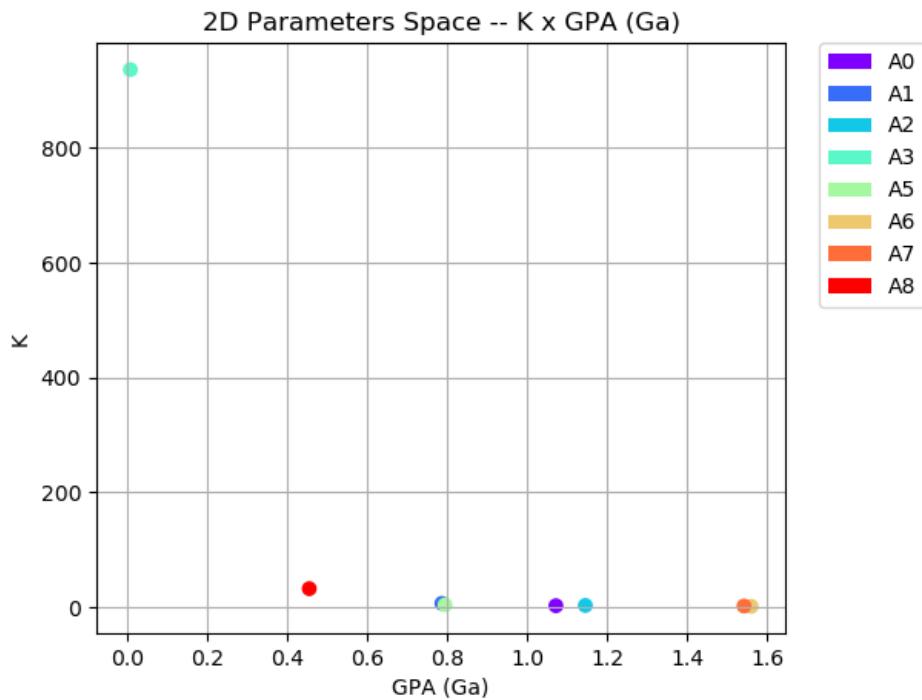


Figura 9: Parte A - Espaço de Parâmetros - K x GPA.

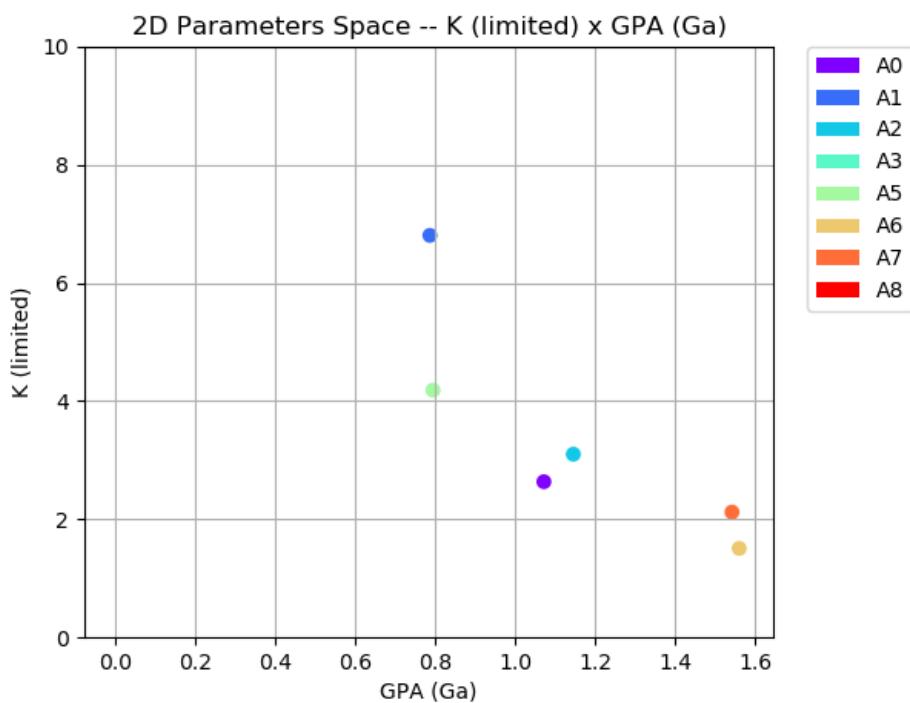


Figura 10: Parte A - Espaço de Parâmetros - K (limitado) x GPA.

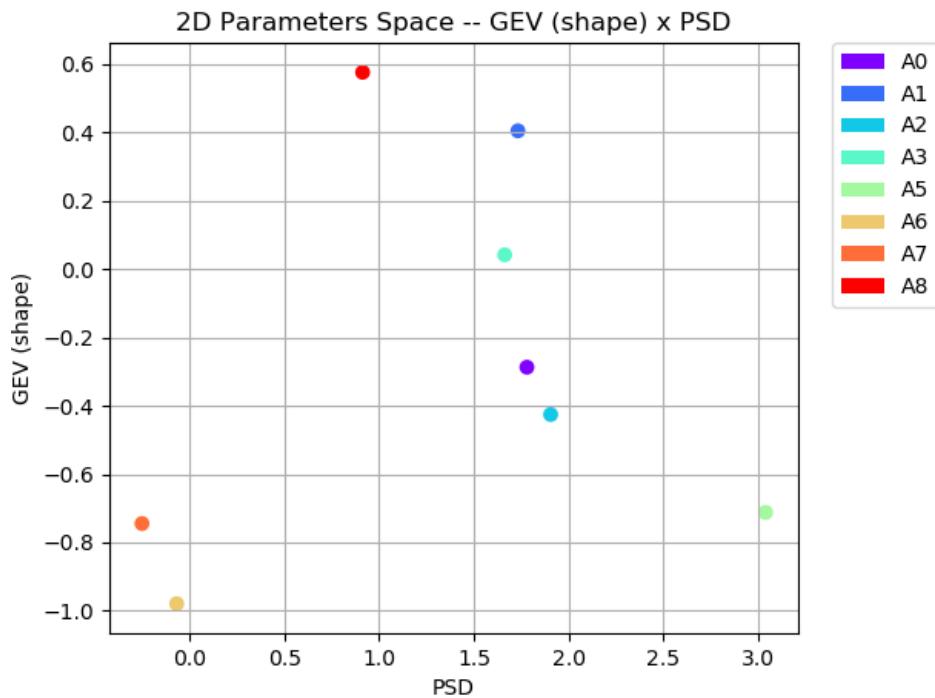


Figura 11: Parte A - Espaço de Parâmetros - GEV (*shape*) x PSD.

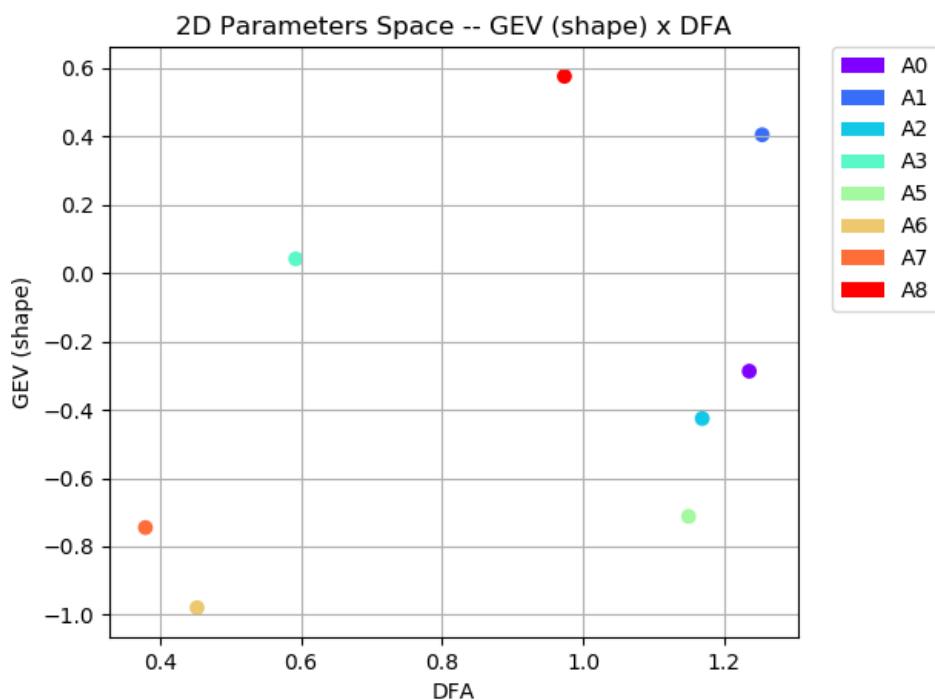


Figura 12: Parte A - Espaço de Parâmetros - GEV (*shape*) x DFA.

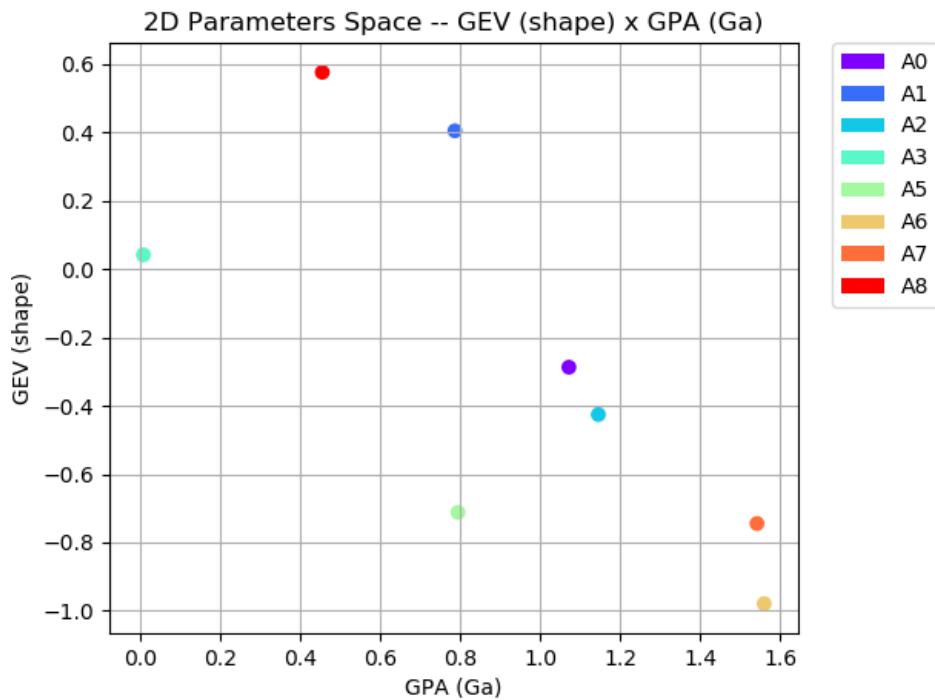


Figura 13: Parte A - Espaço de Parâmetros - GEV (*shape*) x GPA.

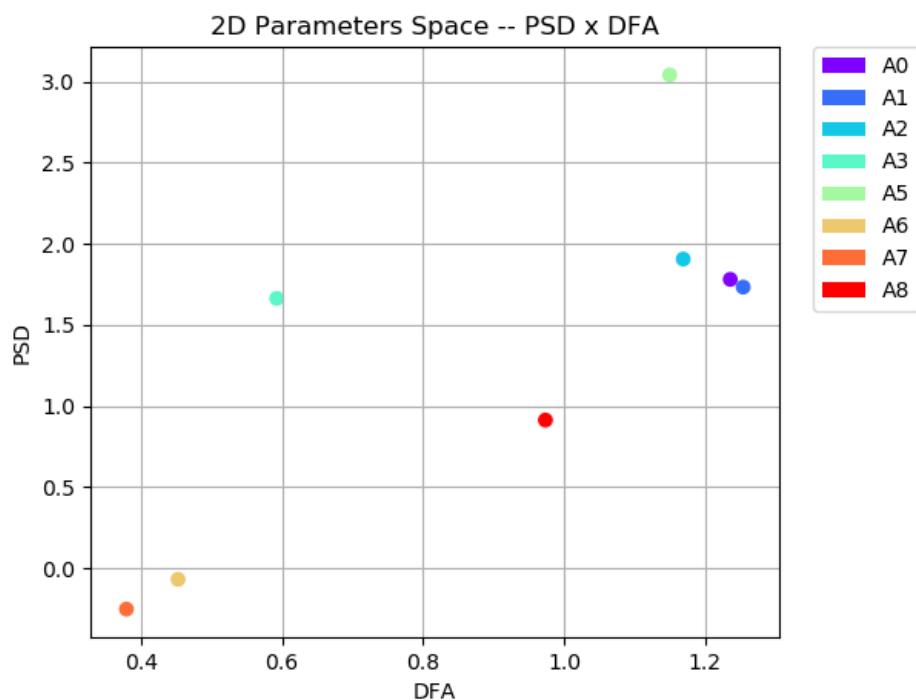


Figura 14: Parte A - Espaço de Parâmetros - PSD x DFA.

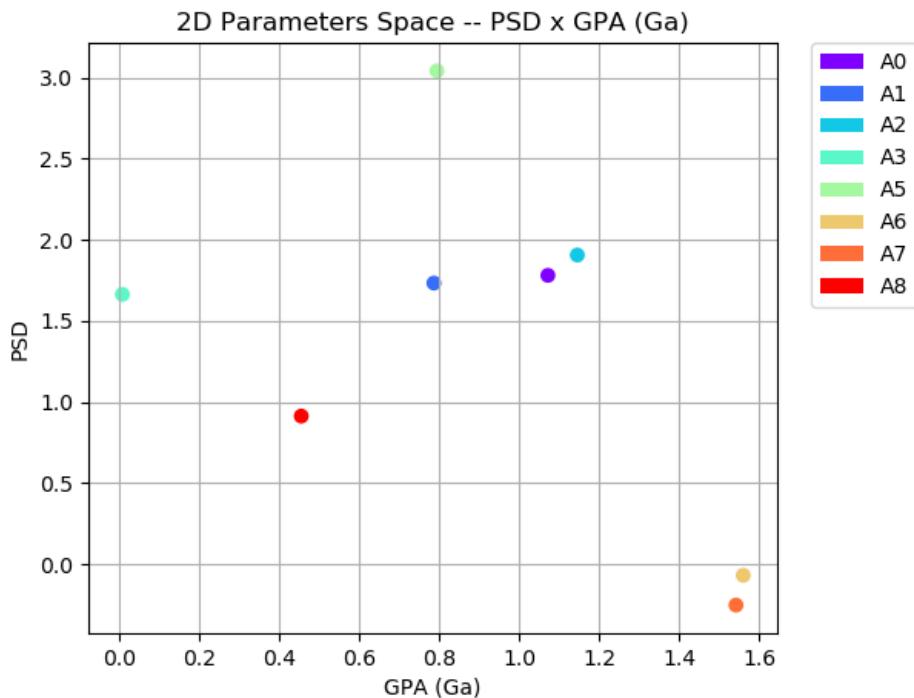


Figura 15: Parte A - Espaço de Parâmetros - PSD x GPA.

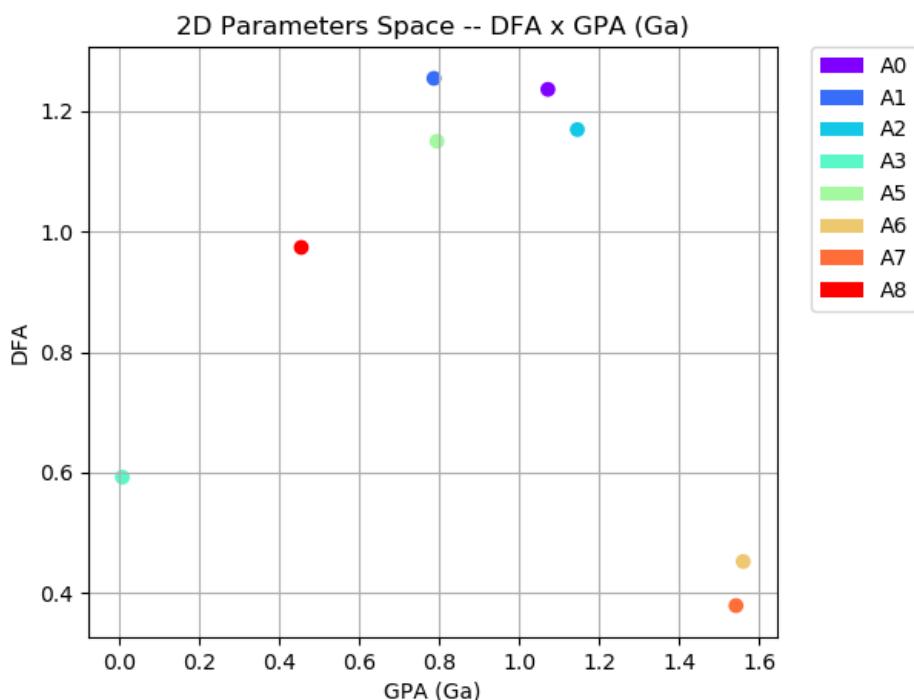


Figura 16: Parte A - Espaço de Parâmetros - DFA x GPA.

3) Estude os casos A1 e A8 considerando 5 subséries com repartição regular.

Para realizar este estudo, consideramos os primeiros 6000 pontos da série A8 para que ambas as séries estejam do mesmo tamanho. Então, dividimos as séries sucessivamente em 2 partes de 3000 pontos, 3 partes de 2000 pontos, 4 partes de 1500 e 5 partes de 1200. Aplicamos todos os métodos em todas estas subséries. Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 3. Os gráficos das Figuras apresentam os resultados das subséries de repartição regular para cada divisão feita das séries originais.

ST	Repartições	Parte	K	GEV	PSD	DFA	GPA
A1	2	1	7.2266	0.2743	1.8015	1.2729	0.9633
A8	2	1	19.3049	0.4482	0.83168	0.9456	0.6288
A1	2	2	5.999	0.5710	1.6755	1.2536	0.6361
A8	2	2	16.1511	0.4230	0.6891	0.8321	0.6415
A1	3	1	3.5957	0.0990	1.8321	1.3139	1.0305
A8	3	1	19.8398	0.4408	0.7835	0.92394	0.4381
A1	3	2	5.6521	0.2764	1.8171	1.3372	1.1094
A8	3	2	18.5554	0.4726	0.7972	0.9308	0.4683
A1	3	3	11.204	0.1124	1.1017	1.0312	0.5716
A8	3	3	18.107	0.4399	0.9131	0.8669	0.7145
A1	4	1	3.7588	0.1397	1.6812	1.2994	0.9779
A8	4	1	14.7257	0.4030	0.79595	0.8704	0.5838
A1	4	2	5.4083	0.4108	1.9938	1.3726	1.1344
A8	4	2	17.6123	0.4622	0.8071	0.9178	0.6983
A1	4	3	3.2337	0.3055	1.7493	1.2601	0.9298
A8	4	3	14.9389	0.3956	0.7817	0.9022	0.7210
A1	4	4	6.6903	-0.0617	0.6910	0.9579	0.7285
A8	4	4	18.0024	0.4669	0.9033	0.8954	0.8463
A1	5	1	3.0787	-0.1008	1.6217	1.2793	1.0739
A8	5	1	14.8003	0.4001	0.8088	0.8876	0.6495
A1	5	2	3.5246	0.1007	1.8636	1.3013	0.8912
A8	5	2	14.7364	0.3912	0.6883	0.8626	0.8171
A1	5	3	6.4504	0.2883	1.7907	1.2913	0.8242
A8	5	3	12.2496	0.3599	0.7172	0.8826	0.7703
A1	5	4	3.9555	0.3957	1.4484	1.2848	0.9884
A8	5	4	12.1509	0.3817	0.6600	0.8238	0.7947
A1	5	5	8.9334	-0.0563	0.6971	0.82624	0.6577
A8	5	5	18.24	0.4713	0.5511	0.9897	0.8869

Tabela 3: Resultados dos métodos para as subséries de A1 e A8.

As Figuras 17, 18, 19 e 20 apresentam os gráficos referentes ao processamento do método K para as subséries que compõem A1 e A8, para as repartições analisadas – de 2 a 5 repartições.

Podemos observar que para as divisões em repartições pares (2 e 4 repartições), os resultados obtidos com o método K tiveram comportamento semelhante: na Figura 17 podemos notar uma

queda no afunilamento da distribuição da primeira subsérie para a segunda para ambas as séries A1 (SFU - Sol) e A8 (Amplitude p-Model). Na Figura 19, notamos um maior afunilamento da subsérie 1 para 2, uma queda no afunilamento da subsérie 2 para 3, e novamente um aumento da subsérie 3 para 4, para ambas as séries. Para estes dois casos comentados, o maior afunilamento é sempre da série A8 (aproximadamente 10 unidades a mais).

Para a divisão em 3 subséries (Figura 18), notamos uma diferença de mais de 15 unidades da métrica K (curtose) para a primeira subsérie das duas séries A1 e A8. Para as subséries seguintes, notamos uma diminuição da diferença com uma pequena queda da série A8 (cerca de 2 unidades) e um grande aumento no afunilamento para A1 (cerca de 8 unidades).

Para o processamento de K com 5 repartições regulares, notamos que as duas séries praticamente mantém a métrica K da primeira para a segunda subsérie. Da segunda para a terceira repartição A1 tem um aumento e A8 tem uma queda no afunilamento. Da terceira para a quarta, A8 praticamente mantém o valor de K e A1 tem uma queda semelhante à queda da série A8 da subsérie 2 para a 3. Da subsérie 4 para a 5, ambas as séries tiveram um aumento significativo no afunilamento.

De forma análoga ao que foi feito para K, as Figuras 21, 22, 23 e 24 apresentam os gráficos referentes ao resultado de forma (*shape*) do processamento com GEV para as subséries que compõem A1 e A8, para as repartições analisadas – de 2 a 5 repartições.

Apesar do comportamento diferente entre as séries A1 e A8 para os valores obtidos com o GEV demonstrado nos gráficos destas Figuras 21, 22, 23 e 24, as duas subséries para as duas séries têm uma distribuição de dados com uma calda levemente maior à direita ($0,2 < GEVshape < 0,6$); com excessão da quarta subsérie com 4 repartições regulares e da primeira e quinta subséries com 5 repartições regulares da série A1 (SFU - Sol), que possuem calda levemente maior à esquerda.

Os gráficos referentes ao processamento do método PSD para as subséries que compõem A1 e A8, para as repartições analisadas – de 2 a 5 repartições – são apresentados nas Figuras 25, 26, 27 e 28. Para esta métrica, apesar das inconstâncias aparentes nos gráficos, os valores de concentração de energia espectral por tempo obtidos com a métrica PSD para as subséries estão todos dentro do intervalo entre 0,55 e 1,83.

Os resultados obtidos com o processamento do método DFA para as subséries que compõem A1 e A8, para as repartições analisadas – de 2 a 5 repartições – constam nas Figuras 29, 30, 31 e 32.

Para divisão em duas repartições regulares, notamos que a autocorrelação identificada para as duas subséries de A1 foi praticamente a mesma (não-estacionária); para as duas subséries de A8, notamos um ruído 1/f (ruído rosa) para a primeira subsérie e certa correlação ($\alpha > 1/2$) para a segunda subsérie.

Ao dividir as séries em 3 repartições regulares e aplicar o método DFA sobre as subséries, notamos que ambas as séries mantêm certa constância da subsérie 1 para a 2 (para A1, não-estacionário; e, para A8, entre correlacionado e ruído 1/f). Para as terceiras subséries de ambas as séries, temos valores diferentes das repartições anteriores: A8 apresenta correlação, e A1, ruído 1/f (ruído rosa).

Com 4 subséries, o valor obtido com o método DFA para a série A8 se mantém em valores próximos a 0,9, indicando correlação com certa proximidade do ruído 1/f (ruído rosa). Para as 3 primeiras subséries de A1, temos autocorrelação não-estacionária; para a quarta subsérie, temos ruído 1/f (ruído rosa).

Com 5 subséries, temos constância das 4 primeiras subséries de ambas as séries: não-estacionário para A1; e, dados correlacionados para A8. Para a quinta subsérie, identificamos correlação para A1 e ruído 1/f (ruído rosa) para A8.

Finalmente, as Figuras 33, 34, 35 e 36 apresentam os gráficos referentes ao processamento do método GPA para as subséries que compõem A1 e A8, para as repartições analisadas – de 2 a 5 repartições. Para a análise de padrão de gradiente, notamos variações pelos gráficos entre 0,43 e 1,13, o que indica certa assimetria dos dados.

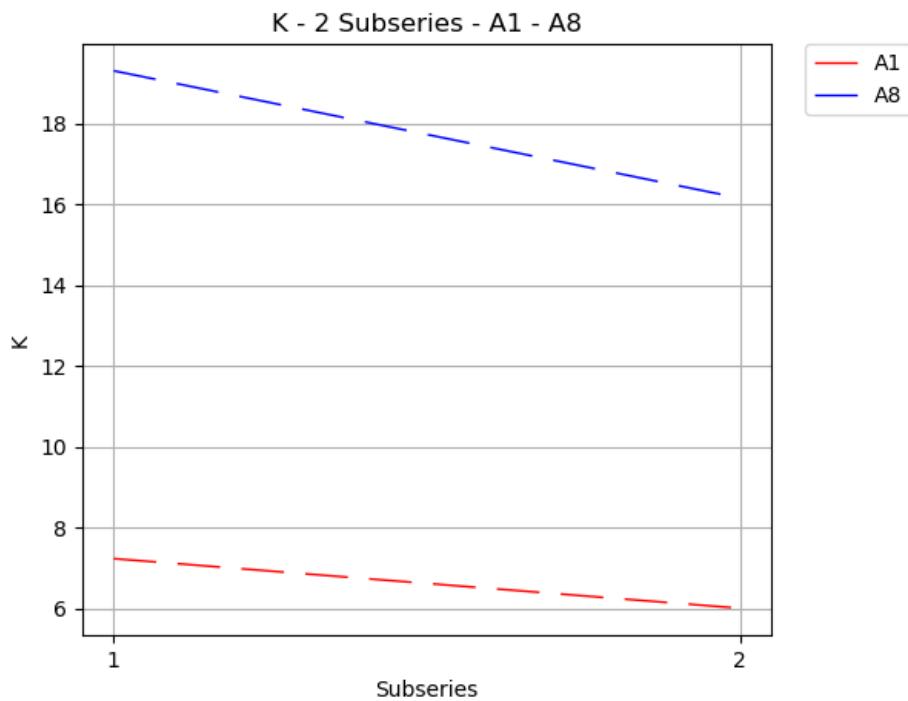


Figura 17: Gráfico dos resultados do processamento do K sobre as subséries de A1 e A8 com 2 repartições regulares.

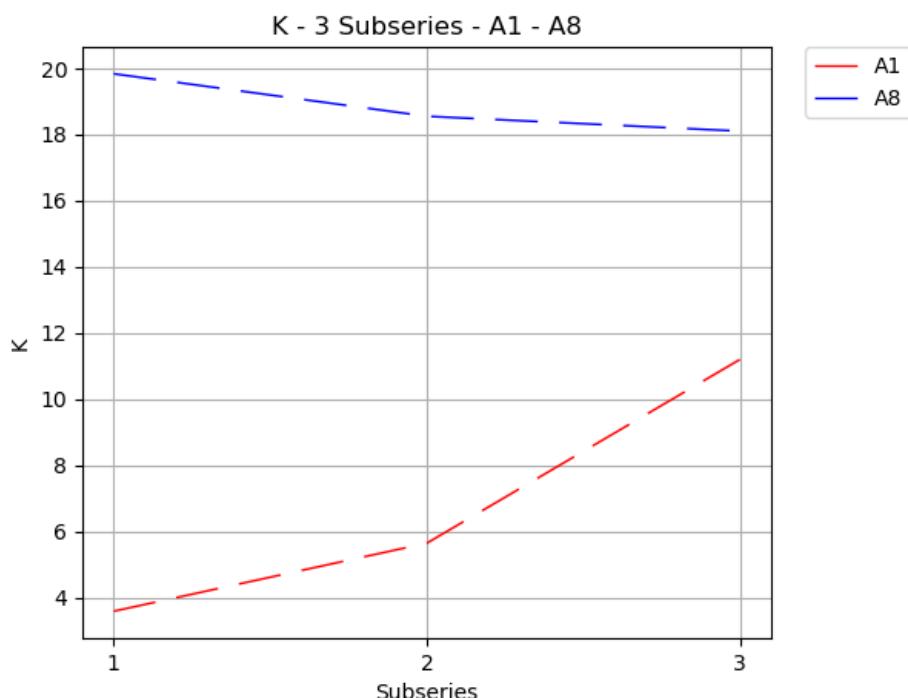


Figura 18: Gráfico dos resultados do processamento do K sobre as subséries de A1 e A8 com 3 repartições regulares.

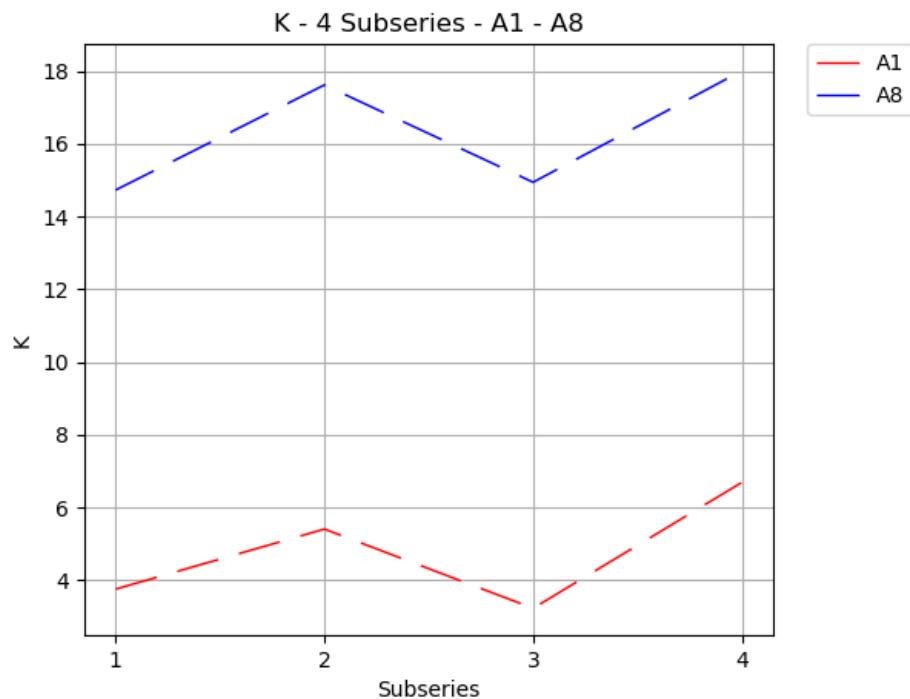


Figura 19: Gráfico dos resultados do processamento do K sobre as subséries de A1 e A8 com 4 repartições regulares.

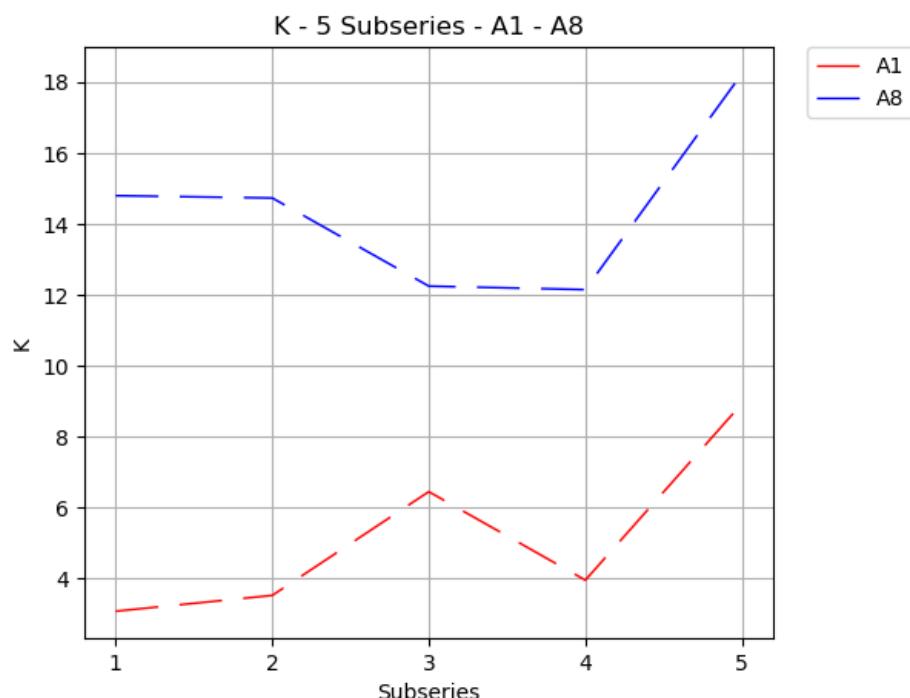


Figura 20: Gráfico dos resultados do processamento do K sobre as subséries de A1 e A8 com 5 repartições regulares.

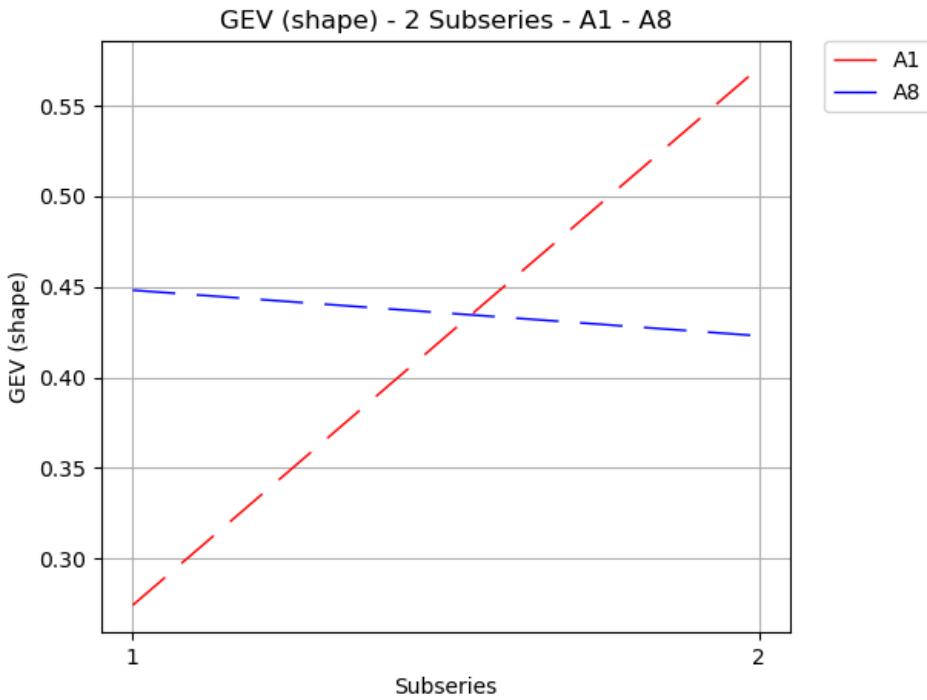


Figura 21: Gráfico dos resultados de forma do processamento do GEV sobre as subséries de A1 e A8 com 2 repartições regulares.

