



**UFABC - Universidade Federal do ABC**

## Sistemas de Controle II

Compensadores por Avanço e Atraso de Fase

Prof<sup>a</sup> Dra. Heloise Assis Fazzolari

[heloise.fazzolari@ufabc.edu.br](mailto:heloise.fazzolari@ufabc.edu.br)

Sala 717-1, 7<sup>º</sup> andar, Torre 1, Bloco A - Campus Santo André

3<sup>º</sup> Quadrimestre de 2021

# Introdução

A compensação por avanço de fase aumenta a largura de faixa, acelera a resposta e diminui o sobre-sinal máximo do sistema.

A compensação por atraso de fase aumenta o ganho nas baixas frequências, diminuindo o erro estacionário, mas reduz a velocidade de resposta.

Para uma entrada senoidal, a saída em regime estacionário de um compensador atraso-avanço é senoidal com um deslocamento de fase que é função da frequência de entrada. Este ângulo de fase varia de atraso para avanço conforme a frequência varia de zero até infinito.

Uma maneira de atender os requisitos de regime permanente e resposta transitória é projetar a compensação com atraso de fase para reduzir o ganho em alta frequência, estabilizar o sistema e melhorar o erro em regime permanente e então projetar um compensador por avanço de fase para atender aos requisitos de margem de fase.

Porém, pode ser mais econômico utilizar uma única estrutura passiva para executar ambas as tarefas, uma vez que o amplificador para isolamento que separa a estrutura de avanço de fase da estrutura de atraso de fase pode ser eliminado.

Nesta aula iremos realizar o projeto de uma estrutura passiva única, cuja função de transferência é:

$$G_c(s) = K_c \left( \frac{s + \frac{1}{T_1}}{s + \frac{1}{\alpha T_1}} \right) \left( \frac{s + \frac{1}{T_2}}{s + \frac{1}{\beta T_2}} \right), \quad \beta > 1, \quad 0 < \alpha < 1.$$

O primeiro termo entre parênteses produz o efeito da rede em avanço.

O segundo termo produz o efeito da rede em atraso.

A restrição que devemos obedecer aqui é que um único valor substitui o parâmetro  $\alpha$  da estrutura de atraso de fase e o parâmetro  $\beta$  da estrutura de avanço de fase. Assim, para o nosso projeto escolheremos  $\alpha = 1/\beta$ .

# Projeto de Compensadores por Avanço e Atraso de Fase

- 1 Utilizando uma aproximação de segunda ordem, determine a banda passante em malha fechada requerida para atender ao requisito de tempo de acomodação, instante de pico ou tempo de subida.
- 2 Ajuste o ganho  $K$  para o valor requerido pela especificação de erro em regime permanente.
- 3 Trace os diagramas de Bode de magnitude e de fase para este valor de ganho.
- 4 Utilizando uma aproximação de segunda ordem, calcule a margem de fase para atender ao requisito de fator de amortecimento ou máximo sobressinal.
- 5 Escolha uma nova frequência de margem de fase próxima a  $BW$ .
- 6 Na nova frequência de margem de fase, determine o valor adicional de avanço de fase necessário para atender ao requisito de margem de fase. Acrescente uma pequena contribuição que será necessária após a inclusão do compensador de atraso de fase.

# Projeto de Compensadores por Avanço e Atraso de Fase

- 7 Projete o compensador de atraso de fase escolhendo a frequência de canto superior uma década abaixo da nova frequência de margem de fase. O projeto do compensador de atraso de fase não é crítico, e qualquer projeto para a margem de fase adequada será deixado para o compensador de avanço de fase. O compensador de atraso de fase simplesmente fornece a estabilização do sistema com o ganho requerido para a especificação de erro em regime permanente. Determine o valor de  $\alpha$  a partir dos requisitos do compensador de avanço de fase. Determine  $\beta$  e a frequência de canto inferior do atraso de fase.
- 8 Projete o compensador de avanço de fase. Utilizando o valor de  $\alpha$  do projeto do compensador de atraso de fase e o valor admitido para a nova frequência de margem de fase, determine as frequências de canto inferior e superior do compensador de avanço de fase.
- 9 Verifique a largura de banda para ter certeza de que o requisito de velocidade no Passo 1 foi atendido.
- 10 Reprojete, se as especificações de margem de fase ou transitório não forem atendidas, como mostrado através de análise ou simulação.

