



## ESTUDO DO FENÔMENO DE *FLUTTER*: MÉTODOS DE SOLUÇÃO, MITIGAÇÃO E APLICAÇÃO A VANTS

**Marco Aurélio Rezende Silva, Matrícula: 201920014**

Departamento de Engenharia, Universidade Federal de Lavras (DEG/UFLA)

marco.silva4@estudante.ufla.br

**Prof. Dr. Maurício Francisco Caliri Júnior**

Departamento de Engenharia, Universidade Federal de Lavras (DEG/UFLA)

mauricio.caliri@ufla.br

**Resumo.** Este trabalho investiga os efeitos do flutter aeroelástico em aeronaves e propõe métodos para sua análise e mitigação. A formulação teórica de flutter utilizando o método K é apresentada, e um código em Python é desenvolvido para a previsão da velocidade de flutter. O código é validado utilizando modelos aerodinâmicos conhecidos de aerofólios, demonstrando sua precisão na previsão da velocidade de flutter. Embora não tenha sido realizada uma análise prática com um aeromodelo neste estudo, foi possível validar o código e mostrar a eficiência para realização de análises bidimensionais em fase de pré-projeto de aeronaves não tripuladas. O processo de validação do código obteve um desvio máximo de 1,82 % na velocidade de flutter calculada em relação as referências consultadas. Este trabalho contribui para a compreensão do efeito de flutter através do método K, aprimorando a segurança, confiabilidade e desempenho de aeronaves em diversas aplicações.

**Palavras-chave:** aerodinâmica não estacionária, flutter, método K, análise aeroelástica, aeroelasticidade dinâmica

### 1. INTRODUÇÃO

Os fenômenos aeroelásticos surgem da interação entre forças elásticas, aerodinâmicas e inerciais, onde as forças aerodinâmicas desempenham um papel crucial na modificação da estrutura da aeronave, resultando em deformações estáticas ou movimentos oscilatórios. Dentre os desafios enfrentados na área da aeroelasticidade, o *flutter* é um dos problemas mais abordados e tem o potencial de causar efeitos catastróficos. Esse efeito, que é considerado um fenômeno da aeroelasticidade dinâmica ocorre quando dois ou mais modos de vibração da estrutura se acoplam devido à interação com o fluxo aerodinâmico. Wright e Cooper (2015).

Os métodos de solução de problemas de *flutter* podem ser divididos em dois grupos: métodos que são analisados no domínio do tempo e no domínio da frequência. (Dowell, 2022). Cada método possui vantagens e desvantagens que devem ser levadas em consideração na solução do problema de *flutter*. Na literatura é possível encontrar métodos para a solução do problema, sendo os métodos  $P$ ,  $K$  (ou  $V - g$ ) e  $P - K$  (Tavares, 2009) os mais utilizados.

Atualmente o número de desenvolvimento de projetos de veículos aéreos não tripulados (VANTS) têm crescido substancialmente na indústria aeroespacial. Esse tipo de aeronave vem desempenhando um papel cada vez mais significativo em uma variedade de aplicações, por exemplo, veículos militares de espionagem, monitoramento ambiental, mapeamento topográfico, inspeção em infraestruturas e até mesmo entrega de mercadorias.

Embora os VANTS sejam geralmente de menor porte em comparação com as aeronaves tripuladas, eles não estão imunes aos desafios aeroelásticos, incluindo o *flutter*. O efeito aeroelástico dinâmico em aeronaves não tripuladas pode levar a consequências graves, como perda de controle, falhas estruturais e até mesmo a perda completa do veículo. Portanto, entender e mitigar o *flutter* em VANTS é essencial para garantir sua segurança operacional, proteger o investimento financeiro e evitar riscos para terceiros.

O *flutter* é uma instabilidade vibratória que surge em aeronaves. Esse fenômeno é desencadeado pela interação complexa entre as forças aerodinâmicas, as propriedades elásticas da estrutura e a inércia do sistema. Quando as forças aerodinâmicas alteram a forma da estrutura, pode ocorrer uma retroalimentação positiva que amplifica as oscilações estruturais, levando a um aumento na amplitude das vibrações. Em casos extremos, o *flutter* pode resultar em falhas catastróficas, comprometendo a segurança e o desempenho da estrutura da aeronave. Bisplinghoff *et al.* (1955)

O estudo do *flutter* é de suma importância para garantir a segurança e a confiabilidade de aeronaves. A compreensão dos efeitos relacionados ao *flutter* e o desenvolvimento de estratégias eficazes de mitigação são fundamentais para minimizar os riscos associados a esse fenômeno.

Esse fenômeno pode ser estudado a partir da "velocidade de *flutter*", tida como uma velocidade crítica do fluxo de ar. Esse parâmetro indica a configuração aeroelástica em que a estrutura começa a oscilar após uma perturbação inicial. Abaixo dessa velocidade crítica, as oscilações são gradualmente amortecidas. Conforme afirmado por (De Marqui,

2004), em velocidades superiores, mesmo pequenas perturbações podem desencadear oscilações violentas e instáveis (divergentes), caracterizando o fenômeno de *flutter*. Essas oscilações são o resultado de um amortecimento negativo do sistema, que faz com que a estrutura receba energia do escoamento, alimentando e ampliando as deformações da estrutura até potencial falha da mesma.

Além disso, as aeronaves não tripuladas possuem características estruturais e dinâmicas únicas, comumente compostas por materiais leves e configurações aerodinâmicas não convencionais. Com o desenvolvimento de VANTs, que são projetados para se manterem longos períodos de voo com baixo consumo de combustível, é comum optar por asas de maior alongamento (*aspect ratio*). (Hamada e Moreno, 2018). Essa escolha tem como objetivo reduzir o arrasto induzido, proporcionando maior eficiência aerodinâmica. No entanto, é importante considerar que essa decisão de projeto pode resultar em uma estrutura mais flexível, o que aumenta a susceptibilidade ao efeito de *flutter*.

