DEPARTAMENTO DE ESTADÍSTICA E INVESTIGACIÓN OPERATIVA 4º. GRADO EN ESTADÍSTICA



Teoría de la Decisión. Hoja de Problemas n. 3

- 1. Un empresario desea invertir 10000 euros en el mercado de valores comprando acciones de una de dos compañías: A y B. Las acciones de la compañía A representan un riesgo, pero podrían dar un rendimiento del 50% sobre la inversión durante el siguiente año. Si las condiciones de la bolsa no son favorables (es decir, mercado "a la baja"), las acciones pueden perder 20% de su valor. La compañía B proporciona inversiones seguras con 15% de rendimiento en un mercado "al alza" y sólo 5% en un mercado "a la baja". Todas las publicaciones que usted ha consultado (¡y siempre hay una avalancha de ellas al final del año!) predicen un 60% de posibilidades para un mercado "al alza" y 40% de un mercado "a la baja". ¿Dónde debe invertir su dinero?
- 2. Usted tiene oportunidad de invertir en tres fondos mutualistas: servicios públicos, crecimiento agresivo y global. El valor de su inversión cambiará dependiendo de las condiciones del mercado. Hay un 10% de posibilidad de que el mercado baje, 50% de posibilidad de que el mercado permanezca moderado y 40% de que se comporte bien. La siguiente tabla proporciona el cambio porcentual en el valor de la inversión bajo las tres condiciones:

	Porcentaje de rendimiento sobre la inversión			
Alternativa	Mercado a la baja (%)	Mercado moderado (%)	Mercado al alza (%)	
Servicios públicos	+5	+7	+8	
Crecimiento agresivo	-10	+5	+30	
Global	+2	+7	+20	

- (a) Represente el problema como un árbol de decisión.
- (b) ¿Qué fondo mutualista elegiría?
- **3.** Un representante de un escultor de fama no demasiado reconocida está organizando una exposición de su obra en Madrid durante una semana. Debe decidir cuánto gastar en dar publicidad al evento y cuenta con tres opciones: a_1 , anunciarlo en la prensa especializada; a_2 , anunciarlo en las principales radios; a_3 , anunciarlo en las principales televisiones.

La demanda de visitantes a la exposición se puede clasificar en poca, media o mucha, obteniendo en cada caso unos beneficios en miles de euros, como se indica en la tabla siguiente. Entre paréntesis se indican las probabilidades de cada nivel de demanda si se adopta la opción indicada.

	poca	media	mucha
a_1	-60 (0.4)	60 (0.55)	480 (0.05)
a_2	-180 (0.1)	-60 (0.35)	$360 \ (0.55)$
a_3	-480 (0.05)	-360 (0.15)	60 (0.8)

Determinar la decisión que conducirá al máximo beneficio esperado.

- 4. Una empresa puede optar por fabricar uno de los dos modelos diferentes de un determinado artículo o ambos, pero, debido a limitaciones de equipo y utillaje, los costes que supone desarrollar ambos modelos simultáneamente superan la suma de los costes de hacerlo individualmente. Limitaciones en la capacidad productiva hacen que sea imposible fabricar en ambos modelos tantas unidades como pueda absorber el mercado. Los departamentos de producción y ventas de la empresa han efectuado las siguientes estimaciones:
- A) Los costes (en millones de euros) de los diversos modelos son los siguientes: modelo económico, 2; modelo de lujo, 3; ambos en el mismo año, 6.
- B) Los gastos generales y administrativos fijos son de 2 millones de euros.
- C) Los ingresos por ventas (en millones de euros), que dependen de cuál sea la coyuntura económica el próximo año, son: modelo económico 12, 6 o 4; modelo de lujo 15, 6 o 0; ambos 18, 12 o 4, según que la economía esté en expansión, estabilidad o recesión respectivamente.

El departamento de investigación económica estima que las probabilidades de que haya expansión, estabilidad y recesión son de 0.3, 0.5 y 0.2, respectivamente.

