

Simulazione Montecarlo della tracciatura di positroni in imaging PET

Marco Montefiori

Sommario

Lo scopo di questo elaborato consiste nell'utilizzo di una simulazione Montecarlo per evidenziare i limiti non superabili che degradano la risoluzione spaziale nella tomografia ad emissioni di positroni (PET); nello specifico, tale simulazione verte ad una ricostruzione del percorso dei positroni emessi da una sorgente β^+ utilizzata come radiotracciante in un tipico esame diagnostico.

I primi paragrafi saranno dedicati ad alcuni richiami teorici sul funzionamento di una PET e sui principali processi fisici alla base della perdita di energia da parte di particelle cariche che attraversano un materiale ([1]); successivamente, verranno illustrate nel dettaglio le diverse fasi relative alla simulazione Montecarlo per la ricostruzione delle tracce dei positroni e verrà stimato il loro contributo alla degradazione della risoluzione spaziale; infine, verranno commentati e validati i risultati ottenuti (cfr [2] e [3]).

1 Introduzione

La tomografia ad emissione di positroni è una tecnica diagnostica di *imaging funzionale*. Un esame PET prevede l'utilizzo di radionuclidi β^+ -emettitori per tracciare una determinata funzione metabolica con lo scopo di individuare il distretto di interesse clinico; a tal proposito, vengono opportunamente rivelati i fotoni di annichilazione provenienti dall'interazione dei positroni emessi dal nuclide con gli elettroni del mezzo circostante, permettendo così la ricostruzione della distribuzione di attività del radiotracciante.

Tra i numerosi parametri su cui si basa la qualità di un esame clinico PET, la *risoluzione spaziale* delle immagini tomografiche riveste un ruolo rilevante. In questo elaborato verranno discussi tre contributi che rappresentano un'inevitabile degradazione della qualità delle immagini.

1.1 Meccanismi di cessione di energia

1.1.1 Perdita di energia per collisioni

Le particelle β subiscono interazioni di natura coulombiana con gli elettroni del mezzo che attraversano. A differenza delle cariche pesanti, le particelle β hanno massa pari a quella dei bersagli colpiti, pertanto l'energia scambiata nella singola interazione sarà maggiore.

Inoltre, in caso di urto elettrone-elettrone, le particelle sono indistinguibili e quindi l'energia massima trasferibile è pari a $T_{max} = T_e/2$, ove T_e è l'energia cinetica dell'elettrone incidente.

La formula di Bethe-Bloch, che fornisce un'espressione matematica per la perdita di energia in unità di lunghezza percorsa mediante collisioni, è valida anche per le particelle β , ma con delle modifiche sostanziali che tengono conto di questi due ultimi aspetti descritti. La formula risultante è la seguente:

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_{coll} = 2\pi N_a r_e^2 m_e c^2 \rho \frac{Z}{A} \frac{1}{\beta^2} \left[\ln \frac{\tau^2(\tau+2)}{2(I/m_e c^2)} + F(\tau) - \delta - 2\frac{C}{Z} \right] \quad (1.1)$$

con

$$F(\tau) = \begin{cases} 1 - \beta + \frac{\frac{\tau^2}{8} - (2r+1)\ln 2}{(\tau+1)^2} & \text{per } e^- \\ 2\ln 2 - \frac{\beta^2}{12} \left(23 + \frac{14}{\tau-2} + \frac{10}{(\tau-2)^2} + \frac{4}{(\tau-2)^3} \right) & \text{per } e^+ \end{cases}$$

dove N_a è il numero di Avogadro, r_e è il raggio classico dell'elettrone, ρ , I , Z e A sono densità, energia di ionizzazione, numero atomico e numero di massa del materiale, $\beta = v/c$ e τ è l'energia della particella incidente in unità di $m_e c^2$.

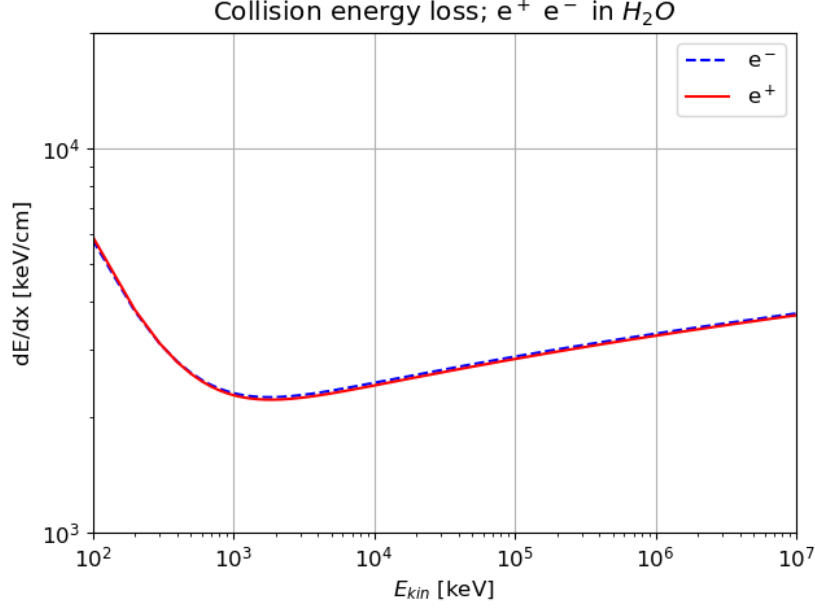


Figura 1: Perdita di energia per collisioni di particelle β secondo la 1.1

1.1.2 Perdita di energia per irraggiamento

Nel caso di particelle β diventano rilevanti anche le perdite di energia per irraggiamento nel fenomeno chiamato *Bremsstrahlung*: quando le cariche viaggiano nei pressi di un nucleo atomico, a causa dell'interazione coulombiana con il campo di quest'ultimo, la loro traiettoria viene deflessa; la variazione del vettore velocità fa sì che in seguito a questa deflessione venga emessa energia sotto forma di radiazione, portando ad un decremento dell'energia cinetica della particella incidente.