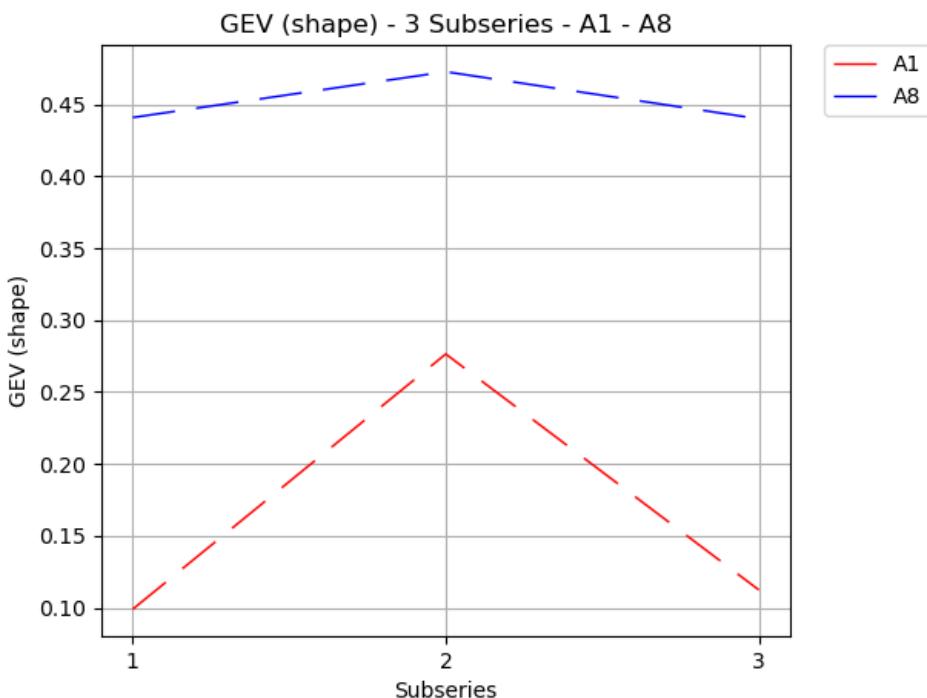


Figura 22: Gráfico dos resultados de forma do processamento do GEV sobre as subséries de A1 e A8 com 3 repartições regulares.

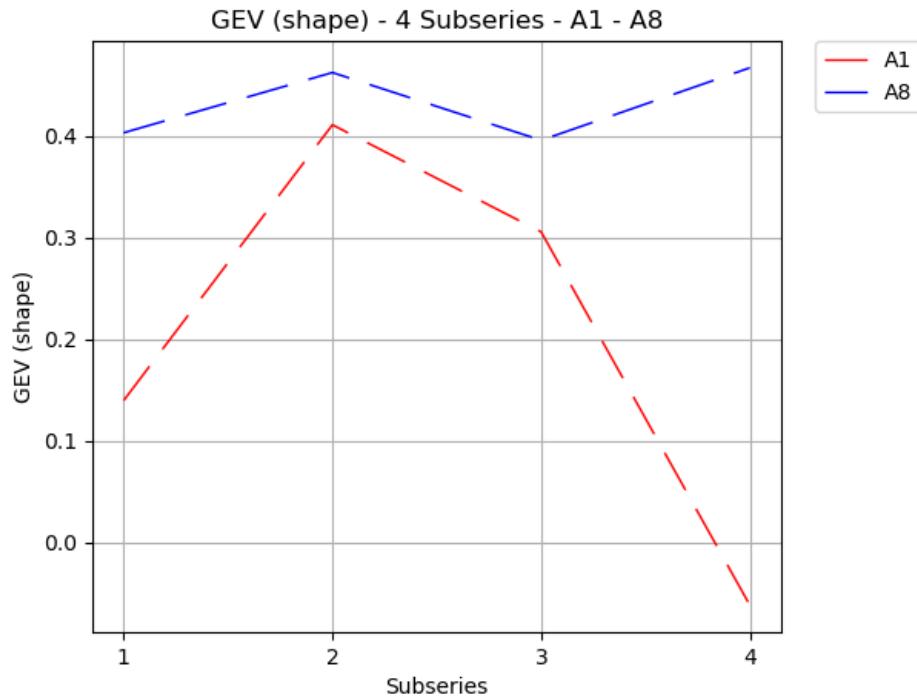


Figura 23: Gráfico dos resultados de forma do processamento do GEV sobre as subséries de A1 e A8 com 4 repartições regulares.

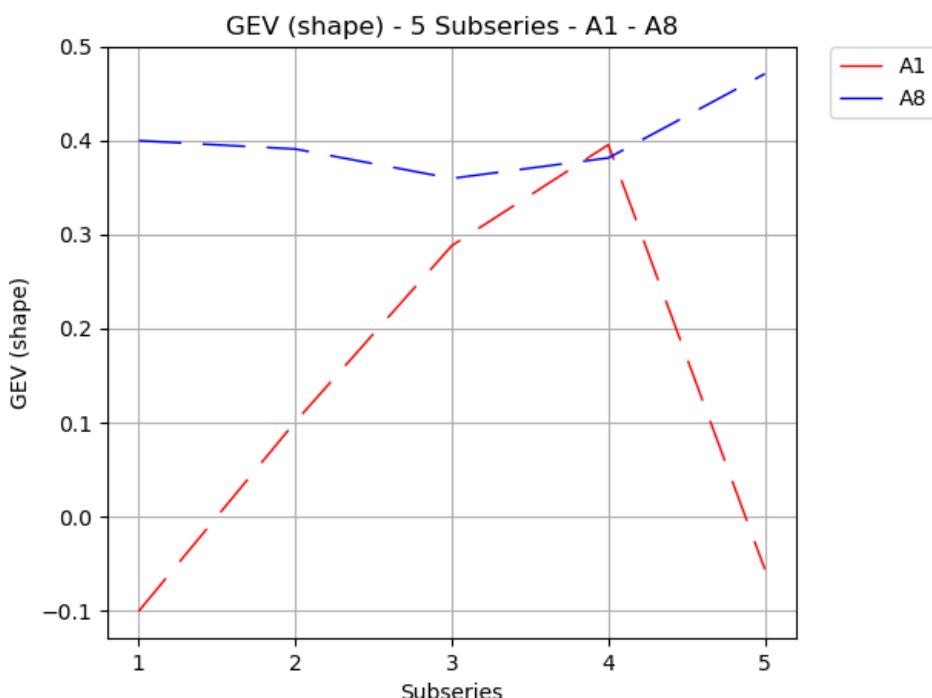


Figura 24: Gráfico dos resultados de forma do processamento do GEV sobre as subséries de A1 e A8 com 5 repartições regulares.

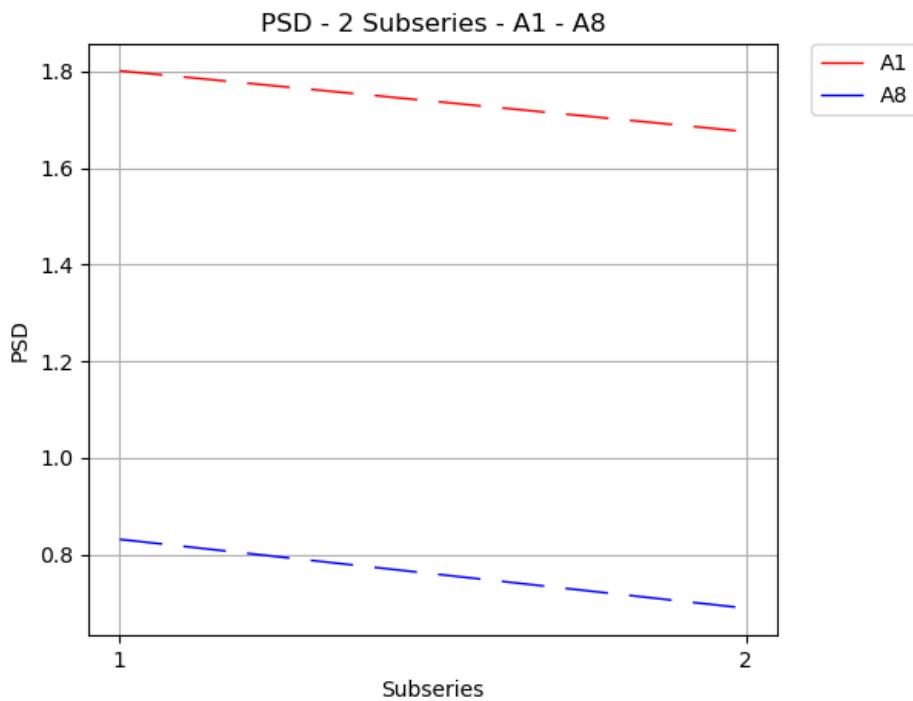


Figura 25: Gráfico dos resultados do processamento do PSD sobre as subséries de A1 e A8 com 2 repartições regulares.

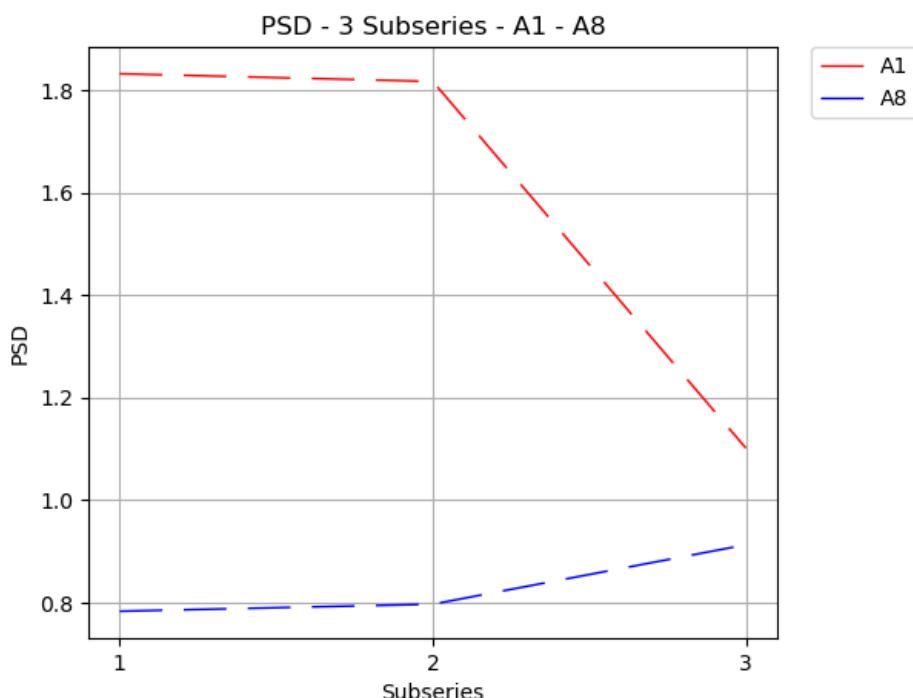


Figura 26: Gráfico dos resultados do processamento do PSD sobre as subséries de A1 e A8 com 3 repartições regulares.

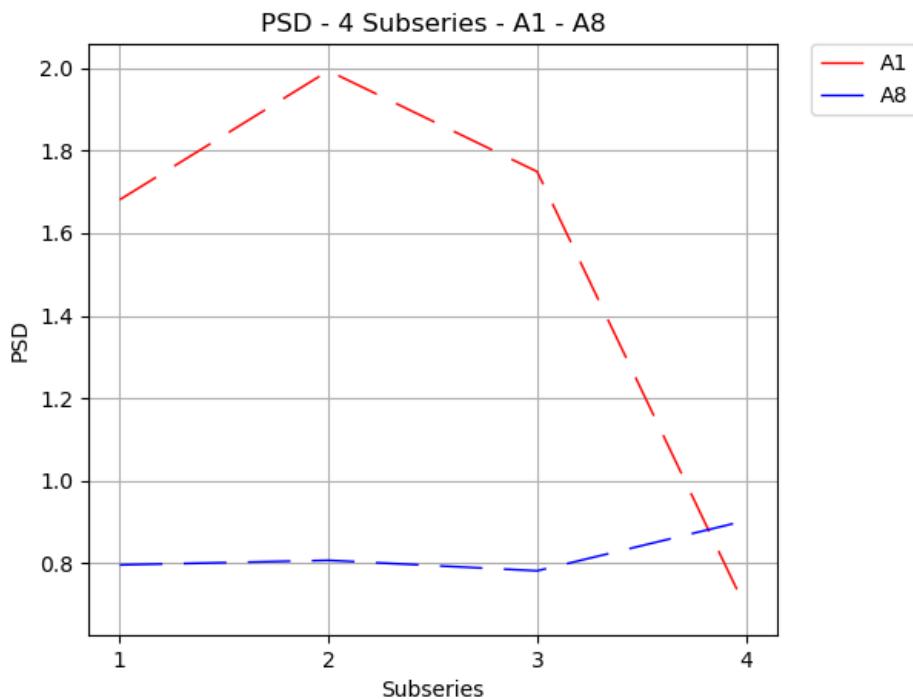


Figura 27: Gráfico dos resultados do processamento do PSD sobre as subséries de A1 e A8 com 4 repartições regulares.

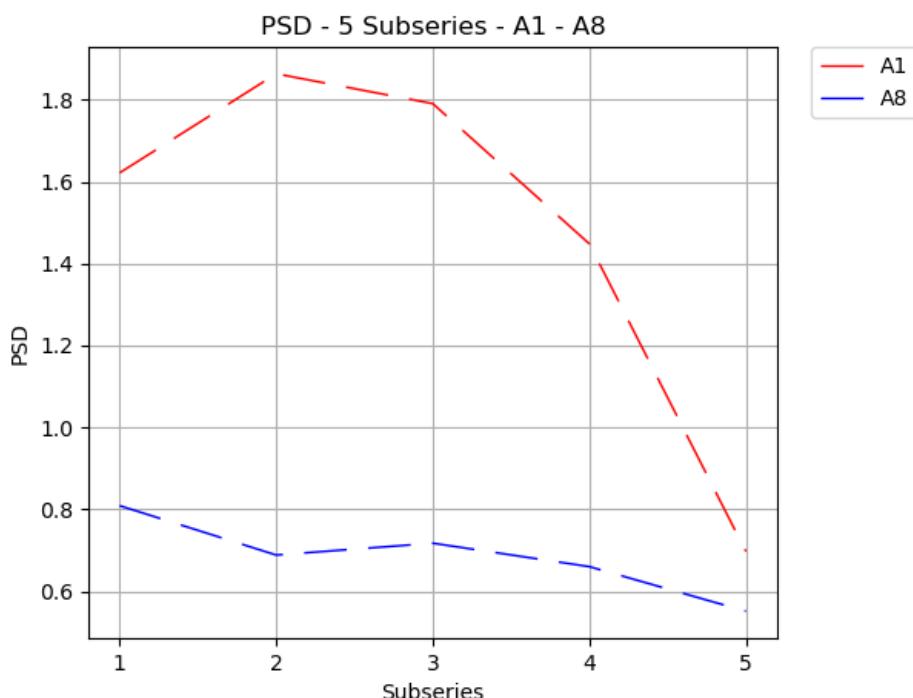


Figura 28: Gráfico dos resultados do processamento do PSD sobre as subséries de A1 e A8 com 5 repartições regulares.

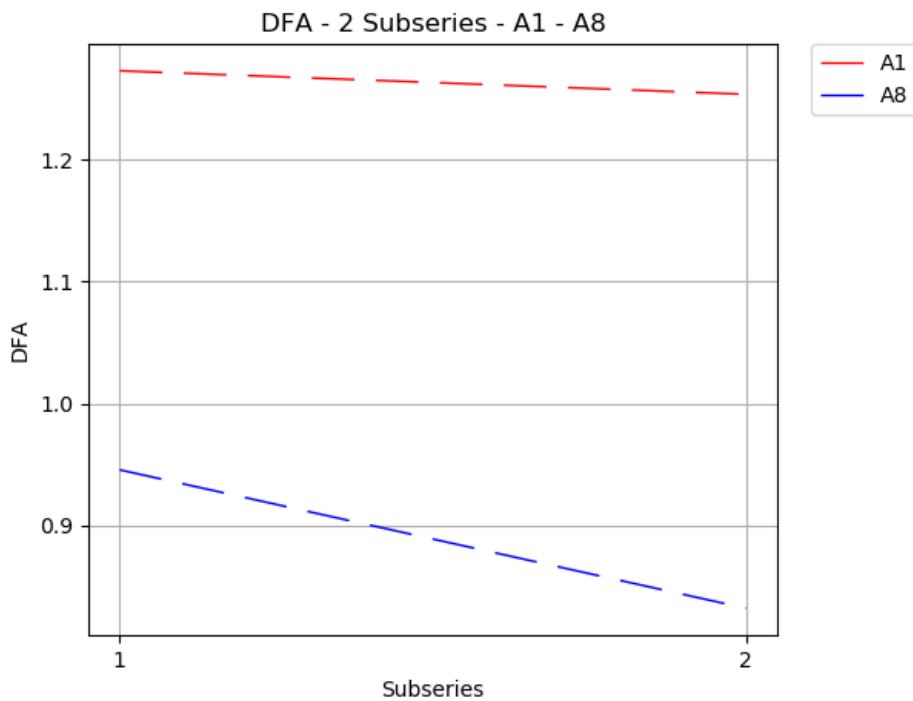


Figura 29: Gráfico dos resultados do processamento do DFA sobre as subséries de A1 e A8 com 2 repartições regulares.

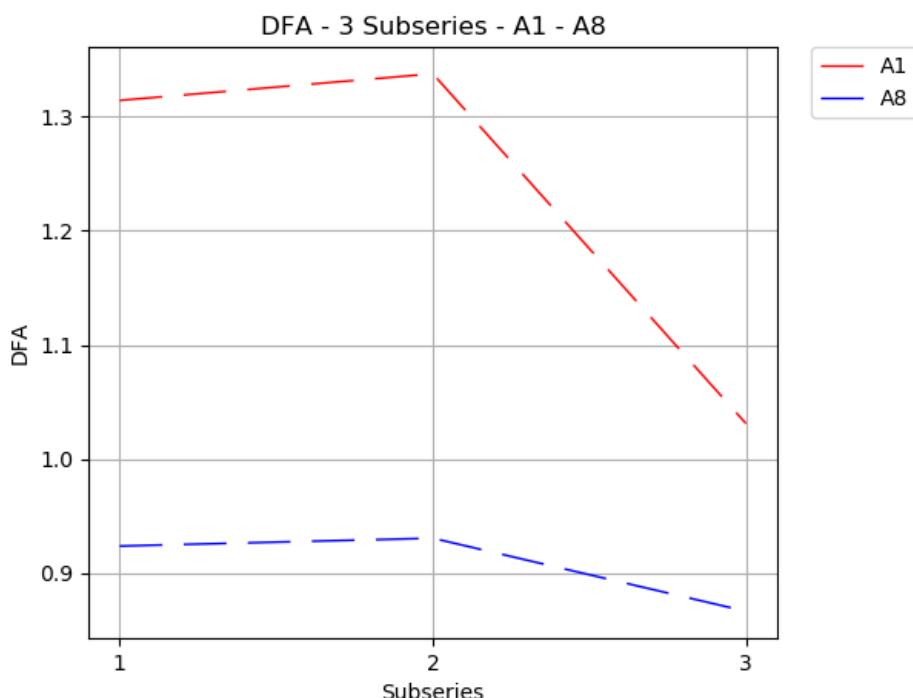


Figura 30: Gráfico dos resultados do processamento do DFA sobre as subséries de A1 e A8 com 3 repartições regulares.

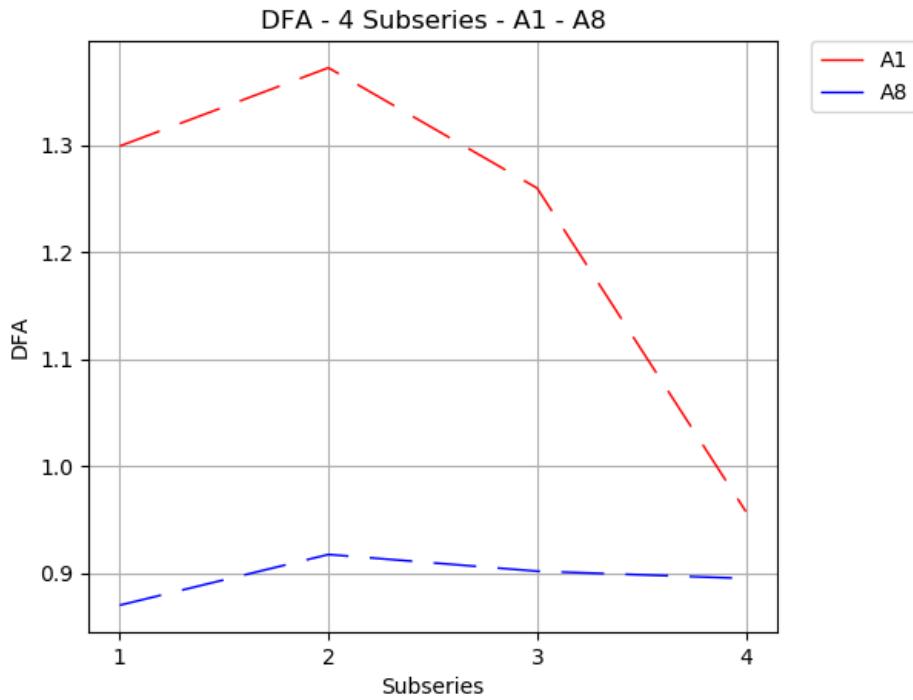


Figura 31: Gráfico dos resultados do processamento do DFA sobre as subséries de A1 e A8 com 4 repartições regulares.

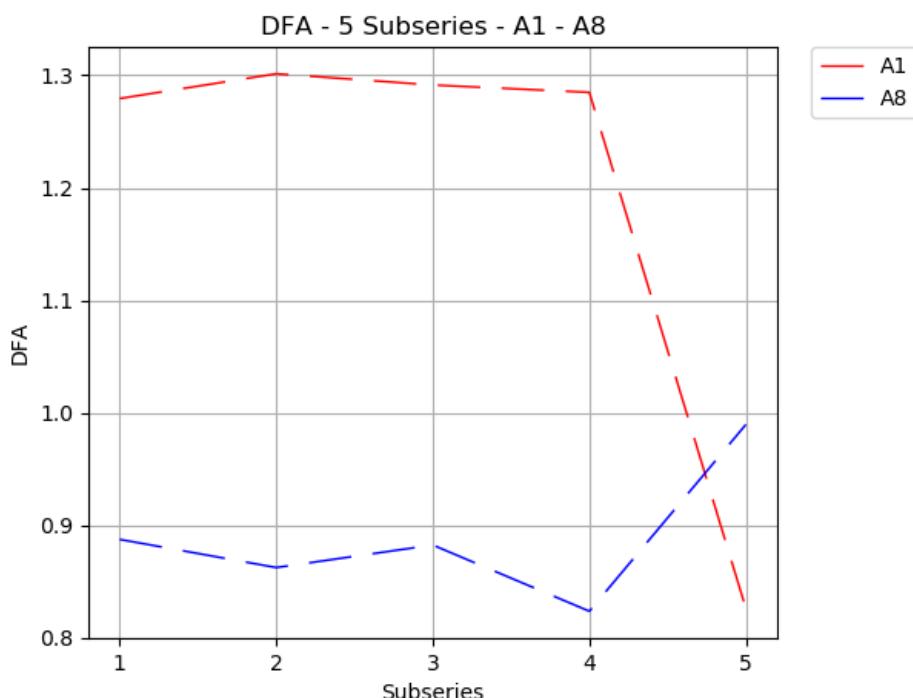


Figura 32: Gráfico dos resultados do processamento do DFA sobre as subséries de A1 e A8 com 5 repartições regulares.

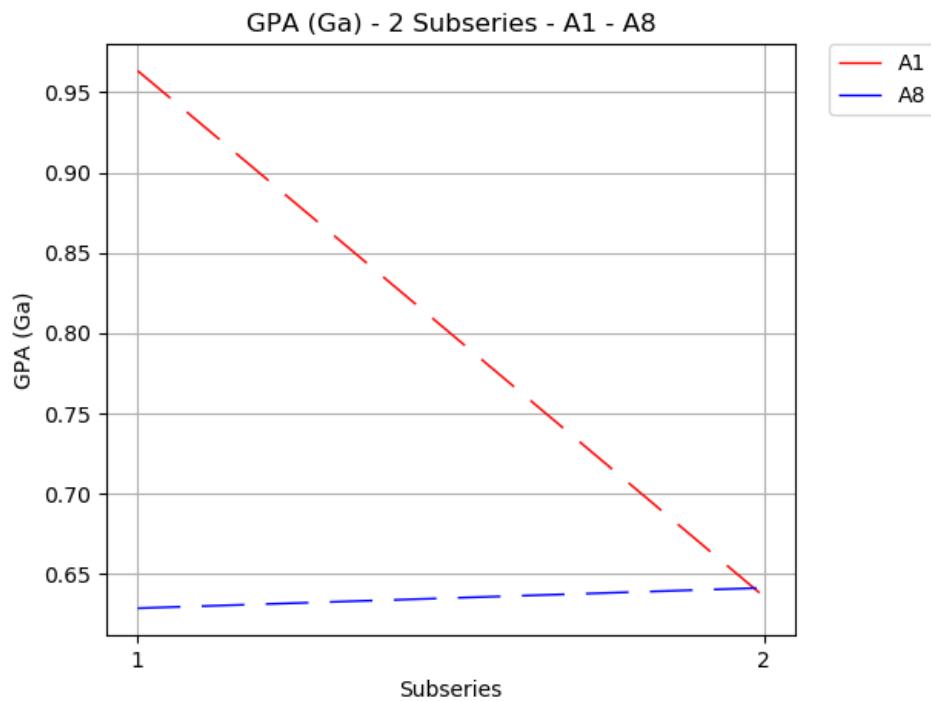


Figura 33: Gráfico dos resultados do processamento do GPA sobre as subséries de A1 e A8 com 2 repartições regulares.

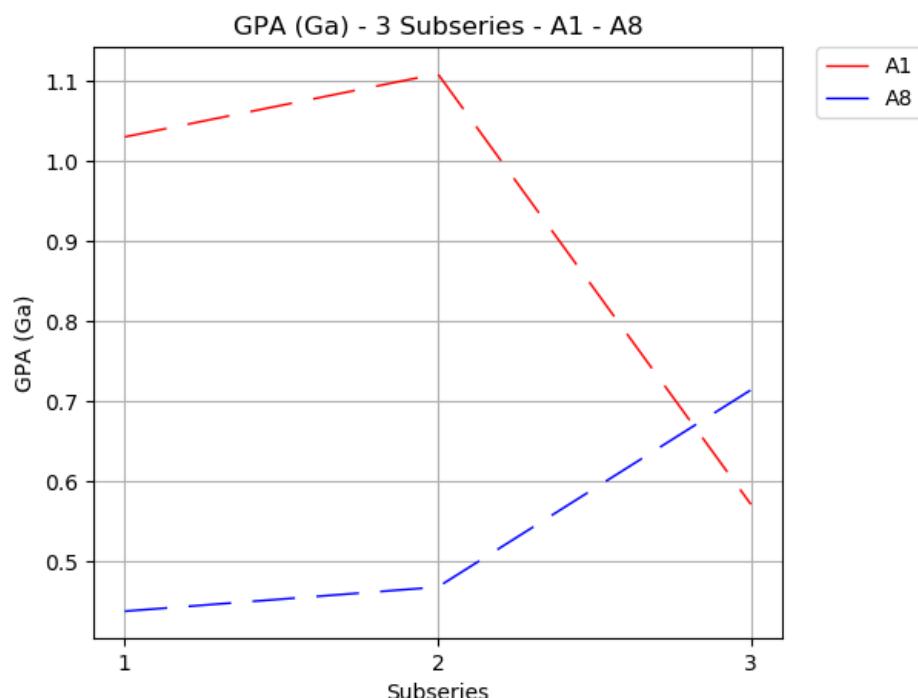


Figura 34: Gráfico dos resultados do processamento do GPA sobre as subséries de A1 e A8 com 3 repartições regulares.

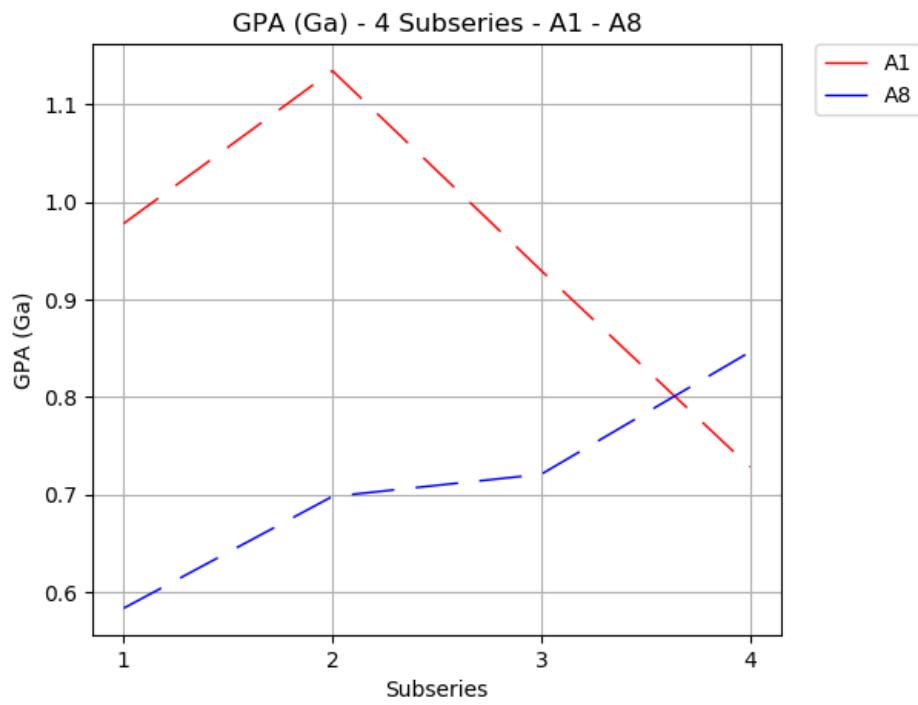


Figura 35: Gráfico dos resultados do processamento do GPA sobre as subséries de A1 e A8 com 4 repartições regulares.

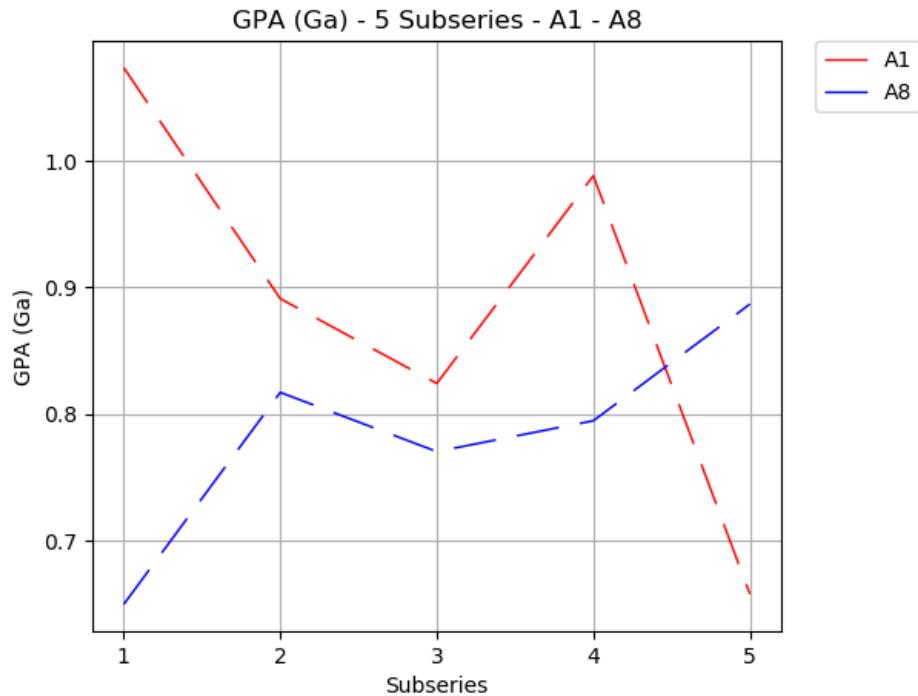


Figura 36: Gráfico dos resultados do processamento do GPA sobre as subséries de A1 e A8 com 5 repartições regulares.

2 Parte B - Séries Espaço-Temporais

Considerando os dados da Tabela B abaixo:

ST	Tipo	N	Natureza	K	GEV	PSD	DFA	GPA
B1	Curta	50	MHD-Turb.					
B2	Curta	50	CML (Logístico)	2.2307	-0.7011	3.053e-05	1.3145	1.3755
B3	Curta	50	Cosmic Density	5.4068	0.1736	0.0060	2.0628	0.8516

Tabela 4: Séries, métodos e resultados da Parte B.

- 1) Considere os algoritmos necessários e preencha a Tabela (considere valores médios).

Para a série B2, consideramos as 50 iterações centrais (de 124 a 173) da série original com 300 iterações. As Figuras 37, 38, 39, 40 e 41 representam os gráficos dos valores obtidos com os métodos em função das iterações da série B2, com a média apresentada no título do gráfico.

