

---

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO – UFPE

PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

Prof. Dr. Francisco de Assis Tenório de Carvalho

# PROJETO DA DISCIPLINA APRENDIZAGEM DE MÁQUINA

**EQUIPE:**

Carlos Antônio Alves Júnior ([caaj@cin.ufpe.br](mailto:caaj@cin.ufpe.br))

Marcos de Souza Oliveira ([mso2@cin.ufpe.br](mailto:mso2@cin.ufpe.br))

Matheus Johann Araújo ([mja@cin.ufpe.br](mailto:mja@cin.ufpe.br))



---

# Sumário:

- Análises Iniciais do Conjunto de Dados
- Parte 1: Algoritmo FCM-DFCV e Resultados
- Parte 2: Análise de Classificadores e Resultados

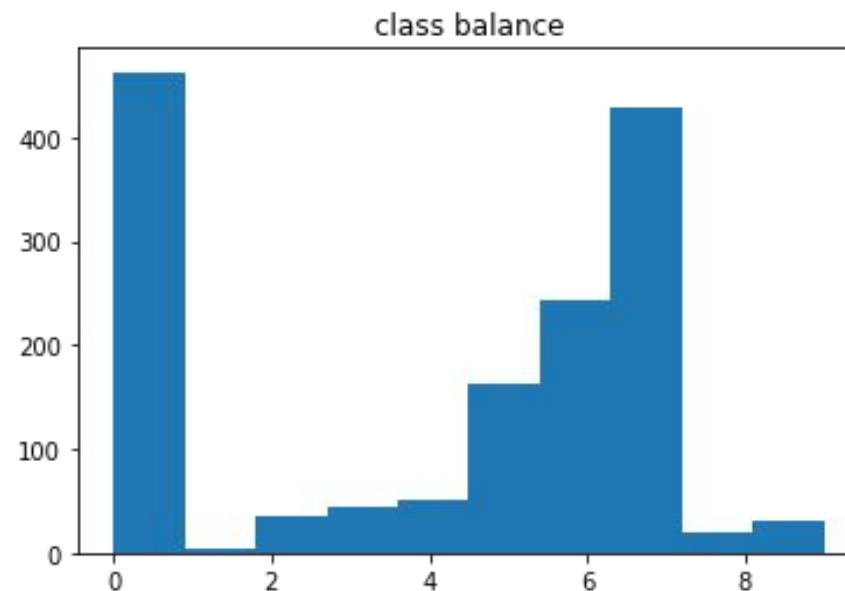
---

# Análises Iniciais do Conjunto de Dados

---

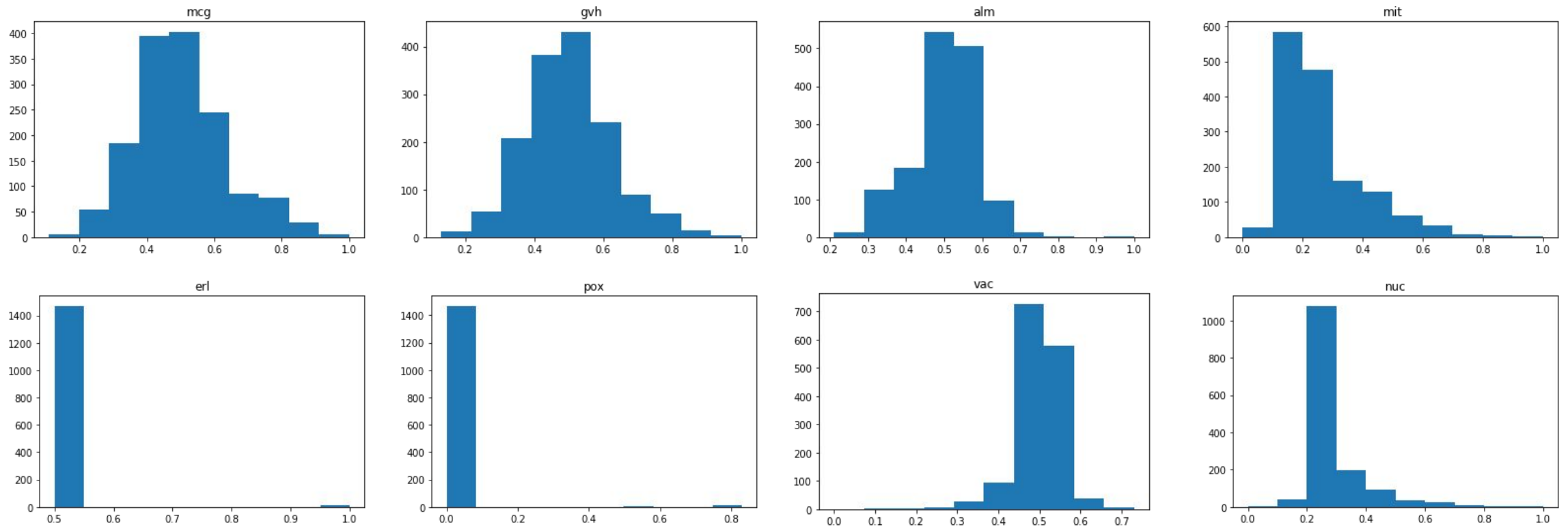
# Análises Iniciais do Conjunto de Dados

