

# APPUNTI LABORATORIO DI FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

## → INTRODUZIONE ←

Nel 1896 Henri Becquerel scoprì casualmente che i sali di uranio, posti in vicinanza di una pellicola fotografica, anche racchiusi in un involucro opaco, esibivano, mostrando di emanare radiazione capace di attraversare corpi non attraversati dalla luce.

Successive misure furono molte le scoperte che alimentarono la nascita e crescita di questo nuovo capitolo della fisica, la **radiocattività**: nel 1897 Thompson scoprì l'elettrone, Marie Curie scoprì Rameo e Polonio nel 1898 e successive misure scoprì altre sostanze con le stesse proprietà dei sali d'uranio. Usando il rameo, stabilì la natura dei raggi emessi, definendo 3 tipi di radiazione: **α (positive), β (negative), γ (neutral)**.

## → ATOMI e NUCLEI ←

Un atomo consiste di una parte centrale carica positivamente, attorno alla quale degli elettroni si muovono seguendo orbite stabili. Se visto come una sfera possa prendere:

$$R_{\text{atomo}} \approx 10^{-10} \text{ m} ; R_{\text{nucleo}} \approx 10^{-14} \text{ m}$$

Il numero di elettroni è pari al numero di cariche positive nel nucleo: nel suo stato "normale" **l'atomo è elettricamente neutro**. Il numero di cariche positive è indicato dal **numero atomico Z**, che identifica la specie di Atomo. Gli elettroni si muovono attorno al nucleo come risultato delle attrazioni elettrostatiche: le orbite sono stabili e gli elettroni NON irradiano energia (al contrario di ciò che accade nella seconda legge di Newton classica). Ogni orbita corrisponde ad una certa energia. Per il fenomeno delle **quantizzazioni** solo alcune orbite sono permesse: si forma uno spettro in energie **discreto**. Se un elettrone si sposta da uno stato di energia  $E_i$  ad uno di energia  $E_f$ , viene emessa una radiazione con frequenza:

$$\nu = \frac{E_f - E_i}{h}$$

La radiazione in questione è un **raggio x** con energie

$$E_x = h\nu = E_f - E_i = k(Z-a)^2 \quad (\text{di } a, k \text{ costanti})$$

$E_x$  dipende da  $Z$ , e ciò nasce come ogni atomo abbia il proprio caratteristico spettro energetico. I livelli energetici dell'atomo seguono una normale successione: il più basso (**grado base**) è il livello  $k$ , poi vengono mai accesi coi  $L, M, N$ , e così via. Quando un elettrone esterno di un atomo acquisisce sufficiente energia per "salire" ad un livello energetico più alto, parliamo di **eccitazione**. In un tempo molto breve tale elettrone decadrà nuovamente sullo stesso fondo mentale e mettendo in raggio-x. Se l'elettrone acquisisce energie sufficienti da lasciare l'atomo parliamo di **ionizzazione**. L'energia di ionizzazione di penso dall'atomo.

P. I. un elettrone è vicino al nucleo più vicino è il valore di energia da fornire.

Parlando del nucleo, esso è composto da protoni e neutrini gravati insieme detti nucleoni. Un nucleo quindi consiste di un numero A, numero di massa, di particelle:

$$A = N + Z$$

$$N \equiv \text{n}^{\circ} \text{ neutrini}$$

$$Z \equiv \text{n}^{\circ} \text{ atomo} (\text{n}^{\circ} \text{ protoni})$$

A

Un nucleo è indicato con  ${}_{Z}^{A}X$ , con X simbolo della specie chimica.

Possiamo dire inoltre: ISOBARI  $\rightarrow$  nuclei con stesso A

ISOTIPI  $\rightarrow$  nuclei con stesso Z

ISOTONI  $\rightarrow$  nuclei con stesso N

ISOMERI  $\rightarrow$  due diversi stati energetici dello stesso nucleo

Sono note 92 specie di nuclei naturali e 26 artificiali, per un totale di 118 specie. Le diverse combinazioni di protoni e neutrini portano ad avere circa 700 nuclei noti.

Eperimentalmente si è dimostrato che i nuclei sono quasi sferici, con un volume V proporzionale ad A e:

$$R = 1.3 \times 10^{-15} A^{1/3} \text{ m}$$

La massa del nucleo è:  $M_N(A, Z) = Z M_p + N M_n - B(A, Z)/c^2$

dove  $B(A, Z)/c^2$  è l'energia di legame dei nucleoni.  $M_N$  si misura in unità di massa atomica u:

$$1 \text{ u} = \frac{1}{12} (\text{massa } {}^{12}_{\text{C}}) = 1.660540 \times 10^{-27} \text{ kg} = 931.491 \text{ MeV}$$

Riportando a  $B(A, Z) = Z M_p + N M_n - M_N(A, Z)$  (suppongo  $c=1$ ) posso definirlo in due modi equivalenti:

- è uguale alla massa trasformata in energie quando gli Z protoni e gli N neutrini si uniscono formando il nucleo. Una quantità di energie pari all'energia di legame viene rilasciata quando il nucleo si forma
- è uguale all'energia necessaria a rompere il nucleo nei suoi costituenti

Essa rappresenta una questione fondamentale per lo studio delle fisiche nucleari.

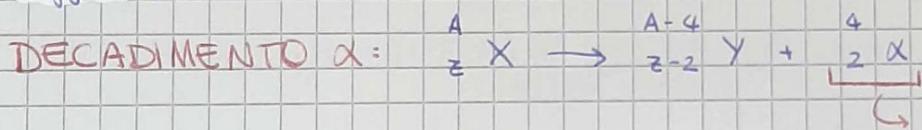
La forza nucleare che tiene insieme i nucleoni non ha ancora sue natura precise. Sono stati però creati diversi modelli della struttura nucleare basandosi su di essa e sulle evidenze sperimentali. Alcuni modelli sono più consistenti di altri ma nessuno ancora riesce a spiegare le evidenze per TUTTI i possibili nuclei.

Tutti i modelli assumono che il nucleo, come l'atomo, ha solo livelli discreti di energia. A seconda del modello, i livelli possono essere assegnati ai singoli nucleoni, o al nucleo intero. Basandosi sul secondo approccio, il livello più basso è il **ground state**; il **ground state** e tutti i livelli eccitati sotto il livello di energia zero sono detti **stati legati**: se il nucleo è in uno di questi stati si di solito rapida mente **cadendo** su uno stato inferiore, emettendo **calore** ma non neanche in forma di energia pari alla differenza fra stati. I livelli sopra il livello di energia zero sono detti **stati virtuali**: se il nucleo si trova su uno di questi stati può passare ad uno stato legato e mettendo un nucleone.

E' noto dagli esperimenti che la distanza fra livelli decresce al crescere dell'energia di eccitazione. Per avissime energie, la densità dei livelli rende difficile distinguervi. Al crescere di  $A$  il numero dei livelli aumenta e diminuisce l'energia del primo stato eccitato.

## → DECADIMENTI ←

Estremamente importanti sono i possibili decadimenti che un nucleo può effettuare.



L'energia disponibile dopo un decadimento  $\alpha$  è:

$$Q_\alpha \equiv \text{energia di transizione} = M(A, z) - M(A-4, z-2) - M(4, 2) \quad (\equiv T_\alpha + T_m \text{ en. cinetiche})$$

$Q_\alpha$  deve essere  $> 0$  perché il decadimento avvenga. Pertanto la condizione perché il decadimento è permesso è:

$$M(A, z) > M(A-4, z-2) + M(4, 2)$$

Da questo possiamo notare che sono nuclei  $\alpha$ -attivi quelli con  $A > 200$ . Pertanto: per stato fermo mentale

$$E_\alpha = Q_\alpha \left( \frac{A-4}{A} \right) \approx 98\% Q \quad (\text{solo il } 2\% \text{ va al nucleo che rincula})$$

$$E_x = (A-4/A) (Q_\alpha - E_i) \quad \text{con } E_i = \text{energia stato eccitato}$$

↳ dipenderà anche dall'energia dello stato su cui termina il decadimento

Il decadimento  $\alpha$  può avvenire su diversi livelli eccitati del nucleo figlio.

$^{241}\text{Am}$       1.3%

13%

86%

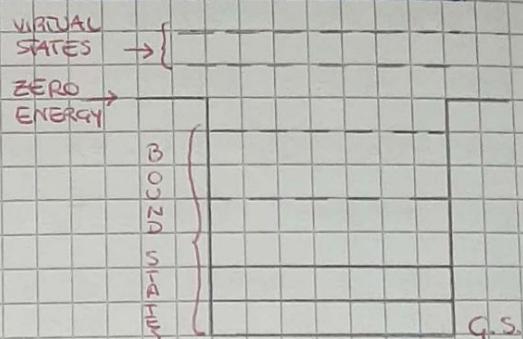
$E_x$   
5.389 MeV

5.443 MeV

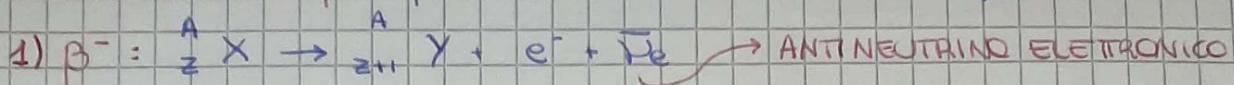
5.486 MeV

Decade su ogni stato con una certa probabilità. Se decade su stati eccitati questi si disegneranno emettendo un  $\gamma$ .

Lo spettro energetico, pertanto, è discreto.



DECADIMENTO  $\beta^-$ : può avvenire su 3 canali differenti



Dal bilancio energetico si ha:  $M(A, z) = M_{\text{n}}(A, z+1) + T_{e^-} + T_{\bar{\nu}} + T_M$  (+  $m_e$ )  
 con  $Q_{\beta^-} = M(A, z) - M(A, z+1)$

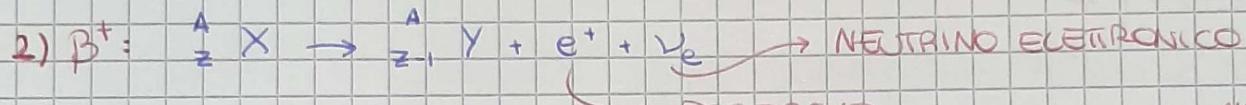
Dato che  $Q_{\beta^-} > 0 \Rightarrow M(A, z) > M(A, z+1)$  per avere  $\beta^-$

Posso scrivere  $Q_{\beta^-} = T_{e^-} + T_{\bar{\nu}} + T_M \approx 0$  perché il nucleo è molto pesante rispetto all'elettrone e all'anti neutrino

Pertanto le energie di  $e^-$  e  $\bar{\nu}$  possono combinarsi in diversi modi. Posso affermare:

$$E_{e^-} \in [0; Q_{\beta^-}]$$

Che porta ad uno spettro energetico continuo per il decadimento  $\beta^-$ . Anche in questo caso se decauto su stati eccitati, successivamente manda l'emissione di un  $\gamma$  di disaccoppiamento.



→ POSITRONE

Dal bilancio energetico si ha:  $M_{\text{n}}(A, z) \rightarrow M_{\text{n}}(A, z-1) + M_{e^+} + T_{e^+} + T_{\nu} + T_M$   
 (masse nucleari)

che usando masse atomiche:  $M(A, z) \rightarrow M(A, z-1) + 2M_{e^+} + T_{e^+} + T_{\nu} + T_M$

$$\text{con } Q_{\beta^+} = M(A, z) - M(A, z-1) - 2M_{e^+}$$

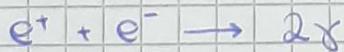
Dato che  $Q_{\beta^+} > 0 \Rightarrow M(A, z) > M(A, z-1) + 2M_{e^+} \rightarrow \approx 1.022 \text{ MeV}$

Nel  $\beta^+$  ho una soglia: per avere il decadimento la massa del padre deve essere maggiore di quella del figlio di almeno due volte la massa dell'elettrone.

Come per il  $\beta^+$ ,  $E_{e^+} \in [0, Q_{\beta^+}]$  e lo spettro è continuo.

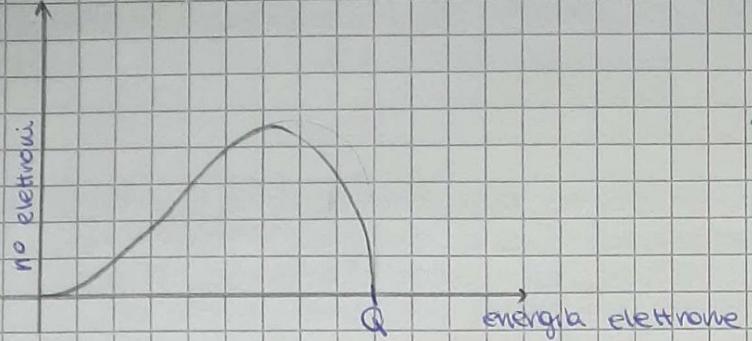
Va sotto sottolineato che l'energia che non prende il  $e^{+/-}$  nel  $\beta^{+/-}$  va al neutrino/anti neutrino.

Se da una parte gli  $e^-$  possono penetrare nella materia, gli  $e^+$  sono molto instabili e, una volta in contatto con un  $e^-$ , tramite annichilazione si ha:



Anche per  $\beta^+$  vale il discorso del decadimento su stati eccitati

[2]: aggiungendo le scritte in nero si passa dall'eq. per masse nucleari



### TIPICO SPECTRO $\beta$



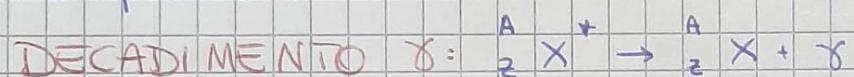
È il nucleo a catturare un elettrone. Dal bilancio energetico si ha:

$$M_N(A, Z) + m = M_N(A, Z-1) + T_Y \quad \text{che in termini di masse atomiche}$$

$$M(A, Z) = M(A, Z-1) + T_Y \quad \text{da cui} \quad Q_{EC} = M(A, Z) - M(A, Z-1)$$

Dato che  $Q_{EC} > 0 \Rightarrow M(A, Z) > M(A, Z-1)$  per avere CE  $\Rightarrow$  non ha più la soglia!

La cattura è una alternativa al  $\beta^+$ , che può avvenire anche se  $\beta^+$  non è permessa.



Avviene quando un atomo si dissocia emettendo un fotone. Dal bilancio energetico si ha:

$$M^*(A, Z) = M(A, Z) + T_M + E_\gamma \quad \text{ma} \quad T_M \approx 0, \quad \text{perciò}$$

$$E_\gamma = M^*(A, Z) - M(A, Z) \quad \text{differenza di energia fra i due livelli}$$

$$\text{In generale } E_\gamma \in [10 \text{ keV}; 10 \text{ MeV}]$$

Avviene spesso in seguito a decadimenti  $\alpha$  e  $\beta$  su livelli eccitati e su tempi estremamente brevi.

È importante sottolineare che in certo modo può decadere in modi differenti, ognuno con una certa probabilità.

In natura esistono delle catene radioattive, costituite da una serie di decadimenti dove ogni nucleo decade  $\alpha$  o  $\beta$  su un nucleo successivo fino ad arrivare ad un nucleo stabile. Le principali sono:

- serie del torio  ${}^{232}_{90} Th$  ( $4n$ )
- serie dell'uranio  ${}^{238}_{92} U$  ( $4n+2$ )
- serie dell'attinio  ${}^{235}_{92} U$  ( $4n+3$ )
- serie del neptunio  ${}^{237}_{93} Np$  ( $4n+1$ )  $\rightarrow$  già estinta

Nel parlare di catene e decadimenti, di tempi di dimezza massa e vite media, bisogna innanzitutto:

### LEGGE DEL DECADIMENTO

Il decadimento radioattivo è il processo spontaneo dei nuclei, che si trasformano in un nuovo nucleo o semplicemente rilasciano energia. Non è possibile affermare con certezza se, e quando, un nucleo decadra; va per forza considerata la probabilità di decadimento in un certo lasso di tempo. Tale probabilità è la costante di decadimento  $\lambda$  e per una certa specie di nucleo essa è:

- uguale per ogni nucleo
- costante ed indipendente dal numero di nuclei
- indipendente dall'età del nucleo

Considerando una massa  $M$  di un certo radioisotopo, con una costante di decadimento  $\lambda$ , avrà un numero di atomi pari a:

$$N = M \frac{N_A}{A} \quad \text{con } N_A = \text{n}^{\circ} \text{ Avogadro} = 6,022 \cdot 10^{23}$$

Il n° di nuclei diminuisce nel tempo con la seguente legge:

$$-\frac{dN(t)}{dt} = \lambda N(t)$$

$$\text{la cui soluzione è: } N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \quad \hookrightarrow \text{n}^{\circ} \text{ atomi a } t=0$$

Si può definire la vita media di un nucleo come  $\tau = 1/\lambda$ , da cui:

$$T_{1/2} = \ln(2)/\lambda = \ln(2) \cdot \tau \equiv \text{tempo di dimezza massa}$$

che, appunto, indica il tempo necessario perché il numero di nuclei iniziali venga dimezzato.

