The Partially Ordered Multidimensional Multi-Knapsack Problem
Definição

Marcos Daniel V. Baroni

31 de Janeiro de 2014

Conjuntos

- $\boldsymbol{N}$ Nº de Ações $(1 < i < N)$
- $\boldsymbol{Y}$ Nº de Anos $(1 < j < Y)$
- $\boldsymbol{P}$ Nº de Períodos por ano $(1 < k < P)$
  - $\boldsymbol{P_j = \{P.(j-1)+1, \ldots, P.j\}}$
    Períodos referentes ao ano j;
- $\boldsymbol{R}$ Nº de Recursos $(1 < l < R)$

Parâmetros

Globais

- $\boldsymbol{r}$ Taxa interna de retorno periódico (juros);

Anuais

- $\boldsymbol{g^j}$ Meta anual de redução de perda;
  $\boldsymbol{1 \leq j \leq Y}$
- $\boldsymbol{o_l}$ Orçamento global;
  $\boldsymbol{1 \leq l \leq R}$
- $\boldsymbol{p_l^j}$ Orçamento anual;
  $\boldsymbol{1 \leq l \leq R, \quad 1 \leq j \leq Y}$
- $\boldsymbol{s_l^k}$ Orçamento periódico;
  $\boldsymbol{1 \leq l \leq R, \quad 1 \leq k \leq P.Y}$

das Ações

- $\boldsymbol{m_i}$ Mercado Global;
  $\boldsymbol{1 \leq i \leq N}$
- $\boldsymbol{u_i^j}$ Mercado anual;
  $\boldsymbol{1 \leq i \leq N, \quad 1 \leq j \leq Y}$
- $\boldsymbol{z_i^k}$ Mercado periódico;
  $\boldsymbol{1 \leq i \leq N, \quad 1 \leq k \leq P.Y}$
- $\boldsymbol{c_{il}}$ Custo da ação;
  $\boldsymbol{1 \leq i \leq N, \quad 1 \leq l \leq R}$
- $\boldsymbol{v_i}$ Valor da energia;
  $\boldsymbol{1 \leq i \leq N}$
- $\boldsymbol{e_i^k}$ Recuperação realizada pela ação i no k-ésimo período após sua execução;
  $\boldsymbol{1 \leq i \leq N, \quad 0 \leq k \leq P.Y - 1}$
- $\boldsymbol{D_{it}}$ Quantidade de vezes que a ação t precisa ser feita para que seja possível a execução de 1 ação i.
  $\boldsymbol{1 \leq i \leq N, \quad 1 \leq t \leq N}$

Variáveis

- $\boldsymbol{x_i^k}$ Número de vezes que a ação i é executada no período k;
  $\boldsymbol{1 \leq i \leq N, \quad 1 \leq k \leq P.Y}$

Equações

- Total de energia recuperada para o k-ésimo período, considerando as ações i de todos os períodos.

$$\boldsymbol{Rec_i^k(\overline{x})} = \sum_{\boldsymbol{k'=1}}^{\boldsymbol{k}} \boldsymbol{x_i^{k'}.e_i^{(k-k')}} \qquad \begin{array}{l} i \in \{1,\ldots,N\} \\ k \in \{1,\ldots,P.Y\} \end{array}$$

- Custo total de todas as ações executadas no período k.

$$\boldsymbol{Cost_i^k(\overline{x})} = \sum_{\boldsymbol{l=1}}^{\boldsymbol{R}} \boldsymbol{x_i^k.c_{il}} \qquad k \in \{1,\ldots,P\}$$

- Recuperação de energia para o k-ésimo período após o plano, causada pelas as ações i de todos os períodos.

$$\boldsymbol{Rec'^k_i(\overline{x})} = \sum_{\boldsymbol{k'=k+1}}^{\boldsymbol{P.Y}} \boldsymbol{x_i^{k'}.e_i^{(P.Y+k-k')}} \qquad \begin{array}{l} i \in \{1,\ldots,N\} \\ k \in \{1,\ldots,P.Y\} \end{array}$$

Restrições

- Meta de Recuperação Anual[1]

$$\sum_{\boldsymbol{i=1}}^{\boldsymbol{N}} \sum_{\boldsymbol{k \in P_j}} \boldsymbol{Rec_i^k(\overline{x})} \leq \boldsymbol{g^j} \qquad j = 1,\ldots,Y$$

- Orçamento Global

$$\sum_{\boldsymbol{i=1}}^{\boldsymbol{N}} \sum_{\boldsymbol{k=1}}^{\boldsymbol{P}} \boldsymbol{x_i^k.c_{il}} \leq \boldsymbol{o_l} \qquad l = 1,\ldots,R$$

- Orçamento Anual

$$\sum_{\boldsymbol{i=1}}^{\boldsymbol{N}} \sum_{\boldsymbol{k \in P_j}} \boldsymbol{x_i^k.c_{il}} \leq \boldsymbol{p_l^j} \qquad \begin{array}{l} j = 1,\ldots,Y \\ l = 1,\ldots,R \end{array}$$

- Orçamento periódico

$$\sum_{\boldsymbol{i=1}}^{\boldsymbol{N}} \boldsymbol{x_i^k.c_{il}} \leq \boldsymbol{s_l^k} \qquad \begin{array}{l} k = 1,\ldots,P \\ l = 1,\ldots,R \end{array}$$

- Market Global

$$\sum_{\boldsymbol{k=1}}^{\boldsymbol{P}} \boldsymbol{x_i^k} \leq \boldsymbol{m_i} \qquad i = 1,\ldots,N$$

- Market Anual

$$\sum_{\boldsymbol{k \in P_j}} \boldsymbol{x_i^k} \leq \boldsymbol{u_i^j} \qquad \begin{array}{l} i = 1,\ldots,N \\ j = 1,\ldots,Y \end{array}$$

[1] Dúvida: a recuperação ficar muito abaixo da meta não é um problema?

- Market periódico

$$\boldsymbol{x_i^k} \leq \boldsymbol{z_i^k} \qquad \begin{array}{l} i = 1, \ldots, N \\ k = 1, \ldots, P \end{array}$$

- Dependência entre as Ações

$$\sum_{\boldsymbol{k'=1}}^{\boldsymbol{k}} \boldsymbol{D_{it}.x_i^{k'}} \leq \sum_{\boldsymbol{k'=1}}^{\boldsymbol{k-1}} \boldsymbol{x_t^{k'}} \qquad \begin{array}{l} i, t = 1, \ldots, N \\ k = 2, \ldots, P \end{array}$$

Função Objetivo

$$\boldsymbol{Max\big(Z(\overline{x})\big) = \sum_{i=1}^{N}\sum_{k=1}^{P.Y} \frac{\big(Rec_i^k(\overline{x}).v_i - Cost_i^k(\overline{x})\big)}{(1+r)^k} + \underbrace{\sum_{i=1}^{N}\sum_{k=1}^{P.Y} \frac{{Rec'}_i^k(\overline{x}).v_i}{(1+r)^{(k+P.Y)}}}_{\text{Lucro pós-planejamento}}}$$