
UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
OFICINA DE MODELAGEM E SIMULAÇÃO

Lista de Exercícios 02

Marcone Márcio da Silva Faria

1. Suponha que a resposta de um sistema dinâmico seja dado por:

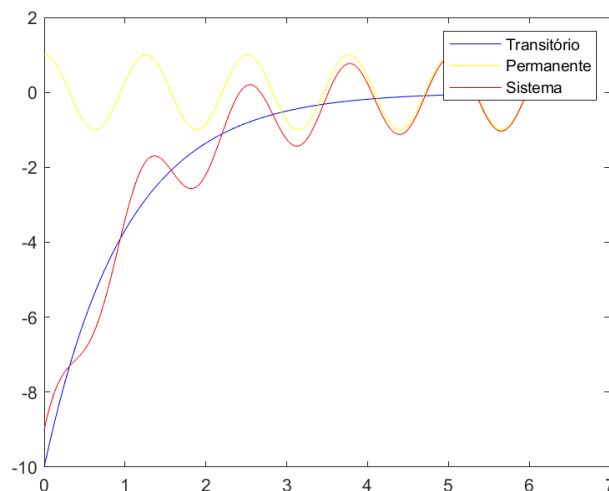
$$x(t) = -10e^{-t} + \cos(5t)$$

- **Achar a resposta transitória e a resposta permanente.**

A resposta transitória nesse caso corresponde a $-10e^{-t}$ já que essa expressão tenderá a zero quando t tender a infinito. Com relação a resposta permanente ela corresponderá a $\cos(5t)$ já que o sistema atingirá um certo equilíbrio e periodicidade.

- **Plotar a resposta transitória, a resposta permanente e a resposta do sistema em uma mesma figura usando Matlab.**

```
t = 0 : 0.01 : 2*pi;  
transient = -10*exp(-t);  
permanent = cos(t*5);  
system = -10*exp(-t) + cos(t*5);  
plot(t, transient, 'b', t, permanent, 'y', t, system, 'r');  
legend('Transitório', 'Permanente', 'Sistema');
```



2. O modelo matemático de sistemas mecânicos com 1GDL com apenas uma massa m , uma mola k e um amortecedor é dado pela EDOL

$$mx'' + cx' + kx = f(t)$$

sendo $x(t)$ a resposta no tempo e $f(t)$ a excitação.

- **Calcular a função de transferência do sistema.**

```
syms s t T x(t) x0 X(s)
syms m c k
f(t) = m*diff(x, 2) + c*diff(x)+ k*x;
laplaceT = laplace(f(t));
laplaceT = subs(laplaceT, {laplace(x(t), t, s), subs(diff(x(t), t), t, 0), x(0))}, {X(s), 0, 0});

Xs(s) = simplify(laplaceT/X(s))

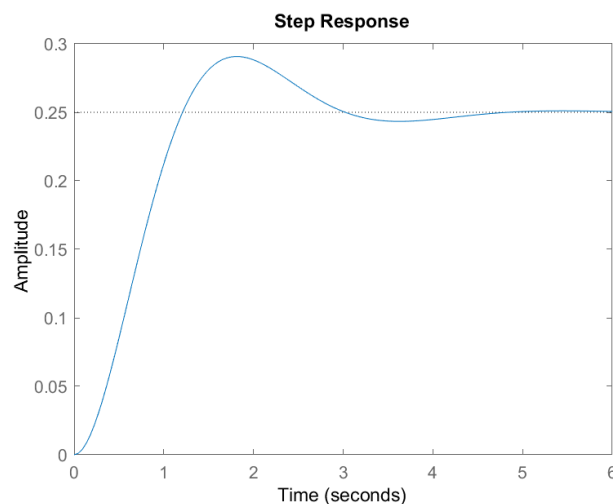
>> Lista02
Xs(s) =
      m*s^2 + c*s + k
```

- **Mostrá-la de forma simbólica usando Matlab. Nota: usar o comando pretty.**

```
pretty(1/Xs)
>> Lista02
      1
-----
      2
m s  + c s + k
```