➤ Distribuição das Classes:



# Análises Iniciais do Conjunto de Dados

## ➤ Distribuição dos Atributos:



---

# Análises Iniciais do Conjunto de Dados

Com o objetivo de avaliar a **robustez** dos métodos ao lidar com os **problemas** apresentados, neste trabalho **não** foi empregado um **pré-processamento** no conjunto de dados.

---

# Parte 1: Algoritmo FCM-DFCV e Resultados

---

# Parte 1: Algoritmo FCM-DFCV

- Execute o algoritmo "FCM-DFCV" 100 vezes para obter uma partição fuzzy em 10 grupos e selecione o melhor resultado segundo a função objetivo.
- Para cada partição fuzzy, calcule o Modified partition coefficient e o Partition entropy.
- Para cada partição fuzzy, produza uma partição crisp em 10 grupos e calcule o índice de Rand corrigido e a F-measure.
- Para o melhor resultado imprimir:
  - os protótipos;
  - a matriz de confusão da partição crisp versus a partição a priori;
  - o Modified partition coefficient e o Partition entropy;
  - o índice de Rand corrigido, a F-measure e erro de classificação.



---

# Parte 1: Algoritmo FCM-DFCV

- Considere os hiperparâmetros:
  - $c = 10$ ;
  - $m = \{1.1, 1.6, 2.0\}$ ;
  - $T = 150$ ;
  - $e = 10^{-10}$ ;
- Sequência de passos utilizada:
  - passo 1: geração de protótipos aleatoriamente
  - passo 2: geração matriz U inicial
    - passo 3: geração dos protótipos a partir da matriz U
    - passo 4: geração da matriz M a partir da matriz U e protótipos
    - passo 5: atualize a matriz U a partir da matriz M e protótipos
    - passo 6: calcule a função de custo

---

# Parte 1: Algoritmo FCM-DFCV

- Para os protótipos iniciais:
  - foram escolhidos, aleatoriamente, um único exemplo
  - para ser o representante de cada grupo.
- Matriz U inicial:

$$u_{ik} = \left[ \sum_{h=1}^c \left\{ \frac{\sum_{j=1}^p (x_k^j - g_i^j)^2}{\sum_{j=1}^p (x_k^j - g_h^j)^2} \right\}^{1/(m-1)} \right]^{-1} \quad \text{for } i = 1, \dots, c.$$

---

# Parte 1: Algoritmo FCM-DFCV

- Geração dos protótipos a partir da matriz U:

$$\mathbf{g}_i = \frac{\sum_{k=1}^n (u_{ik})^m \mathbf{x}_k}{\sum_{k=1}^n (u_{ik})^m}.$$

---

# Parte 1: Algoritmo FCM-DFCV

- Geração da matriz M a partir da matriz U e protótipos:

$$\mathbf{M}_i = \begin{pmatrix} \lambda_i^1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \lambda_i^p \end{pmatrix} \quad \lambda^j = \frac{\{\prod_{h=1}^p [\sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^n (u_{ik})^m (x_k^h - g_i^h)^2]\}^{1/p}}{\sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^n (u_{ik})^m (x_k^j - g_i^j)^2} \quad (j = 1, \dots, p).$$

