



Indutância Série

- O fluxo de corrente elétrica por um condutor produz um fluxo magnético concêntrico em torno do condutor.
- Se o fluxo possuir uma variação temporal uma tensão entre os terminais do condutor será induzida.
- Em outras palavras, existirá uma indutância associada ao condutor.
- Por definição, a indutância pode ser determinada pela razão do fluxo concatenado pela corrente elétrica.

$$L = \frac{\lambda}{i}$$

Diagram illustrating the formula for Inductance (L):

- L is Indutância [H]
- λ is Fluxo concatenado [W.espira]
- i is Corrente [A]

51

Indutância Série

- O fluxo concatenado é dado por:

$$\lambda = N\phi$$

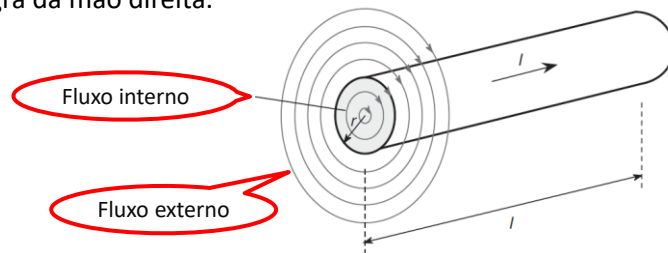
Diagram illustrating the formula for Flux Linkage (λ):

- λ is Fluxo concatenado [W.espira]
- N is Número de espiras [W]
- ϕ is Fluxo magnético [W]

52

Indutância Série

- Indutância de um condutor circular, sólido e infinitamente longo
 - Considerando um condutor sólido, circular com raio r e transportando uma corrente I como ilustrado abaixo.
 - Se o condutor é constituído de material não magnético e a corrente se encontra uniformemente distribuída pela seção transversal do condutor, ou seja, não há efeito pelicular, o fluxo magnético interno e externo ao condutor possuíram linhas de campo concêntricas ao condutor com direção definida pela regra da mão direita.



53

Indutância Série

- Indutância de um condutor circular, sólido e infinitamente longo
 - Dessa forma pode-se calcular a indutância decorrente do fluxo interno e do fluxo externo ao condutor.

54

Indutância Série

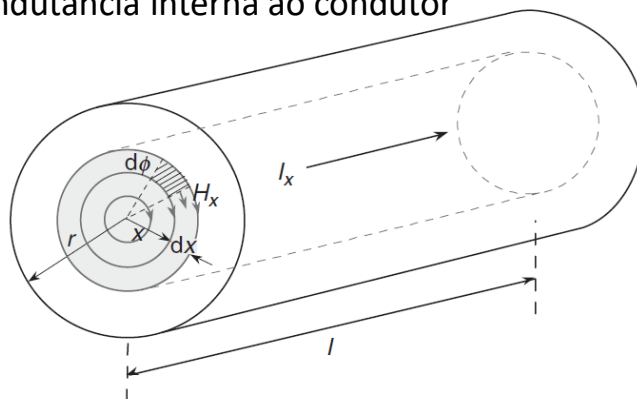
- Indutância de um condutor circular, sólido e infinitamente longo
 - Indutância interna ao condutor
 - Para se obter a indutância interna ao condutor será determinado o campo magnético para um raio x dentro do condutor e para isso é preciso conhecer a fração da corrente para o referido raio.

$$I_x = I \frac{\pi x^2}{\pi r^2}$$

55

Indutância Série

- Indutância de um condutor circular, sólido e infinitamente longo
 - Indutância interna ao condutor



56

Indutância Série

- Indutância de um condutor circular, sólido e infinitamente longo

- Indutância interna ao condutor

- Pela circuital de Ampère, tem-se:

$$H_x = \frac{I_x}{2\pi x} = \frac{I}{2\pi r^2} x \text{ (A/m)}$$

$$B_x = \mu H_x = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{Ix}{r^2} \right) \text{ (T)}$$

57

Indutância Série

- Indutância de um condutor circular, sólido e infinitamente longo

- Indutância interna ao condutor

- Para materiais não magnéticos a seguinte aproximação pode ser adotada:

$$\mu = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$$

- O diferencial de fluxo englobado por um anel de espessura dx e 1 metro de comprimento será:

$$d\phi = B_x dx = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{Ix}{r^2} \right) dx \text{ (Wb/m)}$$

Indutância Série

- Indutância de um condutor circular, sólido e infinitamente longo
 - Indutância interna ao condutor
 - O diferencial de fluxo concatenado corresponderá a uma parcela do fluxo pois, o fluxo incremental se concatena enlaça) apenas com uma fração da corrente i . Logo:

$$d\lambda = \frac{\pi x^2}{\pi r^2} d\phi = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{Ix^3}{r^4} \right) dx \text{ (Wb/m)}$$

