UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

OFICINA DE MODELAGEM E SIMULAÇÃO

Lista de Exercícios 06

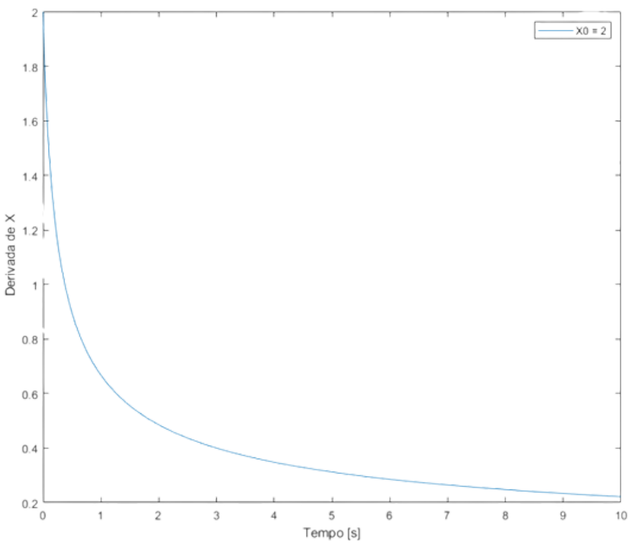
Marcone Márcio da Silva Faria

1. **Considere um sistema de primeira ordem descrito por**

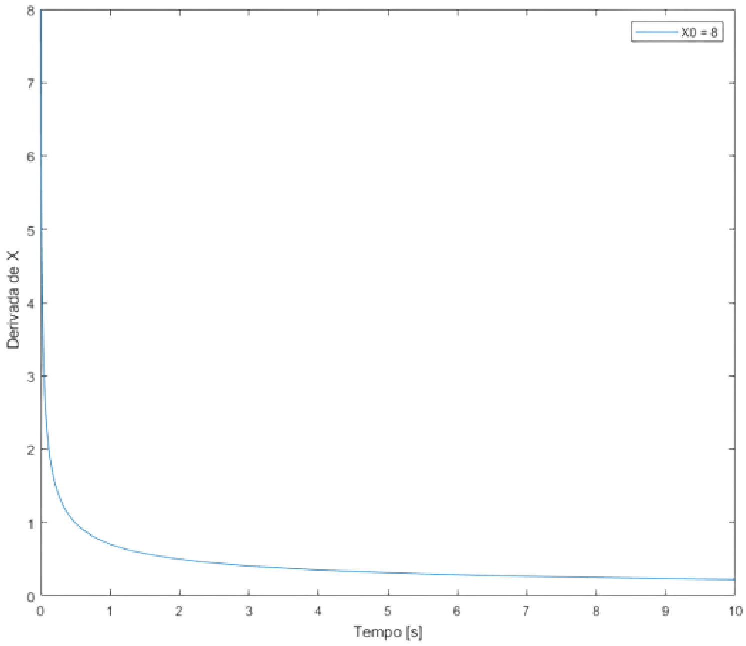
$$x' = f(t, x) = -x^3, \quad x(0) = x_0$$

Defina um certo horizonte de tempo T e escolha uma condição inicial não nula. Utilizando o que foi apresentado neste tutorial, simule o sistema para ao menos duas condições iniciais e apresente em um gráfico a evolução ao longo do tempo de x(t).

```
syms x;
tfinal = 10;
x0 = [2];
[tout, xout] = ode45(@(t,x)func1(t,x), [0 tfinal], x0);
plot(tout,xout)
xlabel ( ' Tempo [s] ' )
ylabel ( ' Derivada de X' )
legend("X0 = 2")
function f = func1(t,x)
 f = [diff(x) (x^3)];
end
```



```
tfinal = 10;
x0 = [8];
[tout, xout] = ode45(@(t,x)func1(t,x), [0 tfinal], x0);
plot(tout,xout)
xlabel ( ' Tempo [s] ' )
ylabel ( ' Derivada de X' )
legend("X0 = 2")
```