Assim sendo, este trabalho visa investigar os efeitos do *flutter* em aeronaves, abordar um dos métodos de solução utilizados para lidar com esse fenômeno, desenvolver um código para análise simplificada bidimensional utilizando o método *K* e avaliar configurações diferentes de modelos de aerofólio a fim de validar o código com dados encontrados na literatura. O objetivo é contribuir para a segurança, confiabilidade e desempenho desses veículos, impulsionando sua evolução e aplicação em diferentes setores. Ao compreender melhor o *flutter* em aeronaves não tripuladas e fornecer ferramentas para sua análise e mitigação, espera-se promover avanços significativos na tecnologia dos VANTs.

## 2. METODOLOGIA

A metodologia adotada para validar o código desenvolvido para calcular a velocidade crítica de *flutter* consistirá em seguir uma abordagem detalhada da formulação do problema de *flutter* utilizando o método *K*. Serão utilizados valores de entrada da literatura para os modelos de asas escolhidos. O algoritmo será então executado, realizando os cálculos necessários com base na formulação apresentada. Os resultados obtidos serão comparados com os valores previamente documentados na literatura para a mesma configuração de asa.

A validação do algoritmo será realizada através da análise da concordância entre os resultados calculados pelo algoritmo e os valores conhecidos na literatura. Serão considerados parâmetros importantes, como a frequência natural da estrutura e o amortecimento, a fim de verificar se o código produz resultados precisos e confiáveis.

Essa metodologia permitirá confirmar a eficácia do código desenvolvido, fornecendo uma base sólida para sua utilização em análises futuras e projetos de aeronaves. A validação do código é essencial para garantir que ele seja uma ferramenta confiável e precisa na determinação da velocidade crítica de *flutter*, contribuindo para a segurança e desempenho das estruturas aeroelásticas.

### 2.1 Métodos de solução de *flutter*

Como já mencionado anteriormente, os métodos mais comuns de solução de problemas *flutter* são os métodos *P*, *K* e *P - K*. O método *P* tem sua solução no domínio do tempo, o que indica que o amortecimento efetivo do sistema será identificado para todos os incrementos de velocidade. As soluções no domínio do tempo permitem vantagens, como, por exemplo, verificar o comportamento da estrutura para qualquer velocidade de voo, interpretação do fenômeno físico, inclusão de não-linearidade do sistema, projetos de sistemas de controle e também de supressão de *flutter*. Benini (2002).

Em contrapartida, o método de solução através do domínio da frequência (método *K*) permite a solução do problema com uma maior precisão na determinação do ponto onde acontece velocidade crítica de *flutter*. O método *K* supõe um movimento harmônico, logo, não tem amortecimento sistêmico calculado. Além disso, esse método exige um menor esforço e custo computacional na solução da análise do sistema. Tavares (2009). A solução proposta no presente trabalho é realizada no domínio da frequência com base no estudo de (Theodorsen, 1935), que foi previamente mencionado. Essa abordagem envolve a resolução de um problema de autovalor e autovetor, no qual o amortecimento artificial (*g*) é determinado em função da velocidade do fluxo de escoamento (*V*). Após obter a solução, é possível construir um diagrama conhecido como *V - g*, que ilustra a velocidade de *flutter* em relação ao amortecimento. Esse diagrama é uma ferramenta útil para visualizar a velocidade crítica na qual ocorre o *flutter*. Wright e Cooper (2015).

O método *P - K* apresenta um desenvolvimento semelhante ao do método *K*, porém com vantagens distintas. Enquanto o método *K* é mais preciso apenas em pontos próximos à velocidade de *flutter*, o método *P - K* é mais preciso em qualquer velocidade desejada. Ele combina o melhor dos métodos *P* e *K*, aproveitando a precisão do método *P* em relação à estabilidade do modo e fornecendo resultados mais eficientes em relação ao significado físico dos autovalores do que o método *K*. No entanto, é importante destacar que a solução do problema no método *P - K* pode ser mais custosa computacionalmente. Tavares (2009).

Recentes estudos têm sido conduzidos para abordar o problema aeroelástico de forma interessante, como demonstrado por (Li e Kivanc Ekici, 2018). Nesse estudo, uma abordagem é apresentada para a previsão do *flutter* em seções bidimensionais. O método proposto utiliza uma técnica de etapa única que permite uma previsão precisa e eficiente do ponto de ocorrência do *flutter*. Para isso, é empregado um modelo aeroelástico para descrever o comportamento dinâmico do sistema. Os resultados mostraram que o método é capaz de prever com precisão o ponto de início do *flutter* para diferentes

condições de voo, sendo comparado a projetos anteriores e demonstrando sua eficiência

## 2.2 Modelos aerodinâmicos

Considerando que o *flutter* é um fenômeno que depende da carregamentos aerodinâmicos, é essencial adotar um modelo aerodinâmico para ser incorporado na matriz aeroelástica a fim de resolver o problema. Os modelos aerodinâmicos podem ser categorizados em três tipos: aerodinâmica estacionária, quase-estacionária e não estacionária Wright e Cooper (2015).

Como já apresentado por (Haddadpour e Firouz-Abadi, 2006), os modelos de aerodinâmica estacionária e quase estacionária não são adequados para prever e analisar problemas de aeroelasticidade em asas com regime subsônico. Nesse sentido, para o desenvolvimento deste estudo, será adotado o modelo de aerodinâmica não-estacionária, que oferece uma abordagem mais precisa para lidar com esse tipo de fenômeno. A formulação detalhada desse modelo será apresentada a seguir, permitindo uma análise mais precisa e abrangente dos problemas de *flutter* em asas em regime subsônico.