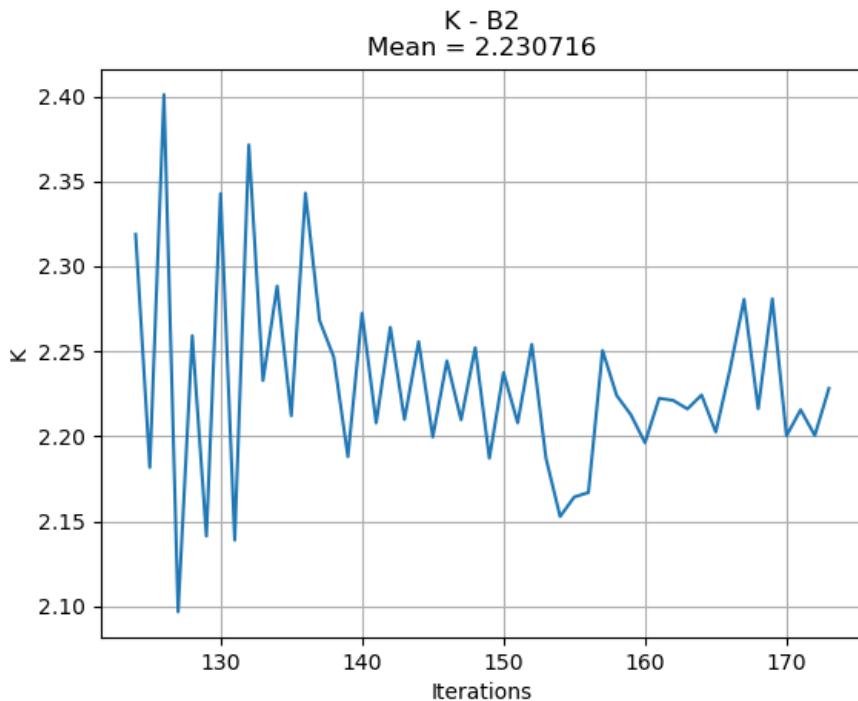


Figura 37: Gráfico dos resultados do processamento do K sobre a série B2 - *CML (Logístico)*.

Para a série B3 - *Cosmic Density*, fizemos o processamento para 2 fatias diferentes: uma para valores de z entre 32 e 36 e outra para valores de z entre 82 e 86 (mais detalhes nos Apêndices A e B). Para preencher a tabela, utilizamos a fatia de para valores de z entre 32 e 36. As Figuras 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50 e 51 representam os gráficos dos valores obtidos dos processamentos em função dos outsnaps das 2 fatias da série B3, com a média apresentada no título do gráfico.

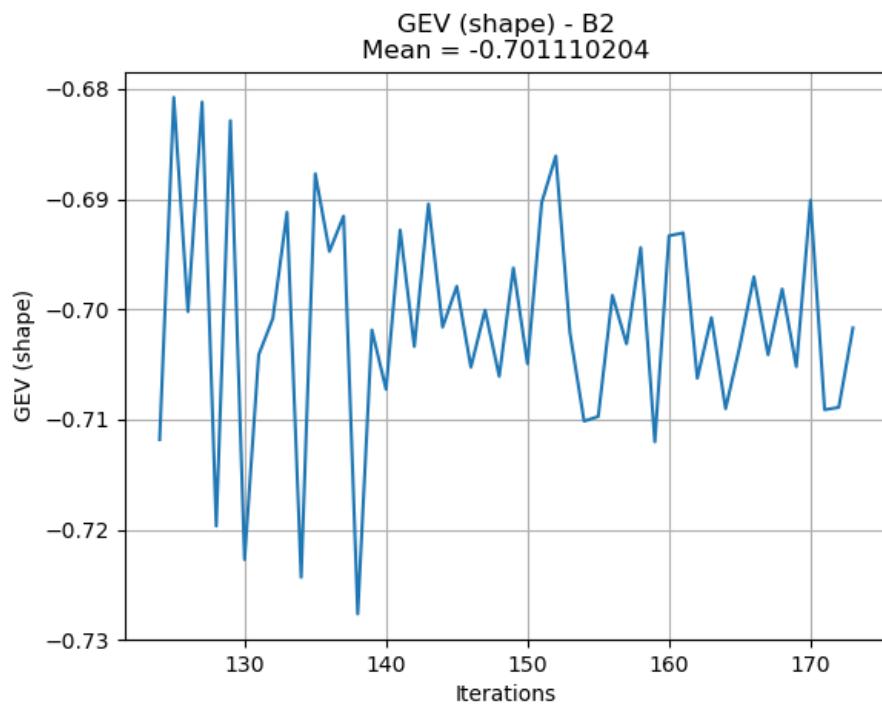


Figura 38: Gráfico dos resultados do processamento do GEV (*shape*) sobre a série B2.

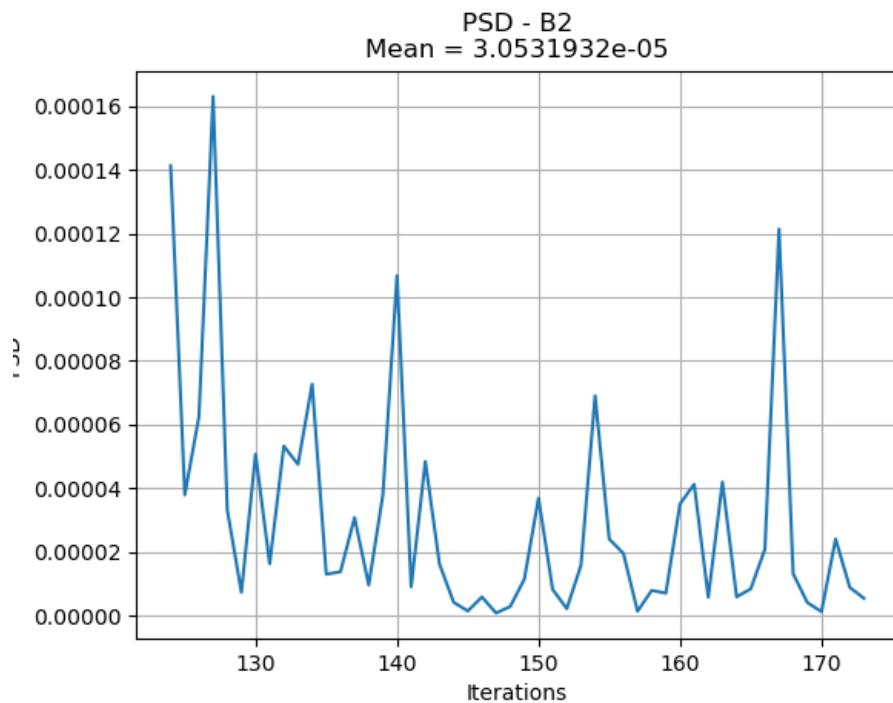


Figura 39: Gráfico dos resultados do processamento do PSD sobre a série B2 - *CML (Logístico)*.

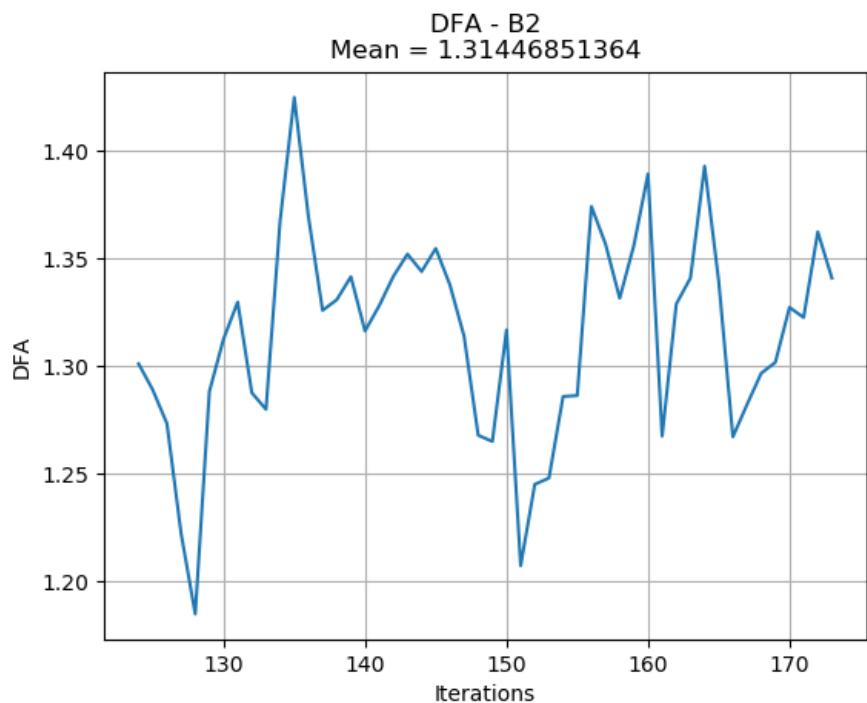


Figura 40: Gráfico dos resultados do processamento do DFA sobre a série B2.

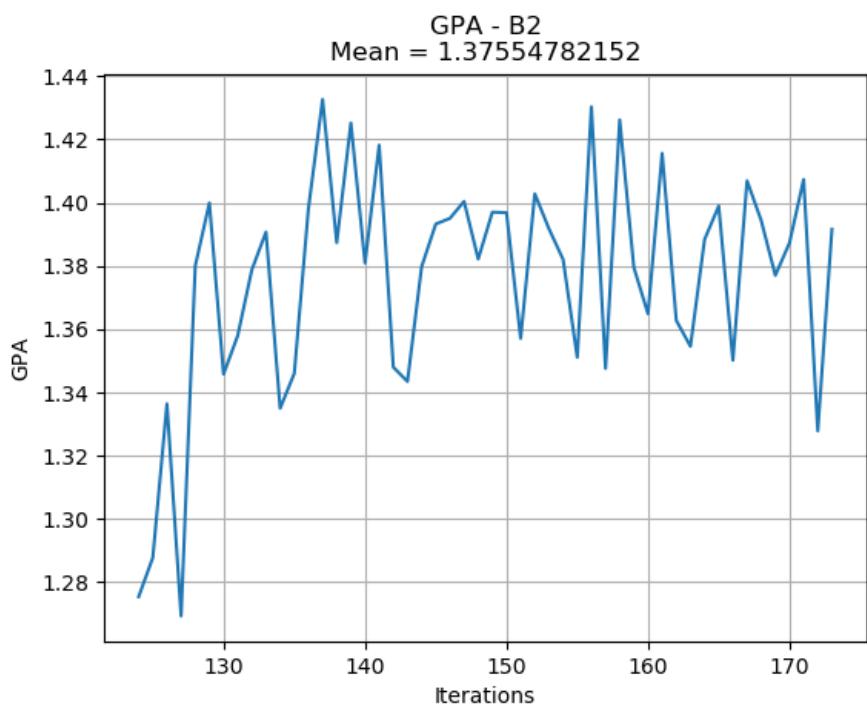


Figura 41: Gráfico dos resultados do processamento do GPA sobre a série B2.

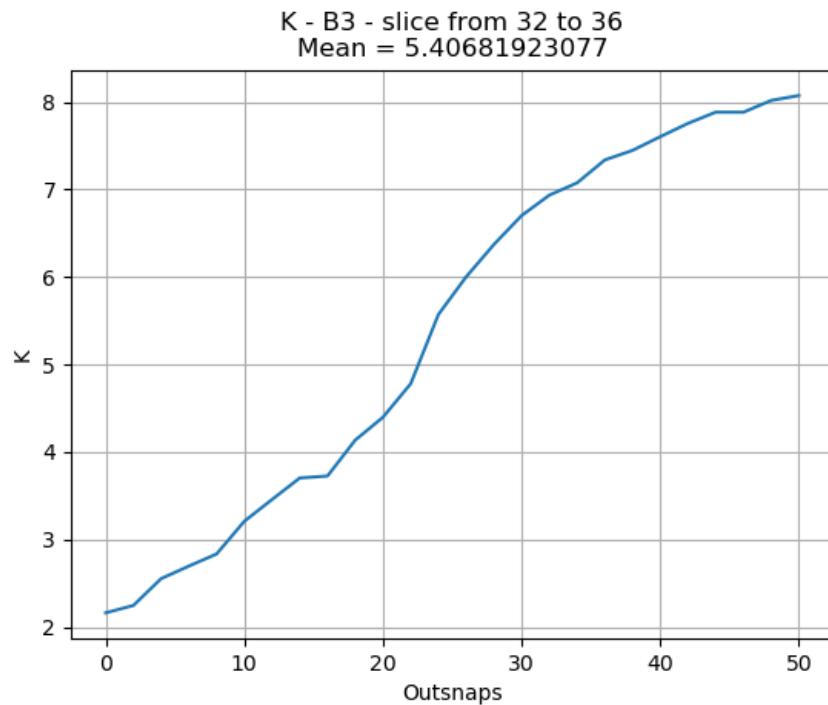


Figura 42: Gráfico dos resultados do processamento do K sobre a série B3 - *Cosmic Density* - fatia de z entre 32 e 36.

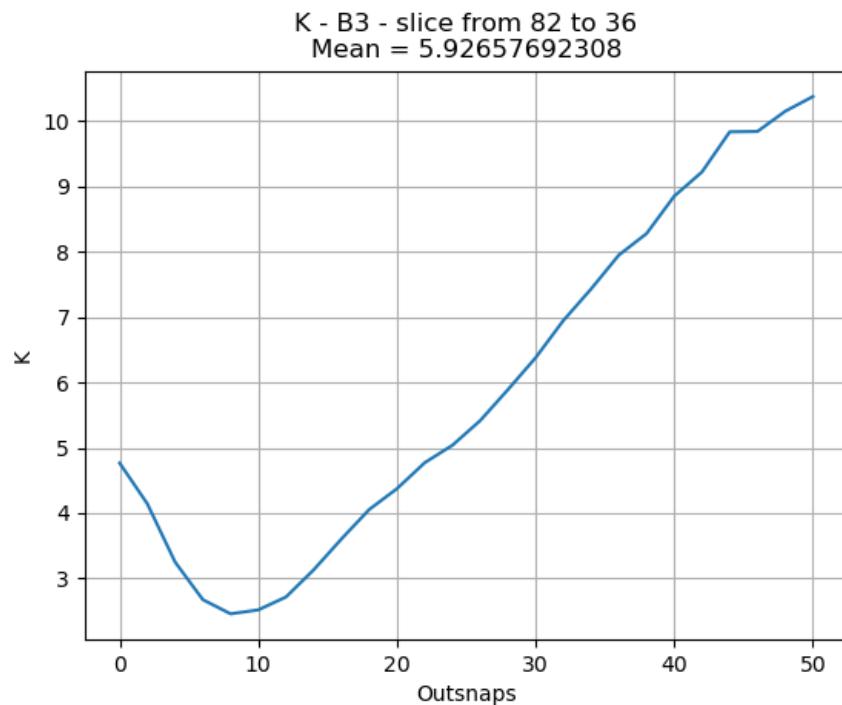


Figura 43: Gráfico dos resultados do processamento do K sobre a série B3 - *Cosmic Density* - fatia de z entre 82 e 86.

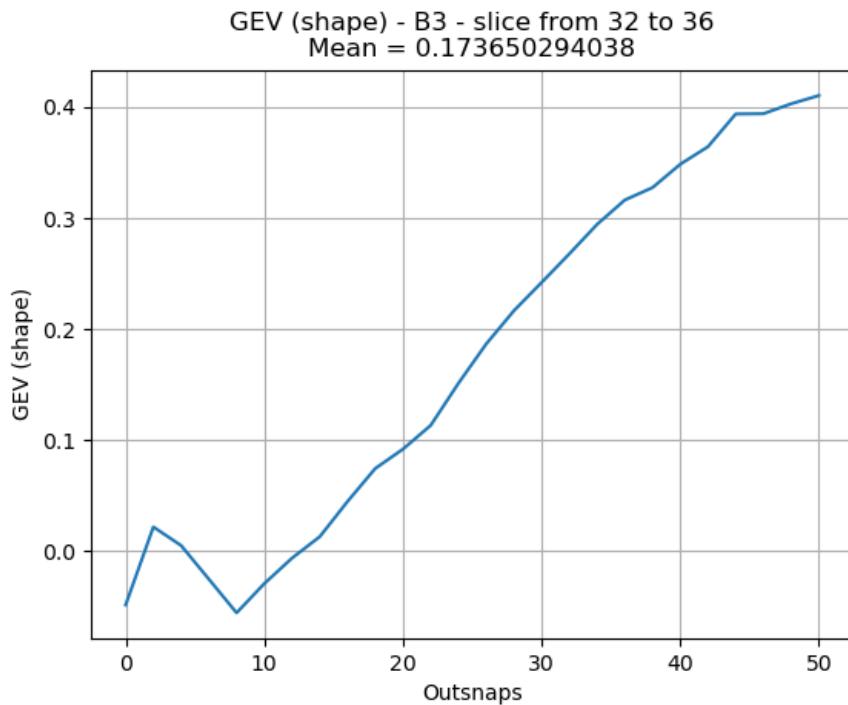


Figura 44: Gráfico dos resultados do processamento do GEV (*shape*) sobre a série B3 - *Cosmic Density* - fatia de z entre 32 e 36.

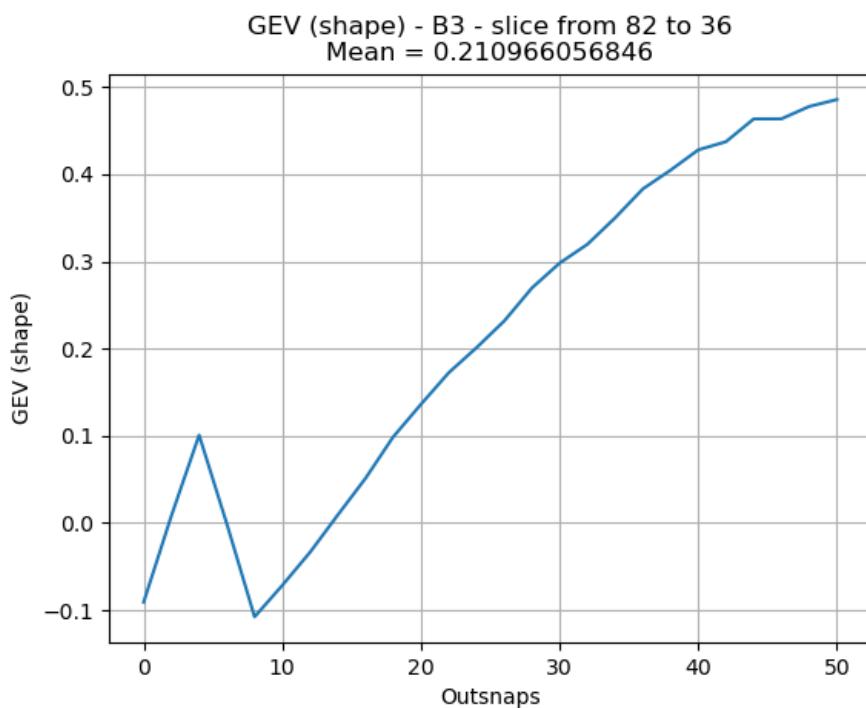


Figura 45: Gráfico dos resultados do processamento do GEV (*shape*) sobre a série B3 - *Cosmic Density* - fatia de z entre 82 e 86.

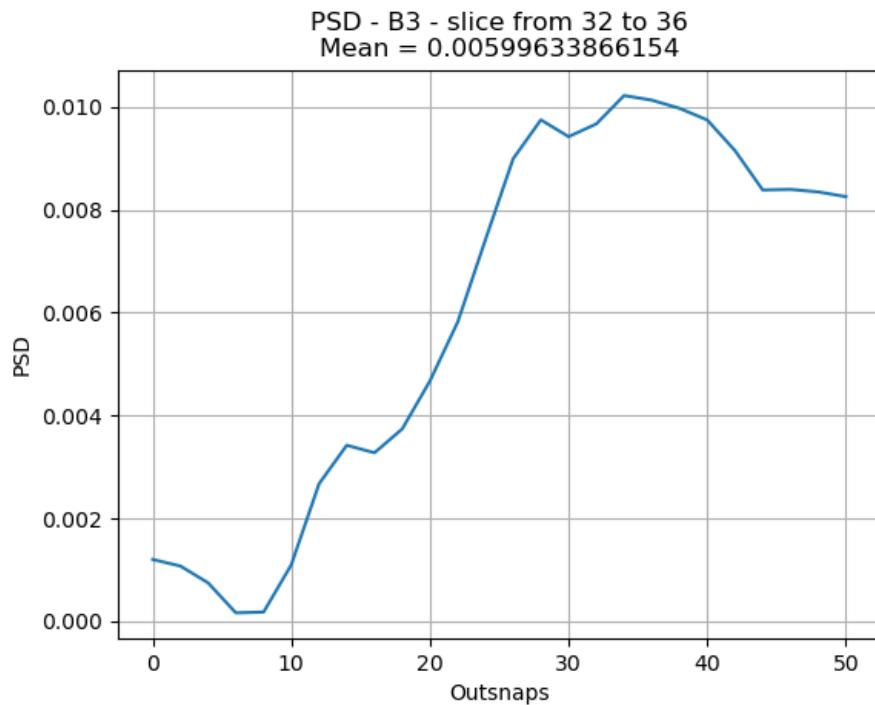


Figura 46: Gráfico dos resultados do processamento do PSD sobre a série B3 - *Cosmic Density* - fatia de z entre 32 e 36.

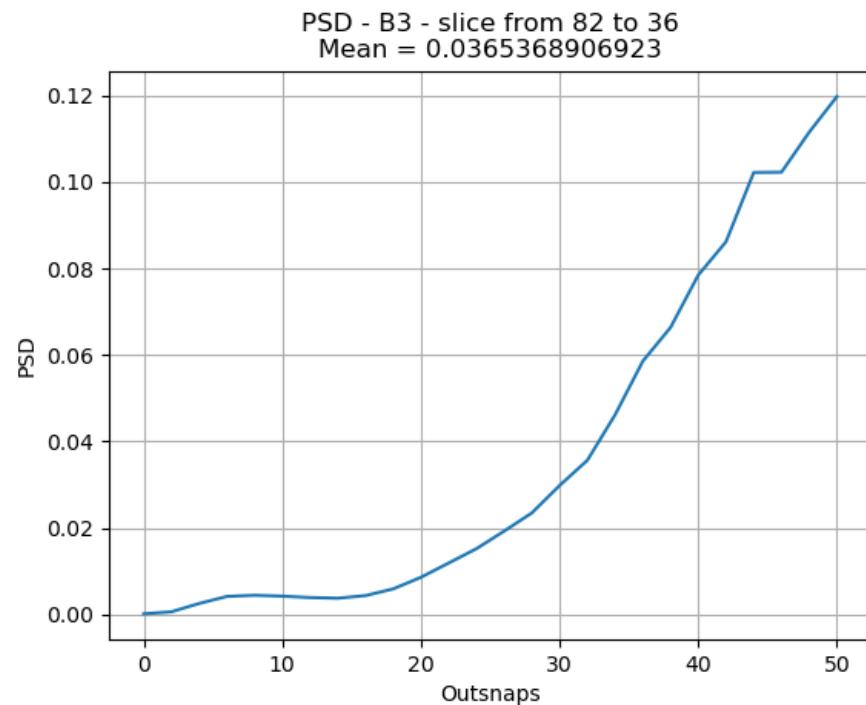


Figura 47: Gráfico dos resultados do processamento do PSD sobre a série B3 - *Cosmic Density* - fatia de z entre 82 e 86.

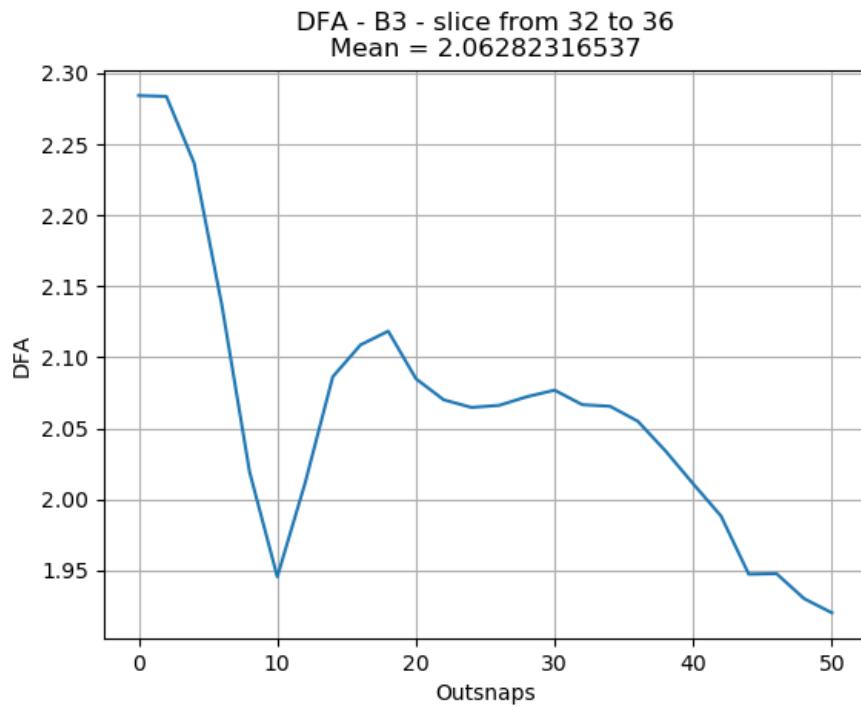


Figura 48: Gráfico dos resultados do processamento do DFA sobre a série B3 - *Cosmic Density* - fatia de z entre 32 e 36.

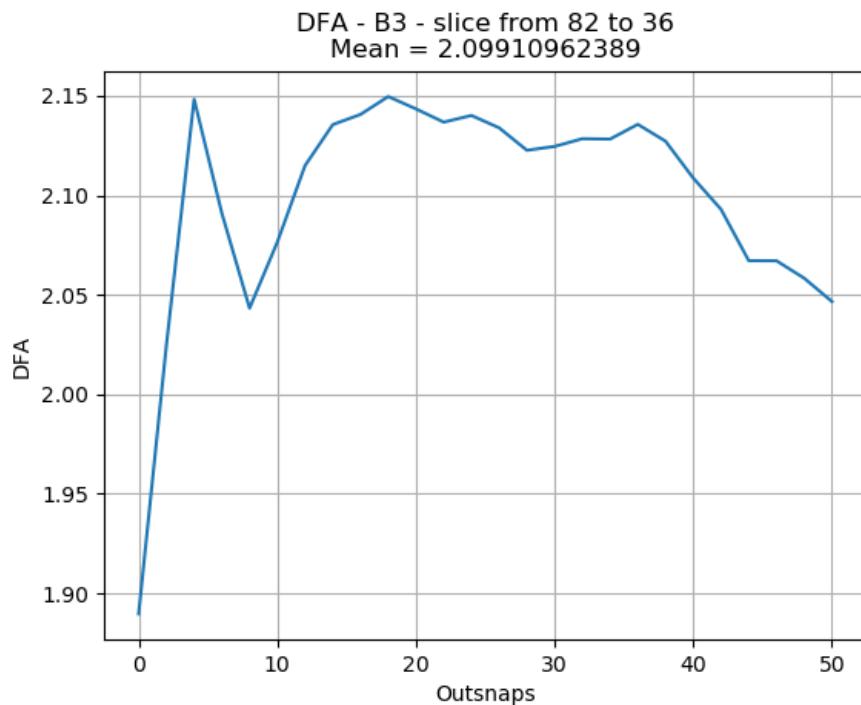


Figura 49: Gráfico dos resultados do processamento do DFA sobre a série B3 - *Cosmic Density* - fatia de z entre 82 e 86.

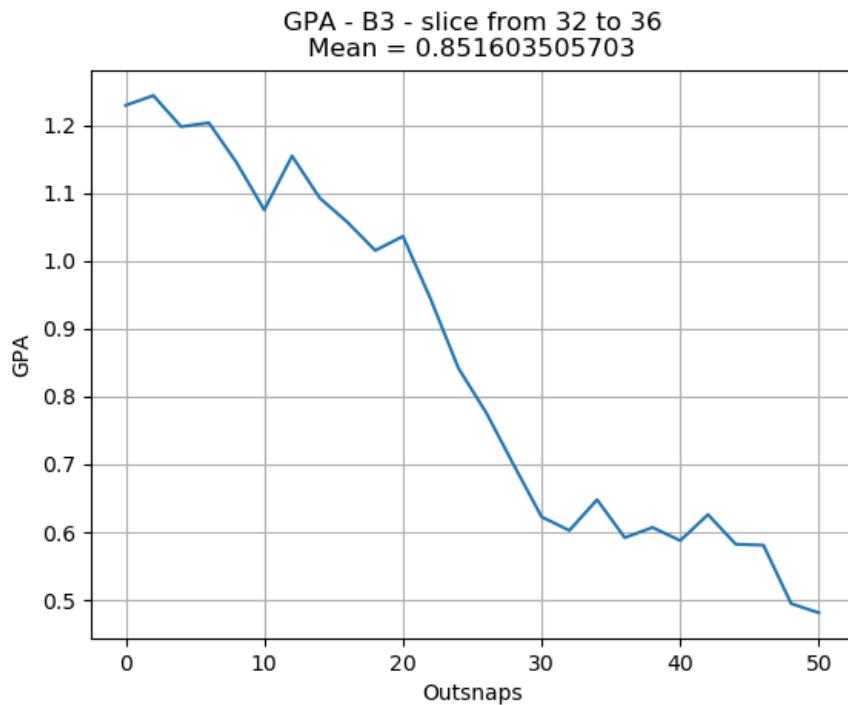


Figura 50: Gráfico dos resultados do processamento do DFA sobre a série B3 - *Cosmic Density* - fatia de z entre 32 e 36.

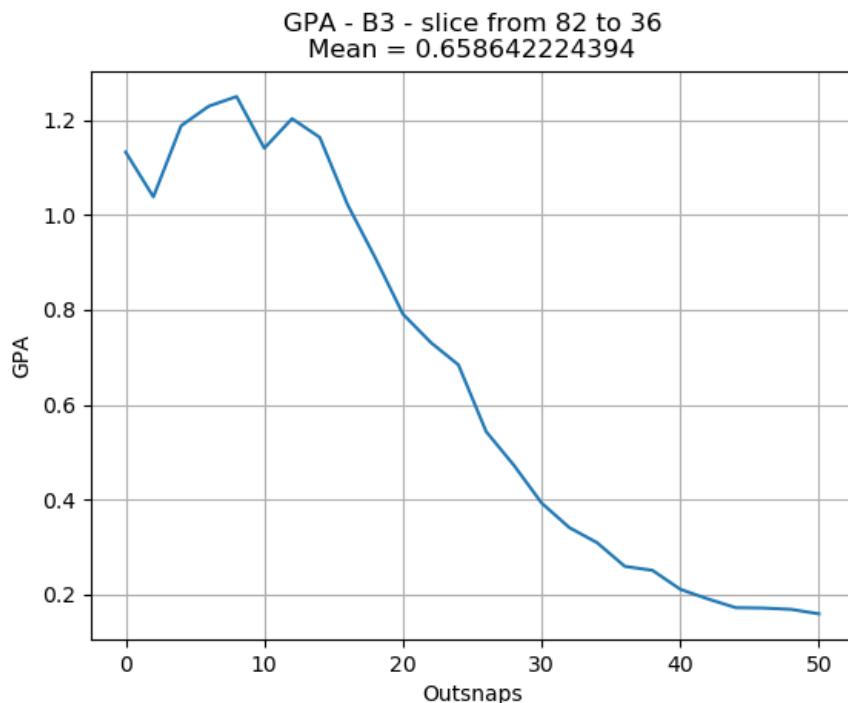


Figura 51: Gráfico dos resultados do processamento do GPA sobre a série B3 - *Cosmic Density* - fatia de z entre 82 e 86.

2) Construa todos os espaços de parâmetros 2D possíveis e classifique todos os processos. Interprete os resultados confrontando dados reais e modelos.

Primeiramente, apresentamos o espaço de parâmetros 2D com todos os valores da Tabela 4 na Figura 52. No eixo horizontal, os valores 2 e 3 correspondem às séries B2 e B3.

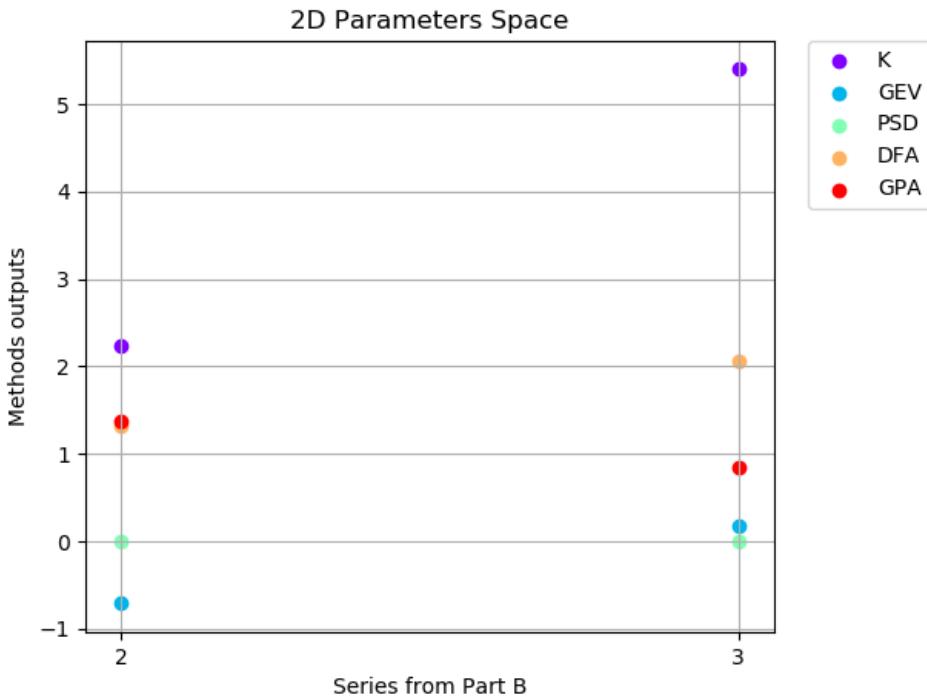


Figura 52: Gráfico: Séries x Métodos. Todos os valores.

Analogamente ao que foi feito para a Parte A, definimos as distribuições das séries temporais conforme a tabela a seguir.

ST	K	GEV	PSD	DFA	GPA
B2	levemente afunilada	calda maior à esquerda	baixíssima concentração de energia espectral por tempo	entre ruído 1/f e não-estacionário	assimétrica ($\simeq 1$)
B3	afunilada	aprox. simétrica quanto a calda	baixíssima concentração de energia espectral por tempo	ruído Browniano	assimétrica ($\simeq 1$)

Tabela 5: Interpretação dos resultados da Parte B.

Nas figuras a seguir, apresentamos todos os espaços de parâmetros 2D possíveis dos resultados de um método em relação a outro, para todas as combinações possíveis.

A partir destas figuras, podemos notar as diferenças das características entre as séries B2 (CML - Logístico) e B3 (Densidade Cósmica) ressaltadas na Tabela 5. Os resultados obtidos com PSD e GPA foram bastante próximos. B2 tem uma distribuição levemente afunilada, com calda maior à esquerda e um α (DFA) entre ruído 1/f (ruído rosa) e não-estacionário. Já B3 possui uma distribuição afunilada, aproximadamente simétrica quanto a calda, e com ruído Browniano.

