Resumen

Como dice Daniel Dennett, en La Evolución de la Libertad, la teoría evolutiva de los juegos nos brinda conceptos que son imprescindibles para entender cómo pudo haber evolucionado la moral en los animales. Tal vez pueda ayudar a poner en cuestión la ideología de género, pensar si en realidad existe algo como el patriarcado y porque las políticas de genero muestran ser tan ineficaces. La Teoría Evolutiva de los Juegos fue creada por John Maynard Smith y se hizo muy conocida con el libro El Gen Egoísta de Richard Dawkins.

En este trabajo implementa varios juegos clásicos de la teoría evolutiva de los juegos. Siguiendo el libro Evolución y Teoría de los Juegos de John Maynard Smith, empiezo simulando una población donde todos los individuos son iguales y existen solo 2 estrategias para resolver conflictos, compartir y pelear. Luego agregaremos una diferencia arbitraria entre los individuos, por ejemplo, individuos que son residente e individuos que son intrusos. Usaremos esa diferencia arbitraria entre los individuos para definir estrategias condicionales. Una estrategia condicional es una estrategia del tipo 'si tu oponente es intruso pelea en caso contrario comparte'. Después veremos qué sucede cuando se convierte la diferencia arbitraria en una diferencia que influyen en el resultado de una pelea, por ejemplo, hay individuos grandes y chicos, y estrategias condicionales en estrategia condicional de sentido común y estrategia condicional paradójica. Por últimos consideremos una población formada por individuos distintos, por ejemplo machos y hembras, pero donde cada tipo de individuo tiene diferente conjunto de estrategias, por ejemplo, los machos no pueden usar las estrategias "fieles" y "atorrantes", y hembras que sólo pueden usar las estrategias "fáciles" y "esquivas".

En la implementación nos encontramos con problemas que tuvimos que resolver, por ejemplo, si los individuos más aptos tienen 2, o más descendientes, el crecimiento es exponencial y en pocas generaciones nos quedamos sin recursos. Luego analizamos cuáles son las capacidades cognitivas mínimas que tienen que tener los organismos simulados, cómo influye la distancia mínima que tienen que estar dos individuos para que surja un conflicto, los juego de halcones y palomas, el dilema del prisionero repetido, algunas condiciones para que pueda surgir la cooperación en individuos que no están relacionados genéticamente, guerra de desgaste, carrera armamentística, juegos asimétricos y simétricos.

Si la mitad de la población comparte y la otra mitad pelea ¿qué sucederá si la población se deja evolucionar? Si la población está formada inicialmente por n individuos chicos que pelean solo si su oponente es más grande y por k individuos grandes que pelean solo si su oponente es más chico ¿luego de varias generaciones de evolución, como estará formada la población? Nos preguntamos qué sucede con distintas poblaciones a las que se las deja evolucionar. Se realizan varias simulaciones y se analiza los resultados obtenidos.

1. Introducción

Al igual que nosotros, los animales también necesitan determinados recursos para vivir y reproducirse. Por ejemplo, un animal no puede vivir sin agua ni comida. Para nosotros todas las cosas tienen un precio. El precio depende de la oferta y la demanda. El kilogramo de naranja vale más caro en verano que en invierno porque es menor la oferta que la demanda.

Una pregunta interesante es cómo poder asignar valor a los recursos que los animales necesitan. Podríamos asignar a un recurso un valor equivalente al aumento en aptitud darwiniana. Maynard Smith dice, supongamos que en promedio un animal que vive en un ambiente favorable tiene 5 crías mientras que si el mismo animal viviera en un ambiente desfavorable tendría en promedio 3 crías, entonces podríamos asignar al ambiente favorable un valor de 2 pagos, la diferencia entre 5 crías del ambiente favorable y las 3 crías del ambiente desfavorable.

Esta forma de definir el valor que un recurso tiene para un animal no es perfecta. En nuestra especie las personas pobres y sin estudios tienen muchos más hijos que las personas ricas. Esto no significa que los pobres tengan una mayor aptitud darwiniana que los ricos, ni que una villa miseria es un ambiente favorable y un barrio privado es un ambiente desfavorable. Se puede decir que nuestra especie es un caso particular, atípico, ninguna otra especie pudo construir un estado benefactor.

Otro argumento por el cual definir el valor del recurso como la diferencia entre cantidades de crías no es perfecto. Un animal puede tener muchas más crías que otro y no necesariamente ser más apto. Por ejemplo un animal puede tener 20 crías y otro solo 3 crías. Puede ser que todas las crías del que tuvo 20 se mueran al mes porque los padres no puedan alimentar a todas las crías o no puedan decidir a qué cría dejar morir, mientras que el animal que tuvo solo 3 crías se convirtió en abuelo de varios nietos. Para que sea correcto hay que completar la frase de la siguiente manera, un animal en un ambiente favorable tiene más crías que llegan a la edad adulta, y a su vez estas crías tienen crías.

En los modelos que presentamos vamos a suponer que los recursos son divisibles y que a los animales les conviene tener la mitad del recurso antes que quedarse sin nada, o que buscar un recurso de menor valor. En la vida real no solamente hay recursos que no se pueden dividir, sino que también hay situaciones en las cuales a ningún animal le conviene compartir un recurso. Por ejemplo, supongamos que el recurso es un ambiente favorable y al animal le da 10 pagos, mientras que el animal que se queda con el ambiente desfavorable obtiene 8 pagos. En esta situación a nadie le convenida compartir y tener 5 puntos, ya que si se fuera al ambiente desfavorable obtendría 8 puntos que es mayor que los 5 puntos obtenidos al compartir el ambiente favorable.

Las plantas y otros animales son recursos que sirven como alimentos. Las plantas producen sabores desagradables, las gacelas corren más rápido que los leones, la vista de los pájaros mejora para ver a insectos que se camuflan cada vez mejor. En este modelo no vamos a considerar la carrera armamentística entre presa y depredador. Vamos a suponer que en cada posición del tablero, el ambiente donde se desarrolla la simulación, hay recursos que los animales necesitan.

Cuando dos o más individuos quieren el mismo recurso, el problema no se va a resolver aumentando el precio. En economía, si tenemos una oferta fija del recursos y la demanda aumenta, el precio aumentaría lo suficiente como para que únicamente aquellos dispuestos a pagarlo pudiesen hacerse con el recurso. En "Teoría de Juegos Evolutivos", el valor del recurso está fijo, como vimos al principio, está en relación con la diferencia entre la cantidad de crías del individuo que obtuvo el recurso y el que se quedó sin el recurso. Cuando dos individuos quieren el mismo recurso se produce un conflicto que se puede resolver de diferentes formas. El recurso se puede compartir o los animales pueden pelear por el recurso. Solo si los dos animales están dispuestos a compartir el recurso se comparte. Si solo uno está dispuesto a compartir y el otro quiere pelear, entonces el que estaba dispuesto a pelear se queda con el recurso. Si los dos animales están dispuestos a pelear, entonces el ganador se queda con el recurso mientras que el perdedor sufre una penalidad. Se puede pensar como el tiempo de reposo para recuperarse, por que perder un combate no afecta el desempeño del individuo en futuros combates.

En la vida real, cuando dos animales deciden pelear, ambos pagan un costo, no sólo el perdedor. Por ejemplo, si el costo está dado por el tiempo que duró la pelea, tanto el ganador como el perdedor perdieron el mismo tiempo en la pelea. En los juegos de guerra de desgaste el ganador obtiene el recurso, pero ambos pagan el mismo costo, el costo que estaba dispuesto a pagar el que perdió. Siguiendo el libro de Maynard Smith, Evolución y Teoría de los Juegos, yo implemente modelos donde sólo el perdedor paga el costo y comparó la simulación con los resultados analíticos deducidos en el libro. ¿Por qué los animales no son siempre agresivos? ¿Habrá situaciones en las que a los animales no le convenga pelear? ¿En qué situaciones conviene compartir? Lo natural es el aumento de la entropía, es más fácil romper que construir, lo que hay que explicar es por qué los animales en vez de pelear algunas veces prefieren compartir. Estas son preguntas que se intentará responder con un modelo simple.

No es fácil saber qué valor tiene un recurso para un animal, ni asignar el costo que tiene una pelea perdida. Además, como dijimos al principio, el valor del recurso está dado por diferencia entre cantidades de crías, mientras que el costo está dado en tiempo perdido o lesiones recibidas. Hay un problema con los tipos, faltan factores de conversión, que convierten diferencia de crías, tiempo perdido y lesiones recibidas en puntos. Tampoco es fácil encontrar una función que convierta puntos en cantidad de descendientes. Las predicciones en biología no tienen la misma precisión que en física o astronomía. Por ejemplo: tenemos 2 especies muy emparentadas genéticamente, una vive en un ambiente hostil mientras que la otra vive en un ambiente donde sobre el alimento, el alimento va a tener un mayor valor para la especie que vive en un ambiente hostil y por lo tanto se va a esperar que sea más agresiva, que las peleas entre los miembros sean más duras, mientras que la otra especie no sería raro que compartieran el alimento. En una especie donde los machos viven en harenes, con muchas hembras, el valor del recurso, muchas hembras, tiene un valor muy alto y se esperaría peleas muy agresivas entre machos.

En el modelo, los individuos suman puntos con cada recurso ganado, o compartido, y restan puntos con las peleas perdidas. Cuando un individuo llega a una determinada edad se reproduce asexualmente, creando copias de sí mismo, y luego muere. La cantidad de copias que se crean del individuo dependen de la cantidad de puntos que tenga. Mientras más puntos tengan más copias crea. Los hijos son clones de sus padres, tienen la misma forma de resolución de conflictos. Si los padres resolvían los conflictos peleando, los hijos van a resolver los conflictos peleando. Si los padres resolvían los conflictos compartiendo, los hijos van a resolver los conflictos compartiendo.

¿Cuáles son las capacidades cognitivas que el modelo supone que tienen los organismos? ¿Para poder usar el modelo será necesario que los organismos puedan reconocerse individualmente, que tengan memoria, que puedan recordar cómo les fue en peleas que hayan tendido? Por ejemplo. Modelos para el altruismo suponen que los organismos se puedan reconocer individualmente, que puedan reconocer a individuos altruistas y ayudar a los que son altruistas, como dice Dawkins, si un individuo con el gen para el altruismo se tira al río para salvar a 10 individuos con genes de altruismo, no importa si el individuo que se tiró al río muera, si se salvaron 10 individuos el gen para el altruismo tendrá una ventaja evolutiva. De igual manera modelos para la cooperación suponen que los organismos están jugando el dilema del prisionero repetido, que son mayoría los que están cooperando y entonces la mejor estrategia es empezar cooperando y después hacer lo que hizo el otro jugador en el pasado.

		What you do	
		Cooperate	Defect
What I do	Cooperate	Fairly good **REWARD** I get blood on my unlucky nights, which saves me from starving. I have to give blood on my lucky nights, which doesn't cost me too much.	Very bad **SUCKER'S PAYOFF** I pay the cost of saving your life on my good night. But on my bad night you don't feed me and I run a real risk of starving to death.
	Defect	Very good **TEMPTATION** You save my life on my poor night. But then I get the added benefit of not having to pay the slight cost of feeding you on my good night.	Fairly bad **PUNISHMENT** I don't have to pay the slight costs of feeding you on my good nights. But I run a real risk of starving on my poor nights.

En el modelo que implemento no hay reconocimiento individual, los organismos no saben si se encontraron anteriormente con el mismo individuo, no tienen memoria y el resultado de las luchas pasadas influye sobre futuras peleas. Aunque el modelo supone que no hay reconocimiento individual, ni memoria del pasado, en ciertas circunstancias se puede aplicar a organismos superiores. Por ejemplo, en una pelea de tránsito, con alguien desconocido, hay muy baja probabilidad de volver a encontrarse a la misma persona en el futuro. El costo de una pelea puede ser tiempo en cárcel o desaprobación social mientras que el valor del recurso un lugar donde estacionar el vehículo.

¿A qué distancia tienen que estar dos animales para que tengan un conflicto? No es necesario que estén en la misma celda del tablero, pueden estar en casilleros adyacentes o pueden estar más lejos, puede estar uno en una punta del tablero y el otro en la otra punta. La vecindad es un parámetro de la simulación. Si ponemos que todos los agentes sean vecinos de todos encontramos que los resultados obtenidos en la simulación son muy similares a los deducidos analíticamente. Hay modelos donde la vecindad afecta muchísimo más los resultados que se obtienen. Anteriormente hablamos de modelos para el altruismo y la cooperación. Dijimos que solo cuando la mayoría de la población está cooperando, cooperar es la mejor estrategia. Si la mayoría de la población no está cooperando entonces desertar, la estrategia no cooperativa, es la mejor estrategia. Ahora bien, cooperar tiene la propiedad de que cuando se encuentra con copias de sí mismo les va muy bien, les va mucho mejor que cuando copias que desertan se encuentran entre sí. Por lo tanto si para considerarse vecinos tienen que estar muy cerca y los descendiente nacen cerca de sus padres, la población de los que cooperan crecen mucho más rápido que los que desertan y en pocos pasos cooperar se hacen mayoría, condición para que cooperar sea la mejor estrategia en toda la población.

La explosión demográfica es un problema en nuestra especie y el la simulación también. Si la mitad de la población con mayor puntaje, los más aptos, tienen 2, o más descendientes, el crecimiento es exponencial. Si tan solo el 10% de la población con mayor puntaje tiene 2 o más descendientes y el resto de la población solo un descendiente el crecimiento sigue siendo exponencial. En cambio, si los individuos más aptos tienen un solo descendiente y el resto no tiene ningún descendiente, en cada generación la población se va reduciendo. En la naturaleza, son raros los casos de poblaciones de animales que crecieron hasta agotar todos los recursos. Biólogos como Lorenz pensaron en selección de grupo, por el bien de la especie los animales reducen la tasa de natalidad cuando se van quedando sin recursos. La explicación de Dawkins es otra: Tener un hijo tiene un costo y solo se obtiene una ganancia cuando el hijo llega sano y salvo a la edad adulta y da nietos. Podemos suponer que en la población hay individuos que, independientemente de su aptitud, están genéticamente programados para tener una camada de 20 crías y hay individuos que están programados para tener 3 crías. Si el individuo que tuvo 20 crías no pudo alimentarlos, murieron todos sus hijos y, entonces, dejó menos descendiente que alguien que solo tuvo 3 crías, que pudo alimentar a las 3 crías y que todos llegaron sanos y salvos a la edad adulta dejando nietos. Esto da como resultado una regulación dinámica de la cantidad óptima de hijos. La solución al problema de la sobrepoblación implementada en la simulación fue la siguiente: Si la cantidad de individuos que hay población es menor que N, el 20% de los individuos más aptos tienen 2 descendiente y el resto un solo descendiente. Si la cantidad de individuos es mayor, eliminó aleatoriamente individuos de la población, cual deriva genética, quedándome con una población de la mitad del tamaño original.

