

Pericolosa e incompleta guida agli investimenti in ETF con *Intesa Sanpaolo S.p.A.*

Marco Maggi

6 ottobre 2021

Sommario

Questa guida è un aiuto per chi volesse ricostruire i calcoli di contabilità del Conto Titoli di banca *Intesa Sanpaolo S.p.A.* per gli investimenti in *Exchange Traded Funds* (ETF). Questa guida è incompleta: non copre tutto ciò che c'è da sapere sugli ETF, né l'operatività del sito di *banca telematica* di *Intesa Sanpaolo S.p.A.*. Questa guida è pericolosa: ognuno la usa a suo rischio e pericolo.

In questa guida si tenta di mantenere il testo matematicamente “facile”; chi ha frequentato il primo anno di una scuola secondaria di secondo grado con indirizzo tecnico o scientifico, e ne ricorda le basi del programma di matematica, dovrebbe farcela.

In nessun modo questa guida intende promuovere la sottoscrizione di Conti Correnti con *Intesa Sanpaolo S.p.A.*; al contrario l'autore ha una pessima opinione di questa banca.

Indice

1	Introduzione	4
2	Media aritmetica e media ponderata	4
2.1	Calcolo incrementale della media ponderata	6
3	Descrizione di un'operazione di acquisto	7
4	Aggiornamento del saldo dopo un acquisto	9
5	Descrizione di un'operazione di vendita	13
6	Aggiornamento del saldo dopo una vendita	16

<i>INDICE</i>	2
7 Rendimento indicato nel riepilogo del patrimonio	17
8 Strategie per la scelta dei prezzi di vendita	18
8.1 Metodo delle medie ponderate	18
8.1.1 Esempio di guadagno	19
8.1.2 Esempio di perdita	20
8.1.3 Altro esempio di perdita	21
8.1.4 Soluzione del problema generale	23
8.2 Metodo delle linee di investimento	24
8.2.1 Esempio di linee di investimento	25
8.2.2 Esempio: vendita delle quote della prima linea.	27
8.2.3 Esempio: vendita delle quote della seconda linea.	28
8.2.4 Esempio: vendita delle quote della terza linea.	29
A Espressione generale delle commissioni	30
B GNU Free Documentation License	32
B.1 APPLICABILITY AND DEFINITIONS	32
B.2 VERBATIM COPYING	34
B.3 COPYING IN QUANTITY	34
B.4 MODIFICATIONS	35
B.5 COMBINING DOCUMENTS	37
B.6 COLLECTIONS OF DOCUMENTS	38
B.7 AGGREGATION WITH INDEPENDENT WORKS	38
B.8 TRANSLATION	38
B.9 TERMINATION	39
B.10 FUTURE REVISIONS OF THIS LICENSE	39
B.11 RELICENSING	40
B.12 ADDENDUM: How to use this License for your documents . . .	40

Copyright © 2017, 2018, 2020 Marco Maggi <mrc.mgg@gmail.com>.

This document was typeset using the \LaTeX typesetting system originally developed by Leslie Lamport, based on \TeX created by Donald Knuth.

Permission is granted to copy, distribute and/or modify this document under the terms of the GNU Free Documentation License, Version 1.3 or any later version published by the Free Software Foundation; with no Invariant Sections, no Front-Cover Texts, and no Back-Cover Texts. A copy of the license is included in the section entitled “GNU Free Documentation License”.

Il codice sorgente di questa guida è disponibile in Rete all’indirizzo:

<https://github.com/marcomaggi/conto-intesa-guida-etf>

1 Introduzione

Il calcolo dei redditi da capitale e dei redditi diversi per investimenti in ETF deve essere eseguito come specificato nella “Circolare dell’Agenzia dell’Entrate 21/E del 10 Luglio 2014”; questa guida utilizza sia la terminologia della Banca che quella della circolare dell’Agenzia dell’Entrate. Il calcolo di questi redditi permette sia la determinazione dei rendimenti che il calcolo delle tasse. Nel tempo, alcuni dati secondari riportati nei documenti rilasciati dalla banca e presentati nelle tabelle del sito di banca telematica, possono essere aggiunti, rimossi o essere calcolati in modo diverso; questa guida non può seguire tutte queste variazioni, ma si concentra sulla correttezza dei calcoli di contabilità fiscale.

Per ogni operazione di compravendita eseguita sul Conto Titoli: nella sezione documenti del sito di *banca telematica* è disponibile una *nota di ordine eseguito* con tutti i dati dell’operazione. Nei calcoli qui illustrati: alcuni valori riportati nelle note di eseguito sono i dati di partenza, riportati nei documenti; altri valori sono i risultati ricalcolati per verifica.

Tutti i numeri in questa guida sono presentati arrotondati, il più delle volte al centesimo di Euro; l’esecuzione dei calcoli è invece eseguita con precisione maggiore.

In nessun modo questa guida intende promuovere la sottoscrizione di Conti Correnti con *Intesa Sanpaolo S.p.A.*; al contrario l’autore ha una pessima opinione di questa banca.

2 Media aritmetica e media ponderata

Nei calcoli di contabilità del Conto Titoli si usa spesso l’operazione di *media aritmetica* e in particolare la sua riscrittura come *media ponderata*; è utile richiamare queste idee e alcune delle loro proprietà.

Si ricorda che la **media aritmetica** tra i numeri 11, 22 e 33 si scrive:

$$\frac{11 + 22 + 33}{3} = 22$$

il denominatore è 3 perché al numeratore ci sono 3 numeri; la *media aritmetica* è una procedura di calcolo il cui risultato è il **valore medio**.

L’operazione si costruisce nello stesso modo se qualche numero compare più di una volta; la media aritmetica tra i numeri: 11, 11, 11, 22, 33 e 33 si scrive:

$$\frac{11 + 11 + 11 + 22 + 33 + 33}{6} = \frac{121}{6} \simeq 20,17$$

il denominatore è 6 perché:

- 11 compare 3 volte;
- 22 compare 1 volta;
- 33 compare 2 volte;

quindi $3 + 1 + 2 = 6$.

Il “numero di volte in cui un numero compare” si chiama **molteplicità**; allora si può dire che:

- 11 compare con *molteplicità* 3;
- 22 compare con *molteplicità* 1;
- 33 compare con *molteplicità* 2;

evidenziando le molteplicità e considerando le semplici identità:

$$11 + 11 + 11 = 3 \times 11 \qquad 22 = 1 \times 22 \qquad 33 + 33 = 2 \times 33$$

l'espressione della *media aritmetica* si può riscrivere:

$$\begin{aligned} \frac{11 + 11 + 11 + 22 + 33 + 33}{6} &= \frac{3 \times 11 + 1 \times 22 + 2 \times 33}{6} = \\ &= \frac{3 \times 11}{6} + \frac{1 \times 22}{6} + \frac{2 \times 33}{6} = \frac{3}{6} \times 11 + \frac{1}{6} \times 22 + \frac{2}{6} \times 33 \end{aligned}$$

in cui si evidenzia come:

- il numero 11 compaia con “peso” 3 rispetto al denominatore 6;
- il numero 22 compaia con “peso” 1 rispetto al denominatore 6;
- il numero 33 compaia con “peso” 2 rispetto al denominatore 6.

In questo modo: la *media aritmetica* tra i numeri 11, 11, 11, 22, 33 e 33 è riscritta come *media media ponderata* tra i numeri 11, 22 e 33 rispetto alle loro molteplicità 3, 1 e 2.

Il significato del *valore medio* si può evidenziare osservando che se vale l'identità:

$$\frac{3 \times 11 + 1 \times 22 + 2 \times 33}{6} \simeq 20,17$$

allora vale anche l'identità:

$$\frac{3 \times 11 + 1 \times 22 + 2 \times 33}{6} \simeq \frac{6 \times 20,17}{6}$$

perciò la *media ponderata* tra: 11 con molteplicità 3, 22 con molteplicità 1, 33 con molteplicità 2, è equivalente alla *media ponderata* del *valore medio* 20,17 con molteplicità 6.

2.1 Calcolo incrementale della media ponderata

È utile richiamare come il calcolo di una *media ponderata* possa essere eseguito passo dopo passo. Si considerino ancora i numeri 11, 11, 11, 22, 33 e 33; si è calcolato che la loro *media aritmetica* può essere riscritta come *media ponderata* e risulta:

$$\frac{11 + 11 + 11 + 22 + 33 + 33}{6} = \frac{3 \times 11 + 1 \times 22 + 2 \times 33}{6} \simeq 20,17$$

Si esegua lo stesso calcolo in più passi: si considerino prima i numeri 11, 22 e 33; poi si aggiungano i numeri 11 e 11; infine si aggiunga il numero 33.

1. La *media ponderata* tra i numeri 11, 22 e 33, ciascuno con molteplicità 1, risulta:

$$\frac{1 \times 11 + 1 \times 22 + 1 \times 33}{3} = 22$$

il numero totale di numeri $3 = 1 + 1 + 1$ è la *molteplicità equivalente* del *valore medio* 22.

2. Ora si aggiungano i numeri 11 e 11; in totale: 11 compare con molteplicità 3; 22 compare con molteplicità 1; 33 compare con molteplicità 1. La *media ponderata aggiornata* risulta:

$$\frac{3 \times 11 + 1 \times 22 + 1 \times 33}{5} = \frac{88}{5} \simeq 17,6$$

il numero totale di numeri $5 = 3 + 1 + 1$ è la *molteplicità equivalente* del *valore medio* 17,6.

Domanda: è possibile calcolare questo risultato partendo dalla media ponderata del passo precedente, cioè 22, combinandola con i numeri 11 e 11? La media ponderata aggiornata si può scrivere:

$$\frac{3 \times 11 + 1 \times 22 + 1 \times 33}{5} = \frac{2 \times 11}{5} + \frac{1 \times 11 + 1 \times 22 + 1 \times 33}{5}$$

la seconda frazione al membro di destra (il cui numeratore è uguale a quello della media ponderata al passo precedente) si può riscrivere:

$$\frac{3}{5} \times \frac{5}{3} \times \frac{1 \times 11 + 1 \times 22 + 1 \times 33}{5} = \frac{3}{5} \times \frac{1 \times 11 + 1 \times 22 + 1 \times 33}{3}$$

in cui il secondo termine della moltiplicazione al membro di destra è la media ponderata del passo precedente; quindi la *media ponderata aggiornata* risulta:

$$\frac{2 \times 11}{5} + \frac{3 \times 22}{5} = \frac{2 \times 11 + 3 \times 22}{5} \simeq 17,6$$

cioè il *valore medio* aggiornato 17,6 è pari alla *media ponderata* tra:

- il *valore medio* precedente 22, con la sua *molteplicità equivalente* 3;
 - il nuovo numero aggiunto 11, con la sua molteplicità 2.
3. Infine si aggiunga il numero 33; la nuova *media ponderata* aggiornata è la *media ponderata* totale e procedendo come prima risulta:

$$\frac{1 \times 33 + 5 \times 17,6}{6} \simeq 20,17$$

3 Descrizione di un'operazione di acquisto

Quando si acquistano quote di un titolo (anche non ETF) è generalmente meglio specificare la strategia di acquisto “con prezzo limite” e selezionare esplicitamente il mercato su cui si vogliono eseguire le operazioni, per esempio, nel caso degli ETF: *Borsa Italiana, segmento ETFplus*.

Quando l'operazione è di **acquisto**: il “prezzo limite” è il **prezzo massimo a cui si è disposti ad acquistare le quote**. Perciò si inserisce l'ordine di acquisto per un numero di quote del fondo a un certo prezzo massimo: per essere conforme all'ordine inserito, la banca, che agisce da intermediario, può eseguire l'ordine acquistando a qualsiasi prezzo *minore o uguale* al limite fissato.

L'ordine può essere eseguito in più fasi in cui solo una parte delle quote è acquistata, in ogni fase a un prezzo diverso; è possibile che non tutte le quote siano acquistate, nel qual caso ci interessa solo la frazione “eseguita” dell'ordine. Il **prezzo medio eseguito di un acquisto** (nella terminologia della Banca), anche detto **prezzo medio effettivo di un acquisto** (nella terminologia dell'Agenzia dell'Entrate), è la media ponderata dei prezzi di acquisto rispetto al numero di quote acquistate.