59

Indutância Série

- Indutância de um condutor circular, sólido e infinitamente longo

- Integrando

$$\lambda_{\text{int}} = \int_0^r d\lambda = \frac{\mu_0}{8\pi} I \text{ (Wb/m)}$$

- Indutância interna ao condutor

$$L_{\text{int}} = \frac{\lambda_{\text{int}}}{I} = \frac{\mu_0}{8\pi} \text{ (H/m)}$$

60

Indutância Série

- Indutância de um condutor circular, sólido e infinitamente longo
 - Indutância externa ao condutor
 - A indutância externa é calculada assumindo que a corrente está concentrada totalmente na superfície do condutor.

$$H_y = \frac{I}{2\pi y} \text{ (A/m)}$$

$$B_y = \mu H_y = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{y} \text{ (T)}$$

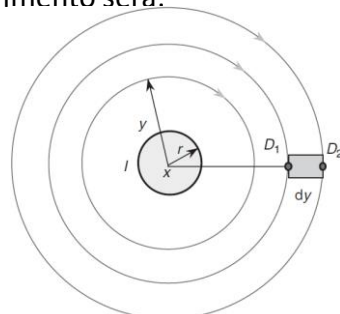
61

Indutância Série

- Indutância de um condutor circular, sólido e infinitamente longo
 - Indutância externa ao condutor
 - O diferencial de fluxo englobado por um anel de espessura dy e 1 metro de comprimento será:

$$d\phi = B_y dy = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{y} dy \text{ (Wb/m)}$$

$$d\lambda = d\phi = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{y} dy \text{ (Wb/m)}$$



Indutância Série

- Indutância de um condutor circular, sólido e infinitamente longo
 - Indutância externa ao condutor
 - O fluxo externo total será obtido integrando o fluxo concatenado entre D1 e D2

$$\lambda_{1-2} = \int_{D_1}^{D_2} d\lambda = \frac{\mu_0}{2\pi} I \int_{D_1}^{D_2} \frac{dy}{y} = \frac{\mu_0}{2\pi} I \ln\left(\frac{D_1}{D_2}\right) \text{ (Wb/m)}$$

63

Indutância Série

- Indutância de um condutor circular, sólido e infinitamente longo
 - Indutância externa ao condutor
 - O fluxo externo total entre a superfície do condutor e um ponto D será:

$$\lambda_{\text{ext}} = \int_r^D d\lambda = \frac{\mu_0}{2\pi} I \ln\left(\frac{D}{r}\right) \text{ (Wb/m)}$$

64

Indutância Série

- Indutância de um condutor circular, sólido e infinitamente longo

- Indutância total

$$\lambda_{\text{intl}} + \lambda_{\text{ext}} = \frac{\mu_0}{2\pi} I \left[\frac{1}{4} + \ln\left(\frac{D}{r}\right) \right] = \frac{\mu_0}{2\pi} I \ln\left(\frac{D}{e^{-1/4}r}\right) \text{ (Wb/m)}$$

$$L_{\text{tot}} = \frac{\lambda_{\text{int}} + \lambda_{\text{ext}}}{I} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{D}{\text{GMR}}\right) \text{ (H/m)}$$

GMR Raio
Médio
Geométrico

$$e^{-1/4}r = 0.7788r$$

65

Indutância Série

- Indutância de um condutor circular, sólido e infinitamente longo

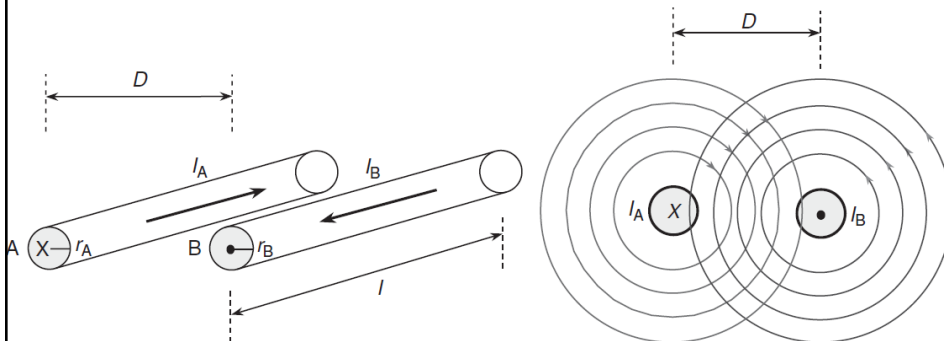
- Indutância total

- GMR = (geometric mean radius)
- GMR pode ser considerado como sendo o raio do condutor fictício que não possui fluxo interno mas possui a mesma indutância do condutor de raio r .