- **Aplicar uma excitação do tipo degrau unitário e apresentar a resposta $x(t)$ de forma gráfica. Assumir os seguintes parâmetros do sistema: $m = 1\text{kg}$, $c = 2\text{N.s/m}$ e $k = 4\text{N/m}$. Nota: Simular usando o comando step do Matlab.**

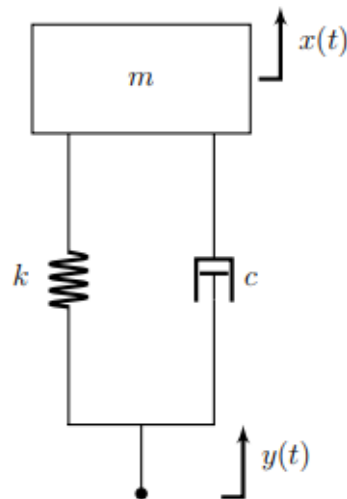
```
G = tf([1],[1 2 4])
step(G)
```



3. O modelo matemático do sistema mecânico da Figura 18 é dado por

$$mx'' + cx' + kx = cy' + ky$$

sendo $x(t)$ o deslocamento da massa ao longo do tempo e $y(t)$ é a excitação do tipo



deslocamento da base.

- Calcular a função de transferência do sistema.

```
syms x(t) y(t) Y(s) X(s) s t m c k
syms m c k
f(t) = m*diff(x, 2) + c*diff(x) + k*x == c*diff(y) + k*y;
laplaceT = laplace(f(t), t, s);
laplaceT = subs(laplaceT, laplace(x, t, s), Y);
laplaceT = subs(laplaceT, x(0), 0);
laplaceT = subs(laplaceT, subs(diff(x(t), t), t, 0), 0);
laplaceT = subs(laplaceT, laplace(y, t, s), X);
laplaceT = subs(laplaceT, y(0), 0);
pretty(laplaceT)

G = (c*s + k)./(m*s.^2 + c*s + k);
pretty(G)

>> Lista02

          2
      k Y(s) + c s Y(s) + m s  Y(s) == k X(s) + c s X(s)
      k + c s
      -----
          2
      m s  + c s + k
```

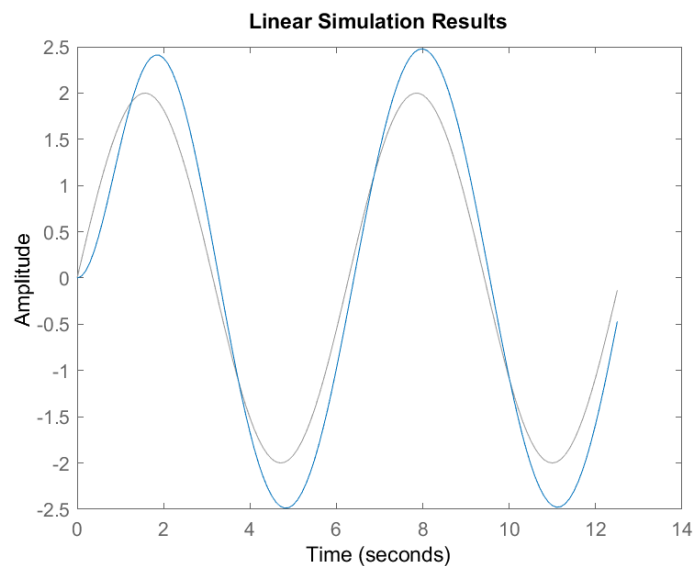
- Mostrá-la de forma simbólica usando Matlab.

```
>> Lista02
```

$$\frac{1}{m s^2 + c s + k}$$

- Aplicar ao sistema uma excitação senoidal com amplitude 2 e frequência 1 rad/s. Apresentar a resposta $x(t)$ de forma gráfica. Assumir os seguintes parâmetros do sistema: $m = 1\text{kg}$, $c = 2\text{N.s/m}$ e $k = 4\text{N/m}$.

```
G = tf([0 2 4], [1 2 4]);
t = 0 : 0.1 : 4*pi;
fs = 2 * sin(t);
lsim(G, fs, t);
```



- Calcular a resposta temporal $x(t)$ para a entrada do item anterior.