---

# Parte 1: Algoritmo FCM-DFCV

➤ Atualização da matriz U:

$$u_{ik} = \left[ \sum_{h=1}^c \left( \frac{d_{\mathbf{M}_i}^2(\mathbf{x}_k, \mathbf{g}_i)}{d_{\mathbf{M}_h}^2(\mathbf{x}_k, \mathbf{g}_h)} \right)^{1/(m-1)} \right]^{-1} = \left[ \sum_{h=1}^c \left( \frac{\sum_{j=1}^p \lambda_i^j (x_k^j - g_i^j)^2}{\sum_{j=1}^p \lambda_h^j (x_k^j - g_h^j)^2} \right)^{1/(m-1)} \right]^{-1}.$$

---

# Parte 1: Algoritmo FCM-DFCV

➤ Cálculo a função de custo:

$$J5 = \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^c (u_{ik})^m d_{\mathbf{M}_i}^2(\mathbf{x}_k, \mathbf{g}_i) = \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^c (u_{ik})^m (\mathbf{x}_k - \mathbf{g}_i)^T \mathbf{M}_i (\mathbf{x}_k - \mathbf{g}_i)$$

---

# Parte 1: Algoritmo FCM-DFCV

➤ Algoritmo:

---

**Algorithm 1** Algoritmo FCM-DFCV

---

**Input** O conjunto de dados  $X$

**Inicialização**  $T=150$ ,  $e = 10^{-10}$ ,  $m=[1.1, 1.6, 2.0]$ ,  $J_{old}=99999$ ,  $J=99999$ .

- 1: Construa a matriz  $G$  aleatoriamente;
  - 2: Construa a matriz  $U$  a partir de  $G$  utilizando a Equação 4;
  - 3: **while**  $t < T$  and  $J_{old} - J > e$  **do**
  - 4:      $J_{old} = J$
  - 5:     Gere novos protótipos  $G$  a partir da matriz  $U$  utilizando a Equação 3.
  - 6:     Construa a matriz  $M$  a partir de  $G$  e da matriz  $U$  utilizando a Equação 19.
  - 7:     Construa a matriz  $U$  a partir de  $G$  e da matriz  $M$  utilizando a Equação 20.
  - 8:     Atualize  $J$  utilizando a Equação 17.
  - 9:      $t = t + 1$
  - 10:
  - 11: **return**  $J, U, G$ .
-

---

# Parte 1: Resultados

➤ Modified Partition Coefficient (MPC):

	MPC (m=1.1)	MPC (m=1.6)	MPC (m=2.0)
count	100	100	100
mean	0.993981	0.957169	0.951405
std	0.017853	0.115885	0.117852
min	0.900054	0.339813	0.511110
25%	0.999472	0.997256	0.990008
50%	1.000000	0.999804	0.998209
75%	1.000000	1.000000	0.999956
max	1.000000	1.000000	1.000000

Obs.: quanto mais próximo de 1 (um) melhor.



---

# Parte 1: Resultados

➤ Partition Entropy (PE):

	PE (m=1.1)	PE (m=1.6)	PE (m=2.0)
count	100	100	100
mean	9.388324e-03	6.428793e-02	7.631151e-02
std	2.774241e-02	1.696796e-01	1.719051e-01
min	1.236375e-08	1.407474e-14	2.651796e-11
25%	1.611522e-05	1.069152e-06	1.041061e-04
50%	4.150377e-05	4.053279e-04	2.805545e-03
75%	8.261557e-04	5.679193e-03	2.295916e-02
max	1.479648e-01	1.035130e+00	6.945560e-01

Obs.: quanto mais próximo de 0 (zero) melhor.

---

# Parte 1: Resultados

- Índice de Rand Corrigido (IRC) - Partição Crisp vs Partição a Priori:

	IRC (m=1.1)	IRC (m=1.6)	IRC (m=2.0)
count	100	100	100
mean	0.008086	0.011955	0.010284
std	0.010038	0.014384	0.007058
min	-0.005273	-0.002199	-0.004375
25%	0.002980	0.003713	0.008557
50%	0.008545	0.011632	0.011615
75%	0.011632	0.011632	0.011632
max	0.075881	0.113643	0.057885

Obs.: quanto mais próximo de 1 (um) melhor.

---

# Parte 1: Resultados

➤ F-Measure (FM) - Partição Crisp vs Partição a Priori:

	FM (m=1.1)	FM (m=1.6)	FM (m=2.0)
count	100	100	100
mean	0.110195	0.098726	0.091678
std	0.108505	0.108695	0.103957
min	0.000000	0.000000	0.000000
25%	0.024090	0.020889	0.021395
50%	0.040094	0.032345	0.034030
75%	0.166611	0.164420	0.129043
max	0.312668	0.311321	0.318059

Obs.: quanto mais próximo de 1 (um) melhor.

