

## Capítulo 1

# Métodos Térmicos - Injeção de Água Quente

A formulação matemática para o Injeção de água quente é definida como:

$$\begin{cases} \frac{\partial S_1}{\partial t} + \frac{u_t}{\phi} \frac{\partial f_1(S_1, T)}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} [\phi (\rho_1 S_1 H_1 + \rho_2 S_2 H_2) + (1 - \phi) \rho_s H_s] + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_1 \vec{u}_1 H_1 + \rho_2 \vec{u}_2 H_2) = 0 \end{cases} \quad (1.1)$$

onde,  $S_j$  é a saturação,  $f_j$  é o fluxo fracionário,  $H_j$  é a enthalpia,  $u_j$  a velocidade da fase,  $\rho_j$  é a massa específica e  $\phi$  a porosidade. Escrevendo na forma matricial:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial S_1}{\partial t} \\ \frac{\partial T}{\partial t} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{u_t}{\phi} \frac{\partial f_1}{\partial S_1} & \frac{u_t}{\phi} \frac{\partial f_1}{\partial T} \\ 0 & \frac{u_t}{\phi} \frac{(M_{t_1} f_1 + M_{t_2} f_2)}{[(M_{t_1} S_1 + M_{t_2} S_2) + \frac{(1-\phi)}{\phi} M_{t_s}]} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial S_1}{\partial x} \\ \frac{\partial T}{\partial x} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1.2)$$

onde,  $M_{T_j} = \rho_j C_{P_j}$ .

### 1.1 Autovalores:

$$\lambda_1 = \frac{u_t}{\phi} \frac{\partial f_1}{\partial S_1} \quad (1.3)$$

$$\lambda_2 = \frac{u_t}{\phi} \frac{(M_{t_1} f_1 + M_{t_2} f_2)}{[(M_{t_1} S_1 + M_{t_2} S_2) + \frac{(1-\phi)}{\phi} M_{t_s}]} \quad (1.4)$$

### 1.2 Autovetor:

$$\vec{r}_1 = \begin{bmatrix} r_1^{(1)} \\ r_1^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\vec{r}_2 = \begin{bmatrix} r_2^{(1)} \\ r_2^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\frac{\partial f_1}{\partial T}}{\left[ (M_{t_1} S_1 + M_{t_2} S_2) + \frac{(1-\phi)}{\phi} M_{t_s} \right]} - \frac{\partial f_1}{\partial S_1} \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

### 1.3 Condições de choque:

$$D = \frac{u_t}{\phi} \frac{(f_1^+ - f_1^-)}{(S_1^+ - S_1^-)}$$

$$D = \frac{u_t}{\phi} \frac{((M_{t_1} - M_{t_2})(f_1^+ T^+ - f_1^- T^-) + M_{t_2}(T^+ - T^-))}{\left( ((M_{t_1} - M_{t_2})(S_1^+ T^+ - S_1^- T^-) + M_{t_2}(T^+ - T^-)) + \frac{(1-\phi)}{\phi} M_{t_s}(T^+ - T^-) \right)}$$

### 1.4 Famílias de Rarefação:

$$\alpha_1 = \frac{1}{\frac{u_t}{\phi} \frac{\partial^2 f_1}{\partial S_1^2}}$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{\left( \frac{\left[ \left( \frac{\partial f_1}{\partial S_1} (M_{t_1} - M_{t_2}) \right) (S_1 (M_{t_1} - M_{t_2}) + M_{t_2} + \frac{(1-\phi)}{\phi} M_{t_s}) \right] - \left[ (f_1 (M_{t_1} - M_{t_2}) + M_{t_2}) (M_{t_1} - M_{t_2}) \right]}{\left[ (S_1 (M_{t_1} - M_{t_2}) + M_{t_2}) + \frac{(1-\phi)}{\phi} M_{t_s} \right]^2} \right) \frac{u_t}{\phi} + \left( \frac{u_t}{\phi} \frac{\left[ \left( \frac{\partial f_1}{\partial T} (M_{t_1} - M_{t_2}) \right) (S_1 (M_{t_1} - M_{t_2}) + M_{t_2} + \frac{(1-\phi)}{\phi} M_{t_s}) \right]}{\left[ (S_1 (M_{t_1} - M_{t_2}) + M_{t_2}) + \frac{(1-\phi)}{\phi} M_{t_s} \right]} \right)}$$