L'intero processo è descritto dalla seguente formula:

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_{rad} = NE_0\Phi_{rad} \quad (1.2)$$

con Φ_{rad} definita tramite:

$$\Phi_{rad} = 4Z^2r_e^2\alpha \begin{cases} \left(\ln\frac{2E_0}{m_e c^2} - \frac{1}{3}\right) & \text{per } m_e c^2 \ll E_0 \ll 137m_e c^2 Z^{-1/3} \\ \left(\ln(183Z^{-1/3}) + \frac{1}{18}\right) & \text{per } E_0 \gg 137m_e c^2 Z^{-1/3} \end{cases}$$

con $\alpha = 1/137$ costante di struttura fine, Z numero atomico del materiale e E_0 energia della particella considerata.

1.1.3 Straggling energetico

Il valore di energia ceduta per unità di lunghezza percorsa determinato dalle eq. 1.1 e 1.2, che prende il nome di *Linear Energy Transfer (LET)*, è in realtà soggetto a fluttuazioni statistiche; il LET calcolato, dunque, rappresenta solo un valore medio di energia persa.

Il calcolo esatto della distribuzione che segue questo fenomeno è matematicamente non banale, pertanto è generalmente trattato in due casi specifici: *assorbitore sottile* e *assorbitore spesso*. Per distinguere questi due differenti contesti si introduce il parametro k definito come:

$$k = \frac{\overline{\Delta}}{T_{max}}$$

dove $\overline{\Delta}$ è il valor medio di energia persa in un certo spazio, mentre

$$T_{max} = \frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2}{1 + 2\gamma \frac{m_e}{m} + \frac{m_e^2}{m^2}}$$

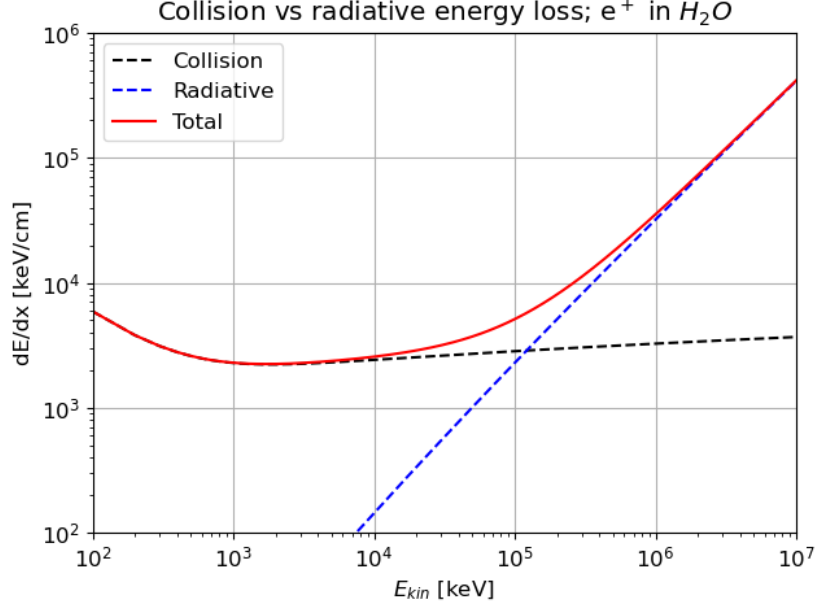


Figura 2: Confronto dei due meccanismi di perdita di energia per positroni in acqua

è l'energia massima trasferibile ad un elettrone del mezzo in una singola collisione, con m massa della particella considerata.

Assorbitore sottile : se $k \ll 1$, il valore del LET segue una distribuzione di Landau, caratterizzata da un picco asimmetrico in prossimità di valori piccoli di energia e lunghe code: questo rispecchia il fatto che sono più probabili urti con piccolo scambio di energia e meno probabili urti con alto scambio di energia e conseguente produzione di raggi delta (non trattati in questa simulazione).

Assorbitore spesso : se $k \gg 1$ la perdita di energia segue una distribuzione Gaussiana:

$$f(\Delta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{\Delta - \bar{\Delta}}{2\sigma^2}} \quad (1.3)$$

con

$$\sigma^2 = \frac{1 - \frac{1}{2}\beta^2}{1 - \beta^2} \sigma_0^2, \quad \sigma_0^2 = 156.9 \rho \frac{Z}{A} x [keV^2]$$

dove x è lo spessore di materiale attraversato.

L'utilizzo di una Gaussiana è facilmente giustificabile dal fatto che in un assorbitore spesso si ha la presenza di un gran numero di urti che presi singolarmente hanno poco peso statistico, ma in collettivo garantiscono la validità del teorema del limite centrale. Per spessori intermedi la perdita di energia segue la distribuzione di Vavilov, che si riconduce alle altre sopra citate nel limite di grandi e piccoli spessori. Non è stata considerata in questa simulazione, poiché di difficile campionamento.

1.2 Teoria del multiplo scattering

Durante il loro passaggio attraverso la materia, le particelle cariche, oltre a perdere la loro energia cinetica attraverso i meccanismi di cui sopra, subiscono deflessioni nella loro traiettoria. L'intero processo, trascurando effetti di screening e di spin, è ben descritto dalla *sezione d'urto Rutherford*

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = z_2^2 z_1^2 r_e^2 \frac{m_e c / \beta p}{4 \sin^4(\theta/2)} \quad (1.4)$$

In generale, se la perdita di energia per interazione è sufficientemente bassa e se il numero medio di scattering indipendenti è > 20 , il problema può essere trattato in maniera statistica.

Nel 1948 il fisico tedesco G. Molière ha calcolato la distribuzione dell'angolo di diffusione polare θ come soluzione analitica dell'equazione del trasporto, trovandosi in ottimo accordo con i dati sperimentali. Tale soluzione assume la forma:

$$f(\theta)d\theta = \vartheta d\vartheta \left(f^{(0)}(\vartheta) + B^{-1}f^{(1)}(\vartheta) + B^{-2}f^{(2)}(\vartheta) + \dots \right) \quad (1.5)$$

con ϑ angolo di scattering pesato per alcuni parametri di scattering dipendenti dalla dinamica del processo.

Nonostante l'apparente complessità della distribuzione in eq. 1.5, assumendo che i singoli urti a grandi θ siano poco probabili, è ragionevole assumere che l'angolo di scattering risultante da una moltitudine di interazioni si distribuisca secondo una Gaussiana, dunque solo il primo termine dello sviluppo di Molière è rilevante. Sotto queste ipotesi, la distribuzione angolare è del tipo:

$$P(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\theta_0} e^{-\frac{\theta^2}{2\theta_0^2}} \quad (1.6)$$

con

$$\theta_0 = \frac{1360 \text{ keV}}{\beta p} z \sqrt{\frac{x}{x_0}} \left(1 + 0.038 \ln \left(\frac{x}{x_0} \right) \right)$$

dove p è l'impulso della particella, z la sua carica in unità di carica elementare, x è lo spessore di materiale attraversato e x_0 è la *lunghezza di radiazione* (36 cm per l'acqua).

Come verrà illustrato in sezione 2.1, sarà utilizzata questa approssimazione della simulazione della traiettoria dei positroni e, di conseguenza, per la ricostruzione del loro range in acqua.

1.3 Radionuclidi in PET

Alcuni dei radionuclidi maggiormente impiegati in imaging PET e che sono stati utilizzati nella simulazione Montecarlo sono: ^{18}F , ^{11}C , ^{13}N , ^{15}O . Le relative caratteristiche fisiche sono mostrate in Tab.1.

Radionuclide	$t_{1/2}$ (min)	$E_{mean}(keV)$	$E_{max}(keV)$
^{11}C	20.8	385	970
^{13}N	10.0	491	1190
^{15}O	2.0	735	1720
^{18}F	109.8	242	635

Tabella 1: Elenco dei radionuclidi utilizzati nella simulazione con corrispondenti valori di: tempo di dimezzamento, energia media di emissione ed energia massima di emissione.

I decadimenti β dei radionuclidi sopraelencati fanno parte delle transizioni dette *super-allowed*; lo spettro energetico, dunque, segue una nota espressione analitica:

$$N(E)dE = gF(Z, E)pE(E_{max} - E)^2dE \quad (1.7)$$

dove $N(E)$ è il numero di decadimenti ad energia E , g è una costante di accoppiamento, E è l'energia della particella β emessa in unità di mc^2 e p è il suo impulso in unità di mc . La *funzione di Fermi* $F(Z, E)$ tiene conto delle interazioni coulombiane tra la particella emessa ed il nucleo figlio:

$$F(Z, E) = \frac{2\pi\eta}{1 - e^{-2\pi\eta}} \quad (1.8)$$

con $\eta = -Z\alpha E/p$, α costante di struttura fine e Z numero atomico del nucleo figlio.

2 Simulazione Montecarlo

La simulazione Montecarlo che verrà illustrata in questa sezione è stata implementata con lo scopo di ricostruire le traiettorie delle particelle β^+ emesse dai radionuclidi elencati nel paragrafo 1.3 durante la loro propagazione in un mezzo tessuto-equivalente (l'acqua).

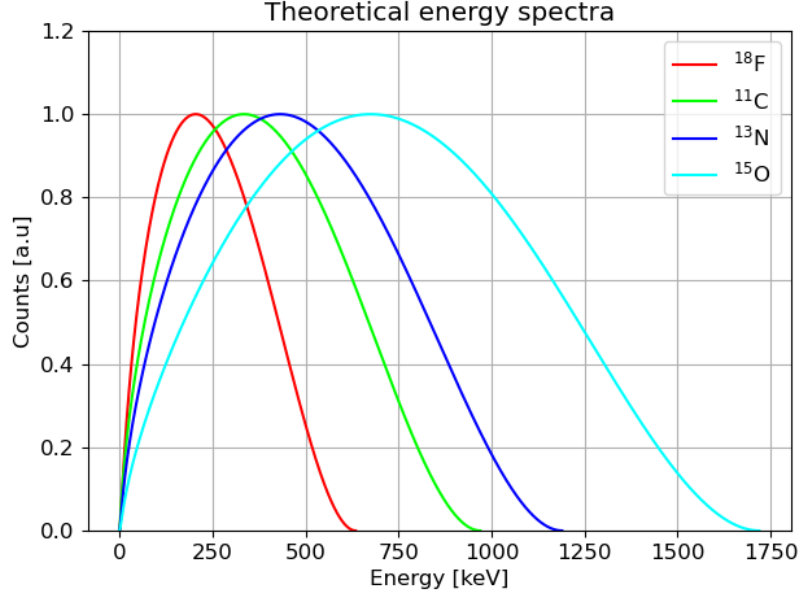


Figura 3: Plot degli spettri energetici degli emettitori β utilizzati.

Una volta tracciato un numero di positroni sufficientemente alto, si rende necessario valutare l'impatto di tale diffusione sulla risoluzione spaziale complessiva (sez. 3.4).

Ognuno dei radionuclidi utilizzati in simulazione è assunto come una sorgente puntiforme posta al centro di un sistema di riferimento cartesiano (x, y, z) e caratterizzata da un'emissione isotropa.

La nascita di ogni positrone, dunque, è accompagnata da un'estrazione della sua energia cinetica iniziale e della sua direzione in coordinate sferiche: la prima è ottenuta mediante il campionamento della distribuzione spettrale in eq. 1.7 eseguita con il metodo *hit-or-miss*, mentre la seconda è eseguita campionando la coppia di angoli (θ, ϕ) come segue:

$$\cos\theta = 1 - 2\xi_1, \quad \phi = 2\pi\xi_2$$

con ξ_1, ξ_2 numeri pseudocasuali $\in [0, 1]$.

Il positrone così generato inizia il suo percorso all'interno del materiale fino all'esaurimento della propria energia. In realtà, il processo di annichilazione con un elettrone del mezzo avviene quando giunge alla *termalizzazione*, ovvero arriva ad un valore di energia cinetica pari a $kT = 25$ meV.

