

# The Partially Ordered Multidimensional Multi-Knapsack Problem

## Definição

Marcos Daniel V. Baroni

31 de Janeiro de 2014

### Conjuntos

- $N$  N° de Ações ( $1 < i < N$ )
- $Y$  N° de Anos ( $1 < j < Y$ )
- $P$  N° de Períodos por ano ( $1 < k < P$ )
  - $P_j = \{P.(j-1) + 1, \dots, P.j\}$   
Períodos referentes ao ano  $j$ ;
- $R$  N° de Recursos ( $1 < l < R$ )

### Parâmetros

#### Globais

- $r$  Taxa interna de retorno periódico (juros);

#### Anuais

- $g^j$  Meta anual de redução de perda;  
 $1 \leq j \leq Y$
- $o_l$  Orçamento global;  
 $1 \leq l \leq R$
- $p_l^j$  Orçamento anual;  
 $1 \leq l \leq R, \quad 1 \leq j \leq Y$
- $s_l^k$  Orçamento periódico;  
 $1 \leq l \leq R, \quad 1 \leq k \leq P$

#### das Ações

- $m_i$  Mercado Global;  
 $1 \leq i \leq N$
- $u_i^j$  Mercado anual;  
 $1 \leq i \leq N, \quad 1 \leq j \leq Y$
- $z_i^k$  Mercado periódico;  
 $1 \leq i \leq N, \quad 1 \leq k \leq P$
- $c_{il}$  Custo da ação;  
 $1 \leq i \leq N, \quad 1 \leq l \leq R$
- $v_i$  Valor da energia;  
 $1 \leq i \leq N$
- $e_i^k$  Recuperação realizada pela ação  $i$  no  $k$ -ésimo período após sua execução;  
 $1 \leq i \leq N, \quad 0 \leq k < P.M$
- $D_{it}$  Quantidade de vezes que a ação  $t$  precisa ser feita para que seja possível a execução de 1 ação  $i$ .  
 $1 \leq i \leq N, \quad 1 \leq t \leq N$

## Variáveis

- $x_i^k$  Número de vezes que a ação  $i$  é executada no período  $k$ ;

## Equações

- Recuperação de energia para o período  $k$  causada pelas ações  $i$  de todos os períodos.

$$Rec_i^k(\bar{x}) = \sum_{p=0}^{k-1} x_i^{(k-p)} \cdot e_i^p \quad \begin{array}{l} i \in \{1, \dots, N\} \\ k \in \{1, \dots, P\} \end{array}$$

- Lucro originado pela energia recuperada no período  $k$ .

$$Prof^k(\bar{x}) = \sum_{i=1}^N Rec_i^k(\bar{x}) \cdot v_i \quad k \in \{1, \dots, P\}$$

- Custo total de todas as ações executadas no período  $k$ .

$$Cost^k(\bar{x}) = \sum_{i=1}^N \sum_{l=1}^R x_i^k \cdot c_{il} \quad k \in \{1, \dots, P\}$$

## Restrições

- Meta de Recuperação Anual<sup>1</sup>

$$\sum_{i=1}^N \sum_{k \in P_j} Rec_i^k(\bar{x}) \leq g^j \quad j = 1, \dots, Y$$

- Orçamento Global

$$\sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^P x_i^k \cdot c_{il} \leq o_l \quad l = 1, \dots, R$$

- Orçamento Anual

$$\sum_{i=1}^N \sum_{k \in P_j} x_i^k \cdot c_{il} \leq p_l^j \quad \begin{array}{l} j = 1, \dots, Y \\ l = 1, \dots, R \end{array}$$

- Orçamento periódico

$$\sum_{i=1}^N x_i^k \cdot c_{il} \leq s_l^k \quad \begin{array}{l} k = 1, \dots, P \\ l = 1, \dots, R \end{array}$$

- Market Global

$$\sum_{k=1}^P x_i^k \leq m_i \quad i = 1, \dots, N$$

- Market Anual

$$\sum_{k \in P_j} x_i^k \leq u_i^j \quad \begin{array}{l} i = 1, \dots, N \\ j = 1, \dots, Y \end{array}$$

---

<sup>1</sup>Dúvida: a recuperação ficar muito abaixo da meta não é um problema?

- Market periódico

$$x_i^k \leq z_i^k \quad \begin{matrix} i = 1, \dots, N \\ k = 1, \dots, P \end{matrix}$$

- Dependência entre as Ações

$$\sum_{k'=1}^k D_{it} \cdot x_i^{k'} \leq \sum_{k'=1}^{k-1} x_t^{k'} \quad \begin{matrix} i, t = 1, \dots, N \\ k = 2, \dots, P \end{matrix}$$

## Função Objetivo

$$Max(Z(\bar{x})) = \sum_{k=1}^P \frac{(Prof^k(\bar{x}) - Cost^k(\bar{x}))}{(1+r)^k}$$