ESTA008-17 – Sistemas de Controle II
1° Quadrimestre de 2021

Profª. Heloise Assis Fazzolari

Aula Prática Virtual 3 – Margem de Ganho, Margem de Fase e Carta de Nichols com Octave

1 Introdução

1.1 Frequência de corte e banda passante

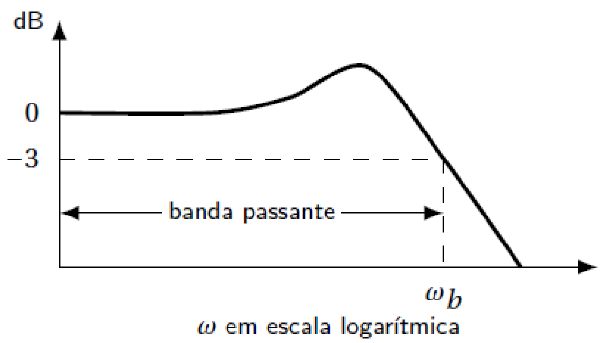
Frequência de corte: frequência ω_b na qual a amplitude da resposta em frequência de malha fechada é 3 dB abaixo de seu valor na frequência zero.

$$\frac{Y(j\omega)}{R(j\omega)} < \frac{Y(j0)}{R(j0)} - 3\,dB \quad \text{para } \omega > \omega_b$$

- filtra componentes do sinal com frequência maior que ω_b.

Banda passante: $0 \leq \omega \leq \omega_b$.

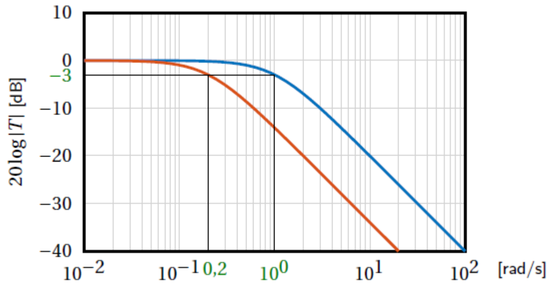
- indica até que ponto a saída seguirá bem uma entrada senoidal.
  - constitui uma excelente medida da faixa de fidelidade da resposta do sistema.
- banda passante grande corresponde a um tempo de subida pequeno.
- de modo geral, a banda passante é proporcional à velocidade de resposta.

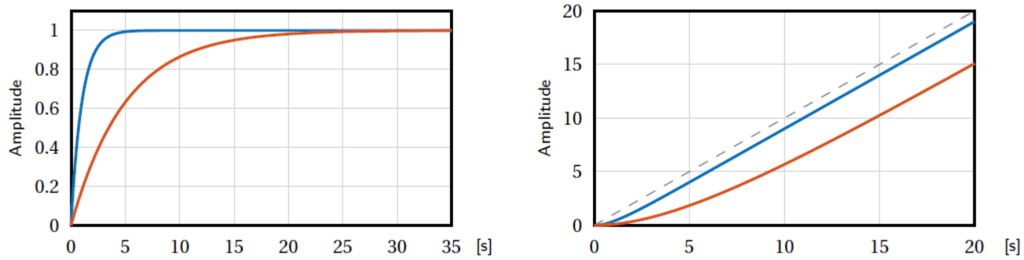


Exemplo 1: Funções de transferência de malha fechada:

$$T_1(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{1}{s+1} \qquad \text{e} \qquad T_2(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{1}{5s+1}$$

O sistema com maior banda passante fornece a resposta mais rápida ao degrau unitário e a maior fidelidade a resposta à rampa.

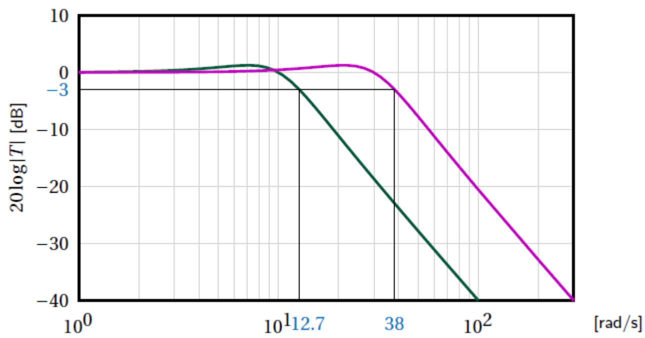


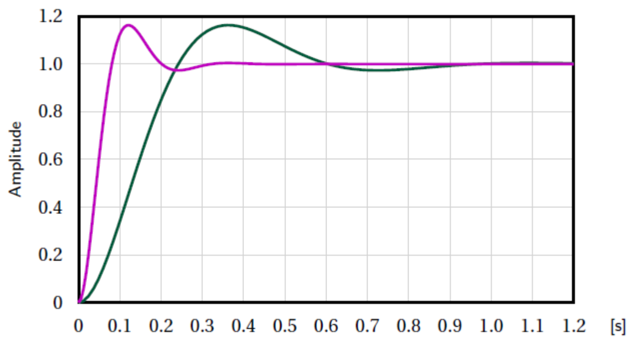


Exemplo 2:

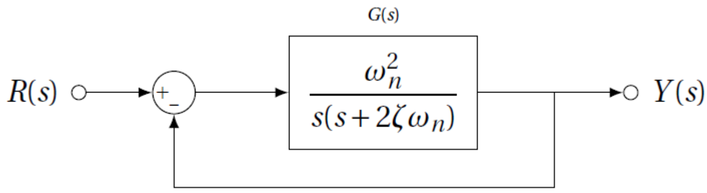
$$T_3(s) = \frac{100}{s^2 + 10s + 100} \qquad T_4(s) = \frac{900}{s^2 + 30s + 900}$$

Ambos possuem $\zeta = 0{,}5$
Máximo sobressinal 15%
Frequência natural: 10 e 30 rad/s
Banda passante: 12,7 e 38 rad/s
Tempo de pico: 0,12 e 0,36 s
Tempo de assentamento: 0,37 e 0,9 s





1.2 Frequência de corte e banda passante



$$T(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

- Magnitude:

$$M = |T(j\,\omega)| = \frac{\omega_n^2}{\sqrt{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + 4\zeta^2\omega_n^2\omega^2}}$$

- Valor máximo de M:

$$M_r = \frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}}, \text{ na frequência } \omega_r = \omega_n\sqrt{1-2\zeta^2}.$$

- Frequência para a qual $M = 1/\sqrt{2}$ (-3 dB):

$$\omega_{BW} = \omega_n\sqrt{(1-2\zeta^2) + \sqrt{4\zeta^4 - 4\zeta^2 + 2}}$$

- Tempo de assentamento: $T_s = \frac{4}{\omega_n\zeta}$:

$$\omega_{BW} = \frac{4}{T_s\zeta}\sqrt{(1-2\zeta^2) + \sqrt{4\zeta^4 - 4\zeta^2 + 2}}$$

- Tempo de pico: $T_p = \frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}$:

$$\omega_{BW} = \frac{\pi}{T_p\sqrt{1-\zeta^2}}\sqrt{(1-2\zeta^2) + \sqrt{4\zeta^4 - 4\zeta^2 + 2}}$$

1.3 Pico de ressonância, frequência de ressonância e banda passante com Octave

Pico de ressonância: máxima amplitude (em dB) da resposta em frequência de malha fechada.

Frequência de ressonância: frequência correspondente ao pico de ressonância.

Para utilizarmos comandos relacionados a Sistemas de Controle no Octave é necessário inicializar um pacote:

```
pkg load control
```

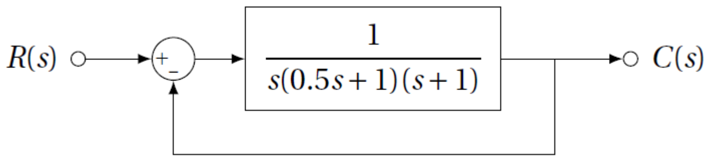
A inicialização do pacote pode ser realizada no próprio código do programa, ou na linha de comando do Octave.

```
[mag, phase, w] = bode (sys);
[Mp, k] = max (mag);
pico_ress = 20 * log10(Mp); % em dB
freq_ress = w(k);
```

- **Banda passante**:

```
n = 1;
while ( 20*log10(mag(n)) >= -3 )
    n = n + 1;
end
banda_pass = w(n);
```

Exemplo 3: Obtenha o pico de ressonância, frequência de ressonância e banda passante:




```
%% Exemplo 3 — Lab 3
clc;
clear;
close all;
pkg load control
numa = [1];
dena = [0.5 1.5 1 0];
sysa = tf (numa, dena);
sysf = feedback (sysa, 1);
w = logspace (-2, 2, 100);
[mag, phase, w] = bode (sysf, w);
[Mp, k] = max (mag);
pico_ress = 20 * log10(Mp) % em dB
freq_ress = w(k)
n = 1;
while ( 20*log10(mag(n)) >= -3 )
n = n + 1;
end
banda_pass = w(n)
bode(sysf)
```

1.4 Erro em Regime Permanente

$$G(j\,\omega) = \frac{K(T_a j\,\omega+1)(T_b j\,\omega+1)\ldots(T_m j\,\omega+1)}{(j\,\omega)^N(T_1 j\,\omega+1)(T_2 j\,\omega+1)\ldots(T_p j\,\omega+1)}$$

- Para baixas frequências:

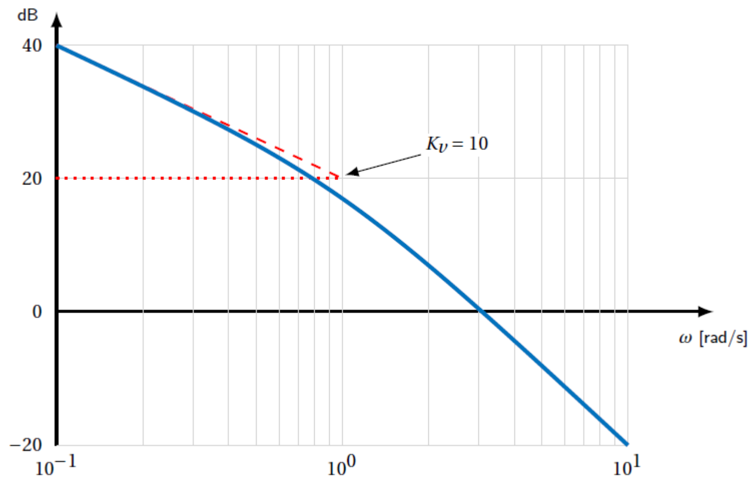
$$G(j\,\omega) \approx \frac{K}{(j\,\omega)^N}$$

- Em um sistema tipo 0 ($N = 0$), a assíntota de baixa frequência é uma constante e $K_p = K$
  - Para a entrada degrau, $e_{ss} = \frac{1}{1+K_p}$
- Em um sistema tipo 1 ($N = 1$), a assíntota de baixa frequência tem inclinação -20 dB/década

– O ganho K/ω pode ser obtido da magnitude do diagrama de Bode

– Tem-se então que $K_v = K$ e $e_{ss} = \frac{1}{K_v}$.

$$\text{Para } G(s) = \frac{10}{s(s+1)}$$



1.5 Margens de ganho e fase

O comando `margin` retorna a margem de ganho `Gm`, margem de fase `Pm` e as suas frequências associadas `Wcg` e `Wcg`

```
[Gm, Pm, Wcg, Wcp] = margin(sys)
```

- Margem de ganho em dB:

```
Gm_dB = 20 * log10(Gm)
```

- O comando `margin` sem as variáveis de saída plota o diagrama de Bode indicando as margens de ganho e fase

```
margin(sys)
```

1.6 Carta de Nichols

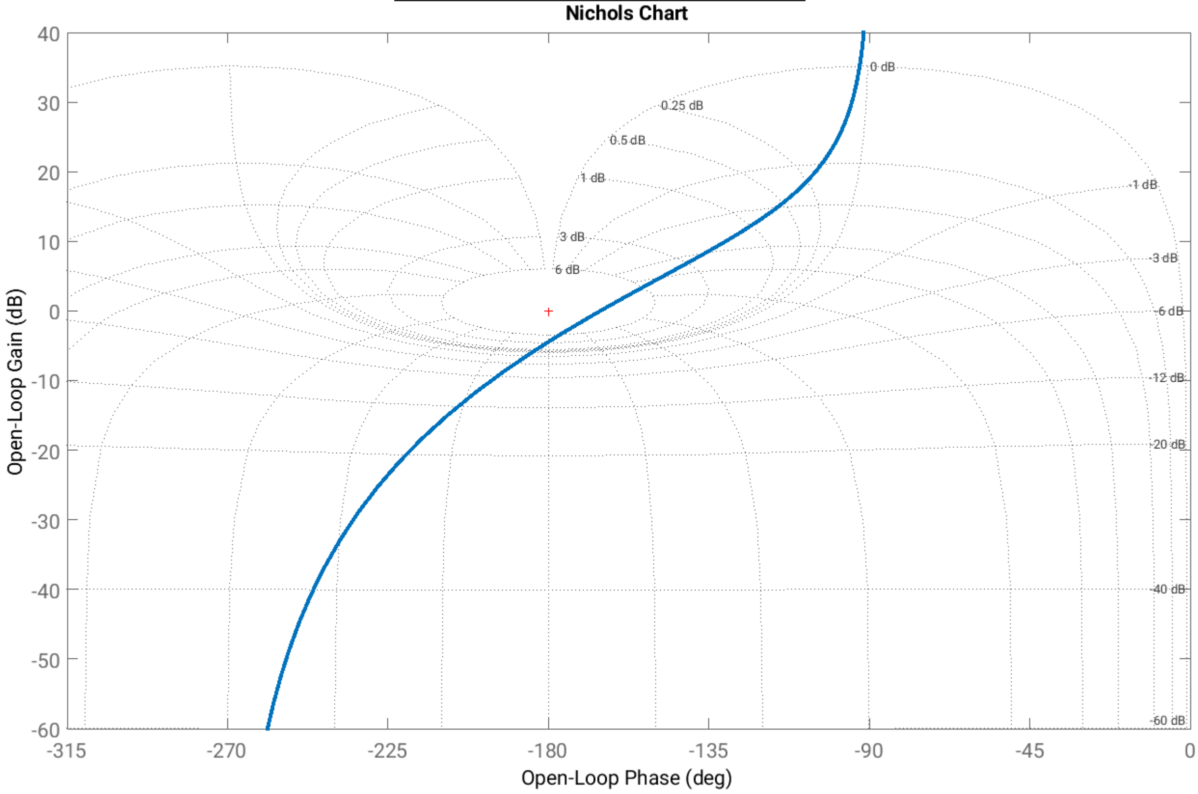
O comando `nichols` desenha o diagrama de Nichols para o sistema `sys`

```
nichols(sys)
```