### 2.2.1 Aerodinâmica não-estacionária

As forças aerodinâmicas não estacionárias podem ser calculadas com base no trabalho de (Theodorsen, 1935), que se fundamenta em um aerofólio fino com escoamento potencial, onde um modelo teórico foi desenvolvido para descrever as forças aerodinâmicas não estacionárias, levando em consideração a influência do movimento oscilatório do aerofólio (solução harmônica). Esse modelo permite estimar de forma mais precisa as forças aerodinâmicas em situações em que o escoamento não é estacionário. Foi identificado que o escoamento é composto por dois termos, sendo eles o de escoamento não circulatório e circulatório, que foram considerados nas derivações das Eq. (1) e (2) (Theodorsen, 1935; Bisplinghoff *et al.*, 1955; Fung, 1995; Tavares, 2009) como:

$$L = -\pi\rho b^2 \left[ \ddot{h} + V\dot{\alpha} - ba\ddot{\alpha} \right] - 2\pi\rho VbC(k) \left[ V\alpha + \dot{h} + \dot{\alpha}b \left( \frac{1}{2} - a \right) \right] \quad (1)$$

$$M = \pi\rho b^2 \left[ ba\ddot{h} - Vb \left( \frac{1}{2} - a \right) \dot{\alpha} - b^2 \left( \frac{1}{8} + a^2 \right) \ddot{\alpha} \right] + 2\pi\rho Vb^2 \left( a + \frac{1}{2} \right) C(k) \left[ V\alpha + \dot{h} + \dot{\alpha}b \left( \frac{1}{2} - a \right) \right] \quad (2)$$

sendo  $\rho$  a densidade do ar,  $b$  a semi corda do aerofólio,  $V$  a velocidade do escoamento,  $a$  é a localização do eixo elástico em relação ao centro da corda  $\ddot{h}$  é a aceleração vertical,  $\ddot{\alpha}$  é a aceleração angular e  $C(k)$  é a função de Theodorsen, que pode ser escrita como mostrado na Eq. (3):

$$C(k) = \frac{H_1(k)}{H_1(k) + iH_0(k)} \quad (3)$$

onde  $H_1(k)$  e  $H_0(k)$  são funções de Hankel,  $k = \omega b/V$  é a frequência reduzida do sistema e  $i = \sqrt{-1}$ .

De acordo com a formulação algébrica de R. T. Jones, encontrada em (Fung, 1995), a função de Theodorsen pode ser escrita da seguinte forma:

$$C(k) = 1 - \frac{0,165}{1 - \frac{0,0455i}{k}} - \frac{0,335}{1 - \frac{0,3i}{k}} \quad (4)$$

Dessa forma, é possível determinar o grau de quão não estacionário o sistema aeroelástico é por meio da frequência reduzida. A frequência reduzida é um parâmetro que relaciona as características do escoamento não estacionário com as características da estrutura.

A consideração dos termos circulatórios no escoamento é realizada através da suposição de distribuição de vórtices ao longo do corpo do aerofólio, a fim de satisfazer a condição de Kelvin (que preza pela conservação da circulação em qualquer ponto do escoamento ao longo do tempo). Esses termos circulatórios surgem devido à natureza transitória do sistema e são introduzidos para atender à condição de Kutta que pede que o fluxo deixe o bordo de fuga do aerofólio de modo suave, através da definição de um ponto de estagnação neste local do aerofólio. (Theodorsen, 1935). A justificativa para essa abordagem é que os termos não circulatórios por si só não são suficientes para satisfazer tal condição. Portanto, a inclusão dos vórtices pareados, no aerofólio e na esteira no escoamento, é adotada para garantir a correta modelagem do escoamento e a conformidade com as condições de contorno adequadas.

Desta forma, para análises aeroelásticas mais precisas, é necessário que seja adotado o modelo aerodinâmico não estacionário com essas contribuições circulatórias.

### 2.3 Equação de movimento de uma seção típica de aerofólio

Para o desenvolvimento e formulação do problema de *flutter*, será utilizada uma seção típica de um aerofólio simplificada com dois graus de liberdade, sendo flexão e torção, para considerar sua flexibilidade, como mostra a Fig. 1. O primeiro grau de liberdade é o deslocamento vertical  $h$  (positivo para baixo) e o segundo é a variação angular  $\alpha$  (positivo no sentido horário). O grau de liberdade de deslocamento vertical possui uma mola com rigidez  $K_h$  e o grau de liberdade de deslocamento angular possui uma mola de torção com rigidez de  $K_\alpha$ , ambas fixadas no eixo elástico do mecanismo do aerofólio.

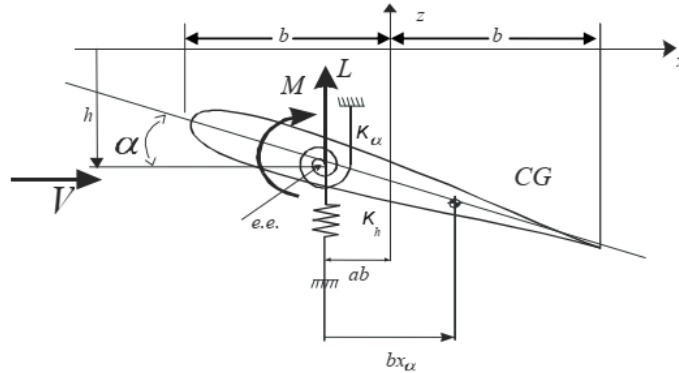


Figura 1. Seção típica de um aerofólio. Fonte: Tavares, 2009

Para um elemento de massa situado a uma distância  $x$  do eixo elástico, a força de inércia pode ser descrita por:

$$-dm(\ddot{h} + x\ddot{\alpha}) \quad (5)$$

Conforme mostrado (Fung, 1995), a força de inércia total por unidade de envergadura da asa pode ser escrita da seguinte forma:

$$-\int_0^b dm(\ddot{h} + x\ddot{\alpha}) = -(m\ddot{h} + S\ddot{\alpha}) \quad (6)$$

onde a massa total por unidade de envergadura é  $m = \int dm$  e o momento estático da asa sobre o eixo elástico é  $S = \int x dm$ . As integrais são levadas em consideração por toda corda da asa ( $b$ ).