66

Indutância Série

- Indutância associada a uma linha monofásica a dois condutores



67

Indutância Série

- Nessa condições, o fluxo concatenado pelos condutores A e B em um ponto P, será:

$$\lambda_{AP} = \lambda_{AAP} + \lambda_{ABP}$$

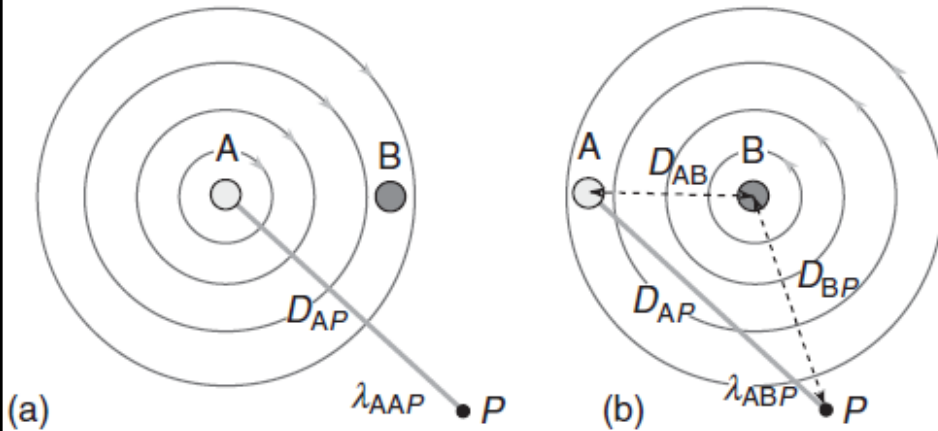
$$\lambda_{BP} = \lambda_{BBP} + \lambda_{BAP}$$

- Ou seja, em um ponto P o fluxo concatenado pelo conduto A, por exemplo, terá a parcela do fluxo decorrente do condutor A e a parcela decorrente do condutor B.
- O mesmo se aplica ao fluxo concatenado pelo condutor B em um ponto P .

68

Indutância Série

- Para os fluxos anteriores considera-se



69

Indutância Série

- Cada parcela do fluxo concatenado será, por sua vez dado por:

$$\lambda_{AAP} = \frac{\mu_0}{2\pi} I \ln\left(\frac{D_{AP}}{\text{GMR}_A}\right) \text{ (Wb/m)}$$

$$\lambda_{ABP} = \int_D^{D_{BP}} B_{BP} dP = -\frac{\mu_0}{2\pi} I \ln\left(\frac{D_{BP}}{D}\right) \text{ (Wb/m)}$$

$$\lambda_{BAP} = \int_D^{D_{AP}} B_{AP} dP = -\frac{\mu_0}{2\pi} I \ln\left(\frac{D_{AP}}{D}\right) \text{ (Wb/m)}$$

$$\lambda_{BBP} = \frac{\mu_0}{2\pi} I \ln\left(\frac{D_{BP}}{\text{GMR}_B}\right) \text{ (Wb/m)}$$

70

Indutância Série

- O fluxo concatenado no ponto P pode ser então calculado da seguinte maneira:

$$\lambda_P = \lambda_{AP} + \lambda_{BP} = (\lambda_{AAP} + \lambda_{ABP}) + (\lambda_{BAP} + \lambda_{BBP})$$

$$\lambda_P = \frac{\mu_0}{2\pi} I \ln \left[\left(\frac{D_{AP}}{\text{GMR}_A} \right) \left(\frac{D}{D_{AP}} \right) \left(\frac{D_{BP}}{\text{GMR}_B} \right) \left(\frac{D}{D_{BP}} \right) \right] = \frac{\mu_0}{2\pi} I \ln \left(\frac{D^2}{\text{GMR}_A \text{GMR}_B} \right) \text{ (Wb/m)}$$

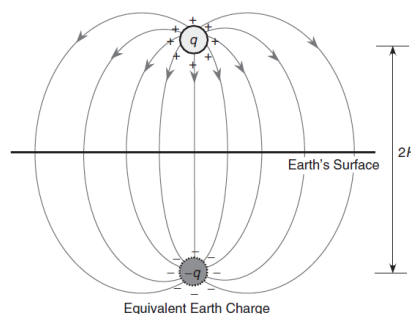
$$\lambda = \frac{\mu_0}{\pi} I \ln \left(\frac{D}{\text{GMR}} \right) \text{ (Wb/m)}$$

$$L_{1\text{-phase system}} = \frac{\lambda}{I} = \frac{\mu_0}{\pi} \ln \left(\frac{D}{\text{GMR}} \right) \text{ (H/m)}$$

71

Indutância Série

- Esse desenvolvimento pode ser empregado para determinar, considerando-se o método das imagens, a indutância de uma linha condutor a uma altura H do solo (Plano de terra)



72

Indutância Série

- Assim, a indutância própria da linha será:

$$L_{ii} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{2h}{r'}$$

Altura da linha em relação ao plano de terra

Raio médio geométrico do condutor