



Universidade Federal do ABC

Sistemas de Controle II – 2021.Q1

Projeto Final

Pêndulo Invertido

Professora: Dra. Heloise Assis Fazzolari

Grupo G

Alunos:

Daniel Macedo Costa Fagundes

Gutemberg Cordeiro Borges

Marcos Vinicius Fabiano de Oliveira

RA:

11076809

11075013

11067212

Santo André

2021

Sumário

1	Modelagem do Sistema	1
2	Projeto e Análise do Sistema	4
2.1	Compensador por Avanço de Fase	4
2.2	Compensador por Atraso de Fase	10
2.3	Compensador por Atraso-avanço de Fase	15
3	Conclusão	21
4	Referências Bibliográficas	23
	Anexo A – Código Compensador por Avanço de Fase	24
	Anexo B – Código Compensador por Atraso de Fase	28
	Anexo C – Código Compensador por Atraso-Avanço de Fase	32

1 Modelagem do Sistema

O diagrama de corpo livre (DCL) para o carrinho é exibido na Figura 1,

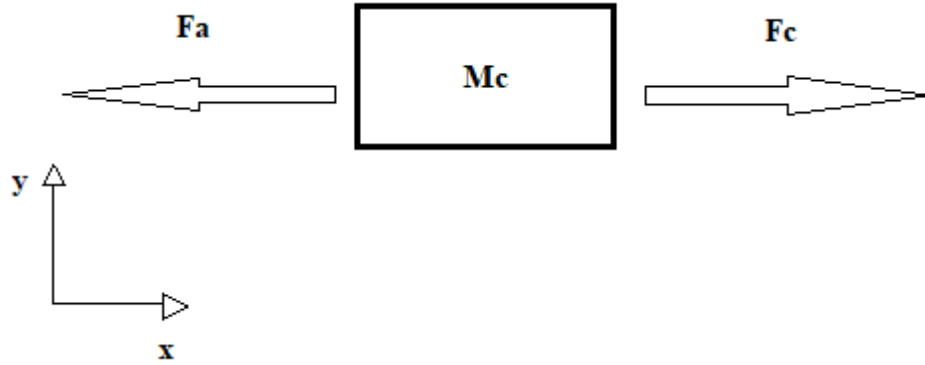


Figura 1: DCL para o carrinho.

em que F_c é a força aplicada ao carrinho e F_a a força de amortecimento. Como não há movimento na vertical, a força peso e a força normal se anulam para que o carrinho permaneça em equilíbrio.

Pelo princípio de D'Alembert tem-se que,

$$\sum (\vec{F}_{externas} - \vec{F}_{internas}) = 0 \quad (1)$$

As forças externas que atuam no carrinho são $F_c(t)$ e $F_a(t)$. As forças internas são $F_p(t)$ e $F_{ia}(t)$ que representam a inércia do carrinho e da armadura respectivamente. Assim, a Equação (1) fica,

$$F_c(t) - F_a(t) = F_p(t) + F_{ia}(t) \quad (2)$$

A força aplicada no carrinho é dada por,

$$F_c(t) = \frac{\eta_g K_g K_t}{R_m r_{mp}} \left[\eta_m V_m - \left(\frac{K_g K_m}{r_{mp}} \right) \dot{x}(t) \right] \quad (3)$$

em que η_g é a eficiência da caixa de engrenagens, K_g a relação total de engrenagens, K_t a constante de torque-corrente do motor, R_m a resistência da armadura do motor, r_{mp} o raio da roda dentada do motor, η_m a eficiência do motor, V_m é a tensão de entrada e K_m a constante de força contra-eletromotriz.

A força de amortecimento é dada por,

$$F_a(t) = B_{eq}\dot{x}(t) \quad (4)$$

em que B_{eq} representa o coeficiente de amortecimento viscoso.

A inércia do carrinho, pela segunda lei de Newton é dada por,

$$F_P(t) = M_c\ddot{x}(t) \quad (5)$$

em que M_c é a massa do carrinho.

Por fim, a inércia da armadura é dada por,

$$F_{ia}(t) = \frac{\eta_g K_g T_{ia}(t)}{r_{mp}} \quad (6)$$

Aplicando a segunda lei novamente, o torque é dado por,

$$T_{ia}(t) = J_m\ddot{\theta}_m \quad (7)$$

onde J_m é o momento de inércia do rotor. A posição linear do carrinho se relaciona com a posição angular no eixo do motor pela equação,

$$\theta_m(t) = \frac{K_g x(t)}{r_{mp}} \quad (8)$$

Substituindo a Equação (8) na (7):

$$T_{ia}(t) = \frac{J_m K_g \ddot{x}(t)}{r_{mp}} \quad (9)$$

Substituindo a Equação (9) na (6):

$$F_{ia}(t) = \left(\frac{\eta_g K_g J_m K_g}{r_{mp}^2} \right) \ddot{x}(t) \quad (10)$$

Substituindo as Equações (3), (4), (5) e (10) na (2):

$$\frac{\eta_g K_g K_t}{R_m r_{mp}} \left[\eta_m V_m - \left(\frac{K_g K_m}{r_{mp}} \right) \dot{x}(t) \right] - B_{eq} \dot{x}(t) = M_c \ddot{x}(t) + \left(\frac{\eta_g K_g J_m K_g}{r_{mp}^2} \right) \ddot{x}(t) \quad (11)$$

Rearranjando os termos da Equação (11),

$$\left(M_c + \frac{\eta_g K_g J_m K_g}{r_{mp}^2}\right) \ddot{x}(t) + \left(B_{eq} + \frac{\eta_g K_g^2 K_t K_m}{R_m r_{mp}^2}\right) \dot{x}(t) = \frac{\eta_g K_g K_t \eta_m V_m}{R_m r_{mp}} \quad (12)$$

Aplicando a transformada de Laplace na Equação (12) e considerando condições iniciais nulas,

$$\left(M_c + \frac{\eta_g K_g J_m K_g}{r_{mp}^2}\right) s^2 X(s) + \left(B_{eq} + \frac{\eta_g K_g^2 K_t K_m}{R_m r_{mp}^2}\right) s X(s) = \frac{\eta_g K_g K_t \eta_m}{R_m r_{mp}} V(s)$$

$$\frac{X(s)}{V(s)} = \frac{\eta_g \eta_m K_g K_t}{s \left[\left(R_m r_{mp} M_c + \frac{R_m \eta_g K_g^2 J_m}{r_{mp}} \right) s + \left(R_m r_{mp} B_{eq} + \frac{R_m \eta_g K_g^2 K_t K_m}{r_{mp}} \right) \right]} \quad (13)$$

A Equação (14) representa a modelagem matemática do sistema. Ela é a função de transferência que relaciona a posição linear do carrinho com a tensão aplicada no motor. Os parâmetros da função de transferência são representados na Tabela 1.

Tabela 1: Especificações.

Parâmetro	Valor	Unidade
R_m	2,6	Ω
J_m	$3,9 * 10^{-7}$	$Kg.m^2$
K_t	$7,68 * 10^{-3}$	$N.m/A$
η_m	1	
K_m	$7,68 * 10^{-3}$	$V/(rad/s)$
K_g	3,71	
η_g	1	
M_c	0,94	Kg
r_{mp}	0,0063	m
B_{eq}	5,4	$N.m/(rad/s)$
g	9,81	$Kg.m/s^2$

Substituindo os valores numéricos dos parâmetros na Equação (14), obtêm-se a função de transferência numérica de malha aberta do sistema,

$$G(s) = \frac{X(s)}{V(s)} = \frac{0,02849}{s(0,01761s + 0,4235)} \quad (14)$$

2 Projeto e Análise do Sistema

2.1 Compensador por Avanço de Fase

O diagrama de Bode para a função de transferência $G(s)$ em malha aberta é mostrado na Figura 2.

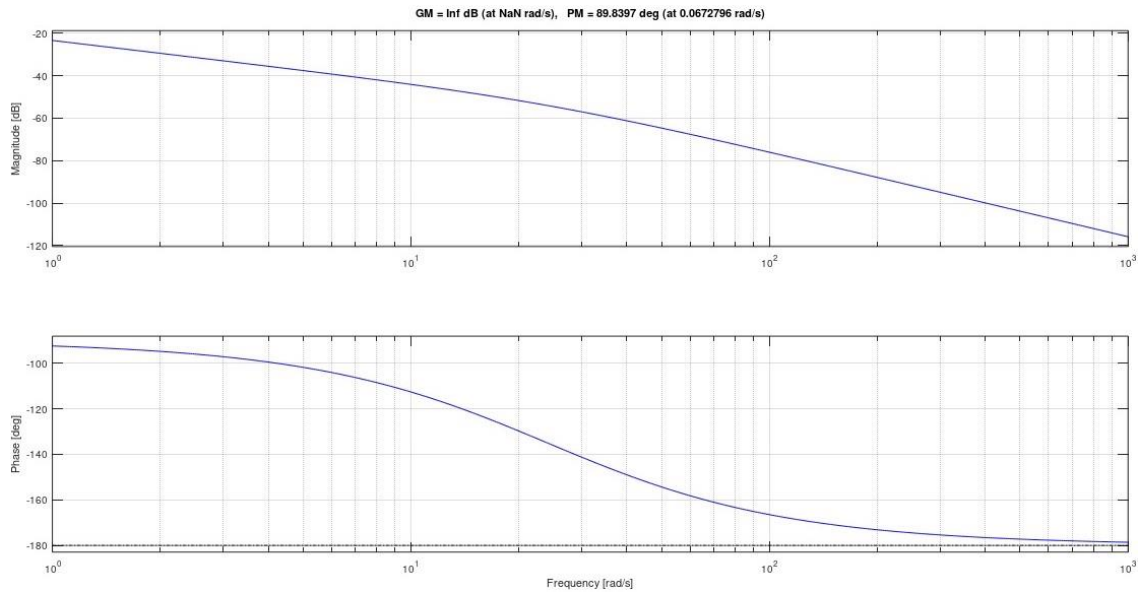


Figura 2: Diagrama de Bode De $G(s)$ sem ajuste.

Pelo diagrama é possível inferir que o sistema é estável devido à margem de ganho infinita e a margem de fase positiva.

