Marco Rodriguez Vargas 2022149445

Instrucciones: Se presentan 6 ejercicios para poner en prácticas los contenidos del curso. Apóyese en herramientas para resolver los ejercicios.

I. Problema 1. Valor 5 puntos.

Utilice el método gráfico para resolver el problema de programación lineal:

$$\text{Maximizar} \qquad Z = 2x_1 + x_2,$$

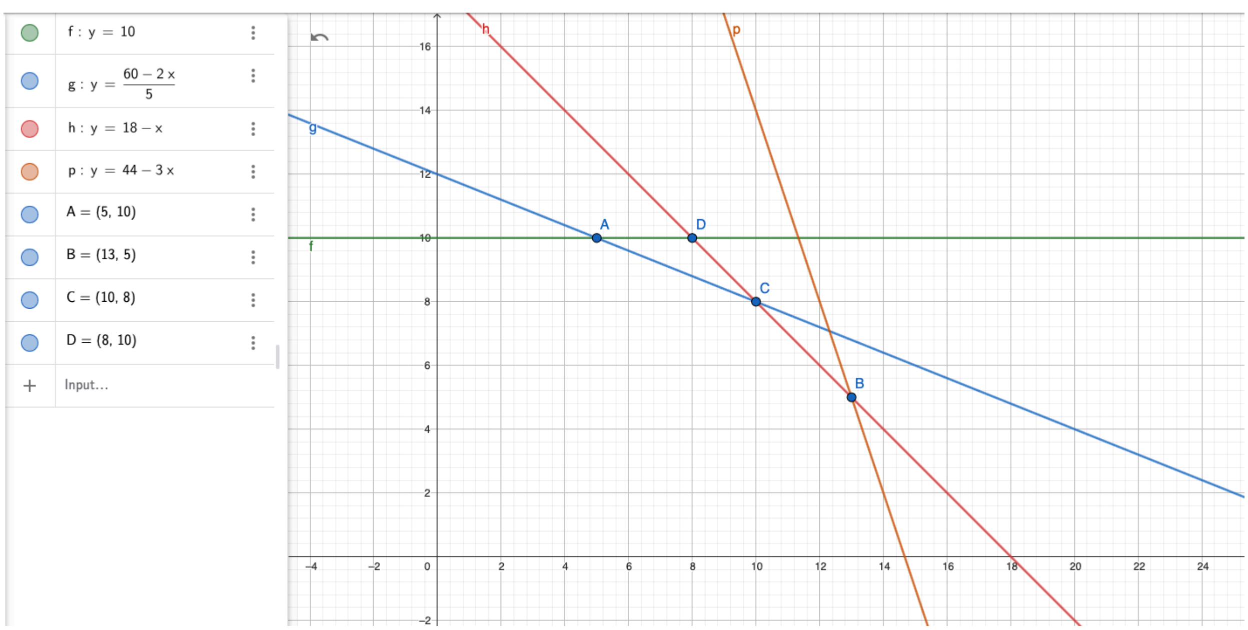
sujeta a

$$\begin{aligned} x_2 &\leq 10 \\ 2x_1 + 5x_2 &\leq 60 \\ x_1 + \ x_2 &\leq 18 \\ 3x_1 + \ x_2 &\leq 44 \end{aligned}$$

y

$$x_1 \geq 0, \qquad x_2 \geq 0.$$

a) Explique los resultados del modelo.



Evaluación en cada intersección

a) Evaluación en el punto (5, 10):

$$Z = 2x_1 + x_2 = 2(5) + 10 = 20$$

b) Evaluación en el punto (8, 10):

$$Z = 2x_1 + x_2 = 2(8) + 10 = 16 + 10 = 26$$

c) Evaluación en el punto (10, 8):

$$Z = 2x_1 + x_2 = 2(10) + 8 = 20 + 8 = 28$$

d) Evaluación en el punto (13, 5):

$$Z = 2x_1 + x_2 = 2(13) + 5 = 26 + 5 = 31$$

El valor máximo de Z=31 ocurre en el punto (13,5).

