



UFABC - Universidade Federal do ABC

Sistemas de Controle II

Compensadores por Atraso de Fase

Prof^a Dra. Heloise Assis Fazzolari

heloise.fazzolari@ufabc.edu.br
Sala 717-1, 7^º andar, Torre 1, Bloco A - Campus Santo André

3^º Quadrimestre de 2021

Compensador por atraso de fase

Características básicas da compensação por atraso de fase:

- Produz uma sensível melhoria na precisão do regime estacionário, à custa de um aumento da duração da resposta transitória.
- Suprime os efeitos dos sinais de ruído de alta frequência.
- Aumenta a ordem do sistema em um.
- Tem características de um filtro passa baixas.
- Perceberemos que o compensador produz um atraso de fase em todas as frequências. O efeito de atraso de fase não é útil para a compensação. O que se aproveita do compensador é, de fato, a alteração do ganho.

Compensador por atraso de fase

O objetivo principal do compensador por atraso de fase (do ponto de vista da resposta em frequência) é prover atenuação em altas frequências de modo a melhorar a margem de fase do sistema, ou então manter a margem de fase e aumentar o ganho em baixas frequências.

Compensador por atraso de fase

Compensadores por atraso de fase têm FT do tipo:
Referência (PHILLIPS; HARBOR, 1997)

$$G_c(s) = \frac{1 + \frac{s}{\omega_z}}{1 + \frac{s}{\omega_p}}$$

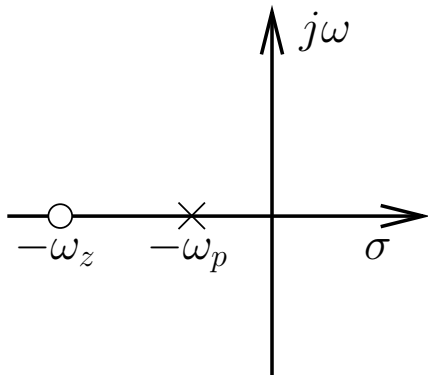
$$\omega_z > \omega_p$$

Referência (OGATA, 2008)

$$G_c(s) = \frac{1 + \frac{s}{\frac{1}{T}}}{1 + \frac{s}{\frac{1}{\beta T}}} = \frac{1}{\beta} \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\beta T}}$$

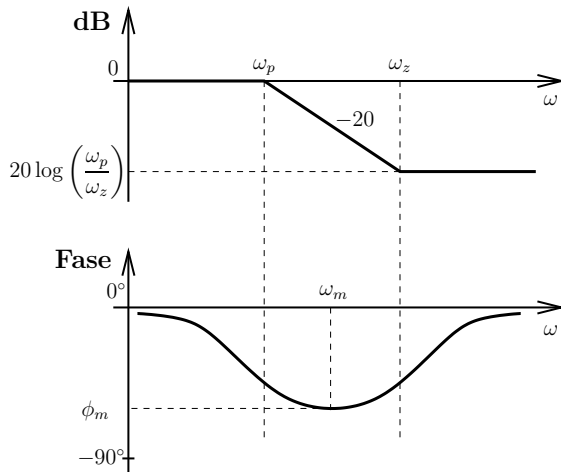
$$\beta > 1$$

O compensador tem ganho dc unitário. O problema do projeto é determinar o zero ω_z e o polo ω_p , do compensador para que o sistema de controle de M.F. tenha as características especificadas.



Compensador por atraso de fase

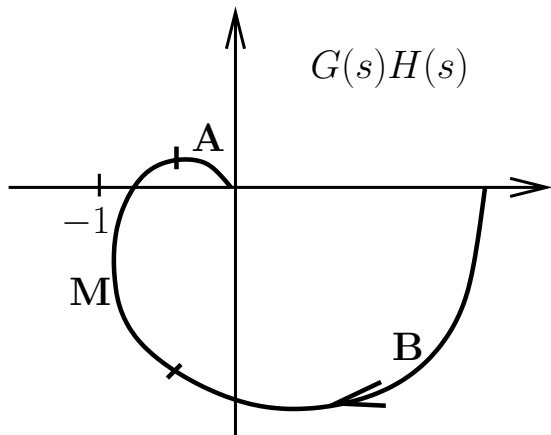
Considerando que o compensador tem ganho DC unitário e afirmando que $\omega_z > \omega_p$ o D.B. do compensador por atraso de fase será como mostrado ao lado. Na característica de amplitude é feita a aproximação para uma linha reta. Na característica de fase, o ângulo deve ser negativo em todas as frequências, e o atraso máximo ϕ_m , menor que 90° , ocorre em ω_m que é igual à média geométrica de ω_z e ω_p , $\omega_m = \sqrt{\omega_z \omega_p}$.