I meccanismi di perdita di energia da parte del positrone sono quelli descritti in sez. 1.1, dunque, ad ogni step della traiettoria, viene calcolato il LET tramite le eq. 1.1 e 1.2 e la sua variazione statistica secondo l'eq. 1.3.

Aniché adottare uno step di avanzamento spaziale, si è preferito procedere a passi di energia fissata E_{step} : una volta calcolato il LET, viene determinato lo spazio necessario a perdere il valore di energia stabilito, da cui poi si ottengono i valori delle tre coordinate cartesiane. Il vantaggio di questa procedura è quello di evitare perdite di energia troppo grandi che renderebbero non valide l'ipotesi di scattering multiplo. Per questa simulazione si è scelto un passo di energia $E_{step} = 3$ keV.

Infine, vengono estratti gli angoli di scattering: $\phi_{sc} \in [0, 2\pi]$ uniforme, mentre θ_{sc} mediante campionamento della distribuzione Gaussiana in eq. 1.6. L'avanzamento della traccia in 3D si basa sulle seguenti trasformazioni del versore della direzione $\vec{n} = (\alpha, \beta, \gamma) = (\sin\theta\sin\phi, \sin\theta\cos\phi, \cos\theta)$ in coordinate polari:

$$\vec{n} \longrightarrow \vec{n}' = (\alpha', \beta', \gamma')$$

con

$$\begin{aligned} \alpha' &= \mu\alpha + a(\alpha\gamma\sin\phi + \beta\cos\phi) \\ \beta' &= \mu\beta + a(\beta\gamma\sin\phi - \alpha\cos\phi) \\ \gamma' &= \mu\gamma - a(1 - \gamma^2)\sin\phi \end{aligned}$$

dove

$$a = \sqrt{\frac{1 - \mu^2}{1 - \gamma^2}}; \quad \mu = \cos\theta : \quad |\gamma| \neq 1$$

mentre, per $|\gamma| = 1$,

$$\alpha' = \gamma b \cos\phi$$

$$\beta' = b \sin\phi$$

$$\gamma' = \mu\gamma$$

con $b = \sqrt{1 - \mu^2}$.

Una volta aggiornato il versore, salvato le nuove coordinate e decrementato l'energia cinetica della particella della quantità E_{step} , si è iterato il procedimento fino alla termalizzazione; a quel punto sono stati memorizzate le coordinate di fine traccia (*endpoint*) lungo le tre direzioni.

In Fig.4 sono rappresentate le tracce di 100 positroni, mentre in Fig.5 è mostrata la flow chart della simulazione Montecarlo.

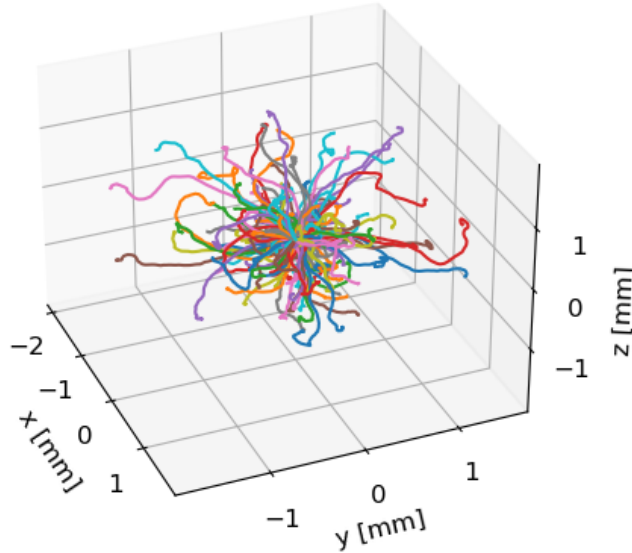


Figura 4: Simulazione 3D delle tracce di 100 positroni prodotti dal decadimento di ^{18}F .

Per *endpoint* si intende il punto finale della traccia di un positrone, nel quale termalizza e avviene la produzione dei fotoni di annichilazione; la rivelazione di questi ultimi, in un tipico esame PET, permette la ricostruzione delle immagini del distretto anatomico analizzato.

La simulazione descritta nel paragrafo precedente è stata ripetuta per tutti i quattro radioisotopi menzionati, generando per ognuno di essi 10^5 eventi. A titolo d'esempio, si riporta in Fig.6 la distribuzione degli endpoint delle tracce dei positroni prodotti da ^{18}F in acqua nelle tre direzioni cartesiane.

Una volta verificata l'inesistenza di direzioni privilegiate dai principi fisici che determinano la traiettoria di una particella considerata, si è scelto uno dei tre suddetti piani su cui effettuare l'analisi degli output della simulazione di tutti i radioisotopi. Gli istogrammi degli endpoint lungo la direzione x e la loro distribuzione sul piano xy sono mostrati in Fig.7.

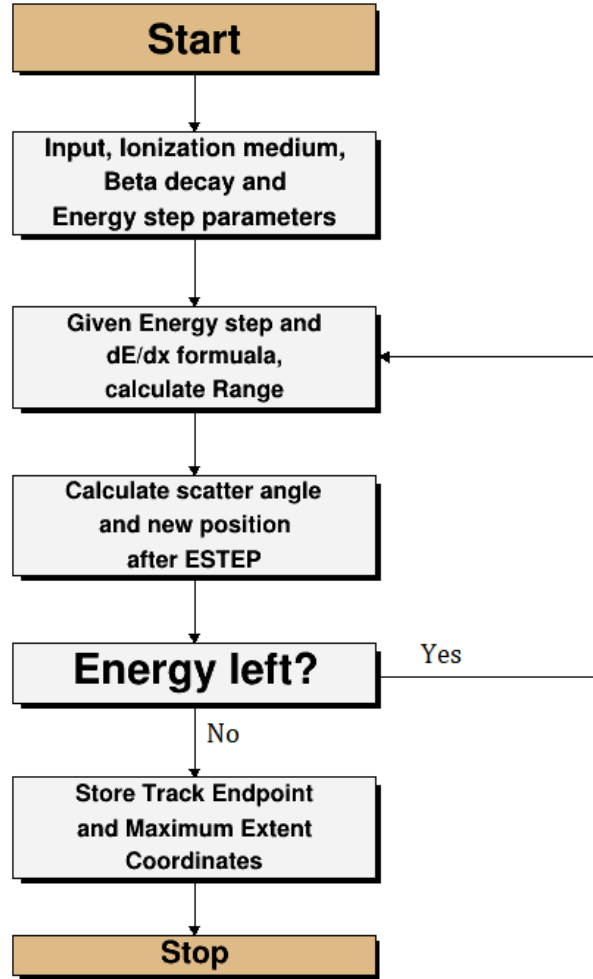


Figura 5: Flowchart della simulazione Montecarlo per il calcolo della tracce dei positroni.