- Retorna os valores de magnitude e fase (similar ao comando `bode`)

```
[mag, phase] = nichols(sys, w)
```

```
G = tf(3.6, [1 3 2 0]);
nichols(G);
grid on;
axis([-315 0 -60 40]);
```



2 Exercícios

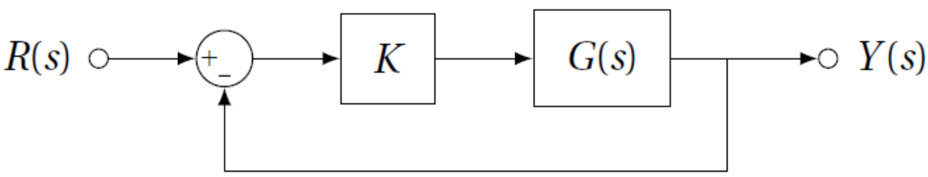
Estes exercícios devem ser resolvidos e entregues em formato de relatório, contendo solução, explicações e análises.

2.1 Exercício 1

Considere o sistema da figura, com

$$G(s) = \frac{7.5}{s(s^2 + 2s + 4)}$$

Ajuste o ganho K para alcançar uma margem de fase de pelo menos 30° e uma margem de ganho de pelo menos 3 dB.



Para a solução:

(a) Faça o diagrama de Bode com $K = 1$. Use o comando `margin`.

(b) Encontre a frequência na qual $\angle G(j\,\omega) = -150°$. Esta é a frequência de cruzamento do ganho para margem de fase de 30°.

(c) Encontre o ganho logarítmico nessa frequência. Usando este valor, encontre o ganho K.

(d) Verifique o sistema com o novo ganho com o comando `margin`.

2.2 Exercício 2

Um sistema de armazenamento holográfico experimental usa um disco de polímero flexível. Durante a rotação, o disco inclina, tornando difícil a recuperação das informações. Um sistema que compensa a inclinação foi desenvolvido. Para isso, um feixe de laser é focado na superfície do disco e as variações são medidas pela reflexão. Um espelho é ajustado para alinhar com o disco e tornar a recuperação da informação possível. O sistema pode ser representado por um sistema com realimentação unitária na qual um controlador com função de transferência

$$D(s) = \frac{78.575(s + 436)^2}{(s + 132)(s + 8030)}$$

e uma planta

$$P(s) = \frac{1.163 \times 10^8}{s^3 + 962.5s^2 + 5.985 \times 10^5 s + 1.16 \times 10^8}$$

formam uma função de malha aberta $G(s) = D(s)P(s)$.

(a) Use o Octave para obter o diagrama de Nyquist. Verifique se o sistema é estável e justifique.

(b) Encontre as margens de ganho e fase do sistema.

(c) Use a margem de fase obtida em (b) para calcular o sobressinal esperado do sistema a uma entrada degrau unitário.

(d) Simule a resposta do sistema ao degrau unitário e verifique o sobressinal calculado em (c).

2.3 Exercício 3

O controle de velocidade de um motor a gasolina está mostrado na figura. Devido à restrição na tomada de entrada do carburador e da capacitância do coletor, ocorre um atraso T_1 igual a 1 s. A constante de tempo do motor T_2 é igual a 3 s. A constante de tempo do sistema de medição de velocidade é $T_3 = 0{,}4$ s.

(a) Determinar o ganho K necessário para atender o requisito de que o erro estacionário seja menor que 13,7% do valor ajustado para a velocidade de referência;

(b) Com o ganho determinado em (a), utilizar o critério de Nyquist para investigar a estabilidade do sistema;

(c) Determinar as margens de ganho e fase do sistema;

(d) Usando a carta de Nichols, encontre a largura de banda do sistema em malha fechada, o valor do pico de ressonância e a frequência angular correspondente;

(e) Com os valores encontrados no item (d), calcule o máximo sobressinal e o tempo de assentamento. Obtenha a resposta ao degrau unitário e verifique os valores obtidos.