

---

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS**  
**OFICINA DE MODELAGEM E SIMULAÇÃO**

Lista de Exercícios 05

Marcone Márcio da Silva Faria

---

1. O sistema da Figura 7 é submetido a uma força impulsiva  $f(t) = f_0\delta(t)$ , com  $f_0$  a amplitude do impulso. Determine a função de transferência do sistema e, usando o Matlab, apresente o deslocamento da massa  $m$  em função do tempo. Dados  $m = 1$  kg,  $c = 10$  Ns/m,  $f_0 = 100$  N.

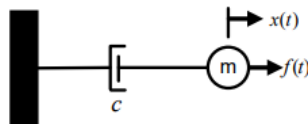
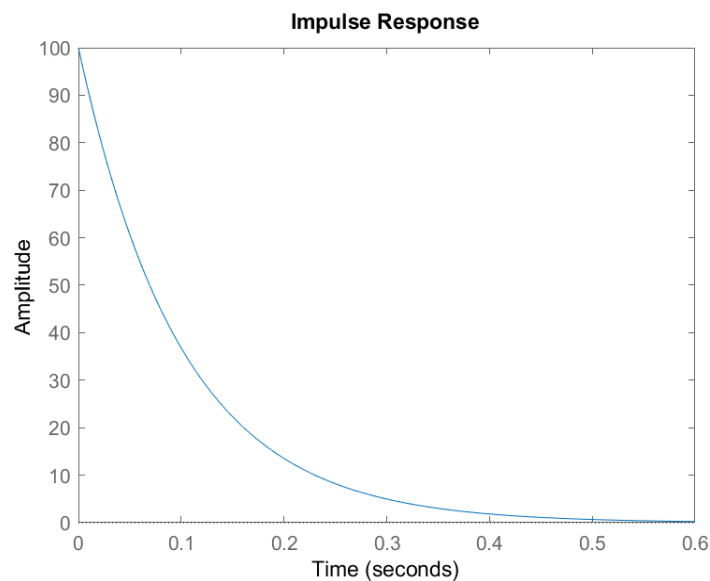


Figura 7: Sistema Massa-Amortecedor.

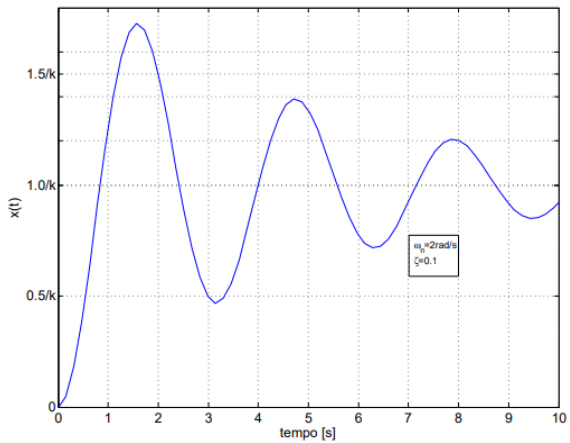
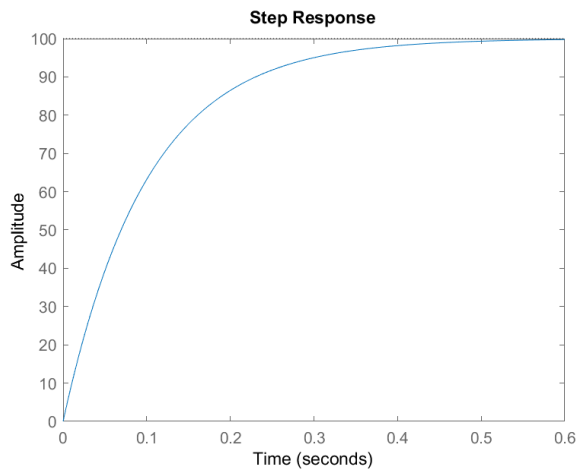
$$f(t) = m \cdot \ddot{x} + c \dot{x}$$

```
m = 1;  
c = 10;  
G = tf(1, [m/100 c/100]);  
impz(G)
```