3 Ricostruzione e validazione dei risultati

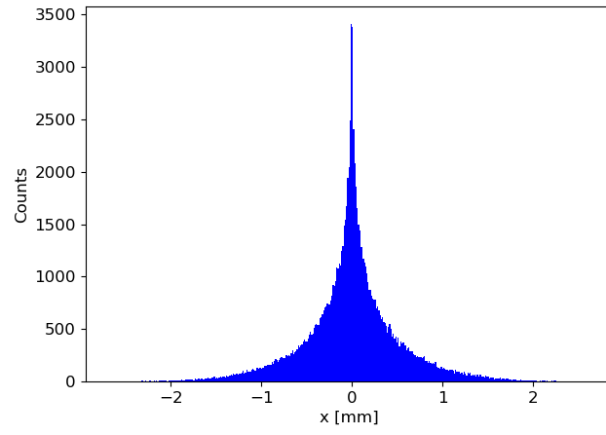
In questa sezione verranno utilizzati i dati in uscita dalle simulazioni per la stima del contributo al peggioramento della risoluzione spaziale conseguente al range del positrone per i diversi radioisotopi. Tali risultati saranno confrontati con quelli ottenuti in [2] e [3]. Infine, verranno utilizzati per stimare il degrado della risoluzione spaziale insieme ad altri due contributi non-eliminabili.

3.1 Analisi sulle distribuzioni degli endpoint

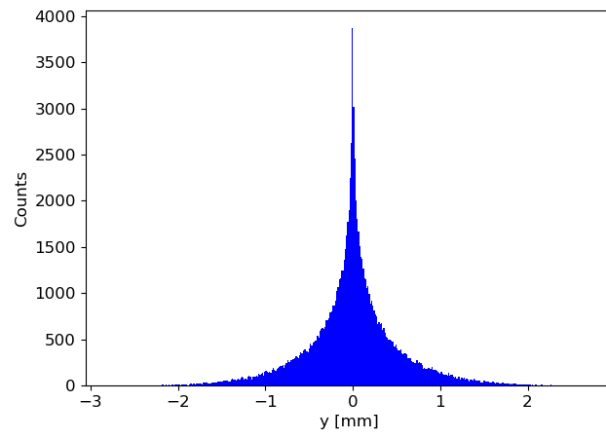
Com'è possibile osservare dai grafici in Fig.6 e in Fig.7, gli endpoint lungo una data direzione possiedono una distribuzione a forma di cuspidi centrata in 0: è evidente che, a causa della ingente quantità di energia persa in ogni interazione, le particelle cariche leggere non riescono, in media, a percorrere molto spazio all'interno della materia prima di arrivare alla termalizzazione; naturalmente l'energia iniziale gioca un ruolo chiave in questo contesto: nonostante non venga trattato alcun tipo di modello per quanto concerne una relazione tra range ed energia, è ragionevole assumere che le code degli istogrammi considerati siano popolate da quei positroni che si trovano nella parte ad alta energia degli spettri di Fig.3.

Questo ragionamento trova conferma osservando che le distribuzioni relative ai radioisotopi più energetici raggiungono valori di endpoint maggiori.

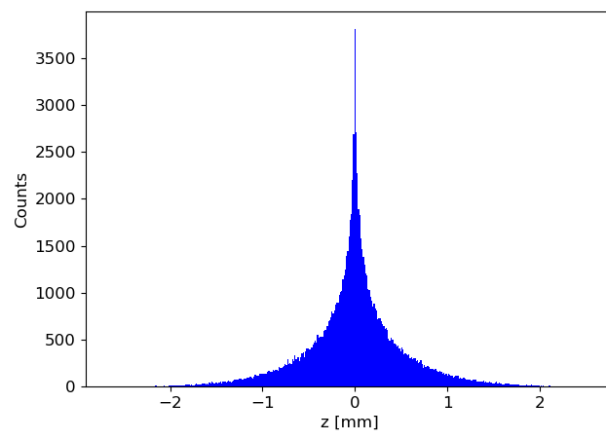
La *Full Width at Half Maximum* (FWHM) e la *Full Width at Tenth Maximum* (FWTM) delle distribuzioni in Fig. 6 e 7 forniscono convenzionalmente una stima del blurring dovuto al range del positrone. Sebbene non sia stato trovato un modello matematico che descriva l'intero set di valori ottenuti, si osserva