4. Calcular a Transformada de Laplace do sinal mostrado na Figura 19. Sugestão: Usar a definição de Transformada de Laplace e usar integração por partes.

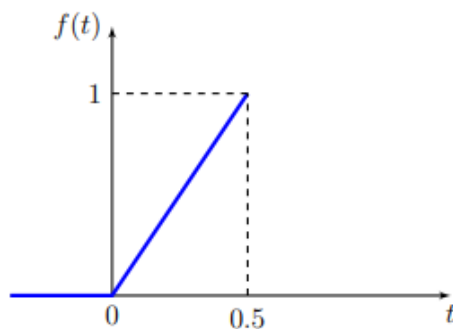


Figura 19

Considerando que o sinal mostrado no figura 19 é da forma $f(t) = 2t$ podemos encontrar a transformada de laplace:

```
syms t;
f=sym(2*t)
F= laplace(f);
pretty(F)
```

```
>> Lista02
f =
2*t

F =
2
--
2
s
```

5. Calcular a Transformada de Laplace do pulso triangular da Figura 20 e simulá-lo usando Matlab.

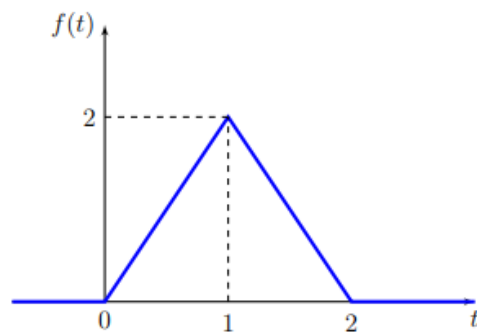


Figura 20

```
syms x
f = sym(triangularPulse(x-1) + 1);
F= laplace(f);
pretty(F)

>> Lista02
exp(-2 s)  exp(-s)  exp(-s)  1  1  exp(-s) (s - 1)
----- - ---- - ---- + - + - + ----
      2      2      s      s  2      2
      s      s
```

6. Dada a Figura 21, encontrar a Transformada de Laplace da função e reproduzi-la em MatLab.

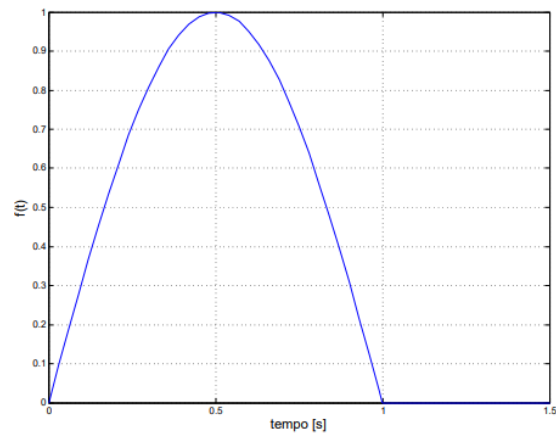


Figura 21

```
syms x
pretty(laplace(-x^2+x))
```

```
>> Lista02
```

```
1      2
--  -  --
2      3
s      s
```

7. Na Figura 22 são apresentados alguns forçamentos que podem ser obtidos a partir de combinações de outros forçamentos. Com base na Figura 22, gerar o pulso trapezoidal conforme ilustrado na Figura 23 usando o prompt do MatLab, onde $F_0 = 10\text{N}$, $t_1 = 1\text{s}$, $t_2 = 2\text{s}$, $t_3 = 2\text{s}$.

```
xaxis = [0 1 2 2];
yaxis = [ 0 10 10 0];
plot(xaxis, yaxis)
xlim([0 3])
ylim([0 12])
```

