Universidade Federal do ABC

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ABC

ESTA008-17 – Sistemas de Controle II

Exercícios Aula 5

Daniel Macedo Costa Fagundes	**RA: 11076809**
Gutemberg Cordeiro Borges	**RA: 11075013**
Marcos Vinicius Fabiano de Oliveira	**RA: 11067212**

Santo André

Março/2021

10) $\boldsymbol{M(s) = -k}$

$$G(s) = M(s)P(s)$$

$$G(s) = \left(-\frac{1300}{s^2 - 860^2}\right)(-k) = \left(\frac{1300k}{s^2 - 860^2}\right)$$

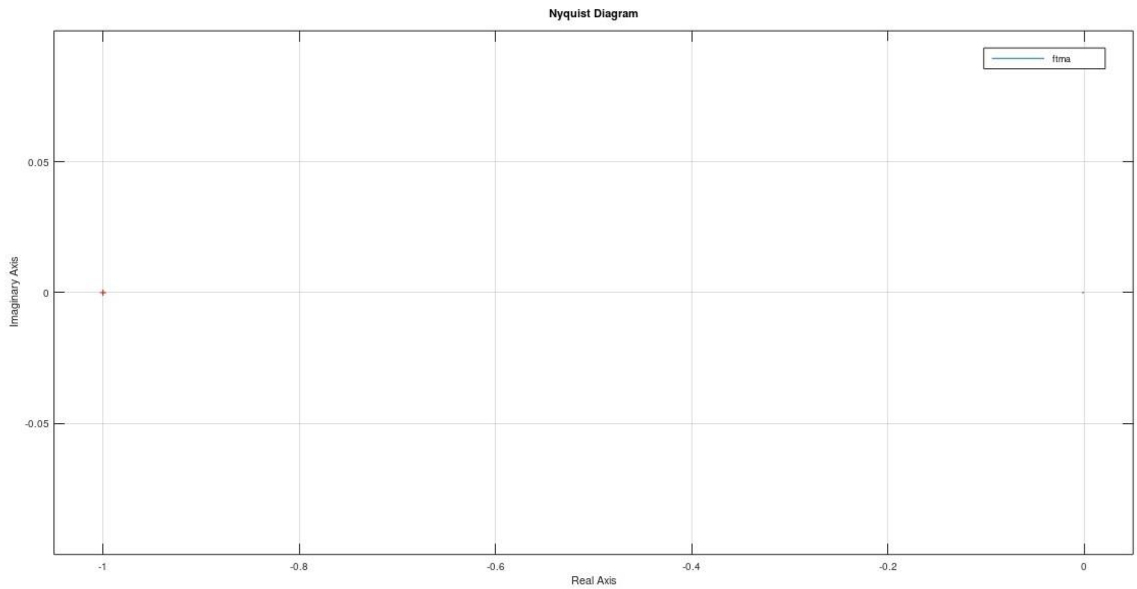
$$G(s) = \frac{1300k}{(s + \sqrt{739600})(s - \sqrt{739600})}$$

$$G(j\omega) = \left(\frac{1300k}{(j\omega)^2 - 860^2}\right) = \frac{1300k}{-\omega^2 - 860^2}$$

$$Para\ k = 1 \ \rightarrow\ G(j\omega) = \frac{1300}{-\omega^2 - 860^2}$$

$$\lim_{\omega \to 0} G(j\omega) = \frac{1300}{-860^2} = -0{,}0018$$

$$\lim_{\omega \to \infty} G(j\omega) = 0$$



O contorno do diagrama de Nyquist pertence ao eixo real e permanece em torno do zero para diferentes valores de frequência. A função de malha aberta possui um polo no semiplano direito e nenhum envolvimento do ponto $-1 + j0$. O aumento do ganho não altera a característica da curva de permanecer no eixo real e o ponto $-1 + j0$ não é envolvido qualquer que seja o valor de k, então

$$Z = N + P = 0 + 1 = 1 \ \rightarrow sistema\ instável, \forall\ k$$

$$\boldsymbol{M(s) = \frac{-k(s+200)}{s+1000}}$$

$$G(s) = M(s)P(s)$$

$$G(s) = \left(-\frac{1300}{s^2 - 860^2}\right)\left(\frac{-k(s+200)}{s+1000}\right)$$

$$G(s) = \frac{k1300(s+200)}{(s^2 - 860^2)(s+1000)}$$

$$G(s) = \frac{k1300(s+200)}{(s+\sqrt{739600})(s-\sqrt{739600})(s+1000)}$$

$$G(j\omega) = \frac{k1300(j\omega+200)}{((j\omega)^2 - 860^2)(j\omega+1000)}$$

$$G(j\omega) = \frac{1300k(j\omega+200)}{(-\omega^2 - 860^2)(j\omega+1000)}$$

$$Para\ k = 1 \ \rightarrow G(j\omega) = \frac{1300(j\omega+200)}{(-\omega^2 - 860^2)(j\omega+1000)}$$