2. Seja um sistema não linear descrito pela equação diferencial

$$y'' + 0.02\,y' + y + 5y^3 = 8\,cos(0.5t)$$

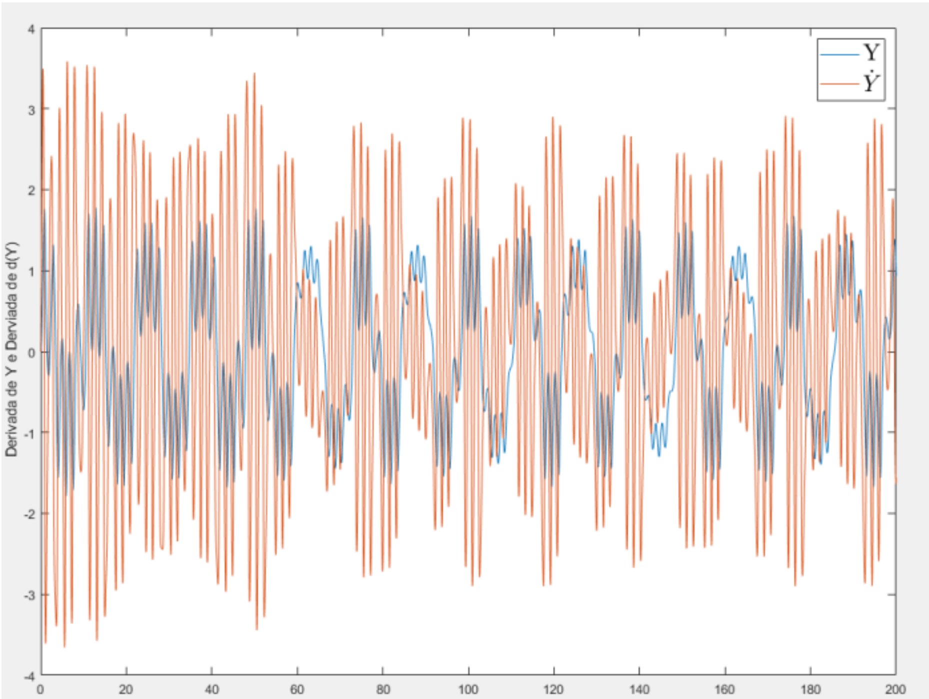
Pede-se:

a) Apresente a descrição em espaço de estados do sistema.

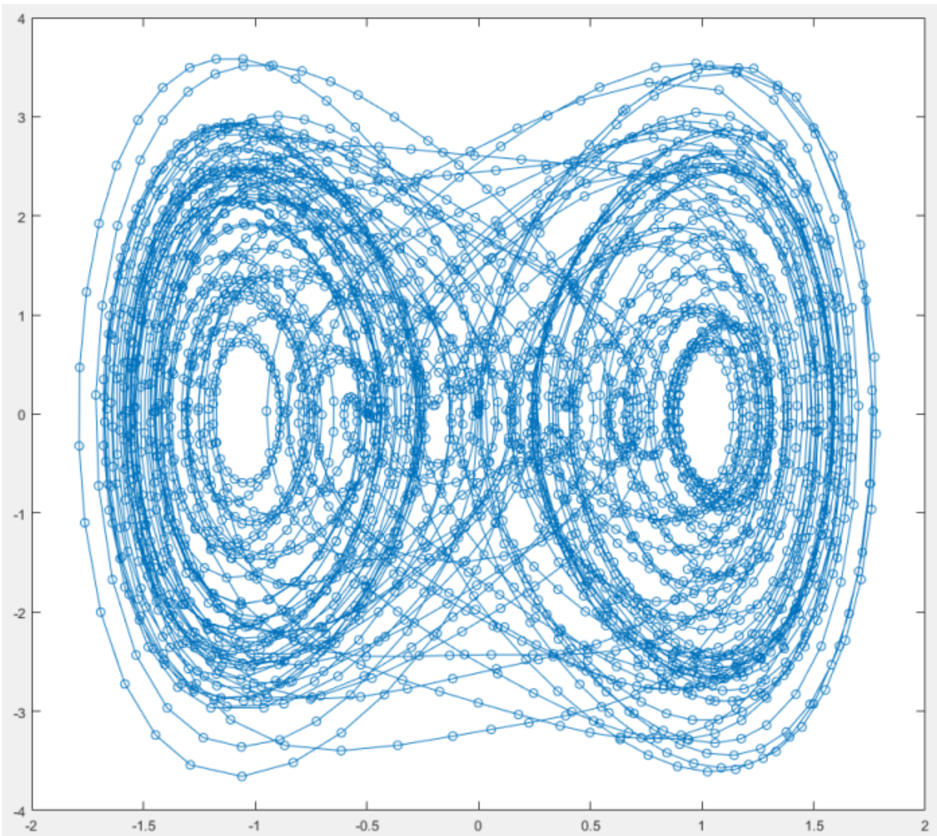
```
[x1'; x2'] = [x2; 8*cos(0.5*t) - 0.02*x(2) - x(1) - 5*(x(1).^3)]
[x1(0); x2(0)] = [0; 0]
```

