UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

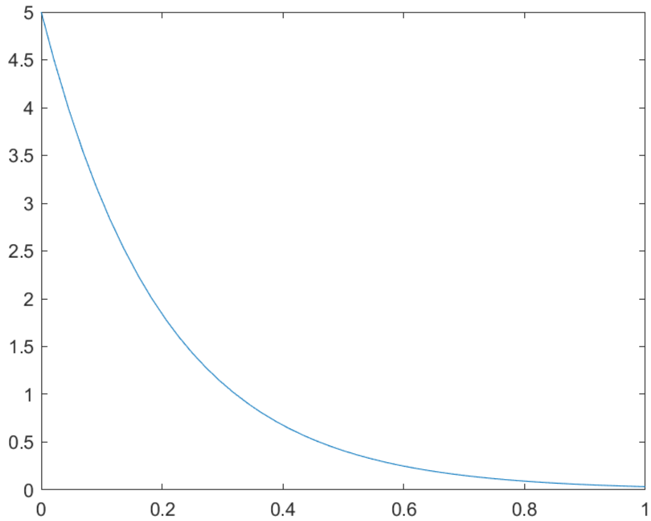
OFICINA DE MODELAGEM E SIMULAÇÃO

Lista de Exercícios 04

Marcone Márcio da Silva Faria

1. Encontre a resposta à entrada nula de um sistema linear invariante no tempo descrito por (p + 5)y(t) = x(t) com condição inicial y(0) = 5. Explore o comando `dsolve`**.**

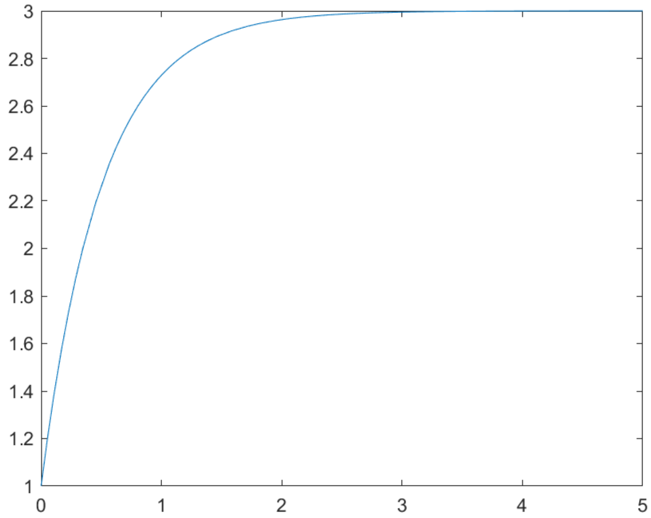
```
syms t y(t) x(t) s;
p = diff(y,t);
p2 = diff(y,t,2);
eq = p + 5*y == 0;
Y(t) = dsolve(eq,y(0)==5)

>> Lista04
Y(t) =
 5*exp(-5*t)

fplot(Y,[0 1]);
```



2. Resolva (p^2 + 2p)y(t) = 0 , com y(0) = 1 e y'(0) = 4.

```
eq = p2 + 2*p == 0;
Y(t) = dsolve(eq, y(0)==1, p(0)==4)
```

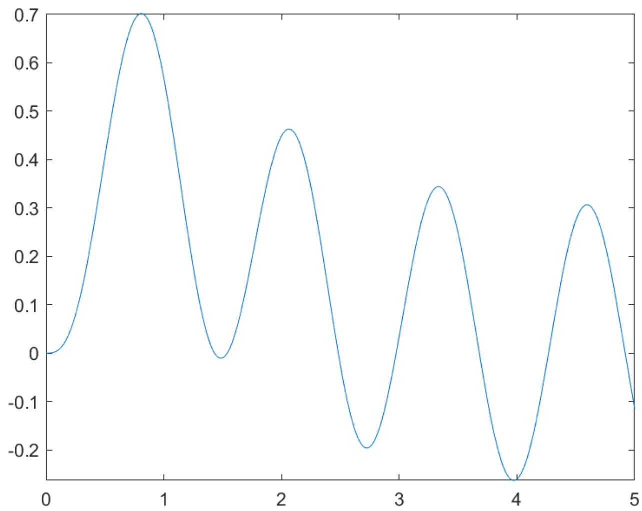
```
>> Lista04
Y(t) =
 3 - 2*exp(-2*t)
 fplot(Y, [0 5]);
```