As especificações requeridas para o sistema com relação à entrada são de erro em regime permanente de $e_{ss} \leq 1\%$ e máximo sobressinal de $M_p \leq 5\%$.

A constante de erro estático de velocidade é de,

$$K_v = \frac{1}{e_{ss}} = \frac{1}{0,01} = 100 \quad (15)$$

A função e transferência do compensador por avanço é dada por,

$$G_c = \frac{Ts + 1}{\alpha Ts + 1} \quad (16)$$

A constante de erro estático está relacionada com a função de transferência do sistema e do compensador pela equação abaixo,

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG_c(s)G(s) \quad (17)$$

Substituindo as Equações (14), (15) e (16) na (17):

$$\lim_{s \rightarrow 0} s \left(\frac{Ts + 1}{\alpha Ts + 1} \right) \left(\frac{K * 0,02849}{s(0,01761s + 0,4235)} \right) = 100$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} \left(\frac{Ts + 1}{\alpha Ts + 1} \right) \left(\frac{K * 0,02849}{(0,01761s + 0,4235)} \right) = 100$$

$$\frac{K * 0,02849}{0,4235} = 100$$

$$K = 1486,4865 \quad (18)$$

Utilizando o ganho ajustado a função de transferência do sistema fica,

$$G_1(s) = \frac{42,35}{s(0,01761s + 0,4235)} \quad (19)$$

O diagrama de Bode da função e transferência compensada é mostrado na Figura 3.

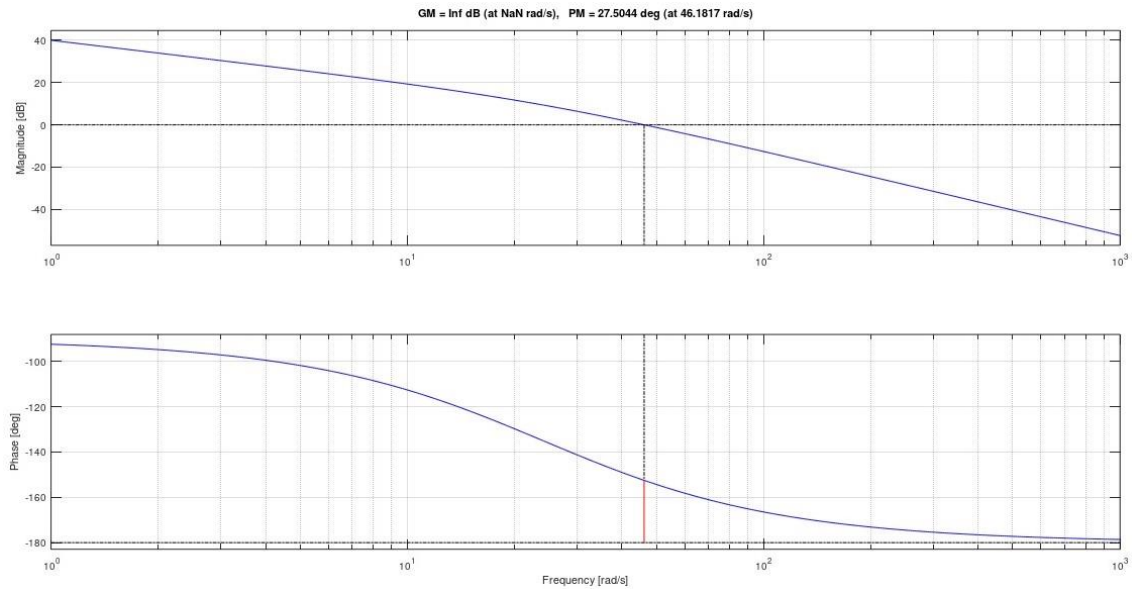


Figura 3: Diagrama de Bode de $G_1(s)$.

A Figura 4 mostra a resposta do sistema a o degrau. É possível notar que o sobressinal está acima dos 5% especificado, portanto somente o ajuste do ganho não é suficiente para atingir as especificações dadas.

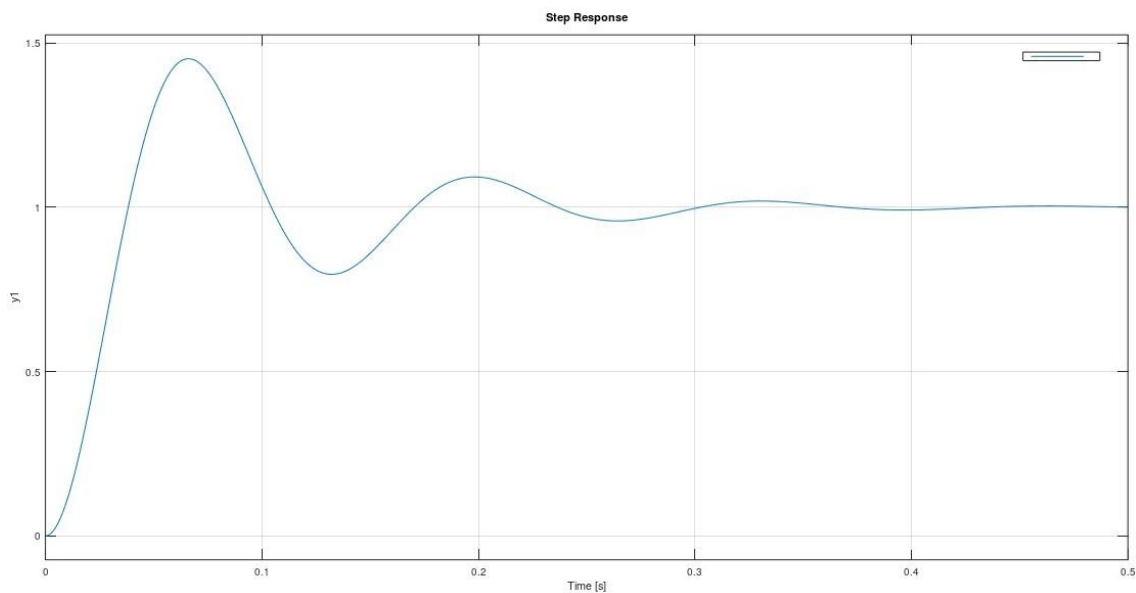


Figura 4: Resposta de $G_1(s)$ ao impulso.

Com base no fator de amortecimento do sistema ($\xi = 0,69011$), foi calculada a margem de fase desejada levando em conta o máximo sobressinal de 5%.

$$MF = 100\xi = 69,011^\circ$$

Assim, para atingir a margem de fase desejada e considerando uma tolerância de $8,5^\circ$, tem-se que,

$$\varphi_m = 69,011^\circ - 27,5044^\circ + 8,5^\circ = 50,0066^\circ \quad (20)$$

$$\alpha = \frac{1 - \sin\varphi_m}{1 + \sin\varphi_m} \quad (21)$$

Substituindo a Equação (20) na (21),

$$\alpha = 0,1324 \quad (22)$$

O ganho em dB associado a α é de,

$$\alpha_{dB} = -20 * \log\left(\frac{1}{\sqrt{\alpha}}\right) = -8,7802 \text{ dB} \quad (23)$$

A frequência de canto associada a esse ganho é de,

$$\omega_n = 79,369 \text{ rad/s} \quad (24)$$

$$T = \frac{1}{\omega_n \sqrt{\alpha}} \quad (25)$$

Substituindo as Equações (22) e (24) na (25),

$$T = 0,0346 \quad (26)$$

Substituindo as Equações (22) e (25) na (16),

$$G_c = \frac{0,0346s + 1}{0,0046s + 1} \quad (27)$$

Assim a função de transferência do carrinho com o ajuste do compensador por avanço de fase é dada por,

$$G_c(s)G(s) = \frac{1,466s + 42,35}{8,073 * 10^{-5}s^3 + 0,0195s^2 + 0,4235s} \quad (28)$$

O diagrama de Bode para o sistema compensado é exibido na Figura 5.

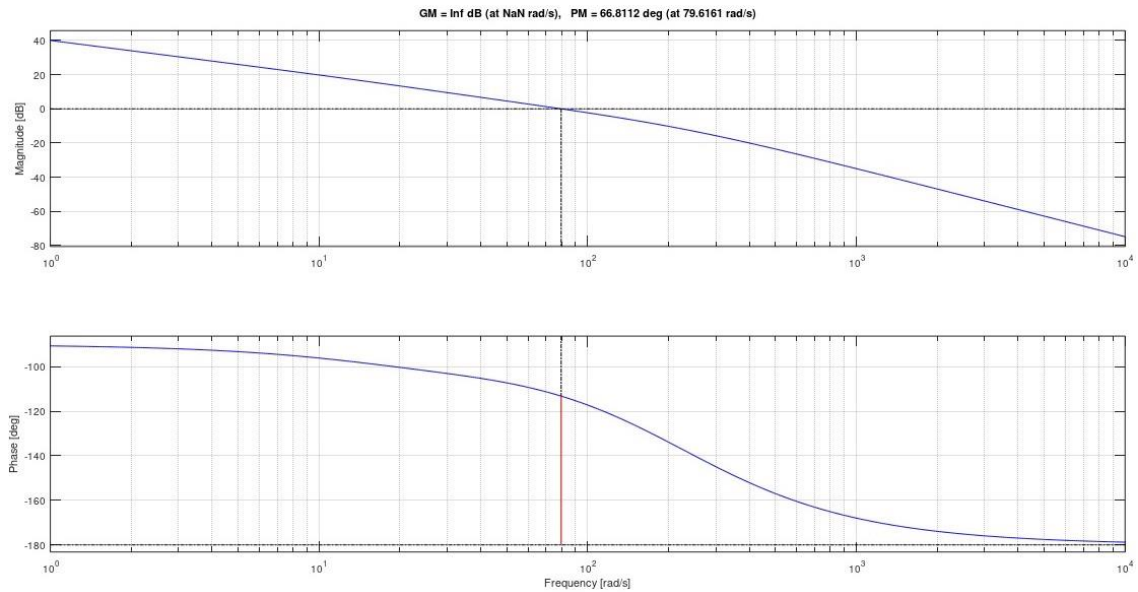


Figura 5: Diagrama de Bode de $G_c(s)G(s)$.

