## Problema 5.01. ()

Os parâmetros de uma linha de transmissão são R, G, C, L. Se for escolhida a frequência f e a potência incidente em z=0 é  $P_{m,0}$ .

Dado que  $R=20\Omega m^{-1},\,G=80\times 10^{-6}Sm^{-1},\,L=0.4\times 10^{-6}Hm^{-1},\,C=40\times 10^{-12}Fm^{-1},\,f=50MHz,\,P_{m,0}=1W$  e  $z_1=-10m$ , calcule:

- a) a impedância característica da linha.
- b) a constante de propagação.
- c) a potência média da onda incidente em  $z_1$ .

Solução:

A impedância e a admitância da linha são, respectivamente,

$$Z = R + j2\pi\omega f L$$

$$Y = G + j2\pi\omega fC$$

A constante de propagação é

$$k = \sqrt{ZY}$$

A impedância característica da linha com perdas é

$$Z_{o,p} = \sqrt{Z/Y}$$

A potência média incidente em um ponto da linha  $z_1$  pode ser comparado em relação à potência em z=0, como mostra a equação

$$P_m(z=z_1) = P - m(z=0)e^{-2kz}$$

Substituindo os valores, temos que:

$$k = 0.10 + j1.26m^{-1}$$

$$Z = 100.3 - j7.6\Omega$$

$$P_m(z=z_1)=7.96W.$$

## Problema 5.02. ()

Em uma linha de transmissão de comprimento l e impedância característica  $Z_0$  a velocidade de propagação de onda é  $v_f$ . A linha é conectada em um extremo por gerador de tensão fasorial  $V_s$  e impedância interna  $Z_s$  e no outro extremo por impedância de carga  $Z_L$ . Se a frequência é f, calcular a tensão fasorial total em  $Z_L$ .

Dados:  $l = 80m, Z_0 = 50\Omega, v_f = 2c/3, V_s = 120\angle 0, Z_s = 12\Omega, Z_L = 80\Omega, f = 500kHz$ . Solução:

O coeficiente de reflexão na carga é

$$\Gamma_0 = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = 0.23$$

A constante de propagação é

$$k = 2\pi f/v_f = 0.0157$$

A impedância de entrada da linha é, para l positivo,

$$Z_e = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan(kl)}{Z_0 + jZ_L \tan(kl)} = 34.52 \angle - 16.01$$

A tensão nos terminais de entrada da linha é

$$Z_e = V_s \frac{Z_e}{Z_e + Z_s} = 84.71 \angle - 4.11$$

A amplitude da onda incidente vale

$$V^{+} = \frac{V_e}{e^{jkl} + \Gamma_0 e^{-jkl}} = 108.7 \angle - 66.62V$$

A tensão fasorial em z=0 vale então

$$V(z=0) = V^{+} \left( e^{-jkl} + \Gamma_0 e^{jkl} \right) = V^{+} \left( 1 + \Gamma_0 \right) = 133.7 \angle - 66.6$$

## Problema 5.03. ()

A relação de onda estacionária em uma linha de transmissão, cuja impedância característica é  $Z_0$ , é ROE. Esta linha é usada para medir as posições de máximos e mínimos de tensão da onda estacionária. Quando essa linha está terminada por  $Z_L$  a posição de um mínimo é marcada com um risco na linha. Quando  $Z_L$  é substituída por um curto-circuito as posições de mínimo estão separadas de  $\Delta l$  e um mínimo está localizado em posição distante l do risco, na direção da fonte de sinal. Calcular  $Z_L$ .

Dados:  $Z_0 = 60\Omega$ , ROE = 2.5,  $\Delta l = 25cm$ , l = 7cm Solução:

A constante de propagação é  $k=2\pi f/v_f$ ; a impedância no ponto de mínimo da onda estacionária é

$$Z_{min} = Z_0/ROE = 24\Omega$$

o ponto mínimo da onda estacionária produzido com a carga  $Z_L$  é

$$L_{min} = -\left(\Delta l - l\right) = -18cm$$

A impedância é

$$Z_L = Z_0 \frac{Z_{min} + jZ_0 \tan(kL_{min})}{Z_0 + jZ_{min} \tan(kL_{min})} = 47.9 - j49.4\Omega$$

**Problema 5.04.** (Schaum 6.81) Para certa linha de transmissão,  $l = 1m, f = 262.5 MHz, R_0 = 50\Omega, Z_L = (30 - j200)\Omega, Z_S = (100 + j50)\Omega, u = 300m/\mu s$ , calcule o comprimento elétrico da linha e os coeficientes de reflexão na carga e no início da linha.

