

# Capítulo 1

## Equação steamfloding

Dada a equação da conservação de massa :

$$\frac{\partial W_i}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{N}_i - R_i = 0, i = 1, 2, \dots, N_c \quad (1.1)$$

Premissas:

- Sem reação química ,  $R_i = 0$ ;
- Sem dispersão;
- Sem adsorção.

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \phi \sum_{j=1}^{N_p} \rho_j S_j \omega_{ij} + (1 - \phi) \rho_s \omega_{is} \right) + \vec{\nabla} \cdot \left( \sum_{j=1}^{N_p} (\rho_j \omega_{ij} \vec{u}_j - \phi \rho_j S_j \vec{K}_{ij} \cdot \vec{\nabla} \omega_{ij}) \right) = 0$$

$$\phi \sum_{j=1}^{N_p} S_j r_{ij} + (1 - \phi) r_{is}, \quad i=1, \dots, N_c \quad (1.2)$$

Com isso a equação se torna :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \phi \sum_{j=1}^{N_p} \rho_j S_j \omega_{ij} + (1 - \phi) \rho_s \omega_{is} \right) + \vec{\nabla} \cdot \left( \sum_{j=1}^{N_p} (\rho_j \omega_{ij} \vec{u}_j) \right) = 0, \quad i=1, \dots, N_c \quad (1.3)$$

Considerando um sistema de 3 fases, pode-se defini-las como:

- j= 1, aquosa;
- j= 2, oleosa;
- j= 3, gasosa.

Há dois componentes presentes, que não reagem e não se misturam:

- $i = 1$ , água;
- $i = 2$ , óleo;

Enquanto a fase oleosa apresenta apenas o componente óleo, as fases gasosa e aquosa apresentam somente o componente água. A partir disso, podemos reescrever a Equação 1.3 para os componentes como:

- **Componente água:**

$$\frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho_1 S_1 \omega_{11} + \phi \rho_2 S_2 \omega_{12} + \phi \rho_3 S_3 \omega_{13}) + \vec{\nabla} (\rho_1 \omega_{11} \vec{u}_1 + \rho_2 \omega_{12} \vec{u}_2 + \rho_3 \omega_{13} \vec{u}_3) = 0$$

como não há troca de massa entre os componentes :

$$\omega_{11} = 1, \omega_{12} = 0, \omega_{13} = 1$$

então,

$$\frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho_1 S_1 \omega_{11} + \phi \rho_2 S_2 \omega_{12} + \phi \rho_3 S_3 \omega_{13}) + \vec{\nabla} (\rho_1 \omega_{11} \vec{u}_1 + \rho_2 \omega_{12} \vec{u}_2 + \rho_3 \omega_{13} \vec{u}_3) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho_1 S_1 + \phi \rho_3 S_3) + \vec{\nabla} (\rho_1 \vec{u}_1 + \rho_3 \vec{u}_3) = 0 \quad (1.4)$$

- **Componente óleo:**

$$\frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho_1 S_1 \omega_{21} + \phi \rho_2 S_2 \omega_{22} + \phi \rho_3 S_3 \omega_{23}) + \vec{\nabla} (\rho_1 \omega_{21} \vec{u}_1 + \rho_2 \omega_{22} \vec{u}_2 + \rho_3 \omega_{23} \vec{u}_3) = 0$$

como não há troca de massa entre os componentes :

$$\omega_{21} = 0, \omega_{22} = 1, \omega_{23} = 0$$

então,

$$\frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho_1 S_1 \omega_{21} + \phi \rho_2 S_2 \omega_{22} + \phi \rho_3 S_3 \omega_{23}) + \vec{\nabla} (\rho_1 \omega_{21} \vec{u}_1 + \rho_2 \omega_{22} \vec{u}_2 + \rho_3 \omega_{23} \vec{u}_3) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho_2 S_2) + \vec{\nabla} (\rho_2 \vec{u}_2) = 0 \quad (1.5)$$

Resumindo,

Componente água:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho_1 S_1 + \phi \rho_3 S_3) + \vec{\nabla} (\rho_1 \vec{u}_1 + \rho_3 \vec{u}_3) = 0$$

Componente óleo:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho_2 S_2) + \vec{\nabla} (\rho_2 \vec{u}_2) = 0$$

onde,

$$\rho(P, T), S(P, T) \text{ e } \vec{u} = \frac{q}{A} = \frac{k_r}{\mu} \frac{dP}{dL} \text{ e } \mu(P, T),$$

Dada a equação da energia:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \rho U + \phi \rho g D_z + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{N_p} \rho_j |\vec{u}_j|^2 \right) + \vec{\nabla} \cdot \left( \sum_{j=1}^{N_p} \rho_j \vec{u}_j \left[ H_j + \frac{1}{2} |u_j|^2 \right] \right) - \vec{\nabla} \cdot \left( k_{T_t} \vec{\nabla} T \right) = 0 \quad (1.6)$$

Premissas:

- Termo de energia cinética e potencial negligenciados;
- Ação da gravidade desconsiderada;
- Sem trabalho pressão-volume;
- Meio poroso incompressível.

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \rho U + \cancel{\phi \rho g D_z} + \cancel{\frac{1}{2} \sum_{j=1}^{N_p} \rho_j |\vec{u}_j|^2} \right) + \vec{\nabla} \cdot \left( \sum_{j=1}^{N_p} \rho_j \vec{u}_j \left[ H_j + \frac{1}{2} |u_j|^2 \right] \right) - \vec{\nabla} \cdot \left( k_{T_t} \vec{\nabla} T \right) = 0 \quad (1.7)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho U) + \vec{\nabla} \cdot \left( \sum_{j=1}^{N_p} \rho_j \vec{u}_j H_j \right) - \vec{\nabla} \cdot \left( k_{T_t} \vec{\nabla} T \right) = 0 \quad (1.8)$$

Na conservação da energia não se faz equações por componentes, se faz a conservação total. Como ,

$$\rho U = \phi \sum_{j=1}^{N_p} \rho_j S_j U_j + (1 - \phi) \rho_s U_s \quad (1.9)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho U) + \vec{\nabla} \cdot \left( \sum_{j=1}^{N_p} \rho_j \vec{u}_j H_j \right) - \vec{\nabla} \cdot \left( k_{T_t} \vec{\nabla} T \right) = 0 \quad (1.10)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} [\phi (\rho_1 S_1 U_1 + \rho_2 S_2 U_2 + \rho_3 S_3 U_3) + (1 - \phi) \rho_s U_s]$$

$$+ \vec{\nabla} \cdot (\rho_1 \vec{u}_1 H_1 + \rho_2 \vec{u}_2 H_2 + \rho_3 \vec{u}_3 H_3) - \vec{\nabla} \cdot \left( k_{T_t} \vec{\nabla} T \right) = 0 \quad (1.11)$$

Nós ainda negligenciamos o trabalho de pressão / volume definindo as entalpias iguais às energias internas (uma boa suposição para líquidos e sólidos) e assumindo que a porosidade é incompressível:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} [(\rho_1 S_1 H_1 + \rho_2 S_2 H_2 + \rho_3 S_3 H_3) + (1 - \phi) \rho_s H_s] \\ + \vec{\nabla} \cdot (\rho_1 \vec{u}_1 H_1 + \rho_2 \vec{u}_2 H_2 + \rho_3 \vec{u}_3 H_3) - \vec{\nabla} \cdot (k_{T_i} \vec{\nabla} T) = 0 \end{aligned} \quad (1.12)$$

Derivando a Eq.1.12, temos:

$$\begin{aligned} (1 - \phi) \frac{\partial(\rho_s H_s)}{\partial t} + \left[ \phi \rho_1 S_1 \frac{\partial \hat{H}_1}{\partial t} + \phi \hat{H}_1 \frac{\partial(\rho_1 S_1)}{\partial t} \right] + \left[ \phi \rho_2 S_2 \frac{\partial \hat{H}_2}{\partial t} + \phi \hat{H}_2 \frac{\partial(\rho_2 S_2)}{\partial t} \right] + \\ \left[ \phi \rho_3 S_3 \frac{\partial \hat{H}_3}{\partial t} + \phi \hat{H}_3 \frac{\partial(\rho_3 S_3)}{\partial t} \right] + \left[ \rho_1 \vec{u}_1 \cdot \vec{\nabla} \hat{H}_1 + \hat{H}_1 \vec{\nabla}(\rho_1 \vec{u}_1) \right] + \\ \left[ \rho_2 \vec{u}_2 \cdot \vec{\nabla} \hat{H}_2 + \hat{H}_2 \vec{\nabla}(\rho_2 \vec{u}_2) \right] + \left[ \rho_3 \vec{u}_3 \cdot \vec{\nabla} \hat{H}_3 + \hat{H}_3 \vec{\nabla}(\rho_3 \vec{u}_3) \right] - \vec{\nabla} \cdot (k_{T_i} \vec{\nabla} T) = 0 \end{aligned}$$

Reorganizando os termos, temos:

$$\begin{aligned} (1 - \phi) \frac{\partial(\rho_s H_s)}{\partial t} + \phi \rho_1 S_1 \frac{\partial \hat{H}_1}{\partial t} + \phi \rho_3 S_3 \frac{\partial \hat{H}_3}{\partial t} + \phi \rho_2 S_2 \frac{\partial \hat{H}_2}{\partial t} + \rho_1 \vec{u}_1 \cdot \vec{\nabla} \hat{H}_1 + \rho_2 \vec{u}_2 \cdot \vec{\nabla} \hat{H}_2 + \rho_3 \vec{u}_3 \cdot \vec{\nabla} \hat{H}_3 \\ + \left[ \hat{H}_1 \vec{\nabla}(\rho_1 \vec{u}_1) + \phi \hat{H}_1 \frac{\partial(\rho_1 S_1)}{\partial t} \right] + \left[ \hat{H}_3 \vec{\nabla}(\rho_3 \vec{u}_3) + \phi \hat{H}_3 \frac{\partial(\rho_3 S_3)}{\partial t} \right] + \left[ \phi \hat{H}_2 \frac{\partial(\rho_2 S_2)}{\partial t} + \hat{H}_2 \vec{\nabla}(\rho_2 \vec{u}_2) \right] \\ - \vec{\nabla} \cdot (k_{T_i} \vec{\nabla} T) = 0 \end{aligned} \quad (1.13)$$

Substituindo as Eqs. 1.5 e 1.4 na Eq. 1.13:

$$\begin{aligned}
 (1-\phi) \frac{\partial(\rho_s H_s)}{\partial t} + \phi \rho_1 S_1 \frac{\partial \hat{H}_1}{\partial t} + \phi \rho_2 S_2 \frac{\partial \hat{H}_2}{\partial t} + \phi \rho_3 S_3 \frac{\partial \hat{H}_3}{\partial t} + (\hat{H}_3 - \hat{H}_1) \frac{\partial(\rho_3 S_3)}{\partial t} \\
 + \rho_1 \vec{u}_1 \cdot \vec{\nabla} \hat{H}_1 + \rho_2 \vec{u}_2 \cdot \vec{\nabla} \hat{H}_2 + \rho_3 \vec{u}_3 \cdot \vec{\nabla} \hat{H}_3 + (\hat{H}_3 - \hat{H}_1) \vec{\nabla} \cdot (\rho_3 S_3) \\
 - \vec{\nabla} \cdot \left( k_{T_t} \vec{\nabla} T \right) = 0 \quad (1.14)
 \end{aligned}$$

O termo  $(\hat{H}_3 - \hat{H}_1)$  é o  $L_v$ , o calor latente de vaporização de água, e assumimos que as entalpias são independentes da pressão,  $dH_j = C_{pj} dT$ , onde  $C_{pj}$  é o calor específico da fase j. Se o  $C_{pj}$  for constante, Eq. ?? torna-se:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial T}{\partial t} [\phi(\rho_1 C_{p1} S_1 + \rho_2 S_2 C_{p2}) + (1-\phi) \rho_s C_{ps}] + (\rho_1 C_{p1} \vec{u}_1 + \rho_2 C_{p2} \vec{u}_2) \cdot \vec{\nabla} T - \vec{\nabla} \cdot \left( k_{T_t} \vec{\nabla} T \right) \\
 - L_v \left[ \phi \frac{\partial(\rho_3 S_3)}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho_3 S_3 \vec{u}_3) \right] \quad (1.15)
 \end{aligned}$$

definindo  $M_{T_t}$  como a capacidade de calor volumétrica geral,

$$M_{T_t} = \phi(\rho_1 C_{p1} S_1 + \rho_2 S_2 C_{p2}) + (1-\phi) \rho_s C_{ps}$$

então a Eq. 1.15, se torna:

$$\frac{\partial T}{\partial t} M_{T_t} + (\rho_1 C_{p1} \vec{u}_1 + \rho_2 C_{p2} \vec{u}_2) \cdot \vec{\nabla} T - \vec{\nabla} \cdot \left( k_{T_t} \vec{\nabla} T \right) = -L_v \left[ \phi \frac{\partial(\rho_3 S_3)}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho_3 S_3 \vec{u}_3) \right]$$