* EDP'S PARABÓLICAS (REVISÃO)

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha^2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \qquad T = T(x,t)$$

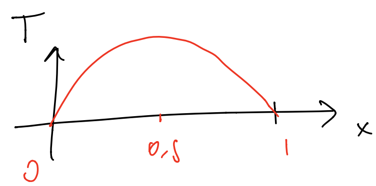
MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS:

$$\Rightarrow \boxed{T_{i,j+1} = (1-2\lambda)\,T_{ij} + \lambda\,(T_{i-1,j} + T_{i+1,j})}$$

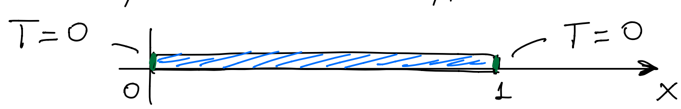
$$\lambda = \frac{\alpha^2 h_t}{h_x^2} \leq \frac{1}{2}$$

EX: CONSIDERE UMA BARRA DE COMPRIMENTO $L = 1$ E $\alpha = 0{,}5$ COM AS EXTREMIDADES FIXAS COM TEMPERATURA $T = 0$. A TEMPERATURA INICIAL DA BARRA É DADA PELA FUNÇÃO

$$T(x) = 10\,\text{sen}(\pi x).$$



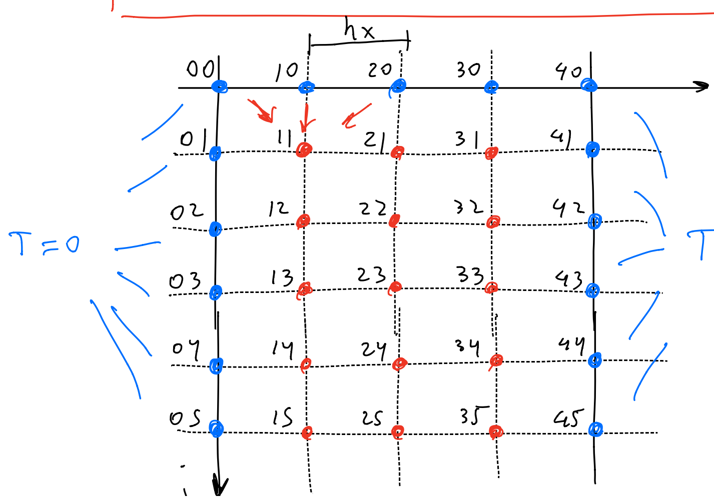
CALCULE A EVOLUÇÃO DA TEMPERATURA DA BARRA ENTRE $t = 0$ E $t = 0{,}5$. USE $h_t = 0{,}1$ E $h_x = 0{,}25$.



$$\lambda = \frac{\alpha^2 h_t}{h_x^2} = (0{,}5)^2 \cdot 0{,}1 \cdot \frac{1}{(0{,}25)^2}$$

$$\boxed{\lambda = 0{,}4 < 0{,}5 \Rightarrow \text{ESTÁVEL.}}$$

$$\Rightarrow \boxed{T_{i,j+1} = 0{,}2\,T_{ij} + 0{,}4\,(T_{i-1,j} + T_{i+1,j})}$$



$T_{0k} = 0,\ k = 0, \ldots, 5$

$T_{4k} = 0,\ k = 0, \ldots, 5$

$T(x) = 10\,\text{sen}(\pi x)$

$x = h_x\, i,\quad i = 0, \ldots, 4$

$T_{i0} = 10\,\text{sen}(\pi \cdot h_x\, i)$

$T_{i0} = 10\,\text{sen}\left(\frac{\pi i}{4}\right)$

$T_{10} = 10\,\text{sen}(\pi/4) = 5\sqrt{2}$

$$T_{20} = 10 \operatorname{sen}(\pi \cdot 2/4) = 10$$

$$T_{30} = \cdots = 5\sqrt{2}$$

EX: CONSIDERE UMA BARRA COM COMPRIMENTO $L = 2$ COM AS EXTREMIDADES EM $T = 0$. A TEMPERATURA INICIAL DA BARRA É DADA PELA FUNÇÃO

$$T(x) = \begin{cases} x, & \text{SE } 0 \le x \le 1 \\ 2 - x, & \text{SE } 1 \le x \le 2 \end{cases}$$

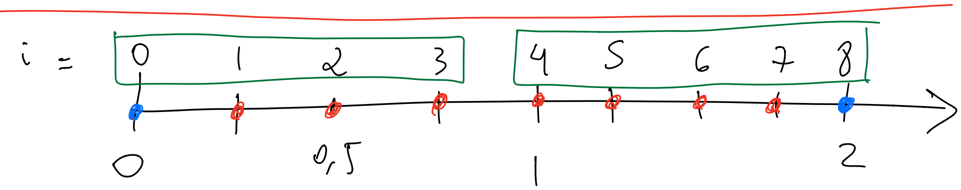
CONSIDERANDO $\alpha = 1$, CALCULE A EVOLUÇÃO DA TEMPERATURA ENTRE $t = 0$ E $t = 1$. CONSIDERE $h_x = 0,1$ E $h_t = 0,1$.

$$r = \frac{\alpha^2 h_t}{h_x^2} = \frac{1 \cdot 0,1}{(0,1)^2} = 10 > 0,5 \,!$$

$$\begin{cases} h_x = 0,25 \\ h_t = 0,02 \end{cases} \Rightarrow r = 1 \cdot \frac{0,02}{(0,25)^2} = 0,32 < 0,5 \text{ ok}$$

$$T_{i,j+1} = (1 - 2r) T_{ij} + r (T_{i-1,j} + T_{i+1,j})$$

$$\boxed{T_{i,j+1} = 0,36\, T_{ij} + 0,32 (T_{i-1,j} + T_{i+1,j})}$$



$$T(x) = \begin{cases} x, & \text{SE } 0 \le x \le 1 \\ 2 - x, & \text{SE } 1 \le x \le 2 \end{cases} \qquad \boxed{x = h_x\, i}$$

$$T_i = \begin{cases} h_x\, i, & \text{SE } 0 \le x \le 1 \\ 2 - h_x\, i, & \text{SE } 1 \le x \le 2 \end{cases}$$

EX: IDEM ACIMA, $L = 5$, $\alpha = 0,2$

$$T(x) = 5x - x^2 \quad (T \text{ INICIAL})$$

PLOTAR $T(x,t)$ PARA $0 \le t \le 2$.

EM $x = 0$, $T = 0$.

EM $x = L$, $T(t) = 5t$.

$$T_{i,j+1} = (1-2\lambda)T_{ij} + \lambda(T_{i-1,j} + T_{i+1,j})$$

$$h_t = 0,1 \qquad \lambda = \frac{\alpha^2 h_t}{h_x^2} \Rightarrow h_x = \alpha\sqrt{\frac{h_t}{\lambda}}$$

$$\lambda = 0,4 \Rightarrow h_x = 0,1.$$

$$\boxed{T_{i,j+1} = 0,2\,T_{ij} + 0,4(T_{i-1,j} + T_{i+1,j})}$$