Compensador por atraso de fase

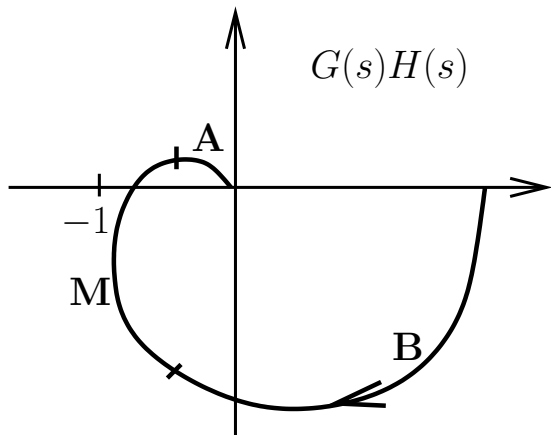
O diagrama de Nyquist ao lado foi dividido em 3 regiões: B, M, A.

Região A (alta frequência): O ganho do sistema é muito pequeno; se colocarmos o polo e o zero do compensador nesta região, reduziria ainda mais o ganho e com isso o efeito no sistema de M.F. seria muito pequeno. Assim, não há razão de localizarmos o polo e o zero nesta região



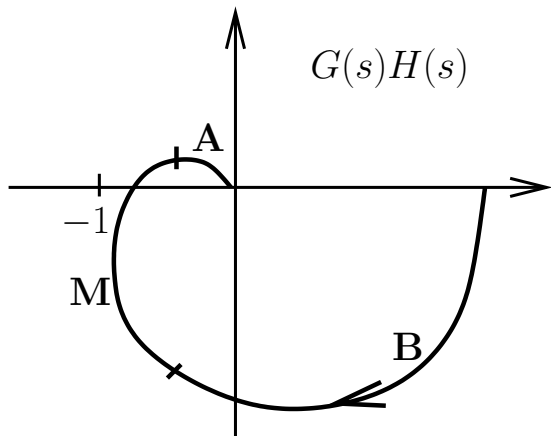
Compensador por atraso de fase

Região M (media frequência): O diagrama de Nyquits está na vizinhança do ponto -1 . Localizar o polo e o zero do compensador nesta região, tenderíamos a desestabilizar o sistema devido ao atraso de fase adicionado. Não faremos isso, evidentemente.



Compensador por atraso de fase

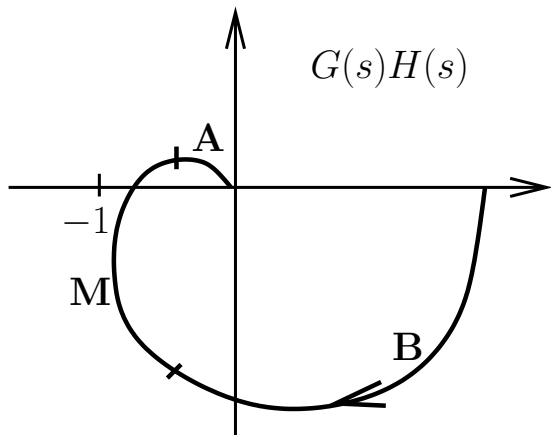
Região B (baixa frequência): Atraso de fase adicionado tem pequeno efeito na estabilidade, uma vez que o diagrama de Nyquist não está na vizinhança do ponto -1 . A fase se aproxima de zero à medida que a frequência aumenta acima do valor do zero do compensador. Porém, a redução do ganho do compensador na faixa de frequências mais altas aumenta as margens de estabilidade. Portanto, o polo e o zero do compensador são localizados nesta região.