II. Problema 2. Valor 15 puntos.

Silvania de Costa Rica produce dos dispositivos para lámparas (productos 1 y 2) que requieren piezas de metal y componentes eléctricos. La administración desea determinar cuántas unidades de cada producto debe fabricar para maximizar la utilidad. Por cada unidad del producto 1 se requieren 1 unidad de piezas de metal y 2 unidades de componentes eléctricos. Por cada unidad del producto 2 se necesitan 3 unidades de piezas de metal y 2 unidades de componentes eléctricos. La compañía tiene 200 unidades de piezas de metal y 300 de componentes eléctricos. Cada unidad del producto 1 da una utilidad de $1 y cada unidad del producto 2, hasta 60 unidades, da una utilidad de $2. Cualquier cantidad por encima de 60 unidades del producto 2 no genera utilidad, por lo que fabricar más de esa cantidad está fuera de consideración.

(a) Formule un modelo de programación lineal.

$$Z = 1x_1 + 2x_2$$

Restricciones

$$1x_1 + 3x_2 \leq 200$$

$$2x_1 + 2x_2 \leq 300$$

$$x_2 \leq 60$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

(b) Utilice Solver de Excel para resolver este modelo.

	A	B	C	D	E	F
1						
2	Producto	Piezas de metal	Componentes eléctricos	Utilidad		Ganancia total
3	A	1	2	1		175
4	B	3	2	2		
5						
6						
7			Cantidad	A	125	
8				B	25	
9						
10						
11		Materiales usados	Restricciones			
12	Piezas de metal	200	<=	200		
13	Componentes eléctricos	300	<=	300		

(c) ¿Cuál es la utilidad total que resulta?

La utilidad total es $175.

III. Problema 3. Valor 15 puntos.

El señor Smith ama los bistecs y las papas. Por lo tanto, ha decidido seguir una dieta constante con únicamente estos dos alimentos (más algunos líquidos y suplementos vitamínicos) para todas sus comidas. Se da cuenta de que ésta no es la dieta más saludable, por lo que quiere asegurarse de comer las cantidades correctas de los dos alimentos para satisfacer algunos requisitos nutricionales clave. Obtuvo la información nutricional y de costos que se muestra más adelante. Smith desea determinar la cantidad de porciones diarias (pueden ser fraccionadas) de bistec y papas que cumplirán con estos requisitos a un costo mínimo.

	Gramos de ingrediente por porción		
Ingrediente	**Bistec**	**Papas**	**Requerimiento diario (gramos)**
Carbohidratos	5	15	≥ 50
Proteínas	20	5	≥ 40
Grasas	15	2	≥ 60
Costo por porción	$8	$4	

(a) Formule un modelo de programación lineal para este problema.