---

# Parte 1: Resultados (melhor partição)

➤ Menor  $J5$ : 8.90926821735237e-30

➤ Protótipos:

0	0.498955	0.498834	0.499937	0.259248	0.5	2.089737e-145	0.499494	0.276900
1	0.776150	0.733249	0.411142	0.273819	0.5	2.833927e-107	0.522439	0.220020
2	0.440003	0.529996	0.520002	0.229994	0.5	8.300000e-01	0.509999	0.220000
3	0.502000	0.496667	0.511333	0.253333	0.5	7.420000e-01	0.508667	0.237333
4	0.573723	0.593120	0.376120	0.224092	0.5	1.457722e-56	0.518729	0.227973
5	0.591429	0.577143	0.492857	0.252857	1.0	2.386426e-118	0.525714	0.279286
6	0.523599	0.547891	0.507444	0.561874	0.5	1.579188e-108	0.509171	0.230861
7	0.611038	0.584205	0.493854	0.218669	0.5	4.014276e-102	0.510490	0.228726
8	0.475059	0.490149	0.488930	0.226901	0.5	1.646073e-119	0.522499	0.695924
9	0.649557	0.612392	0.493696	0.214594	0.5	9.386093e-12	0.513643	0.223253

---

# Parte 1: Resultados (melhor partição)

➤ Matriz de Confusão:

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	459	0	4	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	5	0	0	0	0
2	0	0	0	35	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	44	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	50	0	1	0	0	0	0
5	0	0	0	162	0	1	0	0	0	0
6	0	0	0	244	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	426	0	3	0	0	0	0
8	0	0	0	20	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	30	0	0	0	0	0	0

---

# Parte 1: Resultados (melhor partição)

➤ Índices:

Métrica	Valor
Acurácia*	0.3032
F-Measure	0.0069
IRC	0.0029
MPC	1
PE	0

\*Foi utilizada a métrica: *accuracy\_score*

Disponível em:

[https://scikit-learn.org/stable/modules/generated/sklearn.metrics.accuracy\\_score.html#sklearn.metrics.accuracy\\_score](https://scikit-learn.org/stable/modules/generated/sklearn.metrics.accuracy_score.html#sklearn.metrics.accuracy_score)

---

# Parte 2: Análise de Classificadores e Resultados

## Parte 2: Classificadores (Bayes Gaussiano)

➤ Cálculo da máxima verossimilhança:

$$p(\mathbf{x}_k | \omega_i, \theta_i) = (2\pi)^{-\frac{d}{2}} (|\Sigma_i^{-1}|)^{\frac{1}{2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\mathbf{x}_k - \mu_i)^T \Sigma_i^{-1} (\mathbf{x}_k - \mu_i) \right\}$$

- Resultados:

Bayes Gaussiano		
z = 1.96, K-Folds = 5	Média	Desvio Padrão
Erro	43.82%	2.314%
Cobertura (Recall)	43.7%	2.1819%
Precisão	43.82%	6.8210%
F-Score (F-Measure)	43.70%	3.8437%



---

## Parte 2: Classificadores (KNN)

➤ Melhor K definido: 4

- Resultados:

K-NN		
z = 1.96, K-folds = 5, k = 4	Média	Desvio Padrão
Erro	40.61%	0.1862%
Cobertura (Recall)	26.29%	2.1819%
Precisão	15.23%	0.0%
F-Score (F-Measure)	18.65%	0.02165%

---

## Parte 2: Classificadores (Janela de Parzen)

➤ Melhor bandwidth definido: 0.5

- Resultados:

Janela de Parzen		
z = 1.96, K-Folds = 5, Bandwidth = 0.5	Média	Desvio Padrão
Erro	43.60%	2.387%
Cobertura (Recall)	41.60%	1.654%
Precisão	43.48%	4.378%
F-Score (F-Measure)	42.01%	1.334%

---

# Parte 2: Classificadores (Regressão Logística)

➤ Função de ativação sigmóide.

- Resultados:

Regressão Logística		
$z = 1.96$ , K-Folds = 5	Média	Desvio Padrão
Erro	43.69%	4.296%
Cobertura (Recall)	43.69%	4.023%
Precisão	43.62%	4.33%
F-Score (F-Measure)	43.76%	3.646%

---

## Parte 2: Classificadores (Ensemble)

- Predição feita por voto majoritário.