(a) x

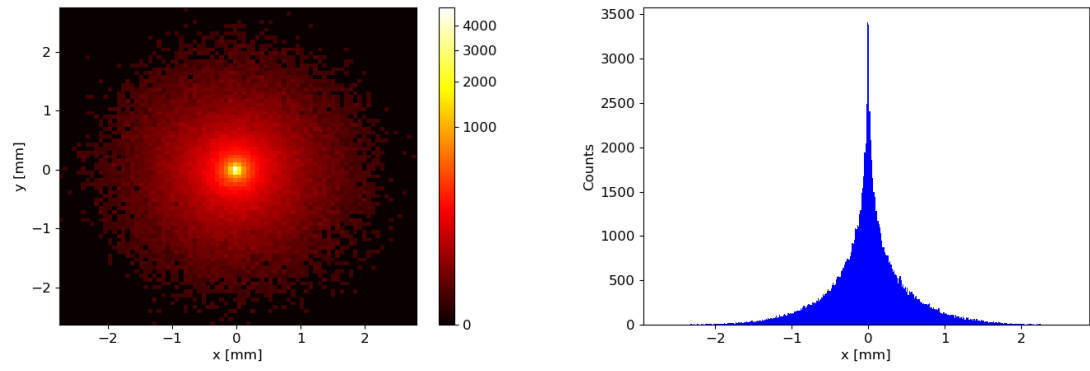


(b) y

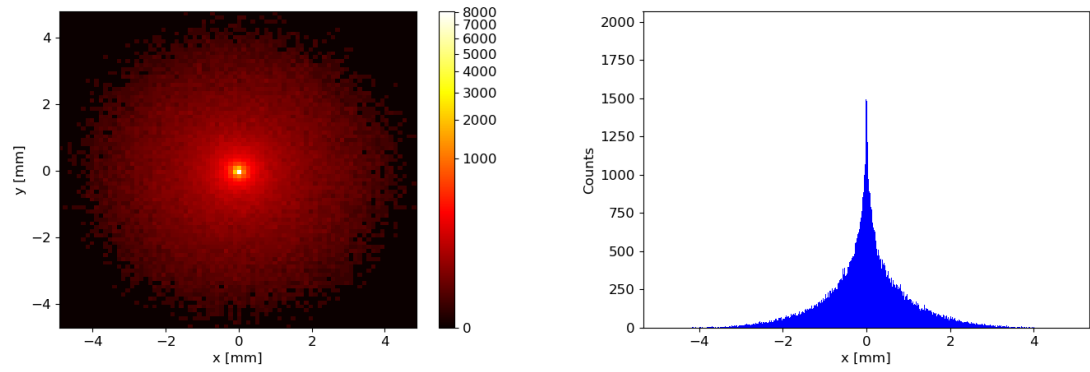


(c) z

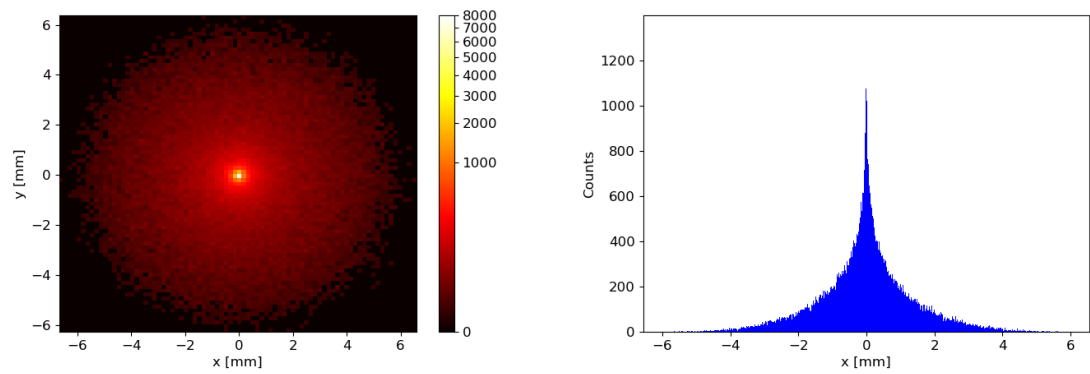
Figura 6: Distribuzione degli endpoint (100000 eventi) delle tracce di ^{18}F lungo le tre direzioni cartesiane.



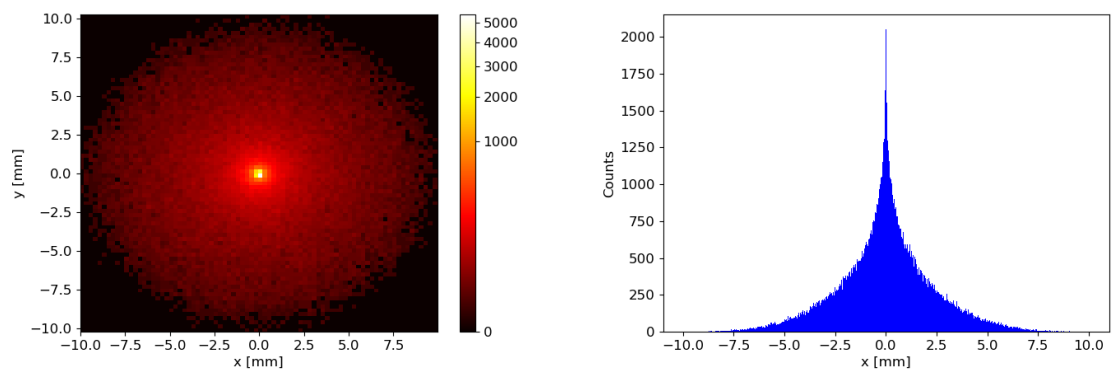
(a) ^{18}F



(b) ^{11}C



(c) ^{13}N



(d) ^{15}O

Figura 7: Distribuzione degli endpoint delle tracce sul piano xy (a sinistra) e lungo la la direzione x (a destra).

che il lato positivo degli istogrammi può essere fittato tramite una funzione composta dalla somma di due esponenziali decrescenti, i cui grafici sono presenti in Fig. 8:

$$P(x) = A [C e^{-k_1 x} + (1 - C) e^{-k_2 x}] \quad (3.1)$$

I parametri di fit della funzione in eq. 3.1, riportati in Tab.2, sono utilizzati per trovare la FWHM e la FWTM delle distribuzione semplicemente ricercando computazionalmente il valore di ascissa corrispondente alla metà e a un decimo del massimo; successivamente, tali valori sono stati moltiplicati per 2 per estendere la procedura anche al lato negativo della distribuzione.

I risultati relativi alle due grandezze così stimate sono riportati in Tab.3.

