

Lista 1

1. Dados dois vetores $\vec{A} = \hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k}$ e $\vec{B} = -2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$, determine o produto vetorial $\vec{A} \times \vec{B}$, o produto escalar $\vec{A} \cdot \vec{B}$ e o ângulo entre eles.
2. Prove que o vetor velocidade $\vec{v}(t)$ de uma partícula tem módulo constante para todo tempo se e somente se $\vec{v}(t)$ é ortogonal à aceleração $\vec{a}(t)$ para todo tempo.
3. Demonstre que

$$\int_{t_1}^{t_2} \left[\frac{1}{r} \frac{d\vec{r}}{dt} - \frac{dr}{dt} \frac{\vec{r}}{r^2} \right] dt = \frac{\vec{r}(t_2)}{r(t_2)} - \frac{\vec{r}(t_1)}{r(t_1)}$$

4. Para quais valores de a os vetores $\vec{A} = 2a\hat{i} - 2\hat{j} + a\hat{k}$ e $\vec{B} = a\hat{i} + 2a\hat{j} + 2\hat{k}$ são perpendiculares?
5. Um projétil é disparado com velocidade v_0 , de modo a passar entre dois pontos a uma distancia h acima da horizontal. Mostre que se a arma for ajustada para alcance máximo, a separação entre os pontos é

$$d = \frac{v_0}{g} \sqrt{v_0^2 - 4gh}$$

6. O alcance de um projétil é 4 vezes sua altura máxima, e ele permanece no ar durante 2 s.
 - a) Em que ângulo ele foi lançado?
 - b) Qual foi a velocidade inicial?
 - c) Qual o alcance?

7. Uma partícula se move em uma órbita circular plana descrita pelo vetor posição:

$$\vec{r}(t) = \cos(4t)\hat{i} + \sin(4t)\hat{j}$$

Calcule a velocidade da partícula nos seguintes instantes de tempo:

$$t_0 = 0 \text{ s}, \quad t_1 = \frac{\pi}{2} \text{ s}, \quad t_2 = \pi \text{ s}, \quad t_3 = \frac{3\pi}{2} \text{ s}, \quad t_4 = 2\pi \text{ s}$$

Em seguida, desenhe a trajetória da partícula e as velocidades nos tempos calculados.