# Compensador por atraso-avanço de fase

Projeto do compensador por atraso-avanço de fase

## Exemplo 1

Seja o sistema com realimentação unitária cuja F.T.M.A. é

$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)(s+2)}$$

Deseja-se que a constante de erro estático de velocidade seja  $10 \text{ s}^{-1}$ , a margem de fase seja de  $50^\circ$  e a margem de ganho seja de 10 dB ou mais.

# Compensador por atraso-avanço de fase

Projeto do compensador por atraso-avanço de fase

## Exemplo 2

Dado o sistema com realimentação unitária onde

$$G(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+4)}$$

Projetar um compensador atraso-avanço utilizando diagramas de Bode que leve a um sobre-sinal de 13,5 %, a um instante de pico de 2 s e a  $K_v = 12 \text{ s}^{-1}$ .

# Compensador por atraso-avanço de fase

Projeto do compensador por atraso-avanço de fase

## Exemplo 3

Projete um compensador de avanço e atraso de fase para um sistema com realimentação unitária com

$$G(s) = \frac{K}{s(s+8)(s+30)}$$

Para atender às seguintes especificações: máximo sobressinal de 10 %, a um instante de pico de 0,6 s e a  $K_v = 10 \text{ s}^{-1}$ .



# Compensador por atraso-avanço de fase

Projeto do compensador por atraso-avanço de fase - Comentários finais

## **Sobre a compensação por atraso de fase:**

Compensadores por atraso de fase são basicamente filtros passa baixas. Assim, a compensação por atraso de fase permite atingir um ganho elevado em baixas frequências e reduz o ganho nas frequências críticas (mais altas) de modo a melhorar a margem de fase. Essa atenuação nas altas frequências é útil para fins de projeto.

Vimos que o polo e o zero do compensador por atraso de fase devem estar próximos da origem. Contudo, se eles estiverem desnecessariamente próximos da origem, o sistema em MF terá um polo adicional na mesma região onde se situam o polo e o zero do compensador.

Esse polo próximo da origem faz com que a atenuação da resposta transitória seja lenta, e o tempo de acomodação fica excessivamente elevado.

# Compensador por atraso-avanço de fase

## Projeto do compensador por atraso-avanço de fase - Comentários finais

A atenuação fornecida pelo compensador por atraso de fase deslocará a frequência de cruzamento do ganho para a esquerda, para um valor no qual a margem de fase é maior. Assim, há o efeito adverso de reduzir a banda passante do sistema, o que deixa a resposta transitória mais lenta. O compensador por atraso de fase tende a integrar o sinal de entrada, atuando aproximadamente como um controlador PI. Assim, o sistema compensado tende a ser menos estável. Para evitar essa característica, a constante de tempo  $T$  deve ser suficientemente maior que a maior constante de tempo do sistema.

# Compensador por atraso-avanço de fase

## Projeto do compensador por atraso-avanço de fase - Comentários finais

Não são todos os sistemas dinâmicos que podem ser compensados por controladores em avanço, atraso ou avanço-atraso. Para alguns sistemas nos quais não é possível aplicar o método do LGR ou da resposta em frequência, pode-se tentar o controlador por alocação de polos.

A compensação por avanço de fase é utilizada para melhorar as margens de estabilidade do sistema. Ela aumenta a frequência de cruzamento do ganho (o compensador por atraso de fase diminui a frequência de cruzamento do ganho). Esse efeito do avanço de fase significa um aumento da banda passante do sistema.

# Compensador por atraso-avanço de fase

## Projeto do compensador por atraso-avanço de fase - Comentários finais

O aumento da banda passante significa maior velocidade de resposta do sistema em MF. A banda passante do sistema compensado por avanço de fase é sempre maior que a do sistema compensado por atraso de fase. Assim, se desejarmos aumentar a velocidade de resposta do sistema, devemos utilizar a compensação por avanço de fase.

Por outro lado, se o sistema tiver entrada de ruído, uma banda passante alta pode ser indesejável, pois ela fará com que o sistema mantenha a amplitude dos sinais de ruído (presente nas altas frequências).

# Compensador por atraso-avanço de fase

## Projeto do compensador por atraso-avanço de fase - Comentários finais

A compensação por avanço de fase requer um aumento adicional do ganho para compensar a atenuação inerente à rede por avanço de fase. Isso significa que a compensação por avanço de fase requer um ganho maior do que o necessário para compensação por atraso de fase. Um ganho maior implica em custos maiores.

A compensação por avanço de fase pode gerar sinais de maior amplitude no sistema. Esses sinais amplificados podem causar saturação no sistema.

A compensação por atraso de fase reduz o ganho do sistema nas altas frequências sem reduzi-lo nas baixas frequências. Pelo fato de o ganho nas altas frequências ser reduzido, pode-se aumentar o ganho total do sistema.

# Compensador por atraso-avanço de fase

## Projeto do compensador por atraso-avanço de fase - Comentários finais

Aumenta-se, assim, o ganho em baixas frequências, melhorando a precisão do sistema em regime estacionário. Além disso, os ruídos de alta frequência podem ser atenuados.

A compensação por atraso de fase introduz um par polo-zero próximo à origem, que gera uma longa cauda de pequena amplitude na resposta transitória do sistema (tempo de acomodação mais elevado).

Se desejarmos ter resposta rápida e erro estacionário reduzido, podemos empregar um compensador atraso-avanço. Ele permite que o ganho em baixa frequência seja aumentado e, ao mesmo tempo, pode-se aumentar a banda passante e as margens de estabilidade.

# Compensador por atraso-avanço de fase

## Projeto do compensador por atraso-avanço de fase - Comentários finais

Embora possamos resolver muitas situações práticas pela aplicação dos compensadores por avanço, atraso ou avanço atraso, para sistemas mais complexos esses métodos podem não fornecer bons resultados. Então, deve-se aplicar outros tipos de compensação (mais sofisticados).

Cancelamento de polos indesejáveis: Pode-se cancelar, por exemplo, um polo da planta com constante de tempo  $T_1$  elevada:

$$\left( \frac{1}{1 + T_1 s} \right) \left( \frac{1 + T_1 s}{1 + T_2 s} \right) = \frac{1}{1 + T_2 s}$$

Se  $T_2$  for muito menor que  $T_1$ , pode-se de fato eliminar o polo com constante de tempo elevada.

# Compensador por atraso-avanço de fase

## Projeto do compensador por atraso-avanço de fase - Comentários finais

Esse cancelamento deixa a resposta do sistema mais rápida.

Quando o sistema tiver um polo instável, o cancelamento polo-zero não deve ser utilizado, pois o cancelamento exato é fisicamente impossível, devido às imprecisões no modelo do sistema e outros erros. Um polo instável, se não for exatamente cancelado com o zero do compensador, poderá levar o sistema a uma operação instável (a resposta vai conter um termo exponencial que aumenta com o tempo).

Note que se o cancelamento inexato ocorrer entre um par polo-zero no SPE, isso ocasionará uma componente de pequena amplitude e longa duração na resposta do sistema.



# Compensador por atraso-avanço de fase

## Projeto do compensador por atraso-avanço de fase - Comentários finais

### Cancelamento de polos complexos conjugados indesejáveis

Se a FT da planta contiver um ou mais pares de polos complexos conjugados, um compensador por avanço, atraso ou avanço-atraso pode não produzir bons resultados. Nesse caso, uma rede com 2 zeros e 2 polos pode ser útil. Se forem escolhidos zeros que cancelem os polos complexos conjugados indesejáveis, poderemos substituir os polos indesejáveis por polos aceitáveis.

Assim, se os polos complexos conjugados indesejáveis estiverem no SPE e tiverem a seguinte forma:

$$\frac{1}{s^2 + 2\xi_1\omega_1s + \omega_1^2}$$

# Compensador por atraso-avanço de fase

## Projeto do compensador por atraso-avanço de fase - Comentários finais

Se utilizarmos uma rede de compensação com a seguinte FT:

$$\frac{s^2 + 2\xi_1\omega_1s + \omega_1^2}{s^2 + 2\xi_2\omega_2s + \omega_2^2}$$

Teremos uma alteração efetiva dos polos complexos conjugados indesejáveis para polos aceitáveis. Mesmo que o cancelamento não seja exato, o sistema compensado apresentará características de resposta melhores.

Neste curso, vimos como projetar controladores calculando suas FT's. Em problemas reais de projeto, devemos escolher também os equipamentos. Dessa forma, surgem restrições adicionais, como custo, tamanho e confiabilidade.

# Compensador por atraso-avanço de fase

## Projeto do compensador por atraso-avanço de fase - Comentários finais

O sistema projetado deve atender às especificações sob condições normais de operação, mas ele pode sofrer desvios das especificações quando houver alterações ambientais, por exemplo. Essas alterações podem mudar valores de ganhos e constantes de tempo do sistema. Então, torna-se necessário elaborar ajustes de ganho para compensar essas alterações e também efeitos de não linearidades que não foram levadas em conta no projeto, além de tolerâncias de fabricação inerentes ao sistema (controle robusto). Ainda deve-se considerar que qualquer sistema está sujeito a variações devidas à deterioração (manutenção).