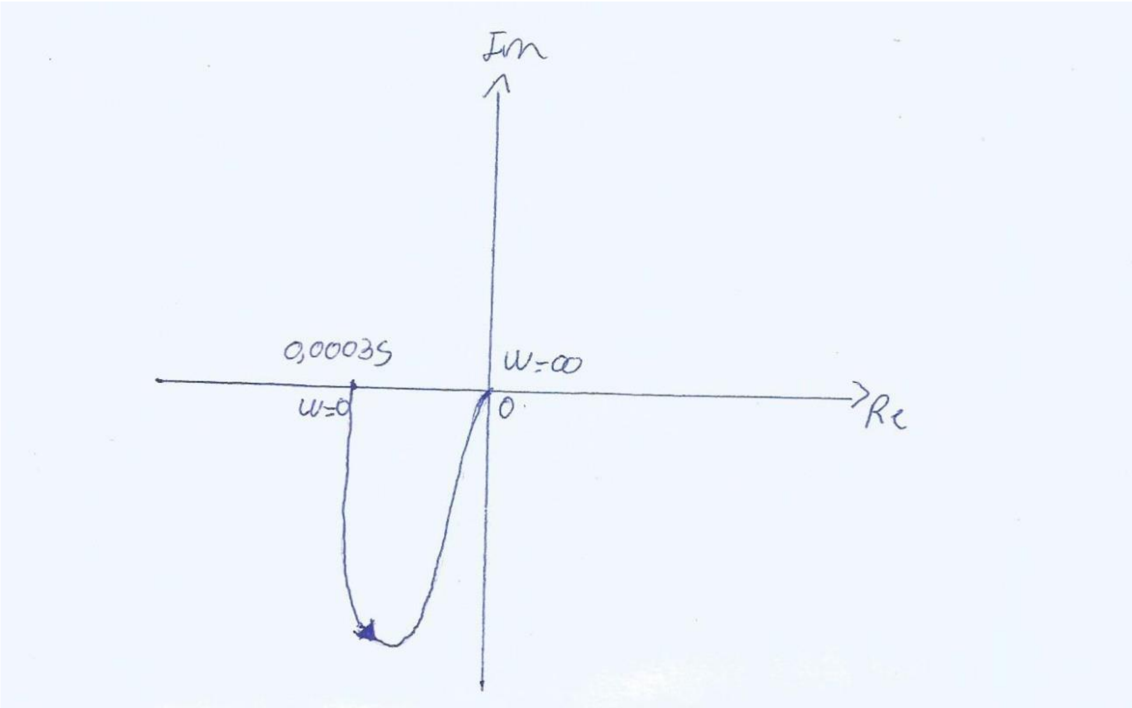
$$G(j\omega) = \frac{\left(\frac{200}{200}\right)1300(j\omega+200)}{(-\omega^2 - 860^2)\left(\frac{1000}{1000}\right)(j\omega+1000)} = \frac{260000\left(\frac{j\omega}{200}+1\right)}{(-\omega^2 - 860^2)(1000)\left(\frac{j\omega}{1000}+1\right)}$$

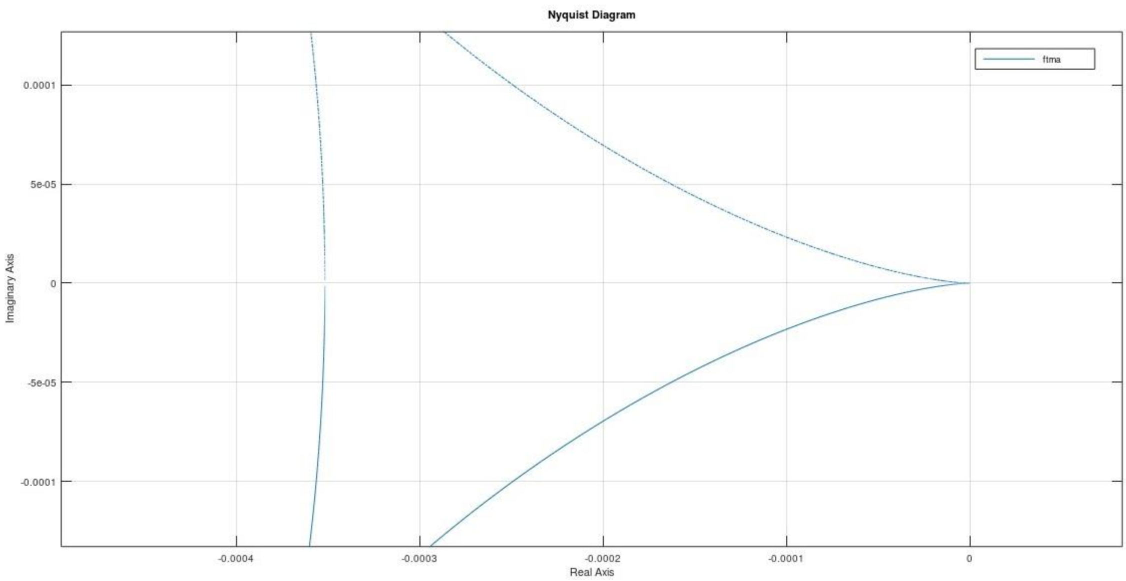
$$G(j\omega) = \left(\frac{260}{-\omega^2 - 860^2}\right)\left(\frac{\frac{j\omega}{200}+1}{\frac{j\omega}{1000}+1}\right)$$

$$\lim_{\omega\to 0} G(j\omega) = \frac{260}{-860^2} = -0{,}00035$$

$$\lim_{\omega\to\infty} G(j\omega) = 0\angle m - N - p * 90° = 0\angle 1 - 0 - 3 * 90°$$

$$\lim_{\omega\to\infty} G(j\omega) = 0\angle -180°$$



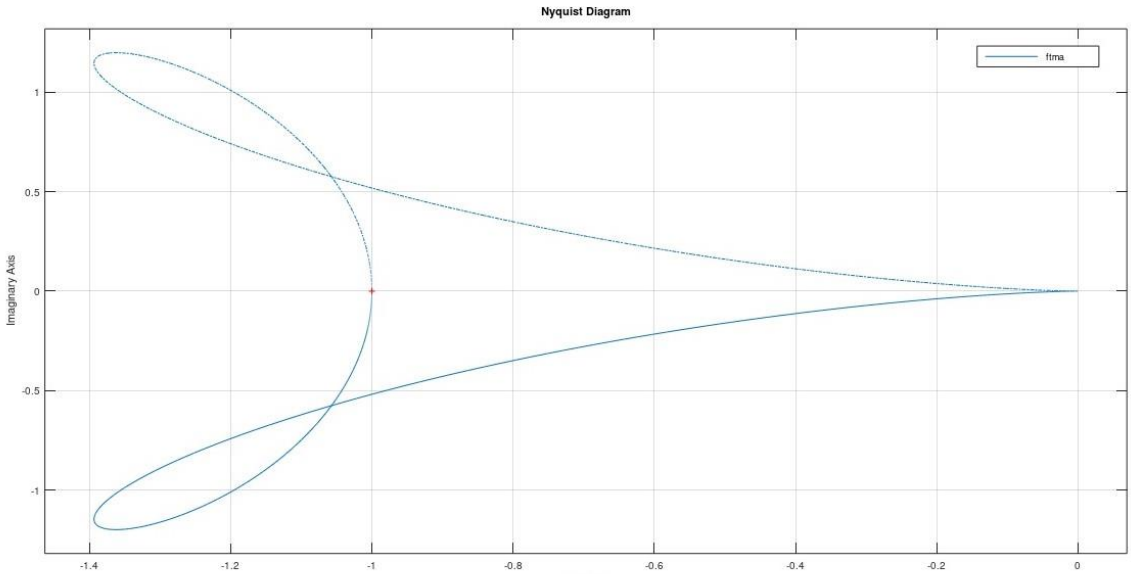


O contorno do diagrama de Nyquist parte do ponto $-0{,}00035 + j0$ para a frequência igual a zero e tende a zero quando a frequência tende ao infinito. A função de malha aberta possui um polo no semiplano direito e nenhum envolvimento do ponto $-1 + j0$, então

$$Z = N + P = 0 + 1 = 1 \ \rightarrow sistema\ instável$$

Deixando o valor do ganho como variável, o contorno do diagrama de Nyquist cruzará o ponto $-1 + j0$ quando $\lim_{\omega\to 0} G(j\omega) = -1$. Logo

$$\frac{260k}{-860^2} = -1 \rightarrow k = \frac{860^2}{260} \approx 2844{,}615385$$



Portanto, pode-se considerar que a faixa de estabilidade de malha fechada ocorre para valores de $k \geq 2845$, pois o ponto $-1 + j0$ é envolvido pelo contorno no sentido anti-horário e, consequentemente $N = -1$. Logo

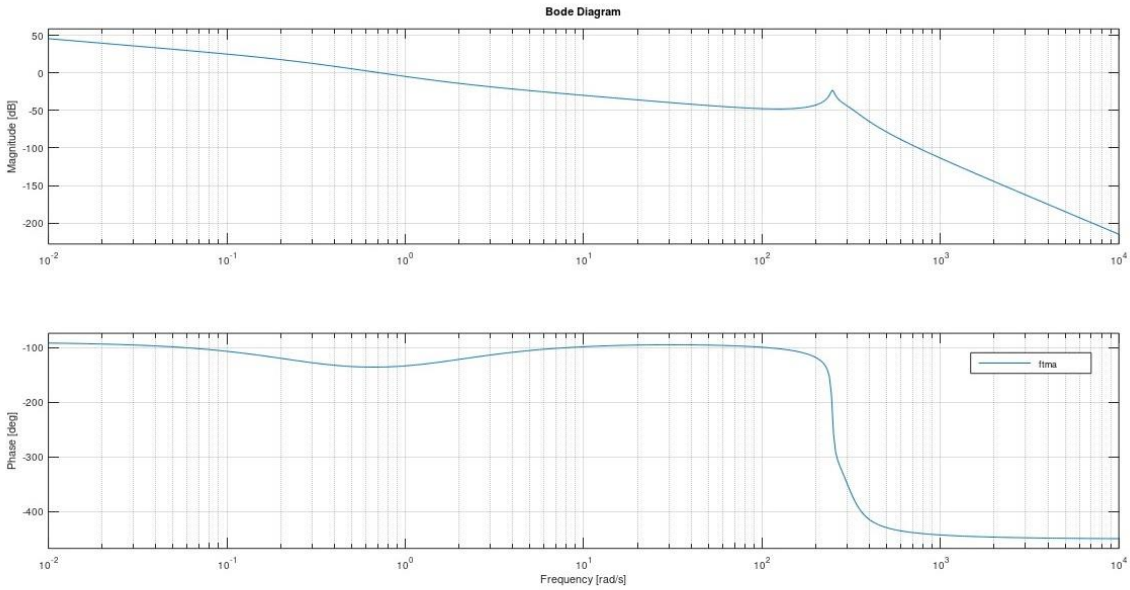
$$Z = N + P = -1 + 1 = 0 \ \rightarrow sistema\ estável$$

11)

$$G(s) = P(s)M(s)$$

$$G(s) = \left[\frac{0{,}63}{\left(1 + \frac{0{,}36}{305{,}4}s + \frac{s^2}{305{,}4^2}\right)\left(1 + \frac{0{,}04}{248{,}2}s + \frac{s^2}{248{,}2^2}\right)}\right]\left[\frac{0{,}5(s + 1{,}63)}{s(s + 0{,}27)}\right]$$

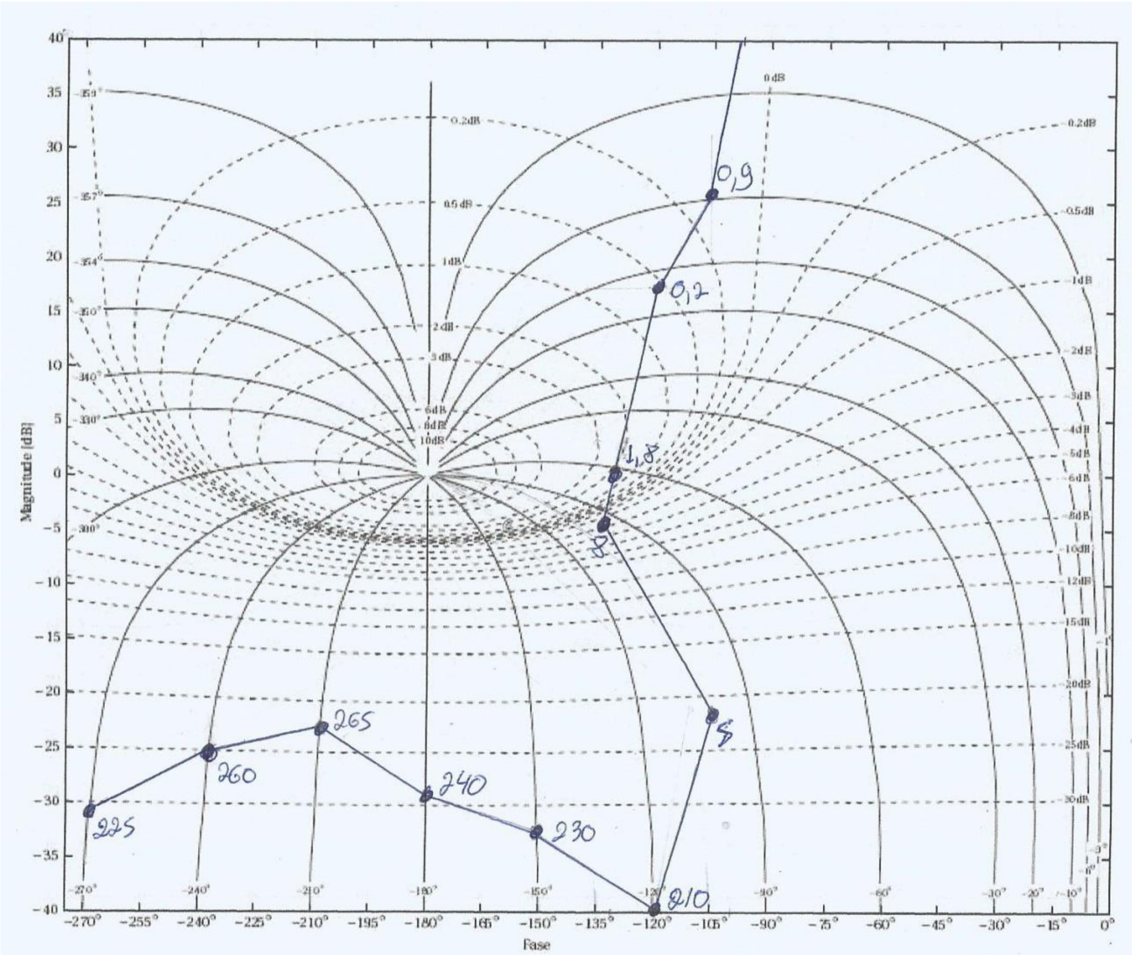
O diagrama de Bode para a função de transferência do sistema em malha aberta é representado na figura abaixo.



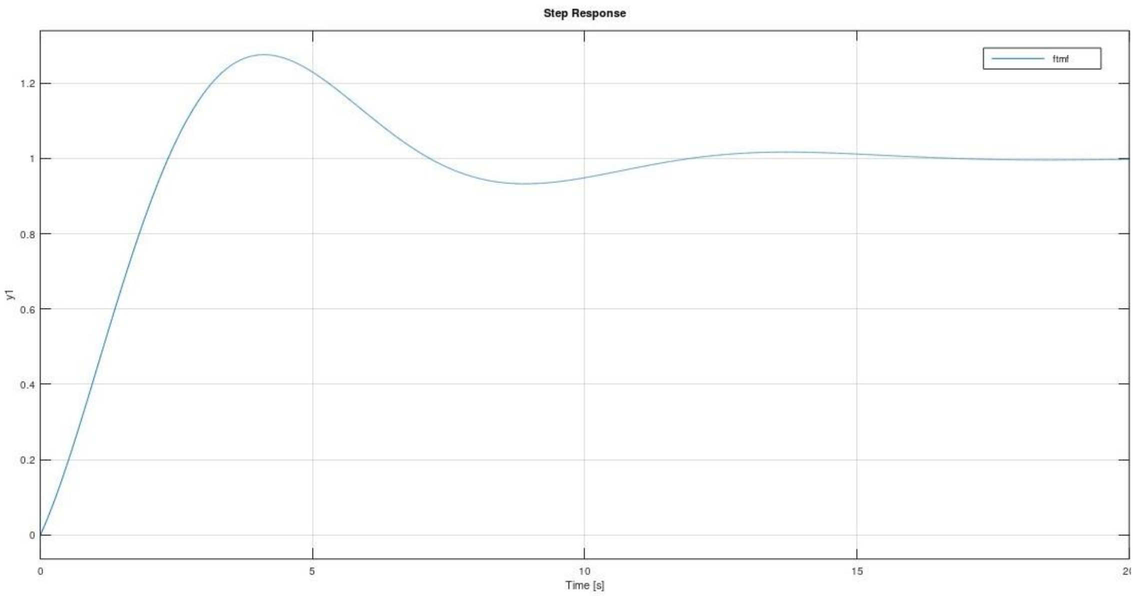
A tabela abaixo contém alguns valores aproximados de fase, frequência e amplitude mapeados manualmente do diagrama de Bode.

Fase (°)	**Frequência (rad/s)**	**Amplitude (dB)**
270	225	-32
240	260	-25
210	265	-23
180	240	-29
150	230	-33
135	8	-5
125	1,8	-2
120	210 e 0,2	-42 e 17
105	5 e 0,9	-22 e 26
95	3	45

Com os valores mapeados da tabela obtem-se o diagrama de Nichols a mão.



A resposta ao degrau é exibida na figura abaixo.



Pelo diagrama de Nichols o pico de ressonância é $M_r = 2\ dB$ para uma frequência de $\omega_r = 1{,}8\ rad/s$.

$$M_r = \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}} \rightarrow \xi^4 - \xi^2 + \left(\frac{1}{4M_r^2}\right) = 0$$

Resolvendo para ξ tem-se: $\xi = 0{,}258\ e\ 0{,}966$. Para $\xi > 0{,}707\ \omega_r = 0\ rad/s$. Portanto o valor adotado de ξ é de 0,258.

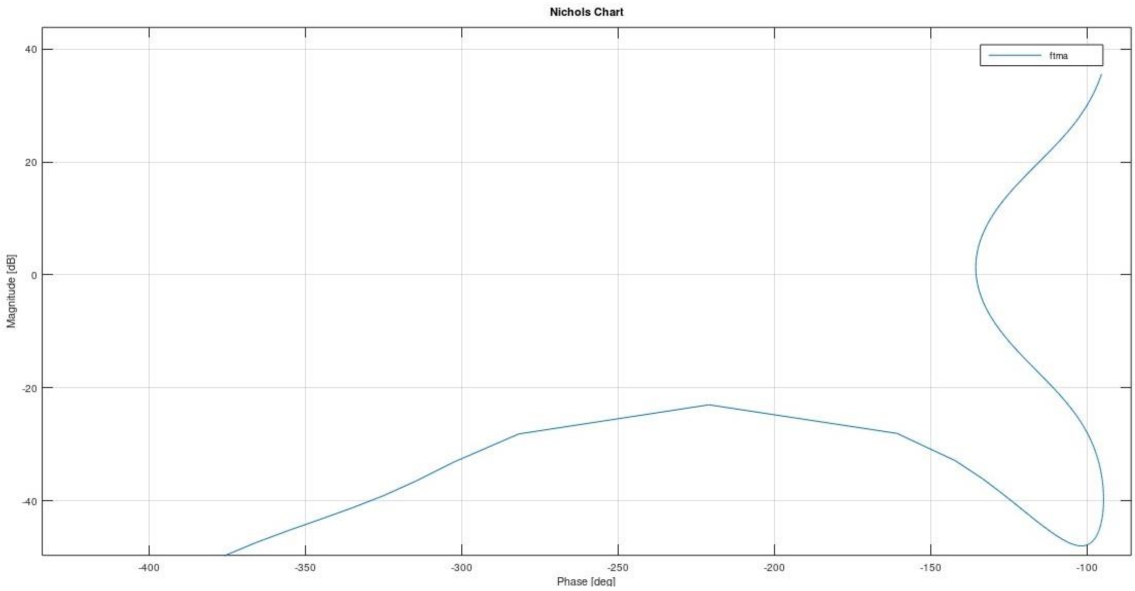
$$M_p = e^{-\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\pi} \rightarrow \boldsymbol{M_p = 0{,}43\ ou\ 43\%}$$

$$\omega_n = \frac{\omega_r}{\sqrt{1-2\xi^2}} = 1{,}933\ rad/s$$

$$\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\xi^2} = 1{,}868\ rad/s$$

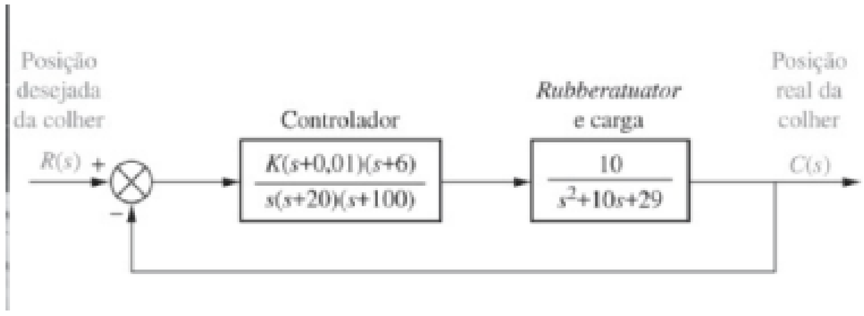
$$t_r = \frac{\pi - tg^{-1}\left(\frac{\omega_d}{\xi\omega_n}\right)}{\omega_d} \rightarrow \boldsymbol{t_r = 38{,}5s}$$

O diagrama de Nichols no octave é exibido na figura abaixo.



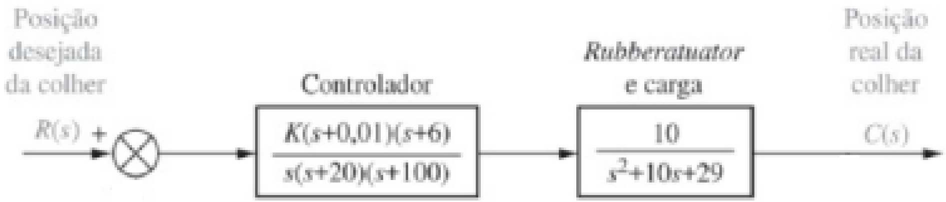
O diagrama de Nichols obtido a mão é bem próximo do simulado, levando em consideração todos os erros e incertezas inerentes de um traçado feito a mão. O máximo sobressinal e o tempo de subida calculados pelo diagrama fornecem uma boa aproximação, mas os erros associados aos cálculos não podem ser ignorados.

12) Paro o exercício 12 é dado o seguinte diagrama:



Pede-se a margem de ganho, margem de fase, frequência de zero dB e frequência de 180° a partir de técnicas de resposta em frequência. Por fim pede-se uma análise com relação à estabilidade do sistema.

O Primeiro passo para aplicar as técnicas de análise em frequência e determinar o solicitado é abrir a malha, ficamos então com:



A função de transferência em malha aberta para o sistema será a multiplicação entre as funções de transferência do controlador e a planta (rubbertuator e carga).

$$G(s) = \frac{K(s+0.01)(s+6)}{s(s+20)(s+100)} \cdot \frac{10}{s^2+10s+29}$$

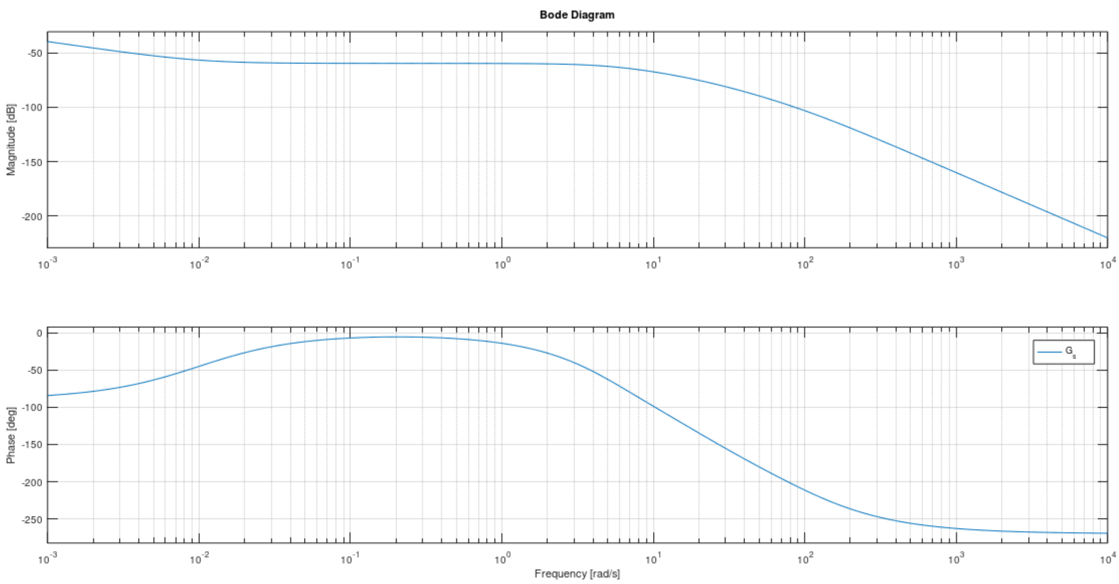
Aplicando as devidas multiplicações e deixando o operador de laplace em evidência chegamos em:

$$G(s) = \frac{10Ks^2 + 60.1Ks + 0.6K}{s^5 + 130s^4 + 3229s^3 + 23480s^2 + 58000s}$$

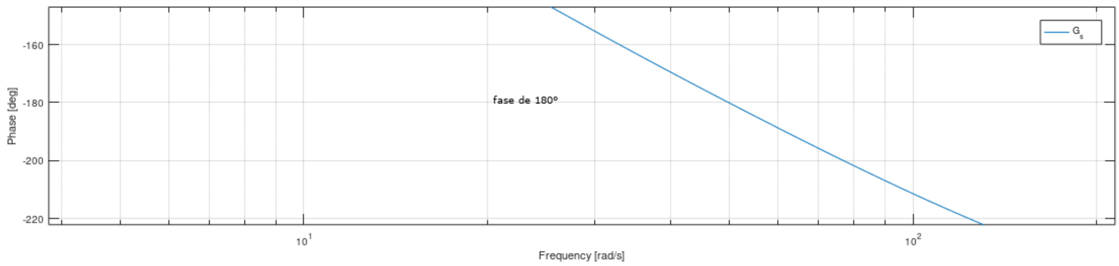
No Octave para K=1:

```
Transfer function 'G_s' from input 'u1' to output ...

                  10 s^2 + 60.1 s + 0.6
 y1:  ---------------------------------------------------
      s^5 + 130 s^4 + 3229 s^3 + 2.348e+04 s^2 + 5.8e+04 s

Continuous-time model.
```

Podemos traçar o diagrama de Bode:

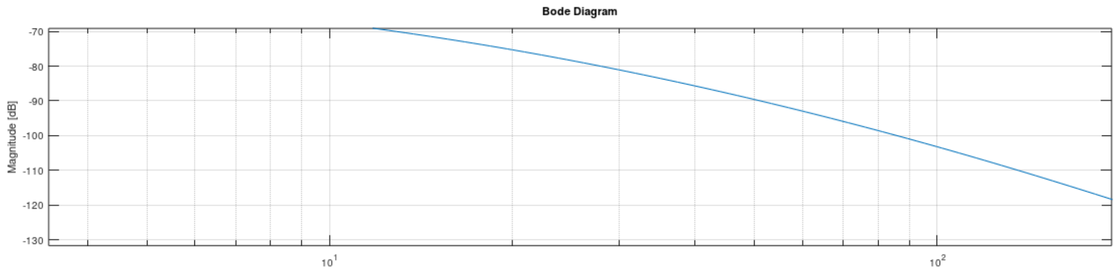


Analisando a fase encontramos a frequência de 180°:



Foi medida uma frequência de aproximadamente 50 rad/s.