A força de inércia exerce um momento por unidade de envergadura sobre o eixo elástico, que pode ser descrito da seguinte forma:

$$-\int_0^b x(\ddot{h} + x\ddot{\alpha})dm = -(I_\alpha\ddot{\alpha} + S\ddot{h}) \quad (7)$$

onde o momento de inércia de massa sobre o eixo elástico é  $I_\alpha = \int x^2 dm$ .

Levando em consideração que os deslocamentos de flexão (bending) e torção (pitching) são resistidos por duas molas no eixo elástico, com constantes de rigidez sendo  $K_h$  responsável pela flexão e  $K_\alpha$  responsável pela torção. Podemos expressar as forças elásticas se opondo ao deslocamento de flexão como  $-hK_h$  e torção  $-\alpha K_\alpha$ .

Desta forma, as equações de movimento do aerofólio podem ser escritas levando em consideração que a soma das inércias, momentos e forças elásticas devem ser iguais às forças externas que são aplicadas no aerofólio, no caso, as forças aerodinâmicas. Então tem-se as equações de movimento como:

$$m\ddot{h} + S\ddot{\alpha} + hK_h = Q_h \quad (8)$$

$$S\ddot{h} + I_\alpha\ddot{\alpha} + \alpha K_\alpha = Q_\alpha \quad (9)$$

onde  $Q_h$  e  $Q_\alpha$  são, a força e momento aerodinâmico, respectivamente.

Isolando os problemas torcionais e fletores, as frequências naturais desacopladas de oscilação em rad/s, podem ser definidas como:

$$\omega_h = \sqrt{K_h/m} \therefore K_h = m\omega_h^2 \quad (10)$$

$$\omega_\alpha = \sqrt{K_\alpha/I_\alpha} \therefore K_\alpha = I_\alpha\omega_\alpha^2 \quad (11)$$

De acordo com (Fung, 1995; Nam *et al.*, 2001), a equação de movimento do aerofólio pode ser adimensionalizada em função da massa e da corda do aerofólio. Portanto é possível reescrever as equações de movimento da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} 1 & x_\alpha \\ x_\alpha & r_\alpha^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{h}/b \\ \ddot{\alpha} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_h^2 & 0 \\ 0 & r_\alpha^2 \omega_\alpha^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} h/b \\ \alpha \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -L/m \\ M/m \end{Bmatrix} \quad (12)$$

onde a distância do centro de massa até o eixo elástico é  $x_\alpha = S/m$ , o raio de giração em relação ao eixo elástico é  $r_\alpha^2 = I_\alpha/m$ , sendo a força de sustentação positiva no sentido de descida  $-L = Q_h$  e o momento aerodinâmico  $M = Q_\alpha$ .

Conforme descrito por (Fung, 1995), a solução para um sistema aeroelástico é descrita por um movimento oscilatório harmônico, dado pelas seguintes equações:

$$h = h_0 e^{i\omega t} \quad (13)$$

$$\alpha = \alpha_0 e^{i\omega t} \quad (14)$$

Desta forma, tomando-se as devidas derivações, e substituindo os termos na Eq.12, a equação de movimento do sistema resulta em:

$$-\omega^2 \begin{bmatrix} 1 & x_\alpha \\ x_\alpha & r_\alpha^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} h_0/b \\ \alpha_0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_h^2 & 0 \\ 0 & r_\alpha^2 \omega_\alpha^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} h_0/b \\ \alpha_0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -L/m \\ M/m \end{Bmatrix} \quad (15)$$

Então após substituir as soluções da Eq.(13) e (14) na Eq.(1) tem-se:

$$L = \pi \rho b^3 \omega^2 \left[ \frac{h}{b} L_h + \alpha \left( L_\alpha - \left( \frac{1}{2} + a \right) L_h \right) \right] \quad (16)$$

onde a frequência reduzida é definida como  $L_h = 1 - \frac{i2C}{k}$  e  $L_\alpha = \frac{1}{2} - i \frac{1+2C}{k} - \frac{2C}{k^2}$

De forma semelhante, o momento aerodinâmico após a substituição pode ser escrito da seguinte forma:

$$M = \pi \rho b^4 \omega^2 \left[ \left\{ M_h - \left( \frac{1}{2} + a \right) L_h \right\} \frac{h}{b} + \left\{ M_\alpha - \left( \frac{1}{2} + a \right) (L_\alpha + M_h) + \left( \frac{1}{2} + a \right)^2 L_h \right\} \alpha \right] \quad (17)$$

onde tem-se que  $M_h = \frac{1}{2}$  e  $M_\alpha = \frac{3}{8} - i \frac{1}{k}$

Desta forma é possível obter a equação de movimento reescrita da seguinte forma:

$$\frac{\Omega^2}{\mu} \begin{bmatrix} L_h & L_\alpha - \left( \frac{1}{2} + a \right) L_h \\ M_h - \left( \frac{1}{2} + a \right) L_h & M_\alpha - \left( \frac{1}{2} + a \right) (L_\alpha + M_h) + \left( \frac{1}{2} + a \right)^2 L_h \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} h_0/b \\ \alpha_0 \end{Bmatrix} = -\Omega^2 \begin{bmatrix} 1 & x_\alpha \\ x_\alpha & r_\alpha^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} h_0/b \\ \alpha_0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} R^2 & 0 \\ 0 & r_\alpha^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} h_0/b \\ \alpha_0 \end{Bmatrix} \quad (18)$$

onde a razão de massa é definida como  $\mu = \frac{m}{\pi \rho b^2}$ , razão entre a frequência de excitação e modo de torção  $\Omega^2 = \omega^2/\omega_\alpha^2$  a razão de frequências  $R^2 = \omega_h^2/\omega_\alpha^2$ .