En vez de decir que luego de varias generaciones la población va a estar compuesta por un porcentaje programado genéticamente para responder pelear y otro porcentaje para responder compartir, puedo decir que una población de individuos, genéticamente iguales, luego de varias experiencias de aprendizaje, un porcentaje de las veces va a responder peleando y otro porcentaje de las veces va responder compartiendo. Esto es, tener una población formada por un porcentaje de individuos programados para responder pelear y otro porcentaje programado para responder compartir es equivalente a tener una población formada por individuos iguales donde un porcentaje de las veces responde pelear y otro porcentaje de las veces responde compartir. Lo que varía es el porcentaje del tiempo que los individuos le dedican a realizar cada una de las estrategias y no el porcentaje de individuos de la población que realizan cada una de las estrategias puras. En vez de convertir los puntos en descendientes, los puntos, actuando como recompensas y castigos, modifican la frecuencia de emisión de las distintas conductas. De esta forma, así como los descendientes alteraban la proporción de individuos que había en la población, los puntos que los individuos consiguen refuerzan la emisión de las distintas conductas.

Los modelos simples pueden volverse gradualmente más complejos. Esperamos que medida que se vuelven más complejos se asemejen más al mundo real.

Primero supondremos una población donde todos los individuos son exactamente iguales, son todos clones. Luego, un gen mutado da como resultado una diferencia en la forma de resolución de conflictos, unos van a resolver los conflictos peleando mientras que otros van a resolver los conflictos compartiendo. La única diferencia que va a producir la mutación es la forma de resolver conflictos, en el resto siguen siendo exactamente iguales, no hay ninguna diferencia física entre los individuos.

Después, otra mutación, o las condiciones de existencia, producen una diferencia arbitraria. Por ejemplo, unos son residentes y los otros intrusos, unos son viejos otros jóvenes, unos muy gordos otros muy flacos, unos tienen barba verde y los otros son lampiños. Esta diferencia no influye en la fuerza física, ni en la capacidad de lucha. En una pelea tienen la misma probabilidad de ganar. Usando esta diferencia arbitraria entre los individuos podemos introducir estrategias condicionales, por ejemplo, pelear solo si mi oponente es un intruso o, pelear solo si mi oponente tiene barba verde y compartir en caso contrario.

Luego, otra mutación produce diferencia entre los individuos pero ahora la diferencia no es arbitraria, la diferencia influyen en la fuerza o en la capacidad de lucha. Veremos qué pasa cuando los individuos se diferencian en atributo que influye en la fuerza o en la capacidad de lucha. Individuos grandes que ganan la mayoría de las peleas contra los chicos. Nos preguntaremos si puede haber situaciones en las que sea una buena idea usar estrategia condicional paradójica, esto es, pelear con oponentes que son de mayor tamaño y cuando el oponente es de menor tamaño huir.

Por último realizaremos simulaciones en una población formada por individuos de distinto tipo, por ejemplo, machos y hembras. Cada tipo de individuo tiene distintas estrategias, por ejemplo, los machos tienen las estrategas fiel y atorrante y las hembras las estrategias fáciles y esquivas.

La aplicación con la que se realizó la simulación se programó en “Mesa”. “Mesa” es un framework escrito en python y desarrollado por la universidad George Mason. En el apéndice se da un breve vistazo del framework y se muestran las partes más importantes de la aplicación.

Nota: Si bien el juego se conoce como el juego de Halcones y Palomas yo voy a llamar individuos que usan la estrategia pelear a los halcones e individuos que usan la estrategia compartir a las palomas. Cuando yo intente explicar el juego note que la gente suponía que los halcones eran más grandes físicamente que las palomas. Maynard Smith dice que cuando dos palomas se enfrentan el recurso se comparte de manera equitativa entre los dos participantes. Mientras que Dawkins dice cuando una paloma se enfrenta a otra paloma nadie saldrá lesionado; se limitarán a asumir una postura, una frente a la otra, durante un largo tiempo hasta que una de ellas se canse o decida no molestarse más y, por lo tanto, ceda. Más allá de las palabras, el juego tiene la misma tabla de pagos que es lo único que importa.

2. ¿Si todos somos iguales conviene compartir o pelear? ¿Cuánto tiene que ser el costo de lesión y el valor del recurso para que a todos les convenga compartir?

Empezamos con un modelo en el que todos los individuos de la población son iguales, salvo en la estrategia que usan. Los individuos no saben qué estrategia va a usar su contrincante hasta que empieza el combate. No hay reconocimiento individual, no hay memoria, no saben si anteriormente se enfrentaron. En esta población hay solo dos estrategias simples, compartir y pelear.

Cuando se enfrentan alguien que usa la estrategia compartir contra alguien que usa la estrategia pelear, el que comparte se aleja rápidamente, no resulta dañado, pero cede el recurso al que pelea. Por lo tanto, el pago que obtiene alguien que usa la estrategia compartir cuando se enfrenta contra alguien que usa la estrategia pelear es *Pago(Compartir, Pelear) = 0* y el pago de alguien que pelea cuando se enfrenta contra un individuo que usa la estrategia compartir es *Pago(Pelear, Compartir) = ValorDelrecurso*.

Si se enfrentan dos individuos que usan la estrategia compartir nadie saldrá lastimado y el recurso se compartirá equitativamente entre los dos participantes. El pago que obtiene un individuo que comparte cuando se enfrenta contra alguien que comparte es Pago(Compartir, Comprtir)= (½)*ValorDelRecurso.

Si se enfrentan dos que usan la estrategia pelear, uno se quedará con el recurso y el otro resultara lesionado. Dado que los individuos son iguales, ambos tienen la misma probabilidad de ganar y ambos tienen la misma probabilidad de perder. El pago promedio que obtiene alguien que pelea cuando se enfrenta contra alguien que también pelea es la probabilidad de ganar por el valor del recurso menos la probabilidad de perder por el costo de perder una pelea.

*Pago(Pelear,Pelear)=probabilidadDeQueGane*ValorDelRecurso–probabilidadDeQuePierda*CostoDePerderPelea*

Como los individuos son iguales y dado que si uno gana el otro pierde tenemos que la probabilidad de que pierda es igual a la probabilidad de que gane que por lo tanto es igual a ½.

Por lo tanto tenemos que *Pago(Pelear, Pelear) = (½)(ValorDelRecurso - CostoDePerderPelea)*

La siguiente tabla resume los pagos:

	H	D
H	$\frac{1}{2}(V-C)$	V
D	0	$V/2$

En la tabla, la letra H son los individuos que usan la estrategia pelear, D son los individuos que comparten, C es el costo de lesión, V el valor de recurso y el valor del casillero (i, j) de la tabla es el pago que obtiene el individuo i cuando se enfrenta contra j.

Definimos la aptitud darwiniana de una estrategia en una población como el valor esperado de los pagos de la estrategia. Por ejemplo, la aptitud darwiniana de la estrategia compartir es la probabilidad de que el contrincante use la estrategia compartir por el pago obtenido al enfrentar a alguien que use la estrategia compartir más la probabilidad de el contrincante use la estrategia pelear por el pago de enfrentarse contra alguien que use pelear.

Una estrategia es evolutivamente estable si no puede ser invadido por ninguna otra estrategia. Ninguna estrategia tiene una aptitud darwiniana mayor que la estrategia que es evolutivamente estable.

Queremos saber si la estrategia pelear es una estrategia evolutivamente estable. Nos vamos a preguntar si la aptitud darwiniana de pelear es mayor que la aptitud darwiniana de compartir. Esto es ¿la esperanza de la estrategia pelear es mayor que la esperanza de la estrategia compartir?

$$AptitudDarwiniana\ (Pelear) < AptitudDarwiniana\ (Compartir)$$

Tengo una población que está usando una estrategia y agrego algunos pocos individuos que usen una estrategia alternativa. Quiero saber si estos pocos individuos que agregue pueden invadir la población.

Sea p es la proporción de individuos que agregue y usan la estrategia alternativa.

Por definición de aptitud darwiniana puedo escribir la inecuación de arriba de la siguiente forma

$$(1 - p) * Pago\ (P, C) + p * Pago\ (P, P) < (1 - p) * Pago(C, C) + p * Pago\ (C, P)$$

Como p es muy pequeño y el pago es un numero positivo, entonces p * Pago (P, P) tambien es muy pequeño y p * Pago (C, P) también es muy pequeño. Por lo tanto se pueden eliminar los términos que están multiplicados por p y la inecuación queda:

$(1 - p)* Pago (pelear, compartir) < (1 - p)*Pago(compartir, compartir)$

Simplifico (1 - p) en ambos términos

$Pago (pelear, compartir) < Pago(compartir, compartir)$

Reemplazo el pago de compartir contra compartir y pelear contra compartir por su valor correspondiente

$ValorDelRecurso < (½) * ValorDelRecurso$

$(½) * ValorDelRecurso < 0$

El valor del recurso siempre es mayor que cero y la mitad de algo mayor que cero también es mayor que cero, por lo tanto la inecuación es falsa y compartir no es una estrategia evolutivamente estable. Una población de individuos que comparten puede ser invadida por unos pocos individuos que peleen.

Ahora veamos si pelar es una estrategia evolutivamente estable. Para que una población que use la estrategia pelear no pueda ser invadida por la estrategia compartir, la aptitud darwiniana de pelear tiene que ser mayor que la aptitud darwiniana de compartir

$AptitudDarwiniana(compartir) < AptitudDarwiniana (pelear)$

$(1 - p) * Pago(C, P) + p * Pago (C, C) < (1 - p) * Pago (P, P) + p * Pago (P, C)$

Donde p es la proporción pequeña de individuos compartir que agrego a una población donde todos comparten. Igual que antes, como p es muy pequeño, simplifico los términos que están multiplicando p y nos queda.

$(1 - p) * Pago(C, P) < (1 - p) * Pago (P, P)$

$Pago(compartir, pelear) < Pago (pelear, pelear)$

$0 < (½)(ValorDelRecurso - CostoDePerderPelea)$

$CostoDePerderPelea < ValorDelRecurso$

La última desigualdad dice, si el costo de perder una pelea es menor que el valor del recurso entonces pelear es una estrategia evolutivamente estable. Una población donde todos los individuos pelean no puede ser invadida por compartir si el costo de perder una pelea es menor que el valor del recurso.

En los elefantes marinos el premio por obtener una victoria puede estar cercano a obtener derecho casi monopólico sobre un harén de hembras. El resultado de un triunfo debe estar calificado muy alto, no es de extrañar, entonces que las luchas sean crueles. Por otro lado, el costo de perder el tiempo en peleas para un pájaro pequeño en un clima frío es muy alto y no compensa peleas prolongadas.

Si el valor del recurso es menor que el costo de perder una pelea ninguna de las dos estrategias, compartir, ni pelear, son estrategias evolutivamente estables. Una población que no tiene estrategia simple que se evolutiva estable puede tener una estrategia mixta que sea evolutivamente estable. Un individuo usa una estrategia mixta si en un porcentaje de veces usa la estrategia compartir y el resto de veces responde con la estrategia pelear.

Vamos a ver si existe una estrategia mixta que sea evolutivamente estable, y en caso de que exista vamos a derivar cual sea el porcentaje de veces que los individuos tienen que compartir y el porcentaje de veces que se tiene que pelear para que la estrategia mixta sea evolutivamente estable.

Se puede demostrar que para una estrategia mixta sea evolutivamente estable el pago de la estrategia mixta contra la estrategia pelear tiene que ser igual al pago de la estrategia mixta contra la estrategia compartir. Esto es:

Pago(pelear, estrategia mixta) = Pago(compartir, estrategia mixta)

Usando esta propiedad podemos encontrar cual es el porcentaje de veces que los individuos tengan que pelear y el porcentaje de veces que deben compartir para que la estrategia mixta sea evolutivamente estable.

P*ago(pelear, estrategia mixta), e*l pago de alguien que pelea contra alguien que usa la estrategia mixta es igual a la probabilidad de que el oponente pelee por el pago que obtiene alguien que pelee contra un oponente que pelee, más la probabilidad de que el oponente comparta por el pago de alguien que pelee contra un oponente que comparta.

Igualmente, *Pago(compartir, estrategia mixta),* el pago de alguien que comparta contra alguien que usa la estrategia mixta es igual a la probabilidad de que el oponente pelee por el pago de alguien que comparta contra alguien que pelee más la probabilidad de que el oponente comparta por el pago que obtiene alguien que comparta contra alguien que comparta.

Sea q, la probabilidad de que el oponente use la estrategia pelear y (1 - q) la probabilidad de que el oponente comparta.

$$q*Pago(P, P) + (1-q) * Pago (P, C) = q * Pago (C, P) + (1 - q) * Pago (C, C)$$

$$q*(1/2)(V - C) + (1 - q)*V = (1-q) *(1/2)V$$
$$q*(1/2)(V - C) = - (1-q) *(1/2)V$$
$$q* (V - C) = - (1-q) *V$$
$$q*V – q* C = - V + q *V$$
$$–q* C = - V$$
$$q = V/C$$

Si el valor del recurso es menor que el costo de lesión (V<C), ninguna de las dos estrategias simples va a ser evolutivamente estable. La estrategia evolutiva estable va a ser una estrategia mixta y va a estar dada por individuos que un V/C de las veces comparte y (C-V)/C de las veces pelea.

Una población que está formada por individuos que un porcentaje de veces que tienen un conflicto responde peleando y un porcentaje de veces responde compartiendo, es matemáticamente equivalente a decir que la población está compuesta por un porcentaje de individuos que usan la estrategia simple compartir y un porcentaje de la población que usa la estrategia simple pelar.

2.1. Simulación de una población donde todos los individuos son iguales

La aplicación que desarrolle tiene varias opciones de configuración que no se van a usar para estas primeras simulaciones. No habrá diferencia entre individuos grandes, e individuos pequeños, no se usarán las estrategias condicionales y la probabilidad de que un individuo grande le gane a uno pequeño estará puesta a 0.50. En enlace siguiente se puede encontrar el sitio web donde se puede ejecutar online la aplicación:

https://github.com/marcoscravero2175/teoria_de_juegos_evolutivos_individuos_grandes_y_chicos_que_comparten_o_pelean

Los individuos son ubicados aleatoriamente en un cuadrícula de 20 columnas por 20 filas. Para estas primeras simulaciones los individuos van a ser todos iguales, no va a haber diferencia entre los individuos, por lo tanto, no se va a usar las características de individuos grandes e individuos pequeños. En una pelea entre dos individuos, las probabilidades de ganar de cualquiera de cualquiera de los dos individuos son iguales, esto es, cada uno tiene una probabilidad de ganar una pelea de 50%.

Como en estas simulaciones todos los individuos van a ser iguales y no va a haber diferencia entre los individuos, las únicas estrategias que habrá en la población serán las estrategias simples compartir y pelear. En la población no habrá estrategias condicionales, por ejemplo, nadie usara la estrategia condicional “pelear si mi contrincante es más grande” o “pelear solo si mi contrincante es más chico” o “pelear si mi oponente es rubio”.