Pelo diagrama da Figura 5, nota-se que a margem de fase obtida foi apenas um pouco abaixo da desejada, porém, dentro de erro aceitável. A Figura 6 mostra uma comparação da resposta ao impulso da função ajustada com o ganho e da função compensada.

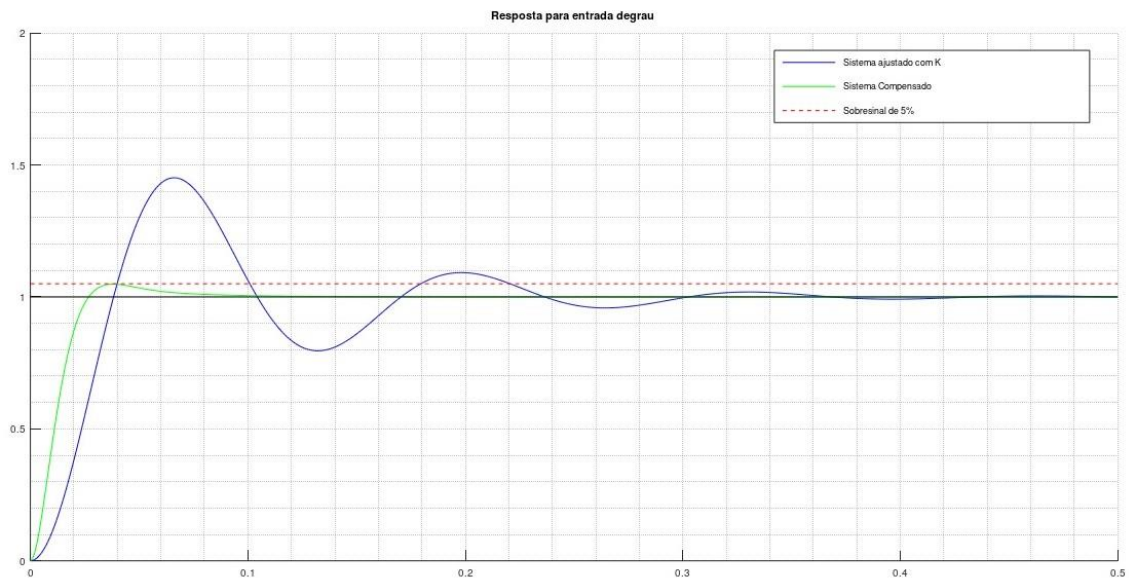


Figura 6: Comparação da resposta ao impulso para os dois sistemas.

Analisando o sistema compensado, nota-se que o mesmo atingiu um sobressinal $\leq 5\%$, estando dentro da especificação. Além disso, o sistema adquiriu uma resposta muito mais rápido, característica do compensador por avanço de fase.

As Figuras 7 e 8 mostram a resposta à rampa e o erro a essa resposta, respectivamente, do sistema ajustado e compensado.

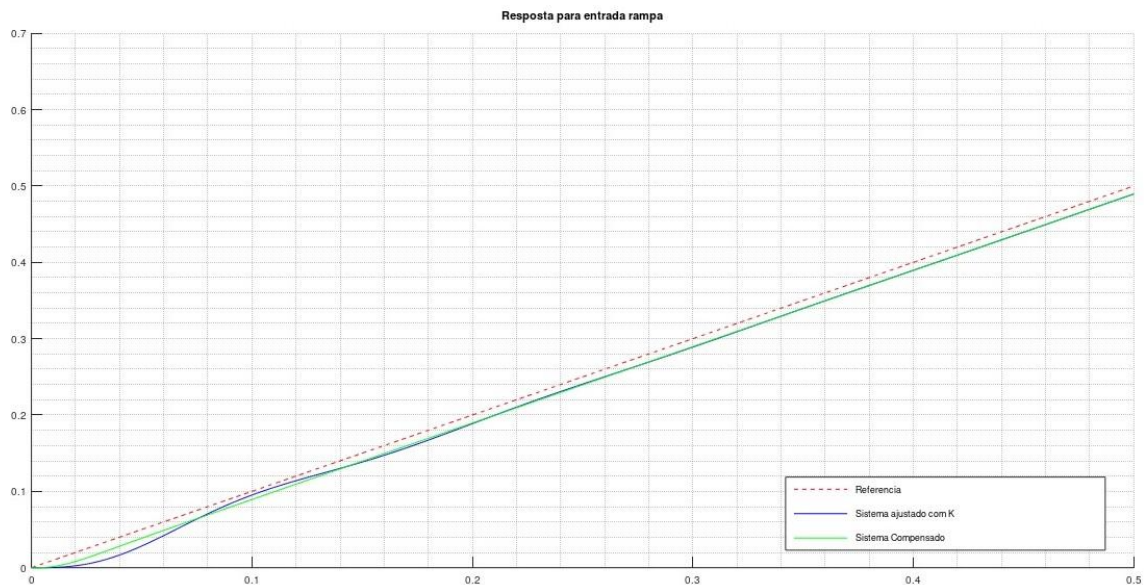


Figura 7: Comparação da resposta a rampa para os dois sistemas.

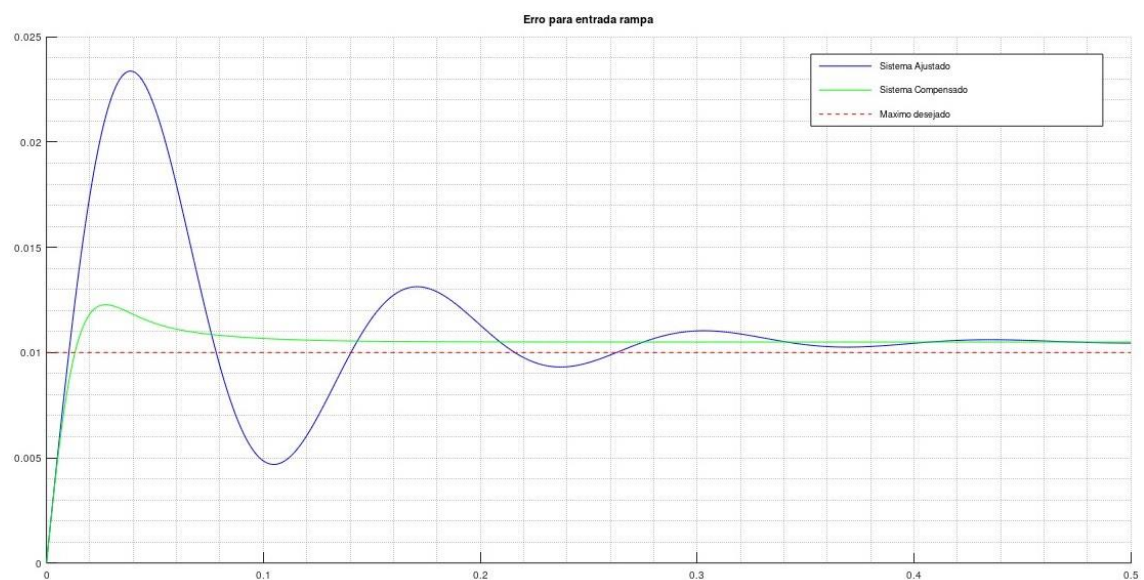


Figura 8: Comparação do erro da resposta a rampa para os dois sistemas.

O sistema compensado atingiu a especificação de erro desejada.

2.2 Compensador por Atraso de Fase

Para o desenvolvimento do compensador, foi levado em conta as especificações de desempenho, sendo o erro de regime estacionário de $e_{ss} \leq 0,1\%$ e o máximo sobressinal de $M_p \leq 5\%$. O primeiro passo é determinar o K_c . Para isso, temos,

$$e_{ss} = \frac{1}{K_v} \Rightarrow K_v = 1000$$

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot K_c \cdot G_c(s) \cdot G(s)$$

Para baixas frequências, $G_c(s) = 1$. Logo,

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} K_c \cdot s \cdot G(s)$$

$$K_v = K_c \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{0,02849}{s(0,01761s + 0,4235)}$$

$$K_c = K_v \frac{0,4235}{0,02849} \Rightarrow K_c = 1,48 \cdot 10^4$$

Uma vez definido o valor de K_c , foi obtido o valor do ganho K , sendo esse de $K = 2,97 \cdot 10^4$. Este valor foi obtido após análises, de forma que foi o valor de ganho que melhor ajustou a resposta em degrau e nas análises de margem de fase, de modo a satisfazer a especificação referente ao erro estacionário, conforme segue nas Figuras 9 e 10. Neste ponto, ressaltamos que a dificuldade para a determinação do ganho pode estar ligada à modelagem, onde a não consideração de alguns parâmetros ou definição imprecisa de outros, proporcionou esse “gap” experimental.

Utilizando o ganho ajustado a função de transferência do sistema fica,

$$G_1(s) = \frac{847}{s(0,01761s + 0,4235)} \quad (29)$$

O diagrama de Bode da função e transferência com o ajuste K é mostrado na Figura 9.

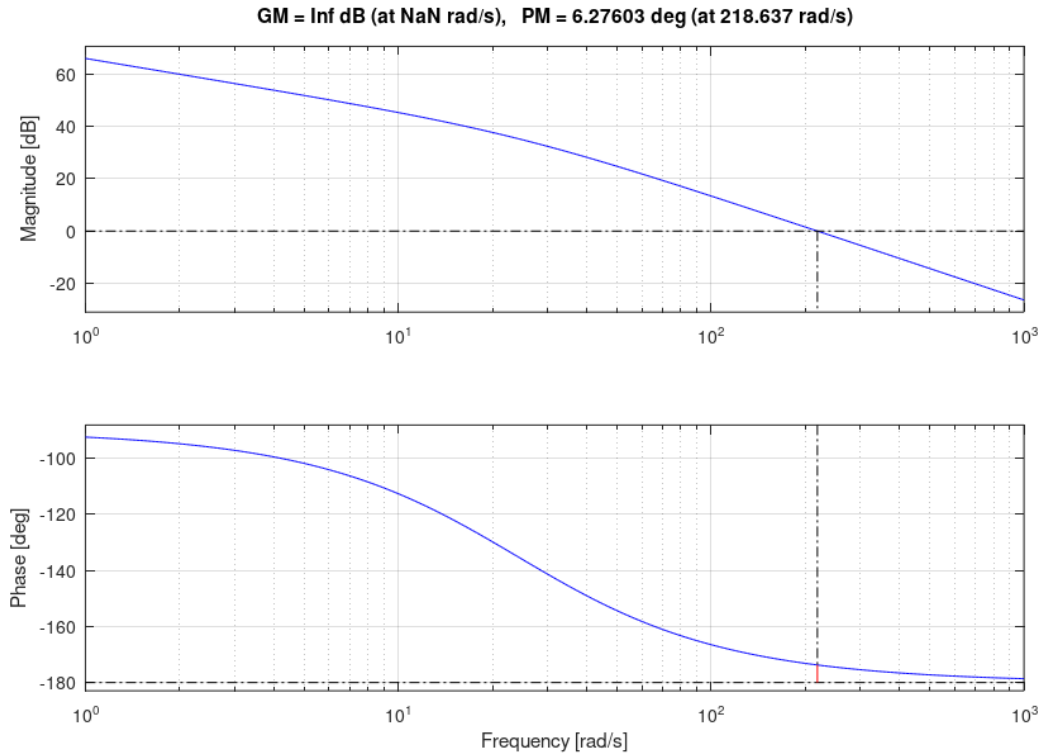


Figura 9: Diagrama de Bode para $G_1(s)$.

Com base no fator de amortecimento do sistema ($\xi = 0,69011$), foi calculada a margem de fase desejada levando em conta o máximo sobressinal de 5%.

$$MF = 100\xi = 69,011^\circ$$

Para atingir a margem de fase desejada e considerando uma tolerância de $8,5^\circ$, tem-se que,

$$\varphi_m = 69,011^\circ + 6,276^\circ + 8,5^\circ - 180^\circ = -96,213^\circ \quad (30)$$

$$\alpha = \frac{1 - \sin\varphi_m}{1 + \sin\varphi_m} \quad (31)$$

Substituindo a Equação (30) na (31),

$$\alpha = 25,009$$

Para a construção do compensador, buscamos a frequência na margem desejada, de forma a obter o valor de T e β . A função de transferência do compensador é determinada pela Equação 30.

$$G_c(s) = \frac{Ts + 1}{\beta Ts + 1} \quad (32)$$

Com os valores de determinados, chegamos na seguinte função de transferência para o compensador,

$$G_c(s) = \frac{1,847s + 1}{665,8s + 1} \quad (33)$$

Dessa forma, é possível obter a função de transferência do sistema compensado por atraso de fase, sendo essa dada por,

$$G_c(s)G(s) = \frac{1565s + 847}{11,73s^3 + 282s^2 + 0,4235s} \quad (34)$$

Na Figura 10 apresentamos a margem de ganho e a margem de fase para a o sistema compensado.

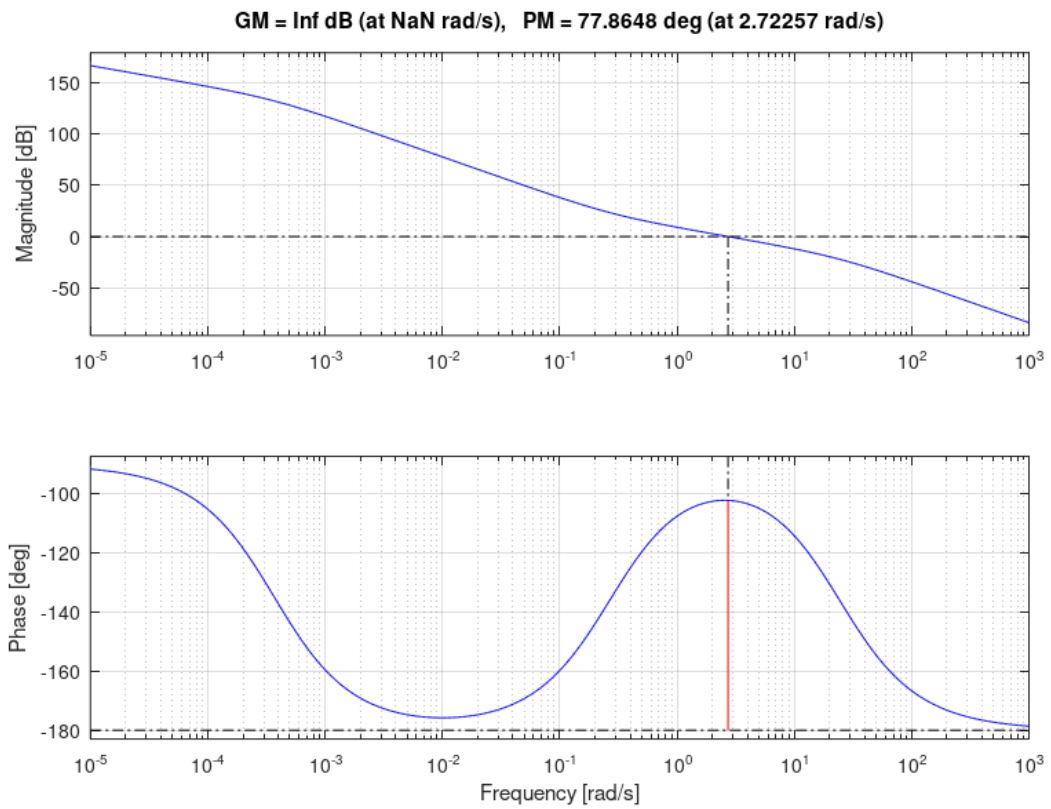


Figura 10: Margem de ganho e margem de fase para o sistema $G_1(s)$.

Analisando o sistema compensado, é possível observar que a margem de fase obtida foi bem próxima da desejada de $69,01^\circ$. O sistema teve o ganho aumentado para baixas frequências e atenuado nas altas frequências. A nova frequência de canto para o sistema compensado diminuiu a banda passante.

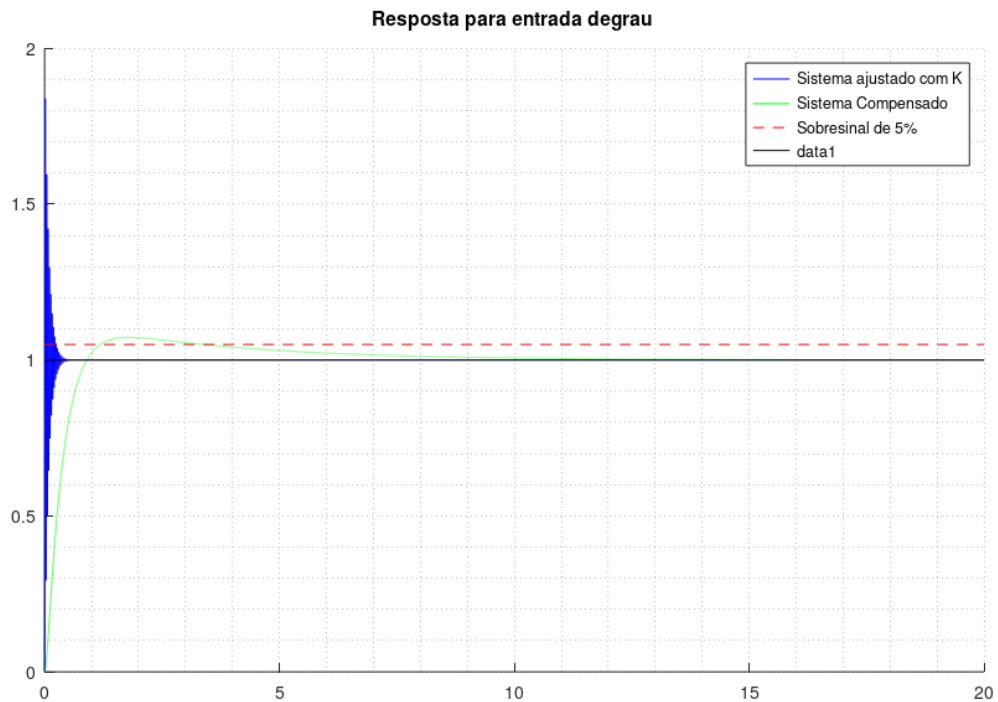


Figura 11: Resposta para entrada degrau.

A resposta ao impulso do sistema compensado, evidencia uma demora para que o sistema atinja o regime permanente se comparado com o sistema apenas com o ganho ajustado. Esse fato se deve a diminuição da banda passante realizada pelo compensador por atraso, ou seja, a diminuição da frequência de canto resultou em uma resposta mais lenta. O sobressinal do sistema compensado ficou um pouco acima do especificado mesmo com diversas tentativas de ajuste, provavelmente por algum erro na obtenção função de transferência do carrinho.

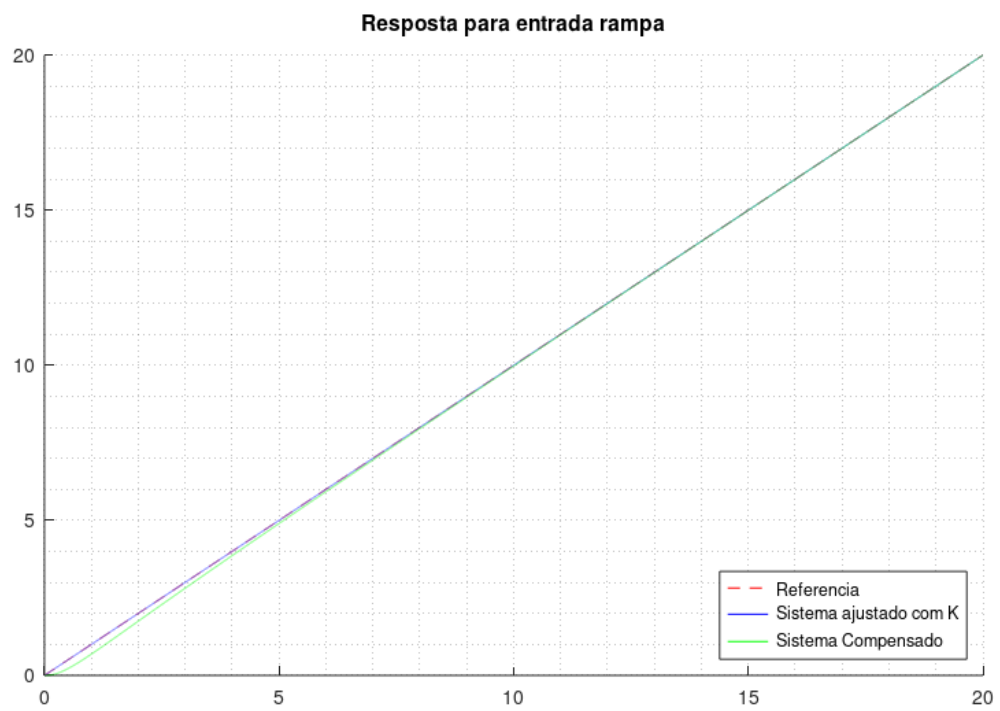


Figura 12: Resposta para entrada rampa.