Il numero atteso di nuclei che decadono per unità di tempo è:

$$A(t) \equiv \text{attività} = \lambda N(t), \quad [A] = \text{Bq}$$

Determinati isotopi possono decadere in modi diversi. Si avrà:

$$\lambda_{\text{TOT}} = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \dots \quad \hookrightarrow \text{ognuna riferita ad un singolo modo}$$

È possibile definire  $N(t)$  per il singolo modo o per il decadimento nel suo complesso

Una situazione molto importante è quella delle catene di decessi menti, dove anche i figli sono radicativi e decadono a loro volta. Si ha

$dN_i = -\lambda_i N_i dt$  → con i indicano il capostipite della catena

$dN_2 = (\lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2)dt$  → l'atomo è nella catena (primo dei figli) decade con il suo  $\lambda_2$  ma a sua volta è costituito mentre prodotto dall'atomo che lo precede nella catena

$$dN_3 = (\lambda_2 N_2 - \lambda_3 N_3) dt$$

3

Concentriamoci sui primi due "passi" e supponiamo che:

$$\bullet N_1(O) = N_0 ; \quad N_2(O) = O$$

Svolgendo i calcoli si arriva a:  $N_1(t) = N_0 e$

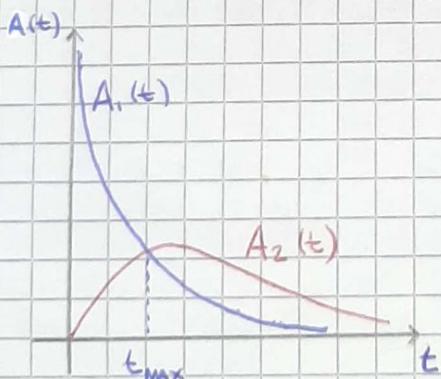
$$N_2(t) = N_0 \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_2 t} - e^{-\lambda_1 t})$$

Prendendo le attività:  $A_1(t) = \lambda_1 N_0 e$

$$A_2(t) = N_0 \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})$$

Si nota che per  $t \rightarrow 0$  oppure  $t \rightarrow +\infty$ ,  $A_2(t) \rightarrow 0$ . Inoltre l'andamento relativo fra  $A_1(t)$  e  $A_2(t)$  dipende solo da  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$ ; possiamo avere 3 diversi casi:

• CASO 1:  $\lambda_1 > \lambda_2 \Rightarrow$  il figlio decadde più lentamente del padre



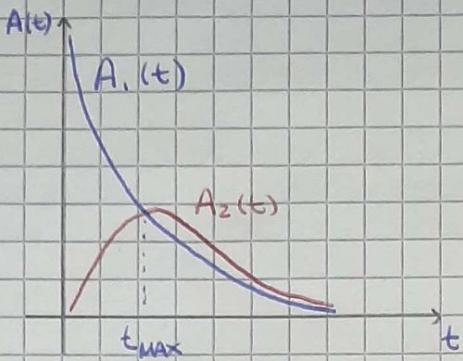
$$A(t = t_{\max}) \Rightarrow A_1(t) = A_2(t)$$

$A_1(t) > t_{\max} \Rightarrow A_2(t) > A_1(t)$ , cosa  
possede che diminuisce fino ad  
estinguersi così che a grandi  $t$

$$A_2(t) = e^{-\lambda_2 t}$$

↳ manca il "riformimento" da parte del padre

- CASO 2:  $\lambda_1 < \lambda_2 \Rightarrow$  il figlio decade più velocemente del padre

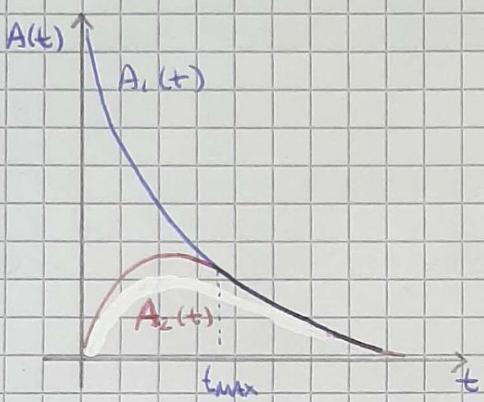


$$A \quad t = t_{\max} \Rightarrow A_1(t) = A_2(t)$$

$$\text{Per } t > t_{\max} \Rightarrow A_2(t) \rightarrow \frac{\lambda_2}{A_2 - A_1} > 1$$

Il rapporto tende ad una costante si instaura una situazione di **EQUILIBRIO TRANSIENTE**

- CASO 3:  $\lambda_1 \ll \lambda_2 \Rightarrow$  il figlio decade molto più velocemente del padre



$$\text{Per } t > t_{\max} \Rightarrow A_2(t) \rightarrow \frac{\lambda_2}{A_1(t)} \approx 1$$

È una estensione del caso 2: ad un certo punto padre e figlio cominciano a decadere nello stesso modo, raggiungendo il cosiddetto **EQUILIBRIO SECOLARE**

In genere  $t_{\max}$  per equilibrio secolare si stima come  $\approx 5 \tau_z$  ( $\tau_z$  vita media del figlio).

In caso molto importante è quando raggiunge l'equilibrio secolare in una catena. Ciò accade se:

$$\lambda_1 \ll \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \dots \Rightarrow \text{raggiungerà l'equilibrio secolare della catena dopo un tempo sufficiente; in genere dopo}$$

Raggiunto l'equilibrio secolare si ha che tutti i nuclei della catena hanno la stessa attività.

$$t \approx 5 \tau_{\max}$$

con  $\tau_{\max}$  che indica la più lunga delle vite medie dei figli

In sostanza all'equilibrio secolare, per ogni nucleo della catena, la quantità prodotta nell'unità di tempo è pari a quella che decade nell'unità di tempo

## → CENNI DI RADIO PROTEZIONE ←

**PARTICELLE α:** sono dotate di carica elettrica e di conseguente interagiscono direttamente con la materia, ionizzando atomi e molecole.

Hanno una massa di circa 3000 Me-, e per questo il loro percorso nello materiale è rettilineo. In questo modo effettua un gran numero di interazioni, cedendo rapidamente tutta la sua energia: ha un percorso (range) di qualche cm in aria e di qualche mm in tessuto. Basti un foglio di carta per schermarla.

Dato il loro range, se la sorgente è esterna all'organismo non riescono a penetrare lo strato morto della pelle. Se la sorgente è all'interno dell'organismo, il danno biologico può essere importante. La manipolazione di sorgenti α va fatta con cura, essendo anche emettitori di raggi γ.

**PARTICELLE β:** anch'esse sono dotate di carica e quindi di reazione ionizzante. Interagendo con gli elettroni, il loro percorso è molto frammezzato, anche se può penetrare maggiormente rispetto alle α. Possono essere schermate da strati di materiale dell'ordine di qualche mm. Le sorgenti esterne possono essere importanti per le dose alla pelle; quelle interne possono provocare danni ma di minor impatto rispetto alle α.

**RADIAZIONE γ:** è neutra e quindi indirettamente ionizzante: al loro passaggio mettono in moto particelle cariche, che avranno in un secondo momento a ionizzare il materiale. Sono molto penetranti e solo materiali con auto Z e auto densità (piombo) riescono a schermarli. La loro pericolosità, specialmente se arrivano dall'esterno, è connessa con la loro capacità di penetrazione nei vari materiali. Spesso accompagnano decadimenti α e, soprattutto, β.

In ogni caso le radiazioni vengono classificate per tipo (α, β, γ) ed energia (misurata in eV). I loro effetti dipendono dalla energia ceduta alla materia che attraversano. I danni biologici sono infatti relativi all'energia assorbita per unità di massa, ossia la DOSE.

$$D_{assorbita} = \frac{E_{depositata}}{m}; [D_{assorb}] = [\text{J/kg}] = \text{Gy}$$

I danni biologici dipendono dal tipo di radiazione. Si definisce:

$$D_{equivalente} = D_{assorb} \cdot W$$

$\hookrightarrow$  fattore di ponderazione

$$; [D_{eq}] = \text{Sv}$$

$$W = 1 \text{ per } \gamma, X, e^-, \mu \quad ; \quad W = 20 \text{ per } \alpha$$

Sulla base della dose equivalente partono tutti i calcoli associati a danni, rischi e protezione.

Dai campioni riceviamo costantemente radiazioni, in media 2,4 mSv/anno.

Il limite preconzionale di legge è di 1 mSv/anno sopra al fondo naturale. I limiti di pericolosità variano dalla categoria di persone in questione (lavoratori a contatto con radiazioni, pazienti, pubblico...).

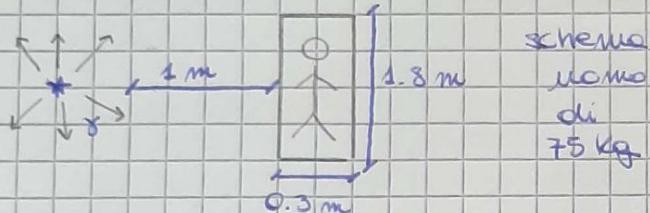
Alla dose assorbita contribuiscono raggi cosmici, sorgenti naturali esterne, esposizioni diagnostiche a raggi X o TAC, eccetera.

**OSSERVAZIONE:** posso avere fattori di ponderazione diversi a seconda dell'organo in questione. Alcuni sono più "sensibili" di altri

### ESEMPIO

Sorgente  $\gamma$  con  $E_\gamma = 1 \text{ MeV}$

$$A = 100 \text{ kBq}$$



$$N_{\text{rad}} = \frac{A \cdot \text{Sup}}{t} \approx \frac{5 \cdot 10^3}{4\pi r^2} \text{ 1/s}$$

Supponendo che depositino tutta la loro energia:

$$\begin{aligned} E_{\text{assorb}} &\leq \frac{N_{\text{rad}}}{t} \cdot E_\gamma \cdot \pi \cdot 10^{-3} \text{ s} \\ &\approx 25 \cdot 10^{-3} \text{ J} \end{aligned}$$

$$D_{\text{assorb}} = \frac{E_{\text{assorb}}}{m} = 0.3 \text{ mSv}$$

### → INTERAZIONE RADIAZIONE - MATERIA ←

Come già accennato, particelle cariche ( $\alpha$  e  $\beta$ ) e neutri ( $\gamma$ ) interagiscono in modo differente con la materia. Le prime interagiscono direttamente elettronicamente, con le particelle cariche della materia. Le seconde interagiscono trasferendo la loro energia alle particelle cariche che acquisiscono energia cinetica e iniziano a muoversi.

### ESEMPIO

1  $\mu\text{g}$  di Polonio (Po),  $T_{1/2} \approx 130 \text{ days}$

$$N = 10^{-6} g \cdot N_{\text{Av}} = 3 \cdot 10^{15} \text{ atomi}$$

$$A_{\text{attiva}} = 2.7 \cdot 10^8 \text{ Bq}$$

In un giorno ho  $2.3 \cdot 10^{13}$  decadimenti

$$\begin{aligned} E_{\text{depositato}} &= N_{\text{dec}} \cdot E_\gamma = 2.3 \cdot 10^3 \cdot 5 \text{ MeV} \\ &= 16 \text{ J} \end{aligned}$$

$$\text{da cui } D_{\text{assorb}} = 0.2 \text{ Gy}$$

$$D_{\text{eq}} = 4 \text{ Sv}$$

DOSE LETALE 10 Sv

(esempio di ingeneramento 1  $\mu\text{g}$  di Po)

Per quanto riguarda particelle cariche ( $\alpha$  e  $\beta$ ) possono essere:

- (i)  $M_p \gg m_e$
- (ii)  $M_p = m_e$  (sono elettroni)

i)  $M_p \gg m_e$ , particelle cariche pesanti

- \* interazione col nucleo (diffusione Rutherford): ho scarso trasferimento di energia (nucleo è molto più pesante,  $M_N \gg M_p$ ) quindi il nucleo resta fermo; la particella è fortemente deviata
- \* interazione elettroni atomici: parte dominante per cessione di energia, la traiettoria NON viene deviata significantemente. L'energia viene ceduta attraverso molti urti successivi; nel singolo urto l'energia ceduta è bassa

Queste particelle cedono energia fino a fermarsi venendo assorbite. La misura del loro range può essere fatta tramite l'energia: a seconda dell'energia che assorbono, gli elettroni del materiale possono essere eccitati (ECCITAZIONE) o espulsi (IONIZZAZIONE). Il n° di eccitazioni/ionizzazioni dipende dall'energia rilasciata nella materia.

Nei rivelatori misuriamo una carica, sfruttando poi la relazione empirica:

$$Q = e \frac{E}{w} \quad \text{dove } w \equiv \text{energia media per produrre una coppia di cariche}$$

In generale, possiamo definire:

$$S \equiv \text{potere frenante} = - \frac{dE}{dx} \rightarrow \text{perdita di energia per unità di percorso}$$

Nell'accezione semiclassica (BETHE):

$$\Delta P_{\perp} = \int_{-\infty}^{\infty} F_{\perp} dt = \int_{-\infty}^{\infty} e E_{\perp} \frac{dx}{V_0} = \frac{e}{V_0} \int_{-\infty}^{+\infty} E_{\perp} dx$$

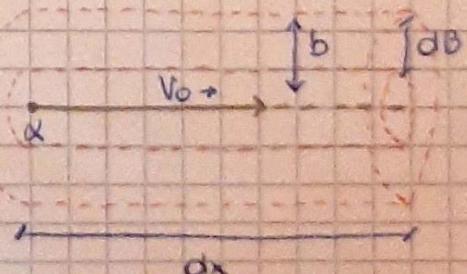
$$E_{\perp} = 4\pi Z e \text{ usando Gauss}$$

$$\Rightarrow \Delta P_{\perp} = \frac{2Ze^2}{bV_0}$$

$$\text{Energia} = \frac{\Delta P_{\perp}^2}{2M_p} = \frac{2}{M_p} \frac{Z^2 e^4}{(bV_0)^2}$$

Dobbiamo moltiplicare per il n° di elettroni che incarna, pari a:

$$dN_e = N_e 2\pi bdbdx$$



$b \equiv$  parametro di impatto

Da cui:

$$-\frac{dE}{dx} = N_e 2\pi \int_{b_{\min}}^{b_{\max}} \frac{z^2 e^4}{M_e (bvb)^2} b db = N_e 4\pi \frac{z^2 e^4}{M_e V_0^2} \ln \left( \frac{b_{\max}}{b_{\min}} \right)$$

Si nota che  $b \propto \frac{1}{E}$  e posso associare  $b_{\min} \rightarrow 1/E_{\min}$   
 $b_{\max} \rightarrow 1/E_{\max}$

$E_{\min}$  ci dice che il "salto" avviene solo se l'energia supera una certa soglia: ponendo  $E_{\min} = I$  energia minima di ionizzazione. Solo sopra soglia ho trasferimento di energia.

