## SME0602 - Cálculo Numérico

## Roberto F. Ausas

rfausas@icmc.usp.br www.lmacc.icmc.usp.br/~ausas/

Lista sobre programação em python: Exercícios para entregar.

- Antes de começar a realizar o tarefa se recomenda estudar com as Jupyter Notebook apresentadas pelo professor.
- A tarefa e o relatório serão feitos em grupo (máximo 3 integrantes).
- O relatório será feito na própria Jupyter Notebook desenvolvida com algumas explicações e os resultados obtidos ao rodar.
- NÃO ENTREGRAR ARQUIVOS .zip OU QUALQUER OUTRO FORMATO QUE NÃO SEJA O DA JUPYTER NOTEBOOK .ipynb, POIS SERÃO DESCONSIDERADOS.
- Todos os exercícios devem estar no mesmo arquivo e as células devem ter sido executadas para que o professor possa ver os resultados.
- Cada aluno deverá colocar o relatório no escaninho.
- Na jupyter notebook deverá constar o nome de todos os participantes.
- A data de entrega será até às 6am do dia 03/04/2023 no escaninho do Tidia.

Exo. A. Fazer em python uma função que:

(a) Pega dois vetores randômicos  ${\bf a}$  e  ${\bf b}$  de dimensão n, e dois escalares randômicos  $\alpha$  e  $\beta$  e calcula um vetor  ${\bf c}$  tal que

$$\mathbf{c} = \alpha \mathbf{a} + \beta \mathbf{b}$$

(b) Pega uma matriz randômica  $\mathbf{A}$  de  $n \times n$  e calcula a sua m-essima potência

$$\mathbf{A}^m = \underbrace{\mathbf{A} \dots \mathbf{A}}_{m \text{ vezes}}$$

(tomar valores de m = 2, 3, 4).

Em todos os casos medir o tempo necessário para realizar as operações para diferentes dimensões n. Plotar o tempo de cálculo como função da dimensão n usando a escala linear padrão e a escala loglog. No segundo ponto, colocar no mesmo gráfico os resultados para os diferentes valores de m. Tirar conclusões.

**Exo.** B. Considerar uma função escalar f e o seu gradiente:

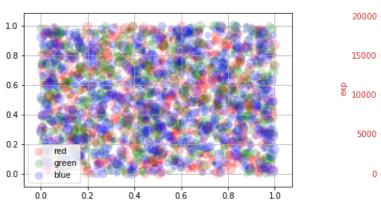
$$f(x,y) = 3\cos(x)\cos(y), \quad \vec{v}(x,y) = \nabla f(x,y) = \left[\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}\right]^T$$

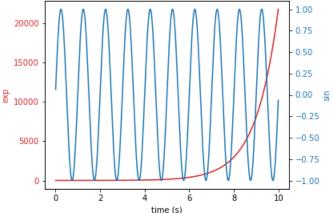
Usando a biblioteca matplotlib, plotar a função f como superficie, as curvas de nível usando a função plt.contour e o campo de vetores  $\vec{v}$  usando a função plt.quiver.

• Pesquisar o comportamento dessas funções e gerar vários gráficos para ilustrar o comportamento da função numa região do plano de interesse.

- Graficar separadamente
- Grafica tudo no mesmo gráfico.

Exo. C. Utilizando a biblioteca matplotlib fazer os seguintes plots:





- No caso da esquerda, trata-se de pontos distribuidos aleatoriamente na região  $[0, 1] \times [0, 1]$ , feitos com 3 cores diferentes. Usar a função scatter.
- No caso da direita, trata-se dos gráficos da função  $\sin(2\pi t)$  e  $\exp(t)$  no intervalo [0, 10]. Notar que a escala da direita se aplica à primeira função e a escala da esquerda à segunda função.

Ajustar os parâmetros necessários para tentar que o resultado se pareça o mais possível com as imagens.

Exo. D. Considerar a sequência de valores gerados pelo mapeo logístico.

$$x_n = a \, x_{n-1} \, (1 - x_{n-1})$$

Considerar  $x_0 = 0.1$  e diferentes valores de a entre 0 e 4 (p.e., a = 1, 2, 3.8 e 4).

- Para cada caso, gerar a sequência de valores indo desde n=1 até n=10000.
- Plotar a sequencia de valores usando matplotlib. Plotar numa janela de valores interessante para visualizar o comportamento em cada caso.
- Gerar um histograma de valores usando a função hist.
- Calcular a média, a variança da sequência

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N} x_i, \quad \sigma = \frac{1}{N-1} \sum_{i=0}^{N} (x_i - \bar{x})^2$$

Pode programar-lo na mão ou usar uma função de numpy já pronta.

• Gerar o gráfico de bifurcações, que seria um gráfico com os valores que toma a sequência como função do parâmetro a. O resultado deveria ser algo do tipo:

