ESTA008-17 – Sistemas de Controle II
1° Quadrimestre de 2021

Prof$^{\underline{a}}$. Heloise Assis Fazzolari

Aula Prática Virtual 2 – Diagramas de Bode e Nyquist com Octave

1 Introdução

Para utilizarmos comandos relacionados a Sistemas de Controle no Octave é necessário inicializar um pacote:

```
pkg load control
```

A inicialização do pacote pode ser realizada no próprio código do programa, ou na linha de comando do Octave.

A função de transferência

$$G(s) = \frac{b_0 s^3 + b_1 s^2 + b_2 s + b_3}{a_0 s^4 + a_1 s^3 + a_2 s^2 + a_3 s + a_4}$$

é definida por meio de seu numerador e denominador, declarados como um vetor com os coeficientes do polinômio:

```
num = [b0 b1 b2 b3];
den = [a0 a1 a2 a3 a4];
```

Uma função de transferência no Octave é criada pelo comando `tf()`:

```
sys = tf(num, den);
```

2 Diagramas de Bode

No Octave, o comando `bode` gera o diagrama de Bode.

```
bode (sys);
bode (sys, w);
bode (sys1, sys2, ..., sysN);
```

Com argumentos de saída, o comando `bode` é dado por:

```
[mag, phase, w] = bode (sys);
[mag, phase, w] = bode (sys,w);
```

Usando argumentos de saída o gráfico não é gerado, apenas as matrizes com os valores de magnitude, ângulo de fase e frequência. Neste caso, o ganho logarítmico em dB pode ser calculado por:

```
magdB = 20 * log10 (mag);
```

O comando

`w = logspace (m1, m2, n);`

gera n pontos espaçados em escala logarítmica na faixa de frequência de 10^{m_1} a 10^{m_2}.

Exemplo 1: Construir o diagrama de Bode da função de transferência:

$$G(s) = \frac{25}{s^2 + 4s + 25}$$

```
clc;
clear;
close all;
pkg load control
num = [25];
den = [1 4 25];
sys = tf(num,den);
bode (sys);
title('Diagrama de Bode de G(s) = 25 / (s\^{}2 + 4s + 25)');
```

Exemplo 2: Construir o diagrama de Bode da função de transferência:

$$G(s) = \frac{9(s^2 + 0.2s + 1)}{s(s^2 + 1.2s + 9)}$$

para o intervalo de ω entre 0.01 e 1000 rad/s.

Acrescente o comando `w = logspace (-2, 3, 100);` no *script*:

```
clc;
clear;
close all;
pkg load control
num = [9 1.8 9];
den = [1 1.2 9 0];
sys = tf(num,den);
w = logspace (-2, 3, 100);
bode (sys, w);
title ('Diagrama de Bode de G(s) = 9(s\^{}2 + 0.2s + 1)
/[s(s\^{}2 + 1.2s + 9)]');
```

3 Diagramas de Nyquist

O comando `nyquist` gera o diagrama de Nyquist no Matlab. Sua sintaxe é semelhante ao comando `bode`.

```
nyquist (sys);       [re, im, w] = nyquist (sys);
nyquist (sys, w);    [re, im, w] = nyquist (sys, w);
```

Exemplo 3: Construir o diagrama de Nyquist da função de transferência:

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 0.8s + 1}$$

```
clc;
clear;
close all;
pkg load control
num = [1];
den = [1 0.8 1];
sys = tf(num,den);
nyquist (sys);
axis([-2 2 -2 2]); % Ajusta os limites dos eixos [xmin xmax ymin ymax]
title ('Diagrama de Nyquist de G(s) = 1/(s\^{}2 + 0.8s + 1)');
```

Para traçar o diagrama apenas nas regiões em que $\omega > 0$, usa-se o comando `[re, im, w] = nyquist (num, den, w);`.

```
clc;
clear;
close all;
pkg load control
num = [1];
den = [1 0.8 1];
sys = tf(num,den);
w = 0 : 0.1 : 100;
[re, im, w] = nyquist (sys, w);
plot (re, im);
grid on
axis([-2 2 -2 2]); % Ajusta os limites dos eixos [xmin xmax ymin ymax]
title ('Diagrama de Nyquist de G(s) = 1/(s\^{}2 + 0.8s + 1)');
```

Exemplo 4: Construir o diagrama de Nyquist do sistema definido por:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -25 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 25 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} u$$

```
clc;
clear;
close all;
pkg load control
A = [0 1 ; -25 -4];
B = [0 ; 25];
C = [1 0];
D = [0];
[num,den]= ss2tf(A,B,C,D);
sys = tf(num,den);
nyquist(sys)
title ('Diagrama de Nyquist');
```

4 Atividades

1) Determinar o diagrama de Bode para a seguinte função de transferência:

$$G(s) = \frac{s + 10}{s^2 + 2.4s + 4}$$

Primeiro, faça o esboço manual, no diagrama logarítmico fornecido na sequência, segundo os seguintes passos:

(a) Reescrever a função de transferência senoidal $G(j\omega)$ como um produto dos fatores básicos e identificar as frequências de quebra;

(b) Traçar curvas assintóticas de módulo em dB com as inclinações apropriadas em baixa e alta frequência;

(c) Traçar curvas lineares aproximadas de fase com os valores apropriados de fase em baixa e alta frequência, bem como nas frequências de quebra;

(d) Verifique a frequência de ressonância e o pico de ressonância em dB, caso existam.

(e) Determine o gráfico exato do diagrama de Bode usando o Matlab.

2) Considere a seguinte função de transferência:

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 0.8s + 1}$$

(a) Determine os parâmetros da função padrão de segunda ordem: ζ, ω_n;

(b) Obtenha a função de transferência senoidal $G(j\omega)$. Determine as partes real, imaginária, módulo e fase;

(c) Esboce o diagrama de Nyquist manualmente tendo em vista os pontos característicos:

- $\omega \to 0$;
- $\omega = \omega_r$;
- $\omega = \omega_n$;
- $\omega \to \infty$.

(d) Utilizando o comando `nyquist` do Matlab, desenhe o diagrama.

3) Sistema de servomotor CC: Um diagrama de blocos típico de um servomotor CC é mostrado na Fig. 1 (b). O amplificador mostrado é um amplificador de tensão no qual a entrada e saída são tensões. É tipicamente modelado como um ganho K_a e um atraso $(T_a s + 1)$, formando um sistema de primeira ordem. Nesta atividade, a dinâmica do amplificador pode ser desprezada e a função de transferência se torna o ganho $(A(s) = K_a)$. O servomotor pode ser modelado como um sistema de segunda ordem (veja o livro do Dorf, por exemplo). Um *encoder* é usado como contador de revoluções, para obter a informação da posição angular do eixo do motor. O *encoder* é modelado como um integrador $(E(s) = K_{enc}/s$, onde K_{enc} é a resolução do *encoder*).

(a) Obtenha o modelo do sistema de servomotor (Fig. 1 (a)), considerando como entrada a tensão da armadura (v_a em V) e saída a velocidade angular da carga ($\dot{\theta}$ em rad/s);

(b) Considere agora o sistema completo (Fig. 1 (b)). Aplique um sinal senoidal ao sistema e faça as leituras da saída (amplitude e fase) para vários valores de frequência;

- Faça a atividade com amplitudes de 1 e 2 V e frequências de 0,15 a 160 Hz para a tensão de entrada.

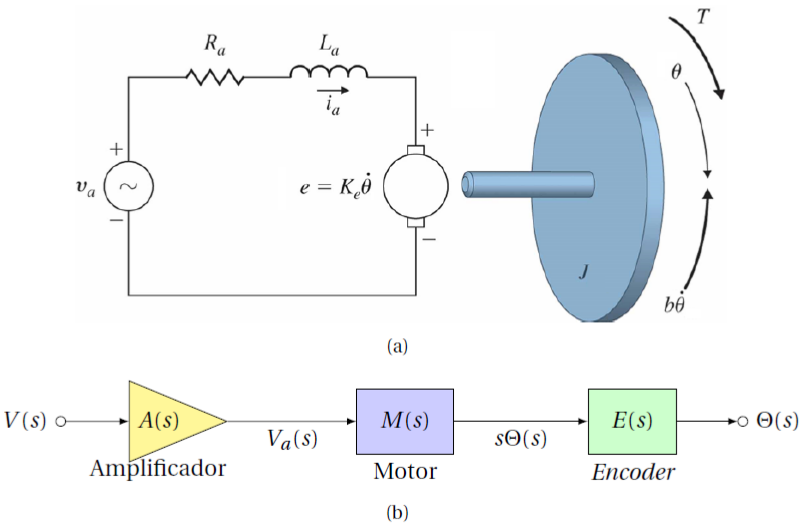

FIGURA 1: Atividade 3.

- *Obs.*: Relembre o comando `lsim`.

(c) Desenhe os diagramas de Bode e de Nyquist a partir dos dados obtidos.

Dados:

Grandeza	Valor	Unidade	Grandeza	Valor	Unidade
Constante de torque K_e	0,117	N m/A	Resistência da armadura R_a	1,8	Ω
Ganho do amplificador K_a	5	–	Indutância da armadura: L_a	$4{,}1\times10^{-3}$	H
Momento de inércia J	$1{,}88\times10^{-6}$	kg m^2	Resolução do *encoder*	1024	pulsos por revolução
Constante de atrito viscoso b	$2{,}13\times10^{-4}$	N m s			