b) Supondo condições iniciais nulas e um horizonte de tempo de, ao menos, T = 200s, simule o comportamento do sistema e apresenta os gráficos de y(t) e y'(t) ao longo do tempo. Plote também o gráfico y'(t) × y(t), o qual é denominado diagrama de fase. O que é possível observar?

```
tfinal = 200;
x0 = [0; 0]
[tout, xout] = ode45(@(t,x)func2(t,x), [0 tfinal], x0);
plot(tout, xout)
```




```
tfinal = 200;
x0 = [0; 0]:
options2 = odeset('OutputFcn',@odephas2);
[tout, xout] = ode45(@(t,x)func2(t,x), [0 tfinal], x0, options2);
```



3. **Considere o sistema massa-mola-amortecedor apresentado no Tutorial 3, o qual é reproduzido na Figura 7 e cujo modelo matemático em torno do ponto de equilíbrio estático é $my''(t) + cy'(t) + ky(t) = f(t)$ Tomando m = 3 kg, c = 1 Ns/m e k = 10 N/m, pede-se:**

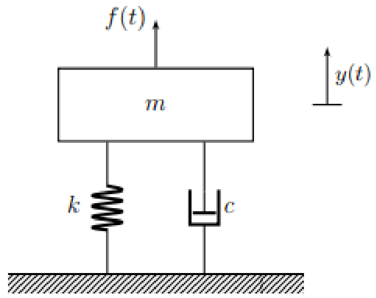


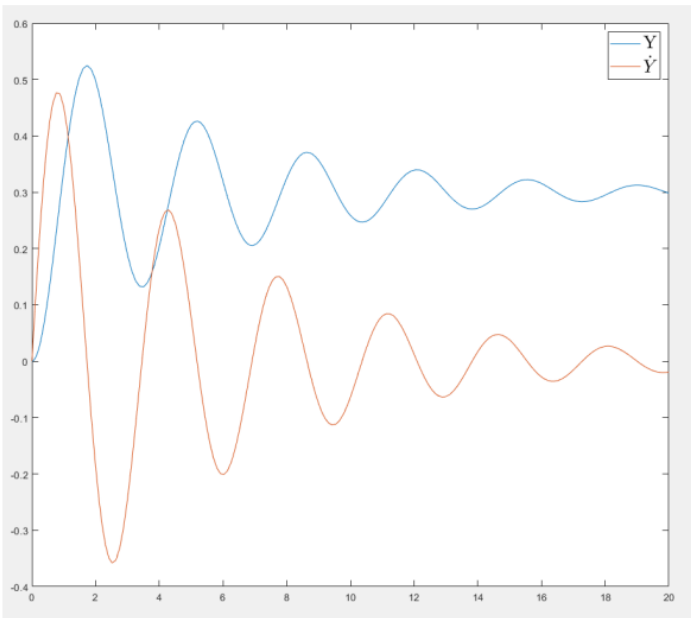
Figura 7: Sistema massa-mola-amortecedor.

   a) **Apresente a descrição em espaço de estados dos sistemas.**

```
[x1'; x2';] = [x2; (3*heaviside(t) - k*x(1) - c*x(2))/m;]
[x1(0); x2(0)] = [0; 0]
```