Minimizar

$$Z = 8x_1 + 4x_2$$

Restricciones

Carbohidratos

$$5x_1 + 15x_2 \geq 50$$

Proteínas

$$20x_1 + 5x_2 \geq 40$$

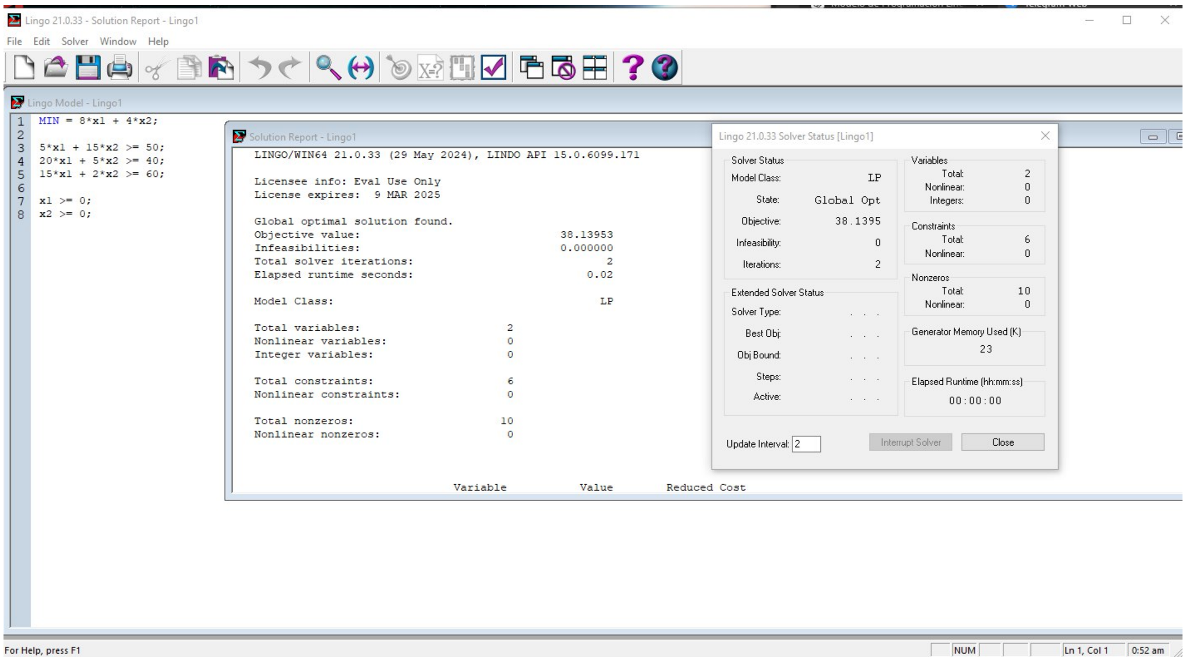
Grasas

$$15x_1 + 2x_2 \geq 60$$

No negatividad

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

(b) Utilice el programa LINGO para resolver este modelo.



(c) Comente los resultados

En conclusión, el señor Smith ha logrado encontrar una solución óptima para su dieta de bistec y papas que le permite cumplir con sus requisitos nutricionales diarios al menor costo posible. Según los resultados, el costo mínimo de esta dieta es de aproximadamente $38.14.

IV. Problema 4. Valor 10 puntos.

a) Resuelva el ejercicio con el Método Simplex Tabular y explique sus resultados.

$$\text{Maximize } Z = 3x_1 + 2x_2,$$

subject to

$$\begin{aligned} x_1 \quad\quad &\le 4 \\ x_1 + 3x_2 &\le 15 \\ 2x_1 + x_2 &\le 10 \end{aligned}$$

and

$$x_1 \ge 0, \quad x_2 \ge 0.$$

Iteración 1 con tabla inicial

Variable básica		**Z**	**x1**	**x2**	**x3**	**x4**	**x5**	**Lado derecho**
x3	0	4	1	0	1	0	0	4
x4	0	15	1	3	0	1	0	15
x5	0	10	2	1	0	0	1	10
Z		0	-3	-2	0	0	0	0

Iteración 2

Variable básica		**Z**	**x1**	**x2**	**x3**	**x4**	**x5**	**Lado derecho**
x1	3	4	1	0	1	0	0	4
x4	0	11	0	3	-1	1	0	11/3
x5	0	2	0	1	-2	0	1	2
Z		12	0	-2	3	0	0	12

Iteración 3

Variable básica		**Z**	**x1**	**x2**	**x3**	**x4**	**x5**	**Lado derecho**
x1	3	4	1	0	1	0	0	4
x4	0	5	0	0	5	1	-3	1

x2	2	2	0	1	-2	0	1	2
Z		16	0	0	-1	0	2	16

Iteración 4

Variable básica		**Z**	**x1**	**x2**	**x3**	**x4**	**x5**	**Lado derecho**
x1	3	3	1	0	0	-1/5	3/5	3
x3	0	1	0	0	1	1/5	-3/5	1
x2	2	4	0	1	0	2/5	-1/5	4
Z		17	0	0	0	1/5	7/5	17

Solución

$x1 = 3$

$x2 = 4$

$Z = 17$

V. Problema 5 Valor 14 puntos.

Banco Nuevo León desea abrir una ventanilla de servicio al cliente en automóvil. La gerencia estima que los clientes llegarán a razón de 15 por hora. El cajero que se encargará de la ventanilla puede atenderlos a razón de uno cada tres minutos.

Si se supone que las llegadas son de Poisson y el servicio es exponencial, encuentre

a) La utilización del cajero.

b) El número promedio de autos en la fila de espera.

c) El número promedio de autos en el sistema.

d) El tiempo promedio de espera en la fila.

e) El tiempo promedio de espera en el sistema, incluido el servicio.