Per esempio, se un singolo ordine di acquisto per 100 quote è eseguito nelle tre fasi:

1. acquisto di $\mathcal{N}_1 = 20$ quote al prezzo di $\mathcal{P}_{\text{acq1}} = 52,00 \text{ €}$;
2. acquisto di $\mathcal{N}_2 = 30$ quote al prezzo di $\mathcal{P}_{\text{acq2}} = 53,00 \text{ €}$;
3. acquisto di $\mathcal{N}_3 = 50$ quote al prezzo di $\mathcal{P}_{\text{acq3}} = 55,00 \text{ €}$;

allora il *prezzo medio eseguito di acquisto* \mathcal{P}_{mea} risulta:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{\text{mea}} &= \frac{\mathcal{N}_1 \times \mathcal{P}_{\text{acq1}} + \mathcal{N}_2 \times \mathcal{P}_{\text{acq2}} + \mathcal{N}_3 \times \mathcal{P}_{\text{acq3}}}{\mathcal{N}_1 + \mathcal{N}_2 + \mathcal{N}_3} \\ &= \frac{20 \times 52,00 + 30 \times 53,00 + 50 \times 55,00}{20 + 30 + 50} = 53,80 \text{ €} \end{aligned}$$

Il **controvalore dell'operazione di acquisto**, \mathcal{C}_{acq} , è il prodotto tra il numero totale di quote acquistate e il *prezzo medio eseguito*. Nell'esempio:

$$\mathcal{C}_{\text{acq}} = \mathcal{N}_{\text{acq}} \times \mathcal{P}_{\text{mea}} = 100 \times 53,80 = 5380,00 \text{ €}$$

Il **costo dell'operazione di acquisto**,¹ \mathcal{F}_{acq} , è la somma tra costi, spese e commissioni associate all'operazione; per ogni ordine di acquisto eseguito, occorre pagare:

- le commissioni per l'intermediario, fissate a 2,50 € quale che sia il controvalore dell'operazione eseguita (la Borsa di negoziazione su cui si eseguono le operazioni vuole essere pagata per ogni eseguito);
- le commissioni fisse per la Banca pari a 0,50 €;
- le commissioni variabili per la Banca pari allo 0,24 % del *controvalore dell'operazione*;

Se un ordine non è eseguito: si paga nulla. Se un ordine è eseguito in più fasi: nella prima fase si pagano i costi fissi più la commissione percentuale; nelle fasi successive si paga solo la commissione percentuale. Nell'esempio:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{\text{acq}} &= 0,50 + 2,50 + 0,0024 \times \mathcal{C}_{\text{acq}} \\ &= 0,50 + 2,50 + 0,0024 \times 5380,00 = 15,91 \text{ €} \end{aligned}$$

Il **controvalore totale di un acquisto**, $\mathcal{C}_{\text{tot,acq}}$, è la somma tra *controvalore dell'operazione* e *costo dell'operazione* ed è la quantità di denaro addebitata sul Conto Corrente (cioè in uscita dal Conto Corrente). Nell'esempio:

$$\mathcal{C}_{\text{tot,acq}} = \mathcal{C}_{\text{acq}} + \mathcal{F}_{\text{acq}} = 5380,00 + 15,91 = 5395,91 \text{ €}$$

Al termine dell'operazione: le quote acquistate sono registrate nel Conto Titoli, si dice che sono “caricate” sul Conto. Il **prezzo medio di carico di un acquisto**, \mathcal{P}_{mca} , è il rapporto tra il *controvalore totale* e il numero di quote acquistate: è il prezzo medio di una singola quota acquistata, tutto incluso; è anche la quantità di denaro addebitata sul Conto Corrente per ogni quota acquistata. Nell'esempio:

$$\mathcal{P}_{\text{mca}} = \mathcal{C}_{\text{tot,acq}} / \mathcal{N}_{\text{acq}} = 5395,91 / 100 = 53,9591 \text{ €}$$

¹ Il *costo di un'operazione* si indica con il simbolo \mathcal{F} dall'inglese *fee*, perché la lettera \mathcal{C} di *costo* è già assegnata al simbolo di *controvalore*.

4 Aggiornamento del saldo dopo un acquisto

Dopo l'esecuzione di ogni operazione di acquisto occorre ricalcolare il saldo del Conto Titoli; per un investimento in quote di ETF, la parte da aggiornare è rappresentata dalle tre quantità:

- numero di quote di quell'ETF in carico nel Conto Titoli, \mathcal{N}_{sal} ;
- **prezzo medio effettivo nel saldo**, \mathcal{P}_{mes} : è il prezzo medio, per quota in carico, degli ordini di acquisto eseguiti sulla Borsa di negoziazione; si calcola come media ponderata tra il *prezzo medio effettivo di un nuovo acquisto* e il precedente *prezzo medio effettivo nel saldo*; nella documentazione della Banca: questo valore è chiamato *Net Asset Value (NAV) del prezzo medio di carico* (da non confondere con il NAV dell'attività sottostante il fondo);
- **prezzo medio di carico nel saldo**, \mathcal{P}_{mcs} : è il prezzo medio, per quota in carico, tutto incluso; si calcola come media ponderata tra il *prezzo medio di carico di un nuovo acquisto* e il precedente *prezzo medio di carico nel saldo*.

dai valori nel saldo si possono calcolare:

- il **costo medio di acquisto per ogni quota in carico nel saldo**, \mathcal{F}_{mcs} , come differenza tra il *prezzo medio di carico nel saldo* e il *prezzo medio effettivo nel saldo*:

$$\mathcal{F}_{\text{mcs}} = \mathcal{P}_{\text{mcs}} - \mathcal{P}_{\text{mes}}$$

- il **controvalore di carico nel saldo**, \mathcal{C}_{sal} , come prodotto tra il numero di quote in carico e il *prezzo medio di carico nel saldo*:

$$\mathcal{C}_{\text{sal}} = \mathcal{N}_{\text{sal}} \times \mathcal{P}_{\text{mcs}}$$

Per esempio, si consideri un Conto Titoli “vuoto” rispetto a un ETF, con saldo convenzionale:

- numero di quote in carico: $\mathcal{N}_{\text{sal}0} = 0$;
- *prezzo medio effettivo nel saldo*: $\mathcal{P}_{\text{mes}0} = 0,00 \text{ €}$;
- *prezzo medio di carico nel saldo*: $\mathcal{P}_{\text{mcs}0} = 0,0000 \text{ €}$;

si supponga di eseguire le operazioni:

1. acquisto di $\mathcal{N}_{\text{acq}1} = 101$ quote al *prezzo medio effettivo* di $\mathcal{P}_{\text{mea}1} = 51,00 \text{ €}$;
2. acquisto di $\mathcal{N}_{\text{acq}2} = 102$ quote al *prezzo medio effettivo* di $\mathcal{P}_{\text{mea}2} = 52,00 \text{ €}$;
3. acquisto di $\mathcal{N}_{\text{acq}3} = 103$ quote al *prezzo medio effettivo* di $\mathcal{P}_{\text{mea}3} = 53,00 \text{ €}$;

l'aggiornamento del saldo avviene come segue.

Aggiornamento del saldo dopo la prima operazione di acquisto. I risultati dell'operazione di acquisto sono:

- numero di quote acquistate: $\mathcal{N}_{\text{acq1}} = 101$;
- *prezzo medio effettivo*: $\mathcal{P}_{\text{mea1}} = 51,00 \text{ €}$;
- *controvalore dell'operazione*: $\mathcal{C}_{\text{acq1}} = \mathcal{N}_{\text{acq1}} \times \mathcal{P}_{\text{mea1}} = 5151,00 \text{ €}$;
- *costo dell'operazione*: $\mathcal{F}_{\text{acq1}} = 0,50 + 2,50 + 0,0024 \times \mathcal{C}_{\text{acq1}} = 15,36 \text{ €}$;
- *controvalore totale*: $\mathcal{C}_{\text{tot,acq1}} = \mathcal{C}_{\text{acq1}} + \mathcal{F}_{\text{acq1}} = 5166,36 \text{ €}$;
- *prezzo medio di carico*: $\mathcal{P}_{\text{mca1}} = \mathcal{C}_{\text{tot,acq1}} / \mathcal{N}_{\text{acq1}} = 51,1521 \text{ €}$.

l'aggiornamento del saldo risulta:

- numero quote nel saldo: $\mathcal{N}_{\text{sal1}} = \mathcal{N}_{\text{sal0}} + \mathcal{N}_{\text{acq1}} = 0 + 101 = 101$;
- *prezzo medio effettivo nel saldo*:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{\text{mes1}} &= \frac{\mathcal{N}_{\text{sal0}} \times \mathcal{P}_{\text{mes0}} + \mathcal{N}_{\text{acq1}} \times \mathcal{P}_{\text{mea1}}}{\mathcal{N}_{\text{sal0}} + \mathcal{N}_{\text{acq1}}} \\ &= \frac{0 \times 0,00 + 101 \times 51,00}{0 + 101} = 51,00 \text{ €} \end{aligned}$$

- *prezzo medio di carico nel saldo*:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{\text{mcs1}} &= \frac{\mathcal{N}_{\text{sal0}} \times \mathcal{P}_{\text{mcs0}} + \mathcal{N}_{\text{acq1}} \times \mathcal{P}_{\text{mca1}}}{\mathcal{N}_{\text{sal0}} + \mathcal{N}_{\text{acq1}}} \\ &= \frac{0 \times 0,0000 + 101 \times 51,1521}{0 + 101} = 51,1521 \text{ €} \end{aligned}$$

il *costo medio di ogni quota in carico* risulta:

$$\mathcal{F}_{\text{mcs1}} = \mathcal{P}_{\text{mcs1}} - \mathcal{P}_{\text{mes1}} = 51,1521 - 51,00 = 0,1521 \text{ €}$$

Aggiornamento del saldo dopo la seconda operazione di acquisto. I risultati dell'operazione di acquisto sono:

- numero di quote acquistate: $\mathcal{N}_{\text{acq2}} = 102$;
- *prezzo medio effettivo*: $\mathcal{P}_{\text{mea2}} = 52,00 \text{ €}$;
- *controvalore dell'operazione*: $\mathcal{C}_{\text{acq2}} = \mathcal{N}_{\text{acq2}} \times \mathcal{P}_{\text{mea2}} = 5304,00 \text{ €}$;

- *costo dell'operazione*: $\mathcal{F}_{\text{acq2}} = 0,50 + 2,50 + 0,0024 \times \mathcal{C}_{\text{acq2}} = 15,73 \text{ €}$;
- *controvalore totale*: $\mathcal{C}_{\text{tot,acq2}} = \mathcal{C}_{\text{acq2}} + \mathcal{F}_{\text{acq2}} = 5319,73 \text{ €}$;
- *prezzo medio di carico*: $\mathcal{P}_{\text{mca2}} = \mathcal{C}_{\text{tot,acq2}} / \mathcal{N}_{\text{acq2}} = 52,1542 \text{ €}$.

l'aggiornamento del saldo risulta:

- *numero quote nel saldo*: $\mathcal{N}_{\text{sal2}} = \mathcal{N}_{\text{sal1}} + \mathcal{N}_{\text{acq2}} = 101 + 102 = 203$;
- *prezzo medio effettivo nel saldo*:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{\text{mes2}} &= \frac{\mathcal{N}_{\text{sal1}} \times \mathcal{P}_{\text{mes1}} + \mathcal{N}_{\text{acq2}} \times \mathcal{P}_{\text{mea2}}}{\mathcal{N}_{\text{sal1}} + \mathcal{N}_{\text{acq2}}} \\ &= \frac{101 \times 51,00 + 102 \times 52,00}{101 + 102} = 51,50 \text{ €} \end{aligned}$$

- *prezzo medio di carico nel saldo*:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{\text{mcs2}} &= \frac{\mathcal{N}_{\text{sal1}} \times \mathcal{P}_{\text{mcs1}} + \mathcal{N}_{\text{acq2}} \times \mathcal{P}_{\text{mca2}}}{\mathcal{N}_{\text{sal1}} + \mathcal{N}_{\text{acq2}}} \\ &= \frac{101 \times 51,1521 + 102 \times 52,1542}{101 + 102} = 51,6556 \text{ €} \end{aligned}$$

il costo medio di ogni quota in carico risulta:

$$\mathcal{F}_{\text{mcs2}} = \mathcal{P}_{\text{mcs2}} - \mathcal{P}_{\text{mes2}} = 51,6556 - 51,50 = 0,1532 \text{ €}$$

Aggiornamento del saldo dopo la terza operazione di acquisto. I risultati dell'operazione di acquisto sono:

- *numero di quote acquistate*: $\mathcal{N}_{\text{acq3}} = 103$;
- *prezzo medio effettivo*: $\mathcal{P}_{\text{mea3}} = 53,00 \text{ €}$;
- *controvalore dell'operazione*: $\mathcal{C}_{\text{acq3}} = \mathcal{N}_{\text{acq3}} \times \mathcal{P}_{\text{mea3}} = 5459,00 \text{ €}$;
- *costo dell'operazione*: $\mathcal{F}_{\text{acq3}} = 0,50 + 2,50 + 0,0024 \times \mathcal{C}_{\text{acq3}} = 16,10 \text{ €}$;
- *controvalore totale*: $\mathcal{C}_{\text{tot,acq3}} = \mathcal{C}_{\text{acq3}} + \mathcal{F}_{\text{acq3}} = 5475,10 \text{ €}$;
- *prezzo medio di carico*: $\mathcal{P}_{\text{mca3}} = \mathcal{C}_{\text{tot,acq3}} / \mathcal{N}_{\text{acq3}} = 53,1563 \text{ €}$.

l'aggiornamento del saldo risulta:

- *numero quote nel saldo*: $\mathcal{N}_{\text{sal3}} = \mathcal{N}_{\text{sal2}} + \mathcal{N}_{\text{acq3}} = 203 + 103 = 306$;

- *prezzo medio effettivo nel saldo:*

$$\begin{aligned}\mathcal{P}_{\text{mes3}} &= \frac{\mathcal{N}_{\text{sal2}} \times \mathcal{P}_{\text{mes2}} + \mathcal{N}_{\text{acq3}} \times \mathcal{P}_{\text{mea3}}}{\mathcal{N}_{\text{sal2}} + \mathcal{N}_{\text{acq3}}} \\ &= \frac{203 \times 51,50 + 103 \times 53,00}{203 + 103} = 52,01 \text{ €}\end{aligned}$$

- *prezzo medio di carico nel saldo:*

$$\begin{aligned}\mathcal{P}_{\text{mcs3}} &= \frac{\mathcal{N}_{\text{sal2}} \times \mathcal{P}_{\text{mcs2}} + \mathcal{N}_{\text{acq3}} \times \mathcal{P}_{\text{mca3}}}{\mathcal{N}_{\text{sal2}} + \mathcal{N}_{\text{acq3}}} \\ &= \frac{203 \times 51,6556 + 103 \times 53,1563}{203 + 103} = 52,1608 \text{ €}\end{aligned}$$

il costo medio di ogni quota in carico risulta:

$$\mathcal{F}_{\text{mcs3}} = \mathcal{P}_{\text{mcs3}} - \mathcal{P}_{\text{mes3}} = 52,1608 - 52,01 = 0,1542 \text{ €}$$

Si osservi come, **solo quando si sono eseguiti degli acquisti ma nessuna vendita:**

- il *prezzo medio effettivo nel saldo* si possa calcolare anche come media ponderata tra i *prezzi medi effettivi degli acquisti*:

$$\begin{aligned}\mathcal{P}_{\text{mes3}} &= \frac{\mathcal{N}_{\text{acq1}} \times \mathcal{P}_{\text{mea1}} + \mathcal{N}_{\text{acq2}} \times \mathcal{P}_{\text{mea2}} + \mathcal{N}_{\text{acq3}} \times \mathcal{P}_{\text{mea3}}}{\mathcal{N}_{\text{acq1}} + \mathcal{N}_{\text{acq2}} + \mathcal{N}_{\text{acq3}}} \\ &= \frac{101 \times 51,00 + 102 \times 52,00 + 103 \times 53,00}{101 + 102 + 103} = 52,01 \text{ €}\end{aligned}$$

- il *prezzo medio di carico nel saldo* si possa calcolare anche come media ponderata tra i *prezzi medi di carico degli acquisti*:

$$\begin{aligned}\mathcal{P}_{\text{mcs3}} &= \frac{\mathcal{N}_{\text{acq1}} \times \mathcal{P}_{\text{mca1}} + \mathcal{N}_{\text{acq2}} \times \mathcal{P}_{\text{mca2}} + \mathcal{N}_{\text{acq3}} \times \mathcal{P}_{\text{mca3}}}{\mathcal{N}_{\text{acq1}} + \mathcal{N}_{\text{acq2}} + \mathcal{N}_{\text{acq3}}} \\ &= \frac{101 \times 51,1521 + 102 \times 52,1542 + 103 \times 53,1563}{101 + 102 + 103} = 52,1608 \text{ €}\end{aligned}$$

- il costo totale di tutte le operazioni si possa calcolare sia come somma tra tutti i costi:

$$\mathcal{F}_{\text{tot,acq3}} = \mathcal{F}_{\text{acq1}} + \mathcal{F}_{\text{acq2}} + \mathcal{F}_{\text{acq3}} = 15,36 + 15,73 + 16,10 = 47,19 \text{ €}$$

che come prodotto tra il numero di quote nel saldo e il *costo medio di acquisto di ogni quota in carico*:

$$\mathcal{F}_{\text{tot,acq3}} = \mathcal{N}_{\text{sal3}} \times \mathcal{F}_{\text{mcs3}} = 306 \times 0,1542 = 47,19 \text{ €}$$

dopo la prima operazione di vendita: queste proprietà non valgono più!

Ogni nuova quota acquistata viene “buttata nel secchio” insieme alle vecchie, indipendentemente dal suo prezzo di acquisto; è come se ogni quota in carico fosse stata acquistata allo stesso prezzo, pari al prezzo medio.

Si ricorda che, nella descrizione dell'operazione di acquisto, si era definito il *prezzo medio di carico di acquisto*, $\mathcal{P}_{\text{mca}} = \mathcal{C}_{\text{tot,acq}}/\mathcal{N}_{\text{acq}}$, come la quantità di denaro addebitata sul Conto Corrente per ogni quota acquistata. Di conseguenza si può interpretare il *prezzo medio di carico nel saldo*, \mathcal{P}_{mcs} , come la quantità di denaro addebitata sul Conto Corrente per l'acquisto di ogni quota in carico.

5 Descrizione di un'operazione di vendita

Quando si vendono quote di un titolo (anche non ETF) è generalmente meglio specificare la strategia di acquisto “con prezzo limite” e selezionare esplicitamente il mercato su cui si vogliono eseguire le operazioni, per esempio, nel caso degli ETF: *Borsa Italiana, segmento ETFplus*.

Quando l'operazione è di **vendita**: il “prezzo limite” è **il prezzo minimo a cui si è disposti a vendere le quote**. Perciò si inserisce l'ordine di vendita per un numero di quote del fondo a un certo prezzo minimo: per essere conforme all'ordine inserito, la banca, che agisce da intermediario, può eseguire l'ordine vendendo a qualsiasi prezzo *maggiore o uguale* al limite fissato.

L'ordine può essere eseguito in più fasi in cui solo una parte delle quote è venduta, in ogni fase a un prezzo diverso; è possibile che non tutte le quote siano vendute, nel qual caso ci interessa solo la frazione “eseguita” dell'ordine. Il **prezzo medio eseguito di vendita** (nella terminologia della Banca), anche detto **prezzo medio effettivo di vendita** (nella terminologia dell'Agenzia dell'Entrate), è la media ponderata dei prezzi di vendita rispetto al numero di quote vendute.

Si supponga di avere un Conto Titoli con il seguente saldo riguardo un ETF:

- numero di quote in carico: $\mathcal{N}_{\text{sal}} = 100$;
- *prezzo medio effettivo nel saldo*: $\mathcal{P}_{\text{mes}} = 50,00$;
- *prezzo medio di carico nel saldo*: $\mathcal{P}_{\text{mcs}} = 50,1500$;
- *costo medio di acquisto per ogni quota in carico*: $\mathcal{F}_{\text{mcs}} = 0,1500$;

si inserisca un ordine di liquidazione totale delle quote in carico; se il singolo ordine di vendita per 100 quote è eseguito nelle fasi:

1. vendita di $\mathcal{N}_1 = 20$ quote al prezzo di $\mathcal{P}_{\text{ven1}} = 52,00 \text{ €}$;
2. vendita di $\mathcal{N}_2 = 30$ quote al prezzo di $\mathcal{P}_{\text{ven2}} = 53,00 \text{ €}$;

3. vendita di $\mathcal{N}_3 = 50$ quote al prezzo di $\mathcal{P}_{\text{ven}3} = 55,00 \text{ €}$;

allora il *prezzo medio effettivo di vendita*, \mathcal{P}_{mev} , risulta:

$$\begin{aligned}\mathcal{P}_{\text{mev}} &= \frac{\mathcal{N}_1 \times \mathcal{P}_{\text{ven}1} + \mathcal{N}_2 \times \mathcal{P}_{\text{ven}2} + \mathcal{N}_3 \times \mathcal{P}_{\text{ven}3}}{\mathcal{N}_1 + \mathcal{N}_2 + \mathcal{N}_3} \\ &= \frac{20 \times 52,00 + 30 \times 53,00 + 50 \times 55,00}{20 + 30 + 50} = 53,80 \text{ €}\end{aligned}$$

Il **controvalore dell'operazione di vendita**, \mathcal{C}_{ven} , è il prodotto tra il numero totale di quote vendute e il *prezzo medio effettivo*. Nell'esempio:

$$\mathcal{C}_{\text{ven}} = \mathcal{N}_{\text{ven}} \times \mathcal{P}_{\text{mev}} = 100 \times 53,80 = 5380,00 \text{ €}$$

La circolare dell'Agenzia dell'Entrate specifica che il **reddito finanziario per quota** derivante da un'operazione di vendita è la differenza tra *prezzo medio effettivo di vendita* e *prezzo medio effettivo nel saldo* precedente la vendita stessa; peculiarmente:

- quando la differenza tra prezzi medi effettivi è positiva: essa è da considerarsi **reddito da capitale**, \mathcal{R}_{cap} , quindi non genera una plusvalenza utilizzabile per compensare precedenti minusvalenze da altri investimenti;
- quando la differenza tra prezzi medi effettivi è negativa: essa è da considerarsi un **reddito diverso**, \mathcal{R}_{div} , quindi genera una minusvalenza compensabile con successive plusvalenze da altri investimenti;

Nell'esempio, se il *prezzo medio effettivo nel saldo* precedente alla vendita è $\mathcal{P}_{\text{mes}} = 50,00 \text{ €}$, risulta $\mathcal{P}_{\text{mev}} > \mathcal{P}_{\text{mes}}$ quindi l'operazione genera un *reddito da capitale*:

$$\mathcal{R}_{\text{cap}} = \mathcal{N}_{\text{ven}} \times (\mathcal{P}_{\text{mev}} - \mathcal{P}_{\text{mes}}) = 100 \times (53,80 - 50,00) = 380,00 \text{ €}$$

Quando il reddito di una vendita è positivo: occorre pagare la **tassa sul reddito da capitale**,² \mathcal{T}_{cap} . Per fondi che non contengono Titoli dello Stato Italiano, e assimilati, l'aliquota unica è del 26 %; allora la *tassa sul reddito da capitale* risulta:

$$\mathcal{T}_{\text{cap}} = 0,26 \times \mathcal{R}_{\text{cap}} = 0,26 \times 380,00 = 98,80 \text{ €}$$

Il **costo dell'operazione di vendita**, \mathcal{F}_{ven} , è la somma tra costi, spese e commissioni associate all'operazione; per ogni ordine di vendita eseguito, occorre pagare:

²Per quanto riguarda la tassazione degli investimenti: si deve pagare anche il bollo sull'estratto conto trimestrale del Conto Titoli, pari allo 0,2 % all'anno; per ogni trimestre, l'importo è pari allo 0,05 % del controvalore alla data di chiusura dei conti trimestrali; il bollo è addebitato direttamente sul Conto Corrente, perciò in questa guida lo si considera conteggiato a parte.

- le commissioni per l'intermediario, fissate a 2,50 € quale che sia il controvalore dell'operazione eseguita (la Borsa di negoziazione su cui si eseguono le operazioni vuole essere pagata per ogni eseguito);
- le commissioni fisse per la Banca pari a 0,50 €;
- le commissioni variabili per la Banca pari allo 0,24 % del *controvalore dell'operazione*;

Se un ordine non è eseguito: si paga nulla. Se un ordine è eseguito in più fasi: nella prima fase si pagano i costi fissi più la commissione percentuale; nelle fasi successive si paga solo la commissione percentuale. Nell'esempio, il *costo dell'operazione di vendita* risulta:

$$\begin{aligned}\mathcal{F}_{\text{ven}} &= 0,50 + 2,50 + 0,0024 \times \mathcal{C}_{\text{ven}} \\ &= 0,50 + 2,50 + 0,0024 \times 5380,00 = 15,91 \text{ €}\end{aligned}$$

Da osservare che: sia il calcolo della *tassa sul reddito da capitale* che i calcoli del *costo dell'operazione* di acquisto e vendita si eseguono usando il *prezzo medio effettivo*; in pratica: si pagano le tasse anche sui *costi delle operazioni di acquisto e vendita*, che però sono redditi di qualcun altro, non dell'investitore!

La circolare dell'Agenzia dell'Entrate specifica che il *costo delle operazioni* genera un *reddito diverso*, da registrare come minusvalenza. Nell'esempio, conoscendo il *costo medio di ogni quota in carico*, \mathcal{F}_{mcs} , il *costo di acquisto delle quote vendute* risulta:

$$\mathcal{F}_{\text{acq}} = \mathcal{N}_{\text{ven}} \times \mathcal{F}_{\text{mcs}} = 100 \times 0,1500 = 15,0000 \text{ €}$$

allo scopo di far risultare un numero negativo, la circolare specifica che il *reddito diverso dovuto al pagamento delle commissioni* deve essere calcolato come:

$$\begin{aligned}\mathcal{R}_{\text{div,com}} &= [\mathcal{R}_{\text{cap}} - (\mathcal{F}_{\text{ven}} + \mathcal{F}_{\text{acq}})] - \mathcal{R}_{\text{cap}} \\ &= [380,00 - (15,91 + 15,0000)] - 380,00 \\ &= - (15,91 + 15,0000) = -30,91 \text{ €}\end{aligned}$$

questa minusvalenza viene automaticamente registrata dalla Banca nella “Posizione Fiscale” del Conto Titoli; da notare che **le minusvalenze derivanti dai costi di acquisto e vendita sono registrate nella Posizione Fiscale solo al momento della vendita di quote**, al momento dell'acquisto nulla viene registrato.

Il **controvalore totale di vendita**, $\mathcal{C}_{\text{tot,ven}}$, è la differenza tra il *controvalore dell'operazione* e la somma tra *costo dell'operazione* e *tassa sul reddito da capitale*; è la quantità di denaro accreditata sul Conto Corrente (cioè in entrata nel

Conto Corrente). Nell'esempio, il *controvalore totale di vendita* risulta:

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_{\text{tot,ven}} &= \mathcal{C}_{\text{ven}} - (\mathcal{F}_{\text{ven}} + \mathcal{T}_{\text{cap}}) \\ &= 5380,00 - (15,91 + 98,80) = 5265,29 \text{ €} \end{aligned}$$

Allo scopo di calcolare il rendimento dell'operazione, si definisce il **prezzo medio netto di vendita**, \mathcal{P}_{mnv} , pari al rapporto tra il *controvalore totale di vendita* e il numero di quote vendute; è la quantità di denaro accreditata sul Conto Corrente per ogni quota venduta. Nell'esempio, il *prezzo medio netto di vendita* risulta:

$$\mathcal{P}_{\text{mnv}} = \mathcal{C}_{\text{tot,ven}} / \mathcal{N}_{\text{ven}} = 5265,29 / 100 = 52,6529 \text{ €}$$

Il **rendimento percentuale dell'operazione di vendita**,³ $\eta\%$, rispetto alle quote in carico nel saldo precedente, si calcola considerando il *prezzo medio di carico nel saldo precedente* e il *prezzo medio netto di vendita*; in caso di guadagno è un numero positivo, in caso di perdita è un numero negativo. Nell'esempio, il *rendimento percentuale* risulta:

$$\eta\% = \frac{\mathcal{P}_{\text{mnv}} - \mathcal{P}_{\text{mcs}}}{\mathcal{P}_{\text{mcs}}} \times 100 = \frac{52,6529 - 50,1500}{50,1500} \times 100 = 4,9908 \%$$

Il **rendimento in valuta dell'operazione di vendita**, $\eta_{\text{€}}$, rispetto alle quote in carico nel saldo precedente, si calcola considerando il *prezzo medio di carico nel saldo precedente* e il *prezzo medio netto di vendita*; in caso di guadagno è un numero positivo, in caso di perdita è un numero negativo. Nell'esempio, il *rendimento in valuta* risulta:

$$\eta_{\text{€}} = \mathcal{N}_{\text{ven}} \times (\mathcal{P}_{\text{mnv}} - \mathcal{P}_{\text{mcs}}) = 100 \times (52,6529 - 50,1500) = 250,2880 \text{ €}$$

6 Aggiornamento del saldo dopo una vendita

Dopo l'esecuzione di ogni operazione di vendita occorre ricalcolare il saldo del Conto Titoli. Il saldo di un investimento in quote di ETF è rappresentato dalle tre quantità:

- numero di quote \mathcal{N}_{sal} di quell'ETF in carico nel Conto Titoli;
- *prezzo medio effettivo nel saldo* \mathcal{P}_{mes} per ogni quota in carico;
- *prezzo medio di carico nel saldo* \mathcal{P}_{mcs} per ogni quota in carico;

³Il rendimento si indica con la lettera dell'alfabeto greco η , che si chiama *eta*, come in *Eta Beta* il personaggio dei fumetti della Walt Disney.

sia il *prezzo medio effettivo nel saldo* che il *prezzo medio di carico nel saldo* restano **immutati** dopo una vendita: essa modifica solo il numero di quote in carico diminuendolo del numero di quote vendute.

Per esempio, si supponga di avere un Conto Titoli con saldo iniziale:

- numero di quote: $\mathcal{N}_{\text{sal}} = 100$;
- *prezzo medio effettivo nel saldo*: $\mathcal{P}_{\text{mes}} = 50,00 \text{ €}$;
- *prezzo medio di carico nel saldo*: $\mathcal{P}_{\text{mcs}} = 50,15 \text{ €}$;

se si vendessero 90 quote, non importa a quale prezzo, il saldo finale risulterebbe:

- numero di quote: $\mathcal{N}_{\text{sal}} = 100 - 90 = 10$;
- *prezzo medio effettivo nel saldo*: $\mathcal{P}_{\text{mes}} = 50,00 \text{ €}$, immutato;
- *prezzo medio di carico nel saldo*: $\mathcal{P}_{\text{mcs}} = 50,15 \text{ €}$, immutato.

7 Rendimento indicato nel riepilogo del patrimonio

Nel sito di banca telematica è indicato, per ogni fondo nel Conto Titoli, il saldo costituito dal numero di quote in carico e dal *prezzo medio di carico*; in più è visibile la stima dell'*Utile o Perdita*, nell'ipotesi di vendita di tutte le quote al prezzo dell'ultimo contratto di compravendita sulla Borsa di negoziazione del titolo:

- l'*Utile* mostrato è al lordo sia del *costo dell'operazione di vendita* che della *tassa sul reddito da capitale*;
- la *Perdita* mostrata è al lordo del *costo dell'operazione di vendita*.

Si supponga di possedere 100 quote al *prezzo medio di carico nel saldo* di 50,00 €:

- se l'ultimo contratto di compravendita sulla Borsa di negoziazione fosse stato chiuso al prezzo di una quota pari a 52,00 €, l'*Utile percentuale* mostrato nella tabella del patrimonio risulterebbe:

$$\frac{52,00 - 50,00}{50,00} \times 100 = +3,6889 \%$$

mentre l'*Utile in valuta* risulterebbe:

$$100 \times (52,00 - 50,00) = +185,00 \text{ €}$$

in realtà, vendendo tutte le quote al *prezzo medio effettivo* di 52,00 €, risulterebbe:

- *prezzo medio netto*: 51,33€;
- *rendimento percentuale*: +2,3434 %;
- *rendimento in valuta*: +117,52€;
- se l'ultimo contratto di compravendita sulla Borsa di negoziazione fosse stato chiuso al prezzo di una quota pari a 48,00€, la *Perdita percentuale* mostrata nella tabella del patrimonio risulterebbe:

$$\frac{48,00 - 50,00}{50,00} \times 100 = -4,2871 \%$$

mentre la *Perdita in valuta* risulterebbe:

$$100 \times (48,00 - 50,00) = -215,00 \text{ €}$$

in realtà, vendendo tutte le quote al *prezzo medio effettivo* di 48,00€, risulterebbe:

- *prezzo medio netto*: 47,85€;
- *perdita percentuale*: -4,5767 %;
- *perdita in valuta*: -229,52€.

8 Strategie per la scelta dei prezzi di vendita

Si cerca di vendere a un prezzo maggiore del prezzo di acquisto; se occorresse liquidità per le proprie spese: si potrebbe essere costretti a disinvestire, vendendo a prezzi minori.

8.1 Metodo delle medie ponderate

Si considerano tutte le quote di uno stesso ETF, acquistate a qualsiasi prezzo, come parte dello stesso insieme. Si cerca di vendere le quote a un prezzo talmente maggiore del prezzo di acquisto che, recuperati i costi e pagate le tasse, si realizza un guadagno.

- Se il *prezzo medio netto di vendita* è maggiore del *prezzo medio di carico nel saldo* precedente la vendita: si recuperano i costi di acquisto e vendita; si recuperano le tasse; si chiude con un guadagno.
- Se il *prezzo medio netto di vendita* è uguale al *prezzo medio di carico nel saldo* precedente la vendita: si recuperano i costi di acquisto e vendita; si recuperano le tasse; ma resta nessun guadagno, si chiude in pareggio.

- Se il *prezzo medio netto di vendita* è minore del *prezzo medio di carico nel saldo* precedente la vendita: tolti i costi di acquisto e vendita ed eventualmente le tasse, l'operazione genera una perdita.

In ogni caso, restano le *minusvalenze* accumulate nella Posizione Fiscale che, se e quando possibile, potranno essere usate per ridurre le tasse da pagare in future operazioni che generano *redditi diversi*.

Si supponga di avere un Conto Titoli con il seguente saldo:

- numero di quote in carico: $\mathcal{N}_{\text{sal}} = 100$;
- *prezzo medio effettivo*: $\mathcal{P}_{\text{mes}} = 50,00 \text{ €}$;
- *prezzo medio di carico*: $\mathcal{P}_{\text{mcs}} = 50,1500 \text{ €}$;

si può calcolare il *costo medio di acquisto per quota in carico*:

$$\mathcal{F}_{\text{mcs}} = \mathcal{P}_{\text{mcs}} - \mathcal{P}_{\text{mes}} = 0,1500 \text{ €}$$

si vogliano vendere tutte le quote.

8.1.1 Esempio di guadagno

Come esempio di guadagno, si venda come segue:

- numero di quote vendute: $\mathcal{N}_{\text{ven}} = 100$;
- *prezzo medio eseguito*: $\mathcal{P}_{\text{mev}} = 52,00 \text{ €}$;
- *controvalore dell'operazione*: $\mathcal{C}_{\text{ven}} = 5200,00 \text{ €}$;
- *reddito da capitale*:

$$\mathcal{R}_{\text{cap}} = \mathcal{C}_{\text{ven}} - \mathcal{N}_{\text{ven}} \times (\mathcal{P}_{\text{mev}} - \mathcal{P}_{\text{mes}}) = 200,00 \text{ €}$$

- *tasse sul reddito da capitale*:

$$\mathcal{T}_{\text{cap}} = 0,26 \times \mathcal{R}_{\text{cap}} = 52,00 \text{ €}$$

- *costo dell'operazione di vendita*:

$$\mathcal{F}_{\text{ven}} = 0,50 + 2,50 + 0,0024 \times \mathcal{C}_{\text{ven}} = 15,48 \text{ €}$$

- *costo medio di acquisto delle quote vendute*:

$$\mathcal{F}_{\text{acq}} = \mathcal{N}_{\text{ven}} \times \mathcal{F}_{\text{mcs}} = 15,0000 \text{ €}$$

- *reddito diverso da minusvalenza sul capitale*: $\mathcal{R}_{\text{div,min}} = 0,00 \text{ €}$;
- *reddito diverso da pagamento delle commissioni*:

$$\mathcal{R}_{\text{div,com}} = -(\mathcal{F}_{\text{ven}} + \mathcal{F}_{\text{acq}}) = -30,48 \text{ €}$$

- *reddito diverso totale*: $\mathcal{R}_{\text{div}} = \mathcal{R}_{\text{div,min}} + \mathcal{R}_{\text{div,com}} = -30,48 \text{ €}$;
- *controvalore totale*: $\mathcal{C}_{\text{tot,ven}} = \mathcal{C}_{\text{ven}} - (\mathcal{F}_{\text{ven}} + \mathcal{T}_{\text{cap}}) = 5132,52 \text{ €}$;
- *prezzo medio netto di vendita*: $\mathcal{P}_{\text{mnv}} = \mathcal{C}_{\text{tot,ven}} / \mathcal{N}_{\text{ven}} = 51,3252 \text{ €}$;
- *rendimento percentuale*:

$$\eta_{\%} = \frac{\mathcal{P}_{\text{mnv}} - \mathcal{P}_{\text{mcs}}}{\mathcal{P}_{\text{mcs}}} \times 100 = 2,3434 \text{ %};$$

- *rendimento in valuta*:

$$\eta_{\text{€}} = \mathcal{N}_{\text{ven}} \times (\mathcal{P}_{\text{mnv}} - \mathcal{P}_{\text{mcs}}) = 117,5200 \text{ €}$$

sia il *prezzo medio eseguito* $\mathcal{P}_{\text{mev}} = 52,00 \text{ €}$ che il *prezzo medio netto di vendita* $\mathcal{P}_{\text{mnv}} = 51,3252 \text{ €}$ sono maggiori del *prezzo medio di carico nel saldo* $\mathcal{P}_{\text{mcs}} = 50,1500 \text{ €}$, quindi, recuperati costi e tasse, si realizza un guadagno; il *reddito diverso totale* è una minusvalenza da compensare con future operazioni.

8.1.2 Esempio di perdita

Come esempio di perdita, si venda come segue:

- *numero di quote vendute*: $\mathcal{N}_{\text{ven}} = 100$;
- *prezzo medio eseguito*: $\mathcal{P}_{\text{mev}} = 50,30 \text{ €}$;
- *controvalore dell'operazione*: $\mathcal{C}_{\text{ven}} = 5030,00 \text{ €}$;
- *reddito da capitale*:

$$\mathcal{R}_{\text{cap}} = \mathcal{C}_{\text{ven}} - \mathcal{N}_{\text{ven}} \times (\mathcal{P}_{\text{mev}} - \mathcal{P}_{\text{mes}}) = 30,00 \text{ €}$$

- *tasse sul reddito da capitale*:

$$\mathcal{T}_{\text{cap}} = 0,26 \times \mathcal{R}_{\text{cap}} = 7,80 \text{ €}$$

- *costo dell'operazione di vendita:*

$$\mathcal{F}_{\text{ven}} = 0,50 + 2,50 + 0,0024 \times \mathcal{C}_{\text{ven}} = 15,07 \text{ €}$$

- *costo medio di acquisto delle quote vendute:*

$$\mathcal{F}_{\text{acq}} = \mathcal{N}_{\text{ven}} \times \mathcal{F}_{\text{mcs}} = 15,0000 \text{ €}$$

- *reddito diverso da minusvalenza sul capitale:* $\mathcal{R}_{\text{div,min}} = 0,00 \text{ €};$
- *reddito diverso da pagamento delle commissioni:*

$$\mathcal{R}_{\text{div,com}} = -(\mathcal{F}_{\text{ven}} + \mathcal{F}_{\text{acq}}) = -30,07 \text{ €}$$

- *reddito diverso totale:* $\mathcal{R}_{\text{div}} = \mathcal{R}_{\text{div,min}} + \mathcal{R}_{\text{div,com}} = -30,07 \text{ €};$
- *controvalore totale:* $\mathcal{C}_{\text{tot,ven}} = \mathcal{C}_{\text{ven}} - (\mathcal{F}_{\text{ven}} + \mathcal{T}_{\text{cap}}) = 5007,13 \text{ €};$
- *prezzo medio netto di vendita:* $\mathcal{P}_{\text{mnv}} = \mathcal{C}_{\text{tot,ven}} / \mathcal{N}_{\text{ven}} = 50,0713 \text{ €};$
- *rendimento percentuale:*

$$\eta\% = \frac{\mathcal{P}_{\text{mnv}} - \mathcal{P}_{\text{mcs}}}{\mathcal{P}_{\text{mcs}}} \times 100 = -0,1570 \%;$$

- *rendimento in valuta:*

$$\eta_{\text{€}} = \mathcal{N}_{\text{ven}} \times (\mathcal{P}_{\text{mnv}} - \mathcal{P}_{\text{mcs}}) = -7,8720 \text{ €}$$

nonostante il *prezzo medio eseguito di vendita* $\mathcal{P}_{\text{mev}} = 50,30 \text{ €}$ sia maggiore *prezzo medio di carico nel saldo* $\mathcal{P}_{\text{mcs}} = 50,1500 \text{ €}$, il *prezzo medio netto di vendita* di $\mathcal{P}_{\text{mnv}} = 50,0713 \text{ €}$ è minore, quindi, tolti costi e tasse, si realizza una perdita; il *reddito diverso totale* è una minusvalenza compensabile con future operazioni.

8.1.3 Altro esempio di perdita

Come ulteriore esempio di perdita, si venda come segue:

- *numero di quote vendute:* $\mathcal{N}_{\text{ven}} = 100;$
- *prezzo medio eseguito:* $\mathcal{P}_{\text{mev}} = 48,00 \text{ €};$
- *controvalore dell'operazione:* $\mathcal{C}_{\text{ven}} = 4800,00 \text{ €};$
- *reddito da capitale:* $\mathcal{R}_{\text{cap}} = 0,00 \text{ €}$

- *tasse sul reddito da capitale*: $\mathcal{T}_{\text{cap}} = 0,26 \times \mathcal{R}_{\text{cap}} = 0,00 \text{ €}$;
- *costo dell'operazione di vendita*:

$$\mathcal{F}_{\text{ven}} = 0,50 + 2,50 + 0,0024 \times \mathcal{C}_{\text{ven}} = 14,52 \text{ €}$$

- *costo medio di acquisto delle quote vendute*:

$$\mathcal{F}_{\text{acq}} = \mathcal{N}_{\text{ven}} \times \mathcal{F}_{\text{mcs}} = 15,0000 \text{ €}$$

- *reddito diverso da minusvalenza sul capitale*:

$$\mathcal{R}_{\text{div,min}} = \mathcal{C}_{\text{ven}} - \mathcal{N}_{\text{ven}} \times (\mathcal{P}_{\text{mev}} - \mathcal{P}_{\text{mes}}) = -200,00 \text{ €}$$

- *reddito diverso da pagamento delle commissioni*:

$$\mathcal{R}_{\text{div,com}} = -(\mathcal{F}_{\text{ven}} + \mathcal{F}_{\text{acq}}) = -29,52 \text{ €}$$

- *reddito diverso totale*: $\mathcal{R}_{\text{div}} = \mathcal{R}_{\text{div,min}} + \mathcal{R}_{\text{div,com}} = -229,52 \text{ €}$;
- *controvalore totale*: $\mathcal{C}_{\text{tot,ven}} = \mathcal{C}_{\text{ven}} - (\mathcal{F}_{\text{ven}} + \mathcal{T}_{\text{cap}}) = 4785,48 \text{ €}$;
- *prezzo medio netto di vendita*: $\mathcal{P}_{\text{mnv}} = \mathcal{C}_{\text{tot,ven}} / \mathcal{N}_{\text{ven}} = 47,8548 \text{ €}$;
- *rendimento percentuale*:

$$\eta_{\%} = \frac{\mathcal{P}_{\text{mnv}} - \mathcal{P}_{\text{mcs}}}{\mathcal{P}_{\text{mcs}}} \times 100 = -4,5767 \%$$

- *rendimento in valuta*:

$$\eta_{\text{€}} = \mathcal{N}_{\text{ven}} \times (\mathcal{P}_{\text{mnv}} - \mathcal{P}_{\text{mcs}}) = -229,5200 \text{ €}$$

sia il *prezzo medio eseguito*, $\mathcal{P}_{\text{mev}} = 48,00 \text{ €}$, che il *prezzo medio netto di vendita*, $\mathcal{P}_{\text{mnv}} = 47,8548 \text{ €}$, sono minori del *prezzo medio di carico nel saldo*, $\mathcal{P}_{\text{mcs}} = 50,1500 \text{ €}$, quindi si realizza una perdita; il *reddito diverso totale* è una minusvalenza da compensare con future operazioni.

8.1.4 Soluzione del problema generale

La domanda fondamentale è: **possedendo un numero di quote a un certo prezzo medio effettivo e un certo prezzo medio di carico nel saldo, qual'è il minimo prezzo medio effettivo di vendita che permette di realizzare un guadagno?**

Denominato *prezzo medio effettivo di vendita in pareggio*, $\mathcal{P}_{\text{mevp}}$, tale valore, il *controvalore dell'operazione di vendita* risulta:

$$\mathcal{C}_{\text{ven}} = \mathcal{N}_{\text{ven}} \times \mathcal{P}_{\text{mevp}}$$

Il *costo dell'operazione di vendita* risulta:

$$\mathcal{F}_{\text{ven}} = 0,50 + 2,50 + 0,0024 \times \mathcal{C}_{\text{ven}} = 0,0024 \times \mathcal{C}_{\text{ven}} + 3$$

e per ogni quota venduta:

$$\mathcal{F}_{\text{ven}}/\mathcal{N}_{\text{ven}} = 0,0024 \times \mathcal{P}_{\text{mevp}} + 3/\mathcal{N}_{\text{ven}}$$

Il *reddito da capitale* risulta:

$$\mathcal{R}_{\text{cap}} = \mathcal{N}_{\text{ven}} \times (\mathcal{P}_{\text{mevp}} - \mathcal{P}_{\text{mes}})$$

e per ogni quota venduta:

$$\mathcal{R}_{\text{cap}}/\mathcal{N}_{\text{ven}} = \mathcal{P}_{\text{mevp}} - \mathcal{P}_{\text{mes}}$$

La *tassa sul reddito a capitale* risulta:

$$\mathcal{T}_{\text{cap}} = 0,26 \times \mathcal{N}_{\text{ven}} \times (\mathcal{P}_{\text{mevp}} - \mathcal{P}_{\text{mes}})$$

e per ogni quota venduta:

$$\mathcal{T}_{\text{cap}}/\mathcal{N}_{\text{ven}} = 0,26 \times (\mathcal{P}_{\text{mevp}} - \mathcal{P}_{\text{mes}})$$

Il *controvalore totale dell'operazione di vendita* risulta:

$$\mathcal{C}_{\text{tot,ven}} = \mathcal{C}_{\text{ven}} - (\mathcal{F}_{\text{ven}} + \mathcal{T}_{\text{cap}}) = \mathcal{C}_{\text{ven}} - \mathcal{F}_{\text{ven}} - \mathcal{T}_{\text{cap}}$$

e per ogni quota venduta è pari al *prezzo medio netto di vendita*:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{\text{mnv}} &= \mathcal{C}_{\text{tot,ven}}/\mathcal{N}_{\text{ven}} \\ &= \mathcal{P}_{\text{mevp}} - \mathcal{F}_{\text{ven}}/\mathcal{N}_{\text{ven}} - \mathcal{T}_{\text{cap}}/\mathcal{N}_{\text{ven}} \\ &= \mathcal{P}_{\text{mevp}} - 0,0024 \times \mathcal{P}_{\text{mevp}} - 3/\mathcal{N}_{\text{ven}} - 0,26 \times (\mathcal{P}_{\text{mevp}} - \mathcal{P}_{\text{mes}}) \end{aligned}$$

Raccogliendo a fattor comune i coefficienti di $\mathcal{P}_{\text{mevp}}$ e semplificando:

$$(1 - 0,0024 - 0,26) \times \mathcal{P}_{\text{mevp}} = 0,7376 \times \mathcal{P}_{\text{mevp}}$$

quindi:

$$\mathcal{P}_{\text{mnv}} = 0,7376 \times \mathcal{P}_{\text{mevp}} + 0,26 \times \mathcal{P}_{\text{mes}} - 3/\mathcal{N}_{\text{ven}}$$

il pareggio si raggiungerebbe vendendo le quote a un *prezzo medio netto* uguale al *prezzo medio di carico nel saldo*, $\mathcal{P}_{\text{mnv}} = \mathcal{P}_{\text{mcs}}$:

$$\mathcal{P}_{\text{mcs}} = 0,7376 \times \mathcal{P}_{\text{mevp}} + 0,26 \times \mathcal{P}_{\text{mes}} - 3/\mathcal{N}_{\text{ven}}$$

risolvendo rispetto a $\mathcal{P}_{\text{mevp}}$:

$$\mathcal{P}_{\text{mevp}} = \frac{\mathcal{P}_{\text{mcs}} - 0,26 \times \mathcal{P}_{\text{mes}} + 3/\mathcal{N}_{\text{ven}}}{0,7376}$$

Per esempio, si supponga di avere un Conto Titoli con il seguente saldo:

- numero di quote in carico: $\mathcal{N}_{\text{sal}} = 100$;
- *prezzo medio effettivo*: $\mathcal{P}_{\text{mes}} = 50,00 \text{ €}$;
- *prezzo medio di carico*: $\mathcal{P}_{\text{mcs}} = 50,1500 \text{ €}$;

il *prezzo medio effettivo di vendita in pareggio* risulta:

$$\mathcal{P}_{\text{mevp}} = \frac{50,1500 - 0,26 \times 50,00 + 3/100}{0,7376} = 50,4067 \text{ €}$$

ogni valore maggiore di questo porta a un guadagno.