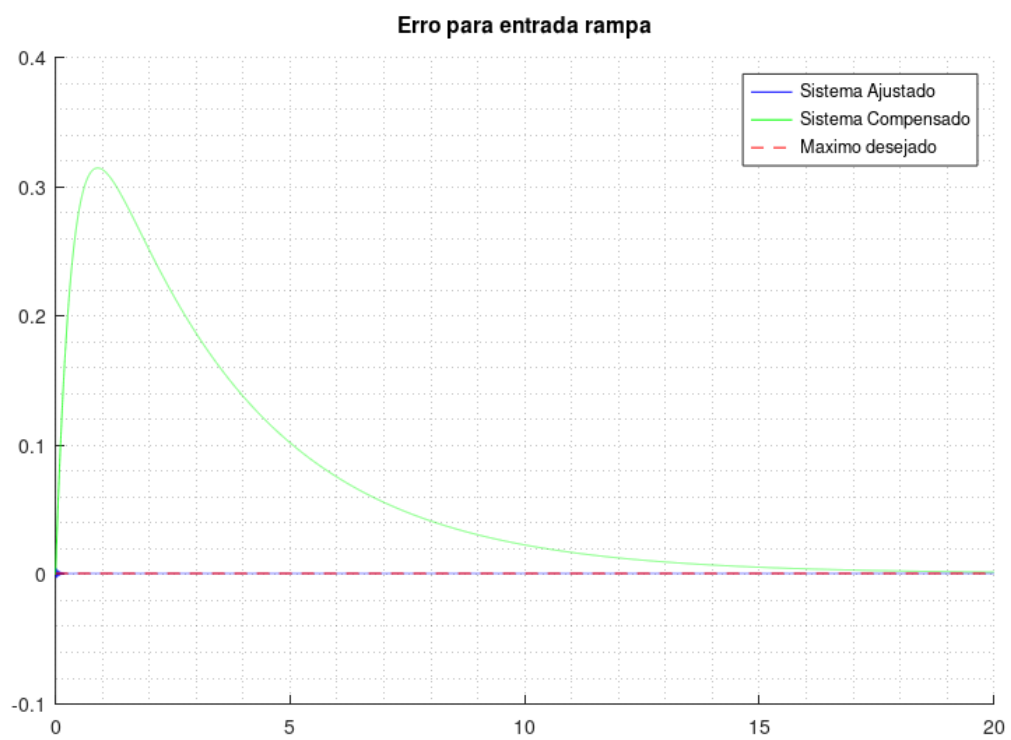


Figura 13: Erro para entrada rampa.

Analisando os resultados, verificamos que o sistema compensado por atraso de fase proposto obtém êxito parcial no que se refere aos requisitos de projeto, uma vez que, analisando a Figura 11, é possível visualizar que o sistema compensado não respeita a referência de máximo sobressinal $M_p \leq 5\%$, porém, por muito pouco. Mas quando verificamos o erro de estado estacionário, verifica-se que o mesmo se mantém dentro do estabelecido de $e_{ss} \leq 0,1\%$.

2.3 Compensador por Atraso-avanço de Fase

Para o desenvolvimento do compensador, foi levado em conta as especificações de desempenho, sendo o erro de regime estacionário $e_{ss} \leq 0,1\%$, o máximo sobressinal $M_p \leq 5\%$ e um tempo de pico máximo de 0,1s.

Deseja se obter um controlador do tipo avanço-atraso que pode ser descrito como,

$$G_{total} = K_c \cdot G_{cav} \cdot G_{cat} \cdot G_s$$

onde:

$$G_{cav} = \frac{T_1 s + 1}{(T_1/\alpha)s + 1}$$

$$G_{cat} = \frac{T_2 s + 1}{\alpha \cdot T_2 s + 1}$$

Para tal, será necessário encontrar os parâmetros K_c , α , T_1 e T_2 .

O máximo sobressinal e o erro de regime estacionário implicam em dois fatores de projeto: o fator de amortecimento (ξ) e ganho associado ao controlador (K_c).

Como demonstrado matematicamente no compensador por atraso de fase, encontrou-se os seguintes valores:

$$\xi = 0,6901 \quad \text{e} \quad K_c = 1,48 \cdot 10^4$$

Portanto podemos estimar a margem de fase desejada como:

$$MF = 100\xi = 69,011^\circ$$

Estabelecidos os principais fatores do projeto, iniciou-se o projeto do controlador a partir da análise do diagrama de Bode do sistema ajustado com o ganho K_c .

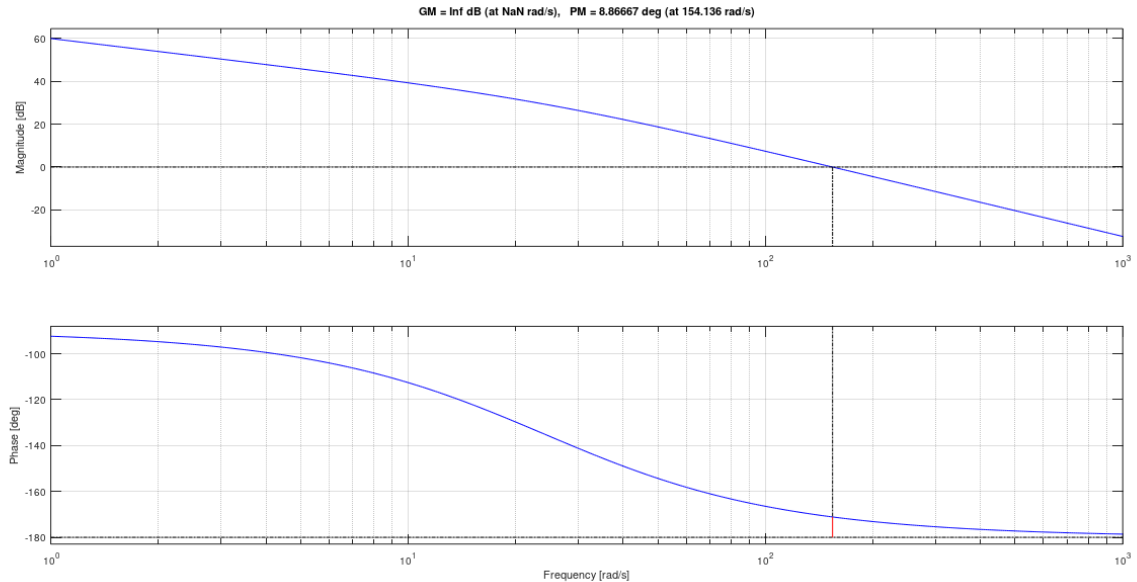


Figura 14: Diagrama de Bode.

Observa-se que o sistema ajustado apresenta margem de fase 8.8667° , assim nossa margem de fase desejada foi ajustada para:

$$\varphi_m = 69,011^\circ - 8.8667^\circ = 60.144^\circ$$

Entretanto, é conhecido que devido à natureza do controlador, ao realizar o ajuste na margem de fase é necessário considerar uma tolerância e o fator -180 . Adotamos então a margem de fase com valor,

$$65.144^\circ - 180^\circ = -114.86^\circ$$

Sabendo a margem de fase desejada, o próximo passo foi encontrar para qual frequência para o valor desejado ocorre. Optou-se por procurar utilizando uma rotina de código no software Octave:

```

[mag, phase, w] = bode(G1);
mag = 20*log10(mag);
delta = 0.5

for i=1 :length(phase)
    if phase(i) <= Mf && phase(i) >= Mf-delta
        w1 = w(i)
        p = i
        F = phase(p)
        M = mag(p)
    end
end

```

Figura 15: Código Octave de varredura de frequências.

A rotina investiga frequências no diagrama de Bode para o sistema ajustado que estejam a um valor *delta* próximo da margem desejada. Chamaremos essa frequência de w_1 .

Com a frequência encontrada e a margem de fase definida podemos determinar dois parâmetros importantes para a parcela de atraso do nosso controlador, α e T_2 . O primeiro pode ser encontrado a partir da equação:

$$\alpha = \frac{1 - \sin\varphi_m}{1 + \sin\varphi_m}$$

Enquanto T_2 pode ser determinado como uma década a baixo da frequência w_1 :

$$T_2 = \frac{1}{w_1/10}$$

Até o momento, temos então nosso sistema ajustado e compensado com a parcela de atraso do controlador:

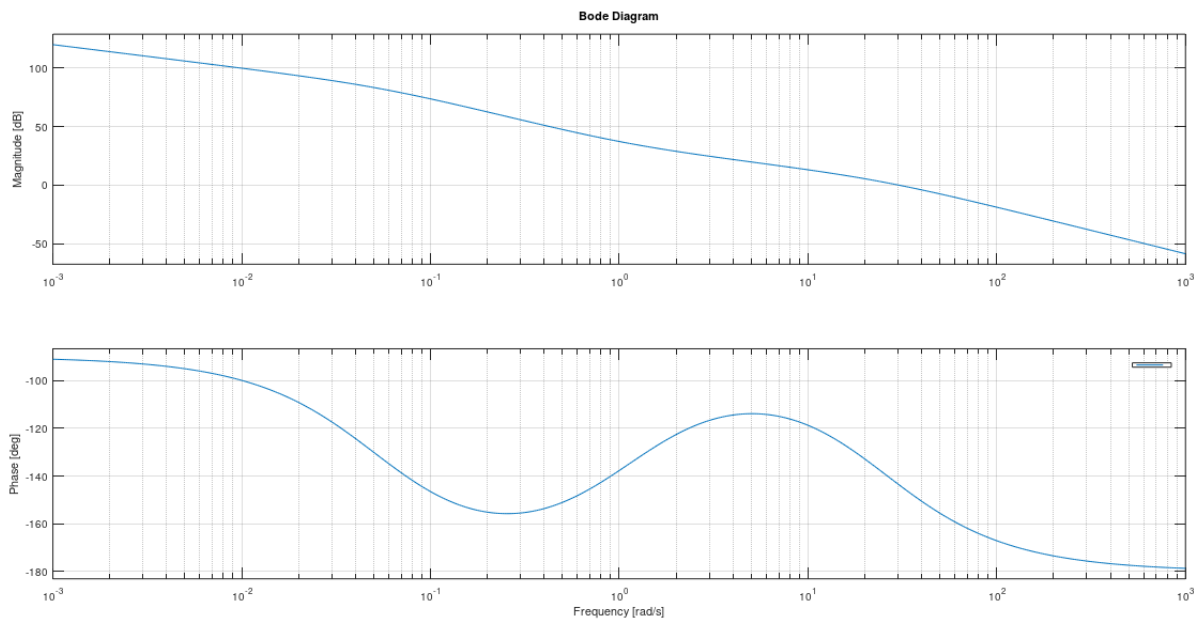


Figura 16: Diagrama de Bode.

