

ESERCITAZIONE DI MATLAB I

Corso di ANALISI NUMERICA
anno accademico 2020-2021

- 1 Scrivere un programma di tipo **function** che assegnato un vettore di $n + 1$ nodi (numerati da 1 a $n+1$) ed un intero $j \in \{1, \dots, n + 1\}$ costruisce e disegna la base di Lagrange ℓ_j costruita sui nodi assegnati. Si effettui il disegno di $\ell_j(x)$ per valori di x nell' intervallo dei nodi.
- 2 Utilizzando la function di cui al punto 1 verificare (graficamente) le proprietà di tutte le basi $\ell_j(x), j \in \{1, \dots, n+1\}$ (cardinalità e partizione dell' unità).
- 3 Utilizzando la function di cui al punto 1, scrivere un programma che assegnato un vettore $\mathbf{f} = (f_1, \dots, f_{n+1})$ ed un vettore di nodi **nod** = $(nodi_1, \dots, nodi_{n+1})$ costruisce il polinomio interpolante $p_n(nodi_i) = f_i, i = 1, \dots, n + 1$ e lo disegna insieme ai dati (per valori di x nell' intervallo dei nodi).
- 4 Nel caso di $n + 1$ nodi uniformi in $[-5, 5]$, utilizzare il programma del punto precedente per uno studio (grafico, nell' intervallo dei nodi) della convergenza della successione $\{p_n(x), n = 3, 4, 5, 6, \dots\}$ dei polinomi interpolanti la funzione f da cui sono letti i dati nel caso $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ e $f(x) = \sin(2\pi x)$.
- 5 Nel caso di nodi di Chebyshev in $[-5, 5]$ utilizzare il programma del punto 3 per uno studio (grafico, nell' intervallo dei nodi) della convergenza della successione $\{p_n(x), n = 3, 4, 5, 6, \dots\}$ dei polinomi interpolanti la funzione f da cui sono letti i dati nel caso $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ e $f(x) = \sin(2\pi x)$.
- 6 Scrivere un programma di tipo **function** che assegnato un vettore di $n+1$ nodi uniformi (numerati da 1 a $n+1$) in $[a, b]$, costruisce e disegna il polinomio ω_{n+1} nell' intervallo dei nodi al variare di $n = 4, 6, 8, 10, 12$.
- 7 Scrivere un programma di tipo **function** che assegnato un vettore di $n+1$ nodi di Chebyshev (numerati da 1 a $n+1$) in $[a, b]$, costruisce e disegna il polinomio ω_{n+1} nell' intervallo dei nodi, al variare di $n = 4, 6, 8, 10, 12$.

- 7bis Scrivere un programma di tipo function che assegnato un intervallo $[a, b]$ ed un intero n costruisce e disegna i 3 polinomi monici ω_{n+1}^u , ω_{n+1}^T , ω_{n+1}^r rispettivamente associati ai nodi uniformi, Chebyshev e random in $[a, b]$. Si confrontino i risultati al variare di $n = 4, 8, 12$.
- 8 Scrivere un programma di tipo function che assegnato un vettore di $n+1$ nodi (numerati da 1 a $n+1$) costruisce e disegna per $j \in \{1, \dots, n+1\}$ una coppia di base di Hermite U_j , V_j , nell'intervallo dei nodi. Si fissi inizialmente $n = 1$.
- 9 Utilizzando la function di cui al punto 8 verificare (in modo grafico) le proprietà delle basi di Hermite U_j , V_j , $j \in \{1, \dots, n+1\}$ (si rappresentino graficamente le "direzioni" interpolate).
- 10 Utilizzando la function di cui al punto 8, scrivere un programma che assegnati due vettori $\mathbf{f} = (f_1, \dots, f_{n+1})$, $\mathbf{g} = (g_1, \dots, g_{n+1})$ ed un vettore di nodi $\mathbf{nodi} = (nodi_1, \dots, nodi_{n+1})$ costruisce il polinomio interpolante $p_n(nodi_i) = f_i$, $p'_n(nodi_i) = g_i$, $i = 1, \dots, n+1$ e lo disegna insieme ai dati (incluse le "direzioni" interpolate).
- 11 Scrivere un programma di tipo function che assegnato un intero n ed un intervallo $[a, b]$ costruisce e disegna le $n+1$ basi di Bernstein in $[a, b]$.
- 12 Scrivere un programma che assegnata una funzione f ed un intero n utilizzi la function di cui al punto 11 per costruire e disegnare il polinomio di Bernstein $B_n(f, n)$. Si testi programma con $f(x) = \frac{1}{1+25x^2}$, $x \in [-1, 1]$ ed $n = 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$.
- 13 Scrivere un programma di tipo function che assegnato un vettore di 5 nodi costruisce e disegna la B-spline di grado 3 di nodi corrispondenti.
- 14 Scrivere un programma che costruisce il polinomio parametrico interpolante (con parametrizzazione uniforme) dati estratti da una curva parametrica a scelta (sia uniformemente distribuiti che non).
- 15 Scrivere un programma che costruisce il polinomio parametrico interpolante (con parametrizzazione arco della curva) dati sperimentali (sia uniformemente distribuiti che non).