- Resultados:

Ensemble		
z = 1.96, K-Folds = 5	Média	Desvio Padrão
Erro	15.03%	0.638%
Cobertura (Recall)	28.2%	2.694%
Precisão	8.19%	0.205%
F-Score (F-Measure)	11.11%	0.3801%

---

## Parte 2: Resultados (Teste de Friedman)

➤ Cálculo do F estatístico:

$$F_F = \frac{(N-1)\chi_F^2}{N(k-1) - \chi_F^2}$$

- N = número de amostras (5 folds) e k = número de classificadores (5)

- $\chi_F^2$  :

$$\chi_F^2 = \frac{12N}{k(k+1)} \left[ \sum_j R_j^2 - \frac{k(k+1)^2}{4} \right]$$

$R^2$ : ranking médio do classificador j nos 5-folds

---

## Parte 2: Resultados (Teste de Friedman)

- F Crítico: obtido em qualquer tabela F
- Com  $5-1 = 4$  e  $(5-1) \times (5-1) = 16$  graus de liberdade.

O valor crítico de  $F(4,16)$  para  $\alpha = 0.05$  é **3.238872**

	metric	F_f	F_critical	result
0	error_rate	21.316456	3.238872	reject H0
1	f_measure	80.000000	3.238872	reject H0
2	precision	79.333333	3.238872	reject H0
3	recall	37.666667	3.238872	reject H0

---

## Parte 2: Resultados (Pós-teste)

- Aplicando o Nemenyi teste, sendo a **diferença crítica (CD)** definida como:

$$CD = q_{\alpha} \sqrt{\frac{k(k+1)}{6N}}$$

temos:

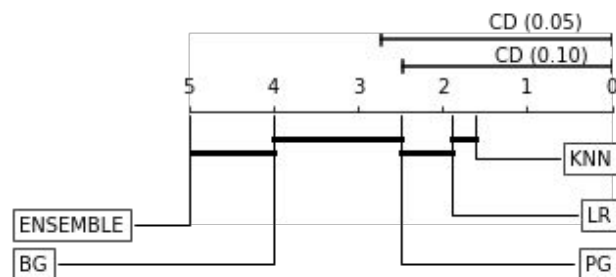
$$CD (5\%) = 2.728$$

$$CD (10\%) = 2.459$$

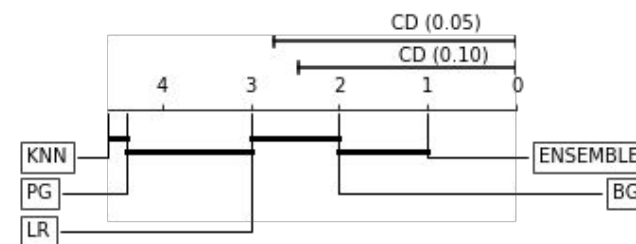
$q_{\alpha}$ : é obtido através da Tabela de nemenyi.

# Parte 2: Resultados (Pós-teste)

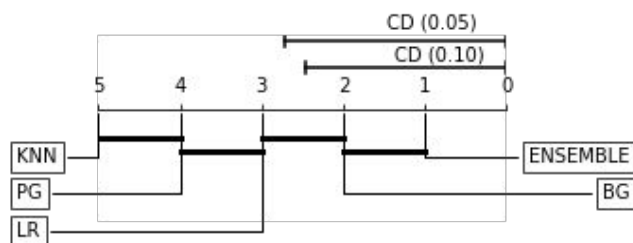
Taxa de erro



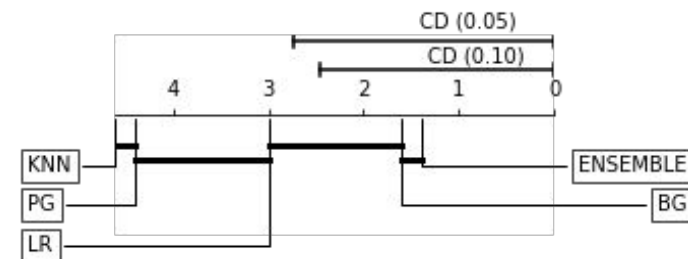
Precisão



F-Measure



Cobertura





---

# Repositório

Código do projeto disponível em:

[https://github.com/marcosd3souza/ML-Experiments\\_FuzzyClustering\\_ProbClassifiers](https://github.com/marcosd3souza/ML-Experiments_FuzzyClustering_ProbClassifiers)