Para a mesma frequência encontramos uma magnitude de aproximadamente -90dB

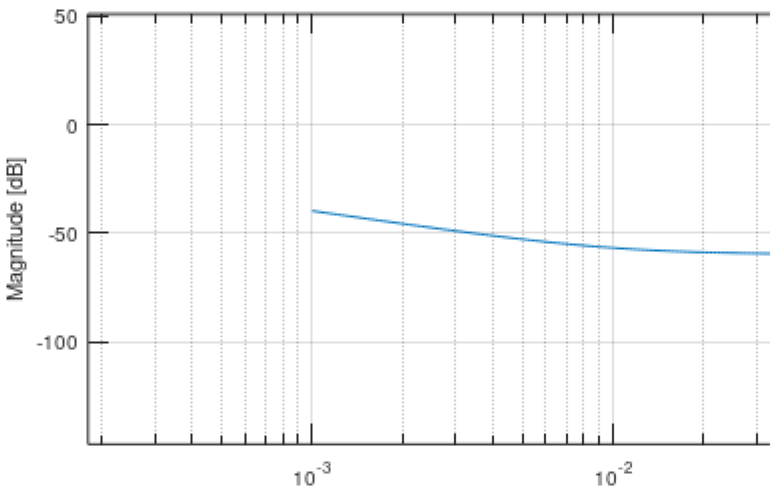


Já temos, portanto duas informações importantes:

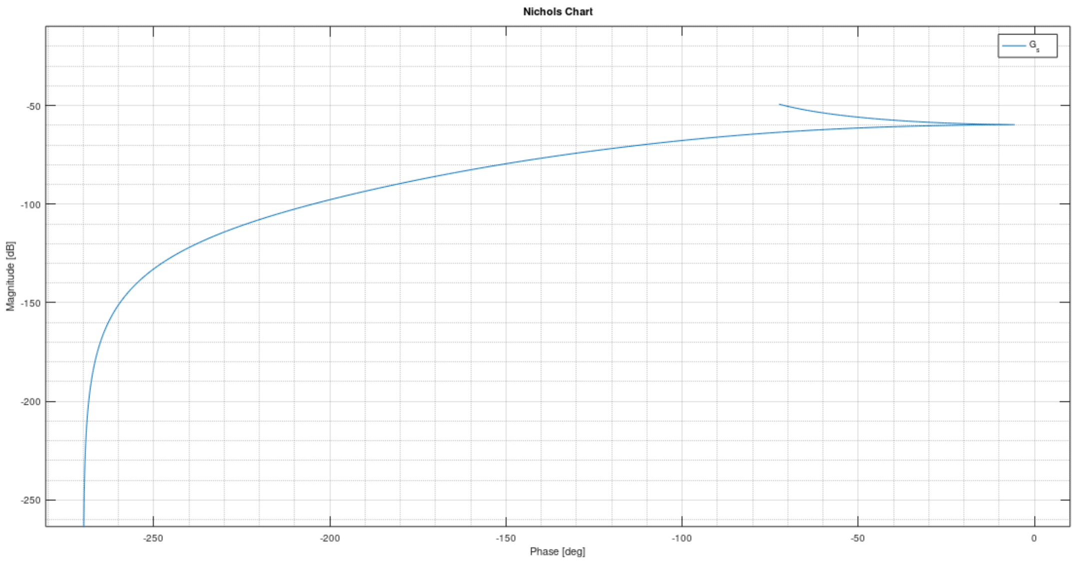
Frequência de 180° = 50rad/s

Margem de ganho = 90dB

Entretanto nos valores do diagrama de magnitude não podemos acessar a frequencia de 0dB , pois o menor valor de magnitude disponível é de aproximadamente -39,66dB numa frequência de 0,001 rad/s.



O mesmo comportamento pode ser observado na carta de Nichols:



Atribui-se o problema a uma falha na representação gráfica do Octave, pois é possível através do MatLab representar a mesma FT com resultados mais consistentes.

Contudo a limitação gráfica não nos impede de descobrir a margem de fase e a frequência de 0dB, pois podemos obtê-las a pelo comando **margin()**.

Fazendo as devidas conversões para os valores de módulo chegamos em:

Frequência de 0°= 0.000010345 rad/s

Margem de fase= 90.059130345 dB

Como a margem de ganho em dB e a margem de fase são positivas, isso significa que nosso sistema é estável.

15) Assumindo G(s) como sendo a função de transferência de malha aberta, vamos determiná-la:

$$G(s) = K\frac{s+0{,}1}{s+0{,}5}\ \frac{10}{s(s+1)}$$

Reescrevendo a função como produto de fatores básicos e colocando na forma padrão, temos:

$$G(s) = \frac{2K(10s+1)}{s(2s+1)(s+1)}$$

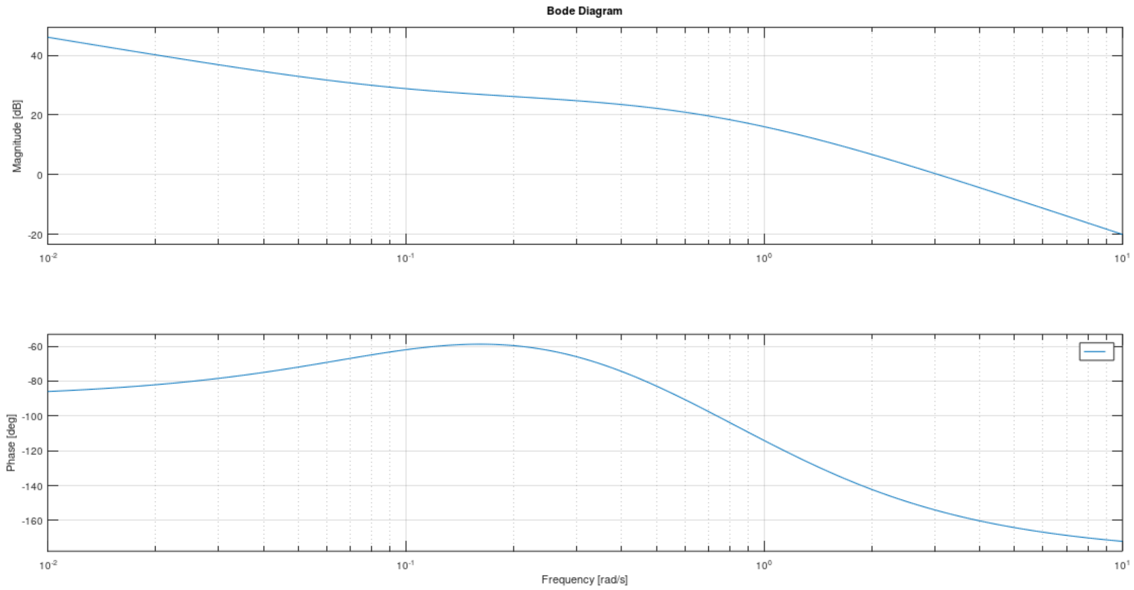
Para chegarmos à função de transferência que forneça as informações necessárias para a criação do diagrama de Bode, vamos inicialmente assumir que e $2K = 1 \quad s = j\omega$.

Fazendo , finalmente chegamos na expressão:

$$G(s) = \frac{(10j\omega + 1)}{j\omega(2j\omega + 1)(j\omega + 1)}$$

Dessa forma, podemos utilizar o Octave para chegar no Diagrama de Bode:

.



APÊNDICE CÓDIGOS

EXERCÍCIO 10 a)

```
clear all;
close all;
clc;
pkg load control

% Numerador da função de transferência.
k = 1;
n = [1300*k];
% Fatores do denominador da função de transferência.
d = [1 0 -739600];
% Definição da função de transferência de malha aberta.
ftma = tf(n,d)
% Diagrama de Nyquist.
figure(1)
nyquist(ftma);
grid on;
```

b)

```
clear all;
close all;
clc;
pkg load control

% Numerador da função de transferência.
k = 2845;
n1 = [1300*k];
n2 = [1 200];
num = conv(n1,n2);
% Fatores do denominador da função de transferência.
d1 = [1 0 -739600];
d2 = [1 1000];
```

```
den = conv(d1,d2);
% Definição da função de transferência de malha aberta.
ftma = tf(num,den)
% Diagrama de Nyquist.
figure(1)
nyquist(ftma);
grid on;
```

EXERCÍCIO 11

```
clear all;
close all;
clc;
pkg load control

% Numerador da função de transferência.
k = 0.63*0.5;
n = [0 1 1.63];
num = conv(k,n);
% Fatores do denominador da função de transferência.
d1 = [1/305.4^2 0.36/305.4 1];
d2 = [1/248.2^2 0.04/248.2 1];
d3 = [0 1 0];
d4 = [0 1 0.27];
den1 = conv(d1,d2);
den2 = conv(d3,d4);
den = conv(den1,den2);
% Definição da função de transferência de malha aberta.
ftma = tf(num,den)
% Diagrama de Bode para malha aberta.
figure(1)
bode(ftma);
figure(2)
nichols(ftma);
% Definição da função de transferência de malha fechada.
```

```
ftmf = feedback(ftma,1);
figure(3)
step(ftmf);
```

EXERCÍCIO 12

```
##Exercicios Aula 05 | Questao 12
##Limpa todos os dados anteriores
clear -a
close all
clc
## Inicia pacote de controle
pkg load control

s = tf('s');

k=1;

#controlador
K_s = (k*(s+0.01)*(s+6))/(s*(s+20)*(s+100));

#planta
P_s = (10)/(s^2+10*s+29);

##funcao de transferencia
G_s = K_s*P_s
figure
##diagrama de Bode
bode(G_s)

## margens de fase e ganho; frequencia de 0dB e -180
[Gm,Pm,Wcp,Wcg]= margin (G_s);
margins =[20*log10(Gm),Pm,Wcg,Wcp];
figure
##Diagrama de Nyquist
nyquist(G_s);
figure
##carta de Nichols
nichols(G_s);
```

EXERCÍCIO 15

```
##Exercicios Aula 05 | Questao 15
##Limpa todos os dados anteriores
##Limpa todos os dados anteriores
clear -a
close all
```

```
clc
## Inicia pacote de controle
pkg load control

s = tf('s');

k=1;

#controlador
K_s = (s+0.1) / (s+0.5);

#planta
P_s = (10)/(s*(s+1));

##funcao de transferencia
G_s = K_s*P_s
figure
##diagrama de Bode
bode(G_s)

## margens de fase e ganho; frequencia de 0dB e -180
[Gm,Pm,Wcp,Wcg]= margin (G_s);
margins =[20*log10(Gm),Pm,Wcg,Wcp];
figure
##Diagrama de Nyquist
nyquist(G_s);
figure
##carta de Nichols
nichols(G_s);
```