#### SEL0417 - Fundamentos de Controle

Análise da Resposta em Frequência

- São adequadas para aplicações em telecomunicações e projetos de filtro, por exemplo.
- Nas aplicações de controle, essa análise é importante, pois relaciona especificações no domínio da frequência e do tempo.



$$r(t) = R \cdot sen(\omega_0 t)$$

$$y(t) = Y \cdot sen(\omega_0 t + \varphi)$$

Soluções de estado estacionário (são funções)

No domínio de Laplace (da frequência):

$$Y(s) = M(s)R(s)$$

Para sinais senoidais de amplitude constante:

$$Y(j\omega) = M(j\omega)R(j\omega)$$

Pode-se usar, então, a notação fasorial:

$$Y(j\omega) = |Y(j\omega)| \angle [Y(j\omega)]$$

assim:

$$|Y(j\omega)| = |M(j\omega)| \cdot |R(j\omega)|$$

$$\angle[Y(j\omega)] = \angle[M(j\omega)] + \angle[R(j\omega)]$$

No caso apresentado, os sinais r(t) e y(t) no domínio da frequência são:

$$R(s) = R \angle 0 e Y(s) = Y \angle \varphi$$

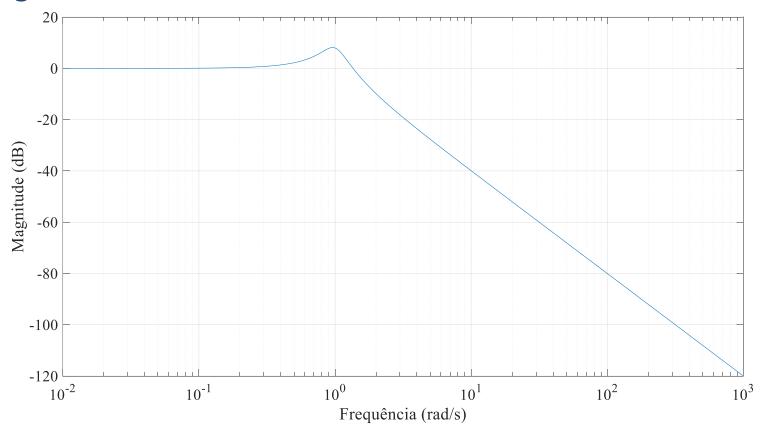
Tem-se:

$$Y = R|M(j\omega_0)|$$

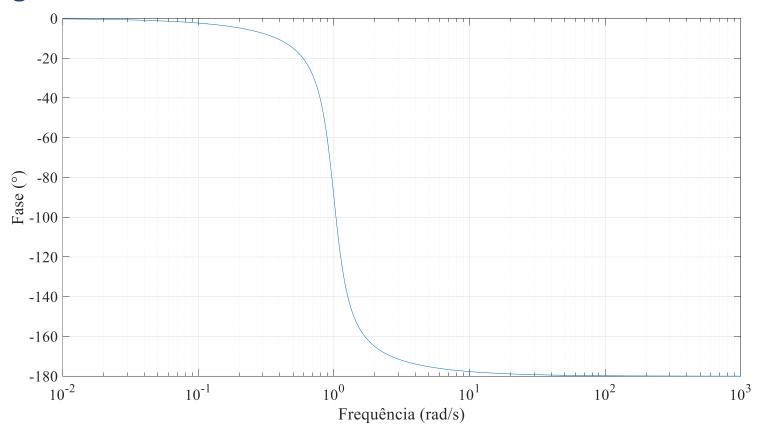
e

$$\varphi = \angle [M(j\omega_0)] + 0 \Rightarrow \angle [M(j\omega_0)] = \varphi$$

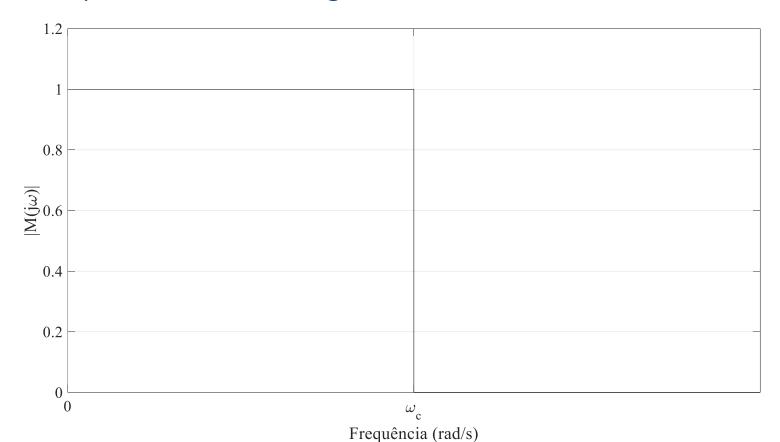
- $|M(j\omega_0)|$  e  $\phi_m(j\omega_0)$  são funções da frequência  $\omega$ .
- Diagramas de Bode:



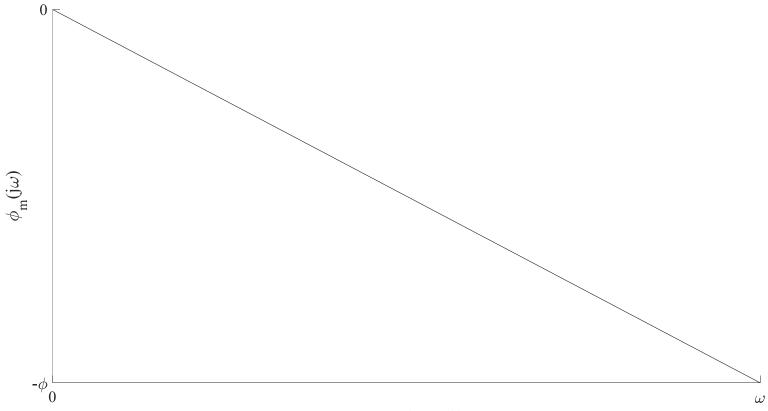
- $|M(j\omega_0)|$  e  $\phi_m(j\omega_0)$  são funções da frequência  $\omega$ .
- Diagramas de Bode:



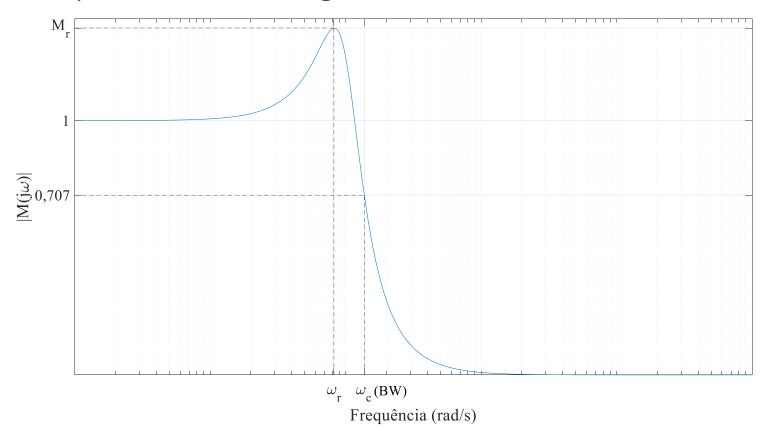
- Características de um filtro ideal (Passa-baixas):
  - Comportamento de magnitude:



- Características de um filtro ideal (Passa-baixas):
  - Comportamento da fase:

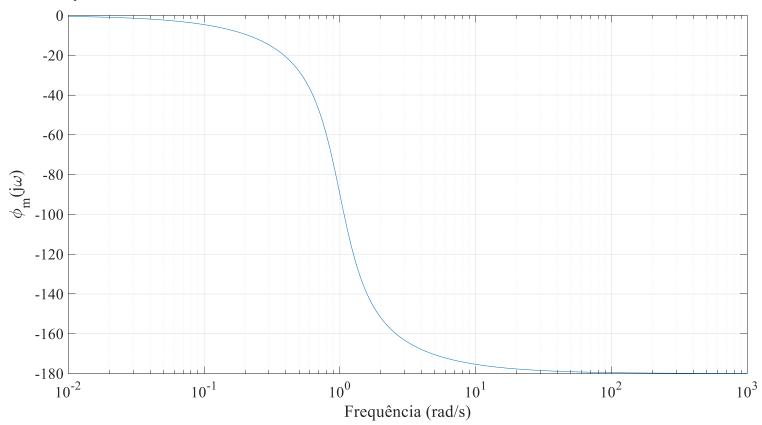


- Características de um sistema real:
  - Comportamento da magnitude:



- Pico de ressonância ( $M_r$ ): Máximo valor de  $|M(j\omega)|$ .
- Frequência de ressonância ( $\omega_r$ ): Frequência na qual ocorre o pico  $M_r$ .
- Largura de banda (ou de faixa) (BW ou  $\omega_c$  frequência de corte): Frequência na qual o ganho cai para 70,7% do valor de regime permanente.
- Taxa de atenuação: inclinação (derivada) do diagrama de Bode de magnitude em uma dada frequência.

- Características de um sistema real:
  - Comportamento da fase:



#### Interpretações:

- M<sub>r</sub> indica a estabilidade relativa de um sistema estável em malha fechada:
  - Alto  $M_r \Rightarrow$  alto overshoot  $M_0 \Rightarrow$  baixo amortecimento
  - Baixo  $M_r \Rightarrow$  baixo *overshoot*  $M_0 \Rightarrow$  alto amortecimento
- BW fornece indicações sobre a resposta transitória do sistema:
  - Alta BW  $\Rightarrow$  pequeno tempo de subida  $t_r$
  - Baixa BW  $\Rightarrow$  Grande tempo de subida  $t_r$

Obs: a BW também indica a capacidade de rejeição de ruído e a insensibilidade a variação de parâmetros (robustez) do sistema.

- Interpretações:
  - A taxa de atenuação fornece um indicativo da capacidade do sistema para distinguir sinais e ruídos.
    - Maior taxa de atenuação ⇒ melhor distinção sinal/ruído.
    - Menor taxa de atenuação ⇒ pior distinção sinal/ruído.