

# Capítulo 1

## Elaboração

Depois da definição dos objetivos, da especificação do software e da montagem dos primeiros diagramas de caso de uso, a etapa do projeto de engenharia envolve a identificação e o estudo dos conceitos relacionados ao sistema a ser desenvolvido, isto é, a análise de domínio e a identificação de pacotes. Na elaboração fazemos uma análise dos requisitos, ajustando os requisitos iniciais de forma a desenvolver um sistema útil e adequado, que atenda às necessidades do usuário além de permitir seu reuso e futura extensão.

### 1.1 Análise de domínio

As acumulações de petróleo possuem certa quantidade de energia, denominada energia primária. A grandeza dessa energia é determinada pelo volume e pela natureza dos fluidos existentes na acumulação, bem como pelos níveis de pressão e de temperatura reinantes no reservatório. No processo de produção há uma dissipação da energia primária, causada pela descompressão dos fluidos do reservatório e pelas resistências encontradas por eles ao fluírem em direção aos poços de produção. Essas resistências são devidas, ou associadas, às forças viscosas e capilares presentes no meio poroso. O consumo de energia primária reflete-se principalmente no decréscimo da pressão do reservatório durante a sua vida produtiva, e consequente redução da produtividade dos poços (ROSA ET AL., 2006).

Há duas linhas gerais de ação para aprimorar os efeitos nocivos da dissipação da energia primária dos reservatórios de petróleo: Suplementando a com energia secundária através da injeção ou reduzindo as resistências viscosas e/ou capilares por meio de métodos especiais, como por exemplo o aquecimento da jazida (ROSA ET AL., 2006).

A quantidade de óleo que pode ser retirada de um reservatório unicamente às expensas de suas energias naturais é chamada de recuperação primária. Por outro lado, recuperação secundária é a quantidade adicional de óleo obtida por suplementação da energia primária com energia secundária, artificialmente transferida para a jazida, ou por meios que tendem a tornar a energia primária mais eficiente. Os objetivos práticos básicos dos métodos de recuperação secundária são o aumento da eficiência de recuperação e a ace-

leração da produção (ROSA ET AL., 2006). De acordo com Coelho (1991) um processo de exploração e produção de uma reserva de hidrocarbonetos, suas características petrofísicas, geológicas, geofísicas e geoquímicas são fundamentais de entendimento para a eficiente recuperação. A qualidade de um reservatório esta diretamente ligado ao ambiente deposicional do mesmo, bem como aos processos diagenéticos que lhe deram origem.

Em um projeto de injeção de fluidos a escolha do esquema de injeção - distribuição dos poços de injeção e produção - é fundamental, pois o sucesso aumenta à medida que certas linhas básicas de procedimento são adotadas ao se fazer essa escolha. Como o objetivo primordial da injeção é o aumento da recuperação de petróleo, deve-se tentar produzir esse volume adicional desejado utilizando-se esquemas em que os volumes de fluidos injetados sejam os menores possíveis. Devem ser buscadas situações em que a maior quantidade de fluido injetado permaneça no interior do reservatório, ou seja, a produção do fluido injetado seja a menor possível. As relações entre pressões e vazões e as relações destas últimas com o tempo do projeto são da maior importância e, portanto, devem ser encaradas como aspectos fundamentais a serem levados em conta no projeto. Finalmente, devem ser observadas as características particulares do reservatório em estudo, tais como a existência de falhas, variações de permeabilidade, estratificações, barreiras etc. Além disso, o aspecto econômico é decisivo (ROSA ET AL., 2006).

A teoria do avanço frontal é usada para calcular a vazão dos poços em esquemas de injeção, e em algumas de suas simplificações assumem que o fluxo entre os poços de injeção e produção é linear (todos os caminhos de fluxo são linhas retas) e que 100% do volume do poro do reservatório é contatado por água Injetada. Embora este comportamento possa ser aproximado em alguns reservatórios alongados, o fluxo linear ideal seria possível apenas se os fluidos pudessem ser injetados e produzidos a partir de toda a seção transversal do reservatório, ao invés de ser através da área limitada de um poço. Este problema é ainda mais complicado pelo fato da maioria dos campos serem desenvolvidos e a injeção de água ser feita utilizando algum padrão regular de poço (SMITH, COBB, 1997).

Quando se trata de um reservatório heterogêneo as taxas energéticas de sedimentação influenciam diretamente na seleção dos grãos. Em geral, ambientes de deposição com alta energia, geram reservatórios com boas características permoporosas, visto que os grãos foram melhor retrabalhados ao longo do curso até a compactação. Um exemplo interessante são os reservatórios originados em paleo-deltas, que são portadores da maior parte do óleo existente em reservatórios areníticos no planeta, (COELHO, 1991). Contudo, a taxa pode variar num mesmo ambiente, gerando reservatórios com variações verticais de permeabilidade, ou reservatórios heterogêneos, que ainda podem se dividir em dois grupos, aqueles que possuem camadas sem cruzamento de fluxo.

A heterogeneidade do reservatório provavelmente tem mais influência do que qualquer outro fator no desempenho de uma injeção de fluido, ao passo que se torna a variável mais difícil de determinar (SMITH, COBB, 1997). É necessário entender como as variações de permeabilidade vertical e areal podem ser determinadas, a fim de obter uma melhor

previsão de desempenho de eficiência do método de recuperação por injeção

Neste trabalho serão discutidos conceitos de razão mobilidade, condutividade, fluxo fracionário, esquemas de injeções em malhas, linhas de fluxo e de pressão, a área invadida pela água, bem como a eficiência do varrido horizontal e vertical em reservatórios homogêneos e heterogêneos

## 1.2 Conceitos Fundamentais

O conhecimento das propriedades das rochas e fluidos é essencial para o desenvolvimento de qualquer metodologia para aumentar o fator de recuperação do petróleo. Assim, será mostrado definições de porosidade absoluta e relativa, molhabilidade, permeabilidade absoluta, fator de recuperação, mobilidade, razão mobilidade, entre outros.

### 1.2.1 Conceitos de Propriedades de Rochas e Fluidos

- **Porosidade:**

A porosidade de uma rocha é definida como a razão entre o volume poroso, capaz de armazenar fluidos, e o volume total da rocha, que é dado pela soma do volume poroso e do volume da parte sólida da rocha. A porosidade mede o volume dos espaços vazios em um meio poroso, independente de estarem ou não interligados. Portanto, a porosidade é um parâmetro petrofísico de grande importância visto que se consegue medir a capacidade de armazenagem de fluidos em um corpo poroso [Rosa et al., 2006].

Assim, a porosidade ( $\phi$ ), expresso em porcentagem, pode ser definida como a razão entre o volume poroso ( $V_p$ ) e o volume total ( $V_t$ ) da amostra (Equação 1.1), onde o volume total é dado pela soma do espaço poroso e da fase sólida (Equação 1.2).

$$\phi = \frac{V_p}{V_t} \quad (1.1)$$

$$V_t = V_p + V_{sólida} \quad (1.2)$$

- **Conservação de Massas:**

A equação da continuidade é desenvolvida efetuand-se um balanço de massas sobre um elemento de volume  $\Delta x \Delta y \Delta z$ , fixo no espaço, através do qual um fluido está escoando (Figura 1.1). Pelo Princípio da Conservação das Massas, pode-se dizer que ao longo de um determinado intervalo de tempo, a massa de água que entra num determinado sistema subtraído da massa que sai, será igual ao acúmulo de massa dentro do sistema. (BIRD; LIFHFOOT, STEWART, 1987)

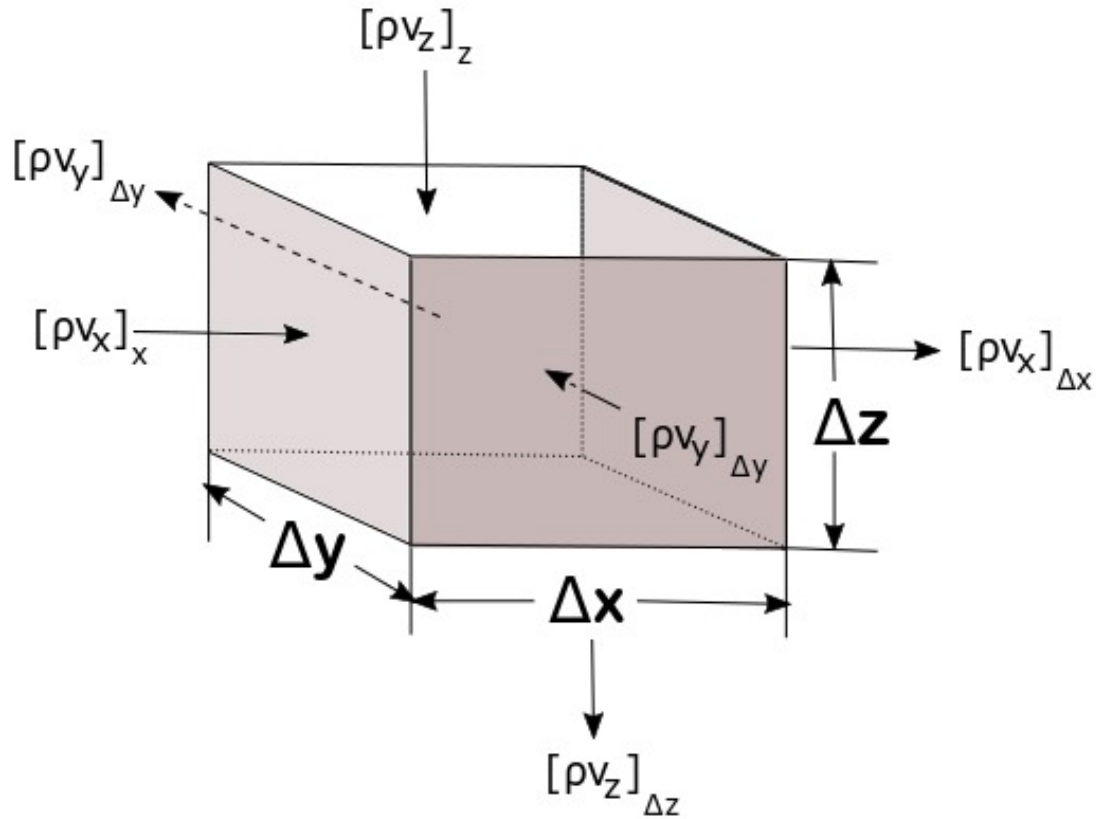


Figura 1.1: Balanço de Massas (Autor)

$$\frac{\partial(\rho_j S_j \phi)}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho_j \mathbf{u}) \quad (1.3)$$

sendo:

$$\nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = \frac{\partial(\rho u_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho u_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho u_z)}{\partial z} \quad (1.4)$$

#### • Equação de Buckley Levett

Para definição da Equação de Buckley-Levett, vamos determinar as seguintes premissas:

- Fluxo 1D, horizontal, Isotérmico;
- Meio Poroso Homogêneo e incompressível (porosidade e permeabilidade cte);
- Fases imiscíveis, incompressíveis e viscosidade constante;
- Sem reações químicas e adsorção;

Obtêm-se:

$$\text{Equação de Buckley-Leverett: } \phi \frac{\partial(S_j)}{\partial t} + \frac{\partial(u_{jx})}{\partial x} = 0 \quad (1.5)$$

- **Molhabilidade:**

O deslocamento de petróleo por meio dos poros da rocha reservatório também é influenciado por outros parâmetros petrofísicos como a molhabilidade, a qual pode ser definida como a capacidade de um fluido de se espalhar em uma superfície sólida na presença de outros fluidos, ou seja, é a tendência da superfície de ter mais afinidade por um fluido em detrimento de outro, também presente no meio poroso. Isto significa que em um fluxo multifásico, um fluido tem mais afinidade com o meio poroso que outros fluidos presentes [Rosa et al., 2006, Dandekar, 2013]. Desta forma, a molhabilidade quantifica a afinidade que a superfície da rocha apresenta para cada fluido na presença de outros, estando relacionada com as forças intermoleculares que atuam entre a superfície e as moléculas dos líquidos presentes. Em reservatórios de petróleo, encontram-se basicamente duas fases líquidas, formadas pelo óleo e a água [Rosa et al., 2006].

- **Permeabilidade:**

A permeabilidade é uma das características petrofísicas mais importantes de um reservatório, sendo a capacidade da rocha de permitir o escoamento de fluidos. Uma rocha pode ter alta porosidade e apresentar baixa permeabilidade, caso os poros não sejam bem conectados, ou seja, para que o reservatório seja produtivo não basta um alto valor de porosidade, a rocha deve possuir a capacidade de permitir o deslocamento de fluidos através dela [Rosa et al., 2006].

Este parâmetro é um dos que tem mais influência na determinação da capacidade de produção de hidrocarbonetos acumulados. A permeabilidade ( $k$ ) é uma propriedade dinâmica, definida como a capacidade de um dado meio poroso se deixar atravessar por um fluido [Rosa et al., 2006]. Ela é uma função da posição e pressão, e varia fortemente com o tamanho dos poros e sua distribuição em determinado local [Lake et al., 1989].

O conceito de permeabilidade aparece na lei que governa o deslocamento dos fluidos através de meios porosos, conhecida como a Lei de Darcy, sendo medida em milidarcy (md). Existem dois tipos de permeabilidades, a permeabilidade absoluta, quando o reservatório está saturado com um único fluido, e a permeabilidade efetiva, quando existem dois ou mais fluidos coexistindo dentro de uma mesma rocha [Albuquerque et al., 2007, Dandekar, 2013]. O desenvolvimento da expressão que permite encontrar a permeabilidade absoluta de um meio poroso é utilizado até os dias atuais na indústria do petróleo. O experimento original de Darcy investigou o fluxo de água através da areia e concluiu que um fluxo linear com vazão de injeção ( $q$ ) é função da condutividade hidráulica ( $k$ ), da área da seção transversal ( $A$ ), do diferencial de pressão da entrada para a saída ( $\Delta P$ ) e do comprimento do meio poroso ( $L$ ), conforme mostra a Equação [Rosa et al., 2006, Lake et al., 1989].

$$q = \frac{kA\Delta P}{\mu L} \quad (1.6)$$

A permeabilidade absoluta pode ser calculada isolando  $k$  na equação de Darcy conforme Equação 1.7.

$$k = \frac{q\mu L}{A\Delta P} \quad (1.7)$$

Sendo:

- $k$  = Permeabilidade
- $A$  = Área da seção transversal
- $\mu$  = Viscosidade
- $L$  = Comprimento do meio poroso

Desta forma, durante um fluxo, se todas as variáveis são conhecidas, menos a permeabilidade, torna-se possível encontrá-la. A forma para a Equação 1.7 é utilizada para um fluxo linear. Em poços, com fluxo radial, modifica-se a geometria para definir a permeabilidade levando em consideração o raio externo do reservatório, o raio do poço, a pressão externa do reservatório, e a pressão medida no poço em uma determinada altura do reservatório, como será visto na fundamentação teórica dos métodos utilizados neste trabalho [Rosa et al., 2006]. A permeabilidade efetiva ( $k_e$ ), quando dois ou mais fluidos saturam o meio poroso [Rosa et al., 2006], sempre apresentará valores menores do que o valor da permeabilidade absoluta da rocha. O cálculo das permeabilidades efetivas à água e ao óleo ( $k_w$  e  $k_o$ ) também pode ser realizado usando a Lei de Darcy conforme Equações 1.8 e 1.9 [Rosa et al., 2006].

$$k_{rw} = \frac{k_w L q_w}{A \Delta P} \quad (1.8)$$

$$k_{ro} = \frac{k_o L q_o}{A \Delta P} \quad (1.9)$$

A razão entre a permeabilidade efetiva de determinado fluido no meio poroso e a permeabilidade absoluta é denominada permeabilidade relativa ( $k_r$ ), a qual pode ser representada pelas Equações 3.9 e 3.10 para um sistema bifásico óleo-água.

$$k_{rw} = \frac{k_w}{k} \quad (1.10)$$

$$k_{ro} = \frac{k_o}{k} \quad (1.11)$$

Este parâmetro sofre efeitos da variação da saturação dos fluidos, da molhabilidade da rocha, da estrutura dos poros da rocha, da tensão de confinamento, do teor de argila

da rocha, da migração de finos, da temperatura, além das variações de tensão interfacial, viscosidade e velocidade do fluxo [Dandekar, 2013].

O aumento da saturação de um fluido molhante no meio poroso em relação a outro fluido chama-se de embebição, e, por outro lado, quando existe uma redução de saturação do fluido que molha preferencialmente a rocha em relação a outro fluido, tem-se uma drenagem [Donaldson et al., 1985]. Assim, no processo de embebição, é necessário que haja uma determinada saturação da fase molhante no início do fluxo, chamada saturação de água conata ou saturação irreduzível ( $S_{wi}$ ). Da mesma forma ocorre no processo de drenagem, e essa saturação é denominada saturação de óleo residual ( $S_{or}$ ). A saturação da fase não molhante atinge seu valor máximo a saturações menores que 100%, o que indica que nem todo o meio poroso interligado irá contribuir ao uxo desta fase [Núñez, 2011].

#### • Mobilidade e Razão Mobilidade:

Na lei de Darcy, há um fator de proporcionalidade relacionado à velocidade de um fluido e ao gradiente de pressão. Este fator de proporcionalidade, denominado mobilidade do fluido, é a permeabilidade efetiva da rocha à esse fluido, dividida pela viscosidade do mesmo (CRAIG, F.F., 1971).

Se três fluidos (óleo, água e gás) estiverem presentes no meio poroso as suas mobilidades serão definidas, respectivamente, por:

$$\lambda_w = \frac{k_w}{\mu_w}, \quad (1.12)$$

$$\lambda_o = \frac{k_o}{\mu_o}, \quad (1.13)$$

$$\lambda_g = \frac{k_g}{\mu_g}, \quad (1.14)$$

Muskat (1937) discutiu pela primeira vez o termo que ficou conhecido como razão de mobilidade. Posteriormente, foi usado para relacionar a mobilidade da água na porção de uma injeção no contato água com a mobilidade do óleo no banco de óleo. Ele apresentou as distribuições de pressão em regime permanente para uma série de arranjos de poços de produção de injeção, isto é, sob condições de uma razão de mobilidade unitária. A razão de mobilidades ( $M$ ) é a relação entre a mobilidade do fluido deslocante ( $\lambda_d$ ) atrás da frente de avanço do mesmo e a mobilidade do fluido deslocado no banco deste fluido. Por exemplo, no caso do fluido deslocado ser o óleo a razão de mobilidades é dada por :

$$M = \frac{k_d \mu_o}{\mu_d k_o} = \frac{\lambda_d}{\lambda_o}, \quad (1.15)$$

onde o subscrito  $d$  denota a fase de deslocamento. Na terminologia de injeção de água, isso se torna,

$$M = \frac{k_w \mu_o}{\mu_w k_o} = \frac{k_w \mu_o}{\mu_w k_{ro}}, \quad (1.16)$$

como a permeabilidade efetiva é função da saturação, a mobilidade também é.

É importante notar que as permeabilidades relativas à água e óleo na Eq.1.16 são definidas em dois pontos separados no reservatório, ou seja,  $k_w$  é a permeabilidade relativa à água na parte do reservatório em contato com a água (na parte invadida pela água) e  $k_o$  é a permeabilidade relativa ao óleo no banco de óleo (parte não invadida do reservatório) (COBB; SMITH, 1997).

## 1.2.2 Conceitos Teóricos:

### • Fluxo Fracionário:

O fluxo fracionário de um fluido é interpretado como o quociente entre a taxa de fluxo desse fluido e a taxa total de fluxo. Assim, o fluxo fracionário da água,  $f_w$ , do óleo,  $f_o$  e o total,  $f_t$  são definidos, respectivamente, pelas Equações 1.17 , 1.18 e 1.19. (ROSA, 2006).

$$f_w = \frac{u_w}{ut} \quad (1.17)$$

$$f_o = \frac{u_o}{ut} \quad (1.18)$$

$$f_t = f_w + f_o \quad (1.19)$$

### • Eficiência do Varrido Vertical ( $Ev$ ):

Definida pela razão entre o volume invadido pela água e o volume total da malha:

$$Ev = \frac{\text{Volume.invadido.pela.água}}{\text{Volume.total.da.malha}} \quad (1.20)$$

Como a própria definição mostrou, quantifica o volume invadido pela água injetada no reservatório, sendo significativamente afetada pela estratificação devido ao movimento preferencial de fluidos nas zonas mais permeáveis. Sofre ainda influência de outros parâmetros como razão de mobilidade, fluxo entre camadas, força da gravidade e forças capilares.

### • Eficiência do Varrido Horizontal ( $Ev$ ):

Em qualquer projeto, independentemente do esquema escolhido, existe uma área total definida que está sujeita à influência da injeção. Por exemplo, em um esquema “five-spot” essa área total é a área da malha base, ou seja, um quadrado. Já no modelo “seven-spot” essa área é um hexágono. Em um reservatório como o da Figura ?? a área total pode



ser vista em planta, delimitada pelo contato óleo/água. Observe que esta área é sempre medida em planta (ROSA ET AL., 2006).

Se não existissem fatores que interferem no desempenho do processo e se o tempo de atuação fosse infinito, a área da malha ou do reservatório seria integralmente varrida pelo fluido injetado, e a recuperação de petróleo seria proveniente de toda essa área. Em projetos reais, devem ser efetuados cálculos para estimar que percentuais dessa área total foram invadidos em diferentes tempos e diferentes condições, uma vez que o fluido injetado invade apenas uma parte da área total (ROSA ET AL., 2006).

Define-se eficiência de varrido horizontal,  $E_A$ , como a relação entre a área invadida pelo fluido injetado e a área total do meio poroso, ambas medidas em planta. Assim:

$$E_A = A_{inv}/A_t \quad (1.21)$$

onde  $A_{inv}$  é a área invadida pelo fluido e  $A_t$  a área total.

#### • Campo potencial e linhas de fluxo

Para cada distribuição de poços de injeção e de produção que se implanta em um reservatório, e a cada instante, existe um campo potencial que é resultado não só das posições desses poços como também das suas vazões e pressões. Para uma formação horizontal e de pequena espessura, o potencial pode ser substituído pela pressão (ROSA ET AL., 2006).

Os pontos de maior potencial são os poços de injeção e os de menor potencial são os poços de produção, e entre esses pontos existem valores intermediários espalhados por todo o reservatório. Esse campo potencial pode ser representado em planta por meio de linhas equipotenciais. No caso de um único poço situado no centro de um reservatório cilíndrico, por exemplo, as linhas equipotenciais são circunferências que têm o poço como centro como mostrado a Figura 1.2 (ROSA ET AL., 2006).

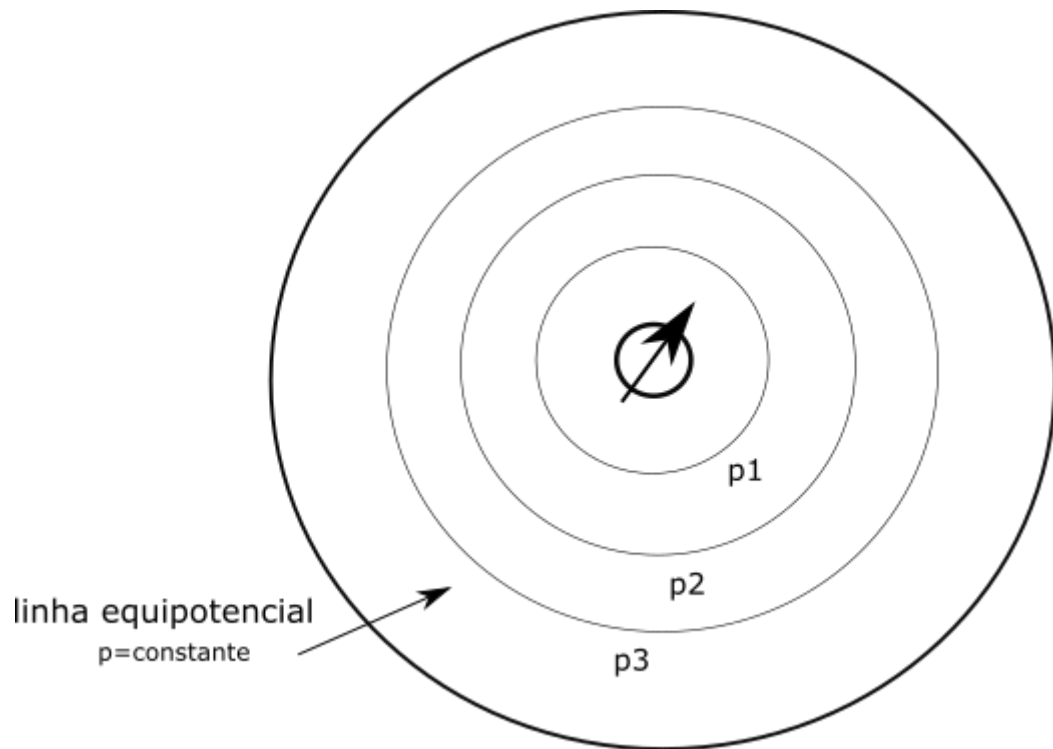


Figura 1.2: Linhas equipotenciais concêntricas em um reservatório infinito.

Perpendiculares às linhas equipotenciais se localizam as linhas de fluxo, que começam nos poços de injeção e se estendem até os poços de produção. Como o próprio nome já indica, o fluxo ocorre ao longo dessas linhas. Se o sistema está em regime permanente, tanto o campo potencial como a localização das linhas de fluxo não se alteram com o tempo.

A Figura 1.3 apresenta uma malha de injeção em linha direta com algumas das suas linhas de fluxo. Nas vizinhanças dos poços as equipotenciais são circunferências concêntricas aos mesmos. Como as linhas de fluxo são perpendiculares às equipotenciais, nessas regiões o fluxo é radial (ROSA ET AL., 2006).

Como pode ser observado na Figura 1.3, as linhas de fluxo entre dois poços têm comprimentos diferentes. Como a diferença de pressão entre o poço de injeção e o de produção é a mesma ao longo de qualquer linha, cada uma tem um gradiente médio de pressão diferente. As linhas de menor comprimento são as de maior gradiente médio (ROSA ET AL., 2006).

Ao penetrarem no meio poroso, as partículas de fluido que se deslocarem ao longo da linha de fluxo mais curta terão maior velocidade que as partículas que percorrerem outras linhas quaisquer. Isso quer dizer que em um determinado instante cada linha de fluxo terá sido varrida de uma maneira diferente das outras. Deve ser observado que a velocidade varia não só de uma linha para outra como ao longo da própria linha. A Figura 1.4 mostra como o fluido injetado penetra no meio poroso e a forma que a região invadida vai tomando em função das diferenças de gradiente médio de pressão entre as linhas de fluxo (ROSA ET AL., 2006).

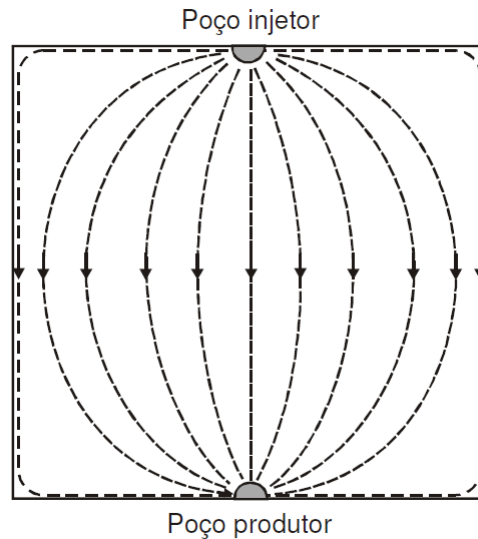


Figura 1.3: Linhas de Fluxo (ROSA ET AL., 2006).

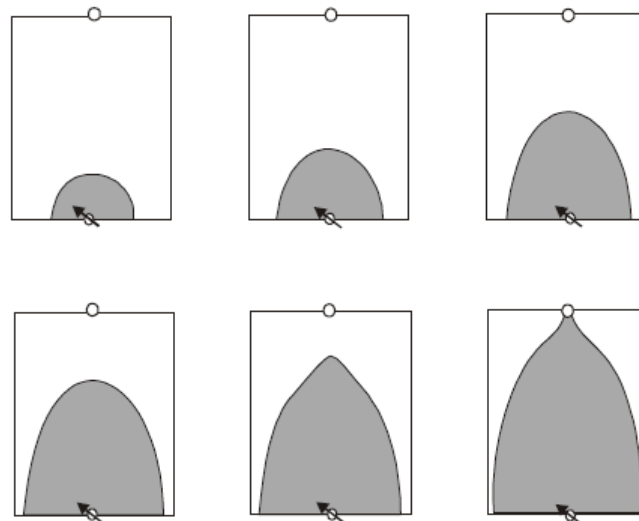


Figura 1.4: Evolução da área invadida em uma malha em linha direta (ROSA ET AL., 2006).

Inicialmente o fluido injetado se propaga radialmente porque nas proximidades do poço de injeção o gradiente de pressão em todas as linhas é praticamente o mesmo. Quando vista em planta, a área invadida pelo fluido tem uma forma também praticamente circular. À medida que o fluido avança em cada linha, como o seu gradiente de pressão vai se alterando, a sua velocidade também vai se alterando, de tal maneira que a região invadida, que inicialmente era circular, vai adquirindo outra forma. No instante em que a primeira partícula do fluido injetado alcança o poço de produção, teoricamente só a linha de fluxo mais curta foi inteiramente varrida, restando partes do reservatório que ainda não foram contatadas. A região invadida pelo fluido injetado vai se alterando não só em forma como também em dimensão, à medida que mais e mais fluido vai penetrando no meio poroso (ROSA ET AL., 2006).

Conforme será discutido na próxima seção, usando as expressões analíticas que descre-

vem o comportamento da pressão em reservatórios homogêneos infinitos é possível estimar a área de varrido, bem como a distribuição de pressão e o comportamento das linhas de fluxo, em reservatórios submetidos à injeção de água (ROSA ET AL., 2006).

A dimensão da área invadida e, conseqüentemente, a eficiência de varrido horizontal dependem da geometria de injeção, do volume de fluido injetado e da razão entre a mobilidade do fluido injetado e a mobilidade do fluido deslocado. Para se entender um pouco mais sobre a formação dessas áreas invadidas é necessário um pequeno estudo a respeito de campos potenciais e linhas de fluxo, que será mostrado a seguir (ROSA ET AL., 2006).

- **Modelo de Corey-Brooks:**

A Figura 1.5 mostra os valores de permeabilidade relativa para todo o intervalo de valores de saturação de água. É possível observar que à medida que a saturação de água diminui, a sua permeabilidade efetiva cai de forma sensível no início. Considerando que o meio poroso em estudo é molhável a água, essa situação já era esperada, visto que o óleo irá ocupar inicialmente uma região de maior diâmetro no centro dos capilares. A tendência natural é que a saturação de óleo cresça até atingir a saturação crítica e começar a fluir e em consequência, a saturação de água começará a diminuir de forma mais significativa (Rosa et al, 2016).

O crescimento da saturação de óleo é diretamente proporcional ao da sua permeabilidade relativa. Enquanto isso, a permeabilidade relativa da água desce até que seja atingido o ponto de saturação irreduzível de água ( $S_{wi}$ ), em que ela parará de fluir, logo, sua permeabilidade relativa será nula.

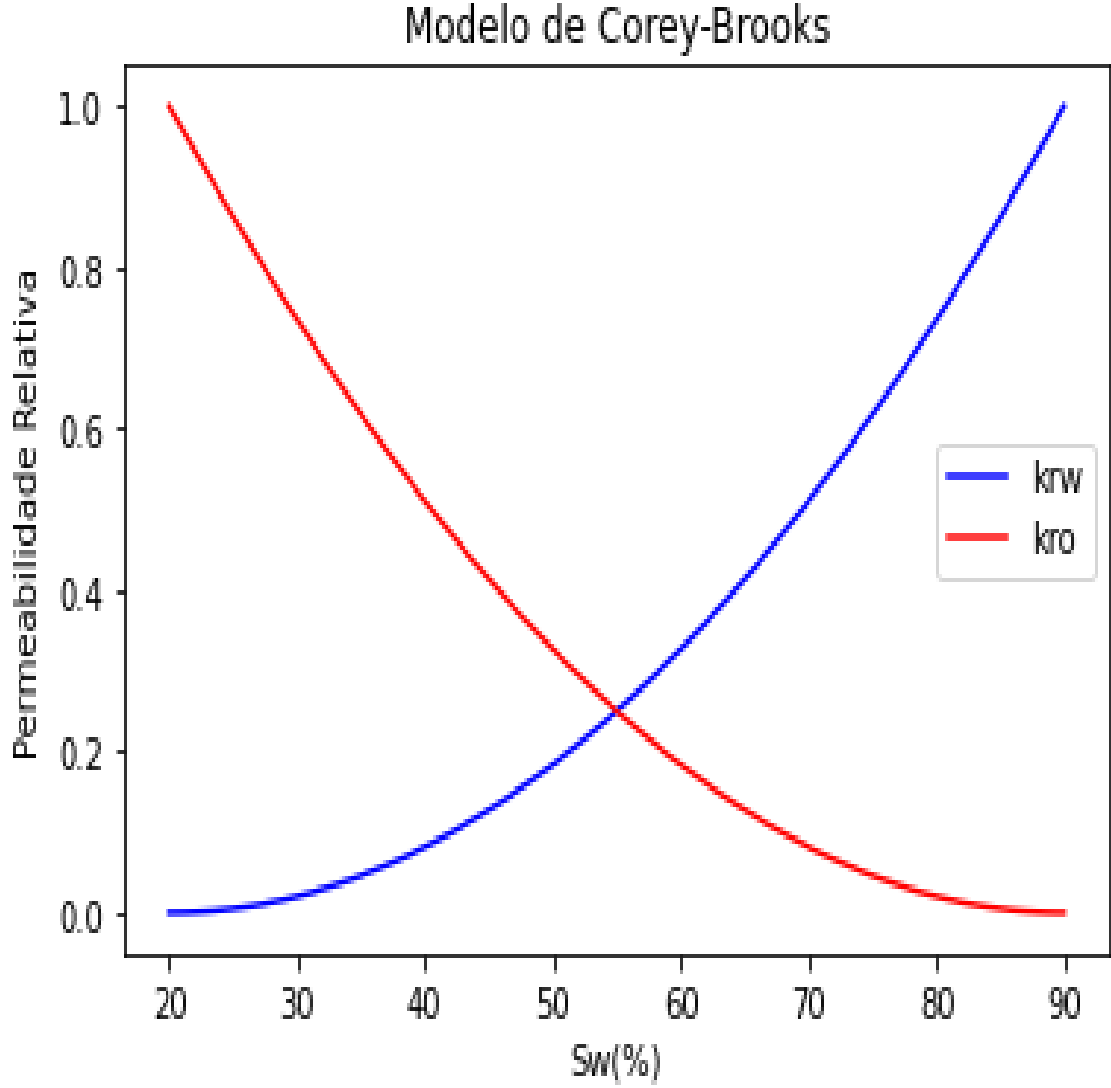


Figura 1.5: Modelo de Corey-Brooks para permeabilidade relativa(Autor).

A partir do modelo de Corey-Brooks para permeabilidade relativa e pressão capilar, temos as seguintes relações:

$$k_{rw}(S_w) = (k_{rw})_{s_{orw}} \left( \frac{S_w - S_{wi}}{1 - S_{wi} - S_{orw}} \right)^{ew} \quad (1.22)$$

$$k_{ro}(S_w) = (k_{ro})_{s_{wi}} \left( \frac{1 - S_w - S_{orw}}{1 - S_{wi} - S_{orw}} \right)^{eow} \quad (1.23)$$

$$P_c(S_w) = (P_c)_{s_{wi}} \left( \frac{1 - S_w - S_{orw}}{1 - S_{wi} - S_{orw}} \right)^{epcow} \quad (1.24)$$

sendo  $k_{rw}$  =permeabilidade relativa na água,  $k_{ro}$  =permeabilidade relativa na óleo,  $(k_{rw})_{s_{orw}}$  =permeabilidade relativa na água na saturação de óleo residual ,  $(k_{rw})_{s_{wi}}$  =permeabilidade relativa da água na saturação de água irreduzível ,  $S_w$  =Saturação de água,  $S_{wi}$  =Saturação de água irreduzível,  $S_{orw}$  =Saturação de óleo residual ,  $P_c$  =pressão capilar , ew,eow e

epcow= constantes experimentais de Corey-Brooks .

## 1.3 Formulações Matemáticas

### 1.3.1 Modelo de Fluxo Bifásido (1D)

Posteriormente as suposições básicas, o assunto é introduzido da maneira convencional, descrevendo a equação fluxo e a equação de Buckley-Leverett. Por ser unidimensional, sua aplicação direta, no cálculo da recuperação de óleo, ficaria restrita à distribuição da saturação de água uniforme em relação ao comprimento. Mediante ao fato de que há uma distribuição de saturação não uniforme, utilizou-se o modelo de Corey-Brooks para permeabilidades relativas, que são funções da saturação de água e foi obtida uma solução para o problema de Riemann e de Goursat-Riemann para uso em conjunto com a teoria de Buckley-Leverett(DAKE,1978).

- Equação de Buckey Leverett

$$\phi \frac{\partial(S_j)}{\partial t} + \frac{\partial(u_{jx})}{\partial x} = 0 \quad (1.25)$$

- Lei de Darcy

$$u_\pi = -k \frac{k_{r\pi}}{\mu_\pi} \left( \frac{\partial P_\pi}{\partial x} - \rho_\pi g \sin \alpha \right) \quad (1.26)$$

- Velocidade de deslocamento do óleo

$$u_o = -k \frac{k_{ro}}{\mu_o} \left( \frac{\partial P_o}{\partial x} - \rho_o g \sin \alpha \right) \quad (1.27)$$

- Velocidade de deslocamento da água

$$u_w = -k \frac{k_{rw}}{\mu_w} \left( \frac{\partial P_w}{\partial x} - \rho_w g \sin \alpha \right) \quad (1.28)$$

- Função Fluxo

$$u_t = -k \frac{k_{rw}}{\mu_w} \left( \frac{\partial P_w}{\partial x} - \rho_w g \sin \alpha \right) - k \frac{k_{ro}}{\mu_o} \left( \frac{\partial P_o}{\partial x} - \rho_o g \sin \alpha \right) \quad (1.29)$$

- Pressão Capilar

$$P_c = P_o - P_w \quad (1.30)$$

- Derivada da Função Fluxo

$$\frac{du_w}{dS_w} = u_t \frac{d}{dS_w} \left( \frac{\lambda_w}{\lambda_t} \right) + g \sin \alpha (\rho_w - \rho_o) \frac{d}{dS_w} \left( \frac{\lambda_w \lambda_o}{\lambda_t} \right) + \frac{d}{dS_w} \left( \frac{\lambda_w \lambda_o}{\lambda_t} \frac{\partial P_c}{\partial x} \right) \quad (1.31)$$

### 1.3.2 Modelo de Fluxo Bifásido Areal (2D)

- **Método aproximado de Deppe para análise da injetividade relativa contra o avanço da frente de injeção:**

Em um projeto de injeção de água é necessário o conhecimento dos valores, pelo menos aproximados, das vazões e das pressões de injeção. Valores muito altos de pressões de injeção podem acarretar fraturas na formação e prejudicar seriamente o deslocamento do óleo pela água. Por outro lado, é necessária uma boa injetividade para se obter uma boa produtividade. Os valores de vazão e de pressão de injeção são necessários também para o dimensionamento dos equipamentos de superfície a serem utilizados no projeto de injeção (ROSA ET AL., 2006).

Quando se estuda a distribuição de pressão no meio poroso (dentro de uma determinada malha), observa-se que uma grande parcela da queda de pressão entre os poços de injeção e de produção ocorre exatamente nas proximidades dos poços, onde o fluxo comporta-se como sendo radial. Em alguma região entre os poços o fluxo é aproximadamente linear, de modo que a injetividade na malha deve ser calculada fazendo-se a combinação dos fluxos que ocorrem na malha. Diversos estudos foram feitos, principalmente por Deppe J. (1961) e Muskat (1946), sobre injetividade para os vários tipos de geometria de injeção, entre os quais podem ser destacadas as equações para os modelos de linha direta, linha esconsa, “five-spot”, “seven-spot” e “nine-spot” invertido. Essas equações foram deduzidas admitindo-se razão de mobilidades igual a 1, saturação de gás inicial igual a zero e regime permanente.

Quando as mobilidades de fluido nas regiões varridas e não-varridas são iguais, a injetividade não mudará conforme a frente de inundação avança. Para padrões regulares, pode ser calculado por fórmulas matemáticas.

Quando as mobilidades de fluido nas regiões varridas e não-varridas não são iguais, a injetividade aumentará ou diminuirá conforme a frente de inundação avança. Nesse caso, a injetividade não foi calculada por métodos analíticos para nenhum padrão prático de poço e, além disso, os resultados do modelo em escala e analógico foram publicados apenas para o padrão de cinco pontos (DEPPE J., 1961).

O objetivo é apresentar um método aproximado de cálculo da injetividade para o caso de mobilidades desiguais sendo aplicado a padrões regulares. Antes que o método aproximado de Deppe J. seja discutido, as fórmulas analíticas para mobilidades iguais serão resumidas, e a solução analítica para fluxo radial com mobilidades diferentes será usada para mostrar como a injetividade muda conforme a injeção avança.

Considere um sistema radial com um poço de injeção central de raio  $r_w$  e imagine que o fluido é produzido uniformemente a partir de cada ponto em um círculo de raio  $r_e$ . Um fluxo puramente radial resultará, e a frente entre os fluidos injetados e originais será um círculo cujo raio será denominado  $r_f$  como mostram as Figuras 1.6 e 1.7.

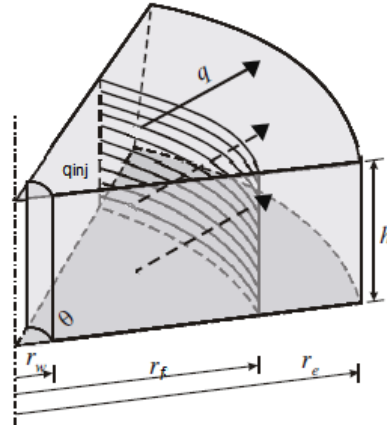


Figura 1.6: Sistema radial em poços de injeção (Adaptado de ROSA ET AL., 2006).

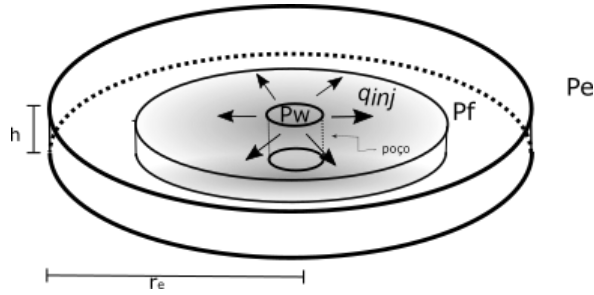


Figura 1.7: Sistema radial em poços de injeção.

Partido na equação da Lei de Darcy, e fazendo substituições para adequar-se ao esquema mostrado na Figura 1.6 encontramos a formulação para a injetividade ( Eq. 1.32). Na maioria das aplicações, é conveniente expressar a variação da injetividade como o progresso da frente em termos da injetividade inicial. Neste caso, isto é, uma injetividade relativa  $q_{ir}$ , é definida como a razão da injetividade em qualquer momento

$$q_{inj} = \frac{C_1 h \lambda_o \Delta P}{\log \left( \frac{r_f}{r_w} \right) \frac{1}{M} + \log \left( \frac{r_e}{r_f} \right)}, \quad (1.32)$$

onde  $\Delta P = P_e - P_w$  e  $M = \frac{\lambda_d}{\lambda_o}$ .

Na maioria das aplicações, é conveniente expressar a variação da injetividade como o progresso da frente em termos da injetividade inicial. Neste caso, isto é, uma injetividade relativa  $q_{ir}$ , é definida como a razão da injetividade em qualquer momento, dada pela Eq. 1.32, pela a injetividade inicial, dada pela Eq. 1.32 com  $r_f = r_w$ , (DEPPE J., 1961). Fazendo a injetividade inicial ( $q_{inj,i}$ ), temos:

$$q_{inj,i} = \frac{C_1 h \lambda_o \Delta (A_{inv})_{BT, P}}{\log \left( \frac{r_e}{r_f} \right)}. \quad (1.33)$$

Então, a razão entre a Eq. 1.32 e Eq. 1.33, resulta :



$$q_{ir} = \frac{\log\left(\frac{r_e}{r_f}\right)}{\log\left(\frac{r_f}{r_w}\right) \frac{1}{M} + \log\left(\frac{r_e}{r_f}\right)} \quad (1.34)$$

A equação da injetividade relativa calculada através do método aproximado de Deppe (Eq. 1.34) será um dos cálculos realizados pelo Software na análise do comportamento areal. A injetividade relativa começa unitária quando  $r_f = r_w$  e termina quando  $r_f = r_e$  (correspondente à varredura completa da área e mudança completa da mobilidade do fluido de  $\lambda_o$  para  $\lambda_d$ ).

As curvas calculadas a partir desta equação serão traçadas pelo software gnuplot para quaise razões de mobilidade. A injetividade relativa é plotada contra a fração da área varrida  $E_A$ , ao invés de contra a posição da frente de avanço. Nesse caso, a relação é  $\frac{r_f^2}{r_e^2} = E_A$  para  $r_w \ll r_e$ .

- **Determinação analítica da área de varrido e do comportamento das linhas de fluxo**

Conforme mostrado por Brigham (1981), em algumas situações particulares é possível a determinação analítica da área de varrido, da distribuição de pressão e do comportamento das linhas de fluxo em um reservatório sujeito à injeção de água. Dentre essas situações pode-se considerar o caso de um reservatório de óleo subsaturado, homogêneo e horizontal, sujeito à injeção de água, onde a razão de mobilidades seja unitária. Em outras situações mais complexas, a solução obtida com essas hipóteses simplificadoras fornecerá uma idéia do comportamento real.

Considere, por exemplo, o caso de dois poços, sendo um deles injetor de água, com vazão  $q_1$ , e o outro produtor de óleo, com vazão  $q_2$ , localizados em um reservatório muito extenso, conforme mostrado na Figura 1.8. O reservatório é homogêneo e horizontal, e a razão entre as mobilidades da água e do óleo é unitária. Admita que a espessura do reservatório seja pequena, de modo que o fluxo possa ser considerado como sendo praticamente horizontal. Admita ainda que as vazões sejam medidas em condições de reservatório e que os valores absolutos das vazões de injeção e de produção sejam iguais a  $q$ , sendo  $q > 0$ . Como normalmente convencionase que a vazão de produção é positiva, então  $q_2 = q$  e  $q_1 = -q_2 = -q$  (ROSA ET AL., 2006).



Figura 1.8: Sistema composto de um poço injetor e de um produtor (ROSA ET AL., 2006).

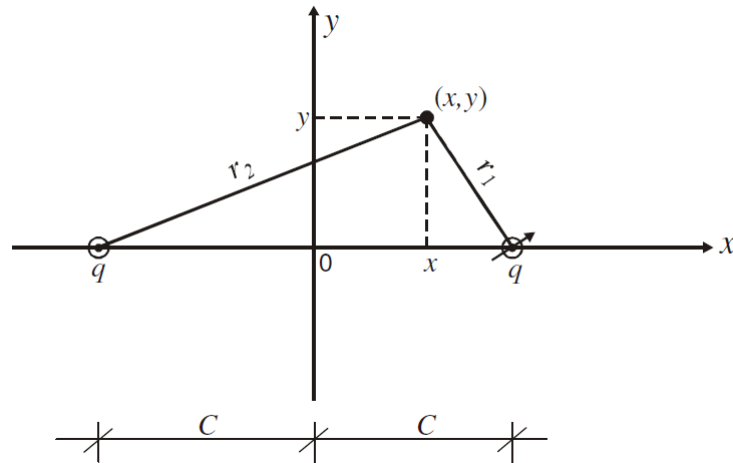
Utilizando a aproximação logarítmica para representar a solução do modelo da fonte

linear, a queda de pressão adimensional em um ponto qualquer de um reservatório infinito, devida à produção de um poço com vazão  $q$ , é dada, empregando-se um sistema compatível de unidades, pela expressão:

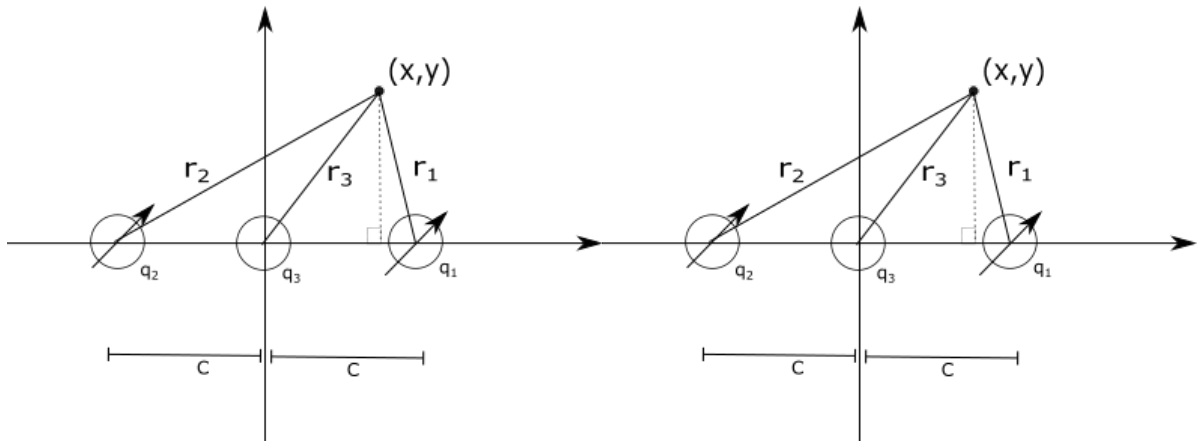
$$p_D(r_D, t_D) \equiv \frac{2\pi kh[p_i - p(r, t)]}{q\mu} = \frac{1}{2}[\ln(t_D/r_D^2) + 0,80907] \quad (1.35)$$

Para facilitar o entendimento da aplicação desse princípio, considere a Figura 1.9, onde está representado um sistema de coordenadas cartesianas para as três situações em que o programa irá fazer os cálculos, sendo  $C$  a metade da distância entre os dois poços,  $(x, y)$  um ponto qualquer do sistema,  $r_1, r_2$  e  $r_3$  a distância entre os poços e o ponto  $(x, y)$ . Após substituir as distâncias na Eq. 1.35 e fazer as manipulações matemáticas necessárias, as Eqs. 1.36, 1.39 e 1.43 permitem calcular a pressão em qualquer ponto do reservatório, em um tempo qualquer  $t$ . O Software desenvolvido irá calcular o valor das pressões para um ponto  $(x, y)$  qualquer escolhido pelo usuário.

Conforme se observa, usando a aproximação de longo tempo (aproximação logarítmica da solução do modelo da fonte linear) para o comportamento transiente de pressão, Eq. 1.35, e aplicando o princípio da superposição de efeitos, obteve-se uma solução para fluxo permanente, já que não há dependência do tempo no lado direito da equação. Isso ocorre porque os poços injetor e produtor têm a mesma vazão, gerando então no reservatório um estado permanente de fluxo, ou seja, a pressão no reservatório é uma função somente da posição (ROSA ET AL., 2006).



(a) Sistema composto de um poço produtor e um injetores, em um sistema de coordenadas cartesianas.



(b) Sistema composto de um poço produtor e de dois injetores, em um sistema de coordenadas cartesianas. (c) Sistema composto de um poço injetor e de dois poços produtores, em um sistema de coordenadas cartesianas.

Figura 1.9: Sistemas de coordenadas cartesianas.

Uma maneira de se analisar o comportamento da pressão (e consequentemente das linhas de fluxo) nos sistemas mostrados na Figura 1.10 é verificar a forma geométrica das linhas de pressão constante, ou seja, das linhas de mesmo potencial (equipotenciais), já que neste caso o potencial de fluxo e a pressão do fluido são iguais, pois o fluxo é horizontal. Para se analisar o comportamento das linhas equipotenciais basta admitir que o lado direito das Eqs. 1.36, 1.39 e 1.43 sejam constantes, isto é, considerar a situação em que o quociente entre as distâncias  $r_2$ ,  $r_1$  e  $r_3$  seja constante (ROSA ET AL., 2006). Com isso, após algumas manipulações, obtém-se as Eqs. 1.37, 1.40 e 1.44, que serão origem a gráficos mostrando o comportamento dessas linhas de pressão constante ao redor dos poços de injeção e produção.

Um outro aspecto de interesse é a determinação da área varrida pelo fluido injetado até um determinado instante. Por exemplo, no caso do esquema da Figura 1.10, onde são mostradas as dimensões do sistema, é interessante saber qual seria a área invadida pela água no momento que a água atingisse o poço produtor (“breakthrough”) e, nesse

instante, qual seria a distância percorrida pela água no sentido oposto ao do poço produtor. Para facilitar o desenvolvimento a ser apresentado, admita novamente um sistema de coordenadas cartesianas, em que o eixo horizontal coincide com a linha horizontal que passa pelos dois poços, como ilustrado na Figura 1.10. Para se analisar o comportamento do sistema no instante do “breakthrough”, é conveniente admitir também que o eixo horizontal tem origem no poço injetor, com valores de  $x$  crescentes para a direita neste caso, já que o poço injetor encontra-se à esquerda do produtor (ROSA ET AL., 2006). Com isso, obtém-se o valor da área invadida no instante do “breakthrogth” ( Figura 1.11) ,  $(A_{inv})_{BT}$ , pode ser calculado pelas Eqs. 1.38, 1.42 e 1.45, que serão também dados de saída do programa.

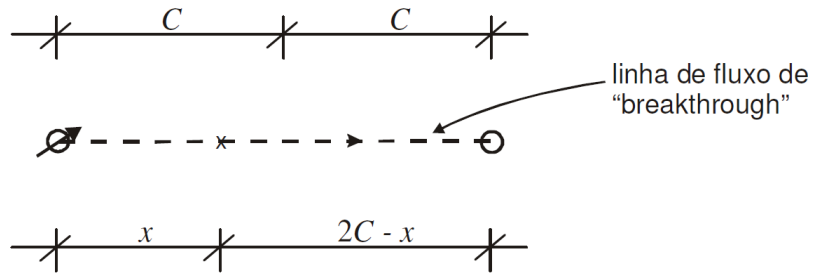


Figura 1.10: Sistema composto de dois poços: injetor e produtor (ROSA ET AL., 2006).

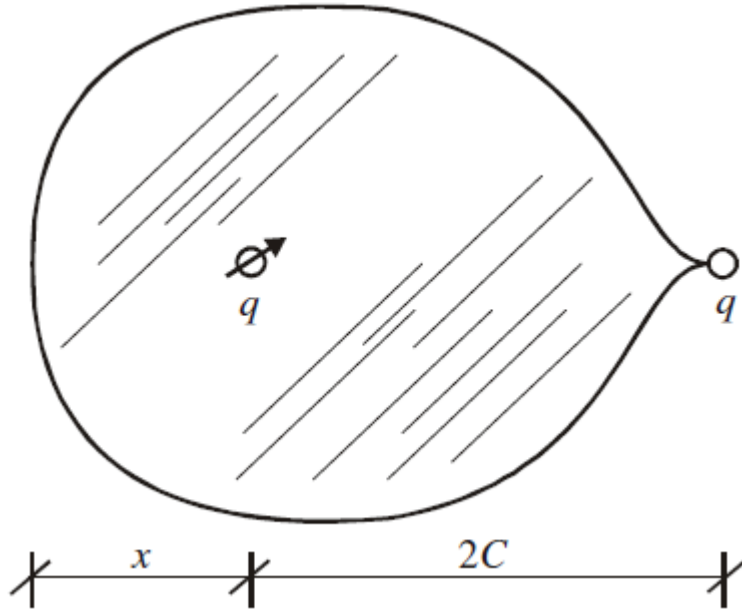


Figura 1.11: Ilustração da área invadida pela água no instante de “breakthrough” em um sistema composto de um injetor e de um produtor (ROSA ET AL., 2006)

- Caso 1 :

$$\frac{2\pi kh[p(x, y, t) - p_i]}{q\mu} = \ln(r_2/r_1), \quad (1.36)$$

$$x^4 + y^4 + 2x^2y^2 + x^2R - y^2R'' = \frac{C^2R''}{2}, \quad (1.37)$$

$$(A_{inv})_{BT} = \frac{\pi C^2}{2}. \quad (1.38)$$

• Caso 2 :

$$\frac{2\pi kh[p_i - p(x, y, t)]}{\mu q} = \ln \left( \frac{r_3^4}{r_1^2 r_2^2} \right)^{\frac{1}{4}}, \quad (1.39)$$

$$(x^2 + y^2)^2 + (y^2 - x^2)R' = -\frac{C^2 R'}{2}, \quad (1.40)$$

Transformando em coordenadas polares,

$$r^4 + r^2 [(-\cos(2\theta))] R' = -\frac{C^2 R'}{2}, \quad (1.41)$$

$$(A_{inv})_{BT} = 2\pi C^2 \quad (1.42)$$

• Caso 3 :

$$\frac{2\pi kh[p_i - p(x, y, t)]}{\mu q} = \ln \left( \frac{r_1^2 r_2^2}{r_3^4} \right)^{\frac{1}{4}}. \quad (1.43)$$

$$x^4 + y^4 + 2x^2 y^2 + x^2 R - y^2 R'' = \frac{C^2 R''}{2}. \quad (1.44)$$

Transformando em coordenadas polares,

$$r^4 - r^2 [(\sin^2(\theta) - \cos^2(\theta))] R'' = \frac{C^2 R''}{2}$$

$$(A_{inv})_{BT} = 2\pi C^2 \quad (1.45)$$

onde,

$$R = \frac{r_3^4}{r_1^2 r_2^2}.$$

$$R' = \frac{2RC^2}{R - 1}$$

$$R'' = \frac{2C^2}{R^{-1} - 1}.$$

### 1.3.3 Modelo de Fluxo Bifásico em Sistemas Estratificados (3D)

Dada uma perspectiva particular de injeção num reservatório heterogêneo (Figura 1.12), pretende-se prever informações como o tempo necessário para o “breakthrough”, recuperação de óleo no “breakthrough”, tempo de produção, desempenho de produção de óleo com a injeção de água, etc. Vários métodos foram propostos para fazer isso, cada um

diferindo na maneira de lidar com a heterogeneidade, cálculos de varredura, desempenho de injeção de água, eficiência do deslocamento e muitas outras variáveis que podem afetar a desempenho de injeção (SMITH; COBB, 1997). Como dito na especificação, será analisada a previsão de desempenho num reservatório com múltiplas camadas, com base nos métodos de Stiles (1949) e Dykstra-Parsons(1950), as formulações para tal são definidas a seguir:

Considerando o Método de Stiles, temos que:

- Posição da frente de avanço da água numa cada  $i$  qualquer ( $i > j$ ):

$$X_i = X_j \left( \frac{k_i}{k_j} \right) \quad (1.46)$$

- Vazão de injeção numa camada  $j$ :

$$q_j = q_w = q_o = \frac{k_w A_j \Delta p}{\mu_w L} = \frac{k_o A_j \Delta p}{\mu_o L} \quad (1.47)$$

- Volume de óleo produzido por camada em condições padrão:

$$N_{pi} = \frac{V_{pi}(1 - S_w - S_{or})}{Bo} = \frac{W X_i h_i \phi (1 - S_w - S_{or})}{Bo} \quad (1.48)$$

- Volume de óleo produzido em toda a malha em condições padrão:

$$N_p = \frac{V_p(1 - S_w - S_{or})}{Bo} E_v = \frac{W L h_t \phi (1 - S_w - S_{or})}{Bo} \quad (1.49)$$

Considerando o Método de Dykstra-Parsons, temos que:

- Posição da frente de avanço da água numa cada  $i$  qualquer ( $i > j$ ):

$$X_i = L \left[ \frac{M - \sqrt{M^2 + (1 - M^2) \frac{k_i}{k_j}}}{M - 1} \right] \quad (1.50)$$

- A eficiência do varrido vertical é definida matematicamente como:

$$E_v = \frac{\sum_{i=l}^n X_i h_i}{L h_t} \quad (1.51)$$

- A vazão de injeção em cada camada como sendo dependente da razão de mobilidade  $M$  e posição  $X$ :

$$(Q_{inj})_i = \frac{k_i k_{rw} A \Delta p}{B_w \mu_w [X_i + M(L - X_i)]} \quad (1.52)$$

- Volume de óleo produzido por camada em condições padrão:

$$N_{pi} = \frac{V_{pi}(1 - S_w - S_{or})}{Bo} = \frac{W X_i h_i \phi (1 - S_w - S_{or})}{Bo} \quad (1.53)$$

- Volume de óleo produzido em toda a malha em condições padrão:

$$N_p = \frac{V_p(1 - S_w - S_{or})}{Bo} E_v = \frac{WLh_t\phi(1 - S_w - S_{or})}{Bo} \quad (1.54)$$

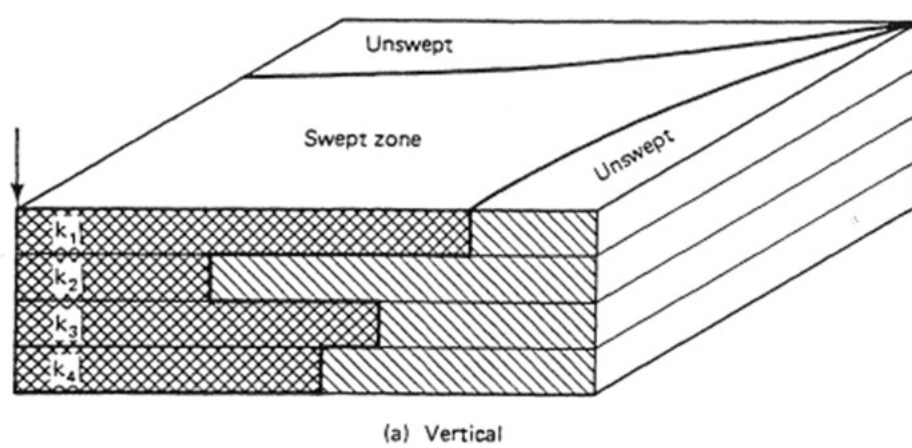


Figura 1.12: Reservatório Estratificado (SMITH, COBB , 1997).

## 1.4 Diagrama de Pacotes – assuntos

Com base na análise do domínio do software desenvolvivo, foram identificadps ps seguintes pacotes:

- **Propriedades da Rocha e dos fluidos:** é um pacote que possui os dados das propriedades da rocha e dos fuidos, que compõem o meio poroso. Sua função é fornecer estas propriedades para o modelo de recuperação;
- **Métodos de Deslocamento Imiscivel 1D, 2D e 3D:** é um pacote que contém diferentes métodos de deslocamentos por fluidos imiscíveis;
- **Recuperação Secundária:** é um pacote que envolve a injeção de água como método de recuperação;
- **Gnuplot:** envolve um utilitário de criação de gráficos orientado por linha de comando multi-plataforma;
- **Engenharia de Reservatório:** é um ramo da engenharia que fornece um estudo específico para fluxo em meios porosos em rochas reservatório.

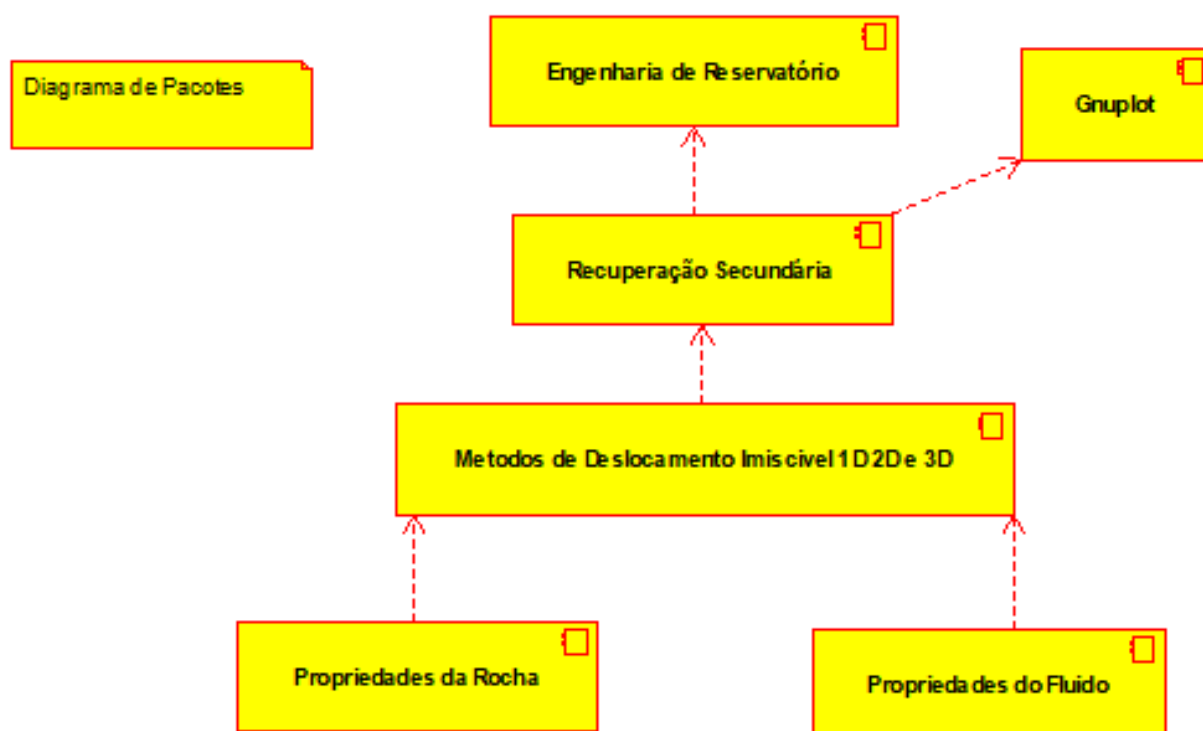


Figura 1.13: Diagrama de Pacotes