Los individuos se mueven en forma aleatoria a casilleros próximos vecinos. Se puede mover al casillero que está arriba, abajo, a la derecha, izquierda o en diagonal. Cuando dos individuos están a una determinada distancia surge un conflicto. La distancia puede variar entre uno y la máxima distancia posible en la cuadrícula. Si los dos individuos usan la estrategia compartir, ambos ganan la mitad del valor del recurso, si uno comparte y la otra pelea el que comparte se lleva todo el recurso, y si los dos pelean se resuelve el conflicto en forma aleatorio, cada uno tiene 0.50 de probabilidad de ganar la pelea.

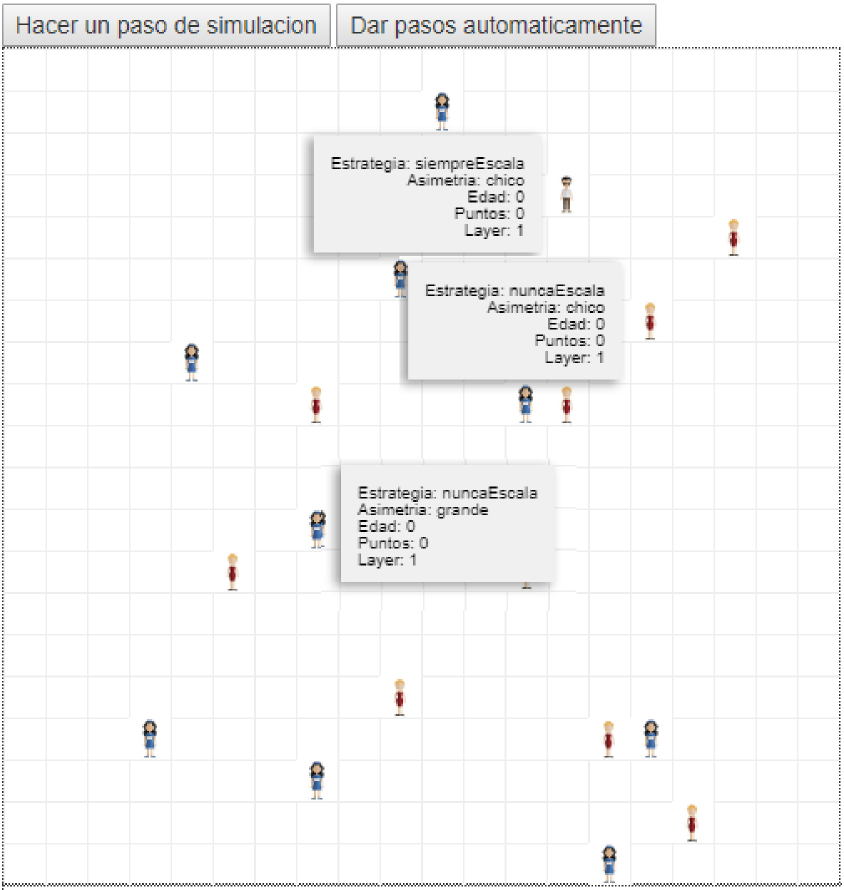
En la primera simulación el costo de lesión será menor que el valor del recurso y en la segunda simulación el valor del recurso será menos que el costo de lesión. Vimos que si el costo de lesión es menor que en valor del recurso la estrategia evolutivamente estable es pelear y si el valor del recuro es menor que el costo de lesión la estrategia evolutiva estable es una estrategia mixta.

2.1.1. Costo de lesión menor que valor del recurso

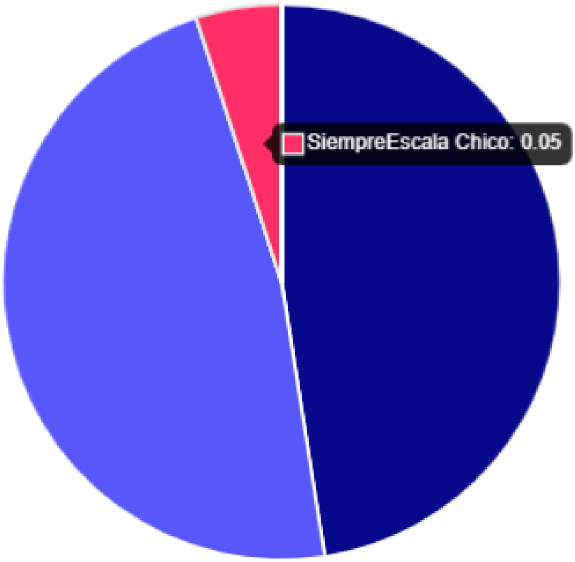
Veremos si las simulación coincide con lo deducido matemáticamente para el caso en el que el costo de lesión es menor que el valor del recurso. Al principio de esta sección, deducimos que cuando el costo de lesión es menor que el valor del recurso, la estrategia evolutiva estable se alcanza cuando todos los individuos de la población usan la estrategia pelear.

En esta primera simulación todos los individuos de la población va a usar la estrategia compartir y veremos lo que pasa cuando se agrega un individuo que usa la estrategia pelear cuando el costo de lesión es menor que el valor del recurso. El valor del recurso es de 10 puntos, el costo de lesión es de 5 puntos y la vecindad es de 30 pasos

El estado inicial de la población es el siguiente:

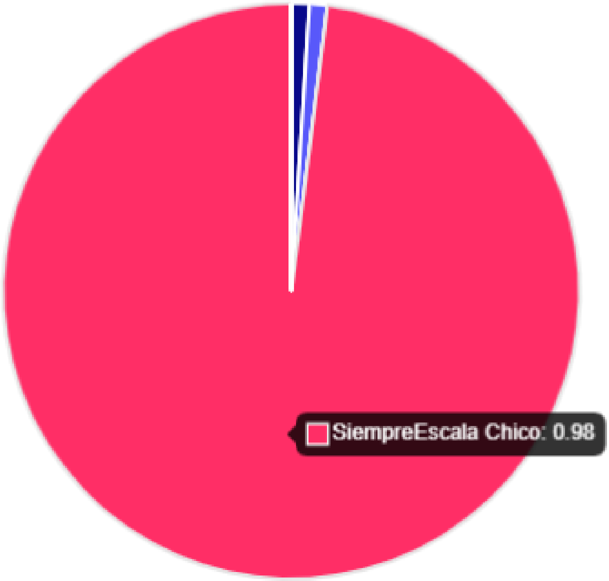


Los porcentajes iniciales son:

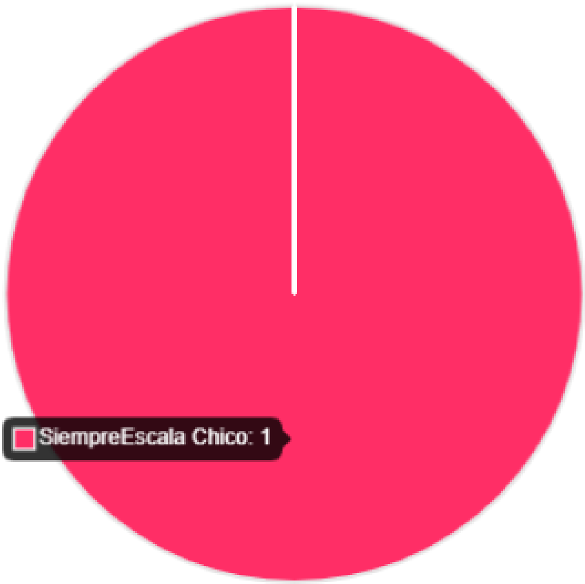


El azul corresponde a los individuos grandes que comparten, celeste son los individuos chicos que comparten y rojo son los individuos chicos que pelean. Los individuos chicos y los individuos grandes tienen la misma probabilidad de ganar. El costo de lesión es de 5 y el valor del recurso es de 10.

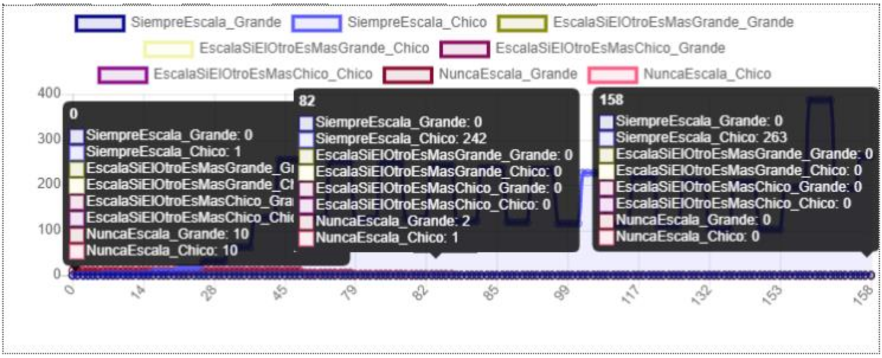
Luego de 62 generaciones los porcentajes son los siguientes:

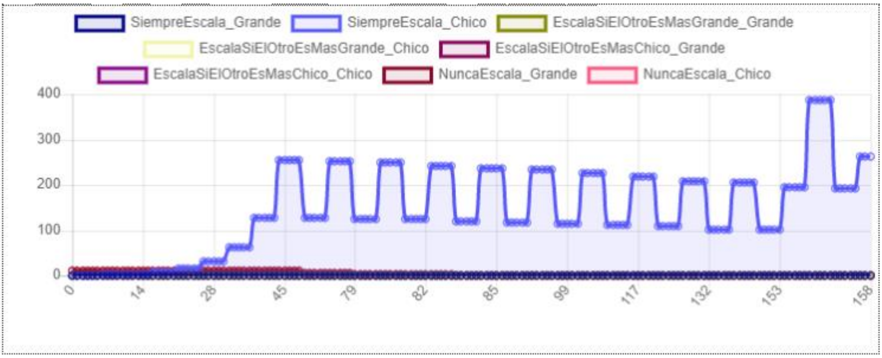


Luego de 160 generaciones los porcentajes son:

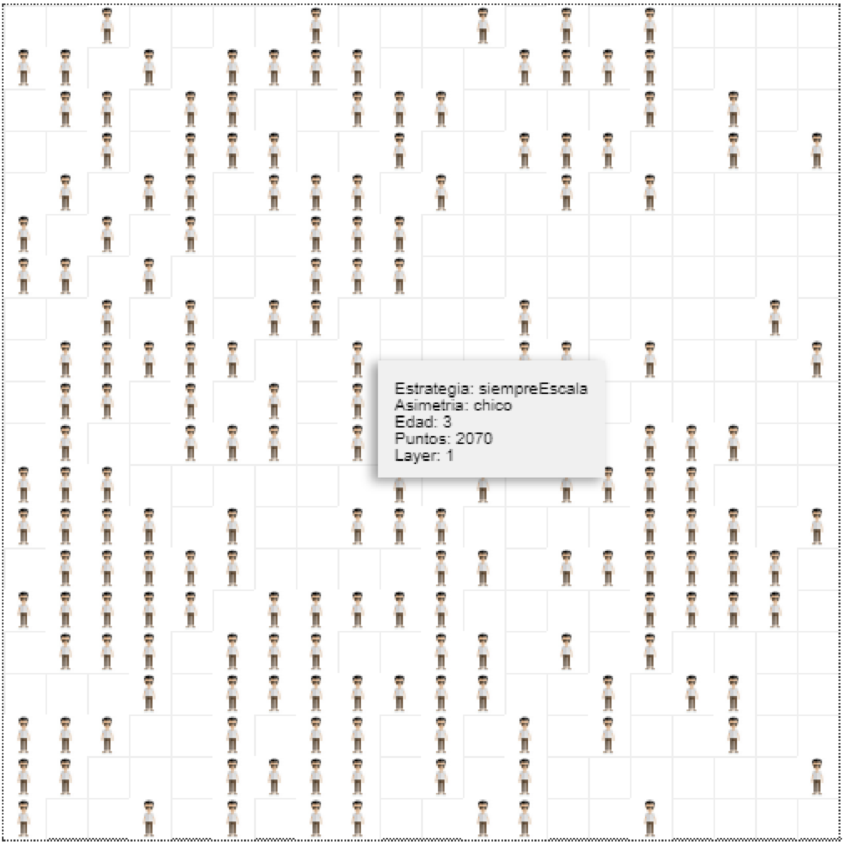


La evolución del sistema fue la siguiente:





En estado final todos pelean:



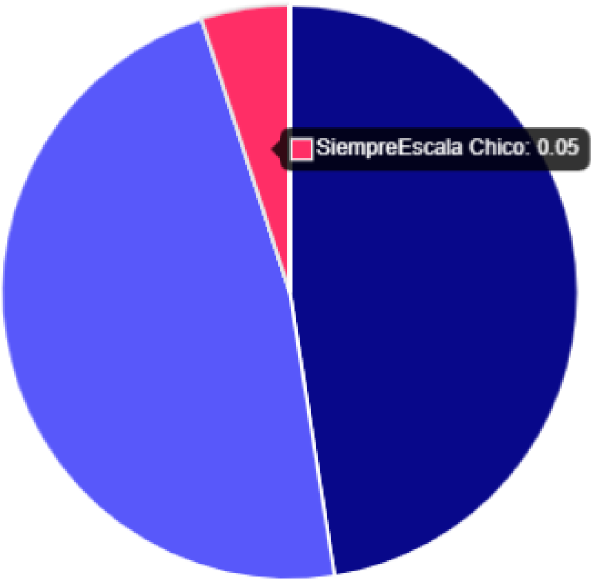
Como se dedujo matemáticamente y como se pudo observar en la simulación, si el costo de lesión es menor que el valor del recurso, y se empieza con una población donde todos los individuos comparten, cuando se agrega un individuo que pelea, al cabo de varias generaciones, todos los individuos van a pelear.

2.1.2. Valor del recurso menor que costo de lesión

Vamos a empezar con el estado final obtenido en el punto anterior pero vamos a cambiar el valor costo de lesión, antes el costo de lesión era menor que el valor del recurso, ahora el valor del recurso será menor que le costó de lesión. En esta simulación todos los individuos de la población van a pelear, el valor del recurso va a ser menor que el costo de lesión y se va a agregar un individuo que comparta. El valor del recurso será de 5 puntos, el coste de lesión será de 10 puntos.

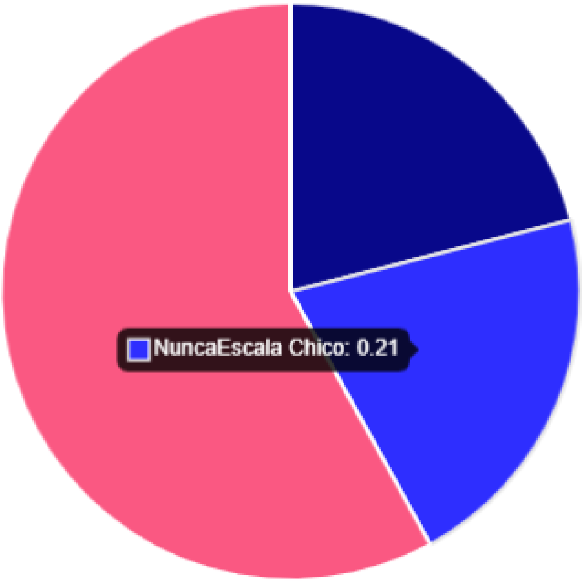
Como vimos al principio de la sección, cuando el valor del recurso es menor que el costo de una lesión hay una estrategia mixta que es estrategia evolutiva estable. La estrategia evolutiva estable se alcanza cuando la proporción de individuos que usa la estrategia compartir es igual al valor de recurso dividido el costo de la lesión y el resto de la población usa la estrategia pelear. Dado que en este caso el valor del recurso es 5 y el costo de la lesión es 10, la proporción de individuos que comparte que hace a la población alcanzar la estrategia evolutiva estable es ½.