A la vista de la información anterior determine:

- (a) La alternativa óptima para la empresa.
- (b) La máxima cantidad que la empresa estaría dispuesta a pagar por obtener la información perfecta acerca de la coyuntura económica, si ello fuera posible.
- 5. GONGA S.A. es una empresa que se dedica a la comercialización de bienes de consumo destinados a las tiendas de todo a 0.60. Esta empresa quiere ampliar su cifra de negocio entrando en un nuevo mercado. Por este motivo, realiza un estudio sobre la demanda de su producto en cuatro zonas distintas, I, II, III y IV, estimando una demanda en cada zona de 11.000, 12.000, 15.500 y 17.000 unidades respectivamente. Para poder abastecer el nuevo mercado debe contar con un nuevo almacén; actualmente se alquilan tres, que tienen cada uno una capacidad de 11.000, 15.000 y 17.000 unidades. La estructura de costes mensuales (en miles de euros) que la empresa ha estimado para cada posible situación queda recogida en la siguiente tabla:

Almacén	11.000	15.000	17.000
mercado			
I	10	15	20
II	10	17.5	15
III	15	16	19
IV	30	35	18

Si la probabilidad de alquilar el primer almacén es del 30%, de conseguir el segundo del 40% y el tercero del 30%, establezca:

- (a) ¿Cuál será su decisión óptima respecto al nuevo mercado en el que desarrollará su actividad si el objetivo que persigue es minimizar los costes?
- (b) ¿Cuál será su decisión si además no acepta varianzas en los resultados superiores a 8 (miles de euros)²?

- **6.** Un individuo ha ganado en la lotería primitiva un millón de euros. El director de su agencia bancaria le ha convencido de que lo mejor que puede hacer con el dinero es invertirlo en un nuevo fondo de inversión que tiene las siguientes características:
- 1.-) La inversión es anual.
- 2.-) Un porcentaje del capital se invierte en renta fija, que tiene una remuneración garantizada del 10%.
- 3.-) El resto del capital se invierte en renta variable. Sobre la remuneración de esta parte de la inversión, esta persona cuenta con la siguiente información: la propaganda que hace el banco, basándose en la evolución del ejercicio anterior, es que la rentabilidad será de un 15% anual. No obstante, una revista económica, basándose en la tendencia actual de los mercados internacionales y en las previsiones políticas, afirma que tan sólo será de un 4%. Para esta persona la probabilidad de que el banco tenga razón en sus previsiones es la misma que la probabilidad de que acierte la revista.
- 4.-) El fondo tiene dos modalidades:

Opción A: el 30% del capital se invierte en renta fija y el 70% restante en renta variable.

Opción B: el 60% del capital se invierte en renta fija y el 40% restante en renta variable.

Teniendo en cuenta esta información, conteste las siguientes cuestiones:

- (a) ¿Cuáles son los beneficios que el individuo puede conseguir según la opción que elija?
- (b) Si basa su decisión en el criterio del valor monetario esperado, ¿cuál será la decisión óptima?
- (c) ¿Cuánto dinero estaría dispuesto a pagar por una información cierta sobre la evolución del mercado de renta variable en el próximo año?
- 7. Una empresa tiene la posibilidad de presentarse a un concurso público para la adjudicación del servicio internacional de correo aéreo, que le supondría un beneficio de 5 millones de euros al año. Para presentarse al concurso debe preparar un proyecto que le costará medio millón de euros, considerando que la probabilidad de conseguir el contado es de un 70%.

La empresa no posee aviones suficientes para cubrir el servicio por lo que en caso de conseguir el contrato, debe decidir si compra los aviones que le faltan o los alquila a una empresa nacional o extranjera. El coste de cada opción planteada es de 3, 1.5 y 1.3 millones de euros respectivamente. La empresa sabe que tiene una probabilidad de un 50% de conseguir una subvención estatal del 50% del importe de la compra, de un 30% del precio del alquiler si el proveedor es una empresa nacional y de un 20% si es extranjera. En este último caso, también tiene que tener en cuenta que el pago se realizará en dólares y que una devaluación del euro supondrá una pérdida adicional de 100000 euros. Según la situación actual del mercado monetario, esta empresa considera que la probabilidad de una devaluación del euro es de un 75%.