Compensador por atraso de fase

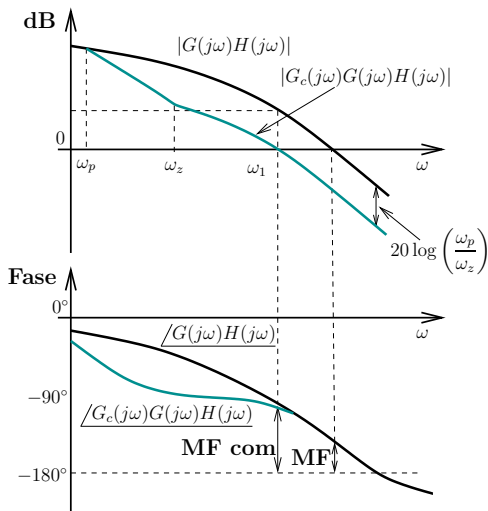
Comparação: Ganho K e Compensador por atraso de fase.

O efeito em alta frequência do compensador por atraso de fase é o mesmo que a compensação por redução com o ganho. Contudo, há um pequeno efeito do compensador na faixa de baixa frequência. Assim as características de baixa frequência do sistema em M.F. não sofrem degradação, enquanto as margens de estabilidade são melhoradas.



Compensador por atraso de fase

O efeito do compensador por atraso de fase pode ser visto ao lado. A amplitude do polo e do zero do compensador, ω_z e ω_p , são propositalmente pequenas quando comparadas à frequência na qual a amplitude de $G(s)H(s)$ é unitária. Portanto, o atraso de fase introduzido pelo compensador tem pequeno efeito no diagrama de Nyquist nas vizinhanças do ponto -1 . O ganho de alta frequência é reduzido pelo fator ω_p/ω_z , com isso aumentando a margem de fase.



Compensador por atraso de fase

Os passos para o projeto são os seguintes:

- 1 Suponha o seguinte compensador por atraso de fase

$$G_c(s) = K_c \beta \frac{1 + sT}{1 + s\beta T} = K_c \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\beta T}} \quad \text{e} \quad \beta > 1$$

Defina: $K_c \beta = K$. A F.T.M.A. do sistema compensado é

$$\begin{aligned} G_c(s)G(s) &= K \frac{Ts + 1}{\beta Ts + 1} G(s) \\ &= \frac{Ts + 1}{\beta Ts + 1} \quad \text{onde} \quad G_1(s) = KG(s) \end{aligned}$$

Determinar o ganho K de modo a satisfazer a especificação referente ao erro estacionário;

Compensador por atraso de fase

- 2 Traçar os D.B. do sistema com ganho ajustado mas não compensado e determinar as margens de ganho e de fase.

Caso a especificação referente à margem de fase não seja satisfeita, determinar a frequência na qual a defasagem da F.T.M.A. é igual a $-180^\circ + MF$ (MF é a margem de fase desejada acrescida de 5° a 12°). Essa frequência deve ser escolhida como aquela na qual o ganho será 0 dB, i.e., a nova frequência de cruzamento de ganho.

- 3 Escolher a frequência de canto $\omega = 1/T$ (correspondente ao zero do compensador) de uma oitava a uma década abaixo da frequência de cruzamento de 0 dB fixada no passo anterior;

Note: Polo e zero do compensador escolhidos suficientemente pequenos; atraso de fase ocorre em baixa frequência tal que não afete a MF.

Compensador por atraso de fase

- 4 Determinar a atenuação necessária para fazer com que o ganho 0 dB corresponda à frequência fixada no passo anterior, i.e., corresponda à nova frequência de cruzamento de ganho ω_{cg} .
Determinar β considerando que a atenuação obtida no passo anterior é $-20 \log \beta$;
Calcular a frequência de canto $\omega = 1/(\beta T)$, associada ao polo do compensador.
- 5 Utilizar K do passo 1 e β do passo 4 calcule

$$K_c = \frac{K}{\beta}.$$

Compensador por atraso de fase

Procedimento do projeto do compensador por atraso de fase:

- 1 Obtenha o D.B. do sistema sem compensação com o ganho ajustado para a constante de erro desejada.
- 2 Determine a margem de fase do sistema sem compensação com o ganho ajustado, e se ela for insuficiente, prossiga para o passo a seguir.
- 3 Determine a frequência onde o requerimento de margem de fase seria satisfeito se a curva de magnitude cruzasse a reta 0 dB nessa frequência, ω_{cg} (leve em conta 5° de atraso de fase da estrutura de atraso de fase ao determinar a nova frequência de cruzamento).
- 4 Posicione o zero do compensador uma década abaixo da nova frequência de cruzamento de ganho ω_{cg} e assim garanta apenas 5° de atraso adicional em ω_{cg} devido a estrutura de atraso de fase.

Compensador por atraso de fase

- 5 Meça a atenuação necessária em ω_{cg} para assegurar que a curva de magnitude cruze a reta de 0 dB nesta frequência.
- 6 Calcule β observando que a atenuação introduzida pela estrutura de atraso de fase é $-20 \log \beta$ em ω_{cg} .
- 7 Calcule o polo e o zero do compensador.

Exemplo 1

Seja o sistema

$$G(s)H(s) = \frac{4}{s(s+1)(s+2)}$$

Suponha que a MF desejada seja de 50° e que o ganho de baixa frequência atende às especificações; assim $K_c = 1$.

Solução: Quadro + Matlab.

Compensador por atraso de fase

Solução Exemplo 1

Resposta ao degrau: Repare que a resposta do sistema compensado por atraso de fase é defasada da resposta para o compensador por avanço de fase. Entretanto, ela é superior em termos de regime estacionário, rejeição a distúrbios etc.

Exemplo 2

Consideremos o sistema cuja F.T.M.A. é

$$G(s)H(s) = \frac{1}{s(s+1)(0.5s+1)}$$

Desejamos compensar o sistema de modo que a constante de erro estático de velocidade K_v seja 5 s^{-1} , a margem de fase seja de pelo menos 40° e a margem de ganho seja pelo menos 10 dB.

Compensador por atraso de fase

Solução Exemplo 2

O primeiro passo consiste em determinar o valor de K_c de modo a atender à especificação do erro estacionário

$$e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} \left[\frac{1}{sG(s)} \right] = \frac{1}{K_c} \leq 0,2 \Rightarrow K_c \geq 5.$$

Vamos adotar o valor mínimo para K_c : $K_c = 5$.

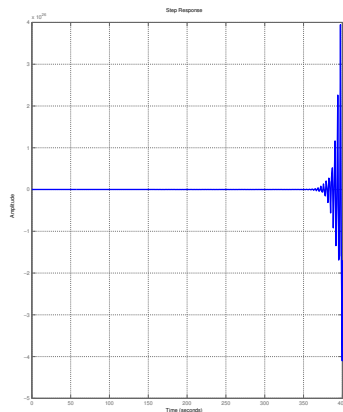
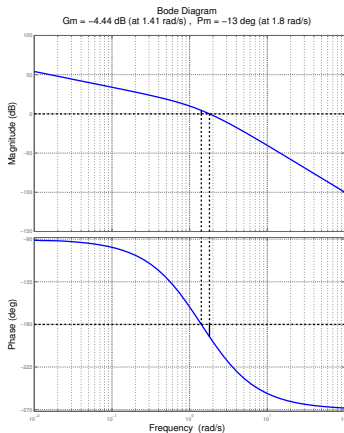
Com este valor de ganho, construímos os D.B. de:

$$K_c G(j\omega) = \frac{5}{j\omega(j\omega + 1)(j0,5\omega + 1)}.$$

Compensador por atraso de fase

Solução Exemplo 2

DB e resposta ao degrau unitário, $MF = -13^\circ$ ($\omega_{cg} = 1,8 \text{ rad/s}$), $MG = -4,44 \text{ dB}$ ($\omega_{cf} = 1,41 \text{ rad/s}$). Sistema é instável.