3. Achar a resposta para a EDO de segunda ordem y'' + 3y' + 2y = 8sen(5t), para as condições iniciais y'(0) = 0 e y(0) = 0.

```
eq = p2 + 3*p + 2*y == 8*sin(5*t);
Y(t) = dsolve(eq,y(0)==0, p(0)==0);
pretty(Y(t))
```

```
>> Lista04
Y(t) =
 3 - 2*exp(-2*t)
                                          /              / 23 \ \
                           sqrt(754) cos| 5 t - atan| -- | | 4
 20 exp(-t)   exp(-2 t) 40               \              \ 15 / /
 ---------- - ------------ - -----------------------------------
     13            29                         377
```



4. Achar a resposta para a EDO de segunda ordem y'' + 3y' + exp(-t)y = 8sen(5t), para as condições iniciais y'(0) = 0 e y(0) = 0.

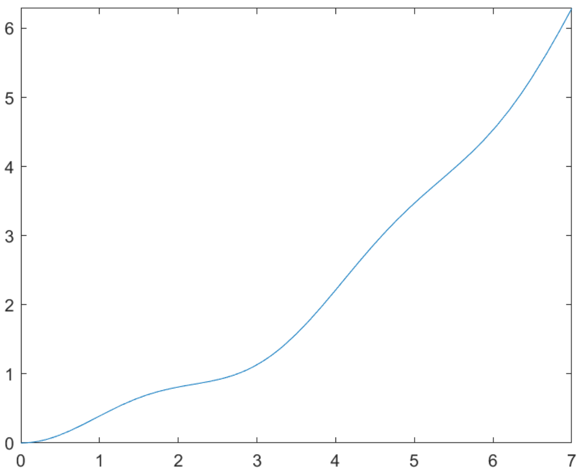
```
eq = p2 + 3*p + exp(-t)*y == 8*sin(5*t);
Y(t) = dsolve(eq,y(0)==0, p(0)==0);
pretty(Y(t))
```

```
>> Lista04
            t
            / /      sin(5 x) exp(2 x) Y (-#1) 8   \
           |  |                          3         |
#2 J (#3)  |  | - ------------------------------ | dx - #2
    3      /  |    J (#1) Y (-#1) + J (#1) Y (-#1) |
            0 \     2      3         3      2      /

             t
               / sin(5 x) exp(2 x) (exp(x/2) J (#1) 2 - (2 exp(x) - 1) J
(#1)) 8
            |                                0                         1
                                 Y           (-#3)                      |
---------------------------------------------------------------- dx
    3      /                  J (#1) Y (-#1) + J (#1) Y (-#1)
             0                  0      1         1      0

where

            /   x \
   #1 == exp| - - | 2
            \   2 /

            /   3 t \
   #2 == exp| - --- |
            \    2  /

            /   t \
   #3 == exp| - - | 2
            \   2 /
```

5. Achar a resposta para a EDO com coeficientes constantes y''' + 4y' = t, para as condições iniciais y'(0) = y(0) = 0 e y''(0) = 1.