Resta apenas determinar a parcela em avanço do controlador.

Deseja-se para essa etapa que ao adicionarmos a parcela de avanço não alterar o ganho em dB, portanto estamos buscando no diagrama de Bode ajustado e compensado uma frequência w_2 que compense o ganho adicionado ao sistema quando aplicamos a parcela de atraso.

Podemos calcular o ganho incrementado pela parcela em atraso fazendo $20\log(1/\sqrt{a})$. No Octave determinou-se o valor e também a frequência w_2 :

```
alpha = (1-sind(Mf)) / (1+sind(Mf));
alphaB = -20*log10(1/sqrt(alpha));
```

```
##encontra a freq para o ganho alpha
[mag, phase, w] = bode(G1);
mag = 20*log10(mag);
bode(Gtotal)
for i=1 :length(mag)
    if mag(i)>= alphaB && mag(i) <= alphaB +0.3
        w2 = w(i);
    end
end
```

Figura 17: Código de alcance da frequência para o ganho α .

Por fim, podemos então determinar T_1 fazendo:

$$T_1 = \frac{1}{w_2 \sqrt{\alpha}}$$

Integrando as parcelas de avanço, atraso, ganho K_c chegou se no controlador:

$$y1: \frac{41.45 s^2 + 1.323e+04 s + 1.486e+04}{0.002788 s^2 + 18.26 s + 1}$$

Quando acoplado à planta, chegamos na função de transferência total do sistema:

$$y1: \frac{1.181 s^2 + 376.9 s + 423.5}{4.911e-05 s^4 + 0.3228 s^3 + 7.752 s^2 + 0.4235 s}$$

O controlador apresentou os seguintes desempenhos:

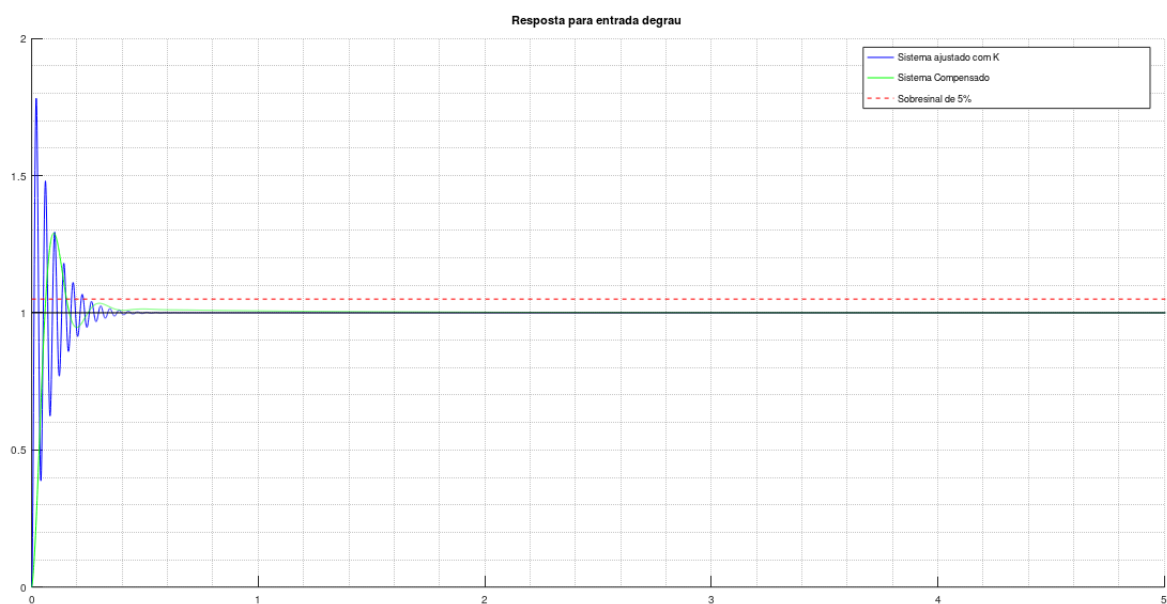


Figura 18: Resposta para entrada degrau.

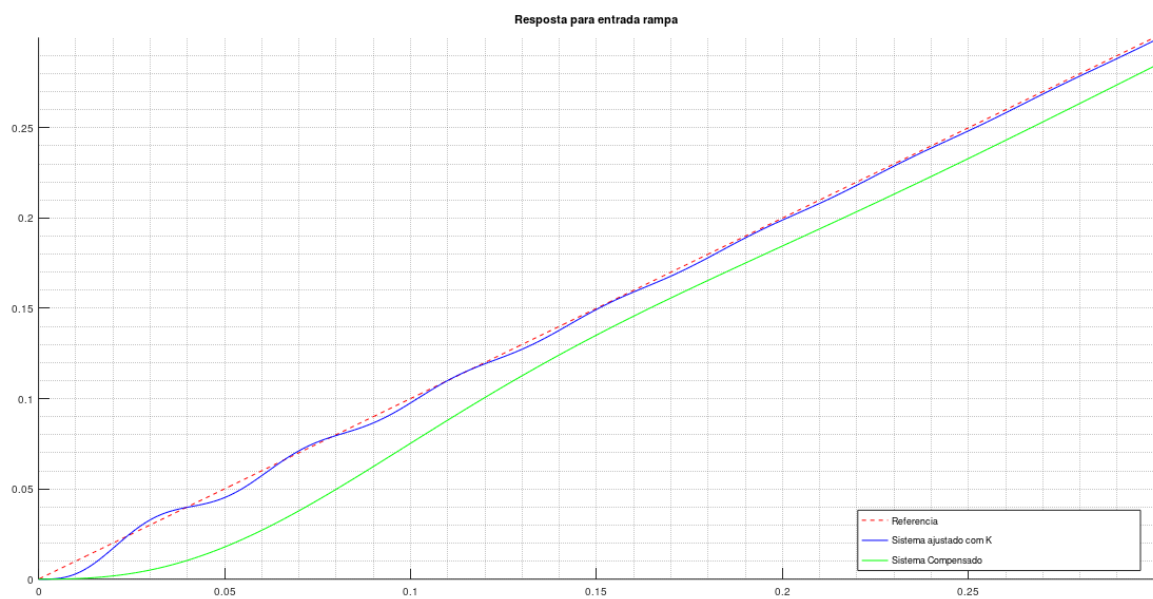


Figura 19: Resposta para entrada rampa.

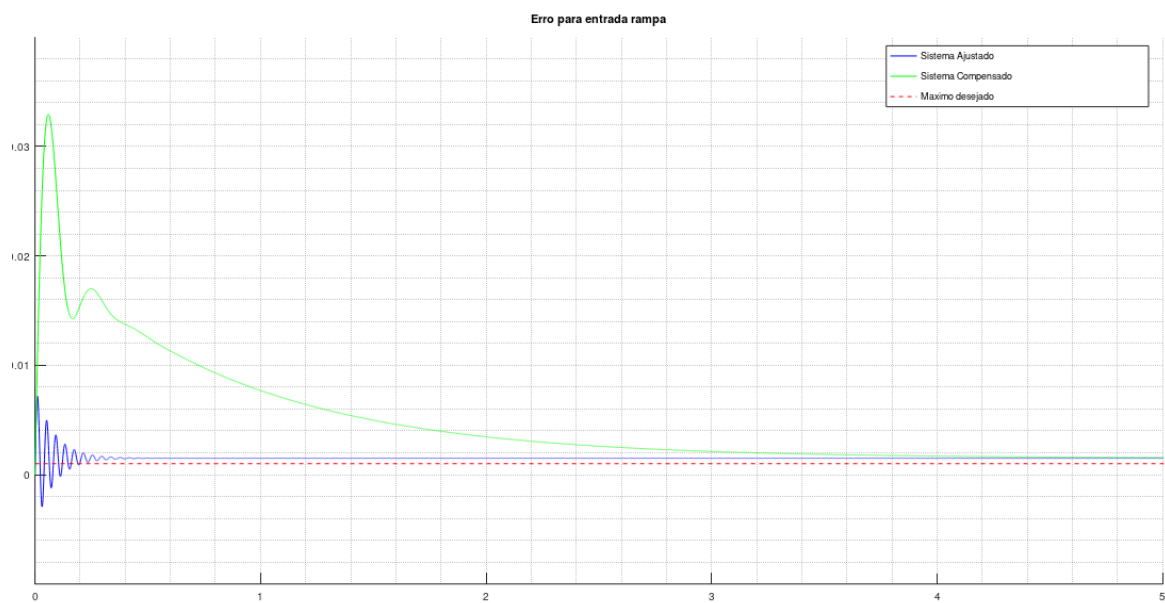


Figura 20: Erro para entrada rampa.

3 Conclusão

As Figuras 21 e 22 mostram, respectivamente, a resposta ao degrau e a rampa dos compensadores.