O sistema aeroelástico é descrito pela Eq.(18), na qual é estabelecida a relação entre o comportamento da estrutura e as forças e momentos aerodinâmicos atuantes. Essa equação desempenhará um papel fundamental no desenvolvimento do método de análise de velocidade de *flutter* e na elaboração do código correspondente. Por meio dessa equação, será possível investigar de forma mais precisa as interações entre a aerodinâmica e a estrutura, permitindo uma compreensão mais abrangente do fenômeno de *flutter* e o desenvolvimento de estratégias eficazes de mitigação.

## 2.4 Método *V-g* para análise de *flutter*

Conforme mencionado anteriormente, o método de solução no domínio da frequência para o problema aeroelástico apresenta vantagens significativas, como menor custo computacional e facilidade de implementação. Nesta seção, será apresentada a formulação teórica para a resolução do *flutter* utilizando o método *K*. Esse método permitirá uma análise precisa e eficiente do ponto de início do *flutter*, possibilitando uma compreensão mais aprofundada do fenômeno.

A Equação (18) pode ser representada na forma matricial da seguinte forma:

$$[K_{ij}] \begin{Bmatrix} h_0/b \\ \alpha_0 \end{Bmatrix} = \Omega^2 [A_{ij} + M_{ij}] \begin{Bmatrix} h_0/b \\ \alpha_0 \end{Bmatrix} \quad (19)$$

onde a matriz  $A_{ij}$  é a matriz aerodinâmica multiplicado pelo inverso da razão de massa,  $K_{ij}$  é a matriz de rigidez, e  $M_{ij}$  é a matriz de massa. É válido ressaltar que a matriz aerodinâmica está em função da frequência reduzida  $k$ .

Para solucionar o problema da Eq.(19), o método *V - g* trabalha com a ideia de que a estrutura possui um amortecimento estrutural (histerético) artificial. Para a formulação descrita acima, isso é obtido alterando a rigidez da estrutural para uma rigidez complexa, fazendo:

$$(1 + ig)[K_{ij}] \quad (20)$$

Até agora na discussão do equacionamento de *flutter*, o amortecimento não foi levado em consideração, porém o seu efeito dissipativo deve ser levado em consideração. O amortecimento artificial  $g$  mostra a quantidade de amortecimento que é necessária para que em frequência reduzida, a condição de movimento harmônico seja satisfeita. De acordo com (Wright e Cooper, 2015), é uma prática comum combinar o amortecimento e as propriedades de rigidez do sistema resultando em um amortecimento histerético, então chamado de rigidez complexa, que é expressa pela Eq.(20), onde o número complexo  $i$  representa que a força de amortecimento está em quadratura com a força de rigidez, ou seja, estão em fase e têm uma relação de  $90^\circ$  entre si. Devido à natureza dissipativa do amortecimento histerético, a força de amortecimento age de maneira atrasada em relação à força de rigidez.

Assim, para um determinado valor de frequência reduzida  $k = \omega b/V$ , o autovalor do sistema complexo da Eq.(21):

$$\lambda = \frac{(1 + ig)}{\Omega^2} \quad (21)$$

Então a partir desse autovalor, é possível encontrar as seguintes relações:

$$\frac{1}{\lambda_{Re}} = \frac{\omega_i^2}{\omega_\alpha^2} \quad (22)$$

$$g = \frac{\lambda_{Im}}{\lambda_{Re}} \quad (23)$$

Essas relações fornecem informações importantes sobre as características dinâmicas do sistema aeroelástico, como a frequência natural e o amortecimento em cada grau de liberdade analisado. Ao resolver o problema de autovalores complexos, é possível obter os valores de frequência natural ( $\omega_i$ ) para diferentes valores de frequência reduzida ( $k$ ), varrendo desde valores altos até valores próximos de zero. Através dessa varredura, é possível determinar a frequência de *flutter* para cada valor de  $k$ , o que permite identificar a velocidade crítica de *flutter*. Essa velocidade crítica de *flutter* é obtida a partir da relação expressa na Equação (24).

$$V_{crit} = \frac{\omega_{crit} b}{k} \quad (24)$$

onde  $V_{crit}$  é a velocidade crítica de *flutter* e  $\omega_{crit}$  é a frequência crítica de *flutter*.

Quando  $g = 0$ , isso indica que não é necessária a aplicação de amortecimento artificial para que o sistema entre em movimento harmônico, ou seja, essa condição de ausência de amortecimento artificial é alcançada na velocidade crítica de *flutter*, onde ocorre uma coincidência entre as frequências naturais do sistema e a frequência do fluxo de ar. Nesse ponto crítico, qualquer perturbação mínima pode resultar em oscilações amplificadas e instáveis. Nam *et al.* (2001).

## 2.5 Comparação de modelos de asa

A partir do equacionamento mostrado na seção anterior, foi desenvolvido um código em *Python* com o objetivo de realizar iterações para a solução do problema de *flutter*. É necessário fornecer os parâmetros da asa a ser analisada

como entrada do código. Com base nessas informações, o algoritmo realizará os cálculos necessários e gerará um gráfico do diagrama  $V - g$ . Esse diagrama mostrará a relação entre a velocidade do fluxo de ar ( $V$ ) e o amortecimento ( $g$ ) e a velocidade do fluxo de ar e a frequência de oscilação da estrutura  $\omega$ . Esses dados serão essenciais para entender o comportamento do sistema aeroelástico em diferentes condições de velocidade.

