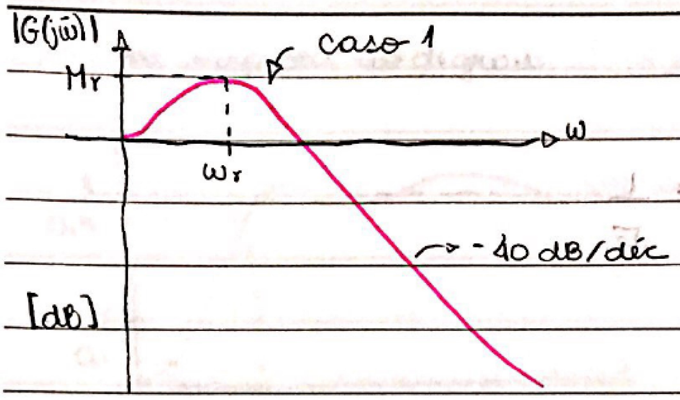
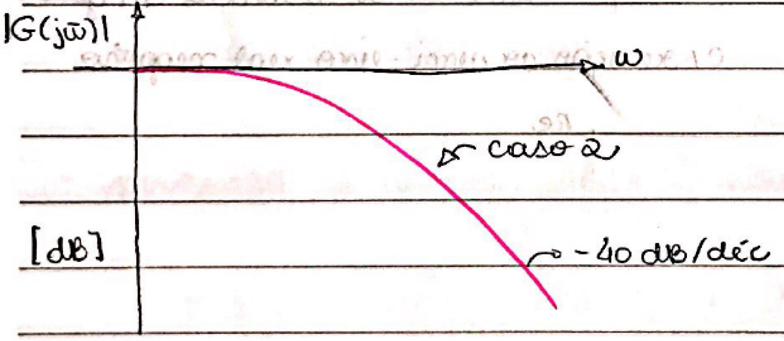
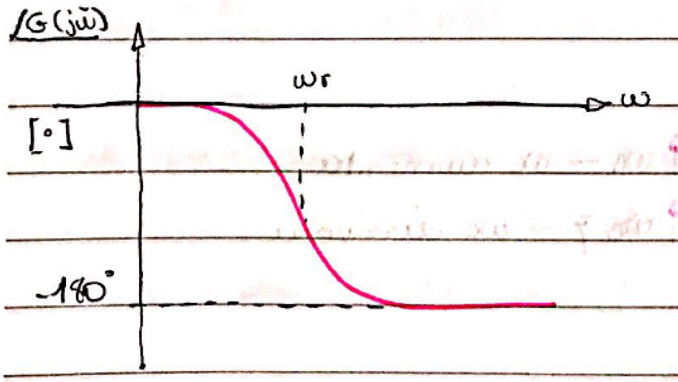


caso 1: $\zeta \leq \frac{1}{\sqrt{2}} \simeq 0{,}707$

$$M_r = \frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}} \quad ; \zeta \to 0 \Rightarrow M_r \to \infty$$

caso 2: $\zeta > \frac{1}{\sqrt{2}}$





• frequência de corte

$$|G(j\bar{\omega})| = \frac{1}{[(1-\bar{\omega}^2)^2 + (2\bar{\omega}\zeta)^2]^{1/2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

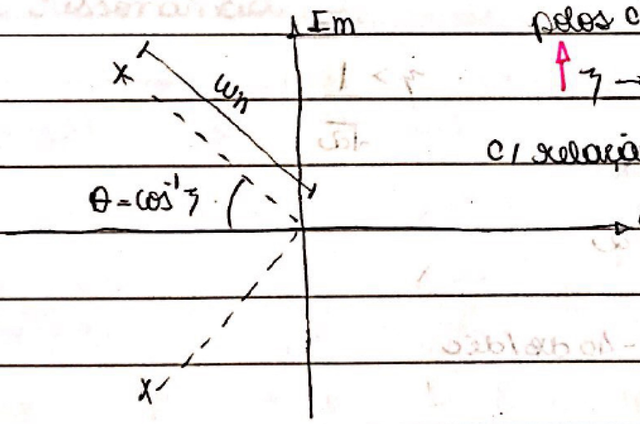
$$(1-\bar{\omega}^2)^2 + (2\bar{\omega}\zeta)^2 = 2$$

$$\bar{\omega}^2 = (1-2\zeta^2) \pm \sqrt{4\zeta^4 - 4\zeta^2 + 2}$$

$$\omega_c = \omega_n \left[(1-2\zeta^2) + \sqrt{4\zeta^4 - 4\zeta^2 + 2} \right]^{1/2}$$