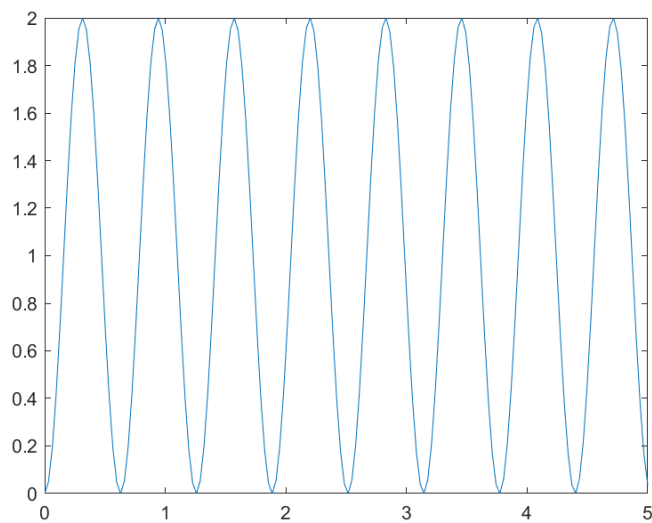
2. Idem exercício 1, porém agora a excitação é uma força constante  $f(t) = f_0 u(t)$ . Compare a forma do gráfico com o da Figura 4.

```
m = 1;
c = 10;
G = tf(1, [m/1000 c/1000]);
step(G, 0.6)
```



3. Um sistema mecânico sem amortecimento, com  $m = 1 \text{ kg}$  e  $k = 100 \text{ N/m}$ , inicialmente em repouso, é submetido a uma força constante com módulo  $f_0 = 10 \text{ N}$ . Apresente, graficamente, a resposta do sistema.

```
m = 1;
k = 100;
G = tf(k/10, [m/10 0 k/10]);
[y,time] = step(G, 5);
plot(time', y)
```

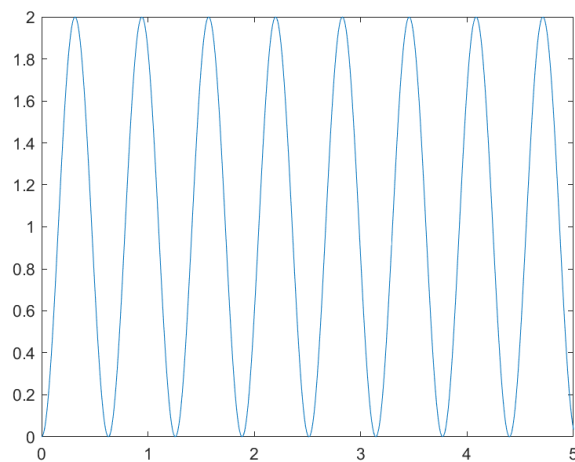


4. A partir da equação (6), deduzir uma expressão para a resposta do sistema do exercício anterior e graficá-la usando MatLab, comparando-a com o gráfico obtido anteriormente.

```
zeta = 0;
k = 100;
wn = sqrt(k);
wd = wn*sqrt(1-zeta);
t = 0: 0.01: 5;

fx = (1 - exp(-zeta.*wn.*t) .* (cos(wd.*t) +
(zeta.*wn/wd).*sin(wd.*t)));

plot(t, fx);
```

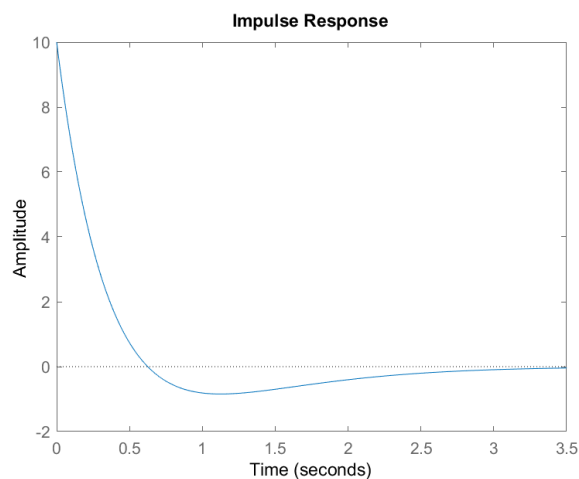


5. Seja  $G(s) = \frac{10s+4}{s^2+4s+4}$  a função de transferência de um sistema em malha fechada.

Usando Matlab, obtenha a resposta  $y(t)$  quando é aplicado:

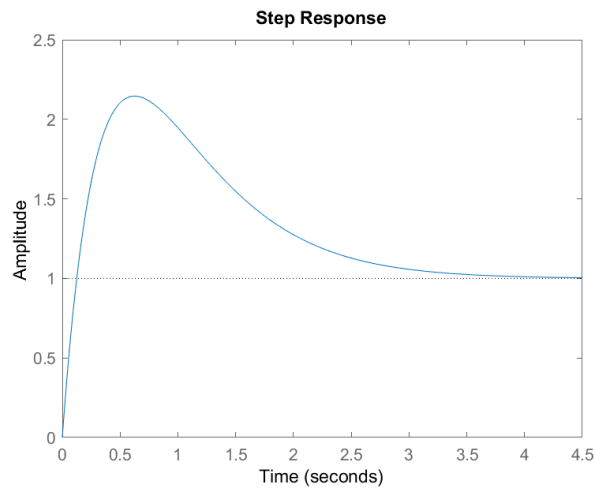
- a. um impulso unitário de entrada

```
G = tf([10 4],[1 4 4])
impz(G)
```



b. um degrau unitário de entrada

step(G)



6. Considere o sistema de 4ª ordem definido por:

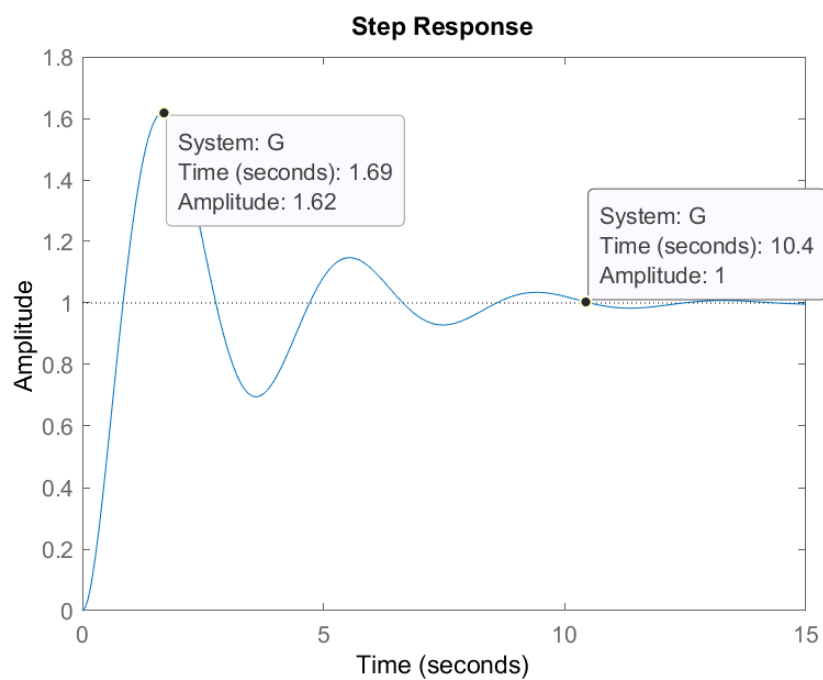
$$G(s) = \frac{6.32s^2 + 18s + 12.81}{s^4 + 6s^3 + 11.32s^2 + 18s + 12.81}$$

Desenhe a curva de resposta ao degrau unitário desse sistema. Obtenha o tempo de subida, tempo de pico, máximo sobressinal e tempo de acomodação.

```
G=tf([6.32 18 12.81],[1 6 11.32 18 12.81]);
```

```
step(G)
```

```
stepinfo(G)
```



Utilizando a função `stepinfo`, temos:

```
>> Lista05

ans =

    struct with fields:

        RiseTime: 0.5780
        TransientTime: 10.0348
        SettlingTime: 10.0348
        SettlingMin: 0.6953
        SettlingMax: 1.6184
        Overshoot: 61.8368
        Undershoot: 0
        Peak: 1.6184
        PeakTime: 1.6712
```

**7. Considere o sistema de malha fechada definido por:**

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

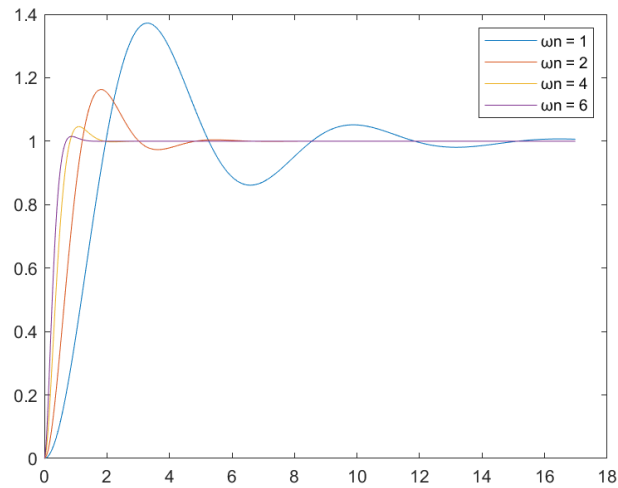
**Utilizando um loop for, escreva um programa para obter a resposta ao degrau unitário desse sistema para os seguintes casos:**

- a.  $\zeta = 0.3$  e  $\omega_n = 1$
- b.  $\zeta = 0.5$  e  $\omega_n = 2$
- c.  $\zeta = 0.7$  e  $\omega_n = 4$
- d.  $\zeta = 0.8$  e  $\omega_n = 6$

```
j = [1, 2, 4, 6];
k = [0.3, 0.5, 0.7, 0.8];

for i = 1:4
    G1(i,1) = tf(j(i)^2, [1 2*k(i)*j(i) j(i)^2]);
    [x,t] = step(G1);
    plot(t,x)

    legend({'\omega_n = 1', '\omega_n = 2', '\omega_n = 4', '\omega_n = 6'})
end
```



8. Considerando a mesma função de transferência e entrada do exercício anterior, obtenha as respostas do sistema variando o valor de  $\zeta$ , para  $\omega_n$  fixo em 1. Para quais valores de  $\zeta$  o sistema é sub, super e criticamente amortecido?

**Subamortecido:**  $0 < \zeta < 1$

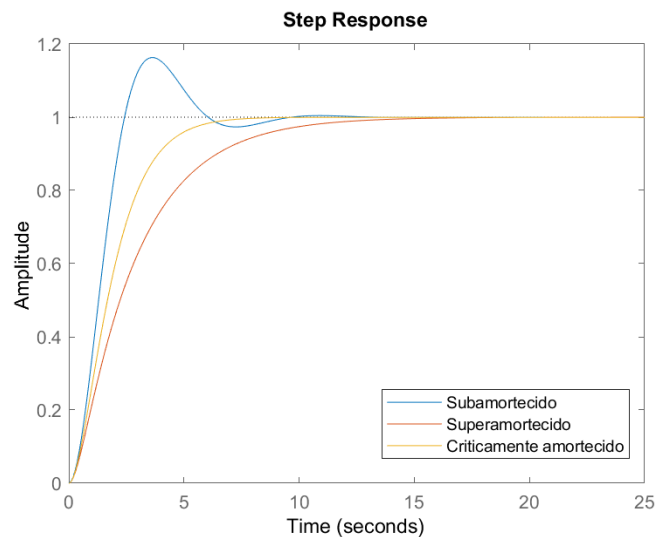
**Superamortecido:**  $\zeta > 1$

**Criticamente amortecido:**  $\zeta = 1$

```
Gsb = tf([1],[1 1 1]);
Gsp = tf([1],[1 3 1]);
Gca = tf([1],[1 2 1]);

step(Gsb)
step(Gsp)
step(Gca)

legend({'Subamortecido', 'Superamortecido', 'Criticamente
amortecido'})
```



**9. Pesquise e analise os comandos `tf2ss` e `ss2tf`, comentando-os. Mostre um exemplo para um sistema de segunda ordem de como utilizar ambos os comandos.**

`[A,B,C,D] = tf2ss(b,a)` converte uma função de transferência de entrada única em tempo contínuo ou discreto em uma representação equivalente em espaço dos estados.

```
[num, dem] = ord2(2.4, 0.4);  
[A,B,C,D] = tf2ss(num, dem)
```

```
>> Lista05
```

```
A =  
    -1.9200    -5.7600  
     1.0000         0
```

```
B =  
     1  
     0
```

```
C =  
     0     1
```

```
D =  
     0
```

`[b,a] = ss2tf (A,B,C,D)` converte uma representação de espaço dos estados de um sistema em uma função de transferência equivalente. retorna a função de transferência para sistemas de tempo contínuo e a função de transferência de transformação Z para sistemas de tempo discreto

```
[a, b] = ord2(2.4, 0.4);  
[b,a] = ss2tf (A,B,C,D)
```

```
>> Lista05
```

```
b =  
     0     0     1
```

```
a =  
1.0000    1.9200    5.7600
```

### 10. Analise/Comente o código:

```
>> num = [ 0 2 2 5 ] ;  
>> den = [ 1 4 2 5 ] ;  
>> [ u , t ] = gensig('square' , 20 , 100 , .01 ) ;
```

**Os comandos** `impulse`, `stepinfo` e `ginput` **podem ajudar.**

Gera um sinal periódico com tempo de amostra especificado. Nesse caso:

`'square'`: tipo da onda (quadrada);

20: período;

100: tempo de simulação;

0,1: passo;

`gensig` retorna um vetor de amostras de tempo e o vetor de valores de sinal nessas amostras.