### 1.5 Relações Constitutivas

#### 1. Viscosidade

A equação de Andrade (1930) :

$$\mu_2 = A e^{B/T}, \quad (1.6)$$

onde T está em graus absolutos. A e B são parâmetros empíricos para os quais os valores são determinados a partir de duas medições de viscosidade em diferentes temperaturas. Para extrapolação ou interpolação, a Eq. 1.6 indica que um gráfico semi-logarítmico de viscosidade vs  $T^{-1}$  deve ser uma linha reta.

#### 1. Calor Específico

Várias outras propriedades do petróleo bruto, como calor específico, capacidade volumétrica de calor e condutividade térmica, são funções da temperatura. Equações empíricas para prever essas propriedades incluem a equação de Gambill (1957) para calor específico,

$$C_{p2} = \frac{0,7 + 0,0032T}{\rho_2^{0,5}} \quad (1.7)$$

Onde  $C_{p2}$  está em  $kJ/kg.K$ , T em K, e  $\rho_2$  em  $g/cm^3$ .

## CAPÍTULO 1. MÉTODOS TÉRMICOS - INJEÇÃO DE ÁGUA QUENTE 3

### 1. Enthalpia

$$dH_j = C_{pj}dT$$

onde  $C_{pj}$  é o calor específico da fase j.

### 1. Fluxo fracionário

$$f_1(S_1, T) = \frac{\frac{k_{r1}}{u_1}}{\frac{k_{r1}}{u_1} + \frac{k_{r2}}{u_2}}$$

### 1. Velocidade

$$u_1(S_1, T) = -k \frac{k_{r1}(S_1)}{u_1(T)} \frac{\partial P}{\partial x}$$

### 1. Permeabilidade relativa

$$k_{r1}(S_1) = (k_{r1})_{s_{orw}} \left( \frac{S_w - S_{wi}}{1 - S_{wi} - S_{orw}} \right)^{ew} \quad (1.8)$$

- A derivada da permeabilidade relativa da água em relação a saturação de água:

$$\frac{d(k_{rw}(S_w))}{dS_w} = (k_{rw})_{s_{orw}} \frac{d \left( \frac{S_w - S_{wi}}{1 - S_{wi} - S_{orw}} \right)^{ew}}{dS_w} \quad (1.9)$$

sendo  $k_{rw}$  =permeabilidade relativa na água,  $k_{ro}$  =permeabilidade relativa na óleo,  $(k_{rw})_{s_{orw}}$  =permeabilidade relativa na água na saturação de óleo residual,  $(k_{rw})_{s_{wi}}$  =permeabilidade relativa da água na saturação de agua irreduzível,  $S_w$  =Saturação de água,  $S_{wi}$  =Saturação de água irreduzível,  $S_{orw}$  =Saturação de óleo residual, ew,eow e epcow= constantes experimentais de Corey-Brooks .

Tabela 1 - Condições de contorno sobre as fronteiras do reservatório.

| Propriedades físicas          | Unidade | Descrição                      |
|-------------------------------|---------|--------------------------------|
| Pressão estática / psi        | 2000    | Poco produtor                  |
| Vazão mássica de água / kg/s  | 0,577   | Entrada do poço injetor        |
| Fração volumétrica            | 1       | Água - Entrada do poço injetor |
| Fração volumétrica            | 0       | Óleo - Entrada do poço injetor |
| Pressão do reservatório / psi | 3441,9  | Óleo no reservatório           |
| Temperatura / °F              | 233,24  | Água                           |
| Fração volumétrica inicial    | 0       | Óleo leve                      |
| Fração volumétrica inicial    | 1       |                                |