1. no plano complexo

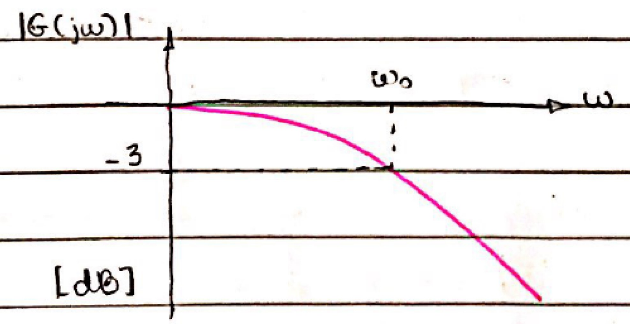
$$s_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$$



↑ ω_n → aumenta a distância dos polos c/ relação à origem

↑ ζ → diminui a distância angular c/ relação ao semi-eixo real negativo

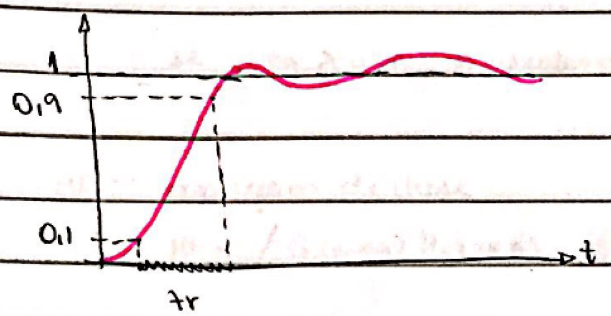
2. no diagrama de Bode



↑ ω_n → ω_c aumenta

↑ ζ → ω_c diminui

3. na resposta ao degrau

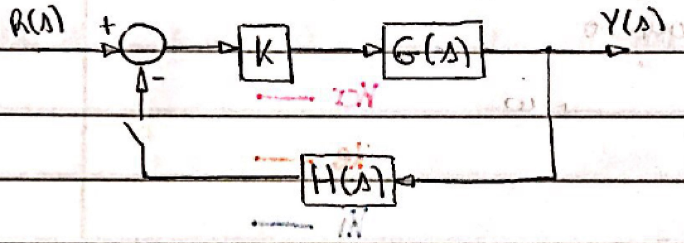


↑ ω_n → tr diminui (sistema responde mais rápido)

↑ ζ → tr aumenta

Aula 21: margens de ganho e fase

→ margens de ganho e fase



• pergunta: é possível fechar a malha sem instabilizar o sistema?

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{KG(s)}{1+KG(s)H(s)}$$

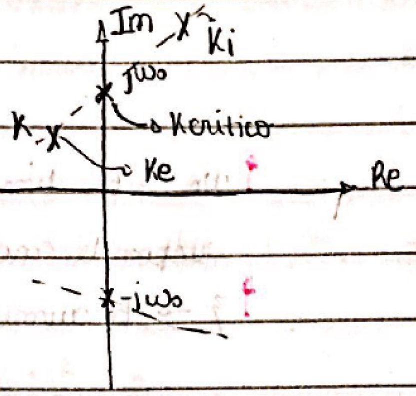
os polos do sistema em malha fechada ocorrem em