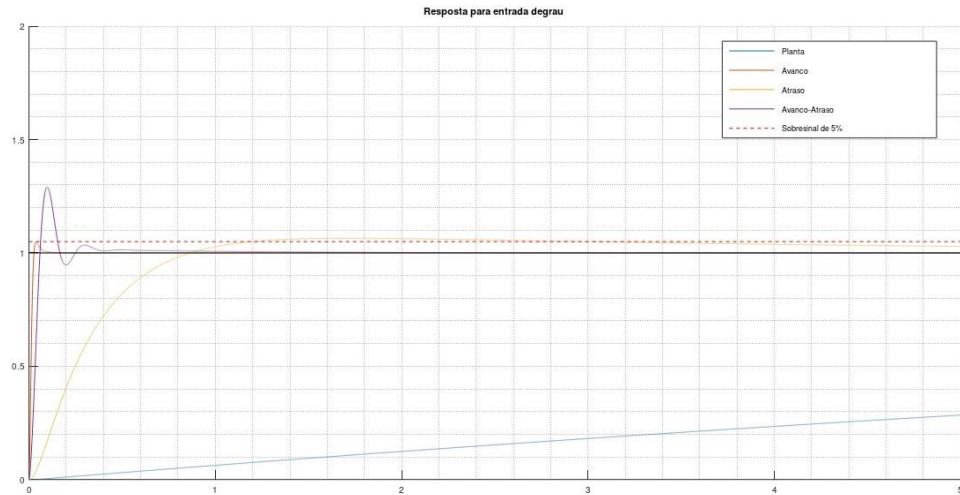


Figura 21: Resposta para entrada degrau.

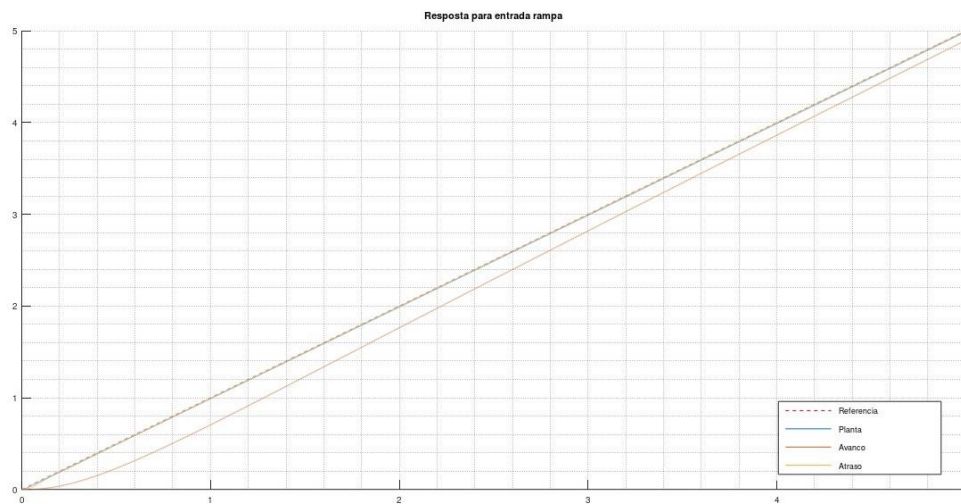


Figura 22: Resposta para entrada rampa.

Analisando os três tipos de compensadores para o sistema, o compensador por atraso-avanço se mostrou o menos eficaz, pois o sistema compensado ficou com auto valor de erro em regime permanente para a resposta em rampa e o sistema permaneceu muito oscilatório se comparado com os outros dois compensadores não justificando o seu uso. O compensador por atraso aumentou o ganho do sistema em

baixas frequências e atenuou as frequências altas o que é muito desejável, porém o sistema se tornou mais lento se comparado com o compensador por avanço que, embora tenha o erro de regime permanente à rampa um pouco maior, possibilitou uma resposta rápida ao degrau.

Portanto tanto o compensador por avanço de fase, quanto o de atraso de fase projetados podem ser eficientes no controle do sistema do pêndulo invertido, os dois diminuíram a oscilação do sistema e seguiram relativamente bem a entrada. O fator que vai ponderar a escolha de um ou outro é a característica de resposta do sistema, ou seja, se a resposta desejável for uma resposta rápida ou uma resposta lenta.

4 Referências Bibliográficas

- [1] DORF, R. C.; BISHOP, R. H. **Sistemas de Controle Modernos**. 11ª Ed. Rio de Janeiro: LTC, 2011.
- [2] OGATA, K. **Modern Control Engineering**. 4th Edition. New Jersey: Prentice Hall, 2002.
- [3] NISE, N. **Engenharia de Sistemas de Controle**. 6ª Ed. Rio de Janeiro: LTC, 2013.

Anexo A – Código Compensador por Avanço de Fase

```
##
#{
- - - - -

Sistemas de Controle II | Projeto Final

Controlador por Avanço

Daniel Macedo Costa Fagundes          RA:11076809
Gutenberg Cordeiro Borges             RA:11075013
Marcos Vinicius Fabiano de Oliveira   RA:11067212

- - - - -
#}
##

##Reseta ambiente
clear all;
close all;
clc;

##Carrega pacote de controle
pkg load control;

##Operador Laplace
s = tf('s');
##Vetor de tempo
t = 0:0.001:0.5;
##vetor de frequencias
w = logspace(-2,2,100);
##referencia de rampa
ref = step(1/s,t);

##Constantes do projeto
Ng = 1;
Nm = 1;
Kg = 3.71;
Kt = 7.68e-3;
Km = 7.68e-3;
Rm = 2.6;
Rmp = 0.0063;
Mc = 0.94;
Jm = 3.9e-7;
Beq = 5.4;

##Funcao de transferencia
num = Ng*Nm*Kg*Kt;
den1 = (Rm*Rmp*Mc + (Rm*Ng*Kg*Jm*Kg/Rmp));
den2 = (Rm*Rmp*Beq + (Rm*Ng*Kg^2*Kt*Km/Rmp));
den = s*(den1*s + den2);

Gs = num/den

figure;
```

```

margin(Gs);

## Calculo de K
#{
ess = 1% = 0,01 => 1/Kv = 0,01 => Kv = 100

G_c = K_c*alpha*( (1+sT)/(1+alpha*sT) )

K = K_c*alpha

G_c*G_s = ( (1+sT)/(1+alpha*sT) ) * K * G_s

## para o erro estacionário
Kv = lim s->0 s * G_c*G_s =
= lim s->0 s*K* (num/ s*(den1*s + den2))
= lim s->0 K*((num/ (den1*s + den2))
= K*(num/ den2) =>
100 = K*(num/ den2)
K = 100 / (num/ den2) = 1486.3 % no min
#}

ess = 1/100;
Mp = 5/100;
phase_tol = 8.5;

Kv = 1/ess;

K = 100 / (num/den2); %% pelo menos isso
K = K*1

G1 = K*Gs

## - - - - - Resposta só com ajuste de K - - - - -

##Degrau
figure;
step(feedback(G1,1),t);
stepK = step(feedback(G1,1),t);

##Rampa
figure;
ramp(feedback(G1,1),t);
rampK = ramp(feedback(G1,1),t);

##Bode
figure;
margin(G1);
[mag, phase,wcm, wcp] = margin(G1);
phaseAtual = phase;
grid on;

##Erro estacionario
essK = ref - rampK;

## - - - - - Resposta com compensador - - - - -

```

```

[mag, phase, w] = bode(G1);
qsi = -log(Mp) / ( sqrt( log(Mp)*log(Mp) + pi^2 ) );
Mf = 100*qsi;
Mf = Mf - phaseAtual + phase_tol;

alpha = (1-sind(Mf)) / (1+sind(Mf));
alphaB = -20*log10(1/sqrt(alpha));

mag = 20*log10(mag);

##encontra a freq para o ganho alpha
for i=1 :length(mag)
    if mag(i)>= alphaB
        wm = w(i);
    end
end

##Construindo compensador
T = 1 / (wm*sqrt(alpha));
nc = 1*[T 1]
dc = [alpha*T 1]
Gc = tf(nc,dc)
GcG = Gc*G1
figure;
margin(GcG);

##Degrau
stepGcG = step(feedback(GcG,1),t);

##Rampa
rampGcG=ramp(feedback(GcG,1),t);

##Erro estacionario
essGcG = ref - rampGcG;

## - - Plots - -

##Resposta para entrada Degrau
figure;
hold on;
plot(t,stepK,'b', t, stepGcG, 'g');
plot([min(t) max(t)], [1+Mp 1+Mp],'--r');
legend("Sistema ajustado com K","Sistema Compensado", "Sobresinal de 5%",
'location','northeast');
title("Resposta para entrada degrau ");
plot([min(t) max(t)], [1 1],'k');
grid minor on;
hold off;

##Resposta para entrada rampa
figure;
hold on;
plot(t,ref,'--r', t, rampK, 'b', t,rampGcG,'g');
legend("Referencia","Sistema ajustado com K","Sistema Compensado"
,'location','southeast');
title("Resposta para entrada rampa");
grid minor on;
hold off;

```

```
##Erro para entrada rampa
figure;
hold on;
plot(t,essK,'b',t,essGcG,'g');
plot([min(t) max(t)], [ess ess],'--r');
legend("Sistema Ajustado","Sistema Compensado", "Maximo desejado",
'location','northeast')
title("Erro para entrada rampa");
grid minor on;
hold off;
```