Para validar a funcionalidade do código, foram selecionados três modelos de seção típica de asas descritos na literatura. A concordância dos valores de saída do código com os valores previamente calculados e documentados na literatura será essencial para verificar a precisão e confiabilidade do código desenvolvido. Ao comparar os resultados obtidos pelo código com os dados já conhecidos, será possível verificar se o código está produzindo resultados consistentes e confiáveis. Isso fornecerá uma base sólida para a utilização do algoritmo em futuras análises e projetos de aeronaves, garantindo a precisão das previsões de *flutter* e a confiabilidade das estimativas de velocidade crítica de *flutter*.

O primeiro e o segundo modelo de seção típica que serão analisados foram retirados de Fung (1995). No primeiro exemplo a localização do eixo elástico (e.e) está a frente do centro de gravidade (c.g) do aerofólio, sendo o valor positivo em direção ao bordo de fuga, como mostrado na Fig. 2. Já o segundo modelo mostrado na Fig. 3 apresenta a localização do eixo elástico e do centro de gravidades coincidentes na meia corda do aerofólio. A Tabela 1 contém os valores correspondentes aos parâmetros utilizados nas análises.

A terceira seção típica é a clássica asa que foi proposta por Goland (1945) e pode ser visualizada na Fig.4. Os dados também podem ser encontrados na Tabela 1 e foram retirados de Berci (2021).

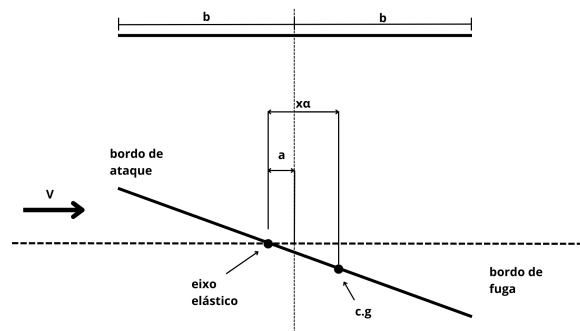


Figura 2. Primeiro modelo de asa. Fonte: Do autor, 2023

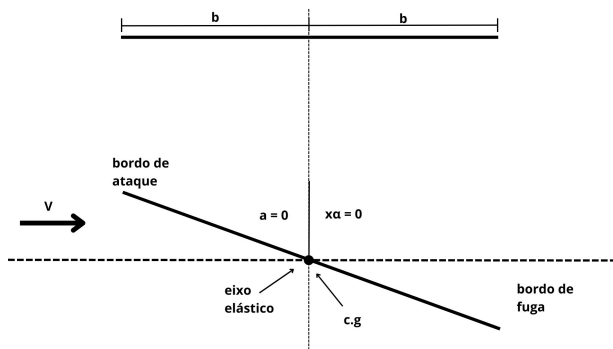


Figura 3. Segundo modelo de asa. Fonte: Do autor, 2023

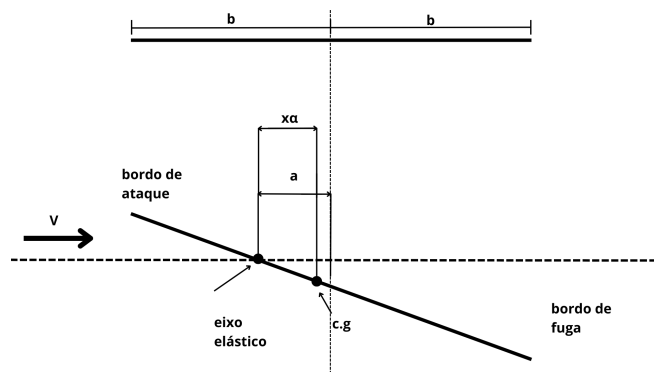


Figura 4. Terceiro modelo de asa. Fonte: Do autor, 2023

Tabela 1. Dados dos modelos

| Descrição | $\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ] | $b$ [m] | $a$ [adm] | $x_\alpha$ [adm] | $\mu$ [adm] | $m$ [kg/m] | $r_\alpha$ [adm] | $\omega_h$ [rad/s] | $\omega_\alpha$ [rad/s] |
|-----------|-----------------------------|---------|-----------|------------------|-------------|------------|------------------|--------------------|-------------------------|
| Modelo 01 | 1.225                       | 0.127   | -0.15     | 0.25             | 76          | 1          | 0.388            | 55.9               | 64.1                    |
| Modelo 02 | 1.225                       | 9.144   | 0         | 0                | 40          | 3925       | 0.622            | 0.880              | 1.552                   |
| Modelo 03 | 1.225                       | 0.9145  | -0.34     | 0.2              | 11.01       | 35.72      | 0.25             | 49.49              | 87.08                   |

### 3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Esta seção apresenta os resultados e discussões das análises realizadas nos modelos de aerofólio utilizando o algoritmo desenvolvido para calcular a velocidade de *flutter*. Para cada modelo de aerofólio analisado, foram calculados os valores da frequência natural e do amortecimento em diferentes velocidades de escoamento, todos em função da frequência reduzida. Esses resultados foram então comparados com os valores de referência encontrados na literatura mencionada.

A Figura 5 mostra o diagrama V-g-f para o primeiro modelo de aerofólio utilizado.

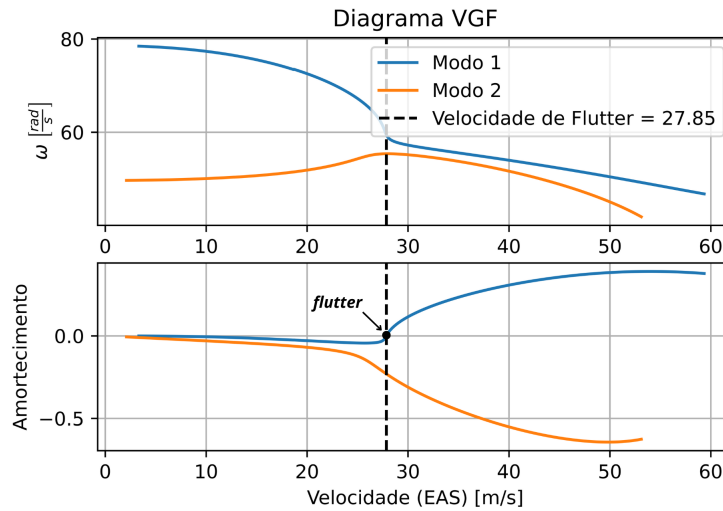


Figura 5. Diagrama V-g-f do primeiro modelo. Fonte: Do autor, 2023

Após uma análise breve do diagrama obtido para o primeiro modelo de aerofólio, foi observado que a velocidade de *flutter* ocorre em 27.85 m/s. Essa velocidade está em concordância com o valor documentado na literatura, que é de 90.1 ft/s ou 27.47 m/s. Essa correspondência entre os resultados obtidos pelo código e os valores de referência valida a precisão e confiabilidade do algoritmo desenvolvido para o primeiro modelo abordado.