- (a) ¿Qué decisión deberá tomar la empresa?
- (b) Si pudiera disponer de información perfecta sobre la concesión de las subvenciones, ¿cuánto estaría dispuesta a pagar por ella?
- 8. El jefe de marketing de una importante empresa productora de computadores tiene que decidir si lanzar una nueva campaña antes o después del mes de mayo. Si la lanza antes, tendrá aseguradas unas ventas de 100 millones de euros. Si la lanza después corre el riesgo de que la empresa competidora se adelante, lo que ocurrirá con probabilidad 0.4. Además, las ventas también dependen de las previsiones de la coyuntura económica que se presente, que puede ser al alza, con probabilidad 0.5, estabilidad, con probabilidad 0.3 y recesión. Si la economía está en alza y la competidora no ha lanzado su campaña, las ventas se dispararían hasta los 150 millones de euros y si la competidora ha

lanzado su campaña las ventas serían de 120 millones. Si la economía está estable, las ventas serían de 90 millones de euros si la competidora lanza su campaña y 110 si no la lanza, y si la economía está en recesión, si la competidora ha lanzado la campaña, las ventas serán de 70 millones y si no la ha lanzado, las ventas serán de 80 millones. A la vista de los datos

- (a) ¿Qué decidirá el jefe de marketing?
- (b) ¿Cuánto dinero estaría dispuesto a pagar por conocer con certeza todas las variables inciertas del problema?
- (c) ¿Y por saber cuáles serán las previsiones de coyuntura económica?
- (d) Si el jefe de marketing se le ofrece la posibilidad de contratar a un espía industrial por 1000 euros que le dirá con exactitud si la empresa de la competencia va a lanzar la campaña, ¿qué hará?
- 9. Un individuo se enfrenta al siguiente juego, al que podrá decidir jugar o no. Hay una baraja francesa de cartas que previamente han sido mezcladas, y tiene que adivinar si la carta que salga al cortar es negra o roja. Si acierta, ganará 3 euros y podrá seguir jugando o plantarse, y así hasta tres veces. Si falla, devuelve todo lo que lleve ganado. En el momento en el que falle o se plante, el juego se acabará y tendrá que pagar 1 euro por cada vez que haya jugado.
 - (a) Represente este juego como un árbol de decisión.
 - (b) Determine cuál es su decisión óptima.
 - (c) ¿Cuál será su ganancia esperada?
- 10. Si las preferencias de un decisor se representan mediante una función de utilidad $u(\cdot)$, demostrar que si
 - (a) $u(x) = ax^2 + bx + c$, entonces su función de aversión local al riesgo es creciente;
 - (b) $u(x) = -e^{-cx}$ (c > 0), entonces su función de aversión local al riesgo es constante.
- 11. Demostrar que la función de aversión local al riesgo en x, r(x), posee las siguientes propiedades:
 - (a) no se ve afectada por transformaciones afines positivas,
 - (b) $r(x) \ge 0$ para funciones cóncavas y estrictamente crecientes,
 - (c) $r(x) \leq 0$ para funciones convexas y estrictamente crecientes.
- 12. Dada la función real de variable real $u(x) = 1 e^{-\lambda x}$ siendo λ un parámetro positivo, establezca:
 - (a) Para qué valores de x dicha función es de utilidad.
 - (b) Demuestre que v(x) = 2u(x) 3 es también una función de utilidad.
 - (c) La actitud del decisor frente al riesgo.
- 13. Juan presenta las siguientes utilidades para cantidades monetarias (en millones de euros):

$$u(2) = 11, \ u(1.5) = 10.5, \ u(1) = 9, \ u(0.5) = 7.75, \ u(0) = 7$$

Dada la lotería

$$l = \left(\begin{array}{cccc} 0.5 & 0.3 & 0.1 & 0.1 \\ 2 & 1.5 & 1 & 0 \end{array}\right)$$

determine su equivalente cierto. ¿Qué se puede decir de la actitud de Juan frente al riesgo?