Lista 2

1. Seja e_{ijk} o símbolo de permutação

$$e_{ijk} = \begin{cases} 0 & \text{se } i = j \text{ ou } j = k \text{ ou } i = k \\ +1 & \text{se } (i,j,k) \in \{(1,2,3),\ (2,3,1),\ (3,1,2)\} \\ -1 & \text{se } (i,j,k) \in \{(3,2,1),\ (2,1,3),\ (1,3,2)\} \end{cases}$$

   Demonstre que

$$(\vec{A} \times \vec{B})_i = \sum_{j,k} \epsilon_{ijk} A_j B_k.$$

2. Demonstre que

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{D}) = \vec{D} \cdot (\vec{A} \times \vec{B}).$$

3. Demonstre que

$$\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = (\vec{A} \cdot \vec{C})\vec{B} - (\vec{A} \cdot \vec{B})\vec{C}.$$

4. Seja v_0 a velocidade inicial em que um projétil é lançado, $(x_0, y_0) = (0, 0)$ o ponto de lançamento e $0 < \theta < \pi/2$ o ângulo de lançamento. Demonstre que

$$R = \frac{v_0^2\, sen(2\,\theta)}{g}$$

   é a expressão para o alcance horizontal. Para qual ângulo θ o alcance R é o máximo?.

5. Uma partícula se move com $v = |\vec{v}|$ constante ao longo da curva

$$r(t) = k\,(1 + cos(\theta(t)),$$

   demonstre que

$$\frac{d\theta(t)}{dt} = \frac{v}{\sqrt{2\,k\,r}}.$$

6. Uma partícula se move com $v = |\vec{v}|$ ao longo da curva $r(t) = r_0\, e^{\theta(t)}$, demonstre que

$$\frac{d\theta(t)}{dt} = \frac{v}{\sqrt{2} r_0\, e^{\theta}}$$

   e

$$\theta(t) = \ln\left(e^{\theta_0} + \frac{v_0}{\sqrt{2}\, r_0}\,(t - t_0)\right).$$