A Figura 6 mostra o diagrama V-g-f para o segundo modelo de aerofólio utilizado.



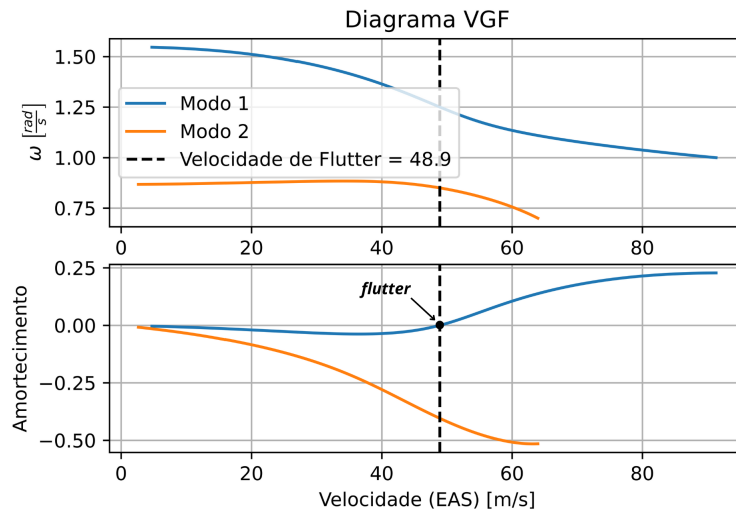


Figura 6. Diagrama V-g-f do segundo modelo. Fonte: Do autor, 2023

Após a comparação dos resultados, verificou-se que o valor documentado na literatura para a velocidade de *flutter* do segundo modelo de aerofólio é de 162 ft/s ou 49.3 m/s. O resultado obtido através do teste do algoritmo foi de 48.9 m/s, o que indica uma excelente correspondência entre os cálculos realizados e os valores disponíveis para comparação. Essa consistência fortalece a confiança no algoritmo desenvolvido e reforça sua capacidade de prever com precisão a velocidade de *flutter* em modelos de aerofólio.

Na Figura 7 é possível visualizar o resultado do terceiro modelo analisado.

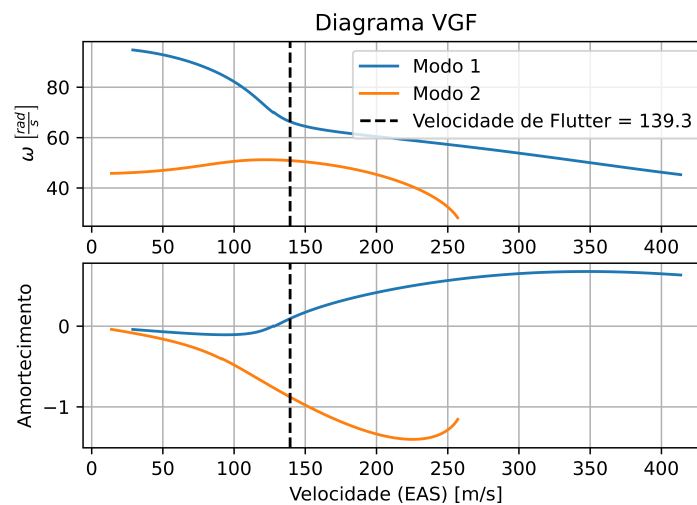


Figura 7. Diagrama V-g-f do terceiro modelo. Fonte: Do autor, 2023

O valor calculado pelo algoritmo foi de 139.30 m/s, o que está em concordância com o valor de 136.80 m/s encontrado em Berci (2021). A partir desta terceira análise é possível verificar e validar a confiança do código para previsão de *flutter*. Os resultados podem ser comparados na Tabela 2.

Tabela 2. Resultados dos modelos

| Descrição | Valor referência [m/s] | Valor calculado [m/s] | Desvio [%] |
|-----------|------------------------|-----------------------|------------|
| Modelo 01 | 27.46                  | 27.85                 | 1.42       |
| Modelo 02 | 49.37                  | 48.90                 | -0.95      |
| Modelo 03 | 136.80                 | 139.30                | 1.83       |

Os resultados obtidos mostraram uma concordância satisfatória com os valores documentados, demonstrando a eficá-

cia e confiabilidade do código desenvolvido. Além disso, as curvas do diagrama V-g obtidas a partir do código forneceram uma representação visual clara do comportamento do sistema aeroelástico, sendo possível observar a relação entre a velocidade de escoamento e a ocorrência de *flutter*, assim como o uso do amortecimento artificial para determinar a estabilidade da estrutura.

Esses resultados validam a metodologia adotada e confirmam a capacidade do algoritmo em calcular de forma precisa a velocidade de *flutter*. Isso proporciona confiança na utilização do código para análises futuras e projetos aeroelásticos, contribuindo para a compreensão e mitigação dos efeitos do *flutter* em aeronaves não tripuladas.