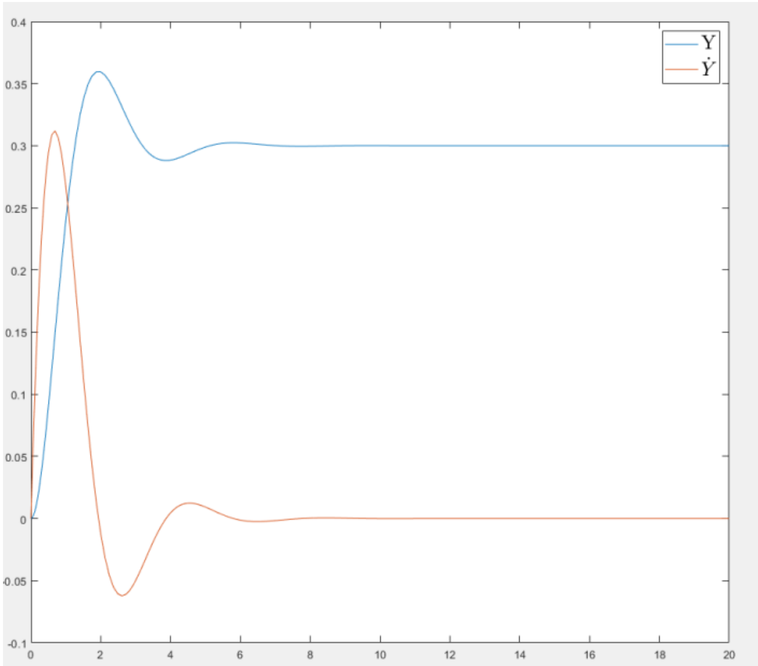
   b) **Simule o sistema para f(t) = 3u(t) e apresente a evolução da posição vertical da massa m ao longo do tempo.**

```
tfinal = 20;
x0 = [0; 0];
m = 3;
c = 1;
k = 10;
[tout, xout] = ode45(@(t,x)func3(t, x, m, c, k), [0 tfinal], x0);
plot(tout, xout)
legend('Y', '$\dot{Y}$', 'Interpreter','latex', fontsize=18)
```

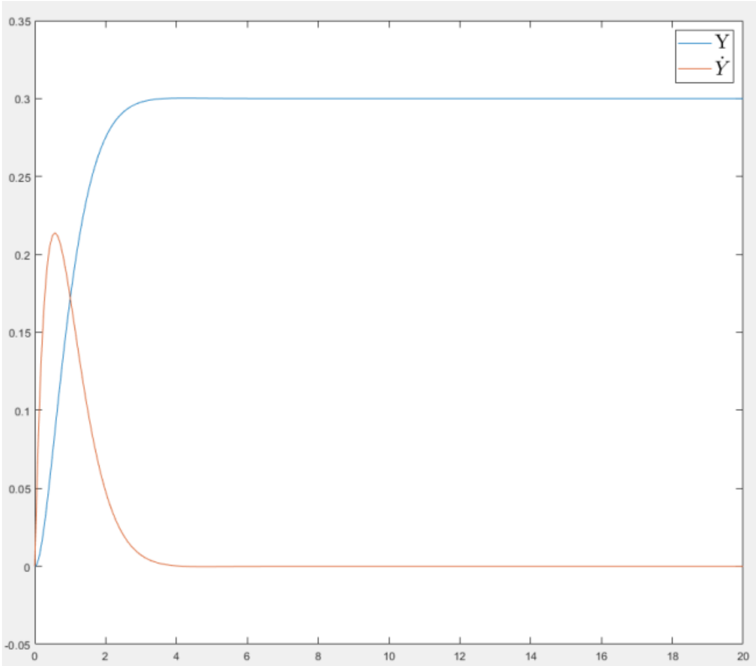


c) **Repita o item anterior, mantendo k = 10 N/m, mas escolha dois valores distintos para c, um maior e outro menor. O que é possível observar em cada caso?**

```
tfinal = 20;
x0 = [0; 0];
m = 3;
c = 5;
k = 10;
[tout, xout] = ode45(@(t,x)func3(t, x, m, c, k), [0 tfinal], x0);
plot(tout, xout)
legend('Y', '$\dot{Y}$', 'Interpreter','latex', fontsize=18)
```




```
tfinal = 20;
x0 = [0; 0];
m = 3;
c = 10;
k = 10;
[tout, xout] = ode45(@(t,x)func3(t, x, m, c, k), [0 tfinal], x0);
plot(tout, xout)
legend('Y', '$\dot{Y}$', 'Interpreter','latex', fontsize=18)
```



d) Repita o item anterior, mantendo 1 Ns/m, mas escolha dois valores distintos para k, um maior e outro menor. O que é possível observar em cada caso?

4. Considere o sistema descrito pelo seguinte par de EDOs $x'' + 4x - y = 0\ y'' + cy = 0$ **com** $x(0) = x'(0) = y(0) = y'(0) = 1$**.**

a) Para c = 9 e t ∈ [0, 200], simule o sistema e plote o diagrama de fase x × x’ × y. Dica: utilize o comando plot3.

b) Repita o item acima para c = 10 e com um horizonte de simulação maior. O que é possível observar com relação a ambas as figuras?