$$1 + KG(s)H(s) = 0$$

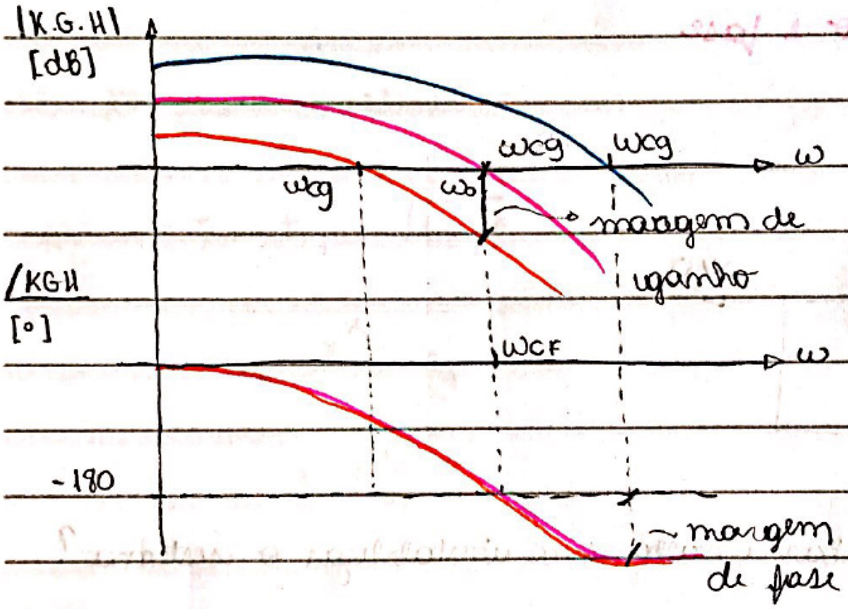
ou $$K.G(s)H(s) = -1$$

suponha que $r(t) = R\,\text{sen}\,\omega_0 t$ e que em ω_0

$$K.G(j\omega_0).H(j\omega_0) = -1$$



→ condição limite (Kcrítico)



$K.G(jw_o)\,H(jw_o) = -1$

módulo $|KGH| = 1$

fase $= -180°$

wcg → frequência de cruzamento de ganho

→ sistema em MF estável (Ke)

se $w_{cg} \leq w_{cF}$, o sistema é estável

wcF → frequência de cruzamento de fase

MG → margem de ganho

$$MG = 0 - |KG(jw_{cF})\,H(jw_{cF})| \quad [dB]$$

→ sistema em MF instável (Ki)

se $\omega_{cg} > \omega_{cf}$, o sistema é instável

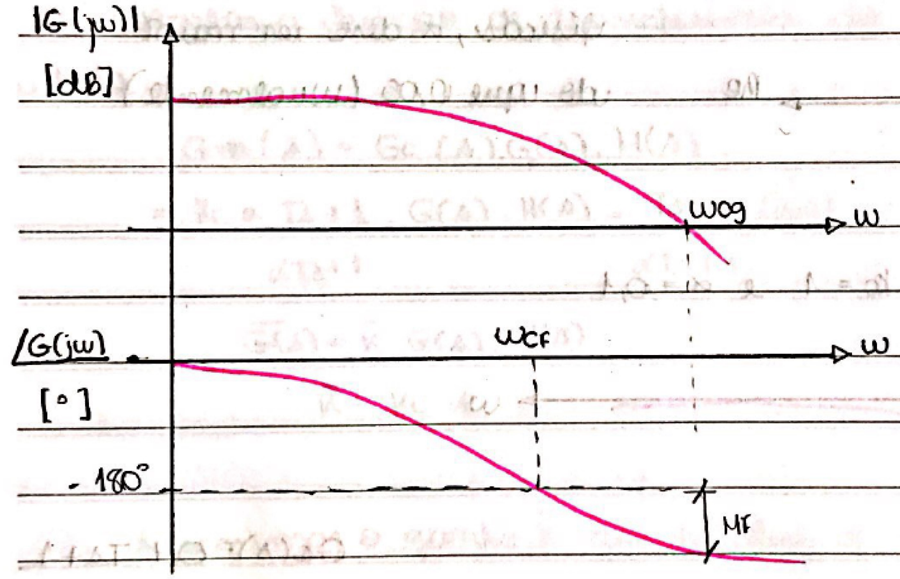
MF - margem de fase

$MF = \angle G(j\omega_{cg})H(j\omega_{cg}) + 180^\circ$

Aula 22: controle por compensação de fase

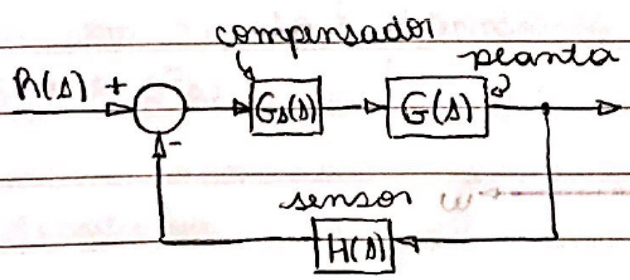
→ controle por compensação de fase

• sistema realimentado instável



A margem de fase nos informa o mínimo de fase necessário p/ compensar e tornar estável $\omega_{cf} > \omega_{cg}$

→ correção em realimentação

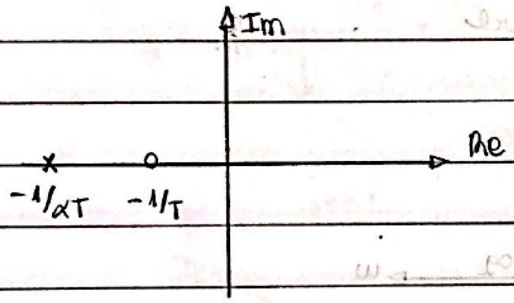


→ função de transferência do compensador

$$G_c(s) = K_c \cdot \alpha \cdot \frac{Ts+1}{\alpha Ts+1}$$

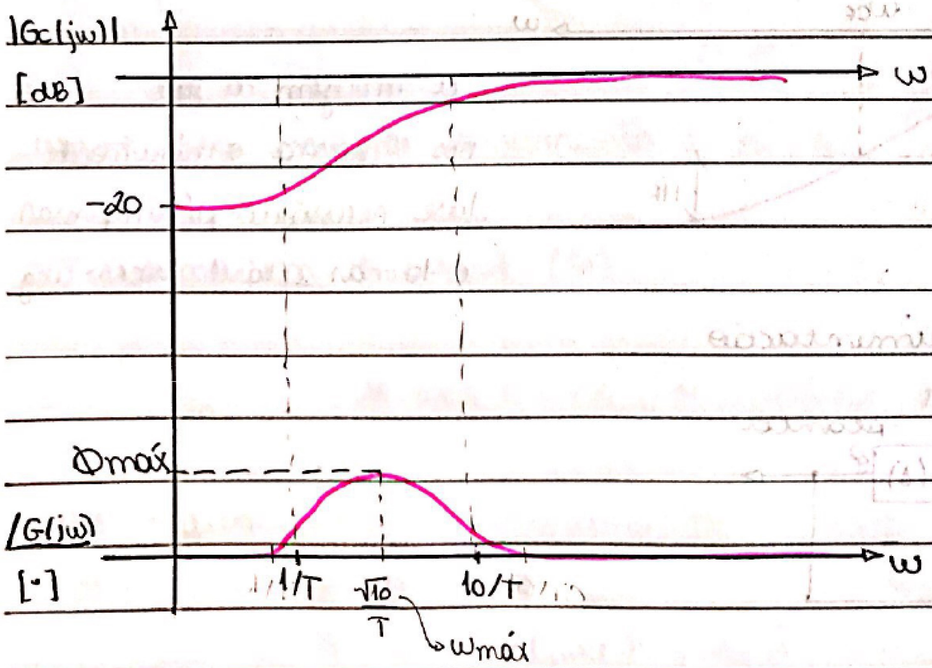
controle por avanço de fase: $0 < \alpha < 1$

$$G_c(s) = K_c \, \frac{s + 1/T}{s + 1/\alpha T}$$



OBS: por limitações físicas, α deve ser maior do que 0,05 (usualmente)

escolhendo $K_c = 1$ e $\alpha = 0,1$



$$G_c(s) = 0,1 \, \frac{Ts+1}{\frac{Ts}{10}+1}$$

• o avanço máximo ocorre em

$$\frac{d}{d\omega} \angle G_c(j\omega) = 0 \rightarrow \omega_{máx} = \frac{1}{\sqrt{\alpha} \cdot T} \quad (1)$$

$$\angle G_c(j\omega_{máx}) \rightarrow \operatorname{sen} \phi_{máx} = \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \quad (2)$$

→ exemplo de procedimento de projeto de um compensador em avanço

a) calcular a função de transferência do sistema em malha aberta.