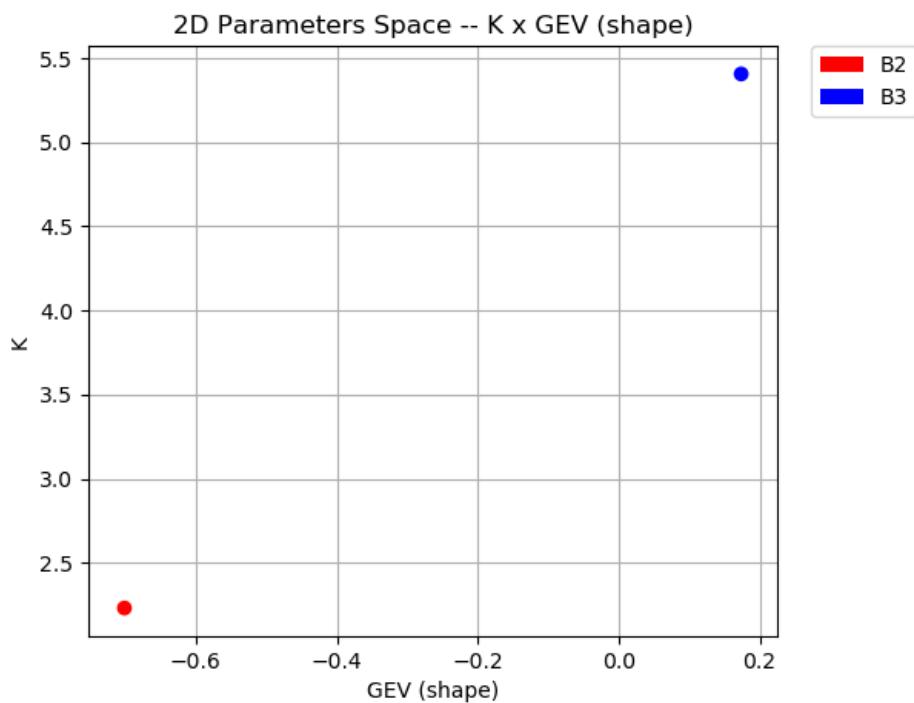


Figura 53: Parte B - Espaço de Parâmetros - K x GEV (*shape*).

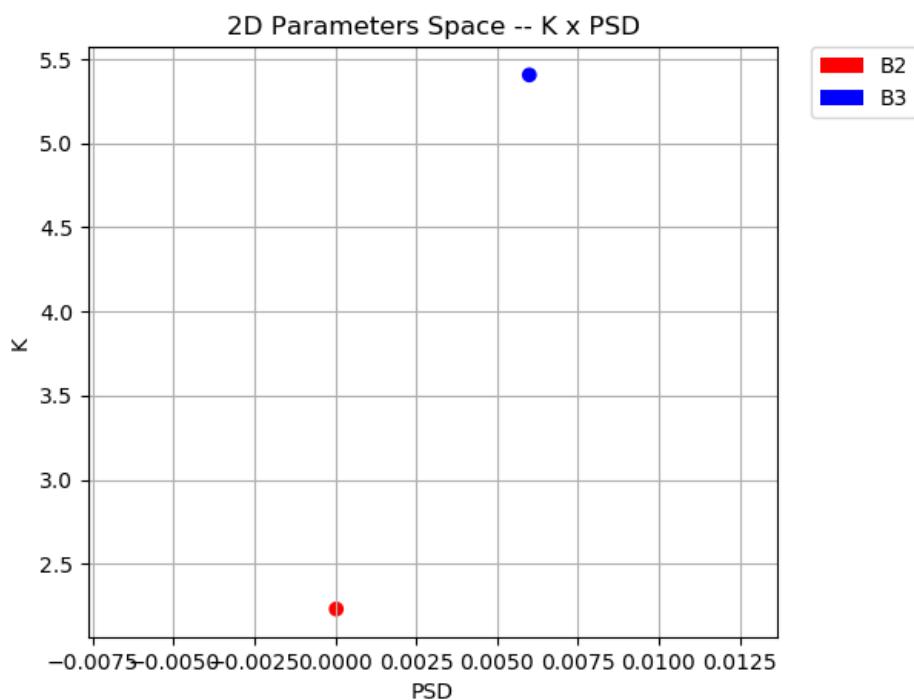


Figura 54: Parte B - Espaço de Parâmetros - K x PSD.

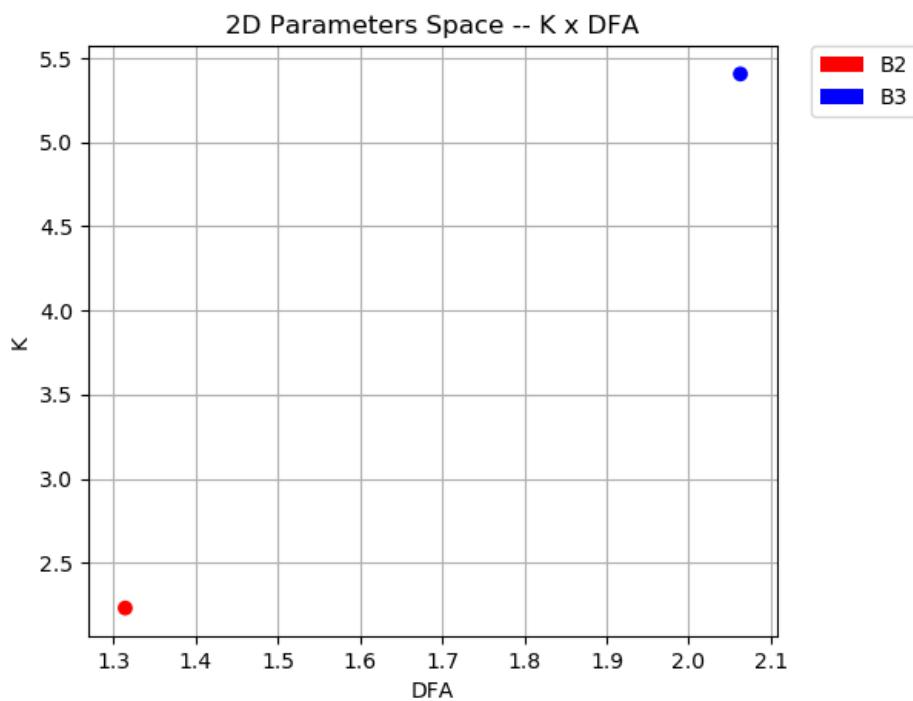


Figura 55: Parte B - Espaço de Parâmetros - K x DFA.

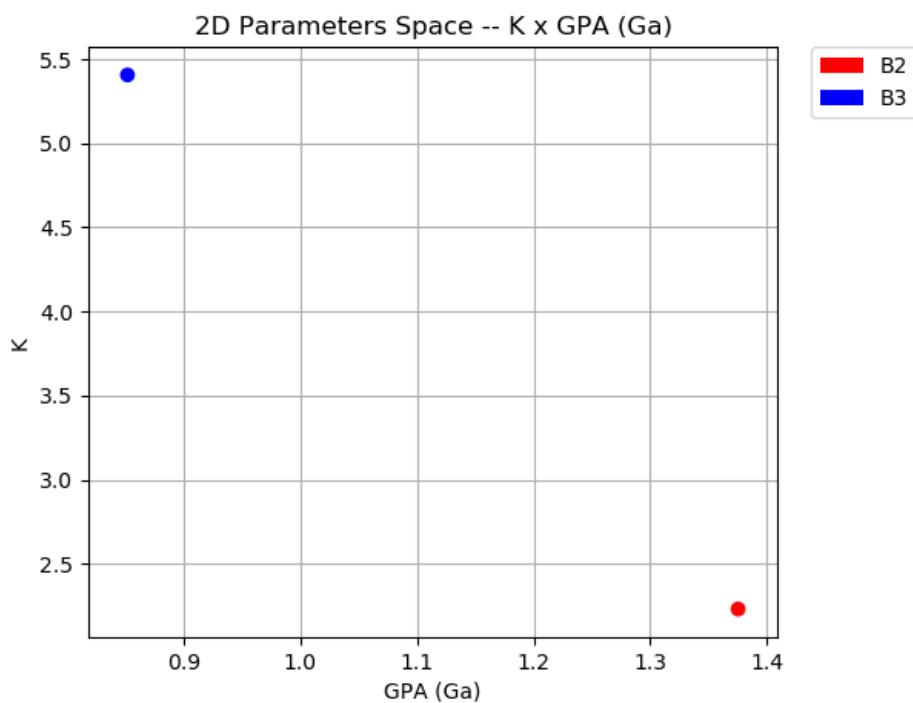


Figura 56: Parte B - Espaço de Parâmetros - K x GPA.

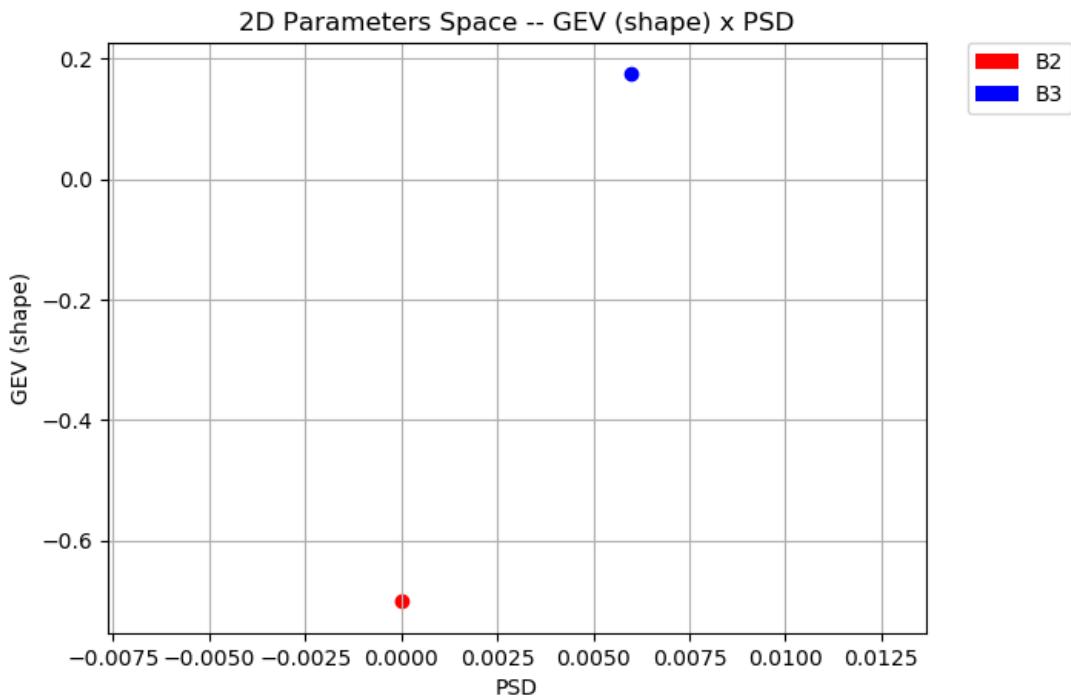


Figura 57: Parte B - Espaço de Parâmetros - GEV (*shape*) x PSD.

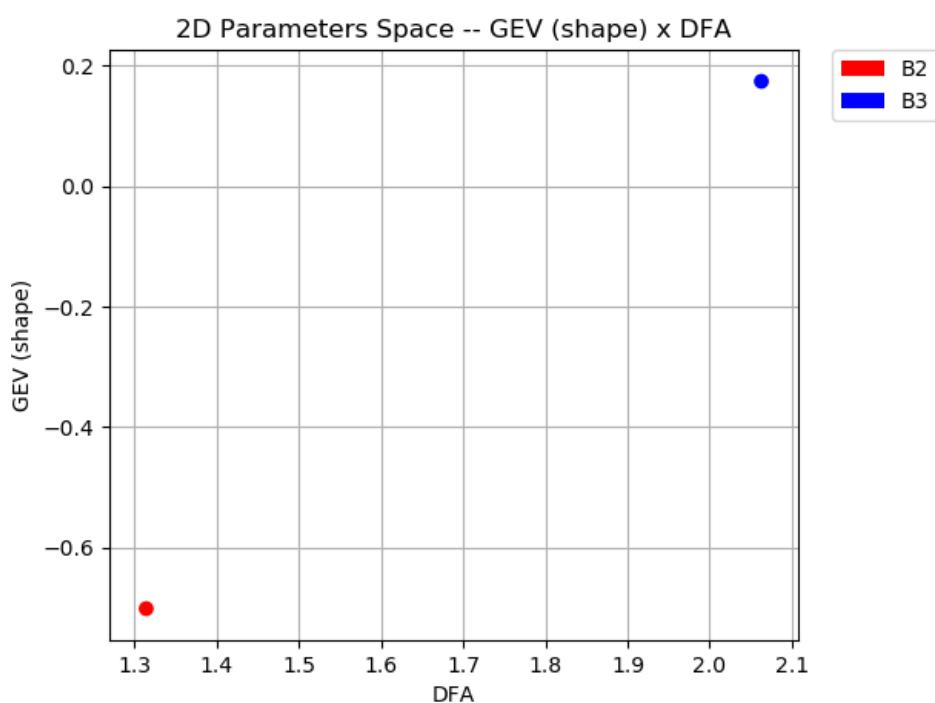


Figura 58: Parte B - Espaço de Parâmetros - GEV (*shape*) x DFA.

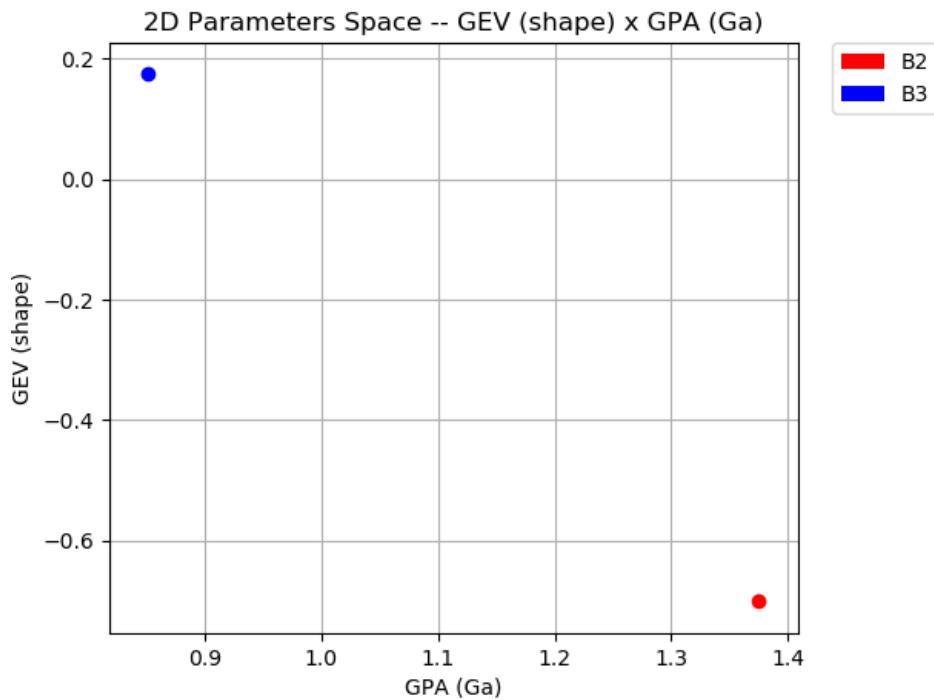


Figura 59: Parte B - Espaço de Parâmetros - GEV (*shape*) x GPA.

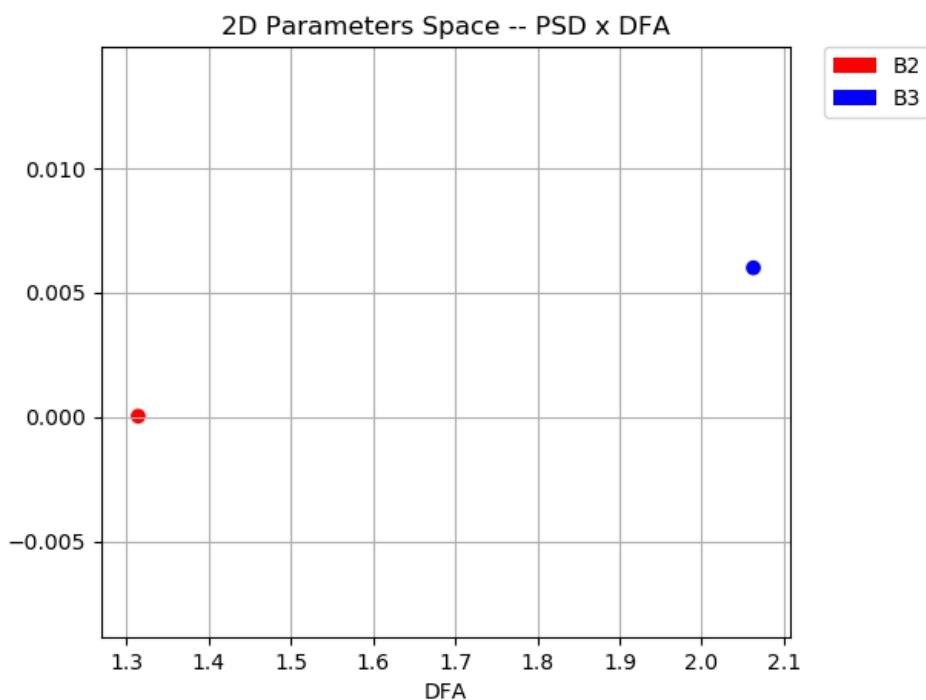


Figura 60: Parte B - Espaço de Parâmetros - PSD x DFA.

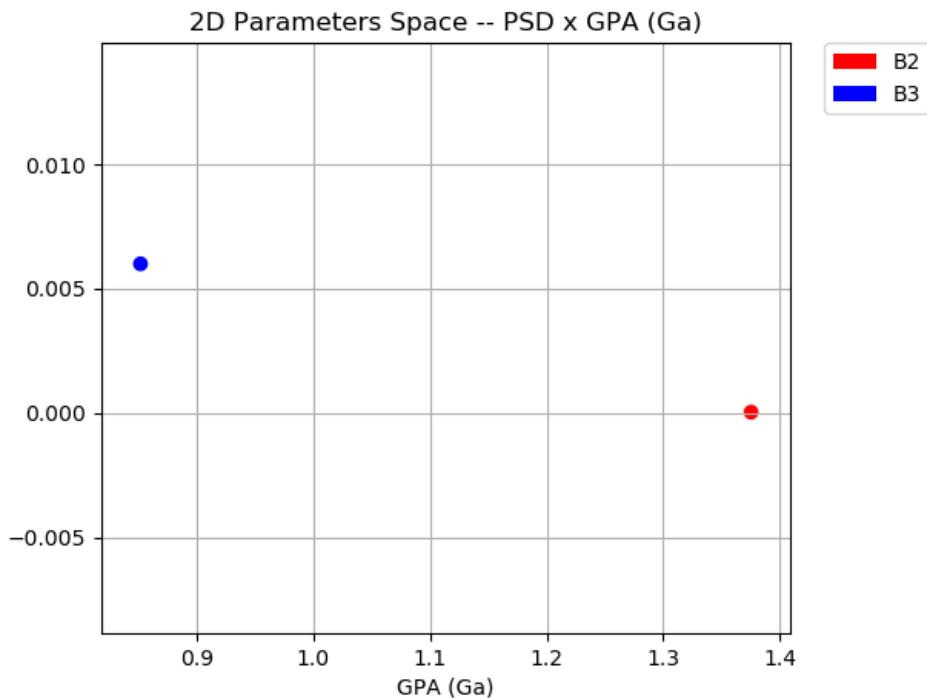


Figura 61: Parte B - Espaço de Parâmetros - PSD x GPA.

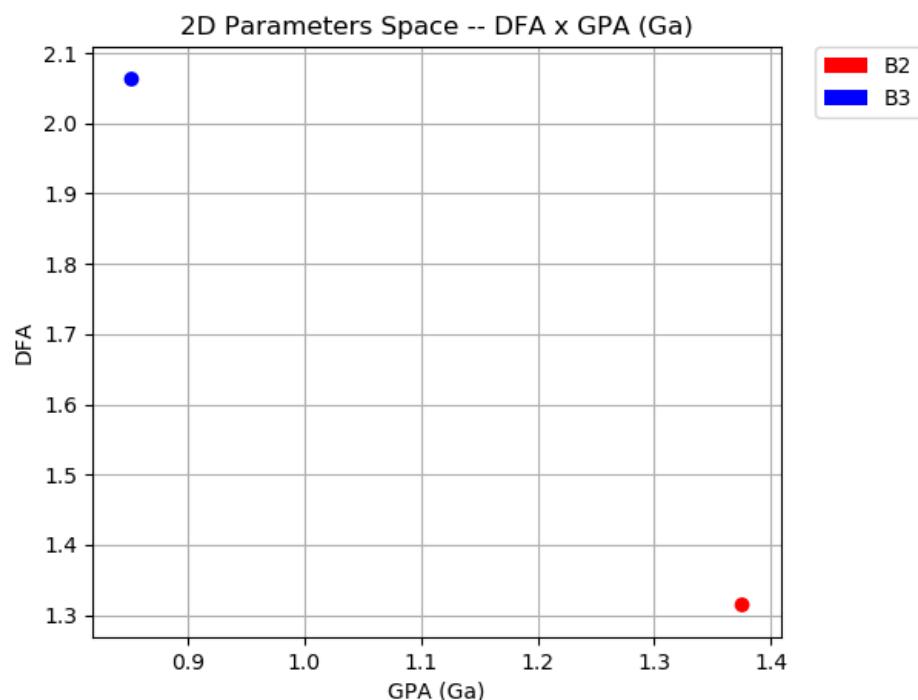


Figura 62: Parte B - Espaço de Parâmetros - DFA x GPA.

A Séries - Dados

A0. Turbulenta

As figuras abaixo representam a série turbulenta do arquivo Turb6mil.dat plotada para todos os pontos (Figura 63) e a série plotada dos pontos 2000 a 2500 (Figura 64), respectivamente:

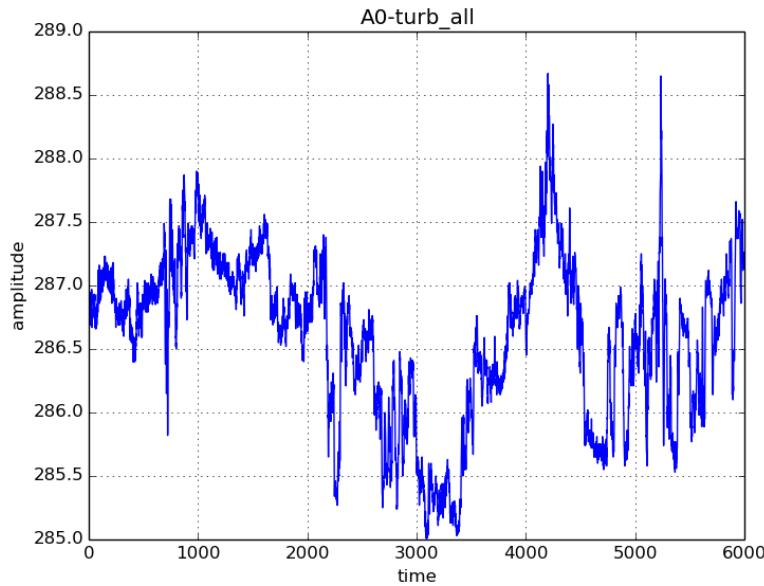


Figura 63: Série Turbulenta A0 com todos os pontos de 0 a 6000.

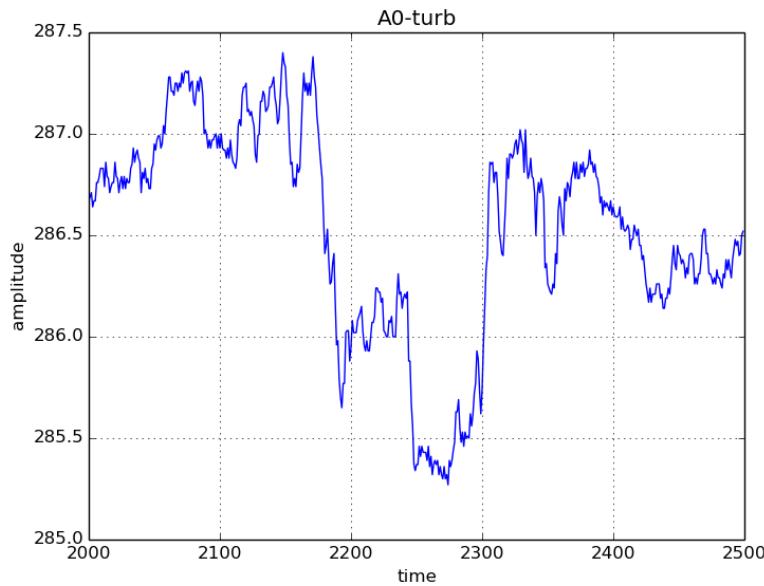


Figura 64: Série Turbulenta A0 com todos os pontos de 2000 a 2500.

A1. SFU (Sol)

As figuras abaixo representam a série referente às erupções solares (*solar flares*) do arquivo sol3ghz.dat plotada para todos os pontos (Figura 65) e a série plotada dos pontos 2000 a 2500 (Figura 66), respectivamente:

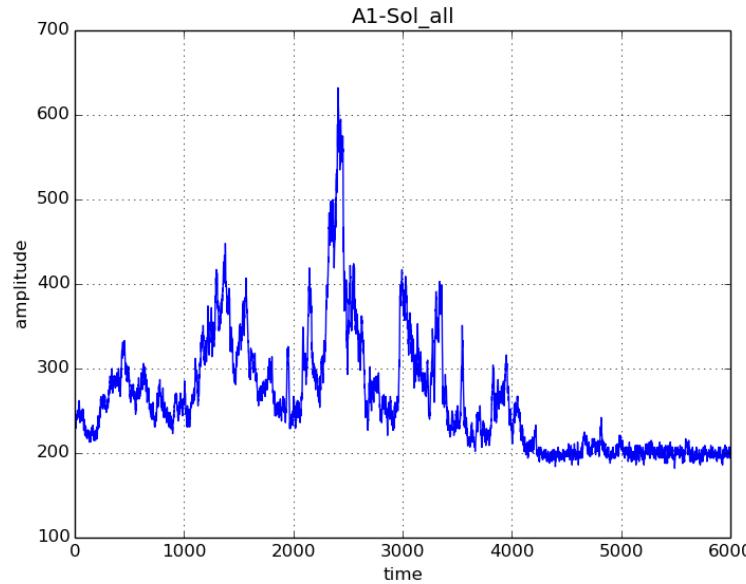


Figura 65: Série SFU (Sol) A1 com todos os pontos de 0 a 6000.

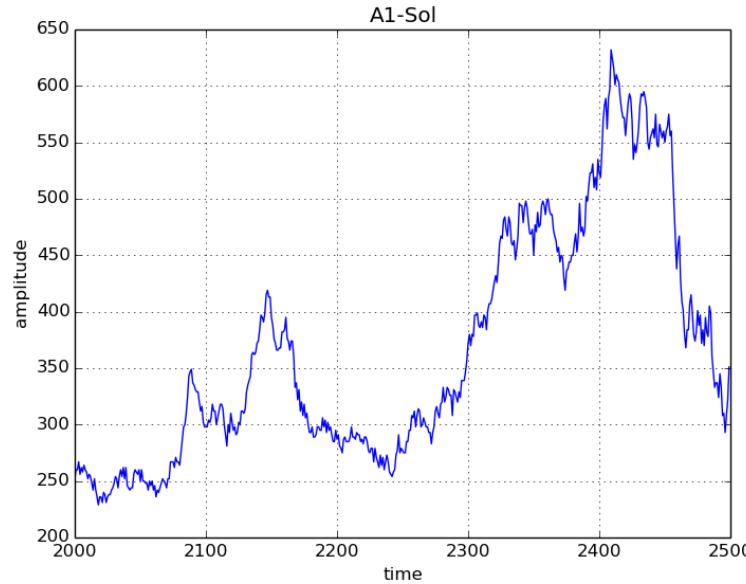


Figura 66: Série SFU (Sol) A1 com pontos de 2000 a 2500.

A2. E (Ionosfera)

Série referente à flutuação de campo elétrico da Ionosfera (altura 310 – arquivo: efwdw_h310.txt). A Figura 67 apresenta o gráfico desta série temporal.

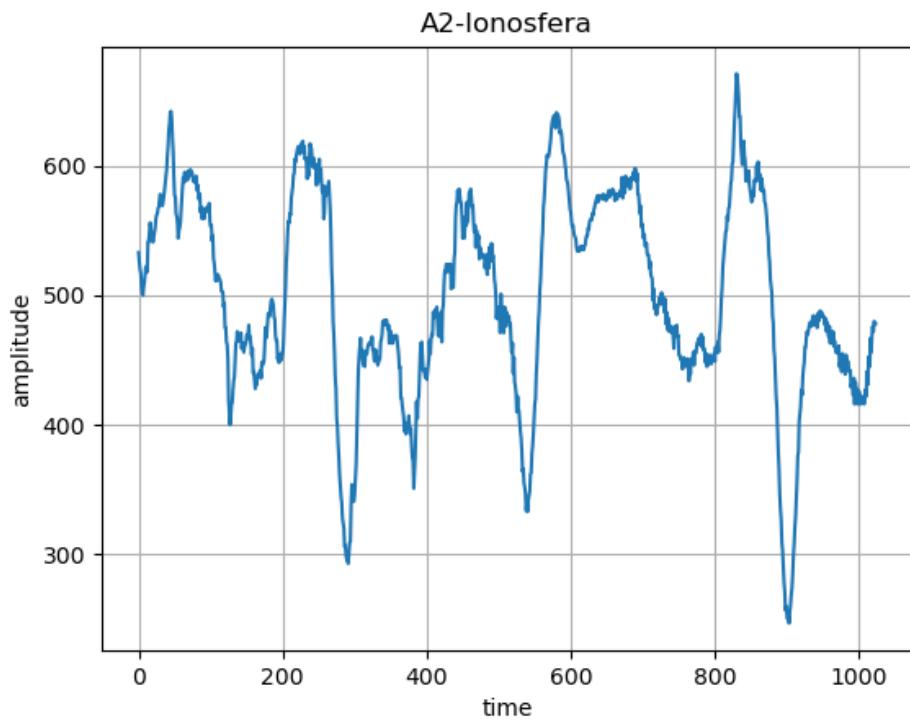


Figura 67: Série A2 - Ionosfera (Sol) - 1024 pontos.

A3. θ (N-corpos)

Com os arquivos obtidos a partir do Colatus, geramos as séries com 8025 pontos referentes às velocidades angulares para cada partícula (Figura 68). Com isso, geramos uma série das médias das velocidades angulares das partículas com 8025 pontos (Figura 70). Também geramos séries espaçadas em 1024 instantes de tempo para cada partícula (Figura 69), e, finalmente, a série A3 final com as médias das velocidades angulares das partículas com 1024 pontos (Figura 71).

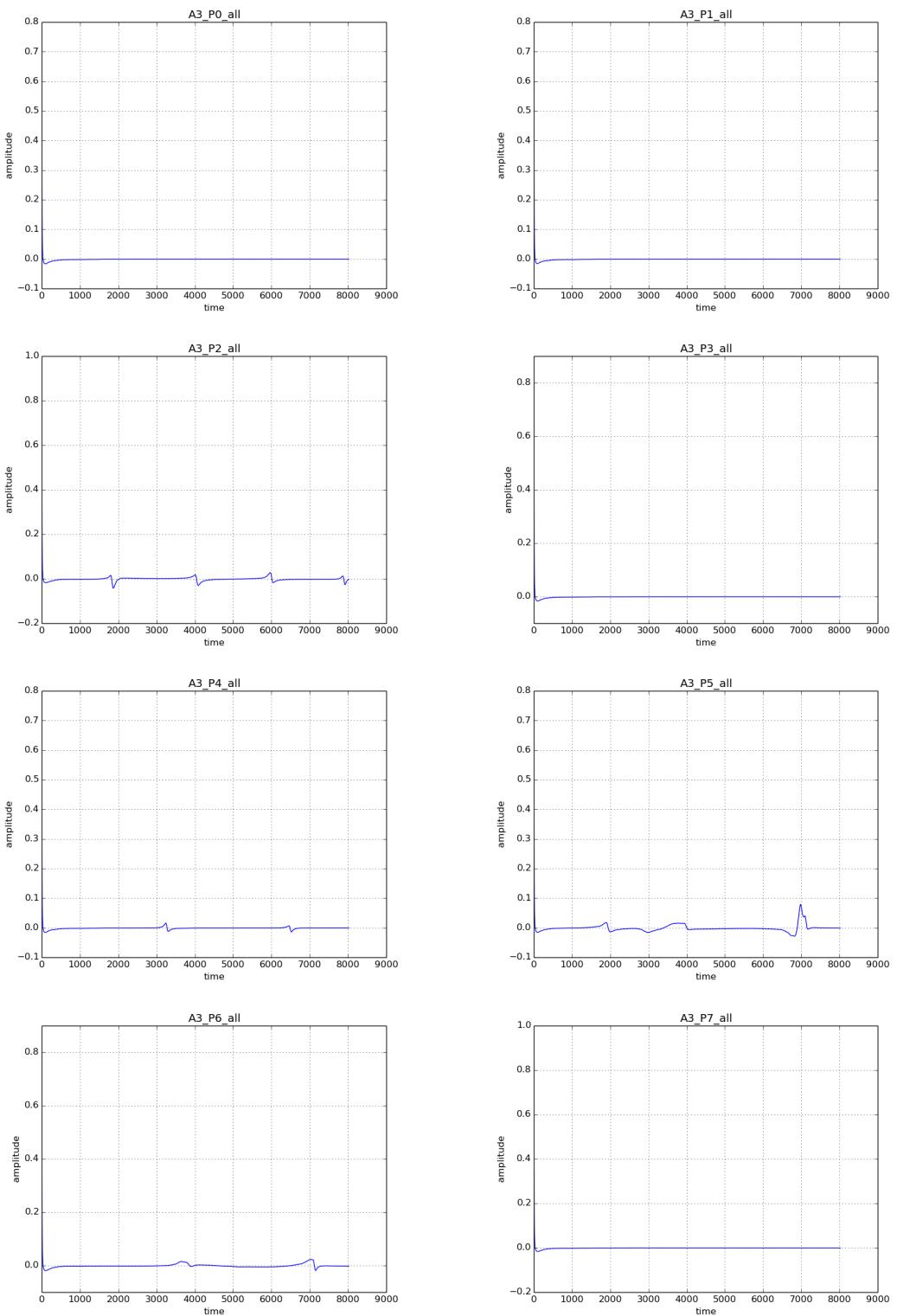


Figura 68: Séries individuais para cada uma das 8 partículas (P0 a P7) com todos os pontos.

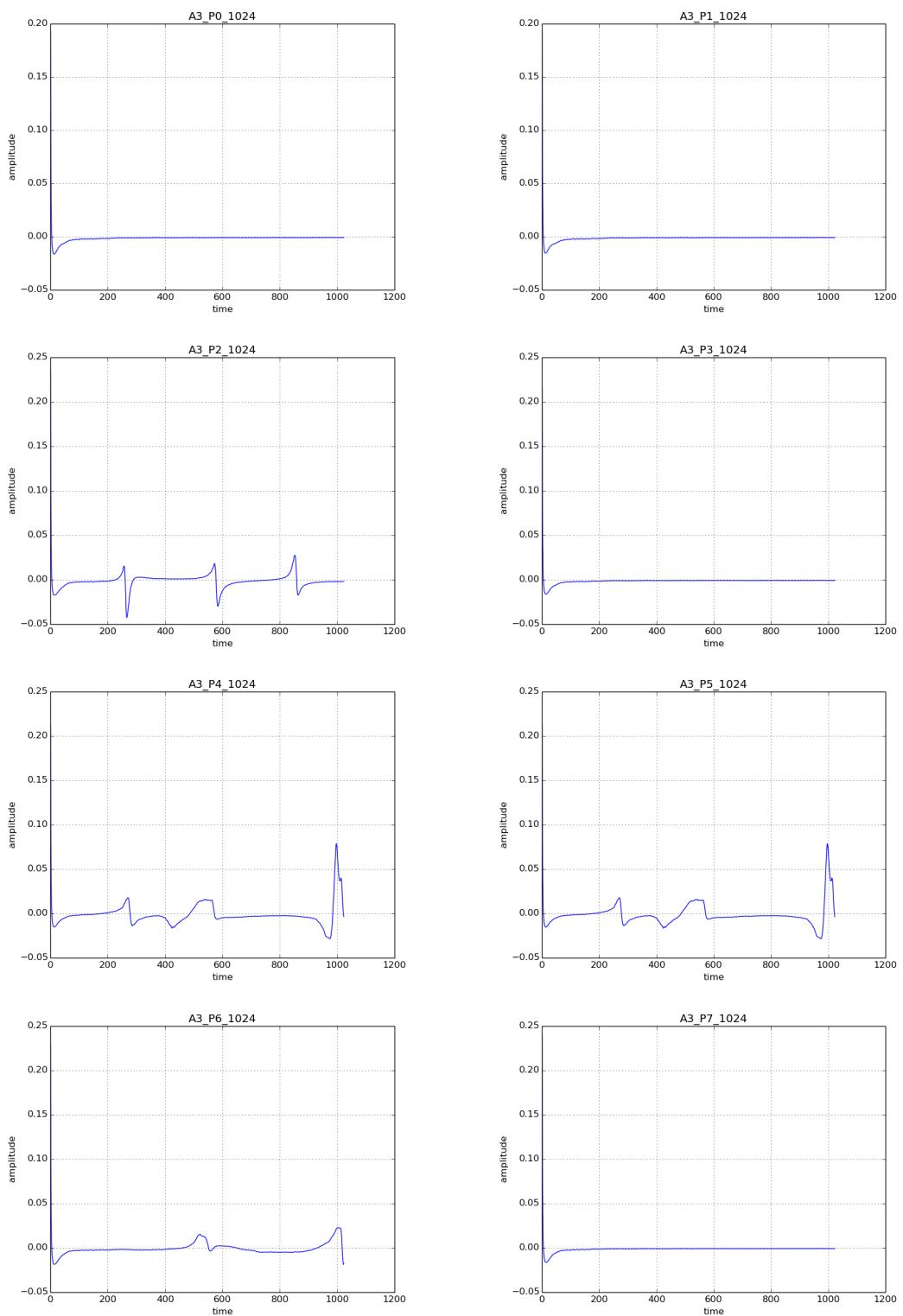


Figura 69: Séries individuais para cada uma das 8 partículas (P0 a P7) com 1024 pontos.

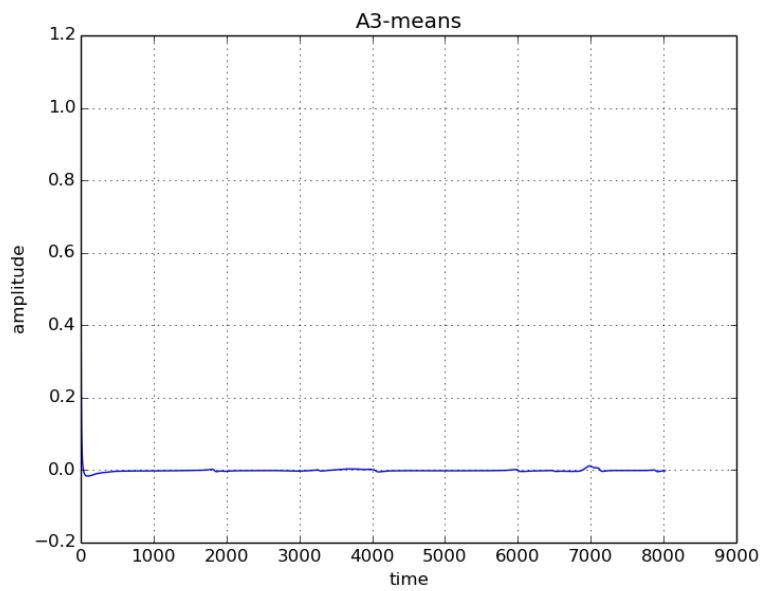


Figura 70: Série com as médias das velocidades angulares de todas as partículas com 8025 pontos.

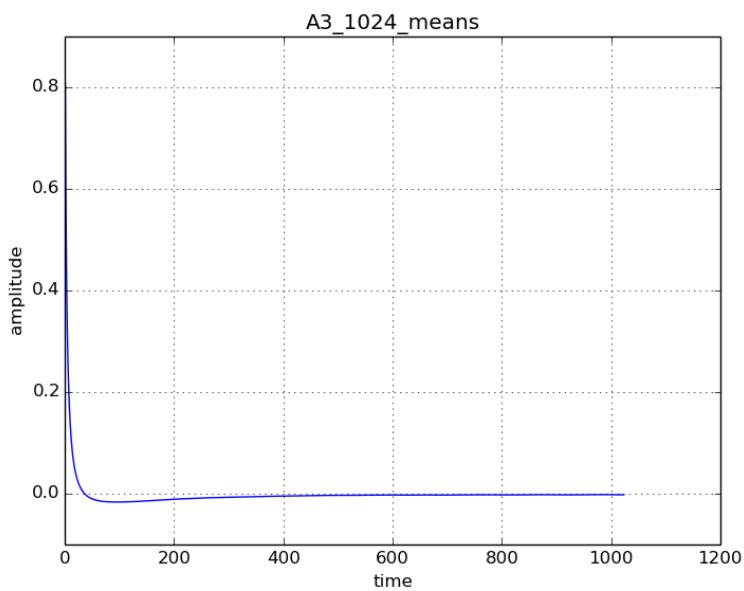


Figura 71: Série com as médias das velocidades angulares de todas as partículas com 1024 pontos.

A4. Veloc. Média (Oscilador Acoplado)

A análise da série A4 (Velocidade Média - Oscilador Acoplado) não foi realizada pois não obtivemos o arquivo com os dados desta série.

A5. Amplitude Chua-Caótico

Segundo Erivelton, o arquivo *dados16384.mat* apresenta as seguintes variáveis:

- $tspan$: vetor tempo;
- y : matriz de 3 colunas (variáveis do Chua) pelo número de dados obtido a partir de RK4;
- y_m, y_p : descrição idêntica a y , só que obtida a partir da média dos dois modos de arredondamento empregados.
- y_0 : condição inicial.

Para obter a série a ser utilizada nos experimentos, consideramos os últimos 12.000 pontos referentes à primeira coluna de y (primeira variável do Chua), conforme apresentado na Figura 72 abaixo.

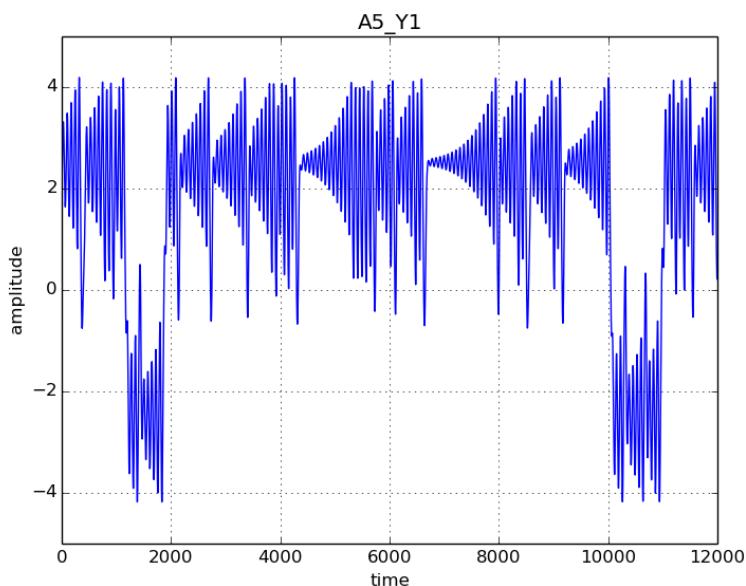


Figura 72: Série Amplitude Chua-Caótico para a primeira coluna de Y com pontos de 0 a 12000.

A6. Amplitude Logístico ($k=4$)

As figuras abaixo representam a série de Amplitude Logístico gerada com $k = 4$ e ponto inicial pequeno ($A_0 = 0,0001$), e demais pontos definidos como $A_{t+1} = kA_t(1 - A_t)$. Pela alta intensidade na variação de amplitude, não é observado uma representatividade significativa nesta série se plotarmos todos os pontos em um mesmo gráfico. Assim, as Figuras a seguir representam a série plotada para os pontos de 6000 a 6500 [73](#) e para os pontos de 6200 a 6400 [74](#), respectivamente.

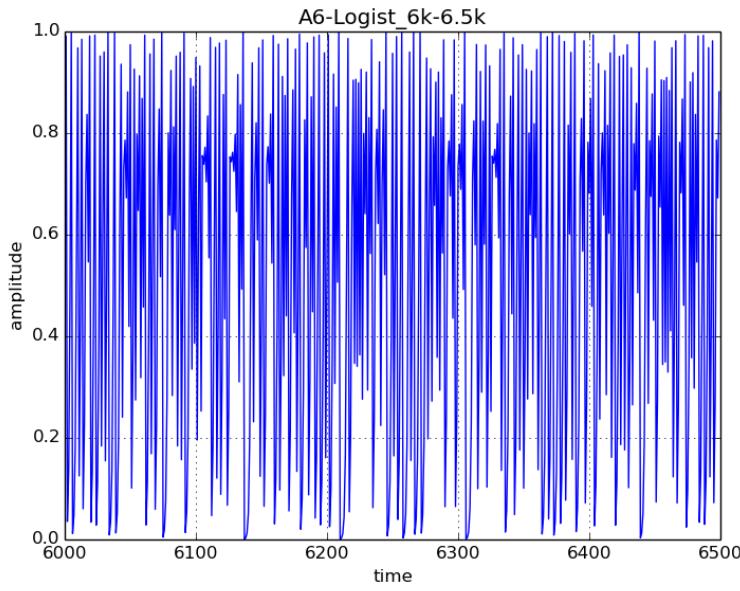


Figura 73: Série Amplitude Logístico ($k = 4$) A6 com pontos de 6000 a 6500.

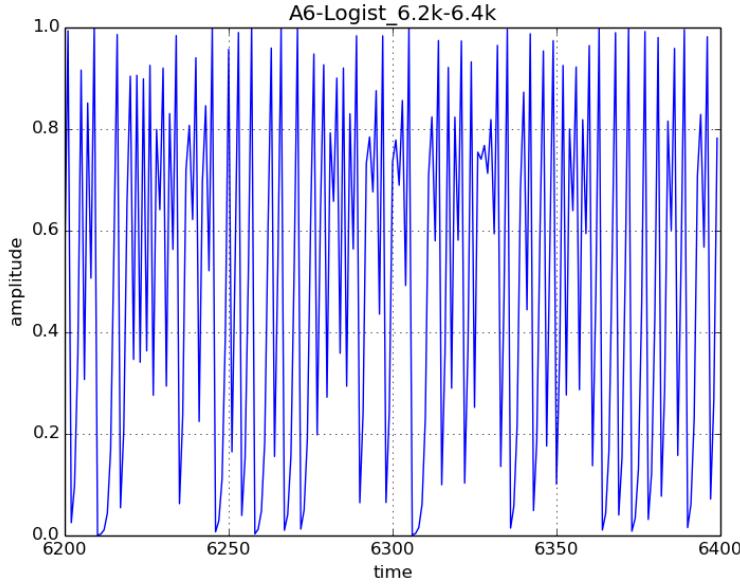


Figura 74: Série Amplitude Logístico ($k = 4$) A6 com pontos de 6200 a 6400.

A7. Amplitude Hénon

O mapa de Hénon é um sistema dinâmico com comportamento caótico que tem um ponto (x_n, y_n) no plano e a partir deste mapeia para um novo ponto

$$\begin{cases} x_{n+1} = 1 - ax_n^2 + y_n \\ y_{n+1} = bx_n. \end{cases}$$

A Figura 75 representa o atrator de Hénon para $a = 1.4$ e $b = 0.3$, valores de parâmetros utilizados para gerar esta série. As figuras a seguir representam a série plotada em função de x dos pontos

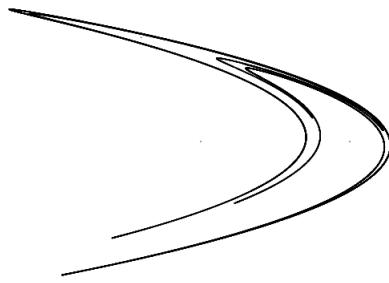


Figura 75: Atrator de Hénon para a série A7 com $a = 1.4$ e $b = 0.3$, obtido ao plotar y em função de x .

6000 a 6500 (Figura 76) e a série plotada em função de y dos pontos 6000 a 6500 (Figura 77), respectivamente:

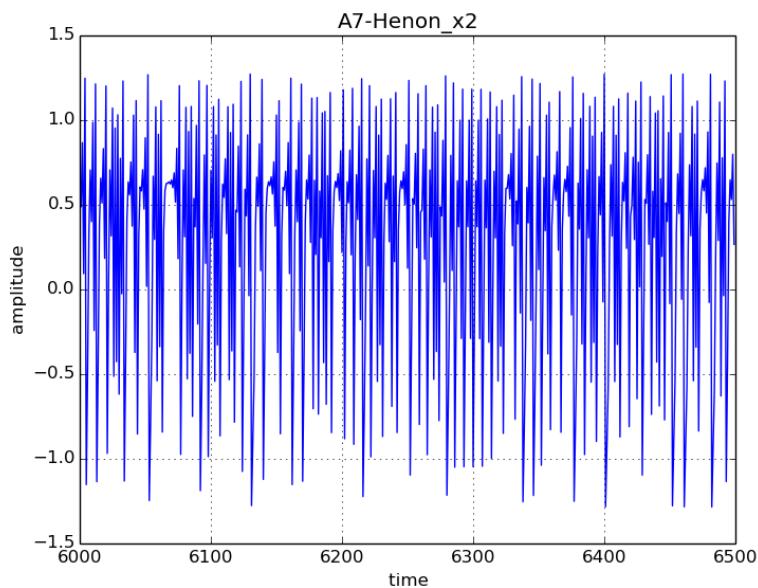


Figura 76: Série Amplitude Hénon A7 com pontos de 6000 a 6500 para x.

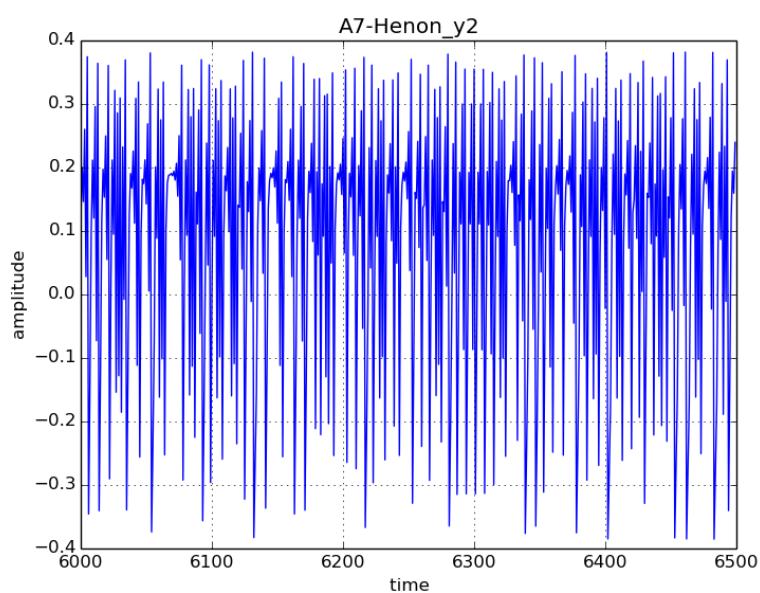


Figura 77: Série Amplitude Hénon A7 com pontos de 6000 a 6500 para y.

A8. Amplitude p-Model

A série de Amplitude p-Model foi gerada pelo algoritmo pmodel.m (matlab script) <http://www2.meteo.uni-bonn.de/staff/venema/themes/surrogates/pmodel/>. As Figura 78 representa a série com todos seus pontos, e as demais figuras (Figuras 79, 80, 81 e 82) representam a série para cada intervalo de 2000 pontos.

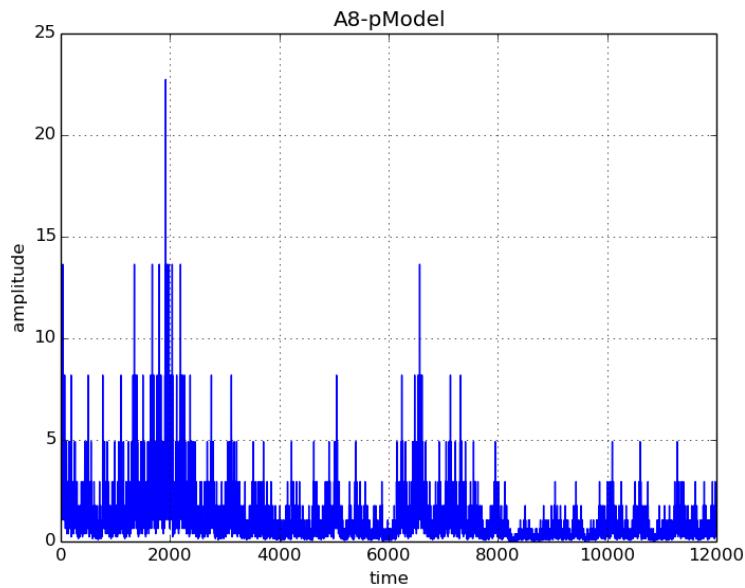


Figura 78: Série Amplitude p-Model A8 com pontos de 0 a 12000.

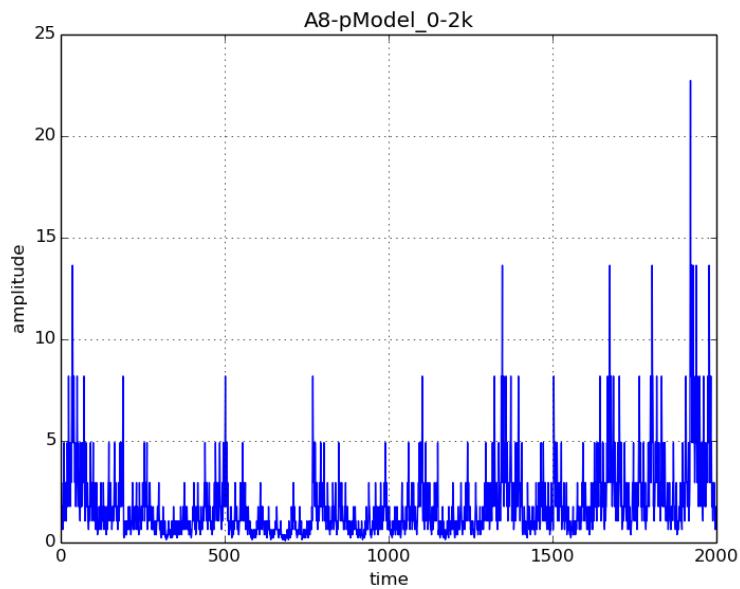


Figura 79: Série Amplitude p-Model A8 com pontos de 0 a 2000.

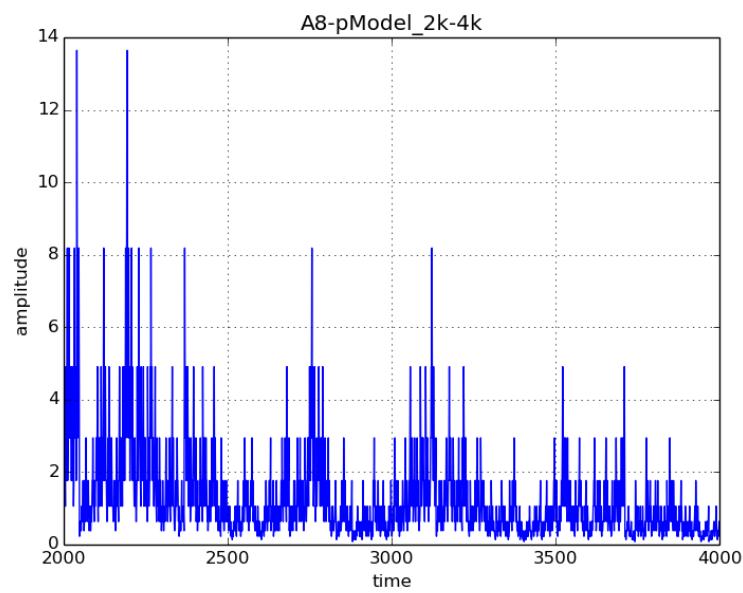


Figura 80: Série Amplitude p-Model A8 com pontos de 2000 a 4000.

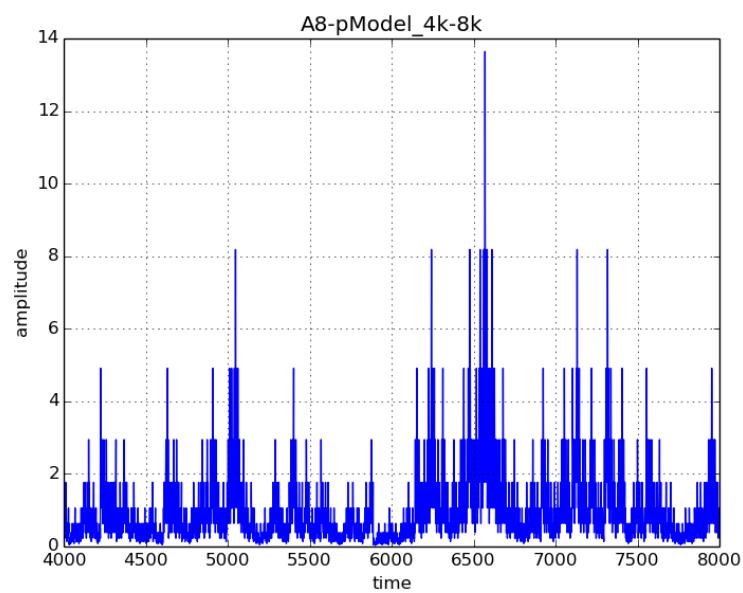


Figura 81: Série Amplitude p-Model A8 com pontos de 4000 a 8000.

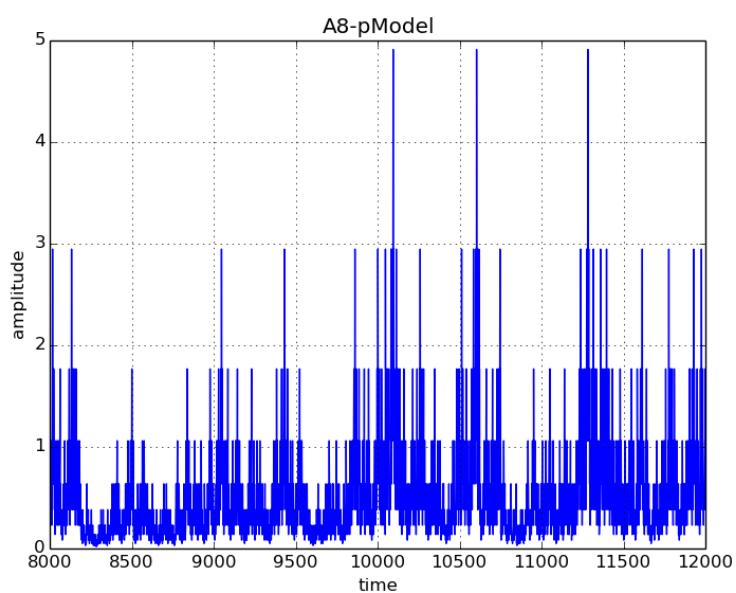


Figura 82: Série Amplitude p-Model A8 com pontos de 8000 a 12000.

B1. MHD-Turb.

De forma análoga à série A4, não analisamos a série B1 (MHD-Turb.) pois não obtivemos o(s) arquivo(s) com os dados referentes a esta série.

B2. CML (Logístico)

Obtivemos arquivos referentes a 300 (de 00 a 129) iterações do CML (logístico). Como está especificado para considerar 50 iterações da série, consideramos as 50 iterações centrais da série (de 124 a 173).

B3. Cosmic Density

A partir dos outsnaps de densidade cósmica em 3 dimensões, foram obtidas duas fatias do cubo representativo dos dados, uma para valores no eixo z entre 32 e 36 e outra entre 82 e 86. Com isso, cada fatia foi condensada em um plano bidimensional que representa a densidade cósmica daquele outsnap para tal intervalo no eixo z. No contexto de séries, cada representação 2D (de cada outsnap) representa os dados de uma iteração. Das 51 iterações, apresentamos resultados do processamento dos 26 outsnaps de número par (de 00 a 50) para cada fatia. Para a média colocada na tabela, consideramos os resultados obtidos da primeira fatia (com z entre 32 e 36).

B Processamento

Parte A

PSD e K

As Figuras 83, 84, 86, 87, 88, 89, 90 e 91 representam os gráficos das séries e o PSD pela frequência. Os valores preenchidos na Tabela 1 para o PSD são referentes ao α entre os gráficos, em cada figura; o mesmo para o K (*Kurtosis*).

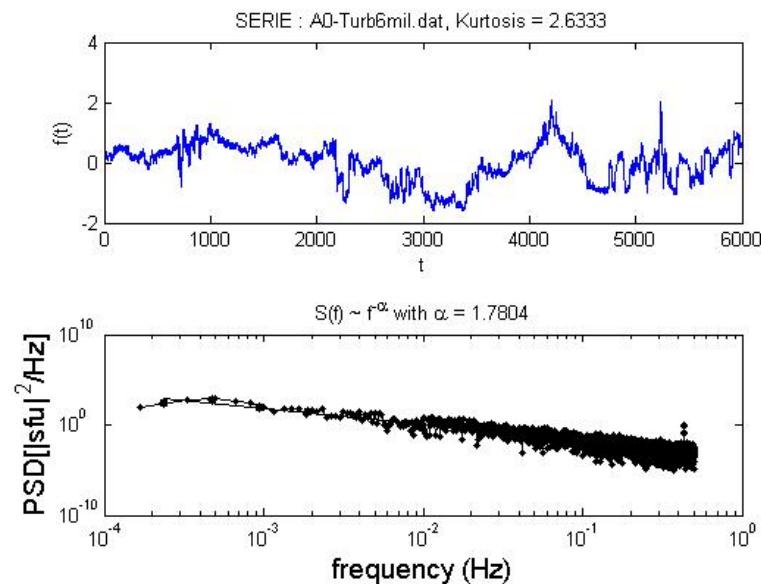


Figura 83: Representação do resultado do processamento do PSD sobre a série A0 - Turbulenta.

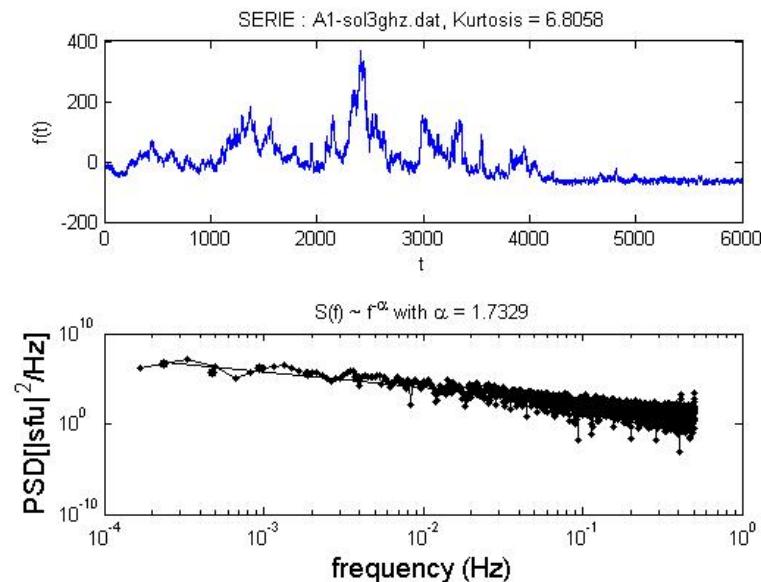


Figura 84: Representação do resultado do processamento do PSD sobre a série A1 - Sol.

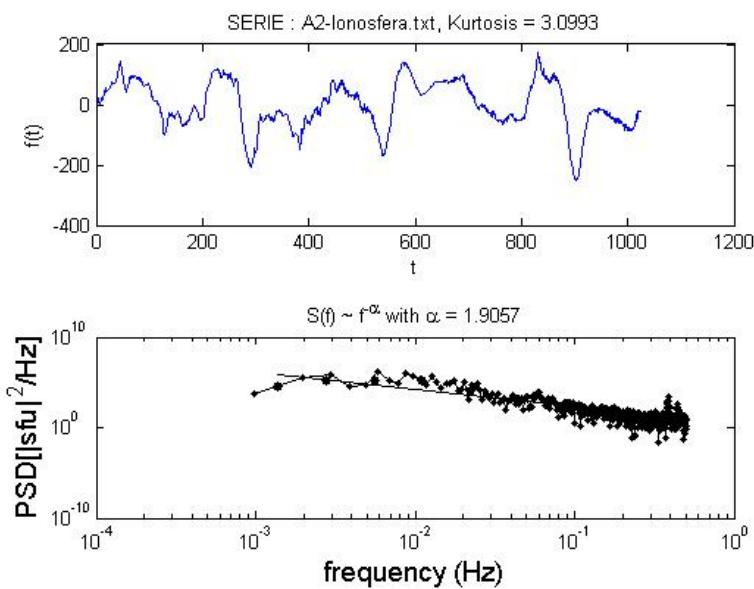


Figura 85: Representação do resultado do processamento do PSD sobre a série A2 - Ionosfera.

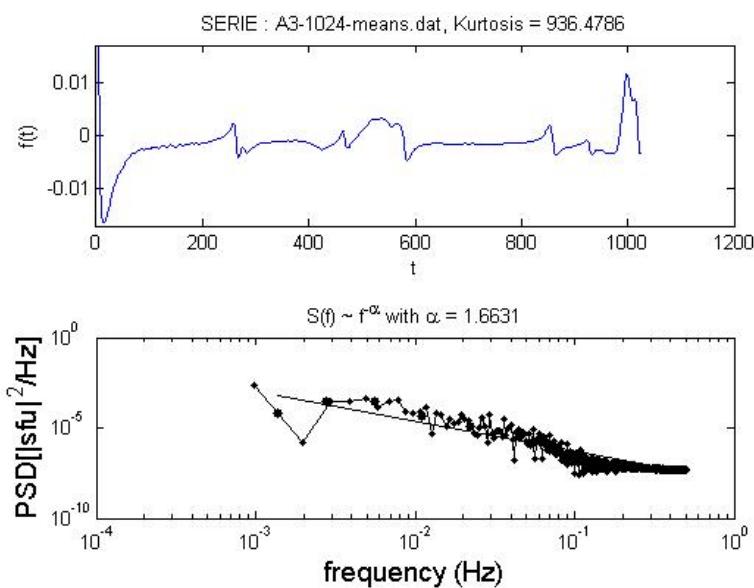


Figura 86: Representação do resultado do processamento do PSD sobre a série A3 - n-corpos.

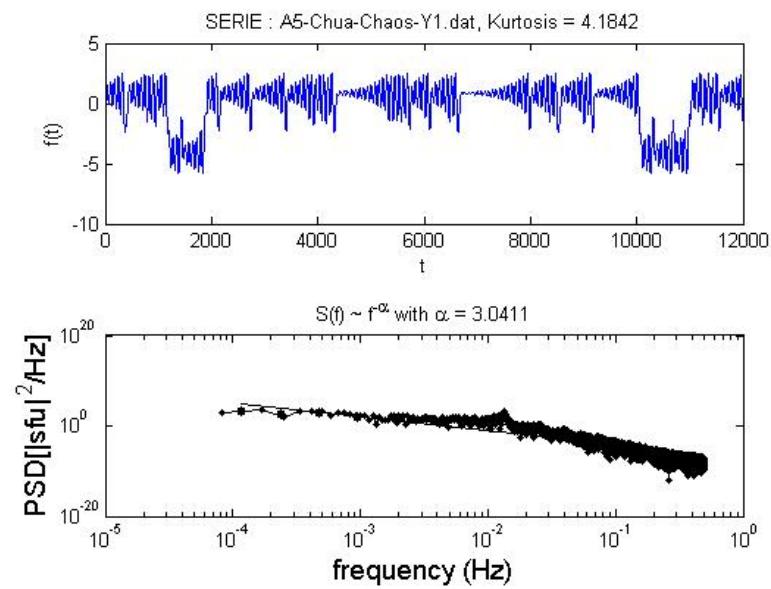


Figura 87: Representação do resultado do processamento do PSD sobre a série A5 - Amplitude Chua-Caótico.

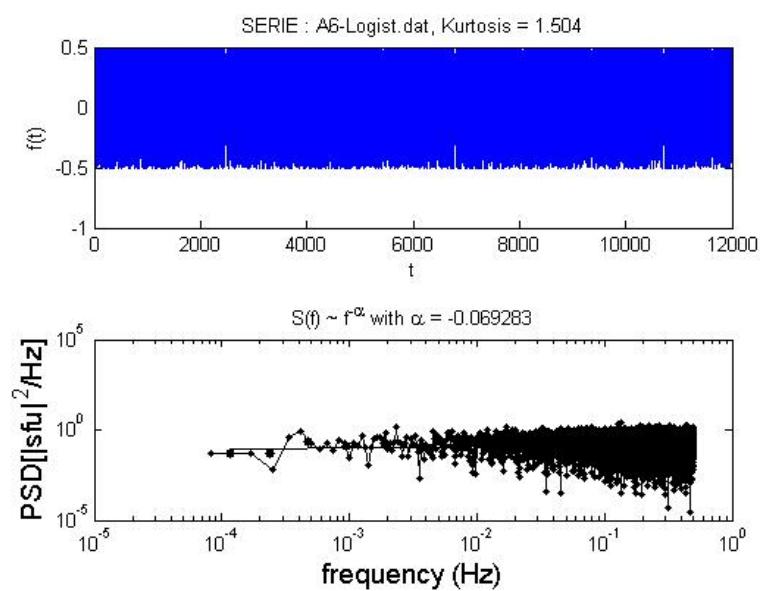


Figura 88: Representação do resultado do processamento do PSD sobre a série A6 - Amplitude Logístico.

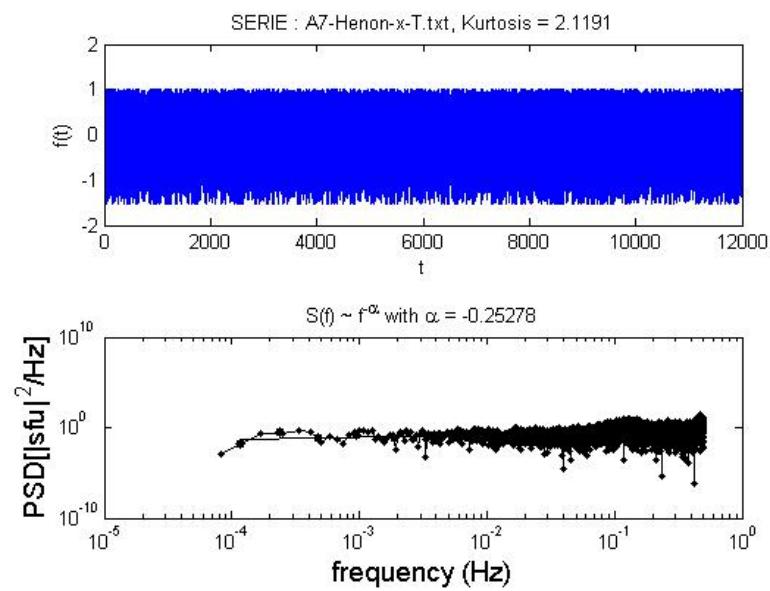


Figura 89: Representação do resultado do processamento do PSD sobre x da série A7 - Héron.

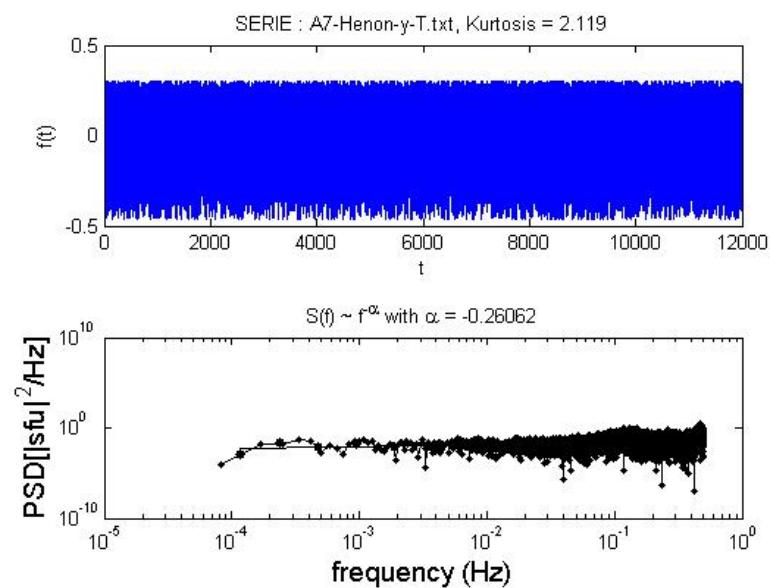


Figura 90: Representação do resultado do processamento do PSD sobre y da série A7 - Héron.

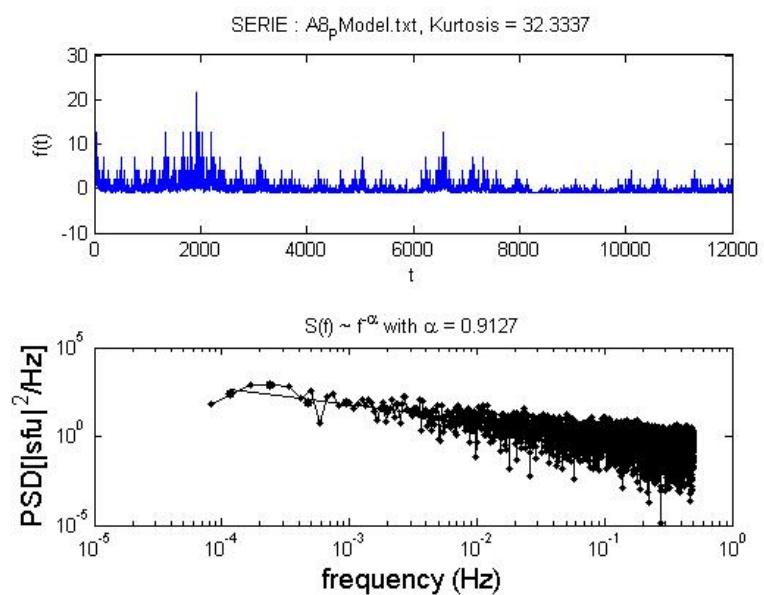


Figura 91: Representação do resultado do processamento do PSD sobre a série A8 - p-Model.

DFA

As Figuras 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99 e 100 representam os gráficos das séries e o PSD pela frequência. Os valores preenchidos na Tabela 1 são referentes ao α de cada figura.

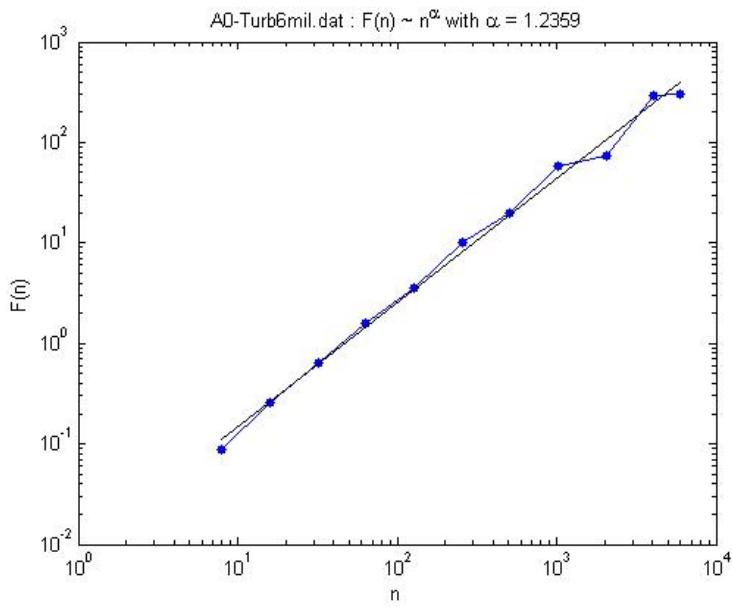


Figura 92: Representação do resultado do processamento do DFA sobre a série A0 - Turbulenta.

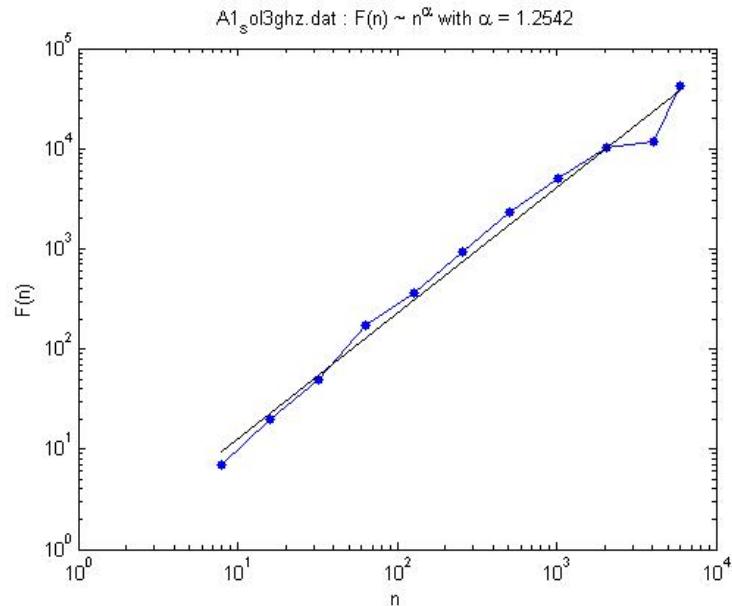


Figura 93: Representação do resultado do processamento do DFA sobre a série A1 - Sol.

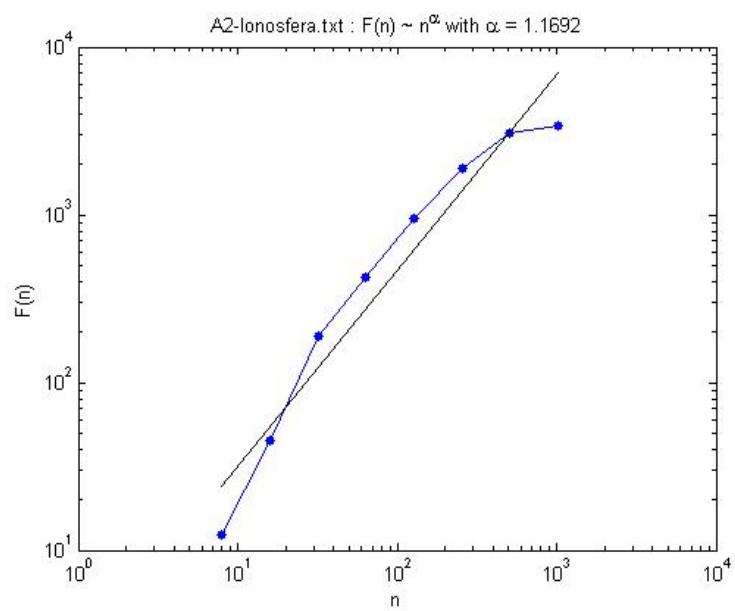


Figura 94: Representação do resultado do processamento do DFA sobre a série A2 - Ionosfera.

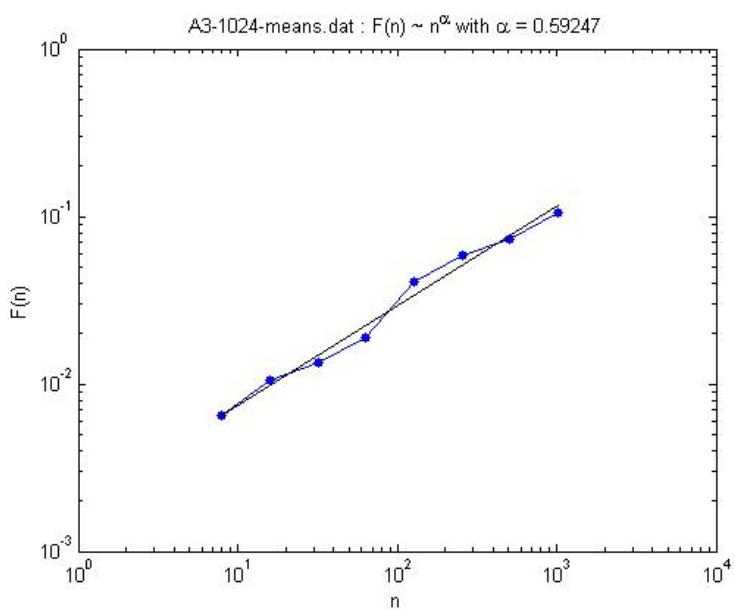


Figura 95: Representação do resultado do processamento do DFA sobre a série A3 - n-corpos.

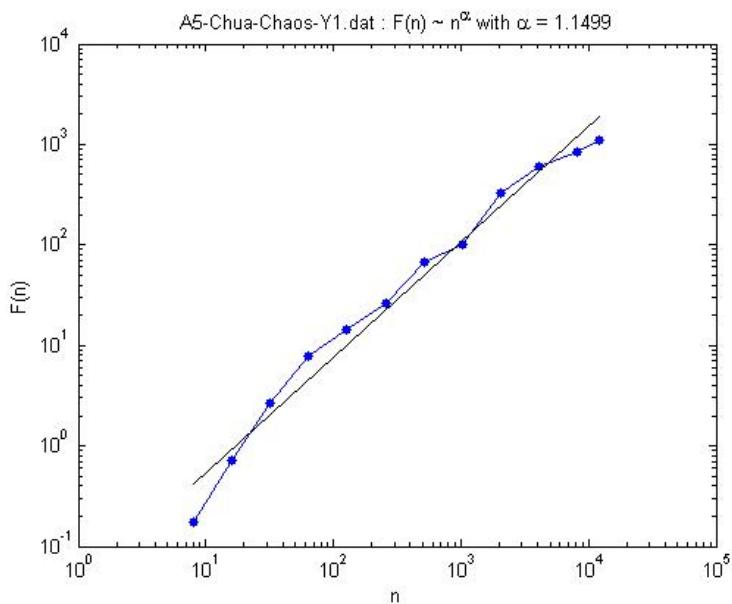


Figura 96: Representação do resultado do processamento do DFA sobre a série A5 - Amplitude Chua-Caótico.

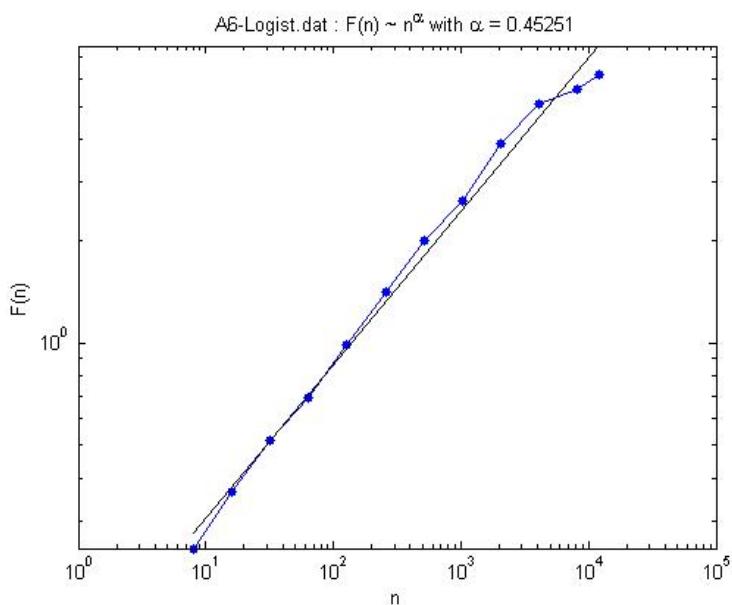


Figura 97: Representação do resultado do processamento do DFA sobre a série A6 - Amplitude Logístico.

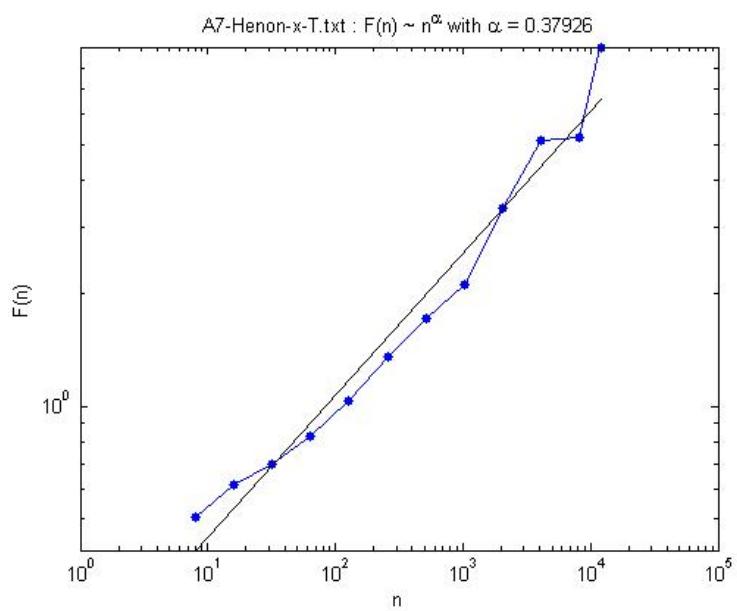


Figura 98: Representação do resultado do processamento do DFA sobre x da série A7 - Héron.

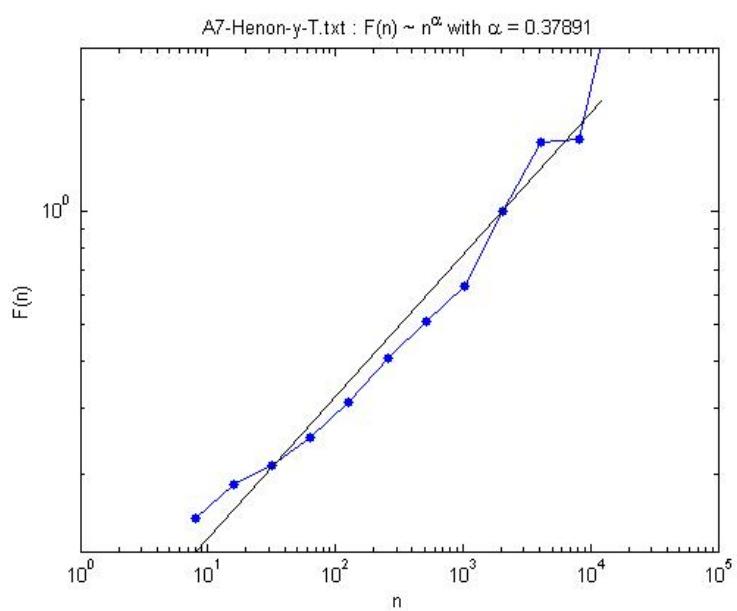


Figura 99: Representação do resultado do processamento do DFA sobre y da série A7 - Héron.

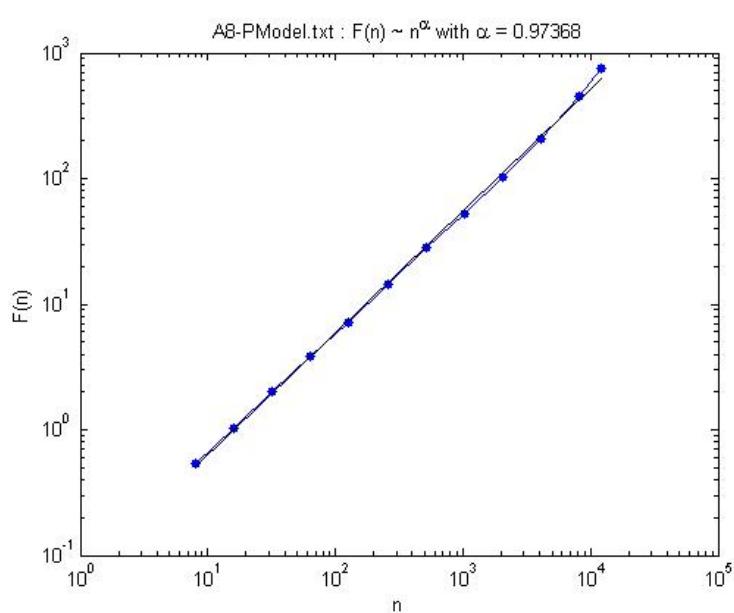


Figura 100: Representação do resultado do processamento do DFA sobre a série A8 - p-Model.

GEV

Mesmo após adaptação para executar no Linux, o Código em C não funcionou. Após tentativas diversas, também não conseguimos êxito com a implementação em Fortran. A alternativa buscada foi com a linguagem R com uso da biblioteca *fExtremes*. As figuras a seguir apresentam os resultados obtidos das execuções para cada série da Parte A.

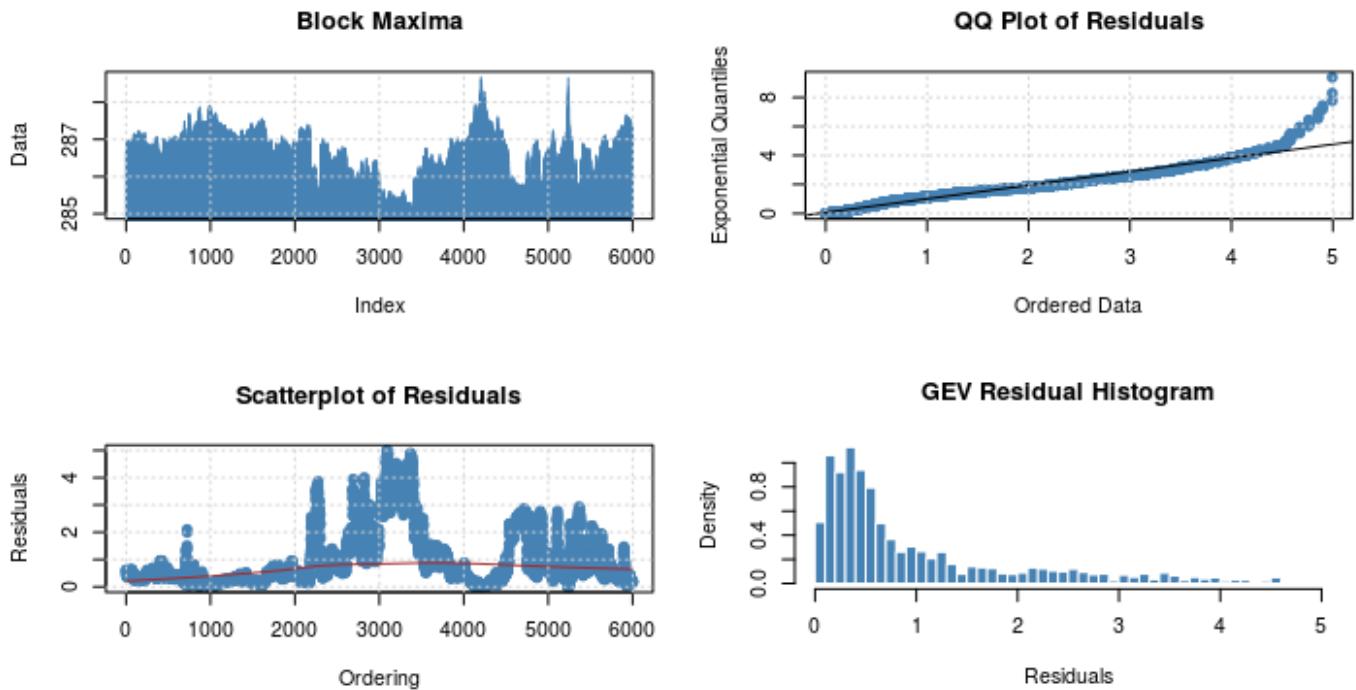


Figura 101: Representação do resultado do processamento do GEV sobre a série A0 - Turbulenta, com os parâmetros estimados: $x_i = -0.2869796 \pm 0.002418721$; $\mu = 286.3705824 \pm 0.008919466$; $\beta = 0.6657650 \pm 0.005590133$ e o valor de *Log-Likelihood* = 5906.911.

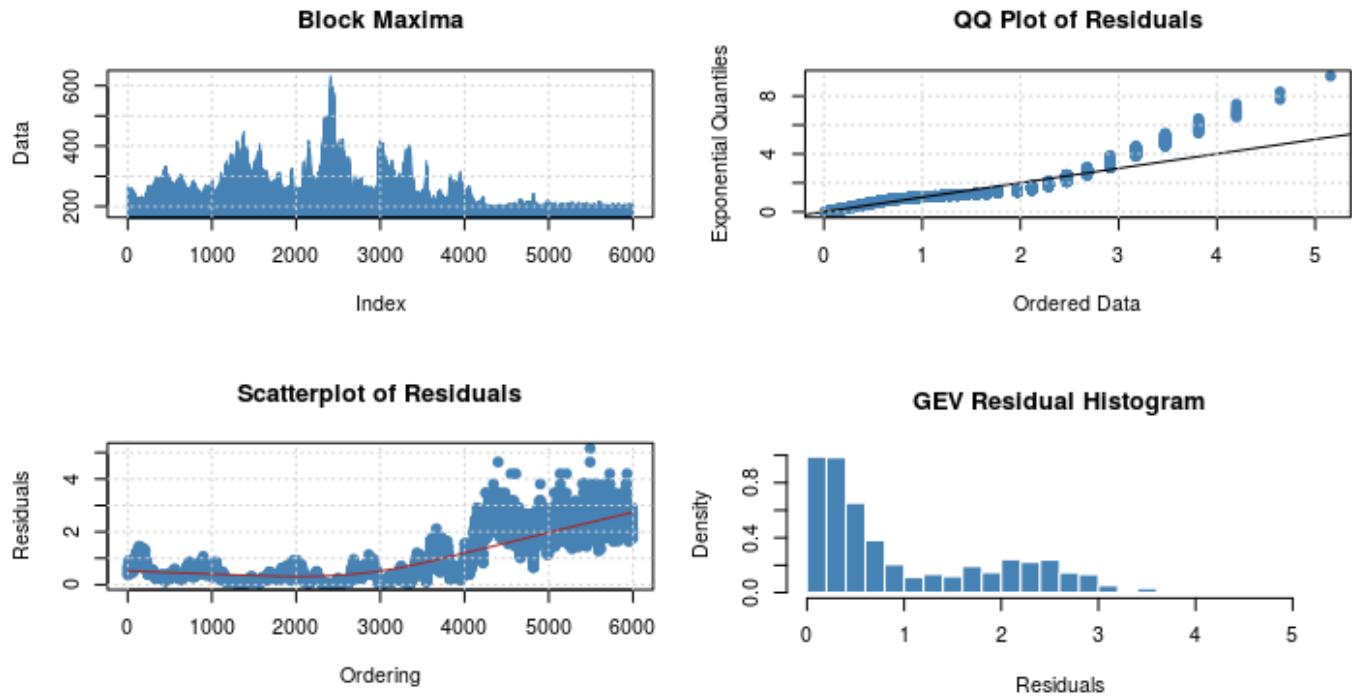


Figura 102: Representação do resultado do processamento do GEV sobre a série A1 - Sol, com os parâmetros estimados: $x_i = 0.4052967 \pm 0.02064395$; $\mu = 225.5087818 \pm 0.63022365$; $\beta = 36.3154564 \pm 0.56639605$ e o valor de *Log-Likelihood* = 32355.47.

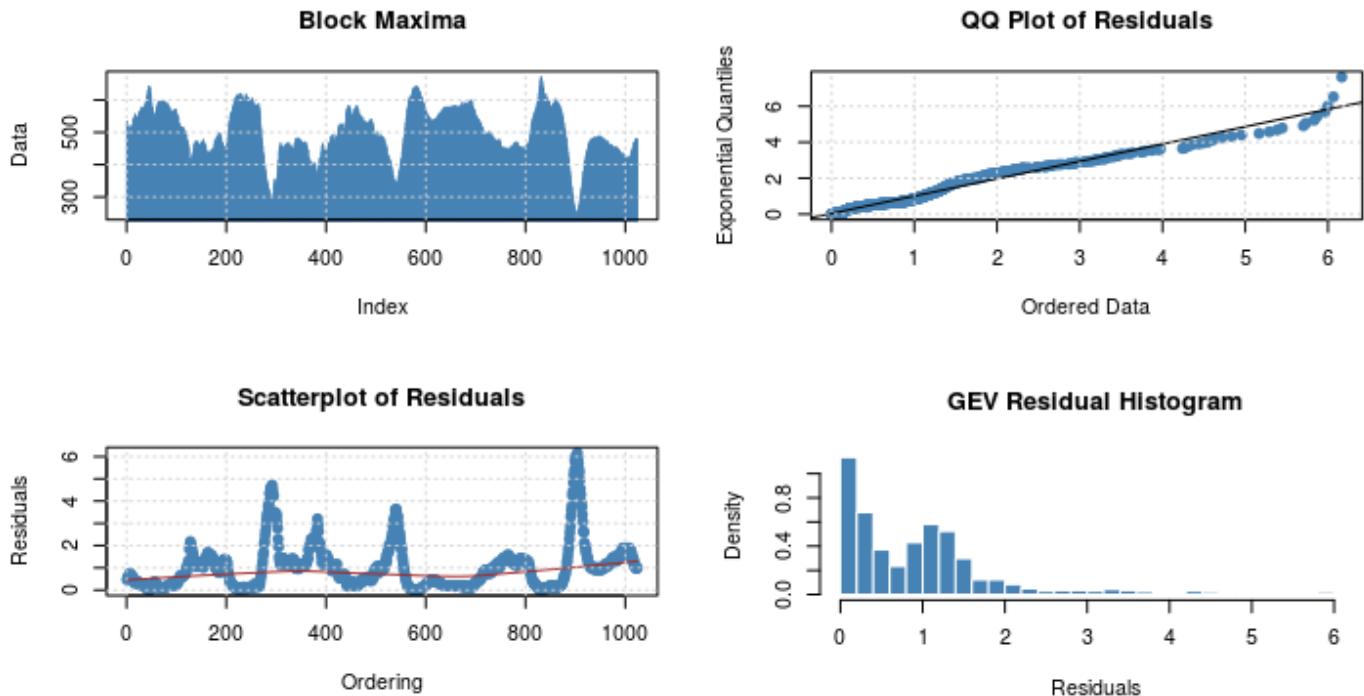


Figura 103: Representação do resultado do processamento do GEV sobre a série A2 - Ionosfera, com os parâmetros estimados: $x_i = -0.4255504 \pm 0.01309241$; $\mu = 477.6508971 \pm 2.79116677$; $\beta = 83.9896461 \pm 2.01455739$ e o valor de *Log-Likelihood* = 5896.862.

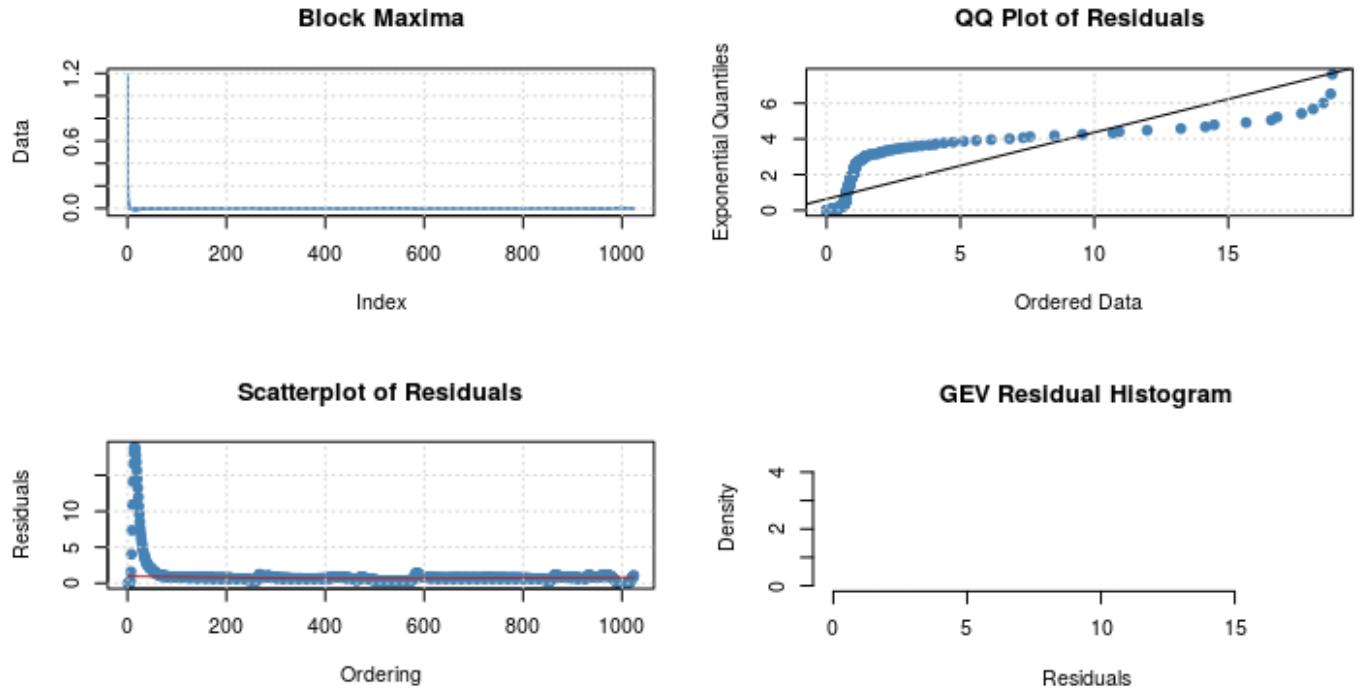


Figura 104: Representação do resultado do processamento do GEV sobre a série A3 - n-corpos, com os parâmetros estimados: $x_i = 0.042077778 \pm 0.0051269084$; $\mu = -0.003145029 \pm 0.0001560775$; $\beta = 0.004794445 \pm 0.0000531593$ e o valor de *Log-Likelihood* = -3980.908.