Compensador por atraso de fase

Solução Exemplo 2

- A frequência correspondente a 40° de margem de fase está em torno de $0,635$ rad/s. Então, a frequência de cruzamento de 0 dB não deverá ser muito diferente desse valor.
- Escolhemos então a frequência de canto $\omega = 1/T$ como sendo $0,0635$ rad/s e assim $T = 15,75$ s.
- Como essa frequência de canto não está suficientemente distante da frequência de cruzamento de ganho 0 dB, a influência da defasagem introduzida pelo compensador não é desprezível. Assim, vamos adicionar 12° à margem de fase requerida, de modo que $MF = 52^\circ$.
- A fase de $-180^\circ + 52^\circ = -128^\circ$ para o sistema com ganho ajustado mas não compensado ocorre na frequência de $0,465$ rad/s.
- Para que a curva de ganho passe por 0 dB nessa frequência, o compensador deve fornecer uma atenuação de $-19,5516$ dB. Assim, $\beta = 9,4968$.

Compensador por atraso de fase

Solução Exemplo 2

- Como

$$G_c(s) = \frac{1 + sT}{1 + s\beta T}$$

e nas altas frequências

$$|G_c(j\omega)| \cong \frac{1}{\beta}$$

Com isso, a segunda frequência de canto do compensador será:

$$\omega_p = \frac{1}{\beta T} = 0,0067 \text{ rad/s.}$$

Compensador por atraso de fase

Solução Exemplo 2

- A F.T. do compensador será:

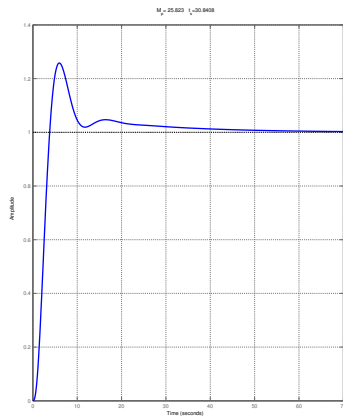
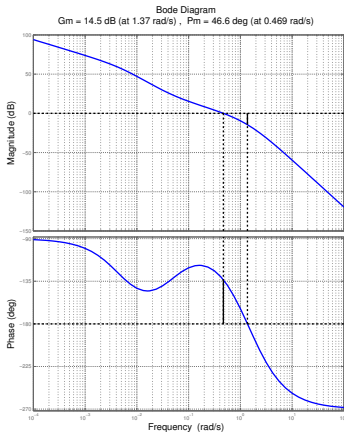
$$G_c(s) = \frac{1}{9,4968} \frac{s + 0,0635}{s + 0,0067}.$$

- Se desenharmos os D.B. do sistema compensado, verificaremos que a frequência de cruzamento de ganho 0 dB caiu de 1,8 rad/s para 0,468 rad/s, o que significa uma perda de velocidade de resposta.
- Consideremos agora o caso em que se deseja manter a MF e a banda passante e, ao mesmo tempo, melhorar a resposta transitória. Escolhemos o ganho do compensador como: $K_c = \beta$.
- Assim, se impusermos que a frequência $1/T$ está suficientemente abaixo da frequência de cruzamento de ganho (1 década abaixo), teremos fixado o valor de T .
- O parâmetro β será dado pela especificação do erro estacionário. Então, o valor de β determinará o grau de melhora da resposta estacionária.

Compensador por atraso de fase

Solução Exemplo 2

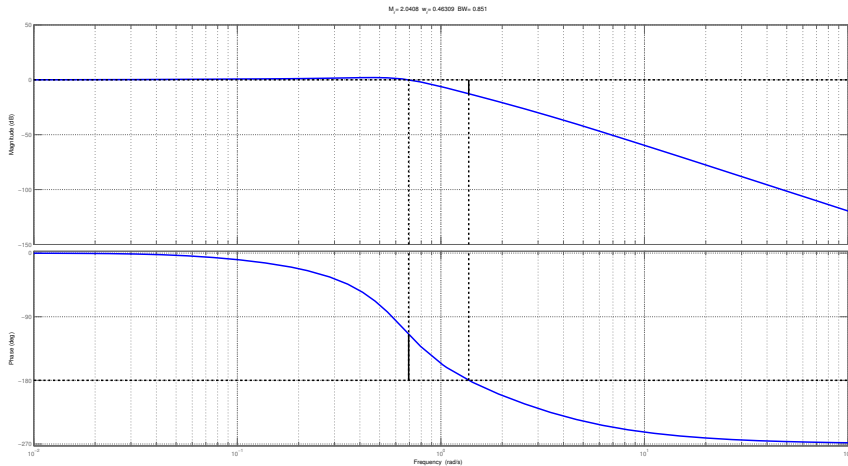
DB e resposta ao degrau unitário, $MF=44,8^\circ$ ($\omega_{cg} = 0,468$ rad/s), $MG=14,3$ dB ($\omega_{cf} = 1,35$ rad/s), $M_p = 28,95,8\%$, $t_s = 27,4534$ s.