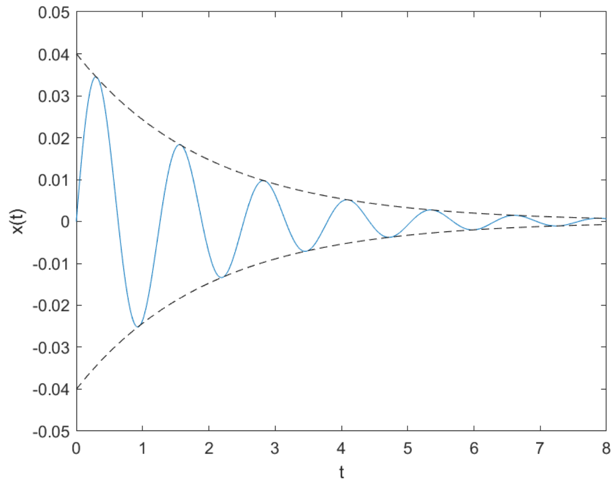
```
eq = diff(y,3) + 4*p == t;
Y(t) = dsolve(eq,y(0)==0,p(0)==0,p2(0)==1);
pretty(Y(t))
```

```
>> Lista04
 2
t    cos(2 t) 3    3
-- - ---------- + --
 8       16       16
```



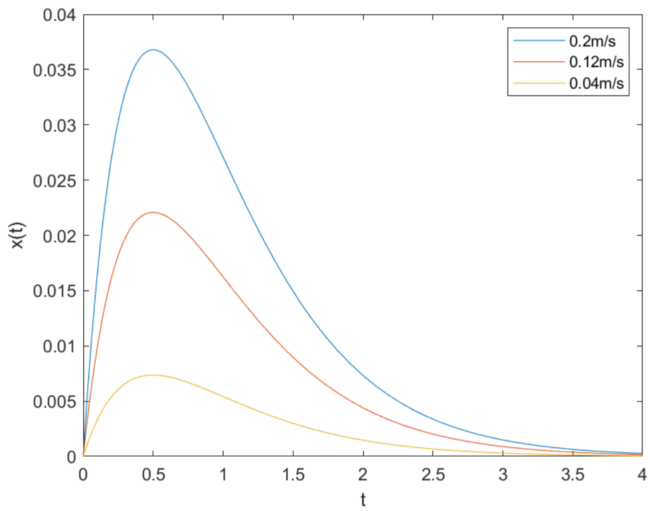
10. Simular no MatLab a oscilação subamortecida correspondente à Figura 4. Usar a equação (16) com os dados apresentados na figura. Comparar o seu gráfico com o do tutorial.

```
zeta = 0.1;
wn = 5;
wd = wn*sqrt(1-zeta.^2);
x = exp(-zeta*wn*t)*...
(x(0)*cos(wd*t) + (zeta*wn*x(0) + subs(diff(x,t),t,0))*sin(wd*t)/wd);
x = subs(x,subs(diff(x,t),t,0),0.2);
x = subs(x,x(0),0);
fplot(x,[0 8])
hold on;
ylim([-0.05 0.05]);
ylabel('x(t)');
xlabel('t');
fplot((0.2/wn)*exp(-zeta*wn*t), [0 8], Color='k', LineStyle = '--');
fplot((-0.2/wn)*exp(-zeta*wn*t), [0 8], Color='k', LineStyle = '--');
hold off;
```



11. Simular no MatLab o movimento criticamente amortecido correspondente à Figura 5. Usar a equação (17) com os dados apresentados na figura. Comparar o seu gráfico com o do tutorial.

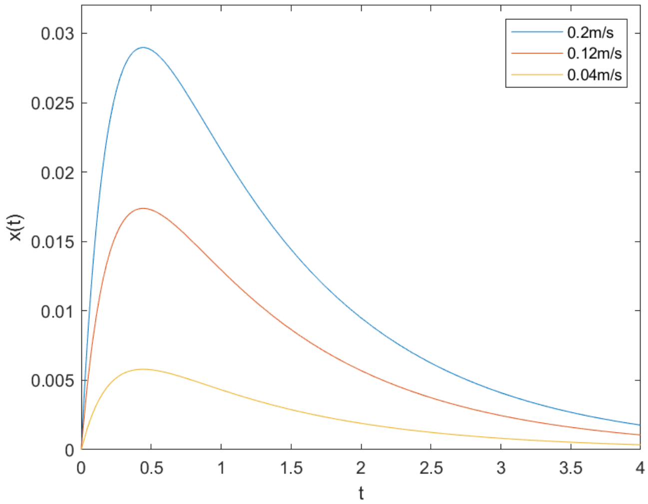
```
wn = 2;
x = exp(-wn*t)*(x(0) + (wn*x(0) + subs(diff(x,t),t,0))*t);
x = subs(x,x(0),0);
for vel = [0.2 0.12 0.04]
X = subs(x,subs(diff(x,t),t,0),vel);
fplot(X,[0 4]);
hold on;
end
hold off;
ylim([0 0.04]);
ylabel('x(t)');
xlabel('t');
legend('0.2m/s','0.12m/s','0.04m/s');
```



12. Simular no MatLab o movimento superamortecido correspondente à Figura 5. Usar a equação (14) para calcular s1 e s2. Usar as condições iniciais dadas na Figura 5 para calcular as constantes de integração c1 e c2. Usar a equação (18) para realizar a simulação. Comparar o seu gráfico com o do tutorial.

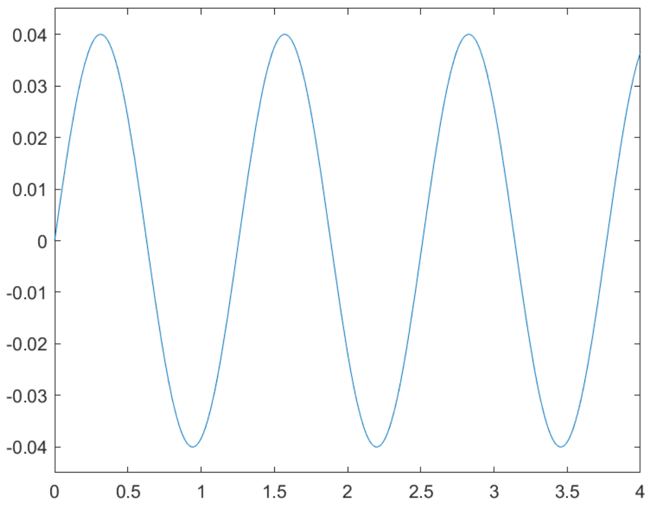
```
wn = 2;
zeta = 1.4;
s1 = -zeta*wn + wn*sqrt(zeta.^2-1);
s2 = -zeta*wn - wn*sqrt(zeta.^2-1);
syms C1 C2;
x(t) = C1*exp(s1*t) + C2*exp(s2*t);
eq1 = x(0) == 0;
for vel = [0.2 0.12 0.04]
```

```
eq2 = subs(diff(x,t),t,0) == vel;
[A,B] = equationsToMatrix...
([eq1, eq2], [C1, C2]);
C = linsolve(A,B);
X = subs(x,C1,C(1));
X = subs(X,C2,C(2));
fplot(X,[0 4]);
hold on;
end
hold off;
ylim([0 0.032]);
ylabel('x(t)');
xlabel('t');
legend('0.2m/s','0.12m/s','0.04m/s');
```



13. Simular no MatLab o movimento sem amortecimento correspondente à Figura 7. Usar a equação (19) com os dados ωn = 5rad/s, x0 = 0 e x'(0) = 0.2m/s. Comparar o seu gráfico com o do tutorial.

```
wn = 5;
syms x(t);
xlinha_0 = subs(diff(x,t),t,0);
x(t) = x(0)*cos(wn*t) + xlinha_0*sin(wn*t)/wn;
x = subs(x,x(0),0);
x = subs(x,xlinha_0,0.2);
fplot(x,[0 4]);
ylim([-0.045 0.045]);
```


0.04
0.03
0.02
0.01
0
-0.01
-0.02
-0.03
-0.04
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4