Porcentaje inicial:

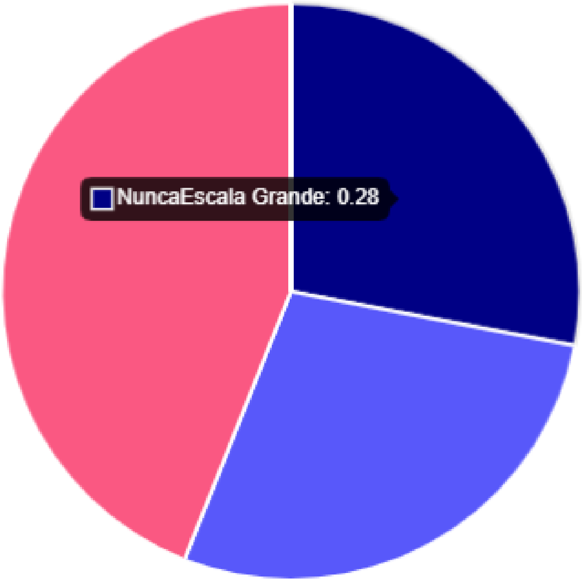


El azul corresponde a los individuos grandes que comparten, celeste son los individuos chicos que comparten y rojo son los individuos chicos que pelean. Los individuos chicos y los individuos grandes tienen la misma probabilidad de ganar. El valor del recurso es de 5 y el costo de lesión de 10.

Luego de 5 generaciones tenemos la siguiente población:

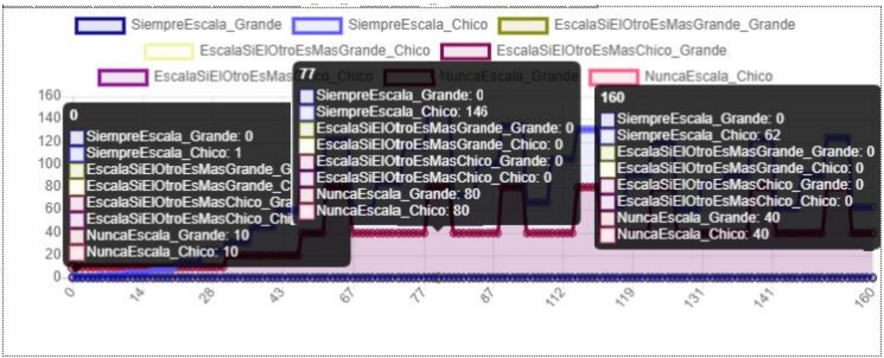


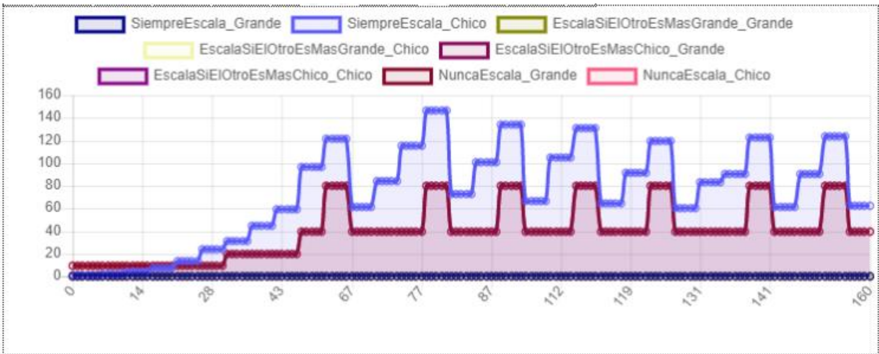
Luego de 6 generaciones tenemos la siguiente población:



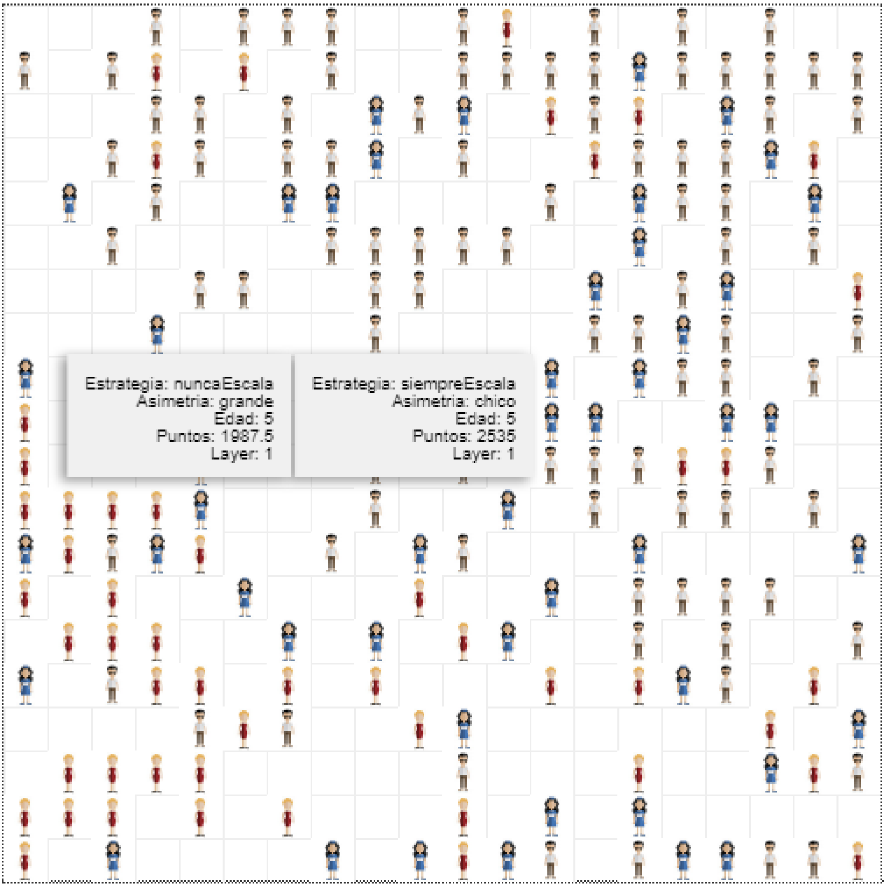
Los valores encontrados en la simulación oscilan alrededor del valor deducido teóricamente. La oscilación se debe a que si el porcentaje de individuos que comparta es un poco mayor que el porcentaje deducido teóricamente, la aptitud darwiniana de la estrategia compartir será menor que la aptitud darwiniana de la estrategia pelear, los individuos que compartan tendrán un solo descendiente, los que pelen tendrán dos descendientes y en la próxima generación la situación será al revés. El porcentaje de individuos que pelee será apenas mayor que el deducido teóricamente, la aptitud darwiniana de pelear será menor que la de compartir, los que peleen tendrán un solo descendiente, los que compartan tendrán dos descendiente y el porcentaje de nuevo será un poco mayor que el deducido teóricamente.

La evolución del sistema fue la siguiente:





El estado final:



2.2. Resumen

Si el costo de lesión es menor que el valor del recurso, todos los individuos obtienen más puntos si pelean. Y si el valor del recurso es menor que el costo de lesión habrá una proporción de la población que compartirá y el resto peleara. La proporción de la población que compartirá depende del valor del recurso y el costo de lesión y es igual al valor del recurso dividido el costo de lesión.

3. Si vas a Roma haz como los romanos. ¿Es buena idea hacer lo mismo que todos los demás están haciendo?

En el análisis del apartado anterior consideramos poblaciones donde no había diferencia observable entre los individuos. Todos los individuos eran exactamente iguales, salvo en la forma de resolver conflictos. Además, la forma que tiene un individuo para resolver un conflicto solo se conoce cuando surgía un conflicto. Vimos que si el costo de lesión es menor que el valor del recurso a todo el mundo que conviene pelear. En cambio, si el valor del recurso es menor que el costo del lesión, lo que conviene hacer depende de lo que está haciendo el resto de la población y del cociente entre el valor del recurso y el costo de lesión. Mientras mayor sea el costo de lesión, a menos cantidad de individuos le conviene pelear y la población va a estar formada por un mayor porcentaje de individuos que comparten.

En este apartado consideraremos individuos que son diferentes en algún aspecto que no influye en el resultado de una pelea. Esto es, las probabilidades de que cualquier individuo gane una pelea siguen siendo iguales sin importar las diferencias entre los individuos. Un ejemplo de diferencia arbitraria puede ser, individuos residentes vs intrusos, otro ejemplo, individuos morochos vs rubios. Ser morocho o rubio no influye en el resultado de una pelea. Un individuo rubio puede pelear tan bien como uno morocho.

La diferencia arbitraria puede ser usada para resolver un conflicto. Para modelar como una diferencia arbitraria puede ser usada para resolver un conflicto agregar dos nuevas estrategias. Además de las estrategias simples, compartir y pelear, ahora también vamos a tener estrategias condicionales, por ejemplo, si la diferencia se refiere a que en la población hay individuos morochos y rubios, las estrategias condicionales serán: “compartir si mi oponente es rubio, pelear en caso contrario” y la otra estrategia condicional sería “compartir si mi oponente es morocho, pelear en caso contrario”.

Como dice Dawkins, aunque residente vs intrusos parecería ser una diferencia arbitraria, en realidad esa diferencia influye en el resultado de un combate. Aunque el residente y el intruso tuvieran la misma fuerza física y capacidad de lucha, ser residente te da ciertas ventajas. Un residente conoces el territorio y está descansado. Mientras que el intruso llega cansado, mal alimentado y no conoce el territorio. Además, una estrategia condicional del tipo “el intruso pelea, el residente se marcha sin pelear”, daría lugar a una situación caótica. Llega un intruso, gana el lugar y se convierte en residente, ahora el que era residente se convierte en intruso y el ciclo se repita. Todos los individuos estarían todo el tiempo cambiándose de lugar.

Una pregunta interesante es porque no considere la estrategia condicional “peleo solo con individuos que pelean” en vez de la estrategia “compartir si mi oponente es rubio y pelear en caso contrario”. La respuesta es que estamos considerando diferencias arbitrarias entre los individuos. Esto es, las diferencias no tienen relación con el resultado de una pelea y además no son indicios, ni señales, de cómo se comportará el individuo ante un conflicto. Los individuos sólo observan una diferencia arbitraria que no dice nada de su posible comportamiento. Un individuo morocho no tiene más probabilidad de pelear que un individuo rubio y un individuo morocho no pelea más que un individuo rubio.

Se puede explicar el altruismo con estrategias condicionales. Un individuo se arroja al río para salvar a tres personas. Aunque el individuo que se arrojó al río muera, la conducta puede evolucionar si está dada por una estrategia condicional del tipo “si el individuo que se está ahogando es un individuo altruista me tiro a salvarlo”. Muere un individuo altruista pero sobreviven tres individuos altruistas.

También se puede explicar la cooperación con estrategias condicionales. En el dilema del prisionero repetido puede surgir cooperación si hay reconocimiento individual, memoria de encuentros anteriores, y una estrategia condicional del tipo empieza cooperando y luego coopera si en el encuentro anterior coopero con migo y desertar en caso contrario.

En los juegos que estamos considerando no hay reconocimiento individual, ni memoria del resultado de conflictos que hemos tenido en el pasado, por lo tanto no puede haber estrategias condicionales de este tipo, ni puede surgir altruismo, ni cooperación. Estos juegos pueden ser modelos para organismos que no tengan memoria, o para situaciones donde sea muy raro que los individuos se vuelvan a encontrar en el futuro.

De la sección anterior sabemos cuál es el resultado de un conflicto entre 2 individuos, uno que comparte y el otro que pelea. El que comparte se va sin nada y el que pelea se queda con el recurso. Sabemos cuál es el resultado de un conflicto entre dos que comparten, el recurso se divide a la mitad. Y el resultado de un conflicto entre dos que pelean. La mitad de las veces uno va a ganar y el otro va a resultar lesionado y la otra mitad de las veces va a ser al revés. Ahora tenemos que ver qué pasa con las nuevas dos estrategias que agregamos.

El resultado entre alguien morocho y que comparte contra alguien morocho y que comparte sólo si el oponente es rubio es 0 para el morocho y que comparte y el recurso se lo queda el morocho que comparte sólo si el oponente es rubio. El resto de los valores se muestra en la siguiente tabla:

	H	D	B
H	$\frac{1}{2}(V-C)$	V	$\frac{3}{4}V-\frac{1}{4}C$
D	0	$\frac{1}{2}V$	$\frac{1}{4}V$
B	$\frac{1}{4}(V-C)$	$\frac{3}{4}V$	$\frac{1}{2}V$

En la tabla, la letra H son los individuos que usan la estrategia pelear, D son los individuos que usan la estrategia compartir, B usa la estrategia pelear si el oponente es rubio y compartir en caso contrario, la mitad de la población es morocha y la otra mitad de la población es ruba, V es el valor del recurso y C el costo de lesión.

Un individuo morocho y que usa la estrategia compartir tiene descendientes morochos y que usan la estrategia compartir, un individuo rubio y que usa la estrategia “compartir solo si el contrincante es morocho y pelear en caso contrario” tiene descendientes rubios y que usan la estrategia “compartir solo si el contrincante es morocho y pelear en caso contrario”. Los descendientes heredan la misma forma de resolver los conflictos y la misma característica que su progenitor.

3.1. Simulación de una población con una diferencia arbitraria que no influye en el resultado de una pelea y estrategias condicionales

En la aplicación que programe, en la sección de configuración, en vez de morochos y rubios, la diferencia está entre individuos grandes y pequeños. Para que esta diferencia sea arbitraria y no influya en el resultado de una pelea, se configura que la probabilidad de que un individuo grande le gane a un individuo chico sea igual a que un individuo chico le gane a uno grande y esta sea igual al 0.50. Esto es, los individuos morochos son individuos grandes con probabilidad de ganar igual a 0.50 y los individuos rubios son individuos chicos con probabilidad de ganar igual a 0.50.

https://github.com/marcoscravero2175/teoria_de_juegos_evolutivos_individuos_grandes_y_chicos_que_comparten_o_pelean

Al igual que en la sección anterior, la reproducción es asexual, la cantidad de descendientes que un individuo tiene depende de la cantidad de puntos conseguidos, la reproducción se produce a una determinada edad y le sigue la muerte del individuo. Además cuando la población excede un determinado número se producen muertes aleatorias sin importar cuantos puntos tengan los individuos que van a morir.

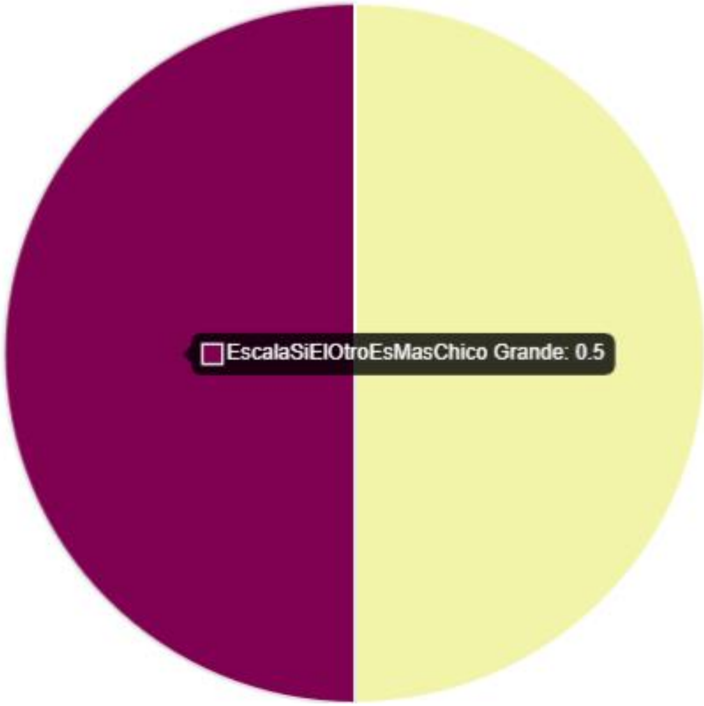
Primero simularemos una población donde hay igual número de individuos que usa la estrategia condicional “pelear solo si mi oponente es morocho, compartir en caso contrario” e individuos que usan la estrategia “pelear solo si mi oponente es rubio, compartir en caso contrario”. Luego veremos qué sucede si en la población hay un mayor porcentaje de la población usa la estrategia “pelear solo si mi oponente es morocho”. Por último veremos qué pasa cuando es mayoría la otra estrategia condicional, “pelear solo si mi oponente es rubio”.

3.1.1. La mitad de la población usa una de las estrategias condicionales y la otra mitad usa la otra estrategia condicional

Simulamos una población en la que hay igual cantidad de individuos que usan la estrategia condicional “pelear solo si el contrincante es morocho, compartir en caso contrario” e individuos que usan la “estrategia pelear solo si el contrincante es rubio y compartir en caso contrario”.

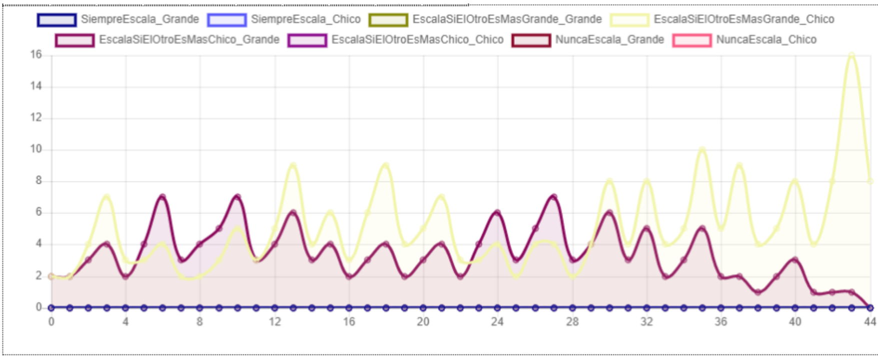
El valor del recurso es de 5 puntos, el costo de lesión es de 10 puntos, 10 individuos morochos que usan la estrategia “pelear solo si el oponente es rubio y compartir en caso contrario”, 10 individuos rubio que usan la estrategia “pelear solo si el oponente es morocho y compartir en caso contrario”.

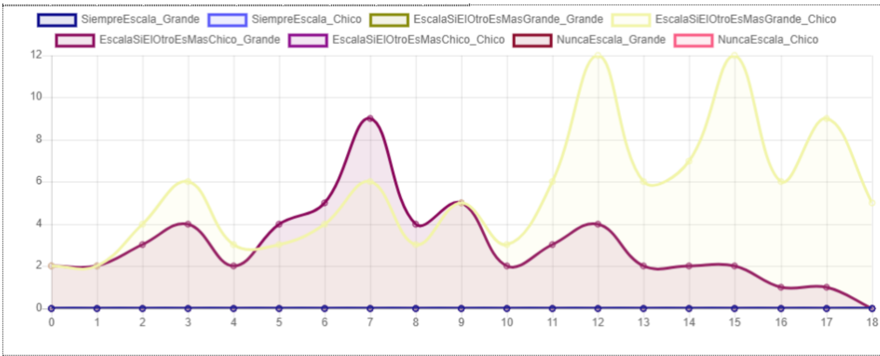
Los porcentajes iniciales son:



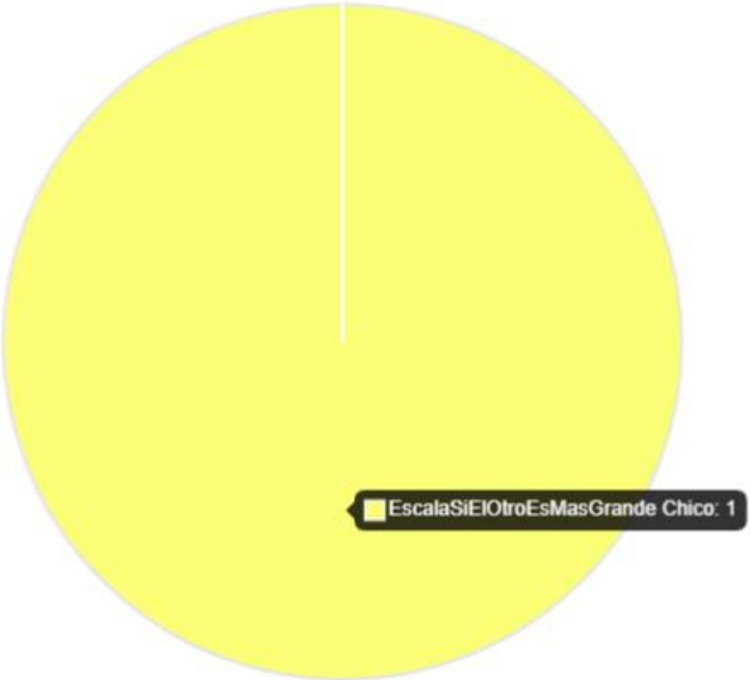
Luego de varias generaciones encontramos que todos los individuos de la población usan estrategia condicional “pelear solo el oponente es rubio y compartir en caso contrario”.

La evolución del sistema fue la siguiente:



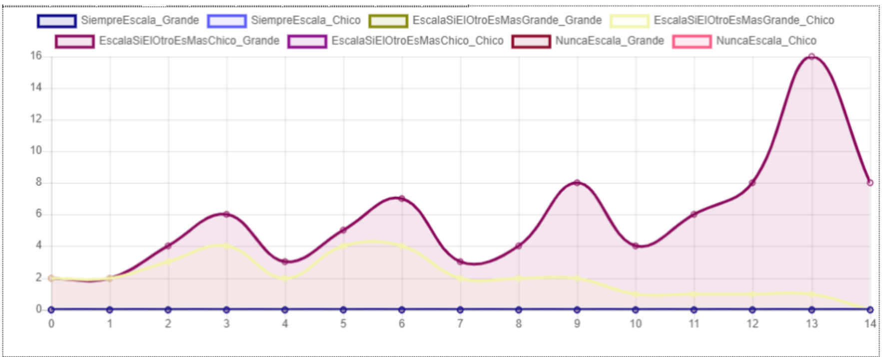


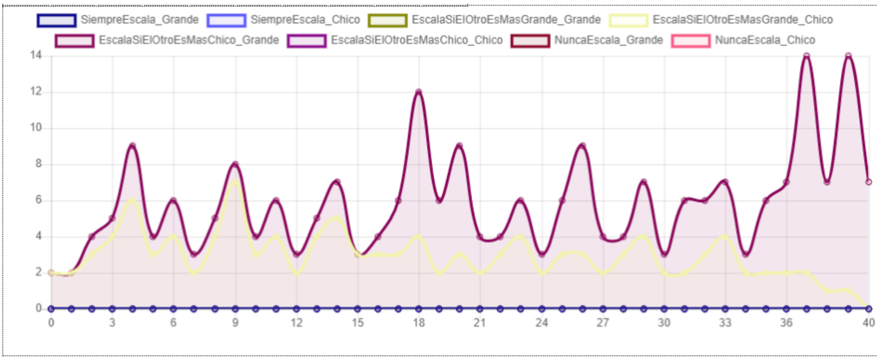
Los porcentajes luego de 5 generaciones son:



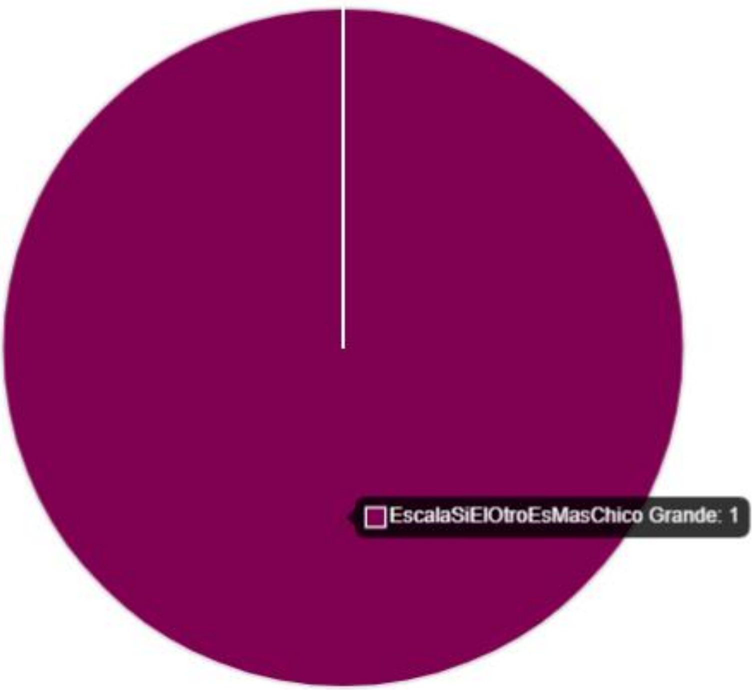
Se realizó la simulación otra vez y los resultados fueron opuestos, encontramos que luego de varias generaciones todos los individuos de la población usan la estrategia condicional “pelear solo el oponente es morocho y compartir en caso contrario”.

Evolución del sistema:





Los porcentajes luego de 40 generaciones:



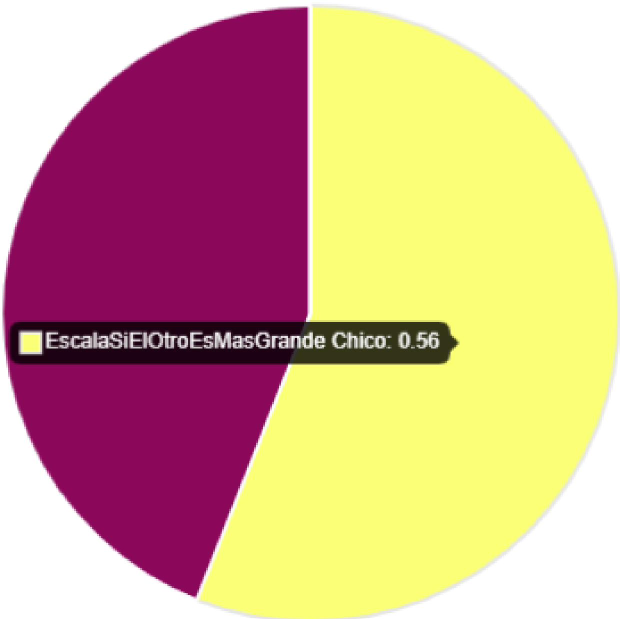
Si la mitad de la población usa la estrategia condicional “pelar solo si mi oponente es morocho” y la otra mitad de la población usa la estrategia condicional “pelear solo si mi oponente es rubio” el sistema evoluciona en forma aleatoria a una población donde todos sus individuos usan la primer estrategia condicional o todos sus individuos usan la segunda estrategia condicional.

3.1.2. La estrategia condicional “pelear si mi oponente es morocho, compartir en caso contrario” es usada por la mayoría de la población

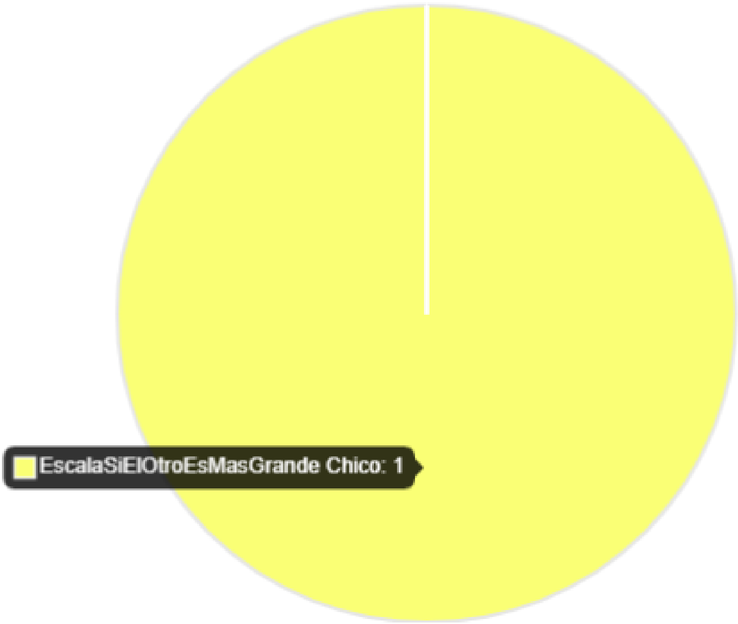
En el punto anterior vimos lo que sucede si igual número de individuos usa la estrategia condicional “pelear solo si mi oponente es morocho, compartir en caso contrario” y la estrategia condicional “pelear solo si mi oponente es rubio, compartir en caso contrario”. Ahora veremos que sucede si un mayor número de individuos usa la estrategia condicional “pelear solo si mi oponente es morocho, compartir en caso contrario.”

Supongamos que tenemos la siguiente población:
- 10 individuos rubios que pelean si su adversario es morocho y comparte si es rubio.
- 8 individuos morochos que pelean si su adversario es rubio y comparten si es morocho.
- El costo de lesión es de 10 puntos, el valor del recurso es de 5 puntos

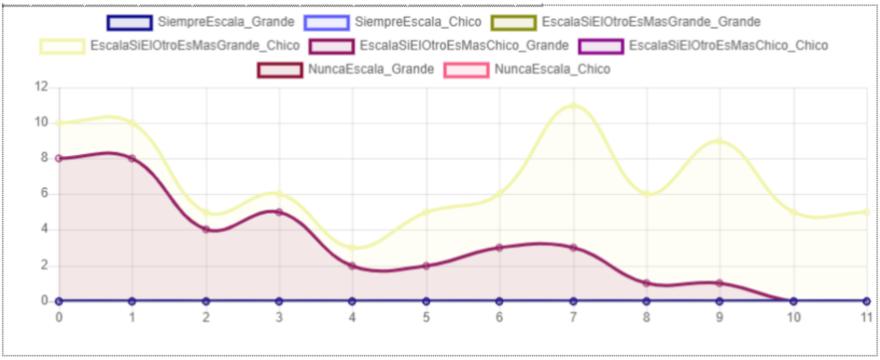
¿A qué evoluciona esta población?



Luego de 10 generaciones todos los individuos son rubios y pelean si su oponente es morocho:



Evolución del sistema:



Si la mayoría de la población usa la estrategia condicional "pelear solo si mi oponente es morocho, compartir en caso contrario" y el resto de la población usa la estrategia condicional "pelear solo si mi oponente es rubio, compartir en caso contrario" el sistema evoluciona a una población donde todos sus individuos usen la estrategia "pelear solo si mi oponente es morocho, compartir en caso contrario".

3.1.3. La estrategia condicional “pelear si mi oponente es rubio, compartir en caso contrario” es usada por la mayoría de la población

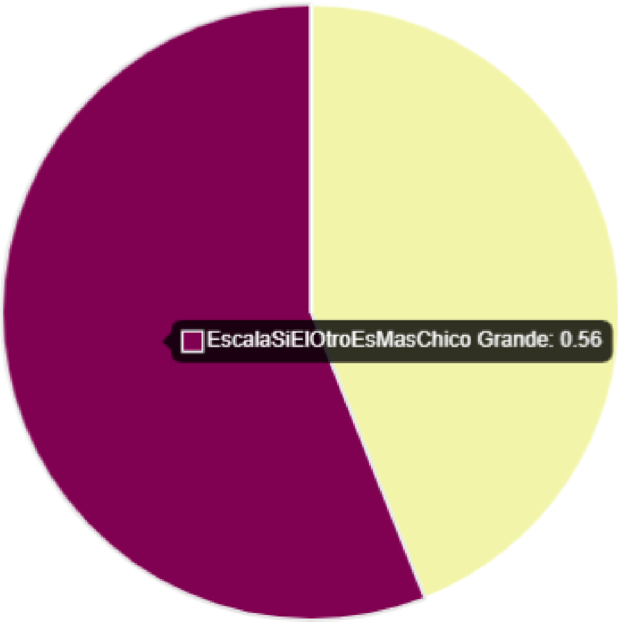
Anteriormente vimos lo que pasaba cuando la mayoría de la población usa la estrategia “pelear si mi oponente es morocho, compartir en caso contrario”, toda la población va a terminar usando la estrategia “pelear si mi oponente es morocho, compartir en caso contrario”. Ahora veremos qué pasa cuando la mayoría de la población usa la estrategia “pelear si mi oponente es rubio, compartir en caso contrario”.

Realicemos la simulación con la siguiente población:

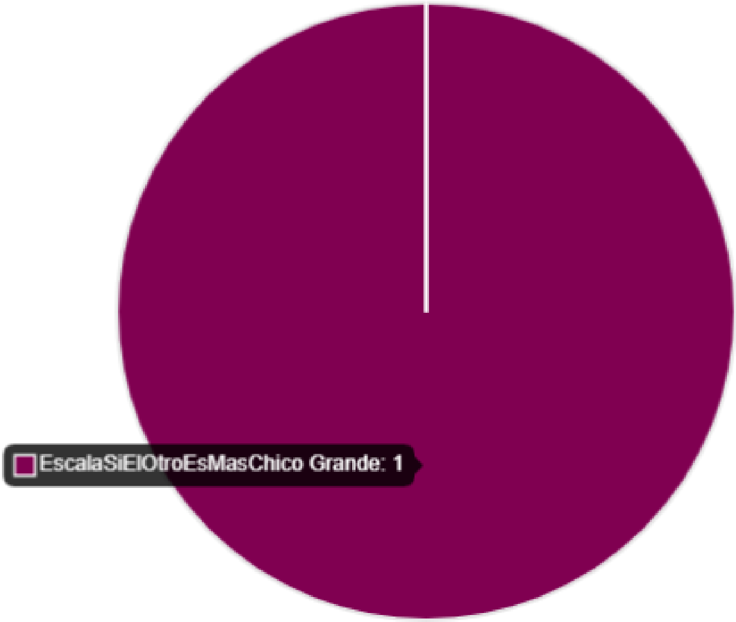
- 8 individuos rubios que pelean si su adversario es morocho y comparten en caso contrario.
- 10 individuos morochos que pelean si su adversario es rubio y comparten en caso contrario.

El costo de lesión es de 5 puntos, el valor del recurso es de 10 puntos.

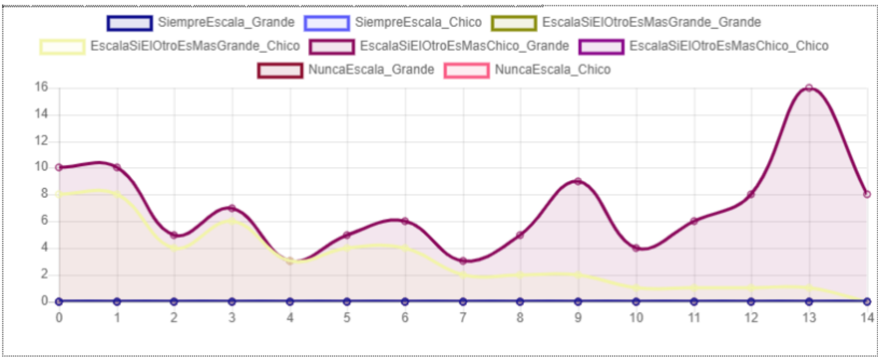
Como hicimos notar anteriormente los individuos morochos serán los individuos grande, los individuos rubios serán los chicos y la probabilidad de ganar un individuo chico le gana a un individuo grande es igual a la probabilidad de que un individuo grande le gana a un individuo chico y esto es igual a 0.50



Luego de 15 generaciones todos los individuos van a ser morochos y van a pelear si su oponente es más rubio



Evolución del sistema:



Si la mayoría de la población usa la estrategia condicional “pelear solo si mi oponente es rubio, compartir caso contrario” y el resto de la población usa la otra estrategia condicional, el sistema evoluciona a una población donde todos sus individuos usan la estrategia “pelear solo si mi oponente es rubio, compartir en caso contrario”.

3.2. Resumen

Si la mitad de la población usa la estrategia condicional “pelar solo si mi oponente es morocho, compartir caso contrario” y la otra mitad de la población usa la estrategia condicional “pelear solo si mi oponente es rubio, compartir en caso contrario” el sistema evoluciona en forma aleatoria a una población donde todos sus individuos usan la primer estrategia condicional o todos sus individuos usan la segunda estrategia condicional.

Ahora, sí la mayoría de la mitad de la población usa una de las estrategias condicionales y el resto de la población usa la otra estrategia condicional, el sistema evoluciona a una población donde todos sus individuos usen la estrategia condicional que usaba la mayoría.

Sea morocho o sea rubio conviene usar la estrategia condicional que está usando la mayoría de la población. En realidad a alguien morocho le resulta lo mismo usar la estrategia condicional “pelear si mi oponente es morocho, compartir caso contrario” que usar la estrategia simple siempre pelear.

4. ¿”Pelear cuando el oponente es chico e intentar compartir cuando es grande” puede ser mejor estrategia que “pelear contra individuos grandes y compartir contra oponentes chicos”?

En la primer sección vimos poblaciones donde todos los individuos eran iguales. Concluimos que si el costo de lesión es menor que el valor del recurso, todos los individuos obtienen más puntos si pelean. Y si el valor del recurso es menor que el costo de lesión habrá una proporción de la población que compartirá y el resto peleara. La proporción de la población que compartirá depende del valor del recurso y el costo de lesión.

En la sección anterior hemos visto poblaciones donde hay una diferencia arbitraria entre los individuos. Diferencias arbitrarias son diferencias que no influyen en el resultado de una pelea. Definimos estrategias condicionales y vimos que si la mitad de los individuos de una población usa una de las estrategias condicionales y la otra mitad usa la otra estrategia condicional, el sistema evoluciona aleatoriamente a una población donde todos sus individuos usen una de las estrategias condicionales. También vimos que si se empieza por una población donde la mayoría de los individuos usa una de las estrategias condicionales y el resto de la población usa la otra estrategia condicional, el sistema evoluciona a una población donde todos sus individuos usen la estrategia condicional que usaba la mayoría.

En esta sección consideramos poblaciones donde los individuos se diferencian en aspectos que influyen en el resultado de una pelea. Un ejemplo de diferencia no arbitraria es el tamaño. En una pelea entre un individuo grande y un individuo chico, si bien no existe la certeza de que el individuo grande va a ganar, la probabilidad de que el individuo grande gane es mayor que la probabilidad de que el individuo chico gane. Otro ejemplo de diferencia no arbitraria es el sexo, en especies donde hay dimorfismo sexual.

Un perro marca un territorio con un chorro de pis, pero a diferencia de cuando mea por necesidad, cuando marca el territorio levanta la pata lo más alto posible. Un perro olfateando se puede dar cuenta del tamaño del perro que meo y decidir salir de ese territorio o quedarse y dar pelea.

En la sección anterior vimos que usando la diferencia que hay entre los individuos podemos definir estrategias condicionales. En la sección anterior la diferencia era arbitraria, en esta sección las diferencias no son arbitrarias, influyen en el resultado de la pelea. La estrategia condicional de sentido común es pelear contra los individuos que tengo más probabilidad de ganar, esto es, pelear cuando mi oponente es chico y compartir en caso contrario. Una estrategia condicional paradójica es pelear contra individuos que tengo muy pocas probabilidad de ganar, esto es, pelear cuando mi oponente es grande y compartir cuando es chico.

	H	D	A
H	$\frac{1}{2}(V-C)-c$ $\frac{1}{2}(V-C)-c$	0 V	$\frac{1}{2}[Vx-C(1-x)]-c$ $\frac{1}{2}[V(1-x)-Cx]+\frac{V}{2}-c$
D	V 0	$V/2$ $V/2$	V 0
A	$\frac{1}{2}[V(1-x)-Cx]+\frac{V}{2}-c$ $\frac{1}{2}[Vx-C(1-x)]-c$	0 V	$\frac{1}{2}V-c$ $\frac{1}{2}V-c$

Donde la letra H representa a los individuos que usan la estrategia pelear, D los que comparten, x es la probabilidad de que el individuo grande le gane al chico, C es el costo de lesión, c es el coste de pérdida de tiempo, en nuestro ejemplo es 0, V es el valor del recurso y A es la estrategia pelear si mi oponente es más chico y compartir en caso contrario. La mitad de los individuos de la población son grandes y la otra mitad son chicos.

Al igual que en la sección anterior, no hay reconocimiento individual, no hay memoria de luchas pasadas y ser grande o pequeño no es indicio de que el individuo vaya a pelear o compartir. Conocer la asimetría de mi contrincante no me dice nada sobre qué estrategia usa mi oponente.

4.1. Simulación de una población con una diferencia que influye en el resultado de una pelea y estrategias condicionales de sentido común y paradójicas

Primero simularemos una población donde hay igual número de individuos que usa la estrategia condicional paradójica e individuos que usan la estrategia condicional de sentido común. Luego veremos qué sucede si en la población hay un mayor número de individuos que usa la estrategia condicional paradójica.

https://github.com/marcoscravero2175/teoria_de_juegos_evolutivos_individuos_grandes_y_chicos_que_comparten_o_pelean

4.1.1. La mitad de la población usa la estrategia condicional de sentido común y la otra mitad usa la estrategia condicional paradójica

En la sección anterior, cuando la probabilidad de ganar de un individuo morocho era igual a la probabilidad de ganar de un individuo rubio, vimos que si empezamos con una población donde hay un mayor número de individuos que usa una estrategia condicional, al final de la simulación toda la población va a usar la estrategia que al inicio usaba la mayoría de la población. A diferencia de la sección anterior, donde también habíamos simulado población con igual número de individuos con estrategias condicionales y luego habíamos simulado poblaciones donde la mayoría usaba una de las estrategias, ahora, las probabilidades de ganar y de perder son distintas según el tamaño del contrincante. Cuando hay peleas entre individuos grandes y chicos, el 90% de las veces gana el individuo grande. Si soy grande y mi oponente es chico, yo tengo un 90% de probabilidad de ganar. Si soy chico y mi oponente es grande tengo un 10% de probabilidad de ganar.

Simulamos una población en la que hay igual cantidad de individuos que usan la estrategia condicional de sentido común, “pelear solo si el contrincante es grande, compartir en caso contrario” e individuos que usan la estrategia paradójica “pelear solo si el contrincante es chico y compartir en caso contrario” y en las peleas entre individuos grandes y chicos, el 80 de las veces la ganó el individuo grande.

Supongamos que el 90% de las veces que pelean un individuo grande contra un individuo chico gana el individuo más grande. Costo de lesión 10 puntos, valor del recurso 5 puntos, 10 individuos chicos que solo pelean si su oponente es mayor y 10 individuos grandes que pelean si su oponente es más chico y comparten en caso contrario.

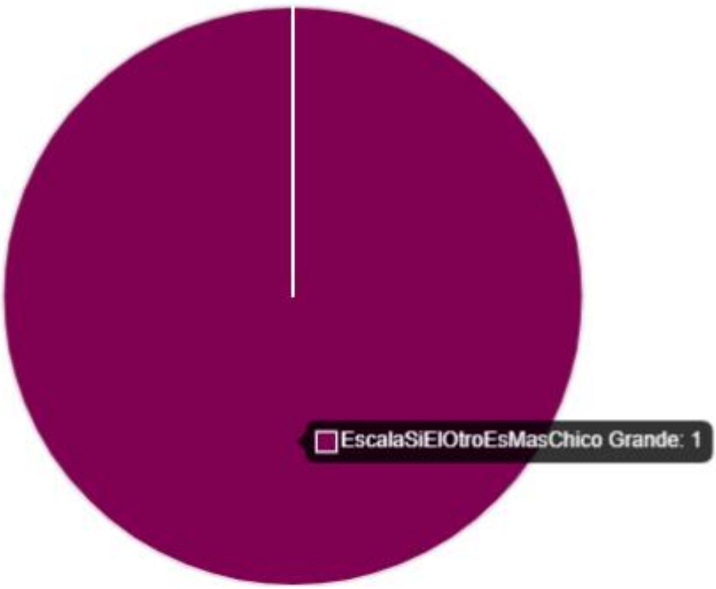
10 individuos chicos usan una estrategia condicional paradójica.

10 individuos usan estrategia condicional de sentido común.

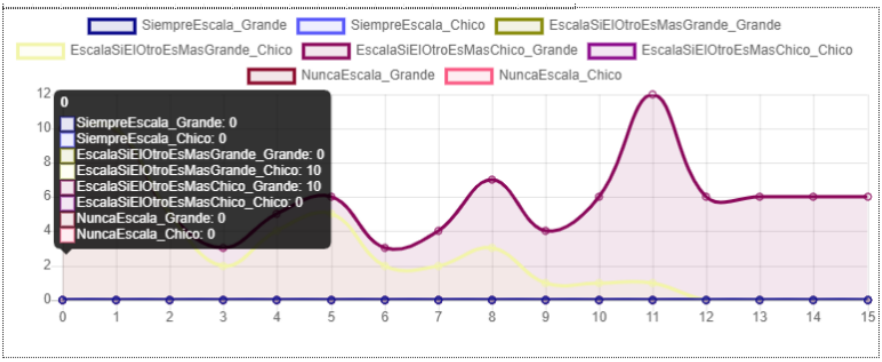
El individuo más grande gana 9 de cada 10 peleas.

El valor del recurso es de 5 puntos, el costo de lesión es de 10 puntos, 10 individuos grandes que usan la estrategia pelear solo si el oponente es chico, 10 individuos chicos que usan la estrategia pelear solo si el ponente es grande y la probabilidad de que gane un individuo grande es del 0.90.

Luego de 15 generaciones obtenemos los siguientes porcentajes



Evolución de la población:



Si la mitad de la población usa la estrategia condicional de sentido común “pelar solo si mi oponente es chico, compartir en caso contrario” y la otra mitad de la población usa la estrategia condicional paradójica “pelear solo si mi oponente es grande, compartir en caso contrario” el sistema evoluciona a una población donde todos sus individuos usan la estrategia condicional de sentido común, “pelear solo si mi oponente es más chico”.

4.1.2. La mayoría de la población usa la estrategia condicional paradójica

En la sección anterior vimos que cuando las probabilidades de ganar del más grande y del más chico son iguales, si empezamos con una población donde hay un mayor número de individuos que usan una de las estrategias condicionales, la población evoluciona a una población donde todos los individuos usan la estrategia condicional que usaba la mayoría al principio de la simulación.

En el punto anterior vimos que si empezamos con una población donde hay igual número de individuos que usan la estrategia condicional de sentido común que individuos que usan la estrategia condicional paradójico la población evoluciona a una población donde todos los individuos va a usar la estrategia condicional de sentido común. Esto se debe a que cuando se pelea un individuo grande contra uno chico, el 90% de las veces gana la pelea el individuo grande y alguien que use estrategia condicional de sentido común pelea solo si el oponente es chico.

¿Qué sucede si empezamos con una población donde la mayoría de la población usa una estrategia condicional paradójica? ¿Cuán grande puede ser la probabilidad de que en una pelea entre un individuo grande contra un individuo chico la gane el individuo grande para que la población evolucione a una población donde todos los individuos usen estrategia condicional paradójico?

Simulamos una población en la que hay mayor cantidad de individuos que usan la estrategia condicional “pelear solo si el contrincante es grande, compartir en caso contrario” e individuos que usan la “estrategia pelear solo si el contrincante es chico y compartir en caso contrario” y en las peleas entre individuos grandes y chicos, el 80 de las veces la ganó el individuo grande.

El valor del recurso es de 5 puntos, el costo de lesión es de 10 puntos, 10 individuos grandes que usan la estrategia pelear solo si el oponente es grande, 8 individuos chicos que usan la estrategia pelear solo si el ponente es chico y la probabilidad de que gane un individuo grande es del 0.80.

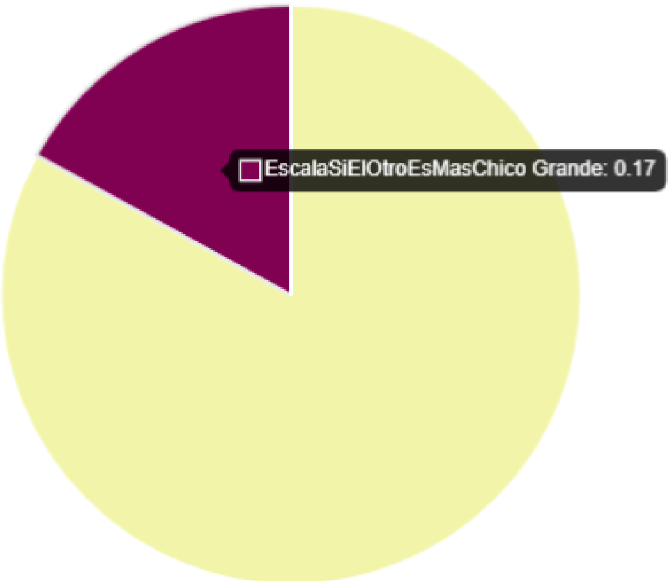
Tenemos una población con 10 individuos paradójicos, esto es, individuos chicos que pelean si su oponente es más grande y comparten en caso contrario. Ahora agregamos un individuo grande que pelea con individuos más chicos y comparten en caso contrario y vemos que sucede en la población, si puede o no puede invadir la población.

Tenemos una población de 10 individuos chicos que usan una estrategia paradójica, esto es pelea con los oponentes que son más grandes y comparte en caso contrario y 8 individuos que usan estrategia condicional de sentido común. ¿A que evoluciona esta población?

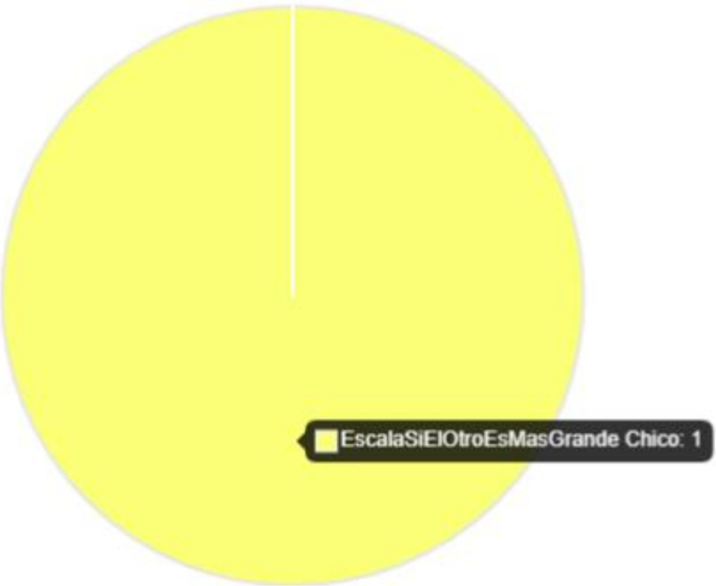
10 individuos chicos usan una estrategia condicional paradójica.

8 individuos usan estrategia condicional de sentido común.

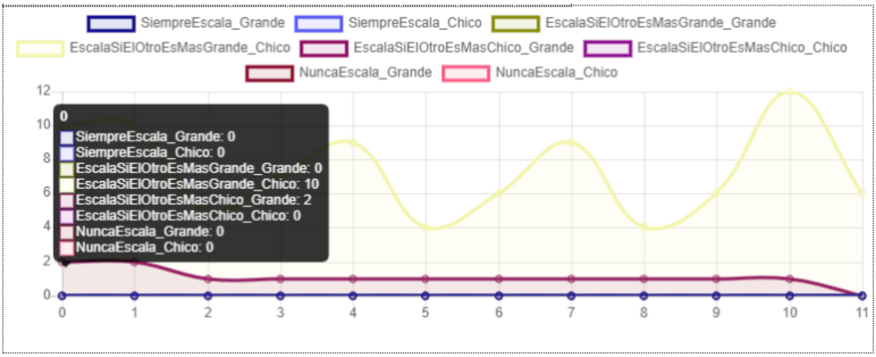
El individuo más grande gana 8 de cada 10 peleas.



Luego de 10 generaciones se obtienen los siguientes porcentajes



Y la evolución fue la siguiente



Como se observa individuos que usen estrategia de sentido común no puede invadir una población con individuos que usen estrategia paradójica.

4.2. Resumen

Cuando las probabilidades de ganar del mayor y del menor son iguales, si empezamos con una población donde hay un mayor número de individuos que usan una de las estrategias condicionales, la población evoluciona a una población donde todos los individuos usan la estrategia condicional que usaba la mayoría al principio de la simulación.

Si más de la mitad de la población usa una de las estrategias condicionales paradójico, el resto de la población usa la otra estrategia condicional de sentido común y la probabilidad de que gane el más grande es de 0.80, el sistema evoluciona a una población donde todos sus individuos usen la estrategia condicional paradójico.

5. La guerra de los sexos

Como vimos anteriormente, con tema de la sobrepoblación, tener 5 hijos no siempre es evolutivamente mejor que tener 2 hijos. Tener un hijo tiene un costo y se obtiene recompensa cuando el descendiente llega sano y salvo a la edad adulta y puede dar nietos. Una carrera armamentística produjo diferencias entre los sexos. El óvulo es más grande y aporta nutrientes, los espermatozoides son mucho más chicos y tienen movilidad. Hay dimorfismo sexual, los machos son más grandes porque compiten por las hembras, las crías se desarrollan dentro del cuerpo de la madre.

En la reproducción sexual los costos de tener un hijo lo puede pagar uno solo de los progenitores o se pueden compartir entre los dos. No están sobre este planeta las especies donde los machos se marcharon, dejando sola a las hembras, y como venganza las hembras también se marchaban dejando morir a la cría. Pero las hembras tienen una carta en su mano, pueden seleccionar machos con buenos genes o machos que realicen aportes, como construir un nido, antes de copular.

Una hembra puede exigir que el macho le construya un nido antes de copular. La estrategia que se adopte un individuo depende de lo que está haciendo el resto de la población. Un hornero construye un nido porque todas las hembras exigen lo mismo para copular.

Como puede elegir una hembra machos con buenos genes. ¿Cómo puede saber si no le están mintiendo, si solamente aparenta que es el macho más fuerte, pero en realidad los músculos son falsos? Los pavo real macho tienen colas llamativas que les dificulta caminar son atractivos para las hembras, porque son atractivas para las hembras o porque pueden mostrar que aun con una dificultad llegaron a la edad adulta. La explicación que hoy en día se acepta es que las señales son honestas porque son costosas, el principio de la desventaja.

	Resource	
	Transferred	Not transferred
Potential donor	$1-d$	1
Signaller		
In need	1	$1-a$
Healthy	1	$1-b$

En la primer parte se consideraron dos tipos distintos de individuos, individuos grandes y chicos. Ambos individuos tenían las mismas estrategias disponibles. Los individuos grandes podían compartir o pelear, y los individuos chicos también podían compartir y pelear. Ahora consideremos dos tipos de individuos, pero cada individuo tiene distintas estrategias.

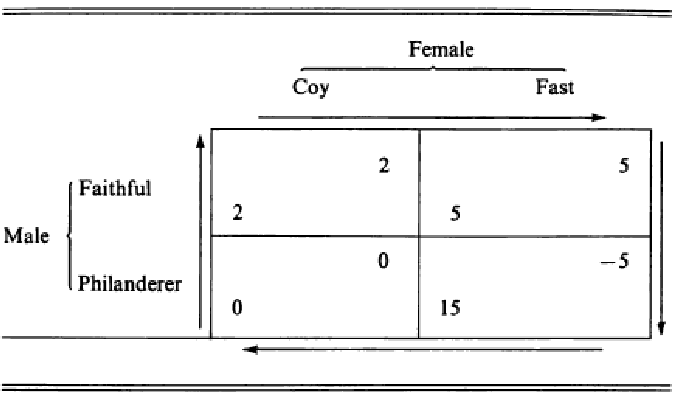
Supongamos que los tipos de individuos son machos y hembras. Las estrategias de los machos son fieles o atorrantes y las hembras pueden ser fáciles y esquivas. Supongamos que la ventaja evolutiva por tener una cría le da 15 puntos a cada uno de los padres, supongamos que el coste para tener una criar una cría con éxito es de 20 puntos, este coste se puede repartir entre los padres o lo pude pagar solo la hembra dependiendo del tipo de estrategia, supongamos que en un cortejo se pierden 3 puntos.

-En un encuentro de macho atorrante con una hembra fácil, le da al macho 15 puntos y a la hembra -5 puntos.

-Un encuentro entre un macho fiel y una hembra esquiva, el macho gana 2 puntos, esto es 15 de la cría -10 de la crianza compartida, -3 del cortejo. La hembra también obtiene el mismo puntaje.

-Un encuentro entre un macho atorrante y una hembra esquiva cada uno obtiene 0 puntos, no tienen ninguna cría, no hay cortejo, ni hay costo de crianza.

-Un encuentro entre un macho fiel y una hembra fácil, el macho consigue 5 puntos y la hembra también consigue 5 puntos.



Si se analiza el juego parecería que hay un equilibrio estable. En la primera edición del Gen Egoísta, Richard Dawkins pensaba que este juego tenía un equilibro Como se dio cuenta luego un matemático el equilibrio es inestable, el juego oscila, una vez que se alcanza el equilibrio, si se produce una pequeña modificación en los porcentajes, lejos de autorregularse y volver al equilibrio, el desequilibrio se potencia hasta alcanzar un equilibrio distinto.

Supongamos una población donde todas las hembras son fáciles y todos los machos fieles, si se introduce un macho atorrante este, a diferencia del macho fiel, no paga el coste de la crianza, por lo tanto va a obtener mejores puntajes que un macho fiel y el número de machos atorrantes aumenta.

A medida que los machos atorrantes aumentan, las hembras fáciles empiezan a tener menos ventaja que las hembras esquivas. Cuando la mayoría de los machos son atorrantes, las hembras esquivas obtienen mejor resultado que las hembras fáciles y por lo tanto su número aumenta.

Cuando se llega a una situación donde todas las hembras son esquivas y los machos atorrantes, un macho fiel puede invadir la población, obtiene mejor desempeño que un macho atorrante.

Si todas las hembras son esquivas y los machos son files, una hembra fácil puede invadir la población y sacar ventaja de que todos los machos son fieles. En este punto estamos en la misma situación que cuando se empezó el ciclo, una población donde las hembras son fáciles y los machos son fieles.

5.1. Simulación del juego

Se puede realizar la simulación en cualquier navegador web online:

https://grandes-chicos-comparten-pelea.herokuapp.com/

El código fuente escrito en python usando el framework mesa:

https://github.com/marcoscravero2175/teoria_de_juegos_evolutivos_individuos_grandes_y_chicos_que_comparten_o_pelean

Machos fieles y atorrantes, hembras fáciles y esquivas

Se implementó el juego evolutivo descrito por Dawkins en el Gen Egoísta.

Simulación online:

https://machos-hembras.herokuapp.com/

Código fuente en python usando el framework mesa:

https://github.com/marcoscravero2175/teoria_de_juegos_evolutivos_machos_fieles_y_atorrantes_hembras_faciles_y_esquivas

6. Conclusiones

Si en la población no hay diferencia observable entre los individuos y el costo de lesión es menor que el valor del recurso a todo el mundo que conviene pelear. Si el valor del recurso es menor que el costo del lesión, lo que conviene hacer depende de lo que está haciendo el resto de la población y del cociente entre el valor del recurso y el costo de lesión. Mientras mayor sea el costo de lesión, a menos cantidad de individuos le conviene pelear y la población va a estar formada por un mayor porcentaje de individuos que comparten.

Si la diferencia entre los individuos es arbitraria y la mitad de los individuos de una población usa una de las estrategias condicionales y la otra mitad usa la otra estrategia condicional, el sistema evoluciona aleatoriamente a una población donde todos sus individuos usan una de las estrategias condicionales.

Ahora, si la diferencia entre los individuos es arbitraria pero se empieza con una población donde la mayoría de los individuos usa una de las estrategias condicionales y el resto de la población usa la otra estrategia condicional, el sistema evoluciona a una población donde todos sus individuos usen la estrategia condicional que usaba la mayoría al inicio.

Si la diferencia entre los individuos influye en el resultado de una pelea y la mitad de la población usa la estrategia condicional paradójica “pelar solo si mi oponente es grande” y la otra mitad de la población usa la estrategia condicional de sentido común “pelear solo si mi oponente es chico” el sistema evoluciona a una población donde todos sus individuos usan la estrategia condicional de sentido común, “pelear solo si mi oponente es más chico”.

Si más de la mitad de la población usa una de las estrategias condicionales paradójico, el resto de la población usa la otra estrategia condicional de sentido común y la probabilidad de que gane el más grande es de 0.80, el sistema evoluciona a una población donde todos sus individuos usen la estrategia condicional paradójico.

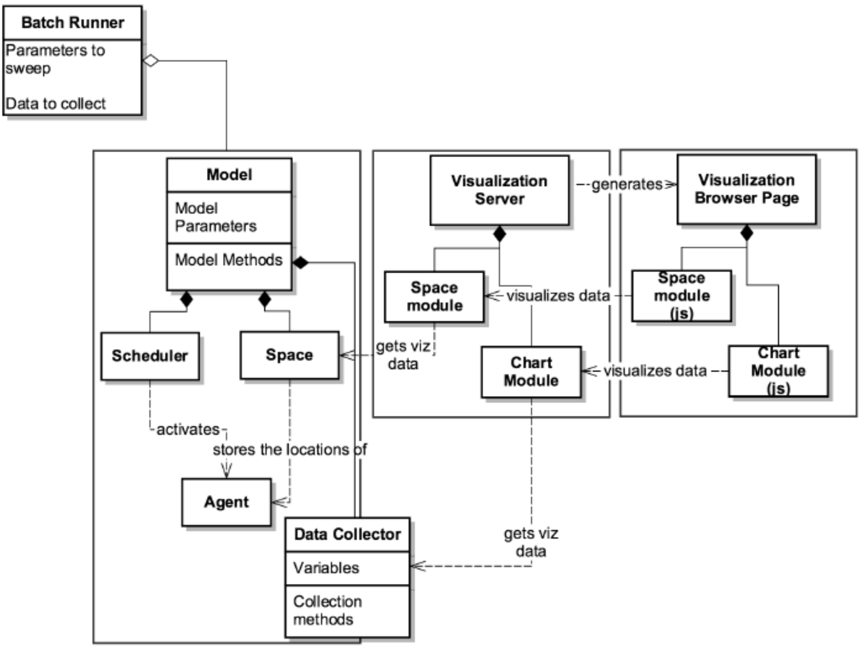
7. Apéndice

En los últimos años python se ha convertido en uno de los lenguajes más populares para la computación científica.

Existen muchas herramientas y framework para el modelado basado en agentes, por ejemplo, NetLogo, Repeast y Mason. Se eligió Mesa porque es uno de los pocos que está desarrollado en python.

Mesa es un framework de código abierto que permite crear modelos basado en agentes utilizando componentes básicos. Mesa permite visualizar la simulación en el propio navegador web. El usuario no tiene que instalar ninguna aplicación o programa, el usuario solo tiene que entrar a la página web donde está la aplicación.

Mesa tiene un desarrollo modular. Los módulos principales son para el modelado, la visualización y el análisis. La clase “ModularServer” gestiona los diversos módulos de visualización. Se crea una visualización instanciando un objeto “ModularServer” con uno o más objetos “VisualizationElement”. El método launch() ejecuta un servidor Tornado y usando template para insertar el código JavaScript especificado por el módulo para crear la página del cliente. Hay varias clases de grilla, todas heredan de “Grid”. Una grilla es un array bidimensional con métodos para obtener los vecinos de una celda particular, agregar y borrar agentes, etc. A continuación se muestra un diagrama de las principales clases de “Mesa”



En lo que sigue se muestran las principales funciones que tiene la aplicación web desarrollada

7.1. Interacción que se da entre el usuario y el sistema cuando el usuario presiona el botón “Crear simulación con los parámetros seleccionados”

1- El usuario ingresa la dirección web de la página donde está la aplicación.
2- El sistema muestra la página web de configuración.
3- El usuario ingresa la cantidad de individuos que van a usar cada una de las estrategias y presiona el botón “crear simulación con los parámetros seleccionados”.
4- El sistema crea el modelo, ubica aleatoriamente los individuos y envía la página web al usuario.

7.1.1. Detalles y pseudocódigo de la interacción entre el usuario y el sistema cuando el usuario presiona iniciar

El sistema visualiza los controles que se muestran en el navegador del usuario el método “UserSettableParameter” de la clase “VisualizationElement”.

Cuando el usuario presiona en el navegador el botón “crear simulación con los parámetros seleccionados” se crean el modelo. El método “init” de la clase “Ambiente” heredera de “Model” y está ubicado en el archivo “model.py”

Se crea un usuario chico que usa la estrategia compartir:

Se elige un número aleatorio de fila
numeroAleatorioDeFila = random.randrange(self.ancho)

Se elige un número aleatorio de columna
numeroAleatorioDeColumna = random.randrange(self.alto)

Posición aleatoria
posicionAleatoria = (numeroAleatorioDeFila, numeroAleatorioDeColumna)

Se elige un numero de identificador único para el individuo
identificadorUnico = self.next_id()

Se crea el individuo y se lo agrego al modelo
estrategia = "comparte"
tamaño = "chico"
individuo = Individuo (identificadorUnico, posicionAleatoria, estrategia, tamaño, self)
self.grid.place_agent(individuo, posicionAleatoria)
self.schedule.add(individuo)

7.2. Interacción que se da entre el usuario y el sistema cuando el usuario presiona el botón iniciar

1- El usuario presiona el botón "Hacer un paso de simulación".
2- El sistema hace que todos los individuos den un paso.
3- Un individuo da un paso moviéndose a un vecino elegido en forma aleatoria.
4- Luego, en la nueva posición, los individuos se fijan cuáles son sus vecinos y resuelve los conflictos que pueda tener con sus vecinos.

7.2.1. Detalles y pseudocódigo de la interacción entre el usuario y el sistema cuando el usuario presiona iniciar

Cuando el usuario presiona el botón "Hacer un paso de simulación" se ejecuta el método "step" de la clase "Ambiente". La clase "Ambiente " heredera de "Model" y se encarga de que todos los individuos hagan un paso de simulacion cuando el usuario presiona el botón "Hacer un paso de simulación". Un individuo da un paso de la siguiente manera:

Posición actual del individuo
posicionDelIndividuo = individuo.pos

Obtiene el conjunto de todos los vecinos de la posición del individuo
posicionesVecinas = self.grid.get_neighborhood(posicionDelIndividuo, True, True)

Elige una posición en forma aleatoria del conjunto de posiciones vecinas
posicionElegida = random.choice(posicionesVecinas)

El individuo se mueve a la posición elegida
self.grid.move_agent(individuo, posicionElegida)

Un individuo resuelve los conflictos con sus vecinos de la siguiente manera:

Posición actual del individuo
(p0, p1) = agenteA.pos

Lista de los vecinos
listaDeIndividuosVecinos = self.grid.get_neighbors((p0, p1), True, include_center = True, radius = self.distanciaMaximaVecinos)

Recorro la lista de vecinos y se resuelven los conflictos
for agenteB in listaDeIndividuosVecinos:
(agenteA, agenteB, pr) = ResolucionDeConflictosEntreDosAgentes(agenteA, agenteB, self.valorDelRecurso, self.costeDeLesion, self.probabilidadDeQueElMayorGane1)

En un ejemplo se muestra como la función “ResolucionDeConflictosEntreDosAgentes” resuelve uno de los conflictos, en este caso un individuo grande y que pelea contra un individuo grande y que también pelea.

El individuo A es grande y pelea, el individuo B es grande también pelea y la probabilidad de que el mayor gane es “probabilidadDeQueElMayorGane”:

Resolución de conflictos

```
if agenteA.Estrategia() == "pelea":
        if agenteB.Estrategia() == "pelea":
                if agenteA.AsimetriaAparente() == "chico" and
                  agenteB.AsimetriaAparente() == "grande":
                        pr = pr = random.random()
                        if pr < probabilidadDeQueElMayorGane:
                                agenteA.SumarPuntos(costoDePerderUnaPelea)

        agenteB.SumarPuntos(puntosPorGanarUnaPelea)
```

Cuando un individuo llega a una determinada edad se reproduce y muere. La cantidad de copias que un individuo crea de sí mismo depende de la cantidad de puntos que tenga. Los individuos que más puntos tienen son los individuos más aptos.

Obtener el puntaje relativo de un individuo

```
puntajeBruto = agente.TotalDePuntos()
puntajeRelativo = (puntajeBruto - puntajeMinimo)/(puntajeMaximo - puntajeMinimo)

if puntajePorcentual < 0.50:
        numeroDeCopias = 1
if puntajePorcentual >= 0.50:
        numeroDeCopias = 2
```

Se crea la cantidad de descendientes de acuerdo al puntaje relativo que tienen los individuos

```
while i < numeroDeCopias:
        posicionesVecinas = self.grid.get_neighborhood(posicionDelAgente, True, True)
        posicionElejida = random.choice(posicionesVecinas)     estrategia = agente.Estrategia()
        asimetriaAparente = agente.AsimetriaAparente()
        individuo = Individuo (self.next_id(), posicionElegida, estrategia, asimetriaAparente, self)
        self.grid.place_agent(individuo, posicionElegida)
        self.schedule.add(individuo)
        i = i + 1
```

Cuando hay sobrepoblación, esto es la cantidad de individuo de una población supera un determinado número, se eliminan individuos en forma aleatoria. La eliminación de los individuos tiene que ser en forma aleatoria, no se puede eliminar solo a los individuos menos aptos. Eliminar sólo a los individuos con puntaje más bajos haría que desaparezcan de la población estrategias que tienen que estar presentes en una estrategia mixta.

```
Reducción de la población
eliminoIndividiosAlternativos = True
Listado de todos los individuos de la población
for agente in self.schedule.agents:
    Elimino individuos en forma alternativa
    if ((poblacion > N)and (eliminoIndividiosAlternativos == True)):
            self.grid.remove_agent(agente)
            self.schedule.remove(agente)
            eliminoIndividiosAlternativos = False
```

El diagrama de pastel se va actualizando a medida que pasa el tiempo. Para hacer que el diagrame cambien con cada paso del modelo se creó la clase “HistogramModule” que hereda de “VisualizationElement”. La clase “ChartModule” realiza el gráfico lineal que muestra la evolución de la cantidad de individuos a lo largo del tiempo. La grilla, los individuos y sus datos se muestranusando la clase “CanvasGrid”.

```
class HistogramModule(VisualizationElement):
  def render(self, model):
     porcentajeDePalomasGrande =
model.schedule.porcentajeDeJugadores("nuncaEscala", "grande")

    def personalizacionDelAmbiente(agent):
            portrayal["Estrategia"] = agent.estrategia
```

7.3. Clase Individuo

La clase “Individuo” hereda de la clase “Agente”, se encuentra en el archivo “agente.py” y está definida de la siguiente manera:

```
class Individuo (Agent):
        edad = 0
        self.asimetriaAparente = “grande”
        estrategia = "pelear"
        puntos = 0
        def __init__(self, unique_id, pos, estrategia, asimetriaAparente, model):
                super().__init__(unique_id, model)
                self.pos = pos
                self.edad = 0
                self.estrategia = estrategia
                self.asimetriaAparente = asimetriaAparente
                self.puntos = 0
        def step(self):
                self.edad = self.edad + 1
        def SumarPuntos(self, puntos):
                self.puntos = self.puntos + puntos
        def TotalDePuntos(self):
                return1 = self.puntos
                return return1
        def Edad(self):
                return1 = self.edad
                return return1
        def Estrategia(self):
                return1 = self.estrategia
                return return1
        def AsimetriaAparente(self):
                return1 = self.asimetriaAparente
                return return1
```

BIBLIOGRAFÍA

Dawkins, R., The Selfish Gene, edición conmemorativa del 30.º aniversario de su publicación (1976), Oxford University Press, Oxford, 2006. [Trad.española: El gen egoísta, Salvat Editores, Barcelona, 2000].

Dawkins, R., The Blind Watchmaker, Longman, Londres, 1986. [Trad. española: El relojero ciego, Editorial Labor, Barcelona, 1989].

Dawkins, R. 1995. River Out of Eden. Weidenfeld & Nicolson. London.

Dawkins, R. 1996. Climbing Mount Improbable. Viking. London.

Dennett, D. 2003a, Freedom evolves, Nueva York, Viking Penguin [trad. esp. La evolución de la libertad, trad. de R. Vilá Vernis, Barcelona, Paidós Ibérica, 2004].

Dennett, D., Darwin's Dangerous Idea: Evolution and the Meanings of Life, Allen Lane, Londres, 1995. [Trad. española: La peligrosa idea de Darwin: evolución y significados de la vida, Galaxia Gutenberg, Barcelona, 2000].

Easley, D. 2010. Networks, Crowds, and Markets: Reasoning about a Highly Connected World. Cambridge University Press

Frank, R. 2011. The Darwin Economy: Liberty, Competition, and the Common Good. Princeton University Press; Edición: First Edition

Harari, Y. 2015. Sapiens. De animales a dioses: Una breve historia de la humanidad. Harper; Edición

Kazil, J. 2015. Mesa: An Agent-Based Modeling Framework. Conference: Python in Science Conference

Maynard Smith, J. 1982. Evolution and the theory of games. Cambridge University Press, Cambridge.

Maynard Smith, J. 2004. Animal Signals. Oxford University Press

Pinker, S. 1994. The language instinct. New York: HarperCollins [trad. esp. El instinto del lenguaje, trad. de Igoa, Grupo Anaya Publicaciones Generales, 2012].

Pinker, S. 2019. El sentido del estilo. La guía de escritura del pensador del siglo XXI. Madrid, Capitán Swing, Trad. de José Calles Vales