$$G_{MA}(s) = G_c(s) G_p(s) \cdot H(s)$$

$$= K_c \, \alpha \frac{Ts+1}{\alpha Ts+1} \cdot G(s) \cdot H(s) = \frac{Ts+1}{\alpha Ts+1} \overline{G}(s)$$

$$\overline{G}(s) = \overline{K} \cdot G(s) \cdot H(s)$$

$$\overline{K} = K_c \cdot \alpha$$

b) determinar o ganho $\overline{K}$ que satisfaz o critério de desempenho desejado (p. ex., erro de regime permanente)

c) com o ganho $\overline{K}$ determinado em b), traçar o diagrama de Bode de $\overline{G}(s)$

d) calcular

$$G_{MA}(s) = \dots = \frac{Ts+1}{\alpha Ts+1} \cdot \bar{G}(s)$$

$$\bar{G}(s) = \bar{K} \cdot G(s) \cdot H(s)$$

$$\bar{K} = K_c \cdot \alpha$$

b) Determinar o ganho $\bar{K}$ que satisfaz o critério de desempenho desejado (p. ex, erro de regime permanente). (curva vermelha)

c) Com o ganho $\bar{K}$ determinado em b, traçar o diagrama de Bode de $\bar{G}(s)$.

d) Calcular a margem de fase ϕ_{MF} a partir do diagrama traçado no item c e determinar a fase a ser compensada por

$$\phi_{máx} = -\phi_{MF} + \hat{\phi}, \text{ sendo } \hat{\phi} \in [5°, 12°]$$

e) Calcule α usando $\phi_{máx}$ e (2)

f) Defina a nova frequência de cruzamento de ganho através de

$$|G(j\omega_{cg})| = -20 \log \frac{1}{\sqrt{\alpha}}$$

g) Faça $\omega_{cg} = \omega_{máx}$ e calcule T usando α e (1)

h) Calcule K_c através de $K_c = \bar{K}/\alpha$.

i) Trace o diagrama de Bode de $G_{MA}(s)$ e avalie a nova margem de ganho. (não precisa testar o requisito de erro de regime permanente, pois isso já está satisfeito)

Se a MG não for satisfatória, retorne ao passo d e selecione um novo valor de $\hat{\phi}$. Senão, fim.

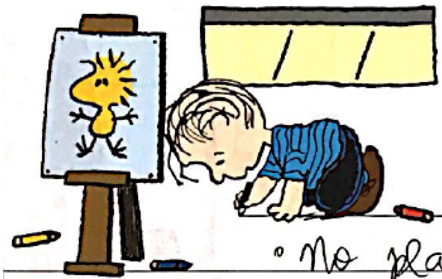
Aula 23 - Critério de Nyquist

→ Princípio do argumento.

Suponha que

$$\Delta(s) = K \cdot \frac{\prod_{i=1}^{m}(s - z_i)}{\prod_{l=1}^{n}(s - p_l)}$$

Suponha que s percorre um caminho fechado, no sentido anti-horário, e que $\Delta(s)$ mapeia esse caminho.



• No plano $Re[\Delta(s)] \times j\,Im[\Delta(s)]$ (plano $\Delta(s)$)

Suponha ainda que N = número de envolvimentos da origem no sentido anti-horário, encontrado ao ser percorrido o ~~resultado~~ caminho fechado resultante no plano $\Delta(s)$.

Z = número de zeros envolvidos, no sentido anti-horário, pelo caminho percorrido por s no plano complexo (plano s)

P = número de polos envolvidos, no sentido anti-horário, pelo caminho percorrido por s no plano s.

Com essas definições, é possível afirmar que:

$$\boxed{N = Z - P}$$

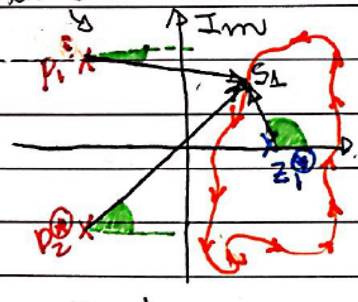
↳ Critério de Nyquist

Exemplo

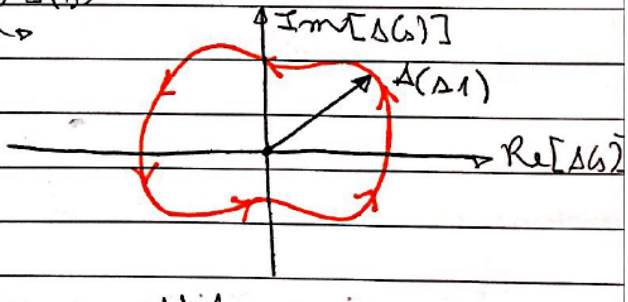
$$\Delta(s) = \frac{K\,(s - z_1^{*})}{(s - p_1^{*})(s - p_2^{*})}, \quad K > 0$$

$$\Delta(s) = |\Delta(s)| \angle\Delta(s) = \frac{K\,|s - z_1^{*}|}{|s - p_1^{*}|.|s - p_2^{*}|} \quad \angle s - z_1^{*} - \angle s - p_1^{*} - \angle s - p_2^{*}$$