$E_{\max}$  corrisponde all'energia trasferita per un urto "frontale": se passo nel sistema in cui la particella  $\alpha$  è ferma ed è l'elettrone a muoversi con velocità  $-V_0$  si ha:

$$\Delta P_{\max} = 2 M_e V_0 \Rightarrow E_{\max} = \frac{\Delta P_{\max}^2}{2 m_e} = 2 M_e V_0^2$$

Possiamo confrontare  $E_{\max}$  con l'energia cinetica  $E_\alpha$  della particella  $\alpha$ :

$$\frac{E_{\max}}{E_\alpha} = \frac{2 M_e V_0^2}{\frac{1}{2} M_\alpha V_0^2} = \frac{4 M_e}{M_\alpha} = \frac{M_e}{M_p} \approx \frac{1}{2000}$$

$\hookrightarrow 4 \text{ Mprotone}$

Da ciò si evince che servono molti urti per cedere completamente la sua energia. La formula di Bethe può dunque essere scritta:

$$S = -\frac{dE}{dx} = 4\pi \frac{z^2 e^4}{M_e} \frac{1}{V_0^2} N_e \ln \left( \frac{2 M_e V_0^2}{I} \right)$$

$\hookrightarrow$  più veloce è la particella, meno tante più è dato lo Z della interagisce, più tempo ci mette a frenare particelle tanto più rapide hanno frene

- OSSEVAZIONE:
- per  $V \rightarrow 0$  diverge a causa di effetti di schermatura e neutralizzazione della carica
  - per  $V \rightarrow \infty$  entro in gioco effetti relativistici ed altri processi. La formula va corretta

Usando  $N_e = p N_A V Z$  ( $Z/A \approx 1/2$ , tranne per idrogeno)

$$\Rightarrow -\frac{dE}{dx} = 4\pi \frac{z^2 e^4}{M_e V^2} \frac{Z N_A}{A} \ln \left( \frac{2 M_e V^2}{I} \right)$$

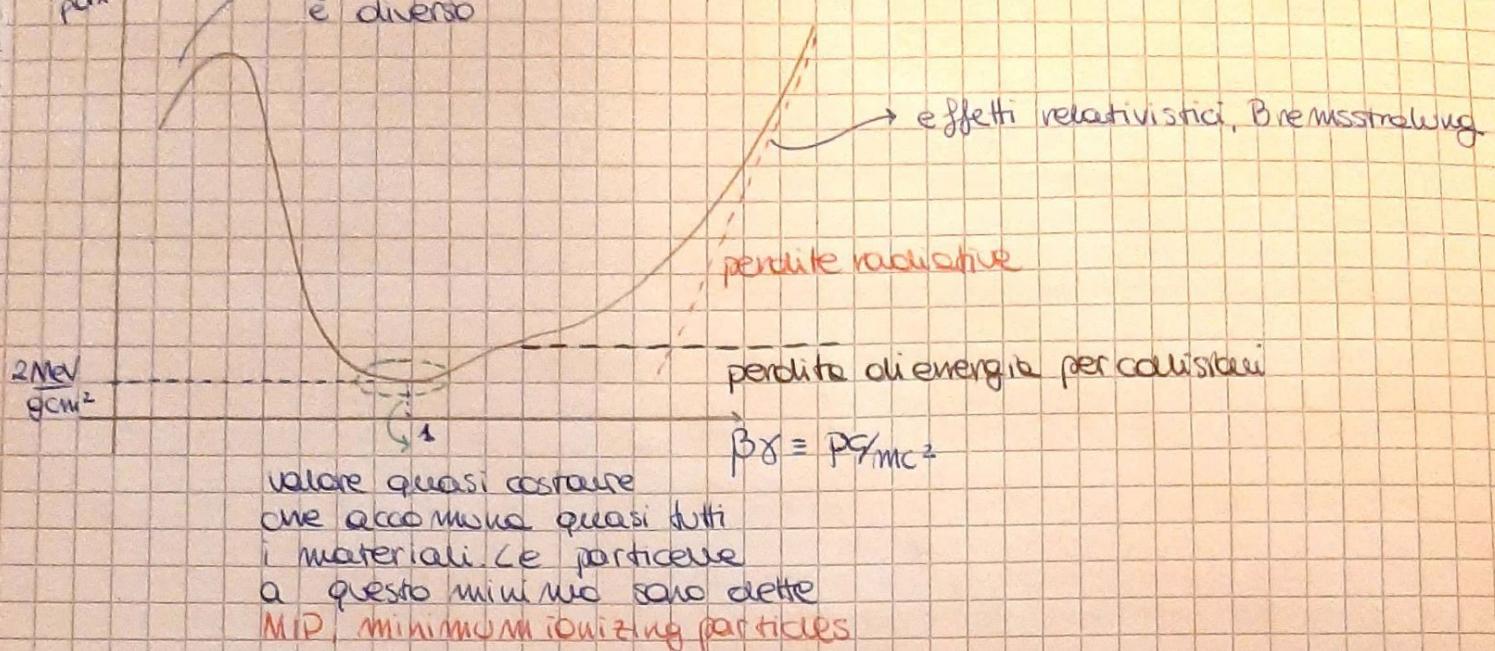
$\downarrow$

**PERDITA DI ENERGIA SPECIFICA** ] dato che  $Z/A \approx 1/2$  per tutti i materiali,  $dE/dx$  in prima approssimazione è indipendente dal materiale. In generale maggiore è  $p$  del materiale maggiore sarà il potere frenante

Usando le opportune correzioni relativistiche entra in fattore  $\beta\gamma$ . In questi termini la formula è invariante per tutte le particelle caricate pesanti

$\frac{dE}{dx}$

per  $v$  molto basso il comportamento è diverso



Questo è l'accorciamento per la formula di **Bethe - Bloch** che introduce i termini relativistici corretti. Tieni conto anche del fatto che, oltre che per collisioni, le perdite di energia può avvenire per freno nello e conseguente innaggiamento.

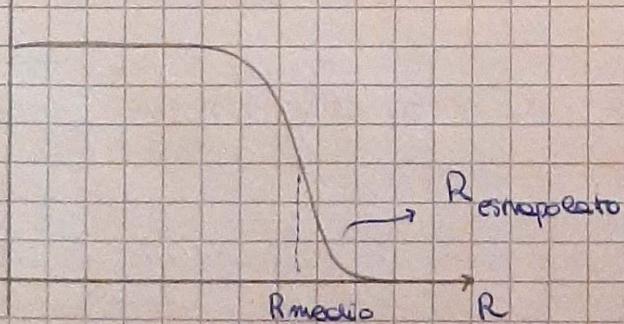
A questo punto possiamo definire il **RANGE**, il percorso nel materiale prima di perdere tutta l'energia:

$$R_{\text{medio}} = \int_0^\infty -\frac{dE}{dE/dx} = \int_0^\infty \frac{dE}{\frac{dE}{dx}} \cdot \frac{1}{\rho} \propto \frac{1}{\rho}$$

indipendentemente  
dal materiale

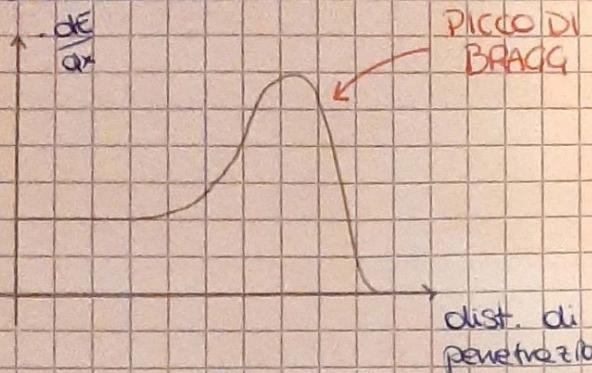
Il Range dipende dalla densità del materiale

$I/I_0$



La discese è graduale a causa dello **straggling**, cioè il fenomeno statistico per cui particelle con la stessa energia fanno percorsi leggermente diversi prima di fermarsi.

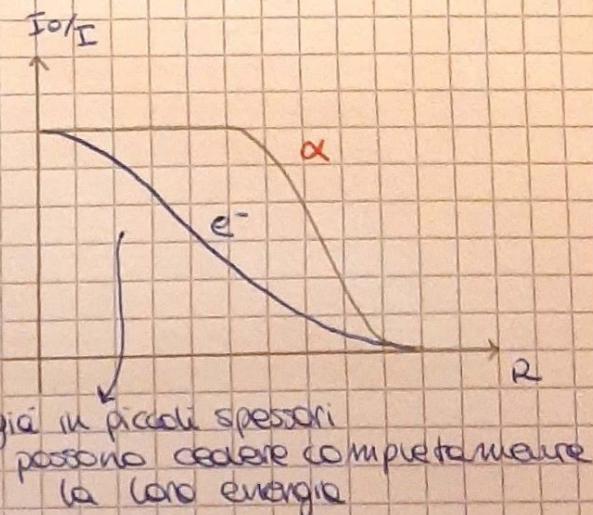
Possiamo mettere il potere frenante in funzione della distanza di penetrazione:



è dovuto al pick-up di elettroni da parte delle particelle che, assorbiti, riduce la sua carica.

### ii) NOTA SUGLI ELETTRONI $M_b = M_e$

Se considero come proiettile gli elettroni ho bersagli e proiettili con la stessa massa, posso perdere molta energia con un solo urto o essere deviato forte mentre interagendo con un nucleo. Il loro percorso è molto frastagliato ed il Range mai deve finire



Ritornando alla carica, alle quale avevamo accennato precedente mente:

$$\frac{dQ}{dx} = -\frac{e}{W} \frac{dE}{dx} \rightarrow \text{Quantità di carica generata per ionizzazione in } dx$$

$$e \cdot Q = \int_R^0 \frac{e}{W} \frac{dE}{dx} = \frac{eE}{W} \rightarrow \text{la misura dell'energia le posso effettuare tramite carica rilasciata}$$

Ciò è fondamentale perché i rivelatori sono basati su campi elettrici e la misura si riduce a misurare la carica depositata

Dato che  $W$  è un valore medio, il numero di partecipi di carica creati da un evento di energia è variabile. Avrà una certa distribuzione

Ciò sarà approfondito quando parleremo di rivelatori

Dobbiamo occuparci a questo punto dell'interazione con la matrice dei  $\gamma$ , neutrini.

Come detto, i fotoni interagiscono convertendo la loro energia in energia cinetica di particelle caricate. I fotoni sono radiazione elettromagnetica, viaggiano alla velocità della luce e hanno massa a riposo nulla. La loro energia dipende dalla loro frequenza:

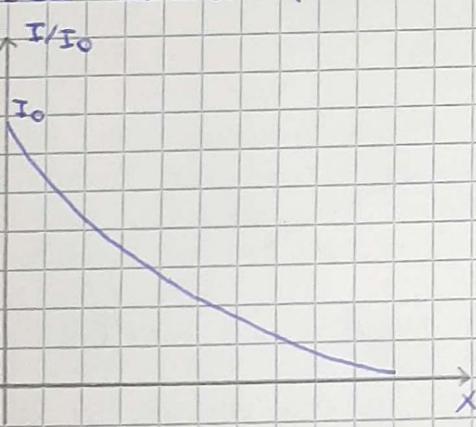
$$E = h\nu = h \frac{c}{\lambda}$$

Generalmente si indicano raggi-X i fotoni con  $E < 1 \text{ MeV}$ , raggi  $\gamma$  quelli con  $E > 1 \text{ MeV}$ . Vengono prodotti da transizioni atomiche (raggi-X) o nucleari (raggi- $\gamma$ ), o da bremsstrahlung. I 3 processi principali attraverso cui interagiscono con la matrice sono:

- effetto fotoelettrico
- scattering Compton
- produzione di coppie

portano ad un totale o parziale trasferimento di energia ad un elettrone. Il fotone sparisce e perde molta energia venendo scatterato con un grande angolo

Definiamo sezione d'urto la probabilità di interazione per un fotone. Ha le dimensioni di un'area. Se consideriamo un esperimento in cui un fascio collimato di  $\gamma$  viene rivelato dopo aver attraversato un bersaglio di diversi spessori  $x$ :



L'attenuazione del fascio è un'esponentiale decrescente, data da:

$$I(x) = I_0 e^{-\mu x}$$

con  $\mu$  = coefficiente di attenuazione lineare

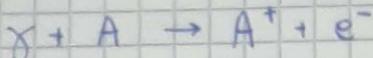
È legato alla sezione d'urto:  $\mu = \sigma N_e$ , dove  $N_e$  è la densità di elettroni nel mezzo. Un'altra grandezza che può tornare utile è il coefficiente di attenuazione massiccio  $\mu/p$ . Se  $\mu$  dipende dalla densità del mezzo, anche a parità di mezzo stesso,  $\mu/p$  è costante per un determinato mezzo e per un  $\gamma$  di una certa energia, indipendentemente dalla struttura fisica del mezzo.

Date le diverse possibili interazioni dei  $\gamma$  con la matrice,  $\mu$  dipenderà dalla sezione d'urto di ogni singolo processo:

$$\mu = \mu_{ph} + \mu_{comp} + \mu_{pp} \quad \text{con } \mu_i = \sigma_i \cdot N_e$$

$$i = ph, comp, pp$$

## EFFETTO FOTOELETTRICO



$$E_{e^-} = E_\gamma - E_{\text{raggiante}}$$

Il fotone interagisce con l'atomo intero, non più esclusivamente con un elettrone libero.

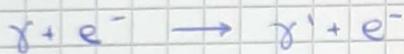
Il fotone scompare e viene liberato un fotoelettrone da una delle shell atomiche con energia  $E_{e^-}$ . Si forma anche uno

ione positivo che si sistema rapidamente catturando un altro elettrone e riangenzizzandosi ed emettendo, in alcuni casi,  $\gamma$  caratteristici.  
La sezione d'urto ha l'andamento in figura: gli "edge" si riferiscono al passaggio da una shell all'altra, sempre più interne. L'andamento è approssimato da:

$$\sigma_{ph} \propto Z / E_\gamma^{3.5}$$

L'effetto fotoelettrico è preponderante per materiali ad alto  $Z$ . La presenza al denominatore di  $E_\gamma$  mostra che il fotoelettrico è importante solo ad energie relativamente basse.

## SCATTERING COMPTON



$$= \frac{E_\gamma}{1 + E_\gamma(1 - \cos\theta)} \quad E_{e^-} = E_\gamma - E_{\gamma'}$$

Il fotone interagisce con un elettrone del mezzo. Trasferisce parte delle sue energie al bersaglio, e viene deviato di un angolo  $\theta$  rispetto alla sua direzione iniziale. Tutti gli angoli sono possibili, quindi l'energia trasferita può variare da 0 ad un valore molto vicino all'energia totale del  $\gamma$ . Maggiore è l'angolo di scattering maggiore è la frazione di energia trasferita. La  $\sigma_{comp}$  dipende dal n° di bersagli, quindi:

$$\sigma_{comp} \propto Z$$

Inoltre, decresce gradualmente con l'energia, come mostrato in figura

## PRODUZIONE DI COPPIE

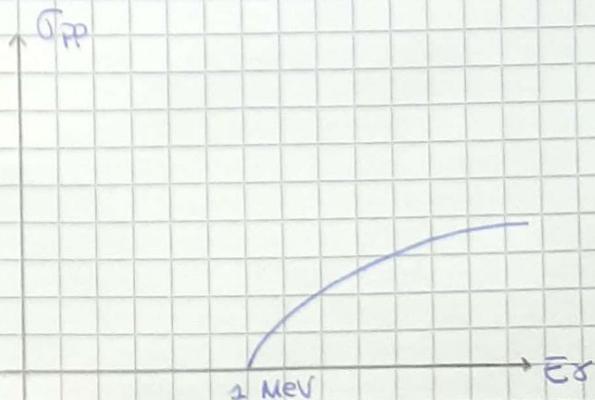
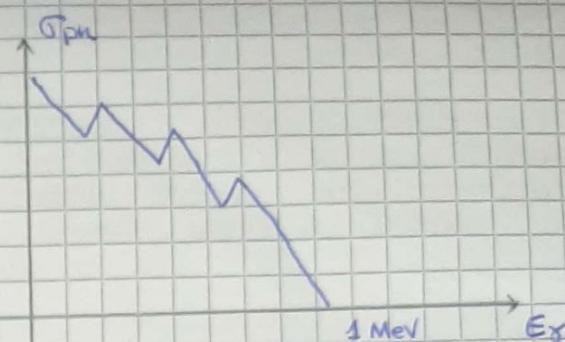


È possibile solo se  $E_\gamma > 2m_e = 1.022 \text{ MeV}$ .

La probabilità cresce tanto più grande è  $E_\gamma$ .

Il  $\gamma$  scompare ed è rimpiazzato dalle coppie elettrone-positrone. In linea approssimata:

$$\sigma_{pp} \propto Z^2$$



Come detto, la sezione d'urto totale, con cui ricavare  $\mu$ , è data dalla somma dei vari effetti:



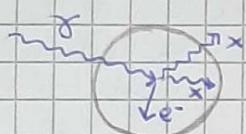
- fotoelettrico
- compton
- coppie

A questi effetti se ne sono aggiuntati altri, anche se molto meno significativi.

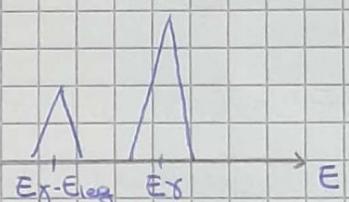
Questi tre effetti sono per altro molto importanti in relazione alla risposta dei rivelatori:

#### → FOTOELETTRICO

come detto, l'atomo ionizzato può riacciugliersi emettendo raggi-X caratteristici che, se il rivelatore è abbastanza grande, possono essere rivelati:



$dN/dE$



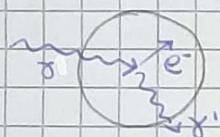
↪ picco di fuga

#### → COMPTON

la dipendenza da  $\theta$  mi porta ad avere uno spettro continuo e non con dei picchi. Il massimo si ha alla così detta spallina compatta:

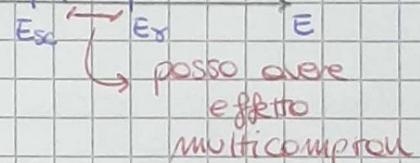
$$E_{sc} = E_\gamma - E_{e^-} \Big|_{\theta=\pi}$$

↪ qta. Max di energia persa dal  $\gamma$



$dN/dE$

$E_{sc}$



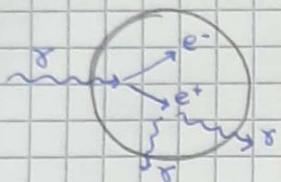
↪ posso avere effetto multicompattone

## → COPPIE

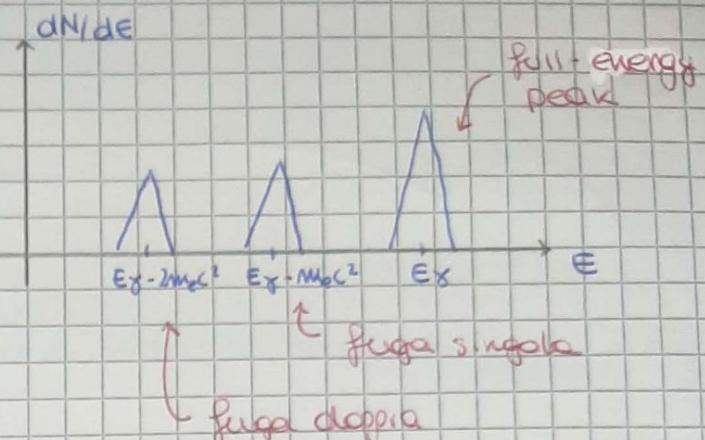
viene prodotto un positrone, che rapidamente va incontro ad annichilazione:



con  $E_\gamma = 511 \text{ keV}$ . Per questo, oltre al picco caratteristico posso osservare due ulteriori picchi davanti alla fuga dei due  $\gamma$  di annichilazione:



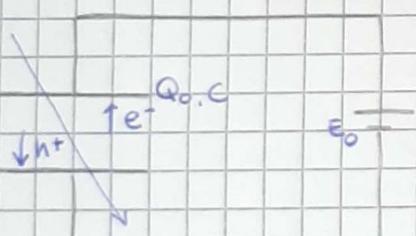
Non è detto che entrambi riescano a fuggire, può succedere che fugge solo uno dei due



## → RIVELATORI DI PARTICELLE ←

Come già accennato, la relazione su cui si basa il funzionamento dei rivelatori è  $Q = eE/W$ : misurando la carica generata all'interno del rivelatore, attraverso un campo elettrico che genera una corrente, si può risalire all'energia.

Il rivelatore può essere assimilato ad un condensatore parallelepipedo:



Le cariche in moto inducono sugli elettrodi un  $\Delta Q$  che riduce il valore di  $Q_0$  (e quindi dell'energia immagazzinata  $E$ ), generando corrente finché tutte le cariche non vengono scaricate.

$$E_{\text{immag}} = \frac{1}{2} CV_0^2$$

$$\text{Lo spostamento di cariche comporta } \Delta E = CV_0 \Delta V = V_0 \Delta Q$$

Il lavoro speso dalle forze del campo contro l'energia elettostatica è:

$$dW = \bar{F} \cdot d\bar{s} = q\bar{E} \cdot d\bar{s} = \Delta E \Rightarrow \Delta Q = \frac{q\bar{E} \cdot \bar{s}}{V_0}$$

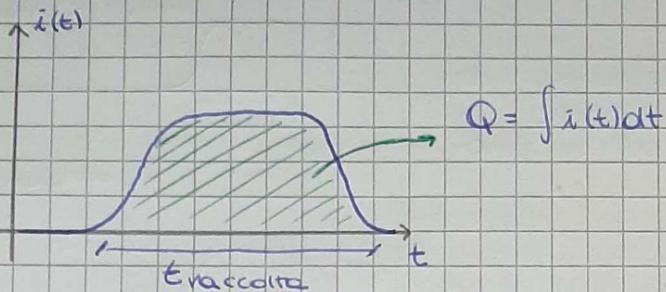
A cui corrisponde:  $i(t) = \frac{dQ}{dt} = \frac{q\bar{E} \cdot \bar{s}}{V_0}$  che è quella rilevata nel circuito

La corrente sarà  $\neq 0$  fino a che c'è moto di cariche, come si evince dalla dipendenza dalla velocità.

Possiamo dunque misurare  $i(t)$ , con cui poi:

$$Q_{\text{tot}} = \int i(t) dt \Rightarrow Q = \frac{eE}{W}$$

L'aumento delle correnti è dunque:



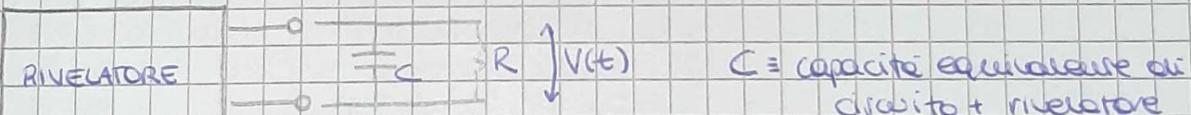
Ricapitolando: il rivelatore può essere visto come un sistema la cui risposta ad una particella incidente è sua corrente  $i(t)$  che fluisce al suo interno per un tempo di raccolta, pari al tempo necessario a raccogliere la carica  $Q$  generata nel rivelatore dalle particelle incidente. Dalla misura di  $Q$  si risale all'energia  $E$  depositata dalla particella.

Abbiamo discusso due modi principali per procedere nei rivelatori: in corrente o impulsivo. Quest'ultimo è pensato per valutare ogni singola interazione nel rivelatore. Quando il rate di eventi rende impossibile analizzare il singolo evento si passa al metodo in corrente, che si basa su valori medi.

I rivelatori in corrente sono usati in dosimetrica; a lezione ci siamo però concentrati solo su quelli impulsivi, usati in laboratorio per spettroscopia.

#### → MODO IMPULSIVO ←

La natura del segnale prodotto dal singolo evento dipende dalle caratteristiche del circuito a cui il rivelatore è collegato. Un circuito equivalente da considerare è:



$C$  = capacità equivalente di circuito + rivelatore

Il modo impulsivo si costruisce e si basa sul segnale  $V(t)$ . Due modi diversi di operare possono essere individuati a seconda delle costante di tempo  $\tau = RC$  del circuito:

- $\tau \ll$  traccia: in questo caso la corrente che attraverso  $R$  è essenzialmente uguale al valore istantaneo di corrente che scorre nel rivelatore. In queste condizioni,  $V(t)$  ha circa la stessa forma di  $i(t)$ . Si opera in queste condizioni quando ho un rate di eventi alto o se l'informazione sul tempo è più importante di una informazione accurata sull'energia.
- $\tau \gg$  traccia: è molto più comune lavorare in queste condizioni. In questo caso, durante il tempo di raccolta percorre corrente scorre in  $R$ , e la corrente del rivelatore viene momentaneamente integrata sulla capacità. La capacità poi si scarica attraverso  $R$  facendo tornare a 0 il potenziale ai suoi estremi.

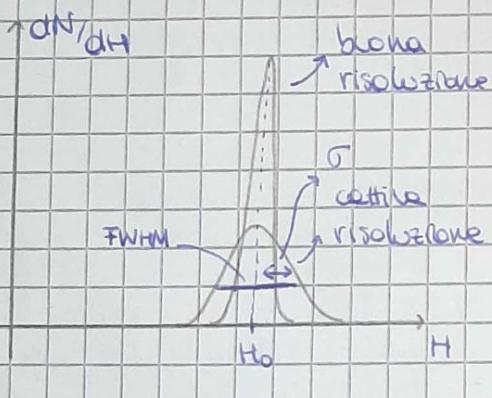
Essendo questo il caso più utile traiamo alcune conclusioni:

- 1) Il tempo necessario perché il segnale raggiunga il suo massimo è legato al tempo di raccolta interno al rivelatore. Nessun fatto del circuito influenza la forma dell'impulso.
- 2) Il tempo di scorrere, affinché  $V(t)$  torni a 0, dipende solo dal circuito e dalla sua costante di tempo  $\tau$ .
- 3) L'ampiezza del segnale  $V_{MAX}$  dipende dal rapporto  $Q/C$  fra la carica raccolta nel rivelatore e la capacità equivalente. C di scatto è fissato, pertanto  $V_{MAX}$  è proporzionale a  $Q$ .

Detto questo, l'output del rivelatore in modo impulsivo è una sequenza di impulsi singoli, ognuno rappresentante l'interazione di una particella con il rivelatore. L'ampiezza di ogni segnale riflette la quantità di carica generata dalla singola interazione. Uno dei metodi analitici più diffusi è quello di tracciare la distribuzione delle ampiezze da cui estrapolare informazioni su carica e, di conseguenza, energia.

In questo senso, in molti casi bisogna studiare la distribuzione energetica della radiazione incidente. Sono usati rivelatori diversi per così dire diversi, ma tutti hanno alcune proprietà generali.

### Risoluzione energetica

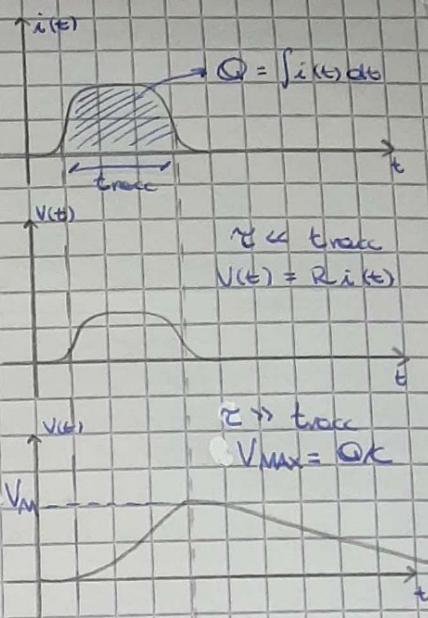


Per risoluzione energetica si intende la risposta del rivelatore ad una radiazione ad una certa energia. Nella figura, l'area delle due possibili distribuzioni è uguale. La larghezza della distribuzione è proporzionale al numero di fluttuazioni attorno al picco. Punto, tanto più stretta è la distribuzione, tanto migliore sarà la risoluzione del rivelatore. Formalmente si ha:

$$R = \frac{\text{FWHM}}{H_0}$$

$R$  dunque è adimensionale e espressa generalmente in percentuale. È chiaro che se il rivelatore ha una risoluzione buona riuscirà a distinguere picchi vicini in sorgenti non monocromatiche.

Ci sono molte sorgenti di fluttuazioni, date dalle componenti che intervengono nelle misure, da fonti di rumore di fondo nel rivelatore o nella catena di lettura. Anche la statistica gioca un ruolo importante. Proprio quest'ultimo punto è importante, essendo una fonte di un numero minimo, ed irriducibile, di fluttuazioni, che saranno sempre presenti. Tale aspetto deriva dal fatto che la carica generata nel rivelatore è una variabile discreta e soggetta a fluttuazioni da evento ad evento, anche con la stessa energia.



Se ne può dare una stima supponendo che tale processo sia governato dalla statistica poissoniana. Date queste ipotesi:

$$N \equiv \text{nº tot di cariche generate} \Rightarrow \sqrt{N} \equiv \text{deviazione standard}$$

Se questa fosse l'unica fonte di fluttuazione, la funzione di risposta sarà gaussiana, essendo  $N$  grande:

$$G(H) = \frac{A}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(H-H_0)^2}{2\sigma^2}} \quad A \equiv \text{area}$$

Da  $\sigma$   $\Rightarrow \text{FWHM} = 2.35\sigma$ , la risposta dei rivelatori è tipicamente lineare, pertanto  $\Rightarrow H_0 = KN$ , con  $K$  costante di proporzionalità.

$$\text{Per cui: } H_0 = KN ; \quad \sigma = K\sqrt{N} ; \quad \text{FWHM} = 2.35 K\sqrt{N}$$

$$\Rightarrow R_{\text{statistica}} = \frac{\text{FWHM}}{H_0} = \frac{2.35 K\sqrt{N}}{KN} = \frac{2.35}{\sqrt{N}}$$

Statistica misura  $R$  dipende solo da  $N$  e migliora al crescere di  $N$  che dipende solo dal materiale usato.

Tuttavia, alcune misure hanno mostrato come sia raggiungibile una  $R$  più bassa ancora: ciò è dovuto al fatto che il processo di formazione delle cariche non è indipendente e non è pertanto possibile usare una statistica di Poisson semplice. Si introduce il **FATTORE DI FANO  $F$** , proprio per quantificare la distanza tra le fluttuazioni osservate (perimentale) e quelle previste dalla statistica di Poisson:

$$F \equiv \frac{\text{Varianza osservata in } N}{\text{Varianza di Poisson in } N}$$

$$\text{Si ottiene: } R_{\text{statistica}} = \frac{2.35 K\sqrt{FN}}{KN} = 2.35 \sqrt{\frac{F}{N}}$$

$F$  è un valore compreso fra 0 e 1.

Tutte le altre fonti di fluttuazioni si combinano con le componenti statistiche a dare la risoluzione totale del rivelatore. Si ha che:

$$(\text{FWHM})_{\text{TOTALE}}^2 = (\text{FWHM})_{\text{STAT}}^2 + (\text{FWHM})_{\text{REMORI}}^2 + \dots$$

## Efficienza

Ogni rivelatore in principio ha un pico quando in questo interagisce nel suo volume attivo. Per radiazione carica,  $\alpha$  e  $\beta$ , l'interazione, qualunque essa sia, ha luogo appena la particella entra nel volume attivo. Pertanto è semplice costruire un rivelatore che riesce a vedere tutti gli  $\alpha$  e  $\beta$  che entrano. In questo caso si dice che il rivelatore ha una efficienza di conteggio del 100%. D'altra parte, radiazione non carica come i  $\gamma$  devono essere sottoposte ad una interazione sigillificativa prima di essere rivelate, e dato che tra due interazioni possono percorrere lunghe distanze, i rivelatori non sono 100% efficienti.

È necessario definire precise misure l'efficienza di un rivelatore, per poter relativare gli impulsi registrati con il numero di particelle incidenti. Vengono definite:

$$E_{abs} = \text{efficienza assoluta} = \frac{\text{n° impulsi registrati}}{\text{n° particelle emesse dalla sorgente}}$$

$$E_{int} = \text{efficienza intrinseca} = \frac{\text{n° impulsi registrati}}{\text{n° particelle incidenti}}$$

Si ha che  $E_{int} = E_{abs} \cdot \left(\frac{4\pi}{r^2}\right)$  da  $r^2$  = angolo solido che il rivelatore vede rispetto alla sorgente

Sono valori che dipendono dalla geometria del sistema, ma anche dal materiale del rivelatore e dal tipo di radiazione.

Spesso, si considera l'efficienza di picco, dove gli eventi registrati sono solo quelli sortesi al picco di nostro interesse. Esiste la seguente relazione:

$$\Gamma = \frac{E_{picco}}{E_{tot}}$$

### → RIVELATORI A SEMI CONDUTTORE ←

Innanzitutto andiamo a dividere i solidi in cristallini in 3 categorie:

- METALLI: buoni conduttori di corrente a qualsiasi temperatura
- ISOLANTI: resistenza infinita, quasi infinita
- SEMI CONDUTTORI: si comportano da isolanti a basse temperature, al crescere della temperatura cresce la conduttilità e fanno da conduttori.  
La conduttilità può essere mediata in molti modi

Il principio alla base di questo funzionamento è la struttura a banda nei solidi. Essenzialmente si ha una banda di valenza ed una banda di conduzione: gli elettroni sulla banda di conduzione permettono la conduzione, oppure, avendo molti livelli su cui spostarsi. A seconda del tipo di atomi, tra le bande può nascere una zona non accessibile agli elettroni, un gap di energia:

METALLO

SEMI CONDUTTORE

ISOLANTE

CONDUZIONE

CONDUZIONE

CONDUZIONE

VALENZA

VALENZA

$E_{gap} \approx 1 \text{ eV}$

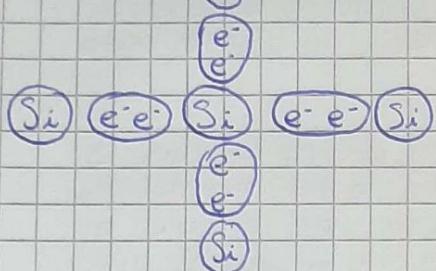
VALENZA

$E_{gap} \approx 5 \text{ eV}$

Si nota che nel metallo le bande sono praticamente a costante e avviene sempre la conduttrice. Negli isolanti il gap è troppo elevato per essere superato, anche ad alte temperature. Nei semiconduttori il gap è contenuto e applicando una certa energia alcuni elettroni dalla valenza passano alla conduzione per mettendo di condurre corrente. Tale energia è fornita solo a certe temperature, ma esistono tecniche per ridurre il gap e favorire la conduttrice nei semiconduttori. La tecnica più comune è il drogaggio.

### DROGAGGIO DEI SEMICONDUTTORI

In un semiconduttore puro, nel caso del Silicio e Germanio ad esempio:



Ha 4 e<sup>-</sup> nel livello di valenza. Tende a coinvolgere questi elettroni con gli atomi adiacenti nel reticolo per raggiungere la stabilità.

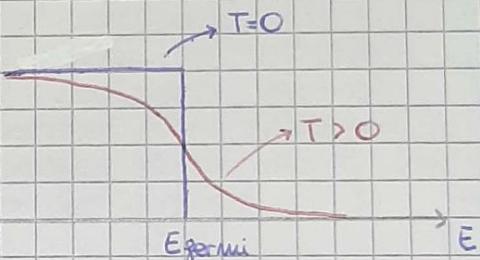
Tutti gli elettroni nella banda di conduzione sono dovuti ad un aumento della temperatura:

$\Delta N/\Delta E$

In queste condizioni, ogni elettrone "promosso" a conduzione si lascia dietro una lacuna, pertanto:

$$N_{e^-} = N_h$$

Un semiconduttore di questo tipo è anche detto intrinseco. Se viene applicata una tensione al semiconduttore, sia i portatori positivi che negativi, muovendosi producono corrente: avviene in direzione opposta ma il segno di carico diverso se si che i due contributi si sommano.



Si può però pensare di aumentare la conducibilità di questi materiali drogando il materiale, ossia inserendo nel reticolo delle impurità, atomi con un elettrone in più o in meno del materiale usato. Il drogaggio pertanto si divide in drogaggio n e drogaggio p.

**DROGAGGIO N:** usiamo il silicio come esempio. Nel drogaggio n l'impurità, nel caso del silicio, è un atomo del gruppo 5, con 5 elettroni in valenza. Finché la concentrazione di drogante è libera e piccola, esso prende il posto del silicio nel reticolo.

$$(S_i) = (S_i) = (S_i)$$

$$(H) \quad || \quad e^- \quad ||$$

$$(S_i) = (As) = (S_i)$$

$$(H) \quad || \quad ||$$

$$(S_i) = (S_i) = (S_i)$$

Aveando 5 elettroni in valenza, ma sotto formarsi legami ci sarà un elettrone residuo, libero. È sufficiente poche energie per promoverlo a conduzione senza avere la lacuna corrispondente. Ci si riferisce a tali impurità quindi come **DONORI**. Tale situazione può essere vista come se gli elettroni in più occupassero un livello più vicino alla conduzione, per cui serve meno energia (temperatura minima) per scattare alla conduzione.

Pertanto la quasi totalità delle impurità viene ionizzata, la concentrazione di donatori nel conduttore è molto maggiore della concentrazione di elettroni offerti per un materiale intrinseco. Per questo si ha

$$N_{e^-} = N_D$$

e dato che in sostanza sono aggiunti degli elettroni che vengono promossi senza lasciare lacune, si sposta l'equilibrio e:

$$N_{e^-} > N_h$$

In questo senso la conduttilità sarà determinata principalmente dal flusso di elettroni in eccesso, portatori maggioritari. In questo caso le buche saranno portatori minoritari.

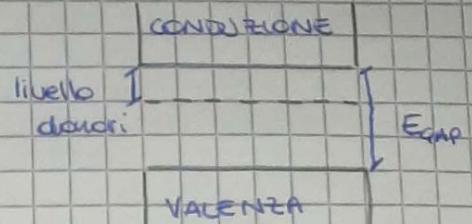
**DROGAGGIO P:** si usa come impurità in materiale del gruppo 3, con 3 elettroni di valenza. Anche qui, a basse concentrazioni l'impurità va ad occupare un posto nel reticolo, e si osserva che, quando un elettrone in meno, uno dei legami non viene saturato. Ciò rappresenta in sostanza una lacuna, anche se le caratteristiche energetiche sono leggermente diverse di quelle di una lacuna classica. Se viene catturato un elettrone per riempire la lacuna quindi, esso sarà legato ad una posizione precisa, ma leggermente meno di un elettrone di valenza classica. Tali impurità, **ACCETTORI**, creano dunque un sito accessibile agli elettroni più auto delle buche di valenza. Data che il gap tra gli accettori delle buche di valenza è piccolo, gran parte di questo sito sarà occupato da elettroni che lo raggiungono per la sola agitazione termica. Per ogni elettrone che "saia" al sito degli accettori, si crea una lacuna extra in valenza. La concentrazione di accettori è molto maggiore di quella offerta per materiali intrinseci, quindi

$$N_h \approx N_A$$

ed in questo caso avremo:

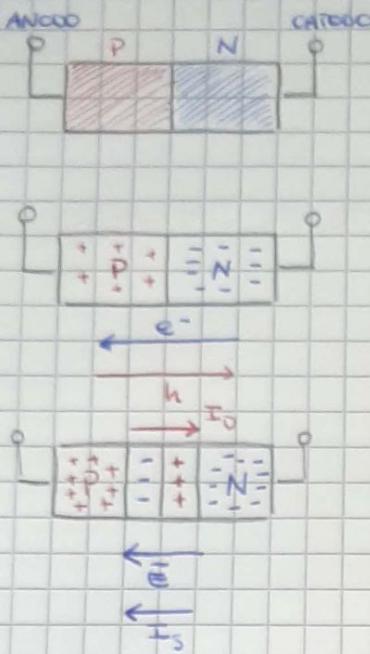
$$N_h > N_{e^-}$$

La conduttilità sarà dominata dal flusso di lacune in eccesso, portatori maggioritari. In questo caso saranno gli elettroni i portatori minoritari.



## GIUNZIONE P-N:

Il metodo più comune su cui si basa il funzionamento dei rivelatori a semiconduttore è quello della giunzione p-n:



## EQUILIBRIO

$$I_D = I_S$$

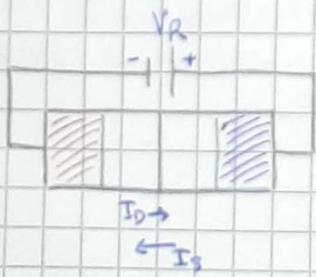
$$I_{\text{giant}} = 0$$

Viene realizzata creando in un cristallo di un semiconduttore una regione d'argento p ed una d'argento n. Le due regioni sono collegate a due terminali metallici, il catodo per la regione n e l'anodo per la regione p. Dal momento che le densità dei portatori sono diverse nelle due regioni, si genera una corrente di diffusione costituita da lacune che vanno da p ad n ed elettroni che vanno da n a p. Le lacune che transitano si ricombinano con gli elettroni in eccesso in n e lo stesso fatto gli elettroni con le lacune in eccesso in p. Tali ricombinazioni determinano una diminuzione delle cariche libere in una piccola regione in prossimità della superficie di giunzione, la regione di sottrazione. In questa regione le cariche sono fisse e non bilanciate da cariche mobili. Tali cariche generano un campo elettrico che si oppone alla corrente di diffusione: il verso del campo è tale da spingere le cariche minoritarie ad attraversare la giunzione, dando origine ad una corrente di deriva  $I_S$ , opposta a quella di diffusione. Le cariche minoritarie derivano da agitazione termica.

La giunzione può essere polarizzata applicando una differenza di potenziale ai terminali:

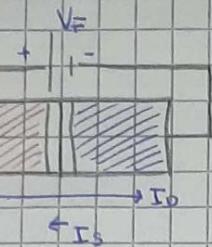
- se il potenziale applicato all'anodo è minore di quello sul catodo, la giunzione è polarizzata inversamente. In questo caso la differenza di potenziale applicata è concorde con la barriera di potenziale,  $I_S$  è rafforzata e la corrente  $I_D$  dei maggioranti è ostacolata
- se il potenziale applicato al catodo è minore di quello dell'anodo, la giunzione è polarizzata direttamente. In questo caso la differenza di potenziale applicata è discorda con la barriera di potenziale, la corrente  $I_D$  dei maggioranti è rafforzata

## INVERSA



Nel riportare le lacune verso il terminale negativo e portando la regione di sottrazione si allarga. Il numero di cariche fisse nel polarizzante aumenta e l'aumento della barriera diventa  $V_0 + V_R$ . Al crescere di  $V_R$ ,  $I_D$  diminuisce fino ad annullarsi.  $I_S$ , dipendendo dai minoranti, è molto piccola e praticamente indipendente da  $V_R$ .

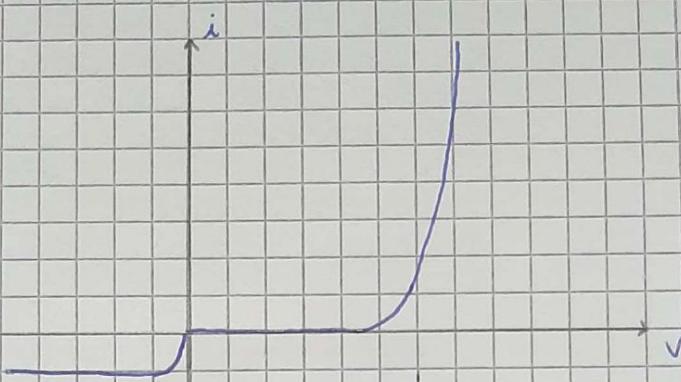
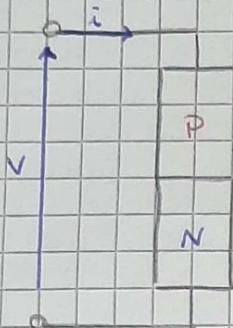
## DIRETTA



$V_F$  riduce la barriera di potenziale, riducendo di conseguenza la dimensione della regione di svuotamento e del numero di cariche fisse non compensate. Al crescere di  $V_F$ , sempre più portatori riescono ad attraversare la giunzione per diffusione. Pertanto avremo  $I_D \gg I_S$ .

L'equazione caratteristica della giunzione pn è la legge di Shockley:

$$i = I_S (e^{\frac{V}{V_T}} - 1)$$



Nella regione di svuotamento si hanno SOLO cariche fisse dei dopanti o atomi neutri del semiconduttore. Quando una polarizzazione incidente deposita energia in questa regione crea una coppia  $e^- + h$  che, sotto l'azione di un campo elettrico attraverso la giunzione generando  $I_{seg}$ . La condizione ideale per operare è quindi la polarizzazione inversa, per avere una regione di svuotamento più grande ed una corrente di diffusione molto piccola, dato che quest'ultima contribuisce a sovraporsi alla corrente di raccolta disarcendola la misura. In questa configurazione la  $I_{seg}$  si sovrappone a  $I_S$ , che deve quindi essere più piccola possibile: essendo davanti ai rivelatori materiali neutri dall'agitazione termica, è necessario lavorare a temperature molto basse. I rivelatori al Germanio devono lavorare a circa 77 K (Terzo liquido) dato che ha un gap talmente basso che già a temperature ambiente l'agitazione termica sarebbe sufficiente da creare portatori minoritari che ostacolano la misura. Viceversa, materiali a gap più alto possono permettersi di lavorare a  $T$  maggiori.

Si può notare che la dimensione della regione di svuotamento:

$$d \approx \sqrt{\frac{2EV}{EN}}$$

con

$E \equiv$  cost. dielettrica del mezzo

$V \equiv$  pot. di polarizzazione

$N = N_A + N_D$  a seconda di quello di misura

## → SCINTILLATORI ←

La rivelazione di particelle caricate verso la scintillazione di certi materiali è una delle tecniche più antiche, ma ancora molto utilizzata.

I materiali ideali per scintillazione dovrebbero:

- poter convertire l'energia cinetica delle particelle caricate in luce rivelabile con alta efficienza
- avere una relazione lineare fra luce ed energia depositata in un range più grande possibile
- essere trasparenti alla lunghezza d'onda della loro stessa emissione
- avere buone qualità ottiche
- avere un tempo di risposta breve per generare impulsi rapidi

Nessun materiale riesce a soddisfarle tutte insieme, si cerca quindi di trovare un compromesso.

Il principio alla base è il seguente: la particella incidente cede energia allo scintillatore causando l'eccitazione di livelli atomici o molecolari; per tornare all'equilibrio, l'unica possibilità è l'emissione di fotoni, tipica invece nel range del visibile. Rivelando questi fotoni è possibile ricostruire l'energia depositata dalla particella, dato che risulta esserci una proporzionalità diretta. La luce è emessa in modo isotropo e con tempi caratteristici del materiale.

Si ha che l'intensità luminosa segue lo stesso legge:

$$I = I_0 e^{-t/\tau} \quad \text{con } \tau = \text{tempo di scintillazione}$$

I processi di emissione luminosa sono 2 e dipendono da  $\tau$ :

→ FLUORESCENZA ( $\tau < 10^{-7} \text{ s}$ )

→ FOSFORESCENZA ( $\tau = 10^{-6} / 10^{-3} \text{ s}$ )

Per essere un buon scintillatore un materiale deve convertire la più grande frazione possibile di radiazione incidente per innescare fluorescenza, che è il processo a cui siamo interessati, minimizzando il contributo di fosforescenza, generalmente non desiderato.

Gli scintillatori si suddividono in:

→ ORGANICI: molto veloci ( $\tau \approx 2/3 \text{ ns}$ ) e discreta resa di luce ( $\approx 10^4$  fotoni/ $\text{MeV}$ )

→ INORGANICI: lenti ( $\tau \approx 100 \text{ ns}$ ) ma con un'alta resa di luce ( $> 10^4$  fotoni/ $\text{MeV}$ ). Hanno generalmente uno Z alto.

Quelli inorganici sono dunque preferiti, dato la miglior resa di luce, per spettroscopia.

Abbiamo accennato ai rivelatori al Silicio usati per spettroscopia: un paracarro molto importante da considerare è la risoluzione.

Per il termine statistico, nel silicio  $W = 3.6 \text{ eV/coppia}$ , si ha:

$$\Rightarrow R_{\text{stat}} = 2.35 \sqrt{\frac{F}{N}} \approx 2.35 \times 10^{-3} \quad (\Delta E \approx 10 \text{ keV per } E = 3.6 \text{ MeV!})$$

Ma la risoluzione è influenzata da molti altri fattori: → per contatto elettrico e realizzazione della giunzione

- Strato Morto del rivelatore insensibile alle particelle. Ha uno spessore  $\approx 0.1 \mu\text{m}$ , che per la radiazione può rilasciare energia: il picco si allunga di  $\Delta E \approx 10 \text{ keV}$
- Rumore elettronico dato da correnti di fuga e rumore serio (delle varie componenti del rivelatore)

In più, se la particelle si trovasse uno spessore da attraversare prima del rivelatore perderebbe energia (non sempre lo stesso, fluctua) allargando ulteriormente il picco.