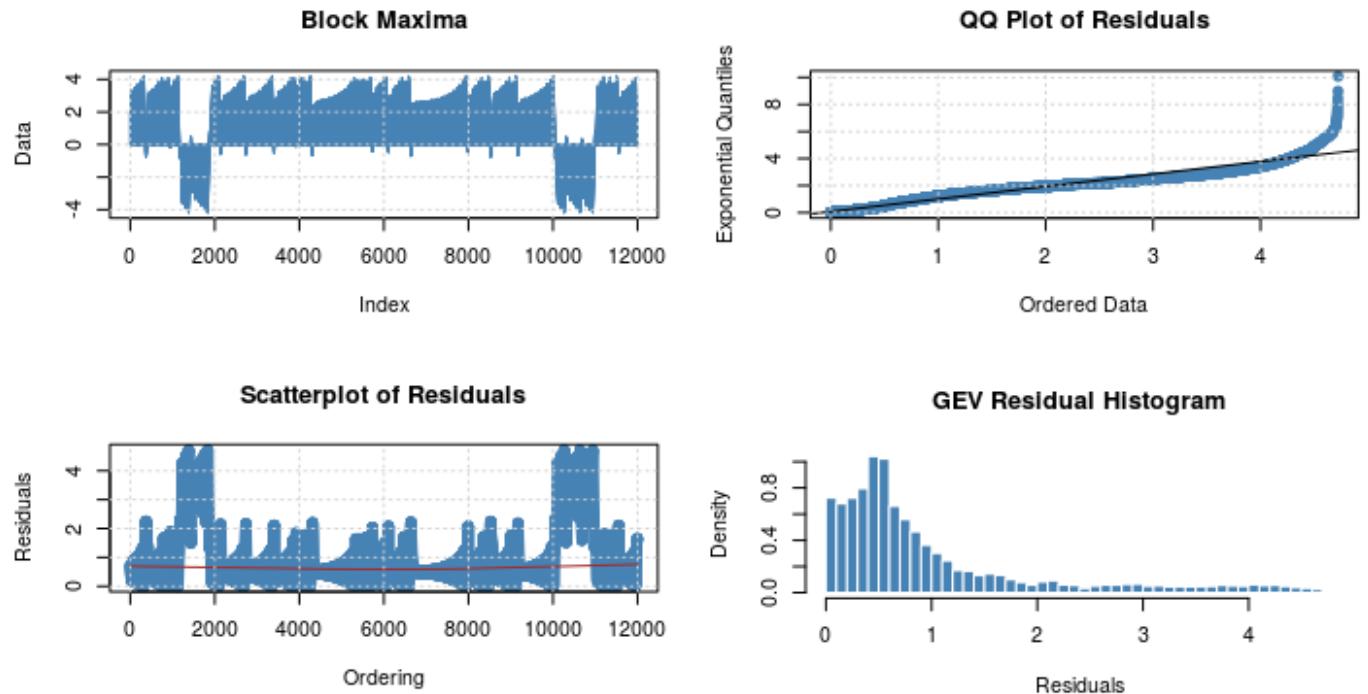


Figura 105: Representação do resultado do processamento do GEV sobre a série A5 - Amplitude Chua-Caótico, com os parâmetros estimados: $x_i = -0.7122504 \pm 2.022449e - 06$; $\mu = 1.4213944 \pm 6.143150e - 03$; $\beta = 1.9734772 \pm 6.143149e - 03$ e o valor de *Log-Likelihood* = 22079.02.

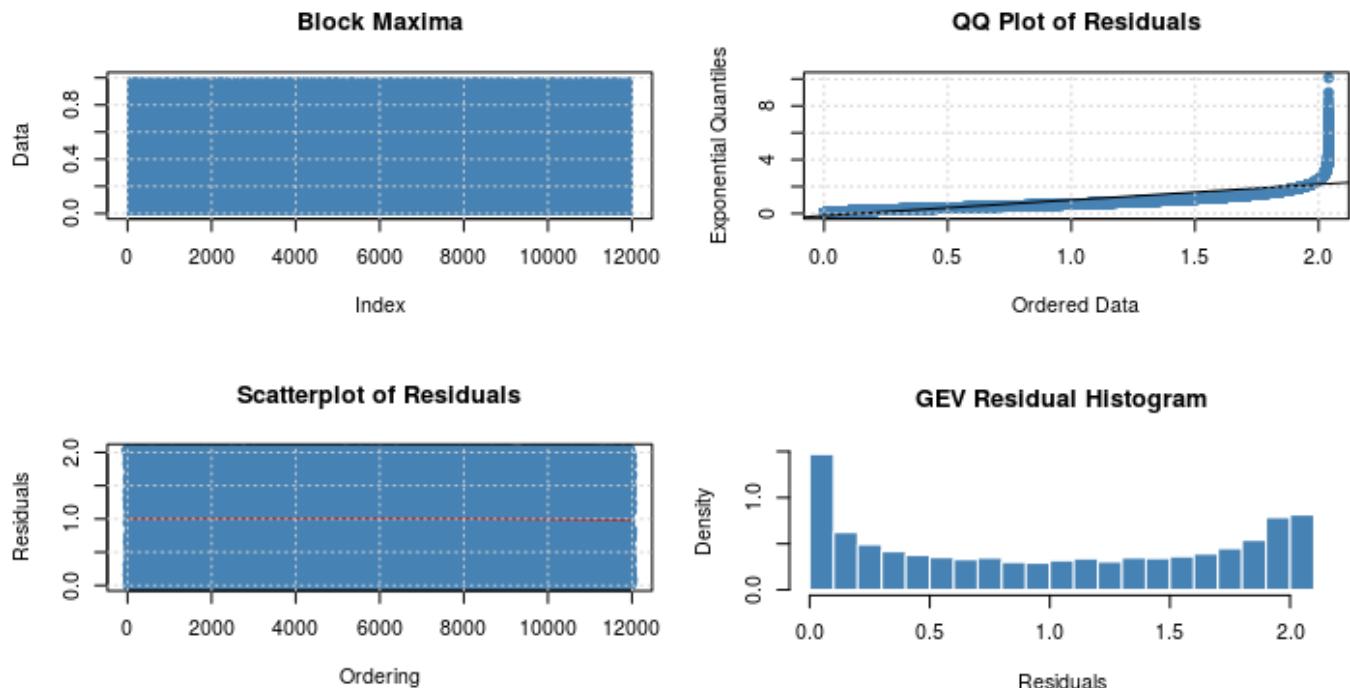


Figura 106: Representação do resultado do processamento do GEV sobre a série A6 - Amplitude Logístico, com os parâmetros estimados: $x_i = -0.9794954 \pm 2.003584e - 06$; $\mu = 0.5026848 \pm 3.864386e - 03$; $\beta = 0.4872117 \pm 3.864385e - 03$ e o valor de *Log-Likelihood* = 3586.886.

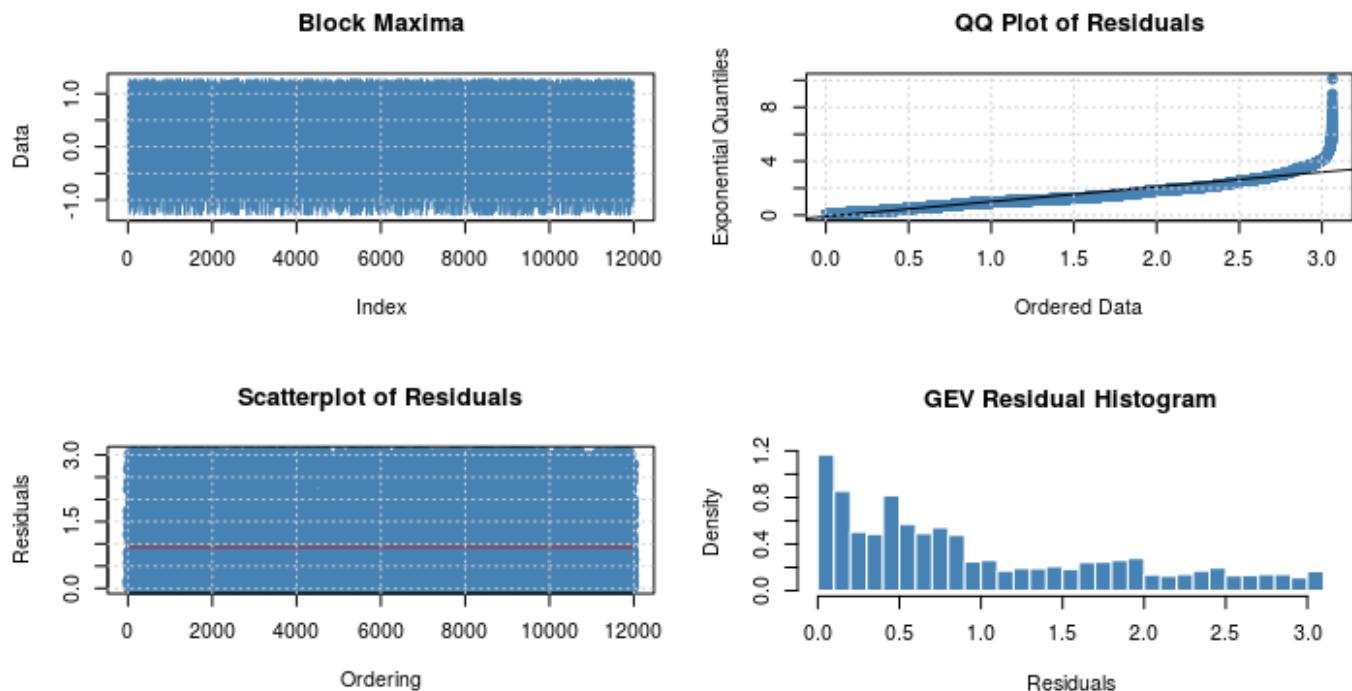


Figura 107: Representação do resultado do processamento do GEV sobre x da série A7 - Héron, com os parâmetros estimados: $x_i = -0.7447459 \pm 0.007924062$; $\mu = 0.1718677 \pm 0.008244127$; $\beta = 0.8333523 \pm 0.007652694$ e o valor de *Log-Likelihood* = 11705.57.

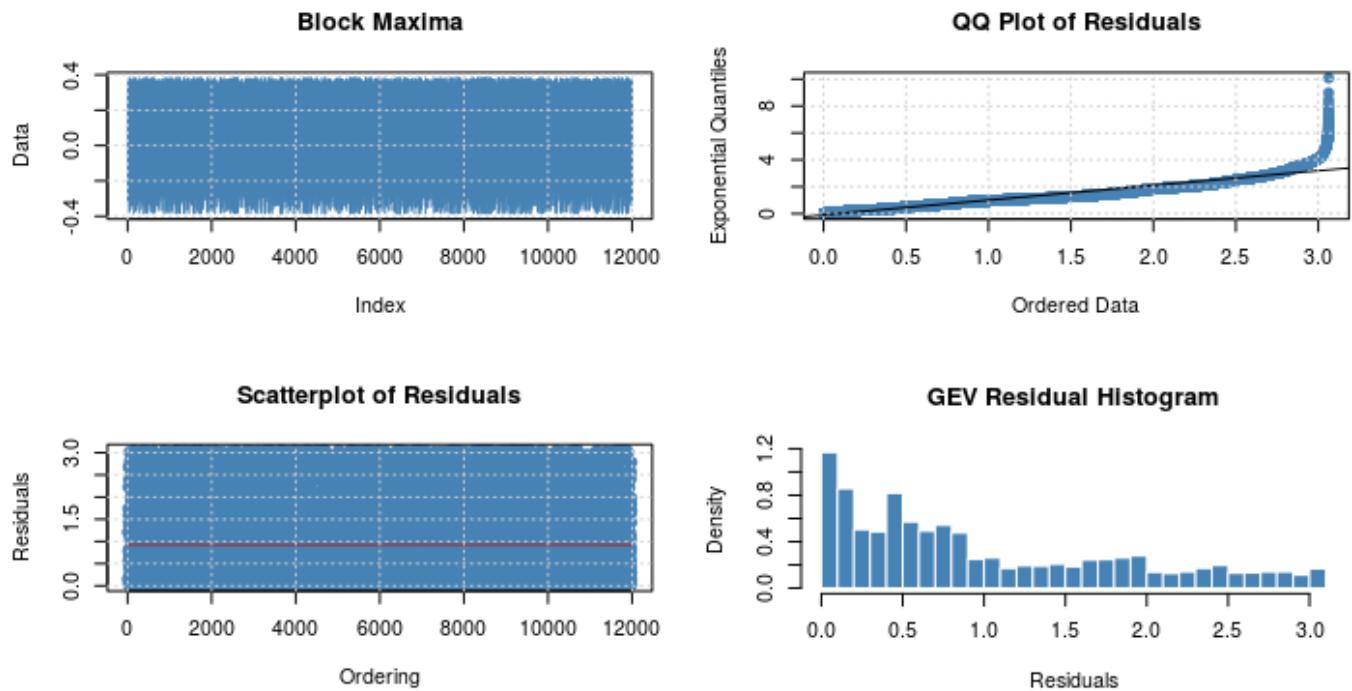


Figura 108: Representação do resultado do processamento do GEV sobre y da série A7 - Héron, com os parâmetros estimados: $x_i = -0.74472919 \pm 0.008507681$; $\mu = 0.05155414 \pm 0.002484752$; $\beta = 0.25000517 \pm 0.002303113$ e o valor de *Log-Likelihood* = -2741.7 .

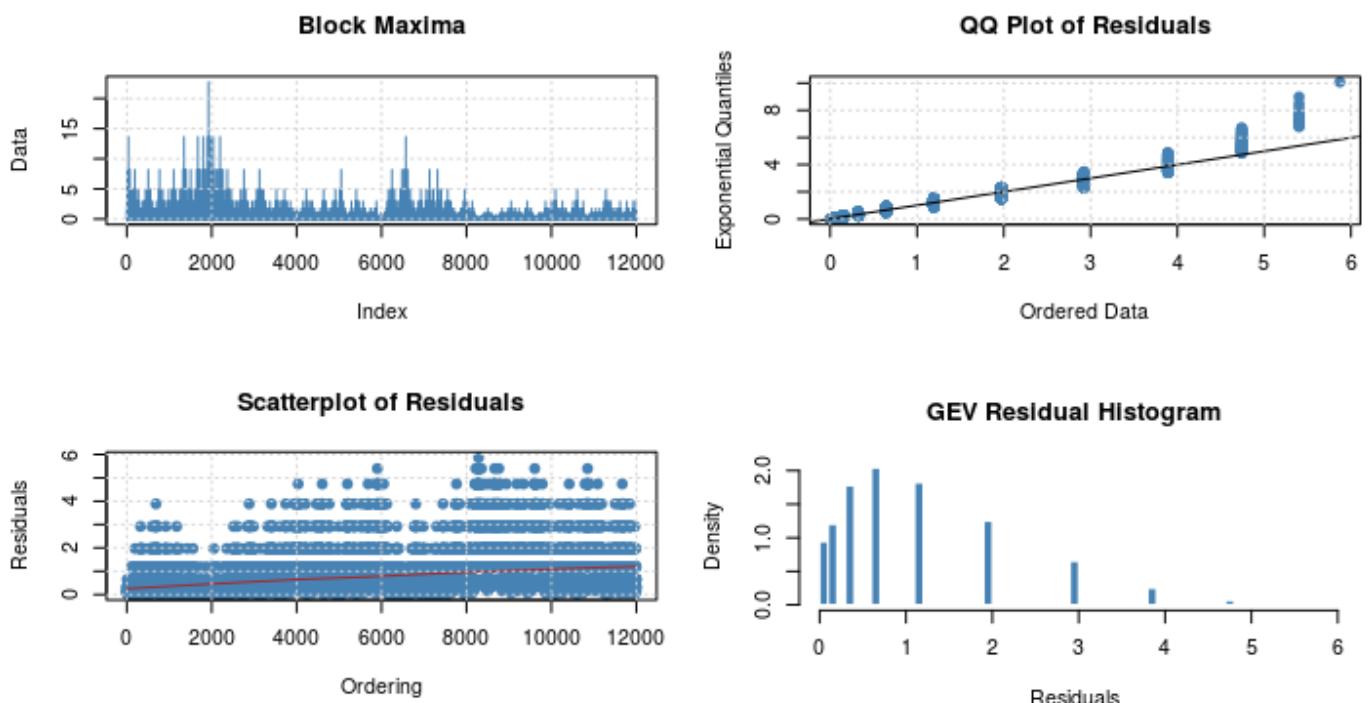


Figura 109: Representação do resultado do processamento do GEV sobre a série A8 - p-Model, com os parâmetros estimados: $x_i = 0.5765938 \pm 0.010852364$; $\mu = 0.4463349 \pm 0.004175811$; $\beta = 0.3863029 \pm 0.004185554$ e o valor de *Log-Likelihood* = 11391.26 .

GPA

As Figuras abaixo representam os gráficos das análises com o GPA das séries. Os valores preenchidos na Tabela 1 para o GPA são referentes ao GA no título de cada figura.

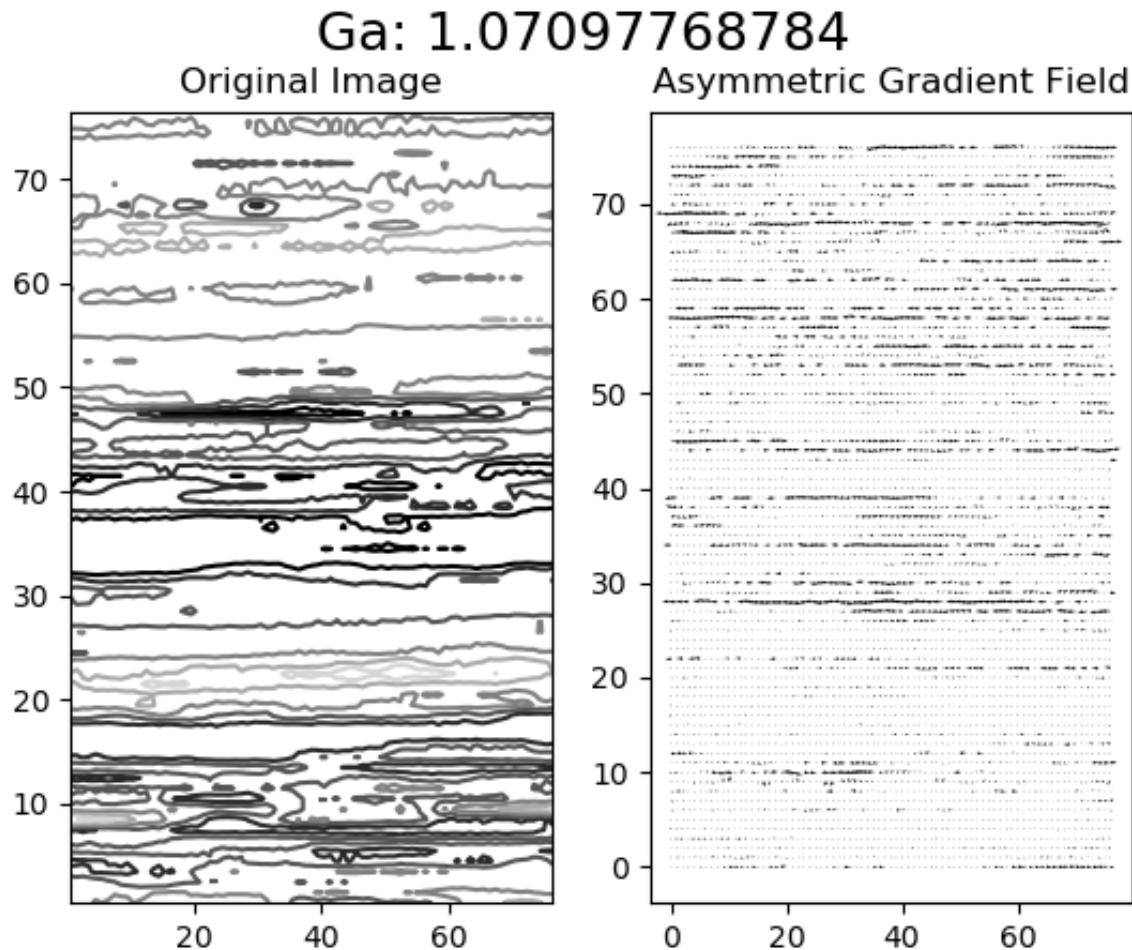


Figura 110: Representação do resultado do processamento do GPA sobre a série A0 - Turbulenta.

Ga: 0.785726547241
Original Image Asymmetric Gradient Field

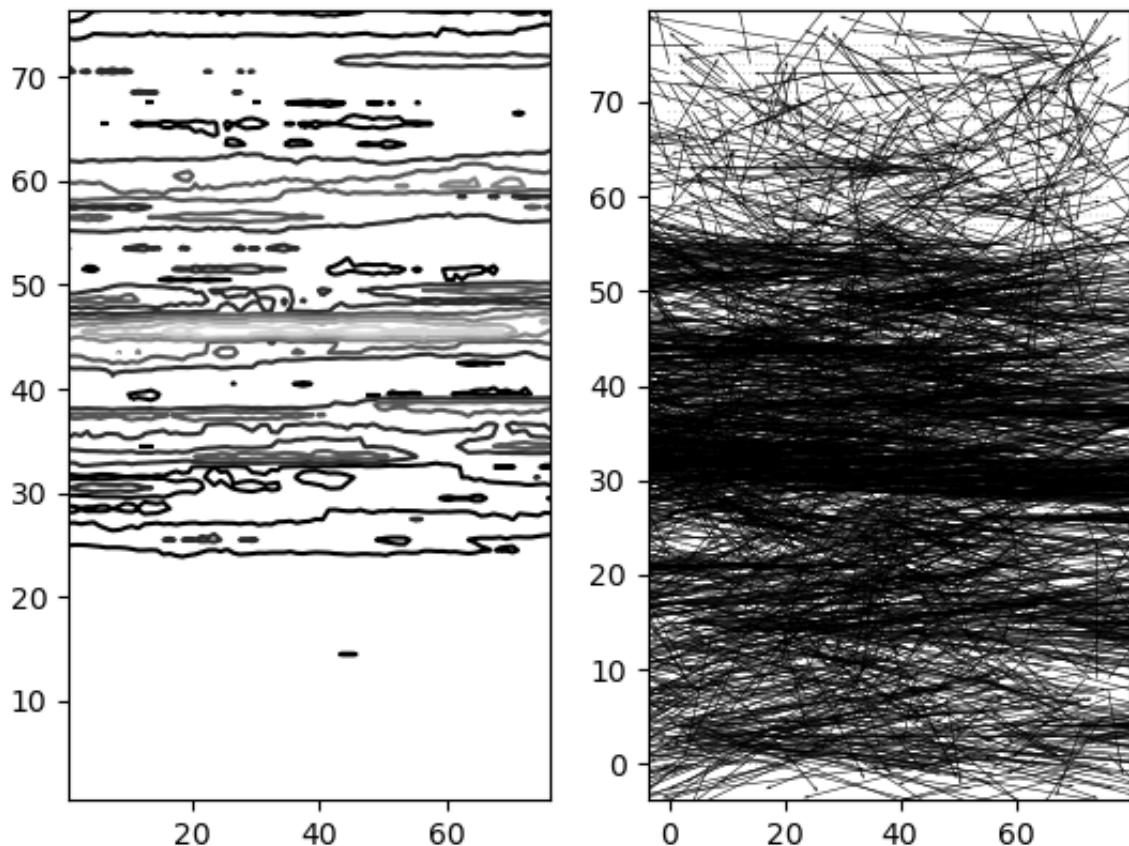


Figura 111: Representação do resultado do processamento do GPA sobre a série A1 - Sol.

Ga: 1.14458477497
Original Image Asymmetric Gradient Field

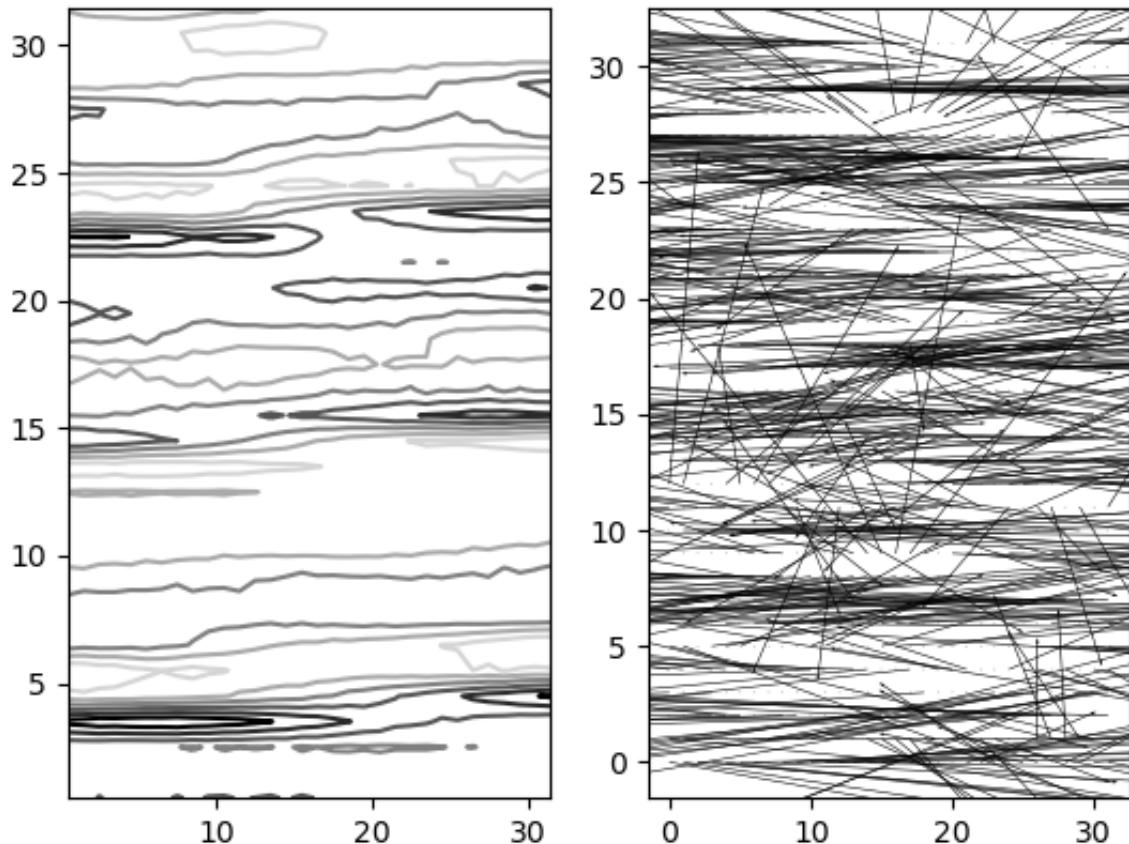


Figura 112: Representação do resultado do processamento do GPA sobre a série A2 - Ionosfera.

Ga: 0.00630416348577

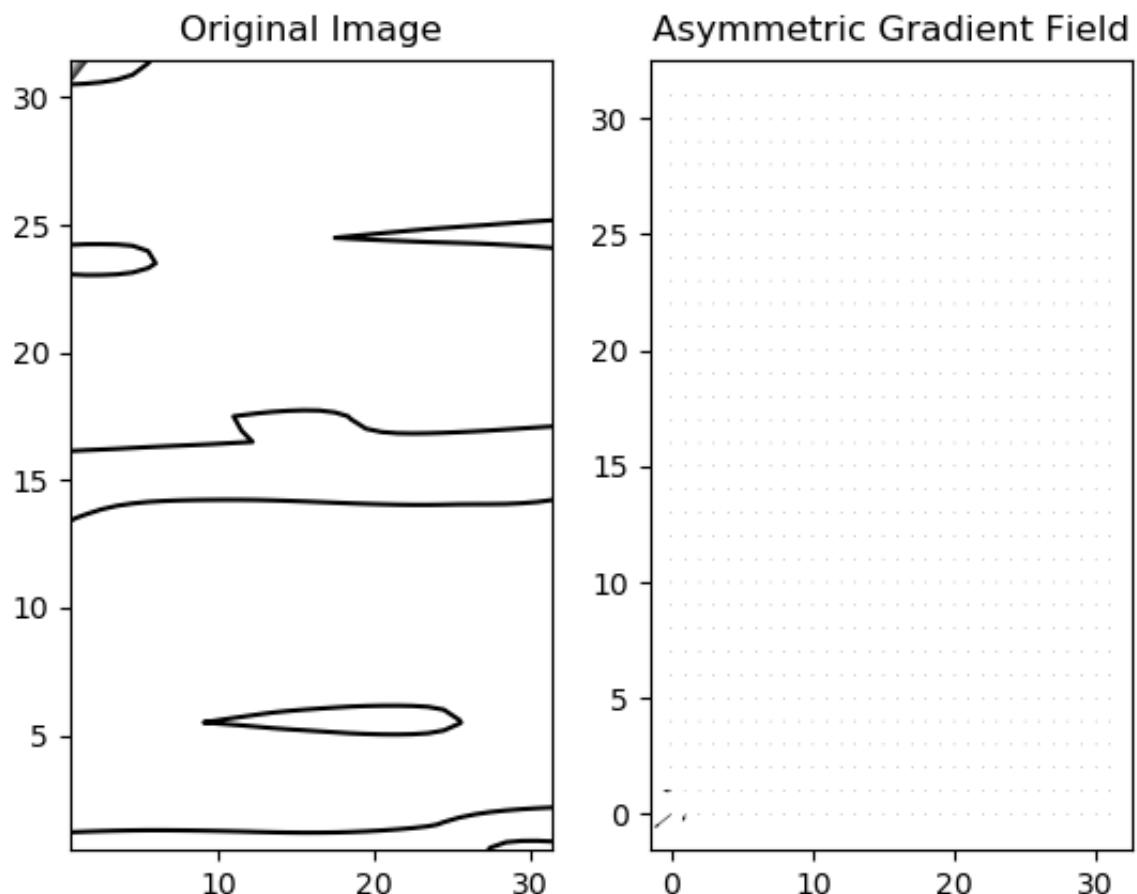
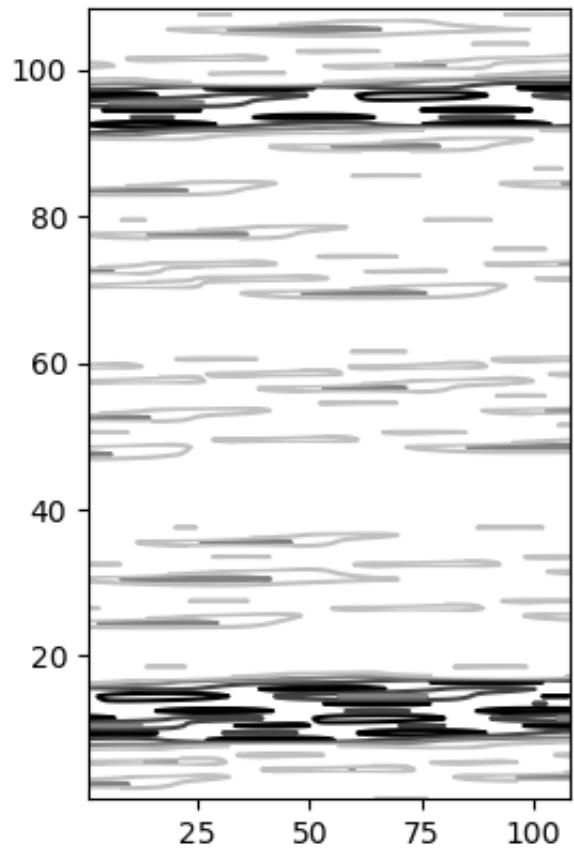


Figura 113: Representação do resultado do processamento do GPA sobre a série A3 - n-corpos.

Ga: 0.793463110924

Original Image



Asymmetric Gradient Field

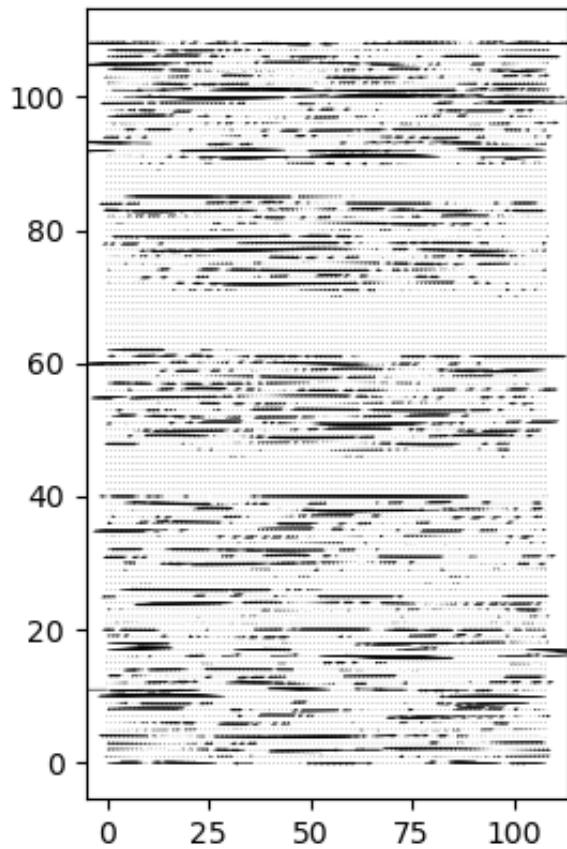
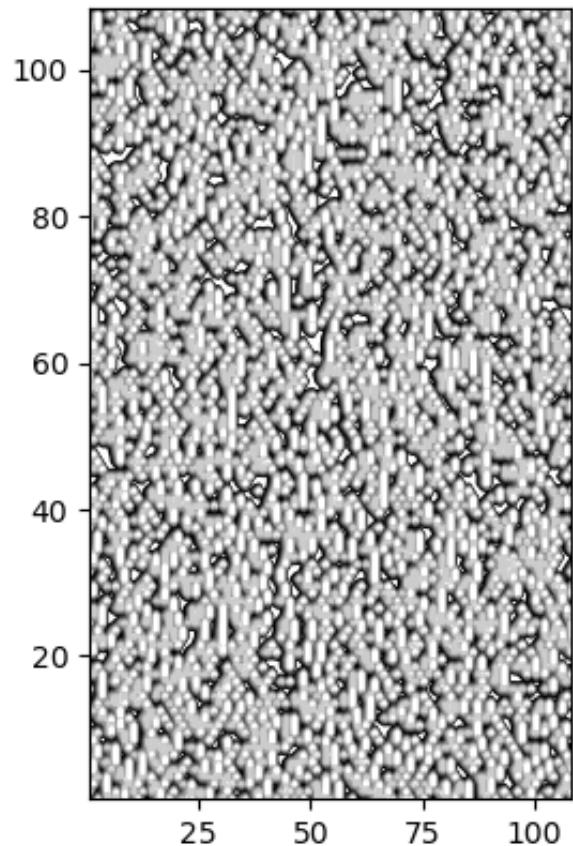


Figura 114: Representação do resultado do processamento do GPA sobre a série A5 - Amplitude Chua-Caótico.