Tabela 2 - Propriedades do óleo e da água.

| Propriedades físicas          | Fase contínua (petróleo) | Fase contínua (água) |
|-------------------------------|--------------------------|----------------------|
| Massa molar / kg/kmol         | 105,47                   | 18,02                |
| Densidade / kg/m³             | 876,16                   | 997,0                |
| Viscosidade dinâmica / cp     | 2                        | 0,0008899            |
| Condutividade térmica / W/m.K | 0,143                    | 0,6069               |
| Calor específico / J/kg.K     | 2082                     | 4181,7               |
| Pressão                       | constante                | 1                    |

Tabela 3 - Propriedades do meio poroso.

| Propriedades físicas                         | Rocha               |
|--|---------------------|
| Permeabilidade / m²                          | 1.10 <sup>-12</sup> |
| Porosidade                                   | 0,20                |
| Coefficiente de perda de resistência (Kloss) | 0                   |

Características  
]Parâmetros

## CAPÍTULO 1. MÉTODOS TÉRMICOS - INJEÇÃO DE ÁGUA QUENTE 4

Tabela 1.1: Características

| Propriedades físicas          | Unidade | Descrição                      |
|-------------------------------|---------|--------------------------------|
| Pressão estática / psi        | 2000    | Poço produtor                  |
| Vazão mássica de água / kg/s  | 0,577   | Entrada do poço injetor        |
| Fração volumétrica            | 1       | Água - Entrada do poço injetor |
| Fração volumétrica            | 0       | Óleo - Entrada do poço injetor |
| Pressão do reservatório / psi | 3441,9  | Óleo no reservatório           |
| Temperatura / °F              | 233,24  | Óleo no reservatório           |
| Fração volumétrica inicial    | 0       | Água                           |
| Fração volumétrica inicial    | 1       | Óleo leve                      |

| Propriedades físicas          | Fase contínua (petróleo) | Fase contínua (água) |
|-------------------------------|--------------------------|----------------------|
| Massa molar / kg/kmol         | 105,47                   | 18,02                |
| Densidade / kg/m <sup>3</sup> | 876,16                   | 997,0                |
| Viscosidade dinâmica / cp     | 2                        | 0,000899             |
| Condutividade térmica / W/m.K | 0,143                    | 0,6069               |
| Calor específico / J/kg.K     | 2092                     | 4181,7               |
| Pressão                       | constante                | 1                    |

| Propriedades físicas                         | Rocha               |
|--|---------------------|
| Permeabilidade / m <sup>2</sup>              | 1.10 <sup>-11</sup> |
| Porosidade                                   | 0,20                |
| Coefficiente de perda de resistência (Kloss) | 0                   |

Tabela 1.2: Parâmetros defaults utilizados

|                                       |                 |                                      |
|---------------------------------------|-----------------|--------------------------------------|
| Depth                                 | 700–770 ft      | 213–235 m                            |
| Estimated original reservoir pressure | 225 psig        | 1.53 mPa                             |
| Current reservoir pressure            | 60 psig         | 0.41 mPa                             |
| Average net sand thickness            | 70 ft           | 21 m                                 |
| Reservoir temperature                 | 80°F            | 300 K                                |
| Oil viscosity at 85°F                 | 2,710 cp        | 2710 mPa·s                           |
| Oil viscosity at 350°F                | 4 cp            | 4710 mPa·s                           |
| Average permeability to air           | 7,600 md        | 7.6 μm <sup>2</sup>                  |
| Average porosity                      | 35%             | 35%                                  |
| Average oil content                   | 1,437 bbl/ac-ft | 0.185 m <sup>3</sup> /m <sup>3</sup> |
| Average oil saturation                | 52%             | 52%                                  |

Tabela 1.3: propriedades de injeção

|       |       |
|-------|-------|
|       |       |
| $S^I$ | 0,4   |
| $T^I$ | 300 K |
| $S^J$ | 0,8   |
| $T^J$ | 600K  |