Source	A	C_{MC}	$k_{1,MC} [\text{mm}^{-1}]$	$k_{2,MC} [\text{mm}^{-1}]$	$k_{2,att} [\text{mm}^{-1}]$	$\chi^2/ndof$
^{11}C	1746 ± 46	0.59 ± 0.01	20 ± 1	1.31 ± 0.01	1.79	1.6
^{13}N	1129 ± 25	0.56 ± 0.01	13.1 ± 0.7	0.90 ± 0.01	1.30	1.2
^{15}O	1954 ± 46	0.47 ± 0.01	10.28 ± 0.08	0.53 ± 0.01	0.77	1.4
^{18}F	3437 ± 87	0.60 ± 0.01	23 ± 1	2.84 ± 0.02	3.27	1.2

Tabella 2: Elenco dei risultati dei fit ai dati prodotti dalla simulazione; per il valore di k_2 è riportato il confronto con i valori k_{2att} ottenuti da ([3]).

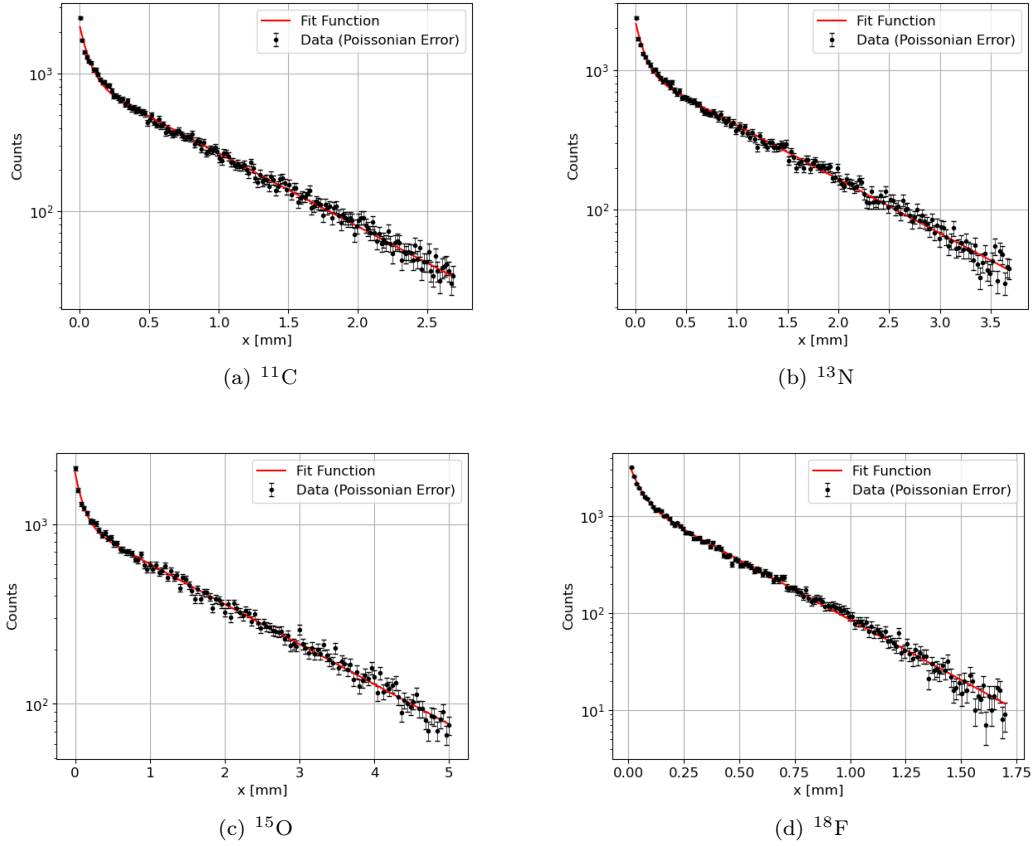


Figura 8: Fit del lato positivo delle distribuzioni degli endpoint.

3.2 Confronto con i valori attesi

Il parametro k_1 in eq. 3.1 domina a $x \rightarrow 0$; siccome risulta essere molto dipendente dal fattore di binning, si è preferito concentrare il confronto con il parametro k_2 che meglio descrive l'andamento del profilo degli istogrammi. Osservando i risultati dei fit riportati in Tab.2, si può dedurre che il modello matematico

Source	$FWHM_{MC}$ [mm]	$FWHM_{att}$ [mm]	$FWTM_{MC}$ [mm]	$FWTM_{att}$ [mm]
^{11}C	0.155	0.188	2.16	1.86
^{13}N	0.252	0.282	3.28	2.53
^{15}O	0.491	0.501	6.29	4.14
^{18}F	0.116	0.102	1.16	1.03

Tabella 3: Elenco dei risultati di FWHM e FWTM con relativo confronto con i valori attesi ([2]).

di eq.3.1 descrive correttamente l'andamento dei dati simulati, sebbene si riscontri una sottostima dei parametri k_2 .

I valori di FWHM sono tutti in buon accordo con quelli di [2], ma anche in questo caso si osserva una discrepanza piuttosto marcata da parte dei risultati di FWTM relativi a ^{13}N e ^{15}O . Ne consegue che il profilo della distribuzione a cuspidè ottenuta dalla simulazione differisce da quella su cui si basa il confronto, in particolar modo la parte corrispondente ad alti valori (in modulo) di endpoint.

La ragione di tale allargamento delle code, evidenziato dalle sovrastime delle FWTM e dalle sottostime dei parametri di fit k_2 , può essere imputato ad un ulteriore meccanismo di perdita di energia che non è stato incluso nella simulazione: durante il passaggio di una particella carica nella materia, è possibile che alcuni elettroni atomici ricevano una sufficiente quantità di energia cinetica da staccarsi dall'atomo di appartenenza e diventare, di fatto, radiazione secondaria; la formazione di questi *raggi delta*, dunque, è un vero e proprio meccanismo di cessione dell'energia cinetica, il cui effetto è quello di ridurre il range delle particelle cariche considerate.