Perciò per una spettroscopia precisa servono camere a vuoto, sorgenti superficiali (per evitare assorbimento) e rivelatori privi (o con lo spessore più piccolo possibile) di strato morto.

Per la spettroscopia γ si usano principalmente rivelatori al Germanio.

$W_{\text{Ge}} = 1 \text{ eV/coppia} \Rightarrow$  produce molti postratori  $\Rightarrow$  risoluzione statistica migliore del silicio

Si vuole poi lavorare con vegnai di strato morto grandi:

$$d = \sqrt{\frac{2 \text{ eV}}{eN}} \rightarrow \text{deve essere grande} \Rightarrow \text{uso HPGe (High-Purity Ge) che ha} N < 10^{10} \text{ atomi/cm}^3$$

Come già accennato lavora a basse temperature a causa del basso gap del Germanio ( $\approx 0.76 \text{ keV}$ ):

$$I_{\text{fuga}} = T^{3/2} e^{-E_{\text{gap}}/k_B T} \rightarrow \text{per altre } T \text{ ho una } I_{\text{fuga}} \text{ non trascurabile che disturba la misura}$$

In generale per rivelatori al Germanio si ha:

$$\text{FWHM}_{\text{tot}}^2 = W_{\text{stat}}^2 + W_x^2 + W_e^2$$

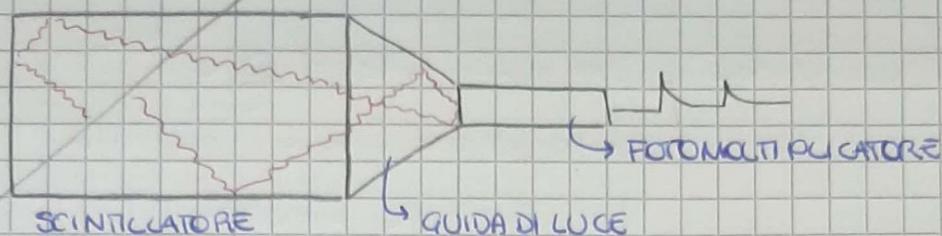
→  $W_{\text{stat}}^2$  è dovuto al termine statistico:  $W_{\text{stat}}^2 \propto \text{FWHM}^2 (2.35)^2$

→  $W_x^2$  è dovuto alla raccolta incompleta di cariche (intrappolamento o ricombinazione):  $W_x^2 \propto E$ . È significativo se il volume del rivelatore è grande

→  $W_e^2$  è dovuto al rumore elettronico: indipendente da  $E$

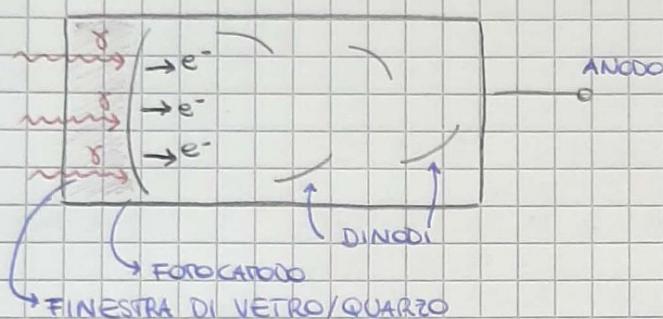
## CATENA DI LETTURA

Come al solito, quello che vogliamo misurare è un segnale elettrico



Il passaggio della radiazione produce i fotoni nello scintillatore. Essi vengono catturati dalla guida di luce nel fotomoltiplicatore, dove vengono convertiti in cariche elettriche.

### FOTOMULTIPLICATORE PMT



La radiazione incide sulla finestra di vetro/quarzo, per avere il corretto accoppiamento fra indice di rifrazione, e successivamente sul fotocatodo: qui, tramite effetto fotoelettrico, sono prodotti elettroni. Gli elettroni messi in moto vanno verso i dinodi, ciascuno con un maggior, utile a moltiplicare il no di elettroni. L'anodo sarà poi collegato ad un circuito che permetterà di leggere il segnale di corrente.

Il  $N_e$ -nessi è  $\ll N_\gamma$  dei fotoni incidenti, dal momento che alcuni  $\gamma$  potrebbero non avere energia sufficiente per fare fotoelettrico. Questo, assieme alla rese di luce e alla raccolta dei fotoni, influisce la risoluzione:

in spettroscopia  $\gamma$  si usano gli inorganici (alto  $Z$  e alta resa di luce). Il più usato è il NaI(Tl), il quale ha:

- $N_\gamma/\text{MeV} \approx 40000$
- EFFICIENZA GEOMETRICA  $E_g \approx 75\%$ : non tutti i fotoni vengono raccolti
- EFFICIENZA QUANTICA  $E_q = \frac{\text{n° e}^- \text{ prodotti}}{\text{n° } \gamma \text{ incidenti}} \approx 20\%$ : conseguenza del fatto che alcuni  $\gamma$  non sono sufficientemente energetici da fare fotoelettrico

$$\text{Quindi } N_{\text{portatori}} = N_\gamma \cdot E_g \cdot E_q \approx 6000/\text{MeV}$$

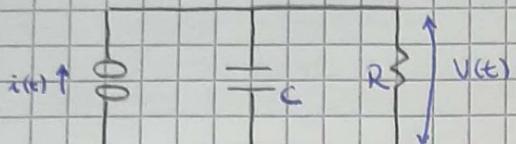
Da cui ottengo che  $W = \text{energia per produrre una coppia} \approx 150 \text{ eV}$

E vedo che, ad 1 MeV:  $R = \frac{235}{6000} \approx 3\%$ , considerato che negli scintillatori il fattore di Fano è  $\approx 1$

Rispetto ai semi conduttori, deve passare attraverso molti passaggi, e quindi ha generalmente una risoluzione peggiore.

La corrente misurata all'anodo è del tipo:  $i(t) = \frac{Q}{\tau} e^{-t/\tau}$

All'anodo dovrà avere il solito circuito per analizzare il segnale:



$$V(t) = i_R(t) \cdot R = \text{costante} = \frac{Q}{C} \frac{RC}{RC-\tau} (e^{-t/RC} - e^{-t/\tau})$$

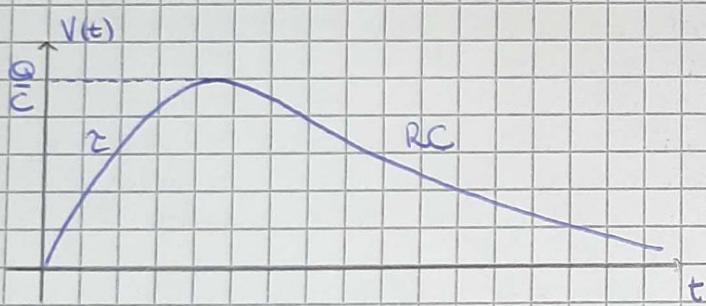
dove  $C$  è la capacità equivalente di anodo, cani, elettronica,...

A seconda di  $RC$  posso avere:

$$RC \gg \tau$$

$$V(t) \approx \frac{Q}{C} (1 - e^{-t/RC}) \quad \text{per } t \rightarrow 0$$

$$\approx \frac{Q}{C} e^{-t/RC} \quad \text{per } t \rightarrow \infty$$

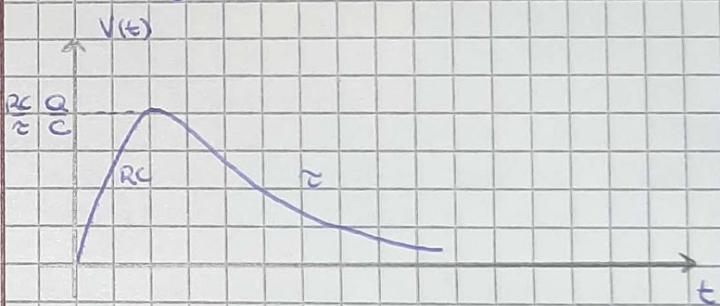


È la configurazione in cui raccoglie tutta l'informazione, usata in spettroscopia poiché da  $Q$  posso risalire ad  $E$ .

$$RC \ll \tau$$

$$V(t) \approx \frac{RC}{\tau} \frac{Q}{C} (1 - e^{-t/\tau}) \quad \text{per } t \rightarrow 0$$

$$\approx \frac{RC}{\tau} \frac{Q}{C} (e^{-t/\tau}) \quad \text{per } t \rightarrow \infty$$



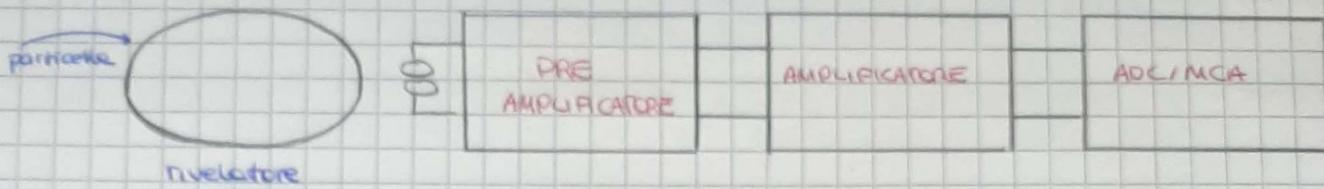
Non riesco a raccogliere tutta l'informazione, ma ha un segnale molto più rapido, utile se sono interessato a misure di tempo.

## → CATENA ELETTRONICA DI LETTURA PER SPECTROSCOPIA ←

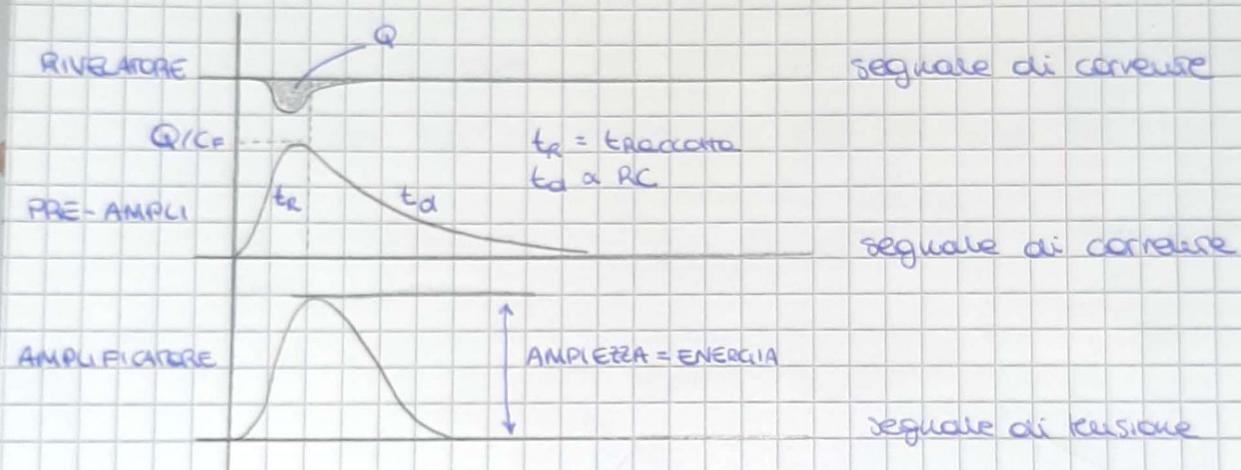
In spettroscopia siamo interessati a tutto il segnale. Per questo, la condizione richiesta è:

RC >> traccata

La catena può essere schematizzata come:

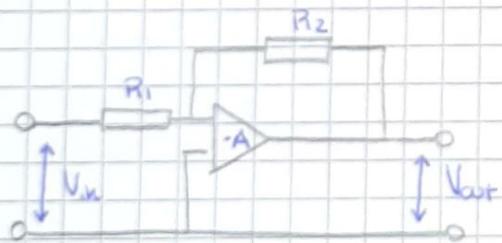


Per dare una prima caratterizzazione: la particella interagisce nel rivelatore, e come abbiamo visto, in ultima istanza si genera una corrente che vogliiamo raccogliere per risalire alla carica ed all'energia caduta. Ciò viene fatto attraverso i preamplificatori, che amplificano ed integrano  $i(t)$ , un amplificatore, che amplifica e fornisce il segnale filtrando il rumore, e un ADC/MCA, che digitalizza il segnale dando il classico spettro.



**PREAMPLIFICATORE**: posso avere 2 configurazioni diverse

### VOLTAGE SENSITIVE



Ipotesi:  $A \gg R_2/R_1$ ;  $R_{in}C_{in} \gg t_{racc}$

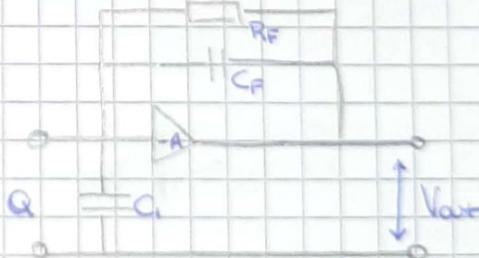
$$\Rightarrow V_{out} = -\frac{R_2}{R_1} V_{in}$$

$\hookrightarrow$  GAIN

$$= -\frac{R_2}{R_1} \frac{Q}{C_{in}}$$

con  $C_{in} = C_{rivelatore} + C_{load} + \dots$

### CHARGE SENSITIVE



Ipotesi:  $A \ll (C_i + C_p)/C_F$ ;  $C_p R_F \gg t_{racc}$

$$\Rightarrow V_{out} = -A \frac{Q}{C_{in} + (A+1)C_F}$$

$$\approx \frac{Q}{C_F}$$

Il segnale d'uscita è proporzionale a  $Q$  che viene integrato su  $C_F$

Per rumore:

→ VOLTAGE: il segnale può dipendere dalla capacità del rivelatore e dalle condizioni di lavoro: può essere insensibile

→ CHARGE: il segnale non dipende dalla capacità del rivelatore ma solo da un parametro  $C_F$  che possiamo controllare

AMPLIFICATORE: gli arriva un segnale amplificato dal pre-amplificatore e procede a:

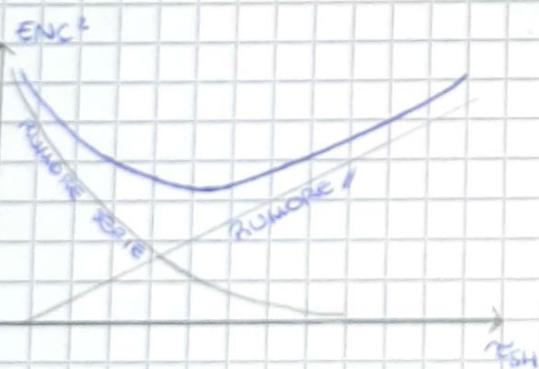
- amplificare il segnale mantenendo la proporzionalità tra  $V_{MAX}$  e Energia
- dare forma al segnale per evitare sovrapposizioni
- filtrare il rumore

Un parametro fondamentale è:

ENC = equivalent noise charge =  $Q_{in}$  tale che segnale / rumore = 1

Ottieni la curva che devo applicare per ottenere un Vout discritto solo di rumore

$$\Rightarrow \text{ENC} = \left[ \frac{aC^2}{t_{sh}} + b(t_{sh}I_{fge}) \right]^{1/2} \quad \begin{matrix} \text{RUMORE PARALLELO} \\ \text{RUMORE SERIE} \end{matrix} \quad \begin{matrix} \rightarrow \text{dipende da } t_{sh} \\ \text{e } V_{bias} \end{matrix}$$



Si cercano i valori che rendono ENC minimo. Tali parametri sono usati per formare il segnale cercando di minimizzare il rumore

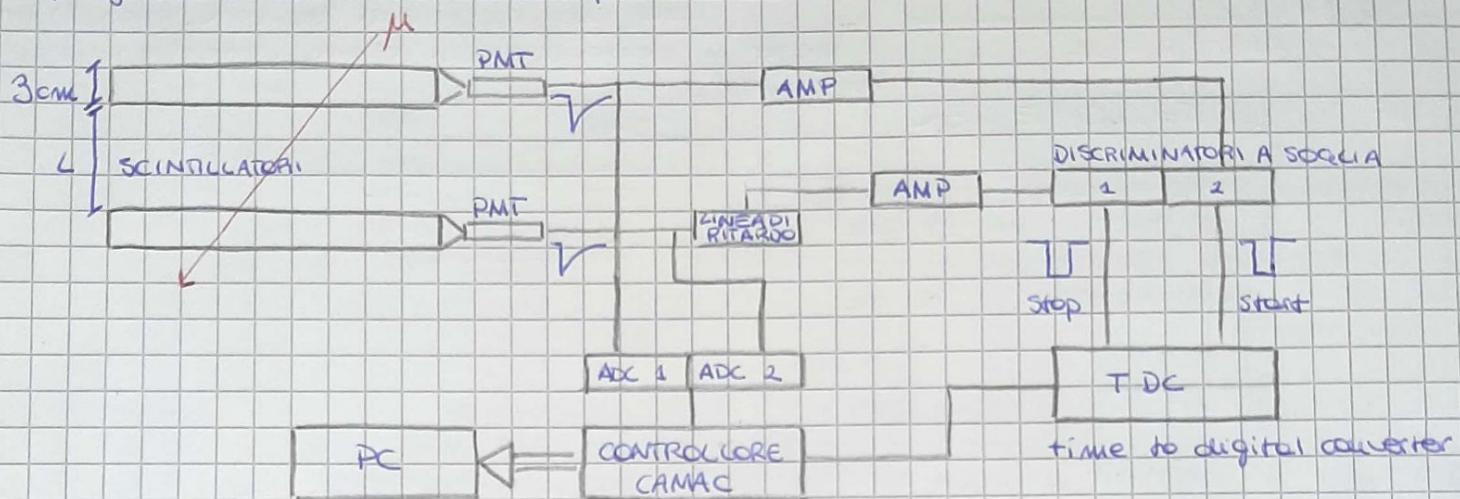
## → MISURE DI TEMPO ←

Le misure di tempo che possono essere fatte in laboratorio possono essere:

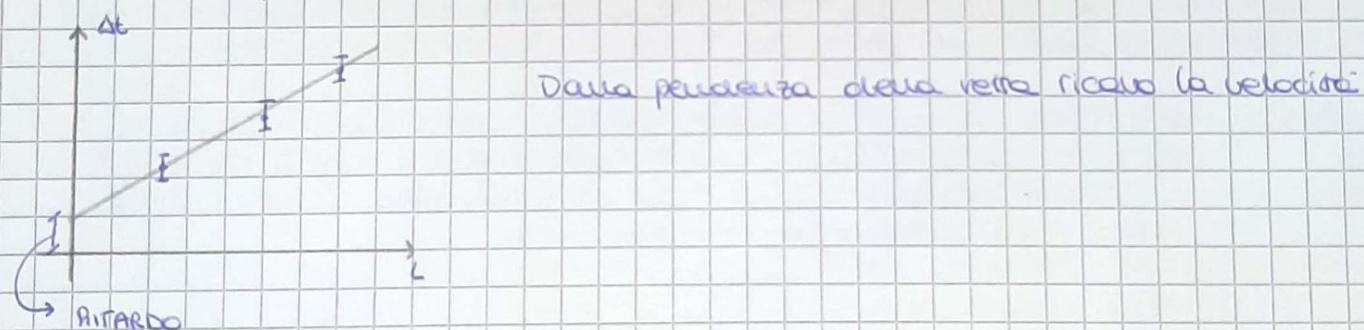
- Misura del tempo di volo / velocità dei muoni
- Misura in coincidenza

## MISURA VELOCITÀ DEI MUONI

Vengono utilizzati scintillatori plastici



Le distanze fra gli scintillatori è di circa 3 m. I muoni hanno  $v \approx c$ , viene misurata  $\Delta t = t_2 - t_1$  che sarà dunque dell'ordine dei 10 ns.  
Si ricava qualcosa del tipo:



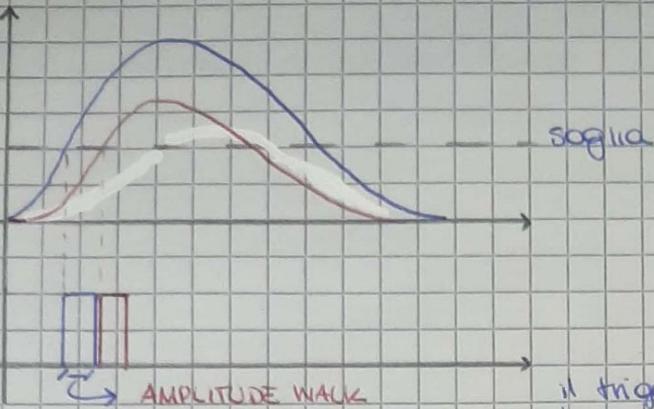
## STRUMENTAZIONE :

### DISCRIMINATORI A SOGLIA

Riceve un input lineare e lo converte in output logico.

I discriminatori a soglia sono progettati per accettare e trasmettere il segnale solo se viene superata una soglia regolabile.



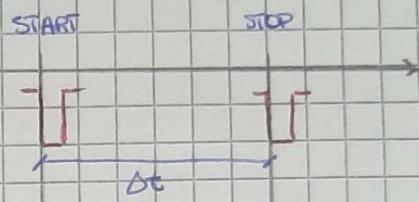


L'ampiezza walk contribuisce alla risoluzione temporale: per migliorarla si può cercare di abbassare la soglia (compatibilmente con il rumore) oppure si possono usare dei discriminatori a frazione costante.

Si riferisce a segnali con la stessa forma ma con diverse ampiezze. Attraversando il trigger in momenti diversi possano generare impulsi logici non corretti.

### TIME TO DIGITAL CONVERTER

Riceve dai discriminatori i segnali logici, uno di start e uno di stop. Di conseguenza, elabora un output che sarà proporzionale al  $\Delta t$  tra i due eventi.

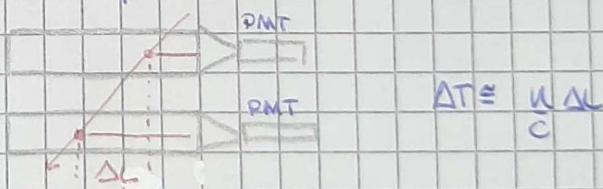


### ADC di CARICA

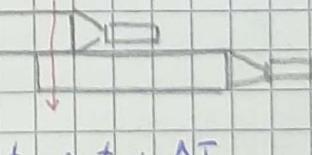
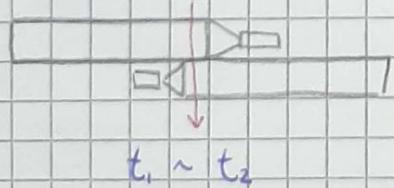
Cambia il segnale di input caricando via via sua capacità. La capacità verrà fatta scaricare a rate costante con un tempo di scarica proporzionale all'ampiezza del segnale.

Di nostro interesse è la risoluzione temporale e vogliamo considerare i vari fattori che la influenzano per migliorarla.

- TIME JITTER: al nostro segnale si sovrappongono fluctazioni random di rumore che causano il superamento della soglia di trigger in istanti diversi, e quindi la produzione dell'impulso logico di output a tempi diversi.
- DISPERSIONE NEI TEMPI DI RACCOLTA:



Quando interagisce con lo scintillatore, il segnale deve percorrere un certo percorso, diverso nei due scintillatori. Devo poter valutare questa dispersione per correggere la misura di tempo effettiva. Per farlo vengono eseguite due misure in questo modo:



dai cui valutare il  $\Delta t$  e correggere tale fattore.

- **AMPLITUDE WALK:** dipendenza del timing dall'ampiezza del segnale. C'è un punto più vicino a seconda dell'angolo di incidenza e della attenuazione delle luce.

Dato che voglio una risposta rapida, il mio strumento avrà  $RC \ll T_{ATTENZIONE}$ .  
C'è un momento del fronte di salita per cui si ha:

$$V(t) \approx A \left( 1 - e^{-\frac{t-t_0}{RC}} \right)$$

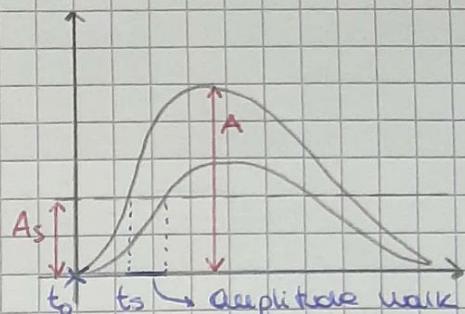
dove  $t_0$  è l'istante di inizio del segnale.

Il discriminatore scatta all'istante  $t_s$  quando il segnale arriva alla soglia:

$$V(t_s) = A_s$$

$$\Rightarrow A \left( 1 - e^{-\frac{t-s-t_0}{RC}} \right) = A_s$$

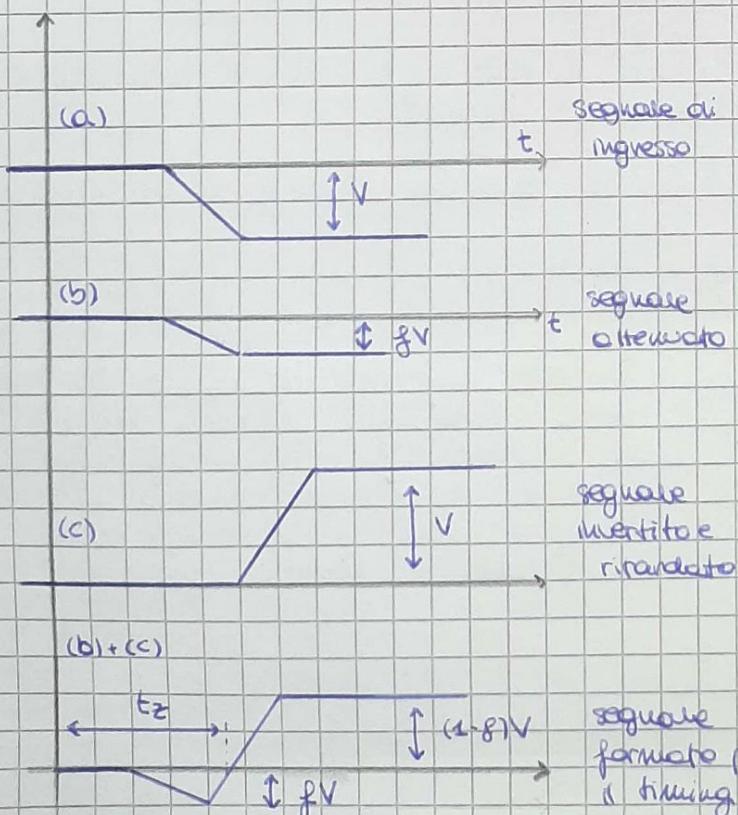
$$\Rightarrow t_s = t_0 + RC \ln \left( \frac{A}{A - A_s} \right)$$



Pertanto, nota  $A_s$ , registrando come rapidamente varia  $A$  e  $t_s$  è possibile risalire a  $t_0$ . Facendo sia per il segnale di start che per quello di stop posso risalire al  $\Delta t$  effettivo.

Ciò è necessario perché avendo segnale di start e stop di forma diversa occorre calcolare un  $\Delta t$  che dipende dall'ampiezza che, appunto, è differente.

Esiste un altro tipo di discriminatore, che elimina questa dipendenza dall'ampiezza: discriminatore "costantefrequenza". I passaggi che esegue sono:

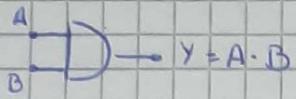


Il segnale logico viene generato ad una frequenza costante dell'ampiezza del picco del segnale in ingresso, producendo un segnale i cui periodi dipendono dall'ampiezza, nell'ipotesi che i segnali abbiano tutti la stessa forma. Si somma il segnale ottenuto e quello invertito e ritardato: il tempo  $t_Z$ , zero-crossing, corrisponde al tempo in cui il segnale raggiunge la frequenza  $f$  dell'ampiezza e NON DIPENDE DALL'AMPIZZA!

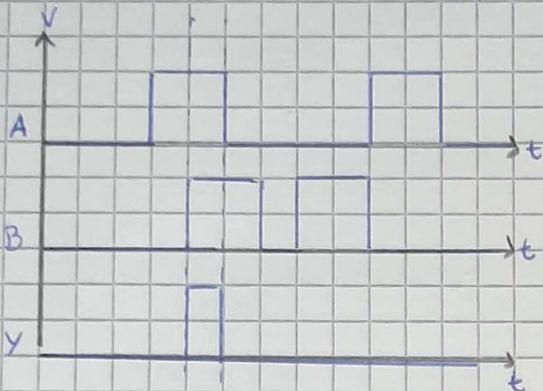
Questo metodo è valido solo per segnali con la stessa forma.

## ALGEBRA DI BOOLE e COINCIDENZA

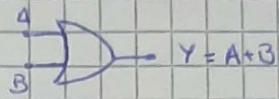
AND



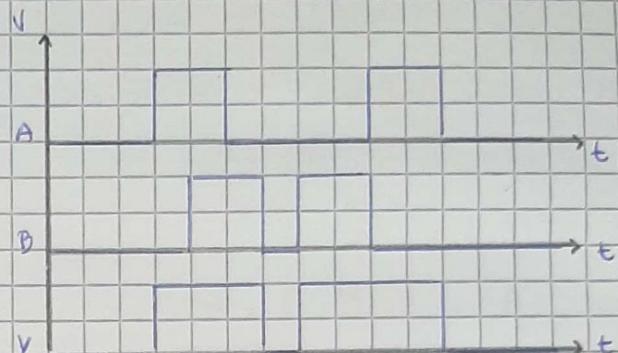
A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



OR



A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



$$\text{LEGGE DI DE-MORGAN} \quad A \cdot B = \overline{(A + B)}$$

## COINCIDENZE ACCIDENTALI

Siano  $R_1$  e  $R_2$  la frequenza degli eventi registrati nei rivelatori (1) e (2). Esiste la possibilità di coincidenze accidentali.



$$\Delta t = W_1 + W_2 = \text{intervallo while}$$

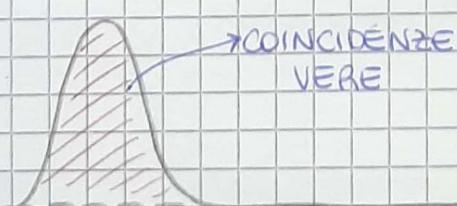
coincidenze

$T = R_1 \Delta t$  è la frazione di tempo in cui si osserva un evento nel rivelatore

Nell'ipotesi in cui  $R_2 \ll 1/T$

$\Rightarrow R_2 T$  è il rate di eventi nel rivelatore 2 durante il tempo

$\Rightarrow R_1 R_2 \Delta t$  sono le coincidenze accidentali



Quelle accidentali hanno la stessa probabilità per ogni tempo di risarzo tra i due segnali, mentre quelle vere avvengono sempre allo stesso tempo con le opportune fluctuazioni

## COINCIDENZE ACCIDENTALI

risarzo

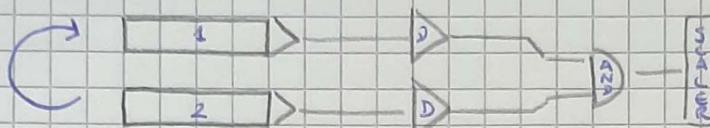
## FLUSSO e DISTRIBUZIONE ANGOLARE MUONI PENETRANTI

Si ha  $I(\theta) = I_v \cos^2 \theta$  con  $I_v = 70 \text{ m}^{-2} \text{s}^{-1} \text{sr}^{-1}$

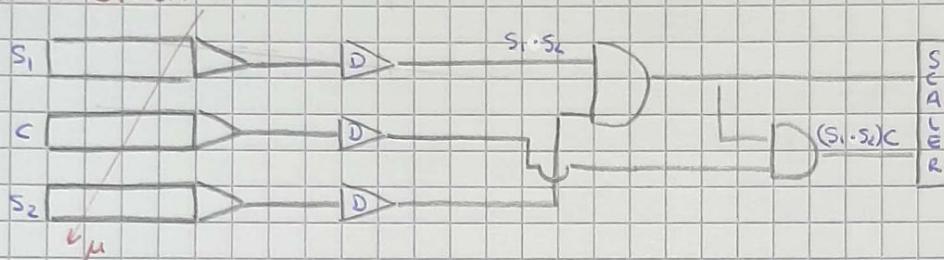
Se vedo a calcolare su una superficie orizzontale:

$$I = I_v \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi/2} \cos^2 \theta \, d\theta = \frac{2\pi}{3} I_v \approx 1 \text{ au}^{-2} \text{ min}^{-1}$$

La misura viene eseguita misurando il flusso di muoni al variare di  $\theta$  vincolando due scintillatori ad una struttura rotante e ponendoli in coincidenza tra loro



### EFFICIENZA



Considerando  $N_{S1S2} \equiv \text{n}^{\circ}$  di  $\mu$  visti da  $S_1$  e  $S_2$ , che dunque attraversano  $C$

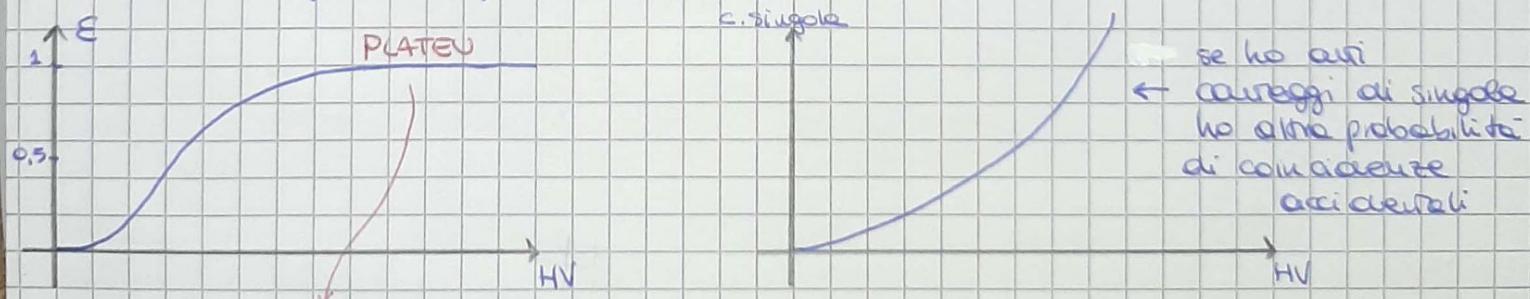
$$N_{S1S2C} \equiv \text{n}^{\circ} \text{ di } \mu \text{ visti da } S_1, S_2 \text{ e } C$$

$$\text{È definita } E_C \equiv \frac{N_{S1S2C}}{N_{S1S2}}$$

→ Per conoscere l'efficienza di  $C$  non serve conoscere quelle di  $S_1$  ed  $S_2$ . In tutto ciò va considerato un errore legato alla statistica di conteggio

$S_1$  ed  $S_2$  devono essere posti ad una certa distanza: essa deve essere scelta in modo da rilevare più muoni possibili senza provocare un eccesso nelle capacità di conteggio degli scintillatori

Rappresentando l'aumento in funzione della tensione dell'efficienza e dei conteggi di singola scintillazione:



Rappresenta l'integrale dello spettro della soglia in su

È necessario trovare un compromesso su HV e sulla soglia per avere efficienza in plateau ma limitando i correghi di singole

## → RIVELATORI DI LUCE - SiPM ←

Si tratta sostanzialmente di un foto moltiplicatore al Silicio, basato su una giunzione PN, costituito da Microcelle SPAD che operano in modalità Geiger.

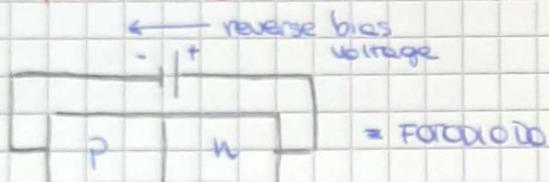
Hanno Moltipli guadaggi rispetto ai PMT:

- più compatti e robusti
- insensibili a campi magnetici
- maggior efficienza quantica (50%)
- bassa tensione di lavoro ( $\sim 30V$ ) pur avendo guadagno  $\sim 10^6$
- ottime proprietà temporali

- rivelano bassi segnali di luce (fino al singolo fotone) e rilevare all'livello del singolo fotone
- può discriminare l'esatto n° di particelle incidenti
- spettri ben risolti

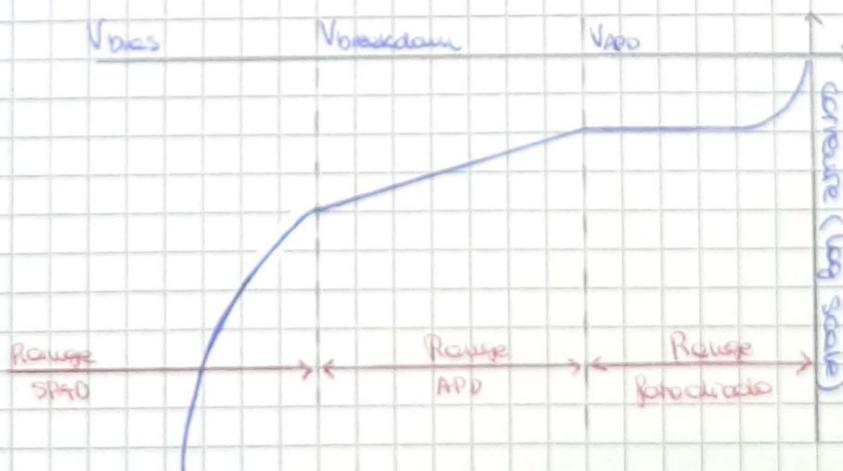
Vediamo come passare da un fotodiodo a SPAD:

### • GIUNZIONE PN POLARIZZATA IN VERSAMENTE



Quando il fotone atto muore nella regione di svuotamento si crea una coppia  $e^- h^+$  che sotto l'azione del campo elettrico crea corrente I

- Se continuo ad aumentare V entra in un regime in cui gli e- accelerati producono altre coppie. È un regime proporzionale ( $I \propto V$ ), il guadagno è limitato ( $\sim 100$ ) e la valanga si auto-sustanzia  
⇒ è detto APD: avalanche photodiode
- Se  $V_{bias} > V_{break-down}$  ( $\sim 5 \cdot 10^5 V$ ) sia e- che  $h^+$  sono così accelerati da creare coppie secondarie. Il fotone iniziale da origine ad una corrente macroscopica ed il silicio diventa conduttivo. Si dice che nasce una SCARICA GEIGER con un numero di portatori  $\sim 10^6$ . È un regime non proporzionale e può essere smorzato solo con resistenze esterne  
⇒ è detto SPAD: single photon avalanche diode



Nelle SPAD il ciclo di lavoro è il seguente:

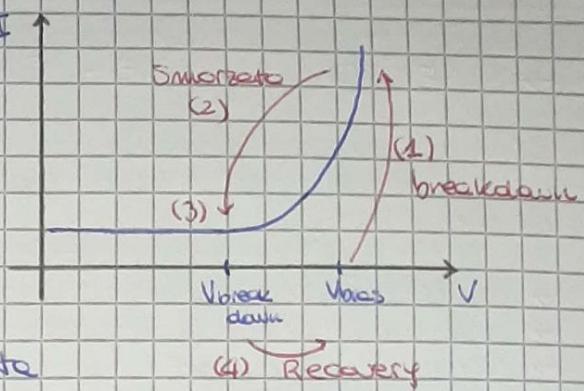
(0): polarizzo il Si.PM con  $V_{bias} > V_{breakdown}$

(1): ho la cascata Geiger (breakdown)

(2): tramite una  $R_Q$  (resistenza di quenching) estenua smorto la cascata

(3): quando  $V < V_{breakdown}$  si ferma la cascata

(4): in un tempo di recupero  $\tau_{rec}$  torna a  $V_{bias}$



Dal momento che il segnale è uguale indipendentemente dal numero di fotoni ma diversi, per non perdere l'informazione sul n° di fotoni incidenti, fondamentale per risalire all'energia depositata crea il Si.PM come un array disposto ai SPAD piccoli, per avere 100-1000 / mm<sup>2</sup>

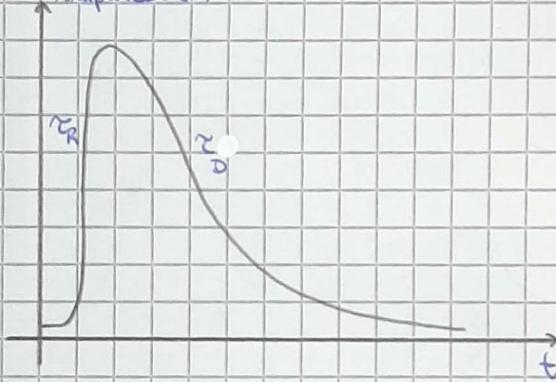
In questo modo solo le celle su cui arriva un fotone si attivano, e le piccole dimensioni fanno sì che la probabilità che più fotoni incidenti sulla stessa cella sia bassa. Ogni cella ha la sua cascata separata e si ha

$$I_{tot} = \sum_{i=\text{pcelle}} I_i = N_{\text{celle}} \cdot I_{\text{cella}} \quad N_{\text{celle}} \approx N_g, \text{ quindi mancano} \\ (\text{attivate}) \quad \text{l'informazione sul flusso di fotoni}$$

Il Si.PM è da accoppiare ad uno scintillatore otticamente

L'impulso provoca sarà del tipo:

Ampitude(V)



cui:  $\rightarrow$  RISE TIME  $\tau_r$  dato dal tempo di formazione della valanga e dal tempo di transito (diverso per segnali che partono da punti diversi dell'area attiva)

$\rightarrow$  DECAY TIME  $\tau_d$  dato dal tempo di recovery delle pcelle

$$\Rightarrow \tau_{rec} = C_D (R_Q + R_S N)$$

$C_D \rightarrow$  capacità pcelle  $R_Q \rightarrow$  R quenching pcelle

$R_S \rightarrow$  R in serie col sensore  $N \rightarrow$  n° pcelle

Si osserva che durante  $\tau_{rec}$  le celle più vicine registrano un pulso ma il guadagno sarà minore perché sono a  $V < V_{bias}$ : l'impulso sarà più basso, dato che  $I_{tot}$  è proporzionale a  $Q_{tot}$  cui:

$$Q_{tot} = N_{\text{fixed}} \underbrace{Q_g}_{\hookrightarrow Q \text{ della singola}} \quad \text{cui} \quad q = e$$

$Q_g =$  guadagno delle pcelle, funzione di  $V$

$$N_{\text{fixed}} = \text{n° pcelle che danno segnale}$$

Va segnalato che attorno ad ogni pcela c'è dello spazio morto (per dare separazione, legare il segnale, posizionare R<sub>b</sub>, polarizzarla, ...), circa 10% per ogni pcela.

Si definisce **FILL FACTOR** ≡ percentuale della superficie del SiPM sensibile alluce.

Ovviamente una maggior dimensione delle celle da un guadagno maggiore ma di contro alto C<sub>0</sub>,  $\tau_{rec}$  e diminuisce il range dinamico: bisogna trovare un compromesso scegliendo il fill factor ottimale per la misura in questione.

Per caratterizzare un SiPM posso usare i seguenti parametri:

- V<sub>breakdown</sub> e OverVoltage

$V_{bd} \equiv V_{bias}$  a cui il campo è nella regione di svolto mentre causa scarica Geiger

$$I_{bd}$$

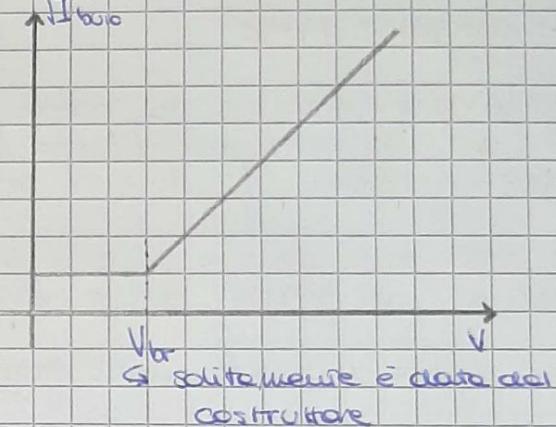
Per misurarlo si usa la I<sub>bd</sub> al variare di V

Che I<sub>bd</sub> si intende la corrente registrata nel fotodiodo anche senza nessun fotone incidente

In genere si sceglie  $V_{bias} \approx 10/25\%$  maggiore V<sub>br</sub>

$$\Rightarrow V_{bias} = V_{br} + \Delta V$$

$\hookrightarrow$  OVERVOLTAGE



### • Guadagno

Il Guadagno è la quantità di carica creata per ogni singolo fotone rivelato

$$Q \text{ per singola cella} \Rightarrow Q = \frac{C_{cella} \cdot \Delta V}{e} \rightarrow Q_{piccolo}$$

dipende da N e dalla dimensione delle celle

Per misurarlo si considera lo spettro ottenuto dal segnale integrato su tutte le celle. Dalla distanza fra i picchi è possibile risalire alla  $Q_{piccolo}$  e di conseguenza a Q

### • PDE - Photon detection efficiency

$$PDE(\lambda, N) = h(\lambda) \cdot E(V) \cdot F$$

$\hookrightarrow$  dipende dalla  $\lambda$  incidente  
e dalla  $V_{bias}$

$h(\lambda)$  ≡ Efficienza quantica del Si

$E(V)$  ≡ Probabilità inizio valanga

$F$  ≡ Fill factor

### • Dark Count Rate

È il rate di eventi registrato in assenza di sorgente luminosa. È la maggior fonte di rumore ed è dunque principalemente a elettroni generati termicamente nel volume attivo. Cresce con bias, temperatura ed area della microcella.

Sono impulsi generalmente proporzionali al singolo fotone, dato che è poco probabile che avvengano contemporaneamente in più celle. Se questo impulso si sovrappone a quello luminoso causa buoni distorsioni l'ampiezza finale.

Per misurarlo di norma si pone la soglia a  $1/2$  fotone misurando il rate di disprezzo di esso (si ottiene uno STAIRCASE PLOT).

Per ridurlo invece, si pone la soglia sopra il livello del singolo fotone, cosa buona per misurare non interessate al singolo fotone.

### • Crosstalk ottico

È la probabilità che la valanga in una cella ne causi una in un'altra cella. È una sorgente addizionale di rumore causata dai possibili fotoni secondari generati dagli  $e^-$  durante una valanga. Cresce con AN e fill-factor.

Il crosstalk avviene simultaneamente al segnale originario e quindi segnali di singolo fotone vengono rivelati come segnali di più fotoni.

Può essere misurato dallo staircase plot come  $\frac{\text{Darkcount}}{\text{Darkcount} + \text{photons}}$

Per ridurlo va scelto un compromesso tra il crosstalk (che peggiora con AN) e il PDE (che migliora con AN).

### • Afterpulsing

È l'impulso dovuto ad una valanga secondaria nella stessa cella causata da  $e^-$  intrappolato che si libera dopo  $\Delta t$ .

→ Se l'afterpulse avviene con  $\Delta t < t_{rec}$  hanno poco impatto perché l'ampiezza è piccola.

→ Se l'afterpulse avviene con  $\Delta t > t_{rec}$  hanno alto impatto se il rate delle misure è alto.

La probabilità di afterpulsing cresce con AN (per la maggior probabilità di nuova valanga).

Per misurarlo misura la distribuzione statistica di eventi consecutivi di dark-count con soglia a 0.5 dell'ampiezza di singolo fotone.

$A_{\text{afterpulse}} / A_{\text{tot}}$



### • Range dinamico e linearità

È l'ampiezza massima misurabile del SiPM, oltre la quale l'output non è più affidabile. Accade quando ha un flusso incidente troppo alto con conseguente saturazione di tutte le celle.

Si ha linearità fra  $I_{sat}$  e potenza incidente fino a circa il 70% del range dinamico.

Dipende da  $N_{elle}$ ,  $V$  e  $\lambda$  della radiazione incidente

$I_{sat}$  dipende da  $N_{elle}$  (prima linearmente poi in modo diverso)

$$N_{sat} = N_{elle} \left( 1 - \exp \left( - \frac{PDE(V, \lambda) N_{elle}}{N_{elle}} \right) \right)$$

### • Dipendenza dalla temperatura

Variazioni di temperatura possono indurre variazioni nel  $V_{br}$  e nel rate DC.

→  $V_{br}$  varia linearmente con  $T$

↳ per piccoli  $\Delta T$  non servono compensazioni

↳ per grandi  $\Delta T$  va implementata una stabilizzazione del  $V_{bias}$  o dello

→ Rate DC aumenta con  $T$