Compensador por atraso de fase

Solução Exemplo 2

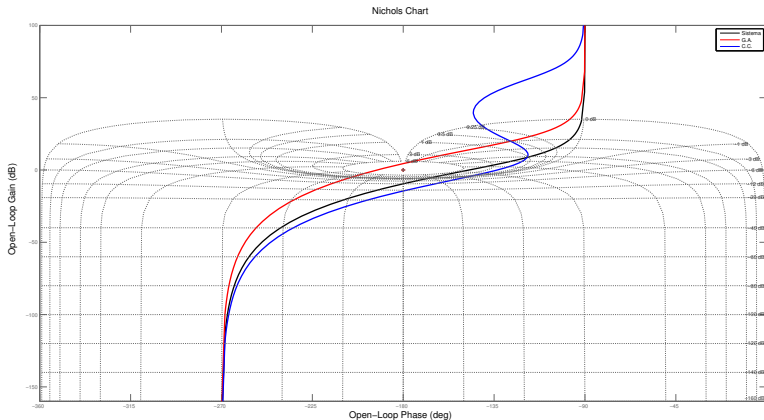
DB da F.T.M.F. $M_r = 2,3591$ dB, $\omega_r = 0,459$ rad/s, $BW=0,846$ rad/s.



Compensador por atraso de fase

Solução Exemplo 2

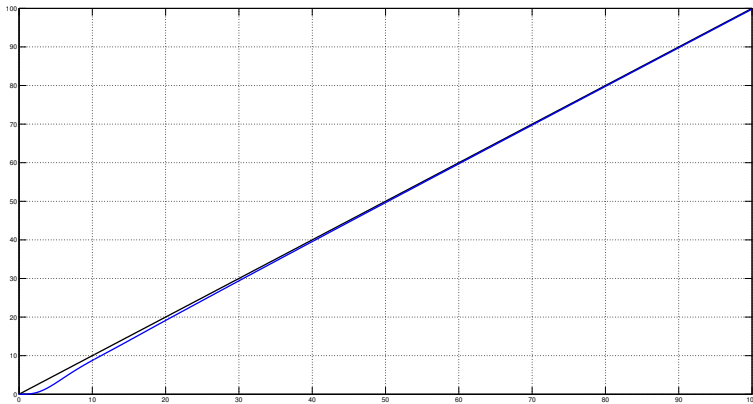
Carta de Nichols: (i) Sistema sem compensação; (ii) Sistema com ganho ajustado mas não compensado; (iii) Sistema compensado.



Compensador por atraso de fase

Solução Exemplo 2

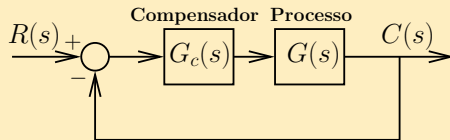
Resposta do sistema em M.F. à rampa unitária.



Compensador por atraso de fase

Exemplo 3

Consideremos o sistema



cuja F.T.M.A. é

$$G(s)H(s) = \frac{K}{s(s+2)}$$

Compensar o sistema de modo que a constante de erro estático de velocidade K_v seja 20 s^{-1} , a margem de fase seja de pelo menos 45° .

Exemplo 4

Consideremos o sistema mostrado no Exemplo 3, cuja F.T.M.A. é

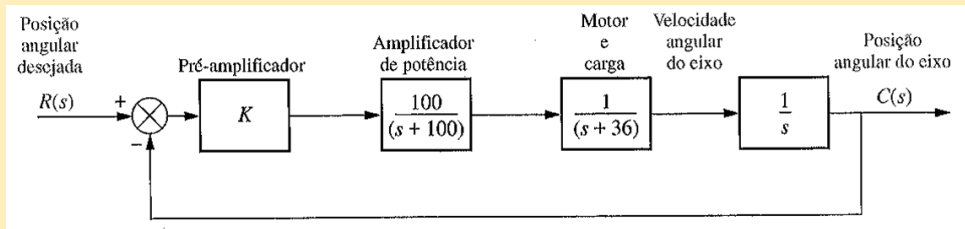
$$GH(s) = \frac{K}{s(s + 10)^2}$$

Especifica-se que a constante de erro estático de velocidade K_v , deste sistema deve ser igual a 20 s^{-1} e que, ao mesmo tempo, a relação de amortecimento das raízes dominantes seja igual a 0,707.

Compensador por atraso de fase

Exemplo 5

Para o sistema de controle mostrado abaixo,



Determinar o valor do ganho do pré-amplificador, K , para que a resposta transitória a uma entrada degrau apresente um sobre-sinal de 9,5%.

Compensador por atraso de fase

Sabemos que:

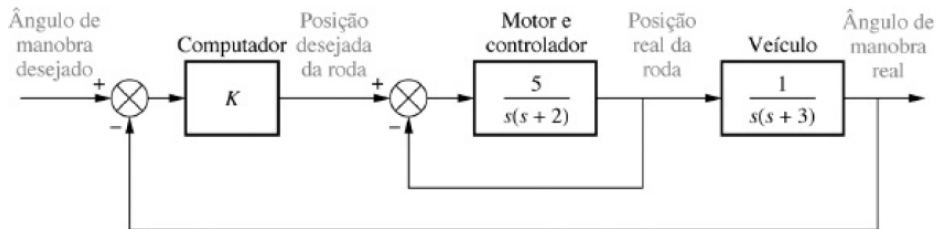
$$\xi = \frac{-\ln(M_p\%/100)}{\sqrt{\pi^2 + (\ln(M_p\%/100))^2}}$$
$$MF = \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{2\xi}{\sqrt{\sqrt{1 + 4\xi^4} - 2\xi^2}} \right)$$

Usando os D.B. projete um compensador por atraso de fase que leve a uma melhoria de dez vezes no erro de estado estacionário em comparação com o sistema compensado por ajuste de ganho, mantendo o sobre-sinal em 9,5%.

Exemplo 6

Veículos autônomos são utilizados em fábricas para transportar produtos de uma estação de trabalho para outra. Um método de construção é embutir um condutor no piso para fornecer orientação. Outro método é utilizar um computador embarcado e um dispositivo de varredura laser. Dispositivos refletores com códigos de barras em posições conhecidas permitem que o sistema determine a posição angular do veículo. Este sistema permite que o veículo trafegue em qualquer lugar, inclusive entre edifícios. A figura a seguir mostra um diagrama de blocos simplificado do sistema de controle de manobra do veículo. Para 11% de ultrapassagem, K é ajustado igual a 2. Projete um compensador de atraso de fase utilizando técnicas de resposta em frequência para melhorar o erro em regime permanente por um fator de 30 em relação ao do sistema sem compensação.

Compensador por atraso de fase



Exemplo 7

Um dispositivo de assistência ventricular elétrico (*EVAD – Electric Ventricular Assist Device*) que auxilia no bombeamento de sangue concomitantemente com um coração natural fraco em pacientes enfermos pode ser representado pela função de transferência

$$G(s) = \frac{P_{ao}(s)}{E_m(s)} = \frac{1361}{s^2 + 69s + 70,85}$$

A entrada, $E_m(s)$, é a tensão da armadura do motor, e a saída, $P_{ao}(s)$, é a pressão sanguínea na aorta. O EVAD será controlado através de realimentação unitária. Projete um compensador de atraso de fase para alcançar uma melhoria de dez vezes no erro em regime permanente para entradas em degrau sem afetar significativamente a resposta transitória do sistema sem compensação. Em seguida, utilize o MATLAB para simular os sistemas sem compensação e compensado para uma entrada em degrau unitário.

Compensador por atraso de fase

Circuito elétrico de atraso