Solução:

A definição de comprimento elétrico é

$$l_e = \frac{l}{\lambda} = \frac{lf}{u} = 0.875$$

Assim, na carga, tem-se que

$$\Gamma_L = \frac{Z_L - R_C}{Z_L + R_C} = 0.933 \angle - 27.5$$

E como

$$\Gamma(z) = \Gamma_L e^{j2\beta(z-l)} = \Gamma_L e^{j2\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)(z-l)}$$

Assim, em z = 0, temos que

$$\Gamma(z=0) = \Gamma_L e^{-j2(\frac{2\pi}{\lambda})l} = \Gamma_L e^{-j4\pi l_e} = 0.933 \angle 62.5$$

**Problema 5.05.** (Schaum 6.115) Uma antena de impedância de entrada  $(72 + j40)\Omega$  em f = 100 MHz está conectada à um gerador de mesma frequência por uma seção de ar de  $300\Omega$  e comprimento de 1.75m. Dado que o gerador possue tensão de 10V e impedância interna de  $50\Omega$ , determine o coeficiente de reflexão na carga e no início da linha.

Solução:

Assim como feito no exercício anterior, o coeficiente de reflexão na carga vale

$$\Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = \frac{(72 + j40) - 300}{(72 + j40) + 300} = 0.62 \angle 163.91$$

O comprimento elétrico dessa linha vale

$$l_e = \frac{lf}{\lambda} = \frac{1.75 \times 100 \times 10^6}{3 \times 1^{-8}} = 0.5833$$

Assim o coefieciente de reflexao no início da linha vale

$$\Gamma(0) = \Gamma_L e^{-j4\pi l_e} = 0.62 \angle -256.09$$

**Problema 5.06.** () Uma linha de transmissão de impedância  $50\Omega$  e comprimento  $0.25\lambda$  está terminada em uma carga de  $Z_L = (50 + j50)\Omega$ . Para cancelar a parte imaginária, foi colocada uma linha em curto conectada em paralelo com a carga. Determine o comprimento dessa linha em curto para que a impedância na entrada da linha seja somente real.

Solução no link:

https://docs.google.com/presentation/d/1UjhdsjQj\_JFigaoqGJtEaUjeuyUbcMvFZSWWac4JPMM/edit?usp=sharing

**Problema 5.07.** () Uma linha de transmissão de impedância  $50\Omega$  e comprimento  $0.25\lambda$  esta conectada a um stub $(50\Omega)$  em curto, de tamanho d, e a uma outra linha de  $50\Omega$  de comprimento b, terminada em uma carga de  $Z_L = (100 + j50)\Omega$ . Determine os tamanhos b e d para que a impedância na entrada da linha seja de  $50\Omega$ .

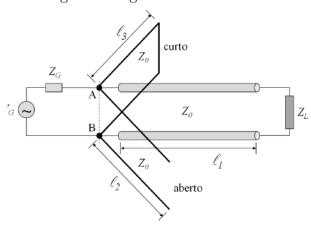
Solução no link:

https://docs.google.com/presentation/d/1UjhdsjQj\_JFigaoqGJtEaUjeuyUbcMvFZSWWac4JPMM/edit?usp=sharing

**Problema 5.08.** () A imagem da Figura abaixo mostra um circuito com linhas de transmissão sem perdas. Dado que  $Z_G = 50\Omega$ ,  $Z_0 = 50\Omega$ ,  $Z_L = (50 + j100)\Omega$ ,  $l_1 = 0.25\lambda$ ,  $l_2 = 0.375\lambda$ ,  $l_3 = 0.75\lambda$ , calcular:

- a) A impedância nos terminais (A B) do gerador
- b)o coeficiente de reflexão na carga
- c) a relação de onda estacionária (ROE) na linha principal

Figura 1: Figura do exercicio 5.08



Solução no link: