



A

Sistemas de Controle II – 2021.Q1

Exercícios – Aula 6

Determinação Experimental de Funções de Transferência

Professora: Dra. Heloise Assis Fazzolari

Grupo G

Alunos:

Daniel Macedo Costa Fagundes

Gutemberg Cordeiro Borges

Marcos Vinicius Fabiano de Oliveira

RA:

11076809

11075013

11067212

Santo André

2021

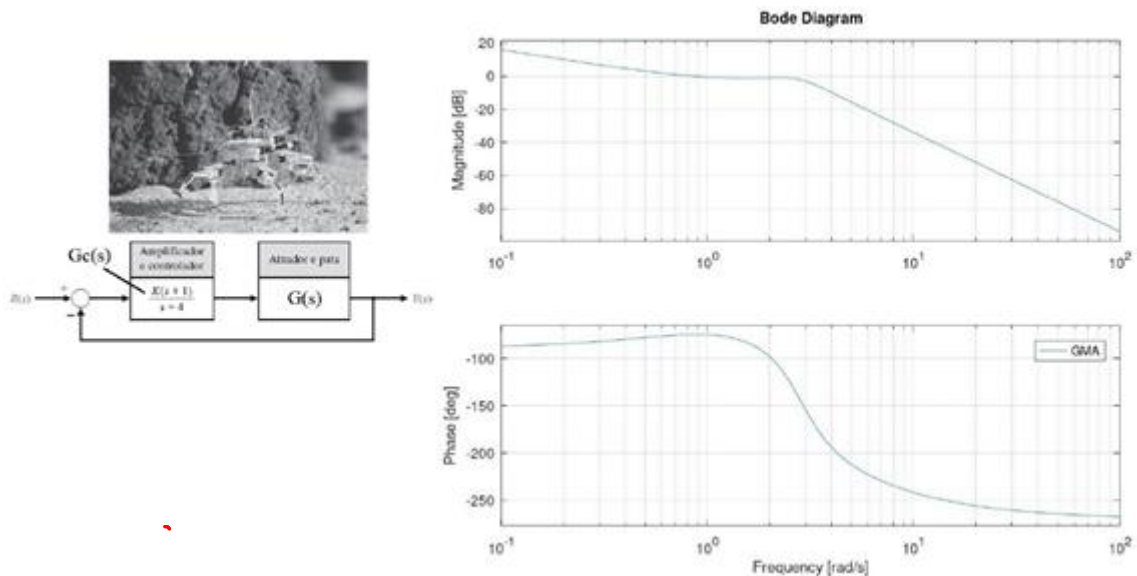
Sumário

1	Exercícios.....	1
1.1	Exercício 1.....	1
1.2	Exercício 2.....	8
1.3	Exercício 3.....	12
	Anexo A – Código Exercício 1	15
	Anexo B – Código Exercício 2	18

1 Exercícios

1.1 Exercício 1

1) A partir do diagrama de Bode do sistema em malha aberta, determine a função de transferência completa (G_cG), com $G_c(s)$ dado na figura.



Aproximando as retas que conectam os pontos do diagrama de magnitude por três retas, uma de -20 dB/déc, outra de +20 dB/déc e uma de -60 dB/década obtém-se o diagrama abaixo.

Sabemos que nosso sistema é do tipo 1, pois o diagrama tem -20db/década para baixas frequências. Podemos afirmar também por essa primeira análise que nosso sistema tem um polo na origem.

Traçando uma assíntota à -20db/dec chegamos ao ganho do sistema, nesse caso 0.9.

- **Primeira assíntota:**

-20 dB/década;

Magnitude = 0 em $\omega = 0.9$ rad/s, então $K = 1$;

Contribuição:

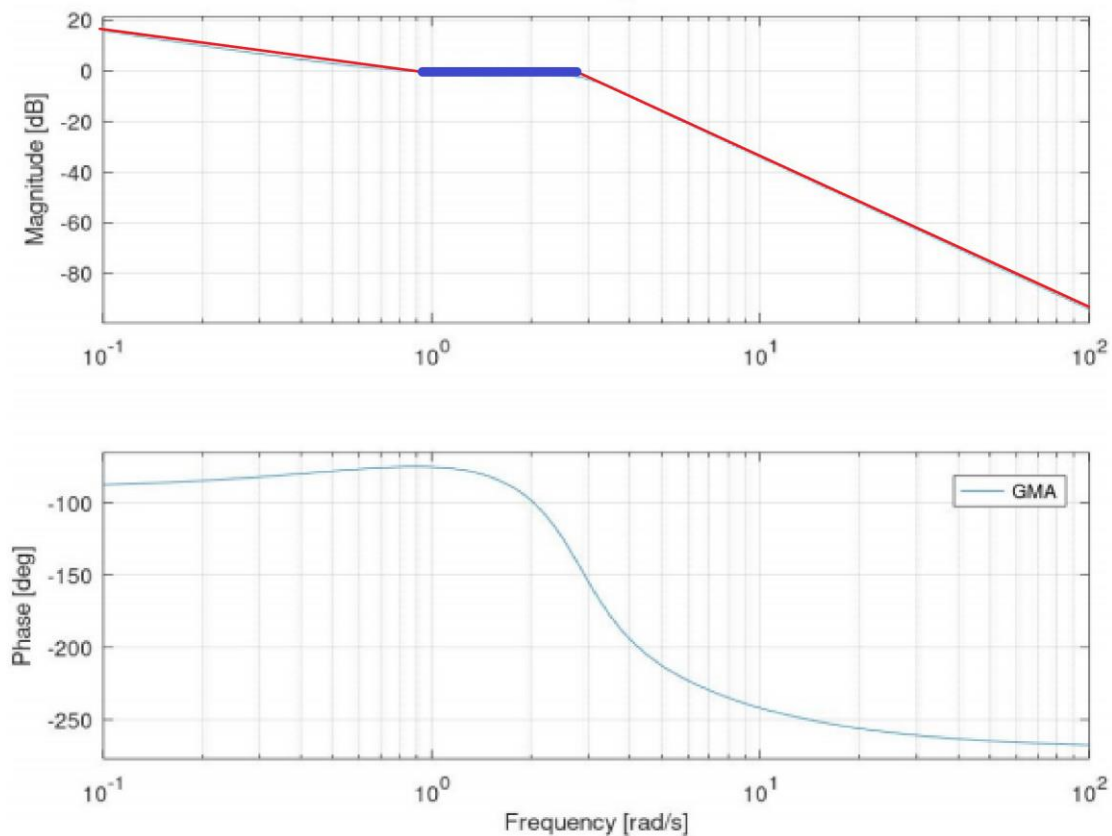
$$\frac{0.9}{j\omega}$$

Notamos também a presença de um zero, pois o diagrama de magnitude sobre +20dB. Associamos esse zero a função G_c e falaremos de sua contribuição mais a frente.

Logo em seguida observamos um decaimento de -60dB por década.

Chegamos à conclusão que o trecho é a composição entre a contribuição de um polo simples presente em G_c , e um polo complexo em G_s .

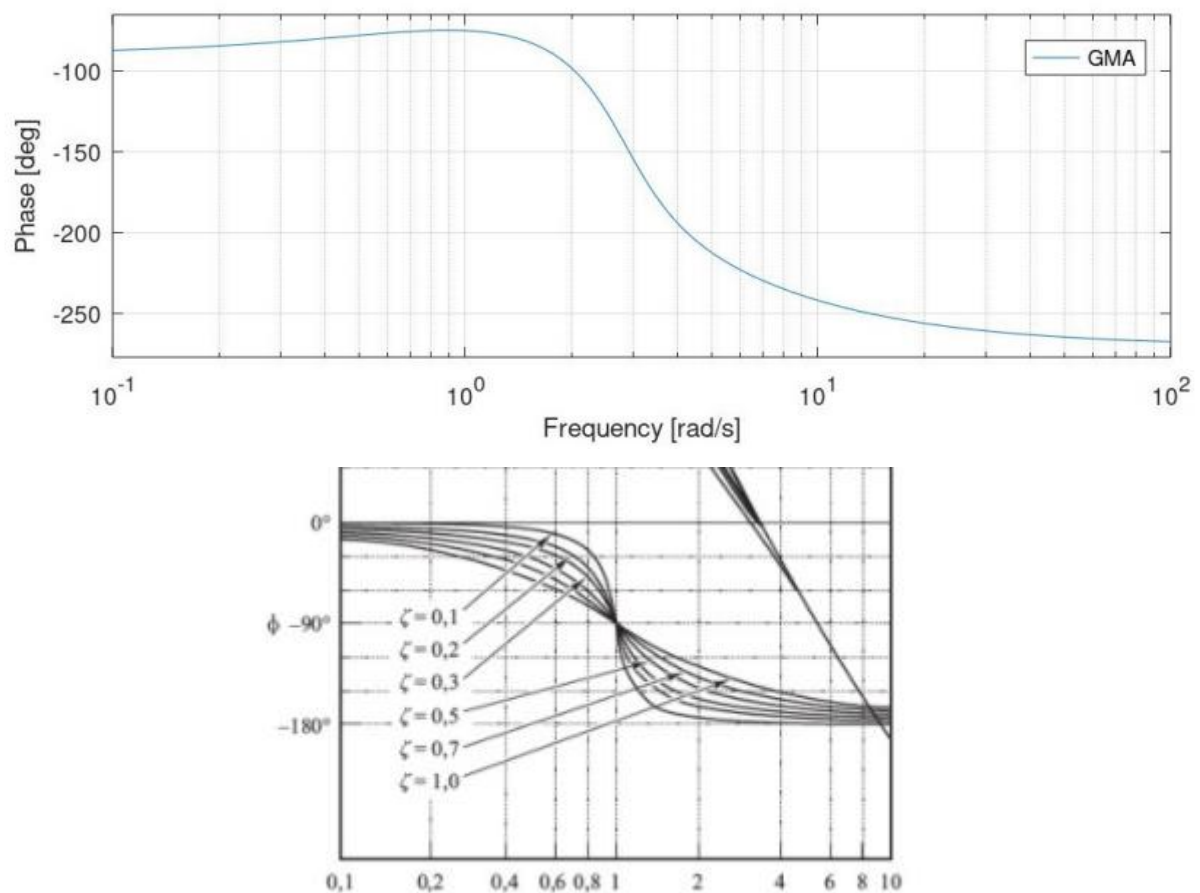
Analisando as assíntotas chegamos a uma frequência de canto para o polo complexo de 2.8 rad/s .



Assim temos a contribuição do polo complexo com:

$$\frac{1}{(1 + 2\xi \frac{jw}{2.8} + (\frac{jw}{2.8})^2)}$$

Podemos determinar ξ analisando a fase do sistema e comprando com a referência fornecida durante as aulas:



Nossa conclusão é que o ξ que melhor se adequa a imagem fornecida é igual a 0.4.
Nosso polo complexo portanto é dado por:

$$\frac{1}{(1 + 2 \cdot 0.4 \frac{jw}{2.8} + (\frac{jw}{2.8})^2)}$$

O diagrama de Bode fornecido contempla tanto a função de transferencia G_s quanto G_c , portanto nossa função de transferência total em malha aberta será:

$$G_{total} = G_s \cdot G_c = \frac{1}{(1 + 2 \cdot 0.4 \cdot \frac{jw}{2.8} + (\frac{jw}{2.8})^2)} \cdot \frac{0.9}{jw} \cdot \frac{1 + jw}{1 + \frac{jw}{4}}$$

$$G_{total} \Rightarrow G_s \cdot G_c = 28.224 \cdot \frac{s + 1}{s * (s + 4) * (s^2 + 2.24s + 7.84)}$$

No Octave:

```

##ganho de malha aberta
k = 28.224;

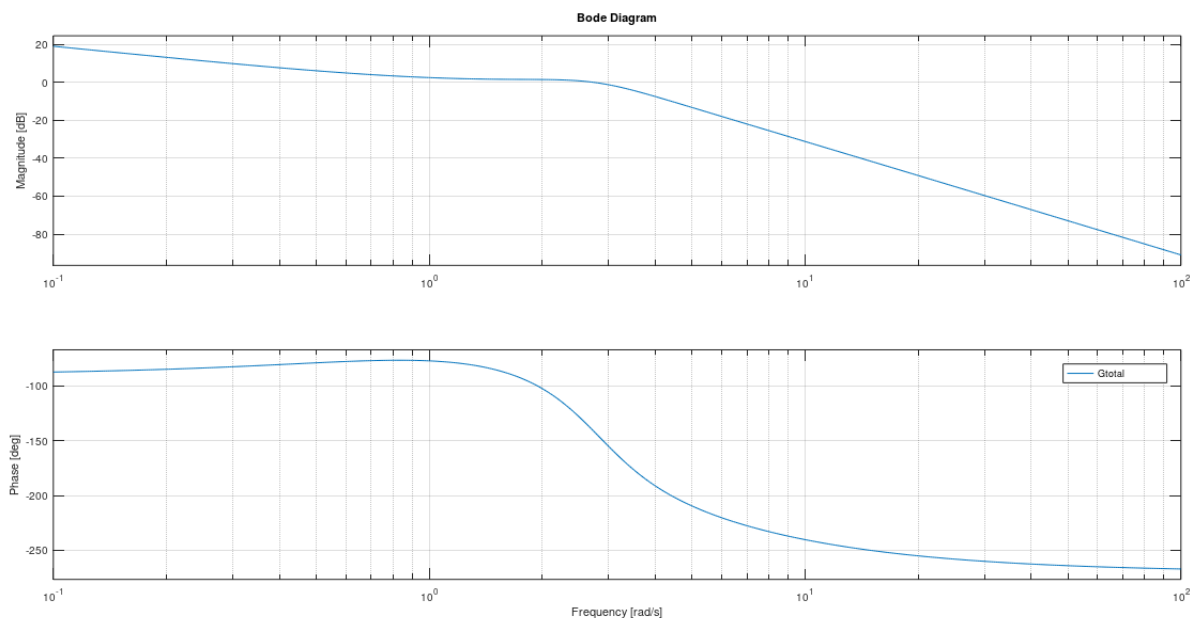
#####
##                               Diagrama de Bode em malha aberta
#####

% -----
%                               Funcao de transferencia encontrada na mão
%

Gtotal = ( k*(s+1) ) / ( s*(s+4)*(s^2+2.24*s + 7.84) )

```

Chegamos ao seguinte diagrama de Bode:



Porém percebemos uma pequena diferença entre o obtido e o fornecido.

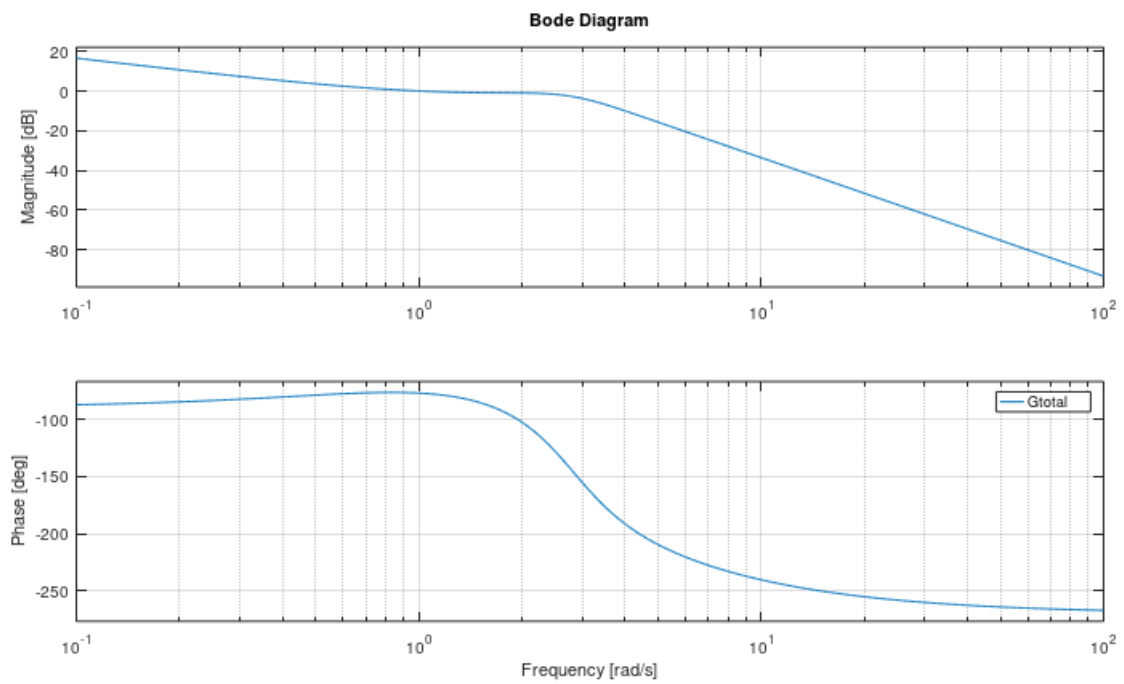
Utilizando o octave analisamos o ponto o valor da magnitude em $\omega_n = 1$ rad/s. O

gráfico fornecido cruza o ponto citado em 0dB, portanto fizemos um ajuste em nosso

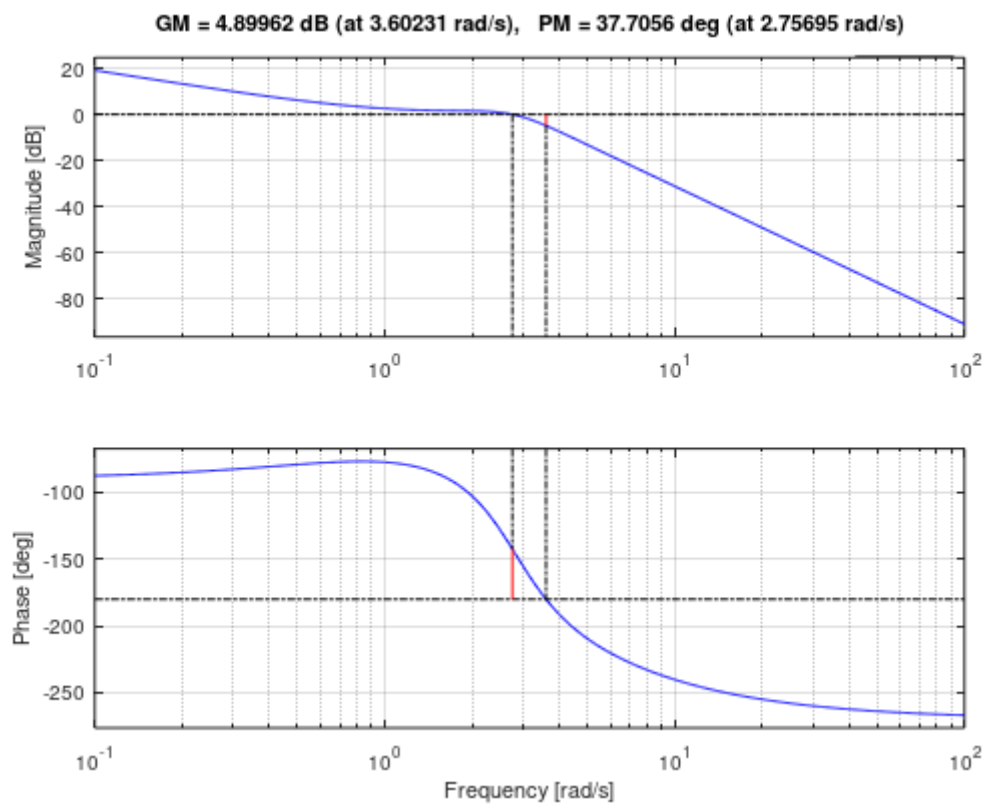
ganho **K** de malha aberta para corresponder ao gráfico fornecido e nosso valor de

28.22 foi redefinido para 21.353

Gráfico ajustado:



Margem de ganho e de fase para $K = 21.253$



Ao fechar a malha chegamos nos seguintes resultados:


Ganho k: 21.353

Pico ress: 2.525

Freq ress: 2.915
Banda pass: 0.722
Sobressinal: -0.00%

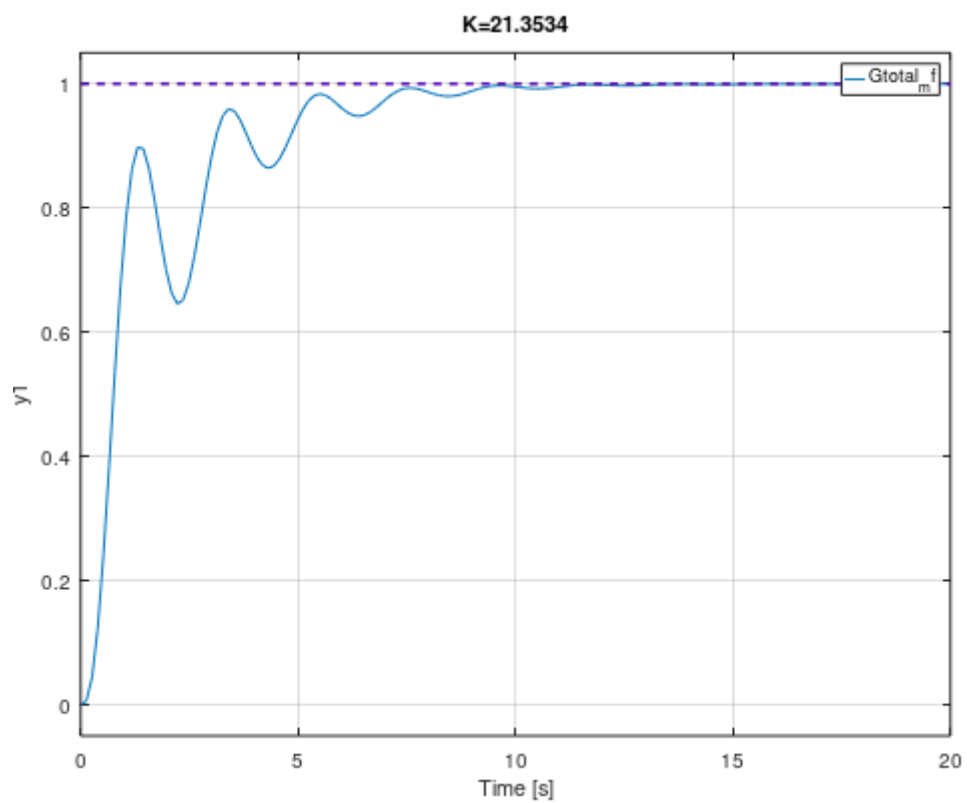
Ganho k: 22.000
Pico ress: 2.899
Freq ress: 2.915
Banda pass: 0.722
Sobressinal: -0.00%

Ganho k: 25.000
Pico ress: 4.741
Freq ress: 3.199
Banda pass: 0.955
Sobressinal: 2.12%

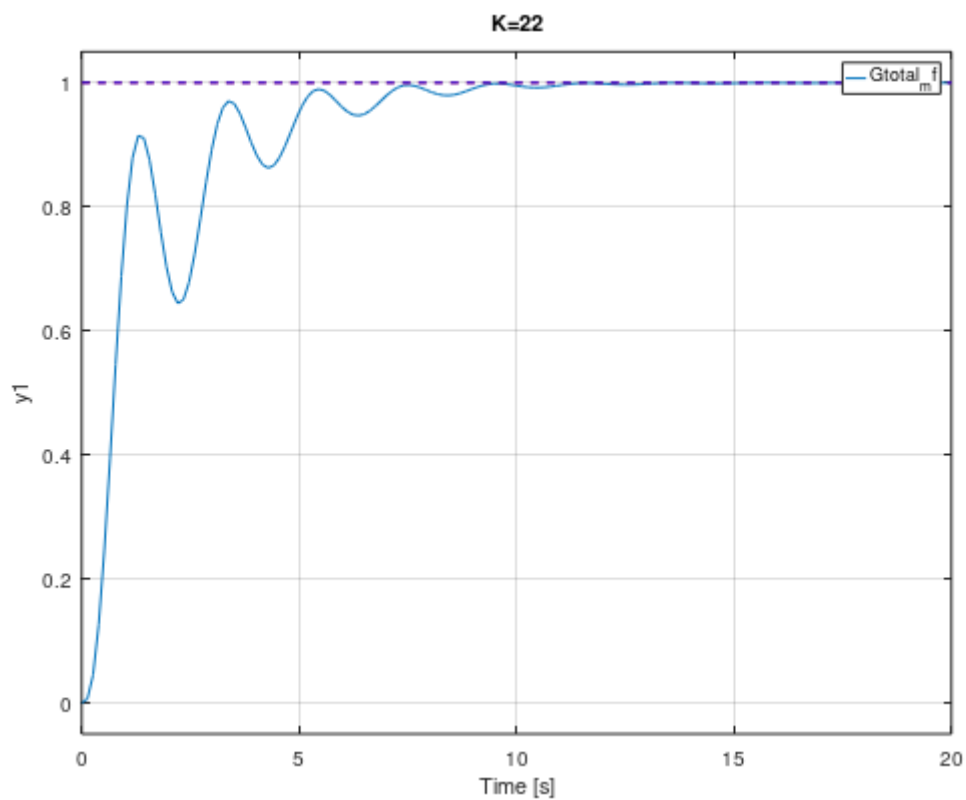
Revisitando o que vimos durante a disciplina de controle II sabemos que quanto maior  a banda de passagem mais rápido nosso sistema responde e menor seu tempo de acomodação. Um vez que tanto para $K = 22$ quanto para $K = 25$ temos um sobressinal inferior a 5%, pela banda de passagem chegamos a conclusão que $K = 25$ é a melhor escolha.

O mesmo pode ser confirmado aplicando-se um degrau a entrada e observando a saída:

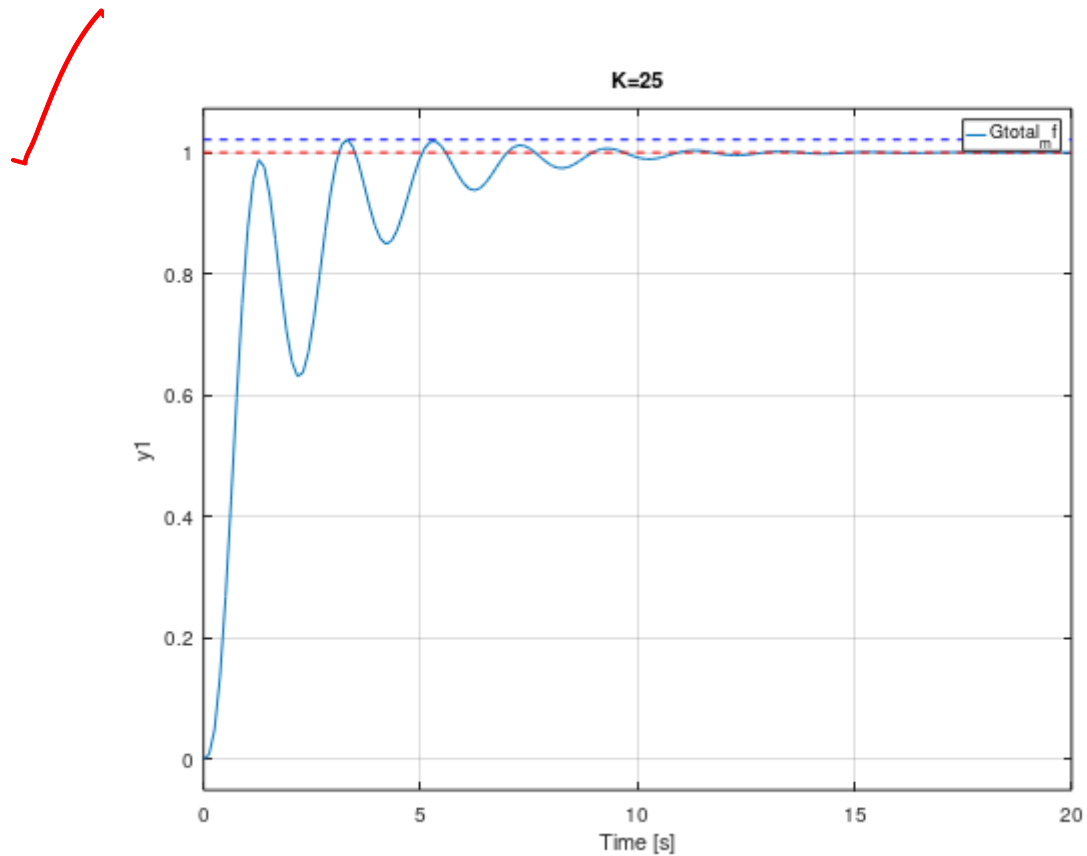
Degrau com o ganho de K inicial para ser adotado como referência:



Resposta ao degrau para o sistema com K=22:



Resposta ao degrau para o sistema com K=25:



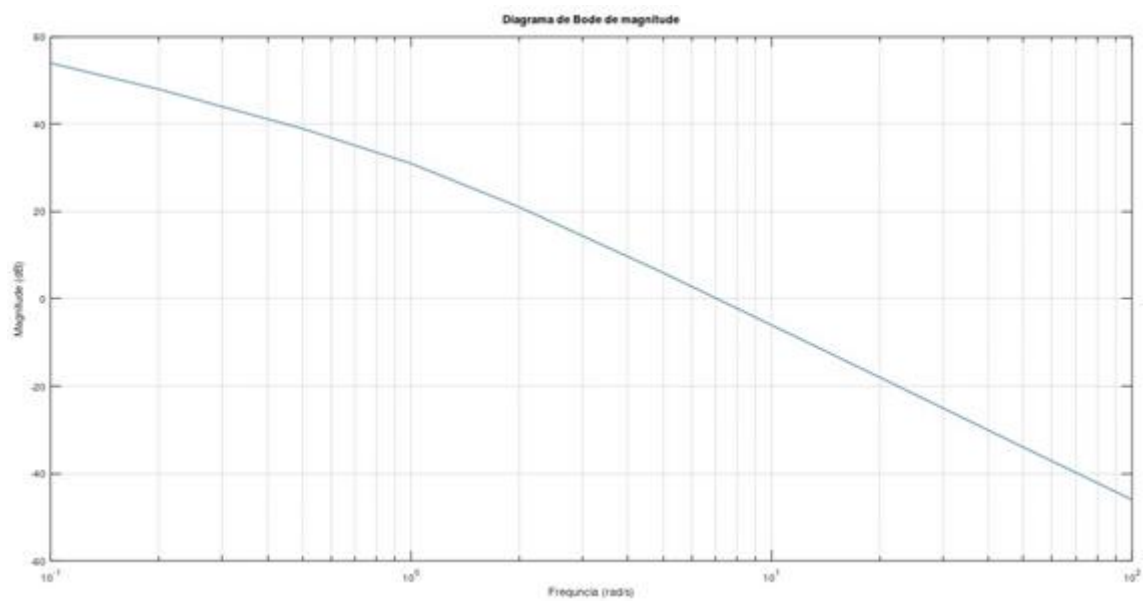
1.2 Exercício 2

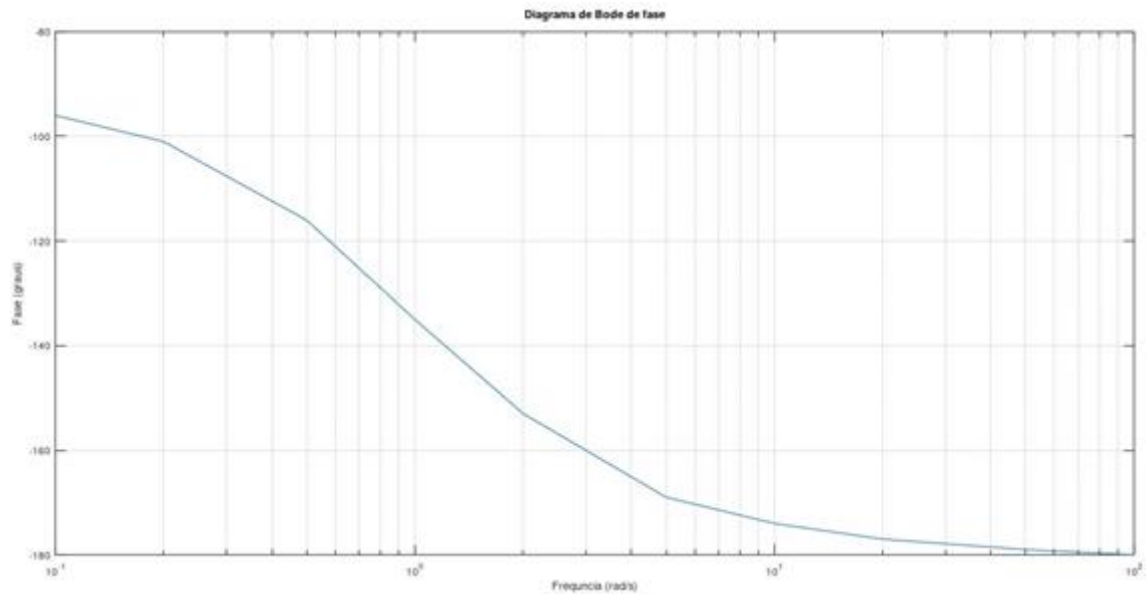
Foi medida experimentalmente a resposta em frequência de um sistema cujos dados estão apresentados na tabela a seguir. Desenhe os diagramas de Bode e determine a função de transferência $G(s)$ correspondente.

ω	$ G(j\omega) (dB)$	$\angle G(j\omega)(^\circ)$
----------	--------------------	-----------------------------

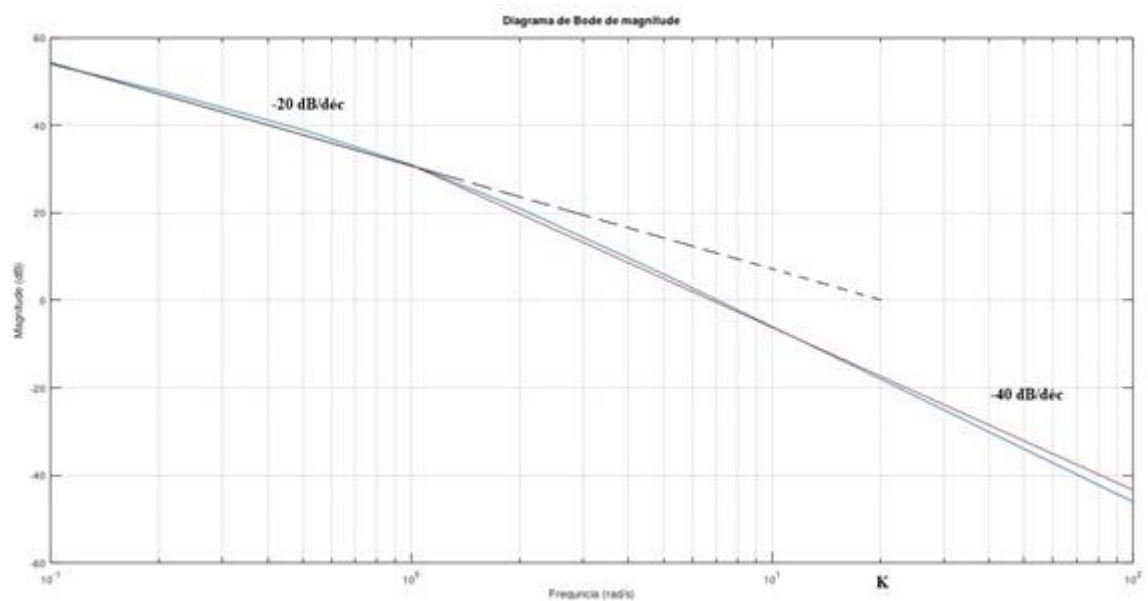
0,1	54	-96
0,2	48	-101
0,5	39	-116
1	31	-135
2	21	-153
5	6	-169
10	-6	-174
20	-18	-177
50	-34	-179
100	-46	-180

Utilizando os pontos dados na tabela obtém-se os seguintes diagramas (eixo da frequência em escala logarítmica).





Aproximando as retas que conectam os pontos do diagrama de magnitude por duas retas, uma de -20 dB/déc e outra de -40 dB/déc (somando -20 dB/déc anterior com mais -20 dB/déc), obtém-se o diagrama abaixo. O ganho K da função de transferência é encontrado estendendo a reta de -20 dB/déc até o ponto de cruzamento com a magnitude de 0 dB, a frequência associada a essa magnitude corresponde ao ganho da função de transferência.



- **Primeira assíntota:**

-20 dB/década;

Magnitude = 0 em $\omega = 20$ rad/s, então $K = 20$;

Polo na origem = $1/j\omega$.



- **Segunda assíntota:**

-40 dB/década;

Frequência de canto de aproximadamente 1 rad/s;

Polo fora da origem = $1/(1+j\omega)$



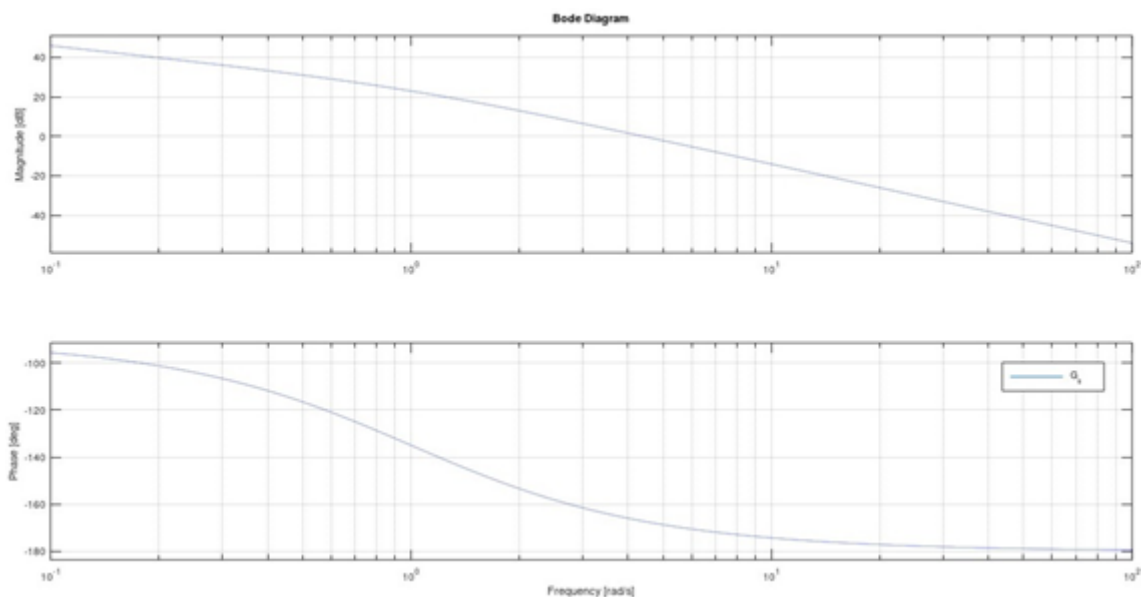
Função de transferência de malha aberta:

$$G(j\omega) = \left(\frac{20}{j\omega} \right) \left(\frac{1}{1+j\omega} \right) = \frac{20}{j\omega(1+j\omega)}$$

$$G(s) = \frac{20}{s(s+1)}$$



Afigura abaixo mostra o diagrama de Bode de $G(s)$.

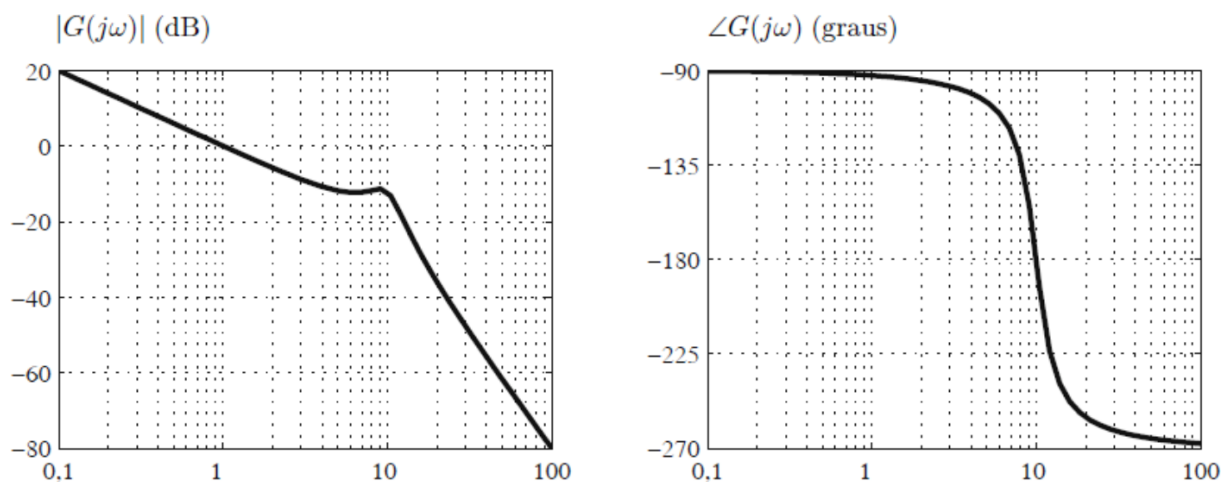




O diagrama de Bode de fase da função de transferência analítica é bem próximo do obtido experimentalmente através dos pontos fornecidos pela tabela. Assim pode ser constatado que se trata de um sistema de fase mínima.

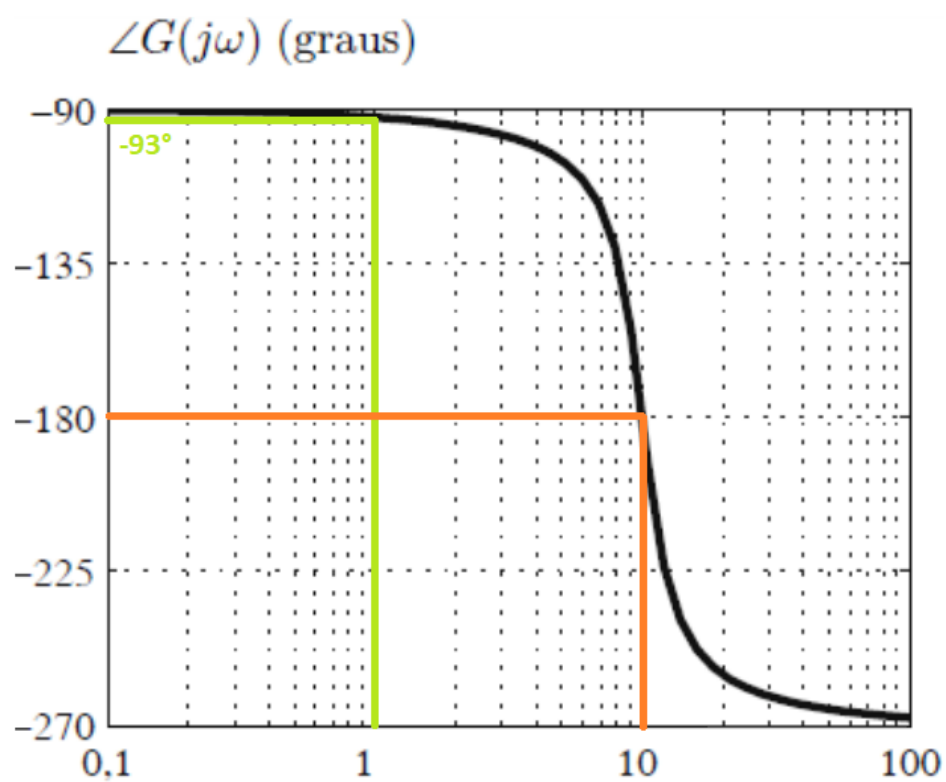
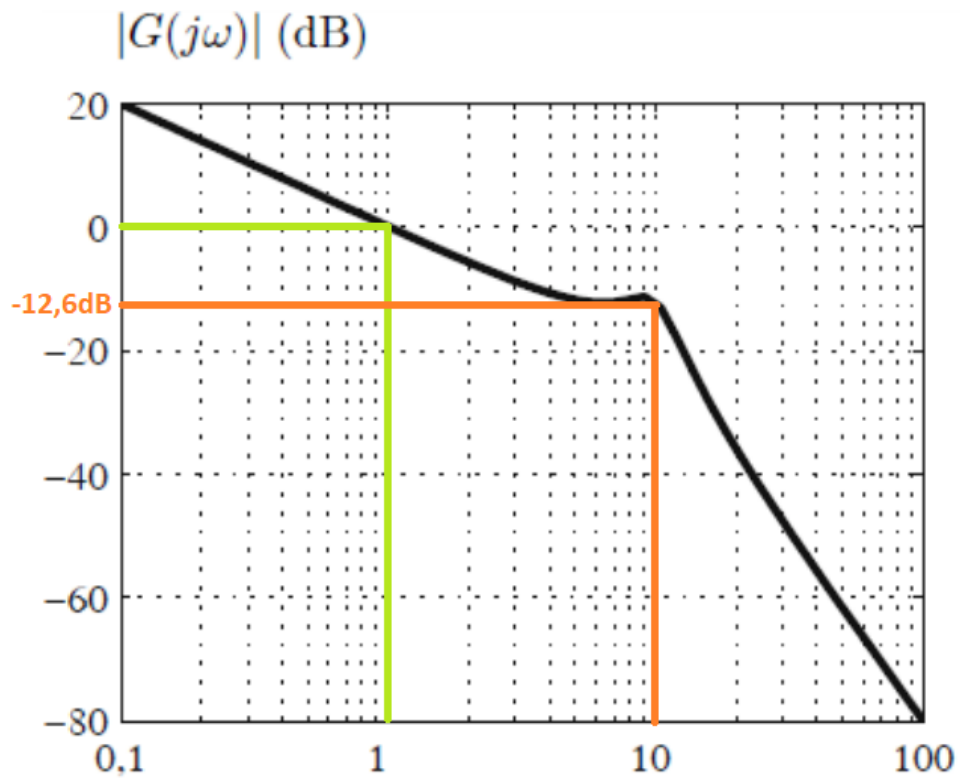
1.3 Exercício 3

A resposta em frequência de um sistema em malha aberta $G(j\omega)$ está indicada na Figura.



1) Determine as margens de ganho e de fase. O sistema em malha fechada com realimentação unitária é estável ou instável?

Podemos analisar graficamente os diagramas e traçar as frequências de 0db e fase - 180°. Para facilitar a visualização vamos alinhar as frequências.



Contando o número de pixels conseguimos chegar em uma margem de ganho de 12,6dB e uma margem de fase de 87°.

Como temos uma margem de ganho de 12dB em malha aberta podemos afirmar que o sistema é estável em malha fechada com realimentação unitária.

2) Supondo que no sistema em malha aberta seja feita uma realimentação unitária, determine o valor do erro no estado estacionário do sistema em malha fechada quando é aplicado um degrau unitário na referência.

Analisando o gráfico de magnitude observamos que para baixas frequências temos uma queda de 20db/década, portanto podemos caracterizar nosso sistema como um sistema do tipo 1.

Sistemas tipo 1 apresentam erro estacionário nulo para entradas ao degrau, portanto caso a malha fosse fechada em realimentação unitária o sistema seguiria com perfeição a referência do degrau unitário.

Anexo A – Código Exercício 1

```
##Sistemas de controle II | Lista Aula 6 Questão 1

##Reseta ambiente
clear all;
close all;
clc;

##Carrega pacote de controle
pkg load control;

##Operador
s = tf('s');

##referencia para entrada ao degrau
ref =1;
##ganho de malha aberta
k = 28.224;
##vetor de frequencias
w = logspace(-2,2,100);

#####
                        Diagrama de Bode em malha aberta
#####

% - - - - -
%                               Funcao de transferencia encontrada na mão
%

Gtotal = ( k*(s+1) )/ ( s*(s+4)*(s^2+2.24*s + 7.84))

% - - - - -
%                               ajustando a FT encontrada
%

##O diagrama fornecido passa em zero db qnd wn = 1, por isso
##vamos determinar o ganho atual em wn =1 e achar
##o ajuste que garante nosso diagrama de Bode pra 0db em wn=1

[mag, phase, w] = bode(Gtotal, w);
n=1;

while ( w(n)<=1) %% itera até encontrar wn=1
    n=n+1;
end
##Ganho atual em wn=1 [em dB]
ganho_omega1 = 20*log10(mag(n));

##fator que corrigem o ganho para 0dB
ajuste = 10^(ganho_omega1/-20);
%remove o ganho atual
Gtotal=Gtotal/k;
%calibra o ganho para o fator encontrado
k=k*ajuste
%atualiza a FT
Gtotal=Gtotal*k;
```

```

%plota diagrama de bode corrigido
figure;
bode(Gtotal)

#####
                        Diagrama de Bode em malha fechada
#####

% - - - - -
%
%                                diagrama com o ganho k inicial
%
k_atual = k;
Gtotal_mf = feedback(Gtotal, 1);
##figure;
##bode(Gtotal_mf);
##title(['K=' num2str(k)]);

[mag, phase, w] = bode(Gtotal_mf, w);
[Mp,i] = max(mag);
pico_ress = 20*log10(Mp);
freq_ress = w(i);
n=1;
while (20*log10(mag(n))>=-3)
n=n+1;
end
banda_pass = w(n);

##Resposta ao degrau
##máximo sobressinal Mss
[y,x] = step(Gtotal_mf);
yp = max(y);
Mss = 100*(yp-ref)/ref;

## Verbose
printf("\nGanho k:\t %0.3f\n", k)
printf("Pico ress:\t %0.3f \n", pico_ress)
printf("Freq ress:\t %0.3f \n", freq_ress)
printf("Banda pass:\t %0.3f \n", banda_pass)
printf("Sobressinal:\t %0.2f%%\n", Mss)
printf("- - - - - \n")

##Graficos de saída
figure;
%resposta ao degrau
step(Gtotal_mf);
hold on;
%referência do degrau
plot([0 20],[ref ref], '--r', 'linewidth',0.5);
%pico sobressinal
plot([0 20],[yp yp], '--b', 'linewidth',0.5);
%titulo de acordo com K
title(['K=' num2str(k_atual)]);

% - - - - -
%
%                                diagrama com ganho k de 22
%
k_atual=22;

```

```

Gtotal_mf = feedback(Gtotal*(k_atual/k), 1);
##figure;
##bode(Gtotal_mf);
##title(["K=" num2str(k_atual)]);

[mag, phase, w] = bode(Gtotal_mf, w);
[Mp,i] = max(mag);
pico_ress = 20*log10(Mp);
freq_ress = w(i);
n=1;
while(20*log10(mag(n))>=-3)
n=n+1;
end
banda_pass = w(n);

##Resposta ao degrau
##máximo sobressinal Mss
[y,x] = step(Gtotal_mf);
yp = max(y);
Mss = 100*(yp-ref)/ref;

## Verbose
printf("\nGanho k:\t %0.3f\n", k_atual)
printf("Pico ress:\t %0.3f \n", pico_ress)
printf("Freq ress:\t %0.3f \n", freq_ress)
printf("Banda pass:\t %0.3f \n", banda_pass)
printf("Sobressinal:\t %0.2f%%\n", Mss)
printf("- - - - - \n")

##Graficos de saída
figure;
%resposta ao degrau
step(Gtotal_mf);
hold on;
%referência do degrau
plot([0 20],[ref ref], '--r', 'linewidth',0.5);
%pico sobressinal
plot([0 20],[yp yp], '--b', 'linewidth',0.5);
%titulo de acordo com K
title(["K=" num2str(k_atual)]);

% - - - - -
%
%                               diagrama com ganho k de 25
%
k_atual=25;

Gtotal_mf = feedback(Gtotal*(k_atual/k), 1);
##figure;
##bode(Gtotal_mf);
##title(["K=" num2str(k_atual)]);

[mag, phase, w] = bode(Gtotal_mf, w);
[Mp,i] = max(mag);
pico_ress = 20*log10(Mp);
freq_ress = w(i);
n=1;
while(20*log10(mag(n))>=-3)

```

```

n=n+1;
end
banda_pass = w(n);

##Resposta ao degrau
##máximo sobressinal Mss
[y,x] = step(Gtotal_mf);
yp = max(y);
Mss = 100*(yp-ref)/ref;

## Verbose
printf("\nGanho k:\t %0.3f\n", k_atual)
printf("Pico ress:\t %0.3f \n", pico_ress)
printf("Freq ress:\t %0.3f \n", freq_ress)
printf("Banda pass:\t %0.3f \n", banda_pass)
printf("Sobressinal:\t %0.2f%%\n", Mss)
printf("- - - - - \n")

##Graficos de saída
figure;
%resposta ao degrau
step(Gtotal_mf);
hold on;
%referência do degrau
plot([0 20],[ref ref], '--r', 'linewidth',0.5);
%pico sobressinal
plot([0 20],[yp yp], '--b', 'linewidth',0.5);
%titulo de acordo com K
title(["K=" num2str(k_atual)]);

```

Anexo B – Código Exercício 2

```

clear all;
close all;
clc;

pkg load control

w = [0.1 0.2 0.5 1 2 5 10 20 50 100];
M_G = [54 48 39 31 21 6 -6 -18 -34 -46];
F_G = [-96 -101 -116 -135 -153 -169 -174 -177 -179 -180];

figure(1)
semilogx(w,M_G)
grid
title('Diagrama de Bode de magnitude')
xlabel('Frequencia (rad/s)')
ylabel('Magnitude (dB)')

figure(2)
semilogx(w,F_G)
grid
title('Diagrama de Bode de fase')
xlabel('Frequencia (rad/s)')
ylabel('Fase (graus)')

```

```
s = tf('s');  
G_s = 20/(s * (s + 1))  
  
w = logspace(-1,2,100000);  
figure(3)  
bode(G_s,w)
```