Anexo B – Código Compensador por Atraso de Fase

```
##
#{
- - - - -

Sistemas de Controle II| Projeto Final

Controlador por Atraso

Daniel Macedo Costa Fagundes          RA:11076809
Gutenberg Cordeiro Borges             RA:11075013
Marcos Vinicius Fabiano de Oliveira   RA:11067212

- - - - -
#}
##

##Reseta ambiente
clear all;
close all;
clc;

##Carrega pacote de controle
pkg load control;

##Operador Laplace
s = tf('s');

##Vetor de tempo
t = 0:0.001:20;
##vetor de frequencias
w = logspace(-2,2,100);
##referencia de rampa
ref = step(1/s,t);

##Constantes do projeto
Ng = 1;
Nm = 1;
Kg = 3.71;
Kt = 7.68e-3;
Km = 7.68e-3;
Rm = 2.6;
Rmp = 0.0063;
Mc = 0.94;
Jm = 3.9e-7;
Beq = 5.4;

##Funcao de transferencia
num = Ng*Nm*Kg*Kt;
den1 = (Rm*Rmp*Mc + (Rm*Ng*Kg*Jm*Kg/Rmp));
den2 = (Rm*Rmp*Beq + (Rm*Ng*Kg^2*Kt*Km/Rmp));
den = s*(den1*s + den2);

Gs = num/den
```

```

#{
-Primeiro passo: determinar Kc

Desejamos um erro para rampa de 0.001
ess = 1/ Kv => Kv = 1000
Gs = a / (bs^2 + cs) = a/(s(bs+c)) , onde:
a = num
b = den1
c = den2

Kv = lim s*Kc*Gc*Gs, para baixas freq Gc = 1
Kv = lim Kc*sGs
Kv = Kc lim a/(bs+c) = Kc * a/c
Kc = Kv * c/a
Kc = Kv * den2/num

#}

ess = 1/1000;
Mp = 5/100;
phase_tol = 8.5;

Kv = 1/ ess;
Kc = Kv * den2/num
K = 2*Kc;

G1 = K*Gs

## - - - - - Resposta só com ajuste de K - - - - -

##Degrau
stepK = step(feedback(G1,1),t);

##Rampa
rampK=ramp(feedback(G1,1),t);

##Bode
figure;
margin(G1);
[mag, phase,wcm, wcp] = margin(G1);
phaseAtual = phase;
grid on;

##Erro estacionario
essK = ref - rampK;

## - - - - - Resposta com compensador - - - - -

[mag, phase, w] = bode(G1);
mag = 20*log10(mag);

qsi = -log(Mp) / ( sqrt( log(Mp)*log(Mp) + pi^2 ) );
Mf = 100*qsi;
Mf = Mf + phaseAtual + phase_tol - 180;
delta = 0.3
w1 = 0;
##encontra a frequencia na margem de fase desejada

```

```

for i=1 :length(phase)
    if phase(i)<= Mf && phase(i) >= Mf-delta
        w1 = w(i)
        p = i
        F = phase(p)
        M = mag(p)
    end
end

##Construindo compensador
T = 1 / (w1/10);
beta = 10^(M/20);
Gc = 1*(T*s +1) / (beta*T*s +1)
GcG = Gc*G1
figure;
margin(GcG);

##Degrau
stepGcG = step(feedback(GcG,1),t);

##Rampa
rampGcG=ramp(feedback(GcG,1),t);

##Erro estacionario
essGcG = ref - rampGcG;

## - - Plots - -

##Resposta para entrada Degrau
figure;
hold on;
plot(t,stepK,'b', t, stepGcG, 'g');
plot([min(t) max(t)], [1+Mp 1+Mp],'--r');
legend("Sistema ajustado com K","Sistema Compensado", "Sobresinal de 5%",
'location','northeast');
title("Resposta para entrada degrau ");
plot([min(t) max(t)], [1 1],'k');
grid minor on;
hold off;

##Resposta para entrada rampa
figure;
hold on;
plot(t,ref,'--r', t, rampK, 'b', t,rampGcG,'g');
legend("Referencia","Sistema ajustado com K","Sistema Compensado"
,'location','southeast');
title("Resposta para entrada rampa");
grid minor on;
hold off;

##Erro para entrada rampa
figure;
hold on;
plot(t,essK,'b',t,essGcG,'g');
plot([min(t) max(t)], [ess ess],'--r');
legend("Sistema Ajustado","Sistema Compensado", "Maximo desejado",
'location','northeast')
title("Erro para entrada rampa");

```



```
grid minor on;  
hold off;
```

Anexo C – Código Compensador por Atraso-Avanço de Fase

```
##
#{
- - - - -

Sistemas de Controle II| Projeto Final

Controlador por atraso-avanço

Daniel Macedo Costa Fagundes          RA:11076809
Gutemberg Cordeiro Borges             RA:11075013
Marcos Vinícius Fabiano de Oliveira    RA:11067212

Gtotal = Kc * GcAv * GcAt * Gs

Onde:
GcAv = ( T1*s +1 ) / ( (T1/alpha)*s +1 )
GcAt = (T2*s + 1) / (alpha*T2*s + 1)

- - - - -
#}
##

##Reseta ambiente
clear all;
close all;
clc;

##Carrega pacote de controle
pkg load control;

##Operador Laplace
s = tf('s');

##Vetor de tempo
t = 0:0.001:20;
##vetor de frequencias
w = logspace(-2,2,100);
##referencia de rampa
ref = step(1/s,t);

##Constantes do projeto
Ng = 1;
Nm = 1;
Kg = 3.71;
Kt = 7.68e-3;
Km = 7.68e-3;
Rm = 2.6;
Rmp = 0.0063;
Mc = 0.94;
Jm = 3.9e-7;
Beq = 5.4;

##Funcao de transferencia
num = Ng*Nm*Kg*Kt;
```

```

den1 = (Rm*Rmp*Mc + (Rm*Ng*Kg*Jm*Kg/Rmp));
den2 = (Rm*Rmp*Beq + (Rm*Ng*Kg^2*Kt*Km/Rmp));
den = s*(den1*s + den2);

Gs = num/den

#{
  -Primeiro passo: determinar Kc

  Desejamos um erro para rampa de 0.001
  ess = 1/ Kv => Kv = 1000
  Gs = a / (bs^2 + cs) = a/(s(bs+c)) , onde:
  a = num
  b = den1
  c = den2

  Kv = lim s*Kc*Gc*Gs, para baixas freq Gc = 1
  Kv = lim Kc*sGs
  Kv = Kc lim a/(bs+c) = Kc * a/c
  Kc = Kv * c/a
  Kc = Kv * den2/num

#}

##Requisitos de projeto
ess = 1/1000;
Mp = 5/100;
tp = 0.1;

phase_tol = 5;

Kv = 1/ ess;
Kc = Kv * den2/num
K = Kc*1;

G1 = K*Gs
#{
  -Precisamos encontrar a margem de fase atual
  e levar o sistema para a desejada, ou próximo o suficiente

  A margem de fase atual é a margem para o sistema ajustado com Kc
  A margem desejada deve levar o sistema a 5% de sobressinal
  Para isso vamos encontrar um fator de amortecimento satisfatorio
  e entao determinar a margem de fase necessaria levando em conta
  a margem atual do sistema
#}

#margem de fase atual
[mag, phase,wcm, wcp] = margin(G1);
phaseAtual = phase;

##margem de fase desejada
qsi = -log(Mp) / ( sqrt( log(Mp)*log(Mp) + pi^2 ) );
Mf = 100*qsi
##descontando a margem presente
Mf = Mf - phaseAtual + phase_tol -180

#{

```

```

-Encontra a frequencia na margem de fase desejada
a partir do Bode do sistema ajustado
#}
[mag, phase, w] = bode(G1);
mag = 20*log10(mag);
delta = 0.5

for i=1 :length(phase)
    if phase(i)<= Mf && phase(i) >= Mf-delta
        w1 = w(i)
        p = i
        F = phase(p)
        M = mag(p)
    end
end

#{
-Encontra os parametros alpha e T2 de acordo com
a nova frequencia estimada acima
#}
alpha = (1-sind(Mf)) / (1+sind(Mf));
alphaB = -20*log10(1/sqrt(alpha));
T2 = 1 / (w1/10);

##construindo compensador em atraso
##beta = 1/alpha;
##GcAt = (s+(1/T2))/(s+(1/(beta*T2)))

GcAt = (T2*s + 1) / (alpha*T2*s + 1)
Gtotal = G1*GcAt;

#{
- Compensador em avanço
A parte que falta compensar somado ao que já temos (GcAt*G1)
não deve aumentar o ganho em dB

Isso significa que estamoos buscando na atual Gtotal
uma frequencia que o ganho seja 20log10(1/sqrt(alpha)), ou seja,
a frequencia onde o ganho seja 'alphaB'

Nomeando a frequencia citada w2, encontraremos
T1 = 1/ (sqrt(alpha)*w2)
#}

##encontra a freq para o ganho alpha
[mag, phase, w] = bode(G1);
mag = 20*log10(mag);
bode(Gtotal)
for i=1 :length(mag)
    if mag(i)>= alphaB && mag(i) <= alphaB +0.3
        w2 = w(i);
    end
end
w2
T1 = 1 / (w2*sqrt(alpha));
GcAv = ( T1*s +1 ) / ( (T1/alpha)*s +1 )
##GcAv = (s+(1/T1))/(s+(1/(alpha*T1)))

Gtotal = Kc*Gs*GcAt*GcAv

```

```

##Resposta a rampa
rampG1 = ramp(feedback(G1,1),t);
rampGtotal = ramp(feedback(Gtotal,1),t);

essG1 = ref - rampG1;
essGtotal = ref - rampGtotal;

stepG1 = step(feedback(G1,1),t);
stepGtotal = step(feedback(Gtotal,1),t);

## - - Plots - -

##Resposta para entrada Degrau
figure;
hold on;
plot(t,stepG1,'b', t, stepGtotal, 'g');
plot([min(t) max(t)], [1+Mp 1+Mp],'--r');
legend("Sistema ajustado com K", "Sistema Compensado", "Sobresinal de 5%",
'location','northeast');
title("Resposta para entrada degrau ");
plot([min(t) max(t)], [1 1], 'k');
axis([0 5 0 2]);
grid minor on;
hold off;

##Resposta para entrada rampa
figure;
hold on;
plot(t,ref,'--r', t, rampG1, 'b', t,rampGtotal,'g');
legend("Referencia", "Sistema ajustado com K", "Sistema Compensado"
, 'location','southeast');
title("Resposta para entrada rampa");
axis([0 0.3 0 0.3]);
grid minor on;
hold off;

##Erro para entrada rampa
figure;
hold on;
plot(t,essG1,'b',t,essGtotal,'g');
plot([min(t) max(t)], [ess ess],'--r');
legend("Sistema Ajustado", "Sistema Compensado", "Maximo desejado",
'location','northeast')
title("Erro para entrada rampa");
axis([0 5 -0.01 0.04 ]);
grid minor on;
hold off;

#{
    Conclusão
    O sistema é estável e converge rapido o suficiente
    para atender a especificação de tempo de pico
    O máximo sobresinal não foi atingido.
    Não foi possivel atingir o erro estacionario nem
    com ajustes no ganho Kc

```

}