8.2 Metodo delle linee di investimento

Si è visto come, dal punto di vista della contabilità tenuta dalla Banca, come prescritto dall'Agenzia dell'Entrate: tutte le quote di uno stesso ETF in carico nel Conto Titoli siano parte dello stesso insieme; in particolare, per ogni operazione di vendita: le *tasse sul reddito da capitale* si calcolano rispetto al valore attuale del *prezzo medio effettivo nel saldo*, indipendentemente da quanti acquisti si siano eseguiti in passato e dal loro *prezzo medio effettivo di acquisto*. Perciò, sempre dal punto di vista contabile: si definisce il rendimento di una vendita rispetto ai prezzi medi nel saldo del Conto Titoli.

Nonostante ciò: ogni volta che si acquistano delle quote, una somma di denaro pari al *controvalore totale di acquisto* è addebitata sul Conto corrente; ogni volta

che si vendono delle quote, una somma di denaro pari al *controvalore totale di vendita* è accreditata sul Conto corrente.

Si può sempre ripetere questo ragionamento per ogni quota acquistata e venduta (singolarmente o insieme ad altre): ogni volta che si acquista una quota, una somma di denaro pari al *prezzo medio di carico di acquisto* è addebitata sul Conto corrente; ogni volta che si vende una quota, una somma di denaro pari al *prezzo medio netto di vendita* è accreditata sul Conto corrente. Perciò si può definire il rendimento percentuale dell'investimento in quella specifica quota, relativamente alle somme di denaro addebitate e accreditate sul Conto Corrente:

$$\eta\% = \frac{\mathcal{P}_{mnv} - \mathcal{P}_{mca}}{\mathcal{P}_{mca}} \times 100$$

8.2.1 Esempio di linee di investimento

Si immagini questo scenario:

- si disponga di un capitale di 15 000,00 €;
- si vogliano definire tre “linee di investimento” formalmente separate, dal nostro punto di vista; a ciascuna linea si allochino 5000,00 €;
- come primo investimento, per ciascuna linea, si acquistino quote dello stesso ETF;
- in futuro si preveda di vendere queste quote e acquistare, per ogni linea, prodotti diversi, mantenendo separato il destino di ognuno dei tre capitali iniziali da 5000,00 €.

Le operazioni di acquisto siano come segue:

1. per la prima linea di investimento si acquisti quando il prezzo di mercato è 40,00 € per quota; il numero di quote acquistabili risulta:

$$5000,00/40,00 = 125$$

il riassunto dell'operazione di acquisto per la prima linea è:

- numero di quote acquistate: $\mathcal{N}_{acq1} = 125$;
- *prezzo medio eseguito*: $\mathcal{P}_{mea1} = 40,00$ €;
- *prezzo medio di carico*: $\mathcal{P}_{mca1} = 40,1200$ €;

2. per la seconda linea di investimento si acquisti quando il prezzo di mercato è 50,00 € per quota; il numero di quote acquistabili risulta:

$$5000,00/50,00 = 100$$

il riassunto dell'operazione di acquisto per la seconda linea è:

- numero di quote acquistate: $\mathcal{N}_{acq2} = 100$;
- *prezzo medio eseguito*: $\mathcal{P}_{mea2} = 50,00$ €;
- *prezzo medio di carico*: $\mathcal{P}_{mca2} = 50,1500$ €;

3. per la terza linea di investimento si acquisti quando il prezzo di mercato è 60,00 € per quota; il numero di quote acquistabili risulta:

$$5000,00/60,00 \simeq 83,3333 \simeq 83$$

il riassunto dell'operazione di acquisto per la terza linea è:

- numero di quote acquistate: $\mathcal{N}_{acq3} = 83$;
- *prezzo medio eseguito*: $\mathcal{P}_{mea3} = 60,00$ €;
- *prezzo medio di carico*: $\mathcal{P}_{mca3} = 60,1801$ €;

Nel Conto Titoli compare il saldo per il numero totale di quote acquistate:

$$\mathcal{N}_{sal} = \mathcal{N}_{acq1} + \mathcal{N}_{acq2} + \mathcal{N}_{acq3} = 125 + 100 + 83 = 308$$

il *prezzo medio effettivo nel saldo* risulta dalla media ponderata dei *prezzi medi effettivi di acquisto*:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{mes} &= \frac{\mathcal{N}_{acq1} \times \mathcal{P}_{mea1} + \mathcal{N}_{acq2} \times \mathcal{P}_{mea2} + \mathcal{N}_{acq3} \times \mathcal{P}_{mea3}}{\mathcal{N}_{acq1} + \mathcal{N}_{acq2} + \mathcal{N}_{acq3}} \\ &= \frac{125 \times 40,00 + 100 \times 50,00 + 83 \times 60,00}{308} = 48,64 \text{ €} \end{aligned}$$

il *prezzo medio di carico nel saldo* risulta dalla media ponderata dei *prezzi medi di carico di acquisto*:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{mcs} &= \frac{\mathcal{N}_{acq1} \times \mathcal{P}_{mca1} + \mathcal{N}_{acq2} \times \mathcal{P}_{mca2} + \mathcal{N}_{acq3} \times \mathcal{P}_{mca3}}{\mathcal{N}_{acq1} + \mathcal{N}_{acq2} + \mathcal{N}_{acq3}} \\ &= \frac{125 \times 40,1200 + 100 \times 50,1500 + 83 \times 60,1801}{308} = 48,7823 \text{ €} \end{aligned}$$

Si è osservato in precedenza che quando si esegue una vendita parziale delle quote in carico: nel saldo del Conto Titoli l'unico numero che cambia è il numero di quote in carico, il *prezzo medio effettivo nel saldo* e il *prezzo medio di carico nel saldo* restano invariati! Ciò significa che: se si eseguono prima tutti gli acquisti e poi tutte le vendite, **l'ordine con cui si liquidano le quote delle tre linee di investimento è ininfluente ai fini dei rendimenti ottenuti.**

8.2.2 Esempio: vendita delle quote della prima linea.

Si liquidino le $\mathcal{N}_{\text{acq}1} = 125$ quote della prima linea di investimento al *prezzo medio effettivo di vendita* di $\mathcal{P}_{\text{mev}1} = 46,00 \text{ €}$, maggiore del *prezzo medio di carico di acquisto* delle quote stesse $\mathcal{P}_{\text{mca}1} = 40,1200 \text{ €}$, ma minore del *prezzo medio di carico nel saldo* $\mathcal{P}_{\text{mcs}} = 48,7823 \text{ €}$. Il riassunto della contabilità fiscale come calcolato dalla Banca è il seguente:

- numero quote di quote vendute: $\mathcal{N}_{\text{ven}1} = 125$;
- *prezzo medio effettivo*: $\mathcal{P}_{\text{mev}1} = 46,00 \text{ €}$;
- *controvalore dell'operazione*: $\mathcal{C}_{\text{ven}1} = 5750,00 \text{ €}$;
- *reddito da capitale da plusvalenza sul capitale*: $\mathcal{R}_{\text{cap}1} = 0,00 \text{ €}$;
- *tassa sul reddito da capitale*: $\mathcal{T}_{\text{cap}} = 0,00 \text{ €}$;
- *costo dell'operazione*: $\mathcal{F}_{\text{ven}1} = 16,80 \text{ €}$;
- *costo di acquisto delle quote vendute* $\mathcal{F}_{\text{acq,ven}1} = 18,2435 \text{ €}$;
- *reddito diverso da minusvalenza sul capitale*: $\mathcal{R}_{\text{div,min}1} = -329,55 \text{ €}$;
- *reddito diverso da pagamento commissioni*: $\mathcal{R}_{\text{div,com}1} = -35,04 \text{ €}$;
- *reddito diverso totale*: $\mathcal{R}_{\text{div}1} = -364,59 \text{ €}$;
- *controvalore totale*: $\mathcal{C}_{\text{tot,ven}1} = 5733,20 \text{ €}$, sono i soldi accreditati sul Conto Corrente;
- *prezzo medio netto*: $\mathcal{P}_{\text{mnv}1} = 45,8656 \text{ €}$;
- *rendimento percentuale* rispetto al *prezzo medio di carico nel saldo* $\eta_{\%1} = -5,9790 \%$;
- *rendimento in valuta* rispetto al *prezzo medio di carico nel saldo* $\eta_{\text{€}1} = -364,5890 \text{ €}$.

Dal punto di vista della prima linea di investimento, il rendimento risulta:

$$\eta_1 = \frac{\mathcal{P}_{\text{mnv}1} - \mathcal{P}_{\text{mca}1}}{\mathcal{P}_{\text{mca}1}} \times 100 = \frac{45,8656 - 40,1200}{40,1200} \times 100 = 14,3210 \%$$

8.2.3 Esempio: vendita delle quote della seconda linea.

Si liquidino le $\mathcal{N}_{\text{acq}2} = 100$ quote della seconda linea di investimento al *prezzo medio effettivo di vendita* di $\mathcal{P}_{\text{mev}2} = 49,50 \text{ €}$, minore del *prezzo medio di carico di acquisto* delle quote stesse $\mathcal{P}_{\text{mca}2} = 50,1500 \text{ €}$, ma maggiore del *prezzo medio di carico nel saldo* $\mathcal{P}_{\text{mcs}} = 48,7823 \text{ €}$. Il riassunto della contabilità fiscale come calcolato dalla Banca è il seguente:

- numero quote di quote vendute: $\mathcal{N}_{\text{ven}2} = 100$;
- *prezzo medio effettivo*: $\mathcal{P}_{\text{mev}2} = 49,50 \text{ €}$;
- *controvalore dell'operazione*: $\mathcal{C}_{\text{ven}2} = 4950,00 \text{ €}$;
- *reddito da capitale da plusvalenza sul capitale*: $\mathcal{R}_{\text{cap}2} = 86,36 \text{ €}$;
- *tassa sul reddito da capitale*: $\mathcal{T}_{\text{cap}} = 22,45 \text{ €}$;
- *costo dell'operazione*: $\mathcal{F}_{\text{ven}2} = 14,88 \text{ €}$;
- *costo di acquisto delle quote vendute* $\mathcal{F}_{\text{acq,ven}2} = 14,5948 \text{ €}$;
- *reddito diverso da minusvalenza sul capitale*: $\mathcal{R}_{\text{div,min}2} = 0,00 \text{ €}$;
- *reddito diverso da pagamento commissioni*: $\mathcal{R}_{\text{div,com}2} = -29,47 \text{ €}$;
- *reddito diverso totale*: $\mathcal{R}_{\text{div}2} = -29,47 \text{ €}$;
- *controvalore totale*: $\mathcal{C}_{\text{tot,ven}2} = 4912,67 \text{ €}$, sono i soldi accreditati sul Conto Corrente;
- *prezzo medio netto*: $\mathcal{P}_{\text{mnv}2} = 49,1267 \text{ €}$;
- *rendimento percentuale* rispetto al *prezzo medio di carico nel saldo* $\eta_{\%2} = 0,7059 \%$;
- *rendimento in valuta* rispetto al *prezzo medio di carico nel saldo* $\eta_{\text{€}2} = 34,4343 \text{ €}$.

Dal punto di vista della seconda linea di investimento, il rendimento risulta:

$$\eta_2 = \frac{\mathcal{P}_{\text{mnv}2} - \mathcal{P}_{\text{mca}2}}{\mathcal{P}_{\text{mca}2}} \times 100 = \frac{49,1267 - 50,1500}{50,1500} \times 100 = -2,0406 \%$$

8.2.4 Esempio: vendita delle quote della terza linea.

Si liquidino le $\mathcal{N}_{\text{acq}3} = 83$ quote della terza linea di investimento al *prezzo medio effettivo di vendita* di $\mathcal{P}_{\text{mev}3} = 65,00 \text{ €}$, maggiore del *prezzo medio di carico di acquisto* delle quote stesse $\mathcal{P}_{\text{mca}3} = 60,1801 \text{ €}$, e maggiore del *prezzo medio di carico nel saldo* $\mathcal{P}_{\text{mcs}} = 48,7823 \text{ €}$. Il riassunto della contabilità fiscale come calcolato dalla Banca è il seguente:

- numero quote di quote vendute: $\mathcal{N}_{\text{ven}3} = 83$;
- *prezzo medio effettivo*: $\mathcal{P}_{\text{mev}3} = 65,00 \text{ €}$;
- *controvalore dell'operazione*: $\mathcal{C}_{\text{ven}3} = 5395,00 \text{ €}$;
- *reddito da capitale da plusvalenza sul capitale*: $\mathcal{R}_{\text{cap}3} = 1358,18 \text{ €}$;
- *tassa sul reddito da capitale*: $\mathcal{T}_{\text{cap}} = 353,13 \text{ €}$;
- *costo dell'operazione*: $\mathcal{F}_{\text{ven}3} = 15,95 \text{ €}$;
- *costo di acquisto delle quote vendute* $\mathcal{F}_{\text{acq,ven}3} = 12,1137 \text{ €}$;
- *reddito diverso da minusvalenza sul capitale*: $\mathcal{R}_{\text{div,min}3} = 0,00 \text{ €}$;
- *reddito diverso da pagamento commissioni*: $\mathcal{R}_{\text{div,com}3} = -28,06 \text{ €}$;
- *reddito diverso totale*: $\mathcal{R}_{\text{div}3} = -28,06 \text{ €}$;
- *controvalore totale*: $\mathcal{C}_{\text{tot,ven}3} = 5025,92 \text{ €}$, sono i soldi accreditati sul Conto Corrente;
- *prezzo medio netto*: $\mathcal{P}_{\text{mnv}3} = 60,5533 \text{ €}$;
- *rendimento percentuale* rispetto al *prezzo medio di carico nel saldo* $\eta_{\%3} = 24,1296 \%$;
- *rendimento in valuta* rispetto al *prezzo medio di carico nel saldo* $\eta_{\text{€}3} = 976,9929 \text{ €}$.

Dal punto di vista della terza linea di investimento, il rendimento risulta:

$$\eta_3 = \frac{\mathcal{P}_{\text{mnv}3} - \mathcal{P}_{\text{mca}3}}{\mathcal{P}_{\text{mca}3}} \times 100 = \frac{60,5533 - 60,1801}{60,1801} \times 100 = 0,6201 \%$$

A Espressione generale delle commissioni

In generale, le commissioni applicate dalle banche alle operazioni di compravendita si possono esprimere come:

$$\mathcal{F} = a + b \times \mathcal{C}$$

in cui a è un costo fisso e b è il coefficiente da applicare al controvalore dell'operazione \mathcal{C} . Per banca *Intesa Sanpaolo S.p.A.* il costo risulta:

$$\mathcal{F} = 3,00 + 0,0024 \times \mathcal{C}$$

altre banche applicano solo una commissione variabile pari a 0,19 % del controvalore, quindi:

$$\mathcal{F} = 0,0019 \times \mathcal{C}$$

altre banche applicano solo una commissione fissa di 19,00 €, quindi:

$$\mathcal{F} = 19,00 \text{ €}$$

Come cambia il calcolo del *prezzo medio effettivo di vendita in pareggio* quando si usa l'espressione generale delle commissioni? Nominato $\mathcal{P}_{\text{mevp}}$ il *prezzo medio effettivo di vendita in pareggio*, il *controvalore dell'operazione di vendita* risulta:

$$\mathcal{C}_{\text{ven}} = \mathcal{N}_{\text{ven}} \times \mathcal{P}_{\text{mevp}}$$

Il *costo dell'operazione di vendita* risulta:

$$\mathcal{F}_{\text{ven}} = a + b \times \mathcal{C}_{\text{ven}}$$

e per ogni quota venduta:

$$\mathcal{F}_{\text{ven}}/\mathcal{N}_{\text{ven}} = (b/\mathcal{N}_{\text{ven}}) \times \mathcal{P}_{\text{mevp}} + (a/\mathcal{N}_{\text{ven}})$$

Il *reddito da capitale* risulta:

$$\mathcal{R}_{\text{cap}} = \mathcal{N}_{\text{ven}} \times (\mathcal{P}_{\text{mevp}} - \mathcal{P}_{\text{mes}})$$

e per ogni quota venduta:

$$\mathcal{R}_{\text{cap}}/\mathcal{N}_{\text{ven}} = \mathcal{P}_{\text{mevp}} - \mathcal{P}_{\text{mes}}$$

La *tassa sul reddito a capitale* risulta:

$$\mathcal{T}_{\text{cap}} = 0,26 \times \mathcal{N}_{\text{ven}} \times (\mathcal{P}_{\text{mevp}} - \mathcal{P}_{\text{mes}})$$

e per ogni quota venduta:

$$\mathcal{T}_{\text{cap}}/\mathcal{N}_{\text{ven}} = 0,26 \times (\mathcal{P}_{\text{mevp}} - \mathcal{P}_{\text{mes}})$$

Il controvalore totale dell'operazione di vendita risulta:

$$\mathcal{C}_{\text{tot,ven}} = \mathcal{C}_{\text{ven}} - (\mathcal{F}_{\text{ven}} + \mathcal{T}_{\text{cap}}) = \mathcal{C}_{\text{ven}} - \mathcal{F}_{\text{ven}} - \mathcal{T}_{\text{cap}}$$

e per ogni quota venduta è pari al *prezzo medio netto di vendita*:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{\text{mnv}} &= \mathcal{C}_{\text{tot,ven}}/\mathcal{N}_{\text{ven}} \\ &= \mathcal{P}_{\text{mevp}} - \mathcal{F}_{\text{ven}}/\mathcal{N}_{\text{ven}} - \mathcal{T}_{\text{cap}}/\mathcal{N}_{\text{ven}} \\ &= \mathcal{P}_{\text{mevp}} - b \times \mathcal{P}_{\text{mevp}} - a/\mathcal{N}_{\text{ven}} - 0,26 \times (\mathcal{P}_{\text{mevp}} - \mathcal{P}_{\text{mes}}) \end{aligned}$$

Raccogliendo a fattor comune i coefficienti di $\mathcal{P}_{\text{mevp}}$ e semplificando:

$$(1 - 0,26 - b) \times \mathcal{P}_{\text{mevp}} = (0,74 - b) \times \mathcal{P}_{\text{mevp}}$$

quindi:

$$\mathcal{P}_{\text{mnv}} = (0,74 - b) \times \mathcal{P}_{\text{mevp}} + 0,26 \times \mathcal{P}_{\text{mes}} - a/\mathcal{N}_{\text{ven}}$$

il pareggio si raggiungerebbe vendendo le quote a un *prezzo medio netto* uguale al *prezzo medio di carico nel saldo*, $\mathcal{P}_{\text{mnv}} = \mathcal{P}_{\text{mcs}}$:

$$\mathcal{P}_{\text{mcs}} = (0,74 - b) \times \mathcal{P}_{\text{mevp}} + 0,26 \times \mathcal{P}_{\text{mes}} - a/\mathcal{N}_{\text{ven}}$$

risolvendo rispetto a $\mathcal{P}_{\text{mevp}}$:

$$\mathcal{P}_{\text{mevp}} = \frac{\mathcal{P}_{\text{mcs}} - 0,26 \times \mathcal{P}_{\text{mes}} + a/\mathcal{N}_{\text{ven}}}{0,74 - b}$$

Per esempio, se $a = 0$ e $b = 0,0019$:

$$\mathcal{P}_{\text{mevp}} = \frac{\mathcal{P}_{\text{mcs}} - 0,26 \times \mathcal{P}_{\text{mes}}}{0,74 - 0,0019} = \frac{\mathcal{P}_{\text{mcs}} - 0,26 \times \mathcal{P}_{\text{mes}}}{0,7381}$$

B GNU Free Documentation License

Version 1.3, 3 November 2008

Copyright © 2000, 2001, 2002, 2007, 2008 Free Software Foundation, Inc.

`<https://fsf.org/>`

Everyone is permitted to copy and distribute verbatim copies of this license document, but changing it is not allowed.

Preamble

The purpose of this License is to make a manual, textbook, or other functional and useful document “free” in the sense of freedom: to assure everyone the effective freedom to copy and redistribute it, with or without modifying it, either commercially or noncommercially. Secondly, this License preserves for the author and publisher a way to get credit for their work, while not being considered responsible for modifications made by others.

This License is a kind of “copyleft”, which means that derivative works of the document must themselves be free in the same sense. It complements the GNU General Public License, which is a copyleft license designed for free software.

We have designed this License in order to use it for manuals for free software, because free software needs free documentation: a free program should come with manuals providing the same freedoms that the software does. But this License is not limited to software manuals; it can be used for any textual work, regardless of subject matter or whether it is published as a printed book. We recommend this License principally for works whose purpose is instruction or reference.

B.1 APPLICABILITY AND DEFINITIONS

This License applies to any manual or other work, in any medium, that contains a notice placed by the copyright holder saying it can be distributed under the terms of this License. Such a notice grants a world-wide, royalty-free license, unlimited in duration, to use that work under the conditions stated herein. The “**Document**”, below, refers to any such manual or work. Any member of the public is a licensee, and is addressed as “**you**”. You accept the license if you copy, modify or distribute the work in a way requiring permission under copyright law.

A “**Modified Version**” of the Document means any work containing the Document or a portion of it, either copied verbatim, or with modifications and/or translated into another language.

A “**Secondary Section**” is a named appendix or a front-matter section of the Document that deals exclusively with the relationship of the publishers or authors

of the Document to the Document's overall subject (or to related matters) and contains nothing that could fall directly within that overall subject. (Thus, if the Document is in part a textbook of mathematics, a Secondary Section may not explain any mathematics.) The relationship could be a matter of historical connection with the subject or with related matters, or of legal, commercial, philosophical, ethical or political position regarding them.

The “**Invariant Sections**” are certain Secondary Sections whose titles are designated, as being those of Invariant Sections, in the notice that says that the Document is released under this License. If a section does not fit the above definition of Secondary then it is not allowed to be designated as Invariant. The Document may contain zero Invariant Sections. If the Document does not identify any Invariant Sections then there are none.

The “**Cover Texts**” are certain short passages of text that are listed, as Front-Cover Texts or Back-Cover Texts, in the notice that says that the Document is released under this License. A Front-Cover Text may be at most 5 words, and a Back-Cover Text may be at most 25 words.

A “**Transparent**” copy of the Document means a machine-readable copy, represented in a format whose specification is available to the general public, that is suitable for revising the document straightforwardly with generic text editors or (for images composed of pixels) generic paint programs or (for drawings) some widely available drawing editor, and that is suitable for input to text formatters or for automatic translation to a variety of formats suitable for input to text formatters. A copy made in an otherwise Transparent file format whose markup, or absence of markup, has been arranged to thwart or discourage subsequent modification by readers is not Transparent. An image format is not Transparent if used for any substantial amount of text. A copy that is not “Transparent” is called “**Opaque**”.

Examples of suitable formats for Transparent copies include plain ASCII without markup, Texinfo input format, LaTeX input format, SGML or XML using a publicly available DTD, and standard-conforming simple HTML, PostScript or PDF designed for human modification. Examples of transparent image formats include PNG, XCF and JPG. Opaque formats include proprietary formats that can be read and edited only by proprietary word processors, SGML or XML for which the DTD and/or processing tools are not generally available, and the machine-generated HTML, PostScript or PDF produced by some word processors for output purposes only.

The “**Title Page**” means, for a printed book, the title page itself, plus such following pages as are needed to hold, legibly, the material this License requires to appear in the title page. For works in formats which do not have any title page as such, “Title Page” means the text near the most prominent appearance of the work's title, preceding the beginning of the body of the text.

The “**publisher**” means any person or entity that distributes copies of the Document to the public.

A section “**Entitled XYZ**” means a named subunit of the Document whose title either is precisely XYZ or contains XYZ in parentheses following text that translates XYZ in another language. (Here XYZ stands for a specific section name mentioned below, such as “**Acknowledgements**”, “**Dedications**”, “**Endorsements**”, or “**History**”.) To “**Preserve the Title**” of such a section when you modify the Document means that it remains a section “**Entitled XYZ**” according to this definition.

The Document may include Warranty Disclaimers next to the notice which states that this License applies to the Document. These Warranty Disclaimers are considered to be included by reference in this License, but only as regards disclaiming warranties: any other implication that these Warranty Disclaimers may have is void and has no effect on the meaning of this License.

B.2 VERBATIM COPYING

You may copy and distribute the Document in any medium, either commercially or noncommercially, provided that this License, the copyright notices, and the license notice saying this License applies to the Document are reproduced in all copies, and that you add no other conditions whatsoever to those of this License. You may not use technical measures to obstruct or control the reading or further copying of the copies you make or distribute. However, you may accept compensation in exchange for copies. If you distribute a large enough number of copies you must also follow the conditions in section 3.

You may also lend copies, under the same conditions stated above, and you may publicly display copies.

B.3 COPYING IN QUANTITY

If you publish printed copies (or copies in media that commonly have printed covers) of the Document, numbering more than 100, and the Document’s license notice requires Cover Texts, you must enclose the copies in covers that carry, clearly and legibly, all these Cover Texts: Front-Cover Texts on the front cover, and Back-Cover Texts on the back cover. Both covers must also clearly and legibly identify you as the publisher of these copies. The front cover must present the full title with all words of the title equally prominent and visible. You may add other material on the covers in addition. Copying with changes limited to the covers, as long as they preserve the title of the Document and satisfy these conditions, can be treated as verbatim copying in other respects.

If the required texts for either cover are too voluminous to fit legibly, you should put the first ones listed (as many as fit reasonably) on the actual cover, and continue the rest onto adjacent pages.

If you publish or distribute Opaque copies of the Document numbering more than 100, you must either include a machine-readable Transparent copy along with each Opaque copy, or state in or with each Opaque copy a computer-network location from which the general network-using public has access to download using public-standard network protocols a complete Transparent copy of the Document, free of added material. If you use the latter option, you must take reasonably prudent steps, when you begin distribution of Opaque copies in quantity, to ensure that this Transparent copy will remain thus accessible at the stated location until at least one year after the last time you distribute an Opaque copy (directly or through your agents or retailers) of that edition to the public.

It is requested, but not required, that you contact the authors of the Document well before redistributing any large number of copies, to give them a chance to provide you with an updated version of the Document.

B.4 MODIFICATIONS

You may copy and distribute a Modified Version of the Document under the conditions of sections 2 and 3 above, provided that you release the Modified Version under precisely this License, with the Modified Version filling the role of the Document, thus licensing distribution and modification of the Modified Version to whoever possesses a copy of it. In addition, you must do these things in the Modified Version:

- A. Use in the Title Page (and on the covers, if any) a title distinct from that of the Document, and from those of previous versions (which should, if there were any, be listed in the History section of the Document). You may use the same title as a previous version if the original publisher of that version gives permission.
- B. List on the Title Page, as authors, one or more persons or entities responsible for authorship of the modifications in the Modified Version, together with at least five of the principal authors of the Document (all of its principal authors, if it has fewer than five), unless they release you from this requirement.
- C. State on the Title page the name of the publisher of the Modified Version, as the publisher.
- D. Preserve all the copyright notices of the Document.

- E. Add an appropriate copyright notice for your modifications adjacent to the other copyright notices.
- F. Include, immediately after the copyright notices, a license notice giving the public permission to use the Modified Version under the terms of this License, in the form shown in the Addendum below.
- G. Preserve in that license notice the full lists of Invariant Sections and required Cover Texts given in the Document's license notice.
- H. Include an unaltered copy of this License.
- I. Preserve the section Entitled "History", Preserve its Title, and add to it an item stating at least the title, year, new authors, and publisher of the Modified Version as given on the Title Page. If there is no section Entitled "History" in the Document, create one stating the title, year, authors, and publisher of the Document as given on its Title Page, then add an item describing the Modified Version as stated in the previous sentence.
- J. Preserve the network location, if any, given in the Document for public access to a Transparent copy of the Document, and likewise the network locations given in the Document for previous versions it was based on. These may be placed in the "History" section. You may omit a network location for a work that was published at least four years before the Document itself, or if the original publisher of the version it refers to gives permission.
- K. For any section Entitled "Acknowledgements" or "Dedications", Preserve the Title of the section, and preserve in the section all the substance and tone of each of the contributor acknowledgements and/or dedications given therein.
- L. Preserve all the Invariant Sections of the Document, unaltered in their text and in their titles. Section numbers or the equivalent are not considered part of the section titles.
- M. Delete any section Entitled "Endorsements". Such a section may not be included in the Modified Version.
- N. Do not retitle any existing section to be Entitled "Endorsements" or to conflict in title with any Invariant Section.
- O. Preserve any Warranty Disclaimers.

If the Modified Version includes new front-matter sections or appendices that qualify as Secondary Sections and contain no material copied from the Document, you may at your option designate some or all of these sections as invariant. To do this, add their titles to the list of Invariant Sections in the Modified Version's license notice. These titles must be distinct from any other section titles.

You may add a section Entitled "Endorsements", provided it contains nothing but endorsements of your Modified Version by various parties—for example, statements of peer review or that the text has been approved by an organization as the authoritative definition of a standard.

You may add a passage of up to five words as a Front-Cover Text, and a passage of up to 25 words as a Back-Cover Text, to the end of the list of Cover Texts in the Modified Version. Only one passage of Front-Cover Text and one of Back-Cover Text may be added by (or through arrangements made by) any one entity. If the Document already includes a cover text for the same cover, previously added by you or by arrangement made by the same entity you are acting on behalf of, you may not add another; but you may replace the old one, on explicit permission from the previous publisher that added the old one.

The author(s) and publisher(s) of the Document do not by this License give permission to use their names for publicity for or to assert or imply endorsement of any Modified Version.

B.5 COMBINING DOCUMENTS

You may combine the Document with other documents released under this License, under the terms defined in section 4 above for modified versions, provided that you include in the combination all of the Invariant Sections of all of the original documents, unmodified, and list them all as Invariant Sections of your combined work in its license notice, and that you preserve all their Warranty Disclaimers.

The combined work need only contain one copy of this License, and multiple identical Invariant Sections may be replaced with a single copy. If there are multiple Invariant Sections with the same name but different contents, make the title of each such section unique by adding at the end of it, in parentheses, the name of the original author or publisher of that section if known, or else a unique number. Make the same adjustment to the section titles in the list of Invariant Sections in the license notice of the combined work.

In the combination, you must combine any sections Entitled "History" in the various original documents, forming one section Entitled "History"; likewise combine any sections Entitled "Acknowledgements", and any sections Entitled "Dedications". You must delete all sections Entitled "Endorsements".

B.6 COLLECTIONS OF DOCUMENTS

You may make a collection consisting of the Document and other documents released under this License, and replace the individual copies of this License in the various documents with a single copy that is included in the collection, provided that you follow the rules of this License for verbatim copying of each of the documents in all other respects.

You may extract a single document from such a collection, and distribute it individually under this License, provided you insert a copy of this License into the extracted document, and follow this License in all other respects regarding verbatim copying of that document.

B.7 AGGREGATION WITH INDEPENDENT WORKS

A compilation of the Document or its derivatives with other separate and independent documents or works, in or on a volume of a storage or distribution medium, is called an “aggregate” if the copyright resulting from the compilation is not used to limit the legal rights of the compilation’s users beyond what the individual works permit. When the Document is included in an aggregate, this License does not apply to the other works in the aggregate which are not themselves derivative works of the Document.

If the Cover Text requirement of section 3 is applicable to these copies of the Document, then if the Document is less than one half of the entire aggregate, the Document’s Cover Texts may be placed on covers that bracket the Document within the aggregate, or the electronic equivalent of covers if the Document is in electronic form. Otherwise they must appear on printed covers that bracket the whole aggregate.

B.8 TRANSLATION

Translation is considered a kind of modification, so you may distribute translations of the Document under the terms of section 4. Replacing Invariant Sections with translations requires special permission from their copyright holders, but you may include translations of some or all Invariant Sections in addition to the original versions of these Invariant Sections. You may include a translation of this License, and all the license notices in the Document, and any Warranty Disclaimers, provided that you also include the original English version of this License and the original versions of those notices and disclaimers. In case of a disagreement between the translation and the original version of this License or a notice or disclaimer, the original version will prevail.

If a section in the Document is Entitled “Acknowledgements”, “Dedications”, or “History”, the requirement (section 4) to Preserve its Title (section 1) will typically require changing the actual title.

B.9 TERMINATION

You may not copy, modify, sublicense, or distribute the Document except as expressly provided under this License. Any attempt otherwise to copy, modify, sublicense, or distribute it is void, and will automatically terminate your rights under this License.

However, if you cease all violation of this License, then your license from a particular copyright holder is reinstated (a) provisionally, unless and until the copyright holder explicitly and finally terminates your license, and (b) permanently, if the copyright holder fails to notify you of the violation by some reasonable means prior to 60 days after the cessation.

Moreover, your license from a particular copyright holder is reinstated permanently if the copyright holder notifies you of the violation by some reasonable means, this is the first time you have received notice of violation of this License (for any work) from that copyright holder, and you cure the violation prior to 30 days after your receipt of the notice.

Termination of your rights under this section does not terminate the licenses of parties who have received copies or rights from you under this License. If your rights have been terminated and not permanently reinstated, receipt of a copy of some or all of the same material does not give you any rights to use it.

B.10 FUTURE REVISIONS OF THIS LICENSE

The Free Software Foundation may publish new, revised versions of the GNU Free Documentation License from time to time. Such new versions will be similar in spirit to the present version, but may differ in detail to address new problems or concerns. See <https://www.gnu.org/licenses/>.

Each version of the License is given a distinguishing version number. If the Document specifies that a particular numbered version of this License “or any later version” applies to it, you have the option of following the terms and conditions either of that specified version or of any later version that has been published (not as a draft) by the Free Software Foundation. If the Document does not specify a version number of this License, you may choose any version ever published (not as a draft) by the Free Software Foundation. If the Document specifies that a proxy can decide which future versions of this License can be used, that proxy’s public statement of acceptance of a version permanently authorizes you to choose that version for the Document.

B.11 RELICENSING

“Massive Multiauthor Collaboration Site” (or “MMC Site”) means any World Wide Web server that publishes copyrightable works and also provides prominent facilities for anybody to edit those works. A public wiki that anybody can edit is an example of such a server. A “Massive Multiauthor Collaboration” (or “MMC”) contained in the site means any set of copyrightable works thus published on the MMC site.

“CC-BY-SA” means the Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 license published by Creative Commons Corporation, a not-for-profit corporation with a principal place of business in San Francisco, California, as well as future copyleft versions of that license published by that same organization.

“Incorporate” means to publish or republish a Document, in whole or in part, as part of another Document.

An MMC is “eligible for relicensing” if it is licensed under this License, and if all works that were first published under this License somewhere other than this MMC, and subsequently incorporated in whole or in part into the MMC, (1) had no cover texts or invariant sections, and (2) were thus incorporated prior to November 1, 2008.

The operator of an MMC Site may republish an MMC contained in the site under CC-BY-SA on the same site at any time before August 1, 2009, provided the MMC is eligible for relicensing.

B.12 ADDENDUM: How to use this License for your documents

To use this License in a document you have written, include a copy of the License in the document and put the following copyright and license notices just after the title page:

Copyright © YEAR YOUR NAME. Permission is granted to copy, distribute and/or modify this document under the terms of the GNU Free Documentation License, Version 1.3 or any later version published by the Free Software Foundation; with no Invariant Sections, no Front-Cover Texts, and no Back-Cover Texts. A copy of the license is included in the section entitled “GNU Free Documentation License”.

If you have Invariant Sections, Front-Cover Texts and Back-Cover Texts, replace the “with ... Texts.” line with this:

with the Invariant Sections being LIST THEIR TITLES, with the Front-Cover Texts being LIST, and with the Back-Cover Texts being LIST.

If you have Invariant Sections without Cover Texts, or some other combination of the three, merge those two alternatives to suit the situation.

If your document contains nontrivial examples of program code, we recommend releasing these examples in parallel under your choice of free software license, such as the GNU General Public License, to permit their use in free software.