Lab 7 - PID

$$P(s) = \frac{1}{(s+3)(s+6)(s+10)}$$

sobresinal = 10% ; $H(s) = 1$

PID:

$$K(s) = K_p\left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right)$$

Fazendo $T_i = \infty$ e $T_d = 0$, a malha fechada fica:

$$G(s) = K(s) \cdot P(s) = K_p \cdot P(s)$$

$$T(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s) \cdot H(s)} = \frac{K_p P(s)}{1 + K_p P(s) \cdot 1}$$; fazendo den $= (s+3)(s+6)(s+10)$:

$$T(s) = \frac{\frac{K_p}{den}}{1 + \frac{K_p}{den}} = \frac{\frac{K_p}{\cancel{den}}}{\frac{den + K_p}{\cancel{den}}} = \frac{K_p}{den + K_p} = \frac{K_p}{(s+3)(s+6)(s+10) + K_p}$$

$$T(s) = \frac{K_p}{s^3 + 19s^2 + 108s + 180 + K_p}$$

Aplicando o critério de Routh:

s^3	1	108
s^2	19	$(180+K_p)$
s^1	$\frac{2052 - (180+K_p)}{19}$	
s^0	$(180+K_p)$	

$\Rightarrow$ Para o ponto crítico

$$\frac{2052 - (180+K_p)}{19} = 0$$

$$K_p = 2052 - 180 = 1872$$

$\therefore K_{cr} = 1872$

A eq característica para $T(s)$ com $K_{cr} = 1872$:

$$s^3 + 19s^2 + 108s + \underbrace{180 + 1872}_{2052} = 0$$

Na condição marginalmente estável temos os polos com parte real nula e parte imaginária ω, ou seja $s = 0 + j\omega$

Subst na eq característica:

$$(j\omega)^3 + 19(j\omega)^2 + 108(j\omega) + 2052 = 0 \Rightarrow$$

$$-j\omega^3 - 19\omega^2 + 108j\omega + 2052 = 0 \Rightarrow$$

$$2052 - 19\omega^2 + j\omega(108 - \omega^2) = 0$$

$$19(108 - \omega^2) + j\omega(108 - \omega^2) = 0 \Rightarrow \omega^2 = 108 \Rightarrow \omega = \sqrt{108}$$

O período pode ser obtido a partir da frequência:

$$P_{cr} = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{108}} = 0{,}6046\,s$$

Seguindo a tabela Ziegler-Nichols:

$$K_p = 0{,}6\,K_{cr} = 0{,}6 \cdot 1872 = 1123{,}2$$

$$T_i = 0{,}5\,P_{cr} = 0{,}5 \cdot 0{,}6646 = 0{,}3023$$

$$T_d = 0{,}125\,P_{cr} = 0{,}125 \cdot 0{,}\cancel{60}46 = 0{,}75575$$

$$K(s) = 1123{,}2\left(1 + \frac{1}{0{,}3023 s} + 0{,}75575 s\right)$$