É importante ressaltar que as análises foram realizadas considerando os modelos de aerofólio e parâmetros específicos utilizados na literatura de referência. Para aplicações práticas, é recomendado ajustar os parâmetros de entrada do código de acordo com as características da aeronave em estudo, a fim de obter resultados mais precisos e relevantes para o projeto específico. Os valores encontrados estão sujeitos a erros numéricos associados ao método e precisão dos algoritmos usados para a solução das equações transcendentais.

Inicialmente, a intenção deste estudo era realizar uma análise prática utilizando um aeromodelo para a previsão da velocidade de *flutter*. No entanto, devido à complexidade de transformar o projeto 3D em uma simplificação bidimensional adequada, não foi possível realizar essa avaliação. Contudo, é importante ressaltar que essa análise será desenvolvida em trabalhos futuros com o auxílio de ferramentas de engenharia assistida por computador (CAE), que podem fornecer uma representação mais precisa e detalhada do comportamento aeroelástico do aeromodelo. Essa abordagem mais avançada certamente contribuirá para um estudo mais completo e aprofundado do fenômeno de *flutter* em aeronaves não tripuladas.

#### 4. CONCLUSÃO

Ao longo deste trabalho, foram explorados os efeitos do *flutter* em aeronaves não tripuladas, com o objetivo de compreender e mitigar os riscos associados a esse fenômeno aeroelástico. A formulação teórica deixou clara a forma de como o fenômeno é tratado e resolvido através do método K.

O código desenvolvido em Python foi utilizado para a análise de *flutter*, levando em consideração as características do aerofólio e realizando iterações para determinar a frequência de *flutter* e a velocidade crítica correspondente. O código foi validado utilizando modelos de aerofólios encontrados na literatura, e os resultados numéricos obtidos foram consistentes com os valores documentados. Isso demonstra a eficácia do algoritmo na previsão da velocidade de *flutter* e sua utilidade na análise de problemas de *flutter* em aeronaves não tripuladas.

Embora não tenha sido possível realizar a análise prática com um aeromodelo devido às limitações do estudo, a investigação experimental, juntamente com o auxílio de ferramentas de CAE e a implementação do algoritmo de solução de *flutter* através de outros métodos será objeto de estudo em trabalhos futuros, levando a uma análise mais precisa do comportamento aeroelástico das aeronaves não tripuladas.

De uma forma geral, este trabalho contribui para a compreensão e mitigação do fenômeno de *flutter* em aeronaves não tripuladas. O desenvolvimento do algoritmo e a validação dos resultados demonstraram sua eficácia na previsão da velocidade crítica de *flutter*. Essa compreensão aprofundada do *flutter* e a capacidade de realizar análises precisas contribuem para a segurança, confiabilidade e desempenho aprimorados das aeronaves não tripuladas, impulsionando sua evolução e aplicação em diversos setores.

#### 5. REFERÊNCIAS

- Benini, G.R., 2002. *Modelo Numérico para a simulação da resposta aeroelástica de asas fixas*. Master's thesis, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- Berci, M., 2021. "On aerodynamic models for flutter analysis: A systematic overview and comparative assessment". *Appl. Mech.*
- Bisplinghoff, R.L., Ashley, H. e Halfman, R.L., 1955. *Aeroelasticity*. Addison-Wesley Publishing Co.
- Chai, Y. e et al., 2021. "Aeroelastic analysis and flutter control of wings and panels: A review". *International Journal of Mechanical System Dynamics*, Vol. 1, No. 1, pp. 5–34.
- Collar, A.R., 1946. "The expanding domain of aeroelasticity". *The Journal of the Royal Aeronautical Society*, Vol. 50, pp. 613–636.
- Dowell, E.H., 2022. *A Modern Course in Aeroelasticity*. Springer.
- Fung, I.C., 1995. *An Introduction to the Theory of Aeroelasticity*. Dover.
- Goland, M., 1945. "The flutter of a uniform cantilever wing". *ASME. J. Appl. Mech.*
- Haddadpour, H. e Firouz-Abadi, R.D., 2006. "Evaluation of quasi-steady aerodynamic modeling for flutter prediction of aircraft wings in incompressible flow". *Thin-Walled Structures*, Vol. 44, No. 9, pp. 931–936.
- Hamada, S. e Moreno, C., 2018. "Development of an unmanned aerial vehicle (uav) research platform for flutter analysis". *Aerospace Research Central*.
- Hodges, D.H. e Pierce, G.A., 2002. *Introduction to Structural Dynamics and Aeroelasticity*. Cambridge.
- Li, H. e Ekici, K., 2018. "A novel approach for flutter prediction of pitch–plunge airfoils using an efficient one-shot

- method”. *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 82, pp. 651–671.
- Marqui, C.d., 2004. *Estudo Teórico e Experimental de um Controlador para Supressão de 'Flutter'*. Ph.D. thesis, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- Nam, C., Kim, Y. e Weisshaar, T.A., 2001. “Computational aids in aeroservoelastic analysis using matlab”.
- Peretz, O. e Gat, A.D., 2019. “Forced vibrations as a mechanism to suppress flutter—an aeroelastic kapitza’s pendulum”. *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 85, pp. 138–148.
- Sabri, F. e Meguid, S.A., 2011. “Flutter boundary prediction of an adaptive morphing wing for unmanned aerial vehicle”. *International Journal of Mechanics and Materials in Design*, Vol. 7, pp. 307–312.
- Tavares, E.J., 2009. *Modelo Experimental para Ensaio de Flutter de uma Seção Típica Aeroelástica*. Master’s thesis, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- Theodorsen, T., 1935. “General theory of aerodynamic instability and the mechanism of flutter”. Technical report, NACA Technical Report.
- Wright, J.R. e Cooper, J.E., 2015. *Introduction to Aircraft Aeroelasticity and Loads*. Wiley.

## 6. RESPONSABILIDADE AUTORAL

O(s) autor(es) é(são) o(s) único(s) responsável(is) pelo conteúdo deste trabalho.