Ga: 1.55962181091

Original Image



Asymmetric Gradient Field

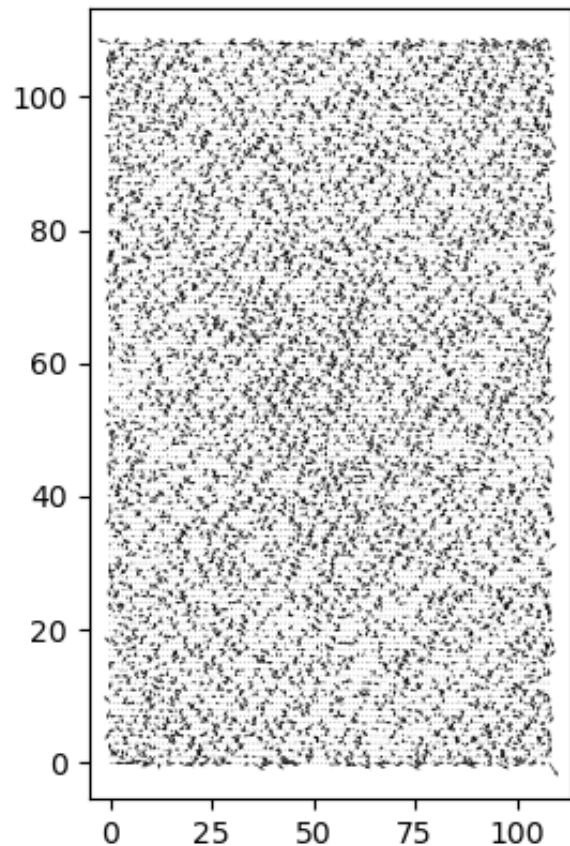
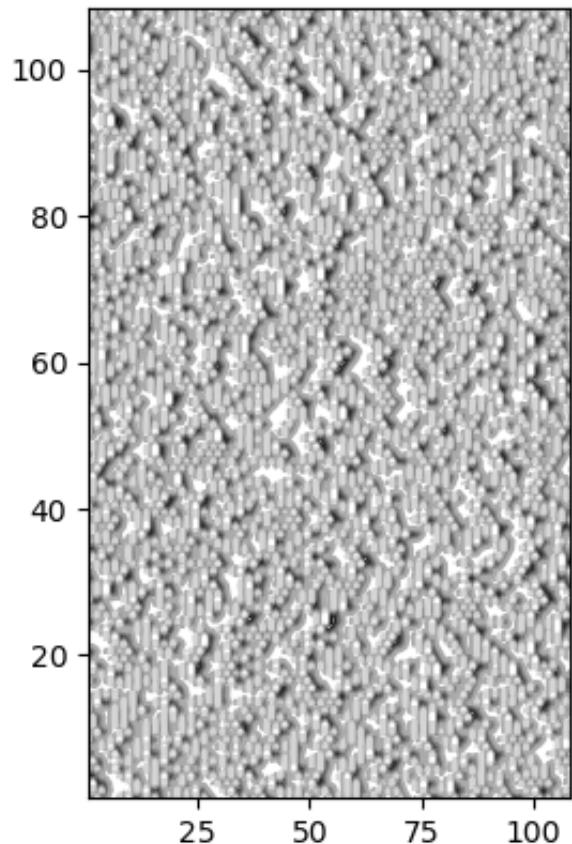


Figura 115: Representação do resultado do processamento do GPA sobre a série A6 - Amplitude Logístico.

Ga: 1.54158878326

Original Image



Asymmetric Gradient Field

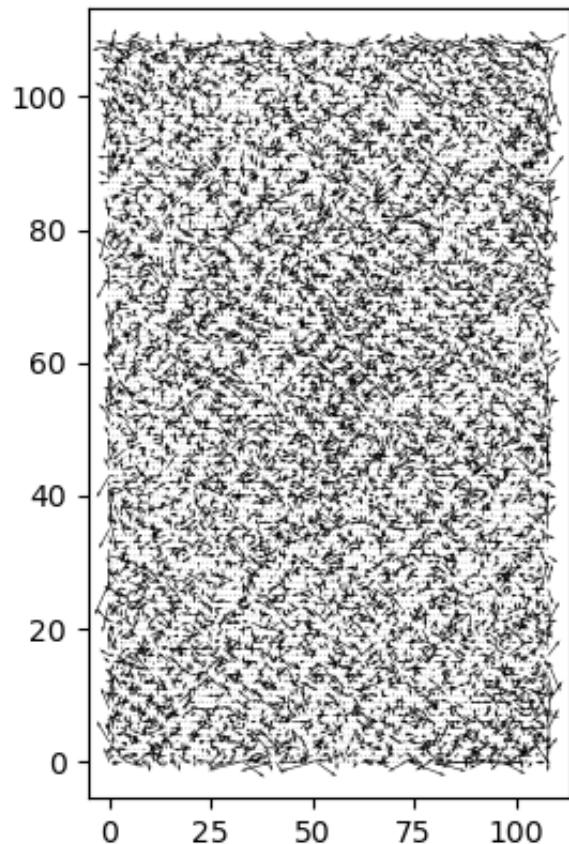
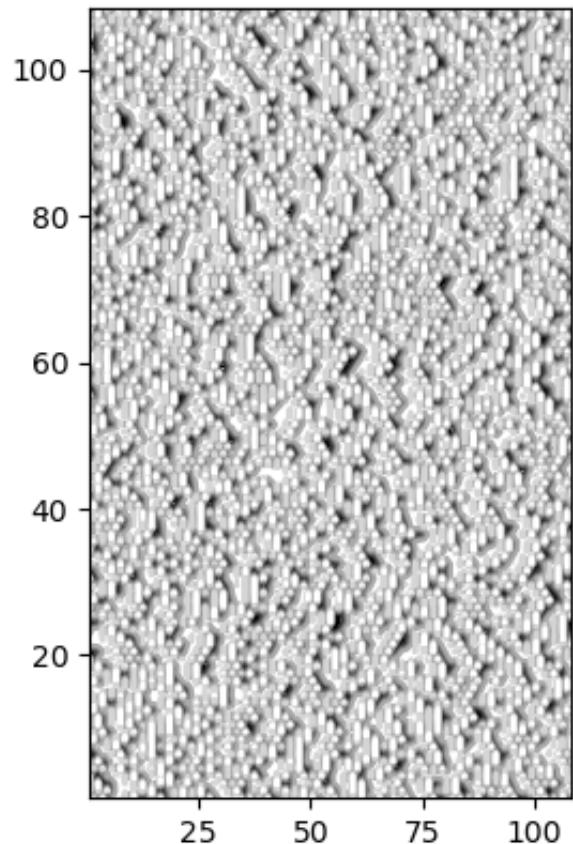


Figura 116: Representação do resultado do processamento do GPA sobre x da série A7 - Héron.

Ga: 1.54604744911

Original Image



Asymmetric Gradient Field

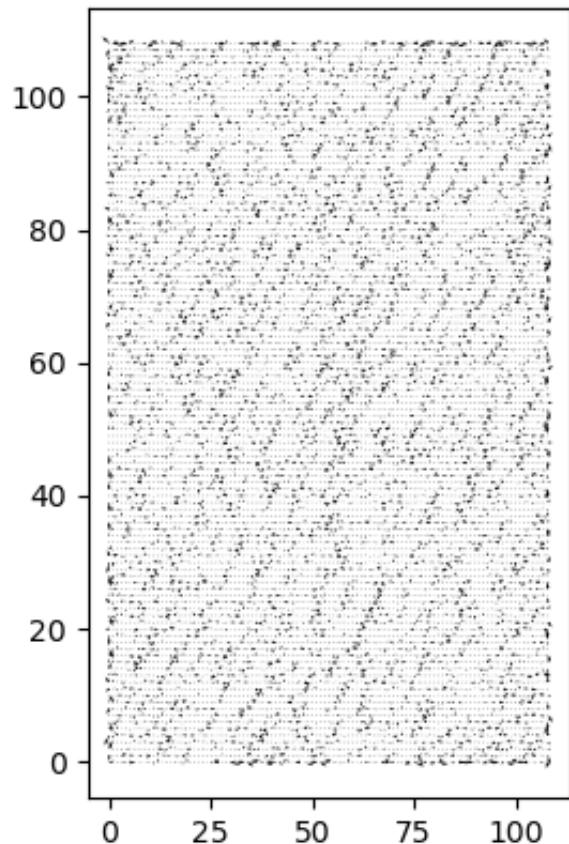


Figura 117: Representação do resultado do processamento do GPA sobre y da série A7 - Héron.

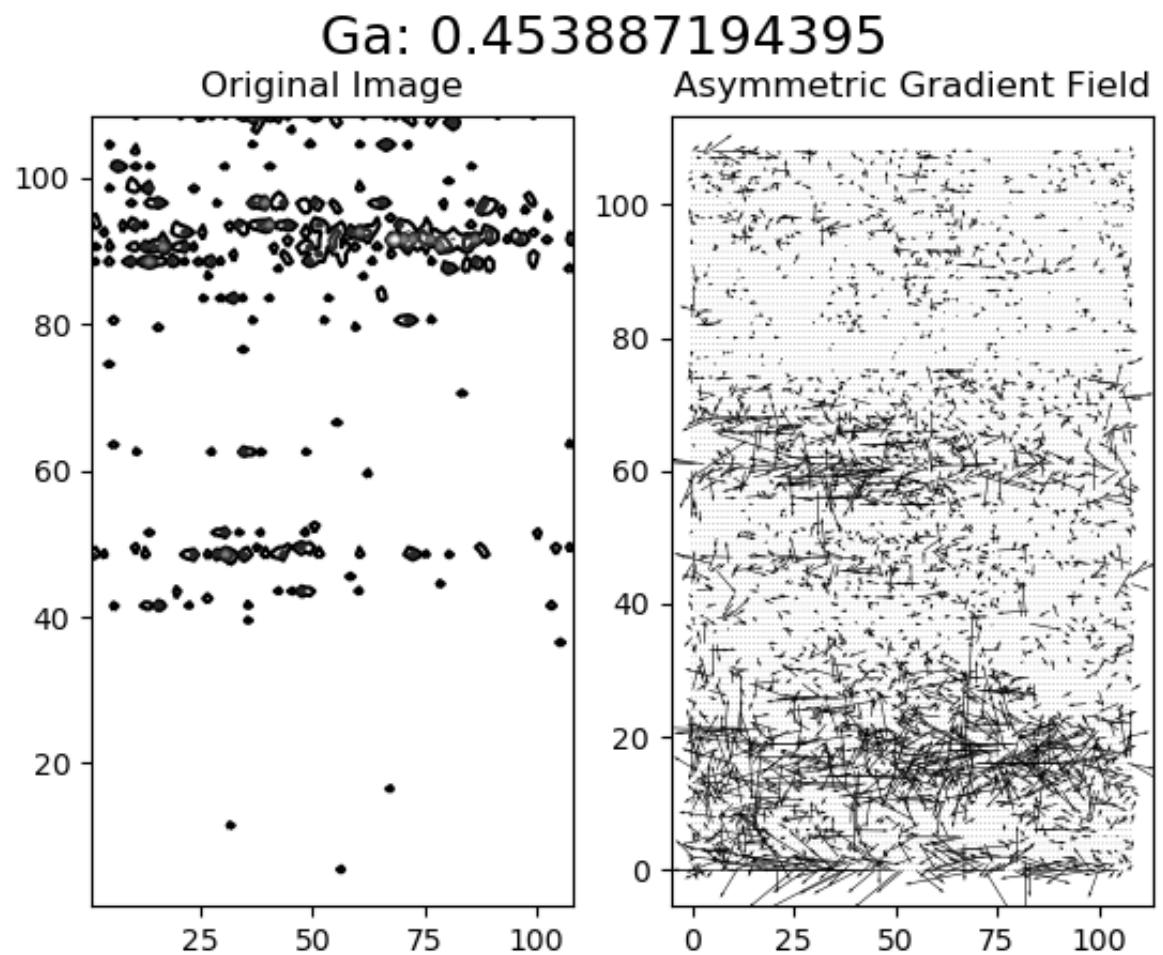


Figura 118: Representação do resultado do processamento do GPA sobre a série A8 - p-Model.

Parte B

K

A Tabela 6 apresenta os valores obtidos com o processamento do método K (Curtose) para a série *B2 - CML (Logístico)*.

Iteração	K
124	2.3188
125	2.1817
126	2.4011
127	2.0967
128	2.2592
129	2.1413
130	2.3428
131	2.1389
132	2.3715
133	2.2328
134	2.2884
135	2.2121
136	2.3431
137	2.2681
138	2.2467
139	2.1880
140	2.2724
141	2.2079
142	2.2641
143	2.2099
144	2.2557
145	2.1996
146	2.2444
147	2.2097
148	2.2521
149	2.1871
150	2.2375
151	2.2079
152	2.2541
153	2.1871
154	2.1528
155	2.1643
156	2.1669
157	2.2505
158	2.2240
159	2.2127
160	2.1962
161	2.2224
162	2.2211
163	2.2161
164	2.2243
165	2.2025
166	2.2390
167	2.2806
168	2.2162
169	2.2809
170	2.2003
171	2.2156
172	2.2005
173	2.2282

Tabela 6: Saída do processamento do método K para a série *B2 - CML (Logístico)*.

Para o processamento da Curtose (K) da série *B3 - Cosmic Density*, os valores obtidos de para a primeira fatia (com valores de z entre 32 e 36) são apresentados na Tabela 7. Analogamente, a Tabela 8 apresenta para a fatia de z entre 82 a 86.

Arquivo	K média
outsnap00_32_to_36.dat	2.1616
outsnap02_32_to_36.dat	2.2459
outsnap04_32_to_36.dat	2.5526
outsnap06_32_to_36.dat	2.6960
outsnap08_32_to_36.dat	2.8344
outsnap10_32_to_36.dat	3.2081
outsnap12_32_to_36.dat	3.4573
outsnap14_32_to_36.dat	3.7032
outsnap16_32_to_36.dat	3.7259
outsnap18_32_to_36.dat	4.1361
outsnap20_32_to_36.dat	4.3978
outsnap22_32_to_36.dat	4.7806
outsnap24_32_to_36.dat	5.5726
outsnap26_32_to_36.dat	6.0026
outsnap28_32_to_36.dat	6.3724
outsnap30_32_to_36.dat	6.7032
outsnap32_32_to_36.dat	6.9366
outsnap34_32_to_36.dat	7.0770
outsnap36_32_to_36.dat	7.3388
outsnap38_32_to_36.dat	7.4484
outsnap40_32_to_36.dat	7.6047
outsnap42_32_to_36.dat	7.7572
outsnap44_32_to_36.dat	7.8852
outsnap46_32_to_36.dat	7.8846
outsnap48_32_to_36.dat	8.0193
outsnap50_32_to_36.dat	8.0752

Tabela 7: Resultados do processamento de K da série *B3 - Cosmic Density* - fatia de z entre 32 e 36.

Arquivo	K média
outsnap00_82_to_86.dat	4.7664
outsnap02_82_to_86.dat	4.1420
outsnap04_82_to_86.dat	3.2505
outsnap06_82_to_86.dat	2.6757
outsnap08_82_to_86.dat	2.4585
outsnap10_82_to_86.dat	2.5190
outsnap12_82_to_86.dat	2.7171
outsnap14_82_to_86.dat	3.1334
outsnap16_82_to_86.dat	3.6057
outsnap18_82_to_86.dat	4.0561
outsnap20_82_to_86.dat	4.3744
outsnap22_82_to_86.dat	4.7718
outsnap24_82_to_86.dat	5.0394
outsnap26_82_to_86.dat	5.4161
outsnap28_82_to_86.dat	5.8900
outsnap30_82_to_86.dat	6.3792
outsnap32_82_to_86.dat	6.9487
outsnap34_82_to_86.dat	7.4315
outsnap36_82_to_86.dat	7.9504
outsnap38_82_to_86.dat	8.2795
outsnap40_82_to_86.dat	8.8529
outsnap42_82_to_86.dat	9.2233
outsnap44_82_to_86.dat	9.8373
outsnap46_82_to_86.dat	9.8428
outsnap48_82_to_86.dat	10.1520
outsnap50_82_to_86.dat	10.3773

Tabela 8: Resultados do processamento de K da série *B3 - Cosmic Density* - fatia de z entre 82 e 86.

GEV

A Tabela 9 apresenta os valores obtidos do parâmetro de forma (*shape*) com o processamento do *fit* do método GEV para a série *B2 - CML (Logístico)*.

Iteração	Forma - GEV
124	-0.7118144
125	-0.6807590
126	-0.7001972
127	-0.6811802
128	-0.7196530
129	-0.6828684
130	-0.7226931
131	-0.7041142
132	-0.7008207
133	-0.6911858
134	-0.7243072
135	-0.6876878
136	-0.6947333
137	-0.6915263
138	-0.7276351
139	-0.7018632
140	-0.7072471
141	-0.6927918
142	-0.7033623
143	-0.6904313
144	-0.7016027
145	-0.6978944
146	-0.7052461
147	-0.7000578
148	-0.7060722
149	-0.6962363
150	-0.7049346
151	-0.6903172
152	-0.6860703
153	-0.7021266
154	-0.7101370
155	-0.7097130
156	-0.6987171
157	-0.7031246
158	-0.6943952
159	-0.7120149
160	-0.6933199
161	-0.6930556
162	-0.7062439
163	-0.7007429
164	-0.7090074
165	-0.7033666
166	-0.6970335
167	-0.7041167
168	-0.6981438
169	-0.7051914
170	-0.6900870
171	-0.7091029
172	-0.7088879
173	-0.7016793

Tabela 9: Valores do parâmetro de forma (*shape*) do *fit* GEV da série *B2 - CML (Logístico)*.

A Tabela 10 apresenta os valores obtidos cdo parâmetro de forma (*shape*) com o processamento do *fit* do método GEV da série *B3 - Cosmic Density* para a fatia de z entre 32 a 36. Analogamente, a Tabela 11 apresenta para a fatia de z entre 82 a 86.

Arquivo	GEV
outsnap00_32_to_36.dat	-0.04856859
outsnap02_32_to_36.dat	0.02171121
outsnap04_32_to_36.dat	0.004948861
outsnap06_32_to_36.dat	-0.02532712
outsnap08_32_to_36.dat	-0.05572075
outsnap10_32_to_36.dat	-0.02937195
outsnap12_32_to_36.dat	-0.006384216
outsnap14_32_to_36.dat	0.01291245
outsnap16_32_to_36.dat	0.04461634
outsnap18_32_to_36.dat	0.07436025
outsnap20_32_to_36.dat	0.09183336
outsnap22_32_to_36.dat	0.1132114
outsnap24_32_to_36.dat	0.1511471
outsnap26_32_to_36.dat	0.1865502
outsnap28_32_to_36.dat	0.2165274
outsnap30_32_to_36.dat	0.2420181
outsnap32_32_to_36.dat	0.2677902
outsnap34_32_to_36.dat	0.2943516
outsnap36_32_to_36.dat	0.3163331
outsnap38_32_to_36.dat	0.3275205
outsnap40_32_to_36.dat	0.3485754
outsnap42_32_to_36.dat	0.3643874
outsnap44_32_to_36.dat	0.3938635
outsnap46_32_to_36.dat	0.3941093
outsnap48_32_to_36.dat	0.4030477
outsnap50_32_to_36.dat	0.4104649

Tabela 10: Resultados do processamento com GEV da série $B3$ - *Cosmic Density* - fatia de z entre 32 e 36.

Arquivo	GEV
outsnap00_82_to_86.dat	-0.09090010
outsnap02_82_to_86.dat	0.008215395
outsnap04_82_to_86.dat	0.1007706
outsnap06_82_to_86.dat	-0.001058774
outsnap08_82_to_86.dat	-0.1077331
outsnap10_82_to_86.dat	-0.07159311
outsnap12_82_to_86.dat	-0.03364345
outsnap14_82_to_86.dat	0.009106897
outsnap16_82_to_86.dat	0.05117291
outsnap18_82_to_86.dat	0.09879141
outsnap20_82_to_86.dat	0.1360926
outsnap22_82_to_86.dat	0.1722894
outsnap24_82_to_86.dat	0.2009772
outsnap26_82_to_86.dat	0.2315626
outsnap28_82_to_86.dat	0.2695079
outsnap30_82_to_86.dat	0.2980988
outsnap32_82_to_86.dat	0.3196198
outsnap34_82_to_86.dat	0.3499604
outsnap36_82_to_86.dat	0.3831771
outsnap38_82_to_86.dat	0.4046934
outsnap40_82_to_86.dat	0.4279889
outsnap42_82_to_86.dat	0.4373780
outsnap44_82_to_86.dat	0.4635124
outsnap46_82_to_86.dat	0.4636052
outsnap48_82_to_86.dat	0.4777933
outsnap50_82_to_86.dat	0.4857318

Tabela 11: Resultados do processamento com GEV da série $B3$ - *Cosmic Density* - fatia de z entre 82 e 86.

PSD

A Tabela 12 apresenta os valores obtidos processamento do método PSD para a série *B2 - CML (Logístico)*.

Iteração	PSD
124	0.0001413201
125	0.0000379155
126	0.0000625299
127	0.0001631212
128	0.0000332819
129	0.0000072690
130	0.0000506983
131	0.0000162508
132	0.0000532299
133	0.0000474976
134	0.0000727321
135	0.0000129816
136	0.0000137319
137	0.0000307755
138	0.0000095890
139	0.0000379199
140	0.0001068090
141	0.0000090031
142	0.0000484100
143	0.0000162174
144	0.0000041480
145	0.0000014208
146	0.0000058120
147	0.0000007911
148	0.0000028112
149	0.0000114246
150	0.0000368729
151	0.0000082011
152	0.0000021493
153	0.0000157698
154	0.0000690243
155	0.0000240281
156	0.0000195096
157	0.0000013500
158	0.0000078859
159	0.0000070299
160	0.0000350452
161	0.0000412415
162	0.0000057473
163	0.0000419401
164	0.0000058700
165	0.0000083536
166	0.0000207864
167	0.0001214230
168	0.0000131062
169	0.0000040716
170	0.0000012191
171	0.0000240629
172	0.0000088225
173	0.0000053949

Tabela 12: Valores de saída do método PSD sobre a série *B2 - CML (Logístico)*.

A Tabela 13 apresenta os valores obtidos com o processamento do método PSD da série *B3 - Cosmic Density* para a fatia de z entre 32 a 36. Analogamente, a Tabela 14 apresenta para a fatia de z entre 82 a 86.

Arquivo	PSD
outsnap00_32_to_36.dat	0.0012043016
outsnap02_32_to_36.dat	0.0010764291
outsnap04_32_to_36.dat	0.0007495538
outsnap06_32_to_36.dat	0.0001667720
outsnap08_32_to_36.dat	0.0001817053
outsnap10_32_to_36.dat	0.0011007247
outsnap12_32_to_36.dat	0.0026734247
outsnap14_32_to_36.dat	0.0034226317
outsnap16_32_to_36.dat	0.0032773072
outsnap18_32_to_36.dat	0.0037400693
outsnap20_32_to_36.dat	0.0046729362
outsnap22_32_to_36.dat	0.0058160153
outsnap24_32_to_36.dat	0.0074157897
outsnap26_32_to_36.dat	0.0089897884
outsnap28_32_to_36.dat	0.0097458093
outsnap30_32_to_36.dat	0.0094191937
outsnap32_32_to_36.dat	0.0096670378
outsnap34_32_to_36.dat	0.0102182212
outsnap36_32_to_36.dat	0.0101288211
outsnap38_32_to_36.dat	0.0099695521
outsnap40_32_to_36.dat	0.0097434116
outsnap42_32_to_36.dat	0.0091481733
outsnap44_32_to_36.dat	0.0083831355
outsnap46_32_to_36.dat	0.0083945084
outsnap48_32_to_36.dat	0.0083454964
outsnap50_32_to_36.dat	0.0082539958

Tabela 13: Resultados do processamento com PSD da série $B3$ - *Cosmic Density* - fatia de z entre 32 e 36.

Arquivo	PSD
outsnap00_82_to_86.dat	0.0001940860
outsnap02_82_to_86.dat	0.0006687303
outsnap04_82_to_86.dat	0.0025839210
outsnap06_82_to_86.dat	0.0042108418
outsnap08_82_to_86.dat	0.0044869159
outsnap10_82_to_86.dat	0.0042744420
outsnap12_82_to_86.dat	0.0039612019
outsnap14_82_to_86.dat	0.0038017449
outsnap16_82_to_86.dat	0.0044064643
outsnap18_82_to_86.dat	0.0059625499
outsnap20_82_to_86.dat	0.0086381605
outsnap22_82_to_86.dat	0.0119321739
outsnap24_82_to_86.dat	0.0152464411
outsnap26_82_to_86.dat	0.0193027367
outsnap28_82_to_86.dat	0.0235165626
outsnap30_82_to_86.dat	0.0298425613
outsnap32_82_to_86.dat	0.0356689325
outsnap34_82_to_86.dat	0.0461637166
outsnap36_82_to_86.dat	0.0585663224
outsnap38_82_to_86.dat	0.0663571908
outsnap40_82_to_86.dat	0.0784578919
outsnap42_82_to_86.dat	0.0861557118
outsnap44_82_to_86.dat	0.1021652513
outsnap46_82_to_86.dat	0.1022252408
outsnap48_82_to_86.dat	0.1114651020
outsnap50_82_to_86.dat	0.1197042638

Tabela 14: Resultados do processamento com PSD da série $B3$ - *Cosmic Density* - fatia de z entre 82 e 86.

DFA

A Tabela 15 apresenta os valores obtidos com o processamento do método DFA para a série *B2 - CML (Logístico)*.

Iteração	DFA
124	1.30118066671
125	1.28898570562
126	1.27337867517
127	1.22229291113
128	1.18483150057
129	1.28831317555
130	1.31271436724
131	1.32991595569
132	1.28768425301
133	1.28000244438
134	1.36788522081
135	1.42507244025
136	1.36958895663
137	1.32601427761
138	1.330956304
139	1.34167844012
140	1.31641725722
141	1.32816326176
142	1.34182533697
143	1.3522004688
144	1.34409881181
145	1.3548253401
146	1.33789206426
147	1.31402738892
148	1.26795731259
149	1.26506538289
150	1.31695241255
151	1.20731067721
152	1.24512495373
153	1.24804018472
154	1.28600592969
155	1.28641208821
156	1.37436759878
157	1.35683673829
158	1.33166380701
159	1.35619556922
160	1.38947248047
161	1.26756653892
162	1.32898544062
163	1.34108046479
164	1.39311193343
165	1.33955886516
166	1.26721359788
167	1.28224822604
168	1.29676208953
169	1.30185802931
170	1.3274123142
171	1.32272556232
172	1.36253755597
173	1.34101470421

Tabela 15: Saída do processamento do método DFA sobre a série *B2 - CML (Logístico)*.

A Tabela 16 apresenta os valores obtidos com o processamento do DFA da série *B3 - Cosmic Density* para a fatia de z entre 32 a 36. Analogamente, a Tabela 17 apresenta para a fatia de z entre 82 a 86.

Arquivo	DFA
outsnap00_32_to_36.dat	2.28434928679
outsnap02_32_to_36.dat	2.2837047601
outsnap04_32_to_36.dat	2.23683255944
outsnap06_32_to_36.dat	2.13684278726
outsnap08_32_to_36.dat	2.01941561642
outsnap10_32_to_36.dat	1.9455329347
outsnap12_32_to_36.dat	2.01142809446
outsnap14_32_to_36.dat	2.08638307351
outsnap16_32_to_36.dat	2.10880430465
outsnap18_32_to_36.dat	2.11847762649
outsnap20_32_to_36.dat	2.08495773395
outsnap22_32_to_36.dat	2.07015544473
outsnap24_32_to_36.dat	2.06479559099
outsnap26_32_to_36.dat	2.06624517532
outsnap28_32_to_36.dat	2.07232392491
outsnap30_32_to_36.dat	2.07692534857
outsnap32_32_to_36.dat	2.06671428904
outsnap34_32_to_36.dat	2.06559118826
outsnap36_32_to_36.dat	2.05506480383
outsnap38_32_to_36.dat	2.03411972331
outsnap40_32_to_36.dat	2.01092049861
outsnap42_32_to_36.dat	1.98837709648
outsnap44_32_to_36.dat	1.94737536743
outsnap46_32_to_36.dat	1.94775480268
outsnap48_32_to_36.dat	1.93014125143
outsnap50_32_to_36.dat	1.92016901613

Tabela 16: Resultados do processamento com DFA da série $B3$ - *Cosmic Density* - fatia de z entre 32 e 36.

Arquivo	DFA
outsnap00_82_to_86.dat	1.88966694918
outsnap02_82_to_86.dat	2.02462905374
outsnap04_82_to_86.dat	2.14836824708
outsnap06_82_to_86.dat	2.09101068766
outsnap08_82_to_86.dat	2.04329792018
outsnap10_82_to_86.dat	2.0765040134
outsnap12_82_to_86.dat	2.11498039671
outsnap14_82_to_86.dat	2.13556559779
outsnap16_82_to_86.dat	2.14068670796
outsnap18_82_to_86.dat	2.14968331524
outsnap20_82_to_86.dat	2.1434722983
outsnap22_82_to_86.dat	2.13681797938
outsnap24_82_to_86.dat	2.14016853995
outsnap26_82_to_86.dat	2.1339482754
outsnap28_82_to_86.dat	2.12268105985
outsnap30_82_to_86.dat	2.12460504111
outsnap32_82_to_86.dat	2.12848326975
outsnap34_82_to_86.dat	2.12830341428
outsnap36_82_to_86.dat	2.13570439104
outsnap38_82_to_86.dat	2.12723646609
outsnap40_82_to_86.dat	2.10868396072
outsnap42_82_to_86.dat	2.09300611768
outsnap44_82_to_86.dat	2.06718697404
outsnap46_82_to_86.dat	2.06713589818
outsnap48_82_to_86.dat	2.05837887155
outsnap50_82_to_86.dat	2.04664477483

Tabela 17: Resultados do processamento com DFA da série $B3$ - *Cosmic Density* - fatia de z entre 82 e 86.

GPA

A Tabela 18 apresenta os valores obtidos com o processamento do método GPA para a série *B2 - CML (Logístico)*.

Iteração	Ga
124	1.2754334211349487
125	1.2877914905548096
126	1.336413860321045
127	1.2693428993225098
128	1.3799821138381958
129	1.3999112844467163
130	1.3457893133163452
131	1.3579386472702026
132	1.378767490386963
133	1.3907164335250854
134	1.3349803686141968
135	1.3460122346878052
136	1.3981707096099854
137	1.432639479637146
138	1.3873412609100342
139	1.425171136856079
140	1.380919098854065
141	1.4181792736053467
142	1.3479704856872559
143	1.343479037284851
144	1.3797534704208374
145	1.393242597579956
146	1.3950374126434326
147	1.4004017114639282
148	1.3821637630462646
149	1.3969906568527222
150	1.3968268632888794
151	1.3570994138717651
152	1.4027912616729736
153	1.3917319774627686
154	1.3820438385009766
155	1.3510998487472534
156	1.4302986860275269
157	1.347599744796753
158	1.4261623620986938
159	1.3795113563537598
160	1.364862084388733
161	1.4155888557434082
162	1.3627575635910034
163	1.3545926809310913
164	1.388375163078308
165	1.3989545106887817
166	1.3501694202423096
167	1.4069228172302246
168	1.3943850994110107
169	1.3770110607147217
170	1.3872774839401245
171	1.4073283672332764
172	1.3278554677963257
173	1.3916054964065552

Tabela 18: Saída do processamento do método GPA sobre a série *B2 - CML (Logístico)*.

Para o processamento com GPA da série *B3 - Cosmic Density*, os valores obtidos de *Ga* para a primeira fatia (com valores de *z* entre 32 e 36) são apresentados na Tabela 19. Analogamente, a Tabela 20 apresenta para a fatia de *z* entre 82 a 86.

Arquivo	Ga
outsnap00_32_to_36.dat	1.2299847602844238
outsnap02_32_to_36.dat	1.2444263696670532
outsnap04_32_to_36.dat	1.1984952688217163
outsnap06_32_to_36.dat	1.204311490058899
outsnap08_32_to_36.dat	1.145470142364502
outsnap10_32_to_36.dat	1.0756136178970337
outsnap12_32_to_36.dat	1.1553030014038086
outsnap14_32_to_36.dat	1.0931453704833984
outsnap16_32_to_36.dat	1.057413101196289
outsnap18_32_to_36.dat	1.0157796144485474
outsnap20_32_to_36.dat	1.036638617515564
outsnap22_32_to_36.dat	0.943829357624054
outsnap24_32_to_36.dat	0.8420392870903015
outsnap26_32_to_36.dat	0.7764744758605957
outsnap28_32_to_36.dat	0.6987860798835754
outsnap30_32_to_36.dat	0.6226181983947754
outsnap32_32_to_36.dat	0.6025329828262329
outsnap34_32_to_36.dat	0.6478917002677917
outsnap36_32_to_36.dat	0.5918837189674377
outsnap38_32_to_36.dat	0.6069950461387634
outsnap40_32_to_36.dat	0.5876030921936035
outsnap42_32_to_36.dat	0.6259873509407043
outsnap44_32_to_36.dat	0.5822116136550903
outsnap46_32_to_36.dat	0.5807353854179382
outsnap48_32_to_36.dat	0.4945778548717499
outsnap50_32_to_36.dat	0.4809436500072479

Tabela 19: Resultados do processamento com GPA da série $B3$ - *Cosmic Density* - fatia de z entre 32 e 36.

Arquivo	Ga
outsnap00_82_to_86.dat	1.1327108144760132
outsnap02_82_to_86.dat	1.038214087486267
outsnap04_82_to_86.dat	1.188215970993042
outsnap06_82_to_86.dat	1.2295786142349243
outsnap08_82_to_86.dat	1.2498142719268799
outsnap10_82_to_86.dat	1.1408238410949707
outsnap12_82_to_86.dat	1.2031543254852295
outsnap14_82_to_86.dat	1.1637382507324219
outsnap16_82_to_86.dat	1.0221736431121826
outsnap18_82_to_86.dat	0.9097394347190857
outsnap20_82_to_86.dat	0.791059136390686
outsnap22_82_to_86.dat	0.7314810156822205
outsnap24_82_to_86.dat	0.684079110622406
outsnap26_82_to_86.dat	0.5432748794555664
outsnap28_82_to_86.dat	0.4723741114139557
outsnap30_82_to_86.dat	0.39275145530700684
outsnap32_82_to_86.dat	0.34080588817596436
outsnap34_82_to_86.dat	0.30906060338020325
outsnap36_82_to_86.dat	0.25912168622016907
outsnap38_82_to_86.dat	0.2506765127182007
outsnap40_82_to_86.dat	0.21078991889953613
outsnap42_82_to_86.dat	0.19035223126411438
outsnap44_82_to_86.dat	0.17204663157463074
outsnap46_82_to_86.dat	0.1712539941072464
outsnap48_82_to_86.dat	0.16839513182640076
outsnap50_82_to_86.dat	0.15901227295398712

Tabela 20: Resultados do processamento com GPA da série $B3$ - *Cosmic Density* - fatia de z entre 82 e 86.