Debido a la disponibilidad limitada de espacio y al deseo de brindar un nivel de servicio aceptable, el gerente del banco quisiera asegurarse, con 95% de confianza, que no habrá más de tres autos en el sistema en cualquier momento.

f) ¿Cuál es el nivel actual de servicio para el límite de tres autos?

g) ¿Qué nivel de utilización del cajero debe alcanzarse y cuál debe ser la tasa de servicio de este para garantizar el nivel de servicio de 95%?

a. $\rho = \frac{\lambda}{\mu} = 0.75$

b. $Lq = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)} = \frac{15^2}{20(20-15)} = 2.25$

c. $Ls = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} = \frac{15}{20-15} = 3$

d. $Wq = \frac{\lambda}{\mu(\mu-\lambda)} = \frac{15}{20(20-15)} = 0.15\ horas = 9\ minutos$

e. $Ws = \frac{1}{\mu - \lambda} = \frac{1}{20-15} = 0.2\ horas = 12\ minutos$

f. $P(Ls > 3) = 0.75^{3+1} = 0.75^4 = 0.3164$

g. $P(Ls > 3) \leq 0.05\ y\ 0.05 = p^4$

$p = \sqrt[4]{0.05} = 0.707$

Aumentar el numero de servidores a $s = 3$

VI. Problema 6. Valor 10 puntos.

La empresa de Construcción el Brumoso está preocupada por la cantidad de tiempo que los camiones de la compañía permanecen ociosos, en espera de ser descargados. Esta terminal de carga funciona con cuatro plataformas de descarga. Cada una de éstas requiere una cuadrilla de dos empleados y cada cuadrilla cuesta $30 por hora. El costo estimado de un camión ocioso es de $50 por hora. Los camiones llegan a un ritmo promedio de tres por hora, siguiendo una distribución de Poisson. En promedio, una cuadrilla es capaz de descargar un semirremolque en una hora, y los tiempos de servicio son exponenciales.

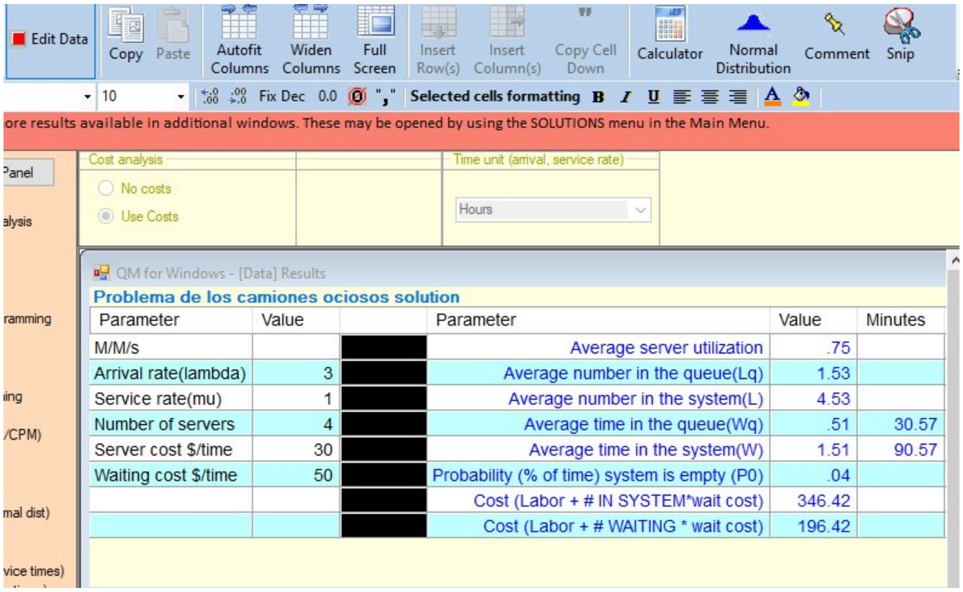
¿Cuál es el costo total por hora de la operación de este sistema? Apoye sus resultados con el programa QM para Windows o cualquiera similar.

El costo total por hora es de $346.42. Todos los camiones presentes en el sistema, en cola o en proceso de descarga.

Problema de los camiones ociosos

Parameter	Value
M/M/s	
Arrival rate(lambda)	3
Service rate(mu)	1
Number of servers	4
Server cost $/time	30
Waiting cost $/time	50

La solución continua abajo



Problema de los camiones ociosos solution

Parameter	Value		Parameter	Value	Minutes
M/M/s			Average server utilization	.75	
Arrival rate(lambda)	3		Average number in the queue(Lq)	1.53	
Service rate(mu)	1		Average number in the system(L)	4.53	
Number of servers	4		Average time in the queue(Wq)	.51	30.57
Server cost $/time	30		Average time in the system(W)	1.51	90.57
Waiting cost $/time	50		Probability (% of time) system is empty (P0)	.04	
			Cost (Labor + # IN SYSTEM*wait cost)	346.42	
			Cost (Labor + # WAITING * wait cost)	196.42	