3.3 La risoluzione spaziale in PET

Il range del positrone è soltanto uno degli effetti che degradano la risoluzione spaziale in PET. Esistono infatti altri due contributi non eliminabili il cui impatto può essere considerevole:

Dimensione del rivelatore : l'ampiezza del cristallo del detector su cui incidono i fotoni di annichilazione comporta un'incertezza nella posizione del punto di interazione. Sia w la dimensione trasversa del cristallo, allora il punto d'interazione si distribuisce uniformemente per tutta la sua lunghezza. Il contributo al degrado di risoluzione spaziale è $FWHM_{det} = w/2$.

Non-collinearità dei fotoni di annichilazione : a causa dell'energia cinetica residua al momento dell'annichilazione, il centro di massa del positrone e dell'elettrone non è perfettamente fermo al momento di annichilazione. Ne consegue che l'angolo tra i fotoni prodotti non sarà esattamente 180° , ma seguirà una distribuzione che, in prima approssimazione, può essere considerata Gaussiana; Il contributo al degrado di risoluzione spaziale è $FWHM_{coll} = 0.0022 d_s$, ove d_s è il diametro (in mm) del tomografo.

La risoluzione spaziale complessiva, dunque, è caratterizzata da una distribuzione, in prima approssimazione Gaussiana, avente:

$$FWHM = \sqrt{FWHM_{range}^2 + FWHM_{coll}^2 + FWHM_{det}^2} \quad (3.2)$$

dove $FWHM_{range}$ assume i valori ottenuti dalle simulazioni.

Le Fig.9 e Fig.10 mostrano l'ammontare complessivo del degrado della risoluzione spaziale nel caso di due radioisotopi diversi e per due set di dimensioni del tomografo: nel caso di una sorgente di ^{18}F , è possibile osservare che gli effetti dominanti sono quelli relativi al range del positrone e alla dimensione del cristallo per il detector più piccolo, mentre, all'aumentare delle dimensioni di quest'ultimo, l'effetto dovuto al range diventa meno importante, ma cresce molto il contributo della non-collinearità. Nel caso del radioisotopo più energetico (^{15}O) si osserva come l'effetto del range sia predominante rispetto a tutti gli altri per detector piccoli e come diventino importanti tutti e tre i contributi per detector di dimensioni maggiori.

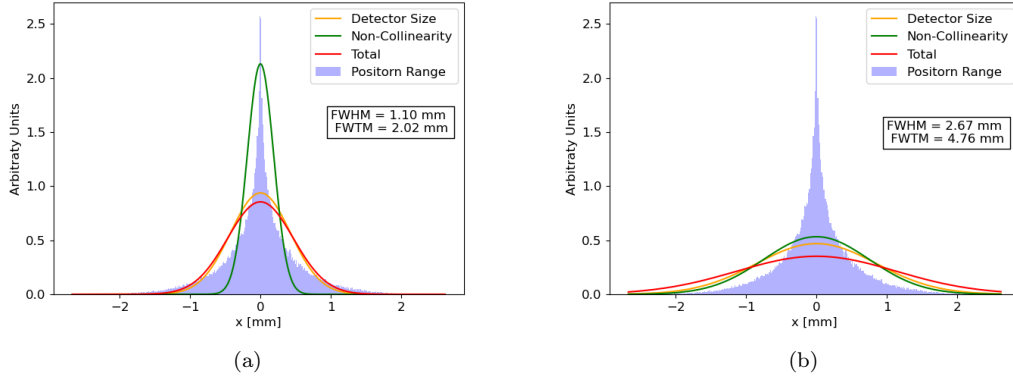


Figura 9: Rappresentazione dei diversi contributi discussi al degrado della risoluzione spaziale nel caso di ^{18}F : (a) 20 cm di diametro del tomografo e 2 mm di spessore del rivelatore; (b) 80 cm di diametro del tomografo e 4 mm di spessore del rivelatore.

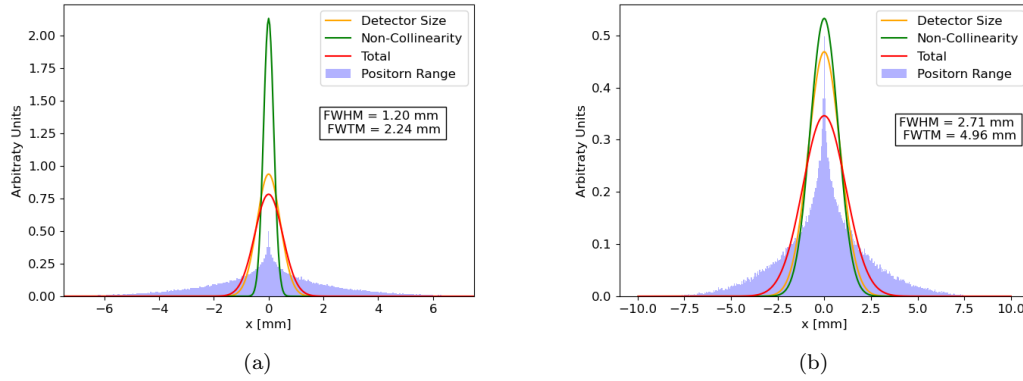


Figura 10: Rappresentazione dei diversi contributi discussi al degrado della risoluzione spaziale nel caso di ^{15}O : (a) 20 cm di diametro del tomografo e 2 mm di spessore del rivelatore; (b) 80 cm di diametro del tomografo e 4 mm di spessore del rivelatore.

Riferimenti bibliografici

- [1] William R Leo. *Techniques for nuclear and particle physics experiments: a how-to approach; 2nd ed.* Berlin: Springer, 1994. DOI: 10.1007/978-3-642-57920-2. URL: <https://cds.cern.ch/record/302344>.
- [2] Craig Levin e E.J. Hoffman. “Erratum: Calculation of positron range and its effect on the fundamental limit of positron emission tomography system spatial resolution (Physics in Medicine and Biology (1999) 44 (781-799))”. In: *Physics in Medicine and Biology* 45 (feb. 2000). DOI: 10.1088/0031-9155/45/2/501.
- [3] Jacobo Cal-Gonzalez et al. “Positron range estimations with PeneloPET”. In: *Physics in medicine and biology* 58 (lug. 2013), pp. 5127–5152. DOI: 10.1088/0031-9155/58/15/5127.