Plano s



Plano $\Delta(s)$

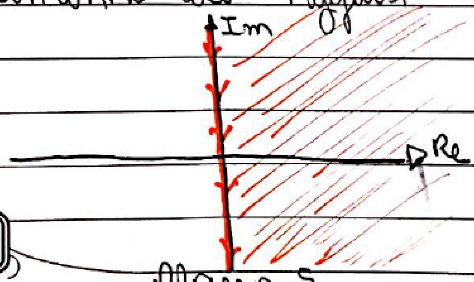


$Z = 1$

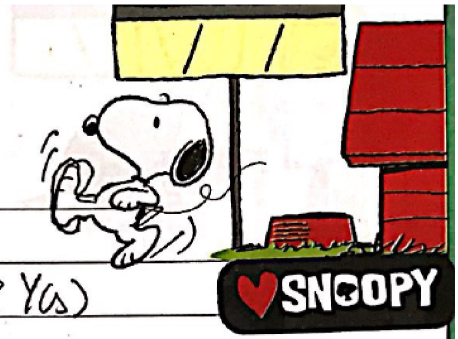
$P = 0$

$N = 1$

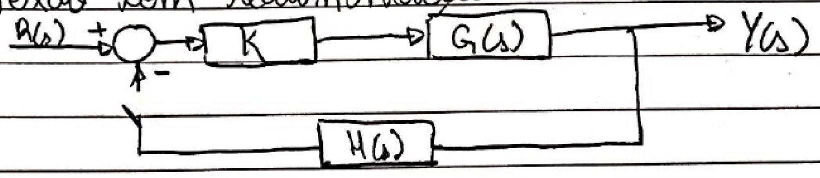
Caminho de Nyquist



Plano S



Conexão com realimentação



$G_{MA}(s) = K\,G(s).H(s) \longrightarrow$ F.T malha aberta

Malha aberta estável $\Leftrightarrow$ nenhum polo de $G_{MA}(s)$ no semi plano direito (S.P.D.) do plano complexo

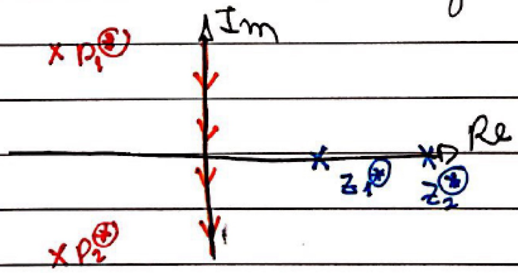
Função de transferência de malha fechada:

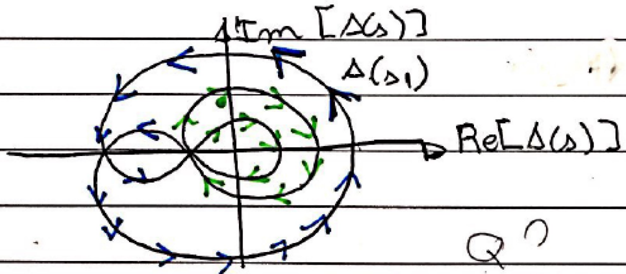
$$G_{MA}(s) = \frac{K\,G(s)}{1+G_{MA}(s)}$$

Malha fechada estável $\Leftrightarrow$ nenhum polo de $G_{MF}(s)$ no SPD $\Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow$ nenhum zero de $1+G_{MA}(s)$ no S.P.D.

Teste de estabilidade:

Traçar o caminho de $\Delta(s) = 1 + G_{MA}(s)$ correspondente ao caminho de nyquist no plano s, e verificar o número de envolvimentos da origem no sentido anti-horário





Q?

$z=1,\ P=0$ $N=1$

Ou: Teste de estabilidade

Traçar o caminho de $\Delta(s) = G_{MA}(s)$, correspondente ao caminho de nyquist no plano s, e verificar o número de envolvimentos do ponto -1 no sentido anti-horário.

Se envolver é instável (acho)