Projeto de controlador PID baseado na regra de Ziegler-Nichols

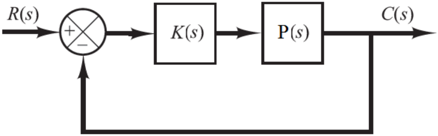
Prof. Dr. Helói F. G. Genari
email:heloi.genari@ufabc.edu.br

Quadrimestre Suplementar

Sumário

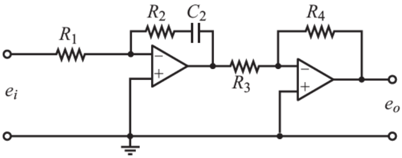
- Ação **proporcional**;
- Ação **proporcional-integral**;
- Ação **proporcional-integral-derivativa**.

- A seguir está o diagrama de controle em **malha fechada**:



- **Controlador proporcional**: $K(s) = K_p$;
- **Controlador proporcional-integral (PI):** $K(s) = K_p + \frac{K_i}{s}$;
- Um possível **circuito** de um **controlador PI** é apresentado a seguir:

$$K(s) = \frac{E_0(s)}{E_I(s)} = \frac{R_4}{R_3}\frac{R_2}{R_1}\frac{(R_2C_2s + 1)}{R_2C_2s}$$

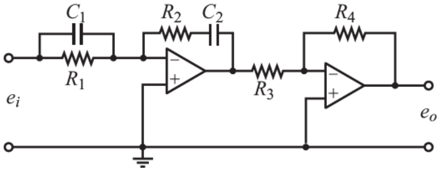


- **Controlador proporcional-integral-derivativo (PID):**

$$
\begin{aligned}
K(s) &= K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s \\
&= Kp\left(1 + \frac{K_i}{K_p}\frac{1}{s} + \frac{K_d}{K_p}s\right) \\
&= Kp\left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right)
\end{aligned}
$$

- O **controlador** pode ser **implementado** pelo seguinte circuito:

$$
K(s) = \frac{E_0(s)}{E_I(s)} = \frac{R_4}{R_3}\frac{R_2}{R_1}\frac{(R_1C_1s+1)(R_2C_2s+1)}{R_2C_2s}
$$



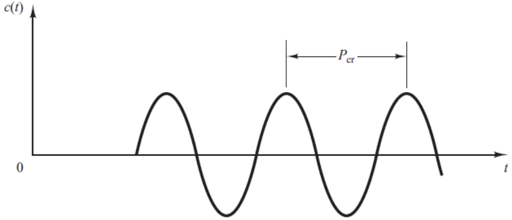
Controlador PID: vantagens

- **Simplicidade funcional**;
- **Robustez**;
- **Implementação simples**;
- **Algumas técnicas** de projeto **não necessitam do modelo da planta**.

- Método usado para obter os valores de K_p, K_d e K_i;

- O método usa a **resposta temporal** para determinar os parâmetros do controlador;

- **Método:** fazer $T_d = 0$ e $T_i = \infty$ e aumentar K_p até que o sistema tenha oscilações constantes (K_{cr});



Os **parâmetros do controlador** são obtidos segundo a tabela:

Tipo do controlador	K_p	T_i	T_d
P	$0.5K_{cr}$	∞	0
PI	$0.45K_{cr}$	$\frac{1}{1.2}P_{cr}$	0
PID	$0.6K_{cr}$	$0.5P_{cr}$	$0.125P_{cr}$

Exemplo: projetar um controlador PID para a seguinte planta em realimentação unitária negativa:

$$P(s) = \frac{1}{s(s+1)(s+5)},$$

em que o sobressinal deve ser menor de 20%.

- Fazendo $T_i = \infty$ e $T_d = 0$, a **malha fechada** com o ganho proporcional K_p é:

$$T(s) = \frac{K_p}{s(s+1)(s+5)+K_p} = \frac{K_p}{s^3+6s^2+5s+K_p}$$

- Aplicando o **critério de estabilidade de Routh**:

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & 1 & 5 \\ s^2 & 6 & K_p \\ s^1 & \frac{30-K_p}{6} & \\ s^0 & K_p & \end{array}$$

- O valor crítico de K_p é de $K_{cr} = 30$;

- A **equação característica** considerando o ganho crítico é:

$$s^3 + 6s^2 + 5s + 30 = 0$$

- Substituindo $s = j\omega$ na equação característica, tem-se:

$$(j\omega)^3 + 6(j\omega)^2 + 5(j\omega) + 30 = 0,$$

  que pode ser reescrita como:

$$6(5 - \omega^2) + j\omega(5 - \omega^2) = 0.$$

- A **frequência de oscilação** com o ganho crítico é:

$$\omega_{cr}^2 = 5 \qquad \Rightarrow \qquad \omega_{cr} = \sqrt{5}\text{rad/s}$$

- Assim, pode-se escrever que:

$$P_{cr} = \frac{2\pi}{\omega_{cr}} = \frac{2\pi}{\sqrt{5}} = 2.80\text{s}$$

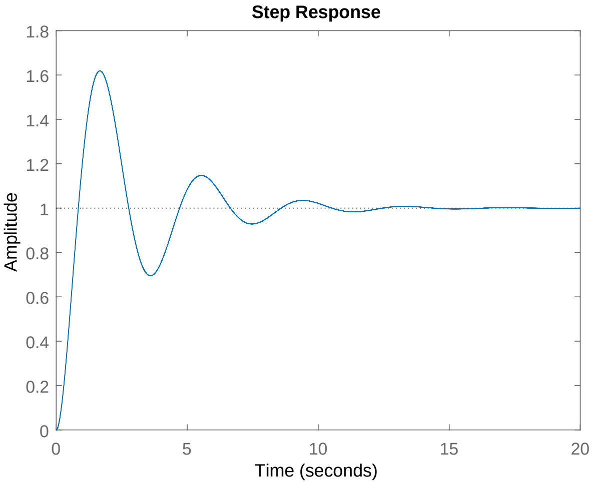
- O **parâmetros do controlador** são (tabela):

$$\begin{aligned} K_p &= 0.6K_{cr} = 18 \\ T_i &= 0.5P_{cr} = 1.405 \\ T_d &= 0.125P_{cr} = 0.351 \end{aligned}$$

- A **função de transferência do controlador** é:

$$K(s) = 18(1 + \frac{1}{1.405s} + 0.351s)$$

A **resposta ao degrau** do sistema controlado em malha fechada é mostrada a seguir:



- O **controlador obtido** tem um **sobressinal** de cerca de 60%;

- Portanto, é necessário um **ajuste dos parâmetros** do controlador para atingir o desempenho desejado para a malha fechada;

- Com auxílio do GNU Octave/Matlab, para iterações, os **novos valores dos parâmetros do controlador** são:

$$
\begin{aligned}
K_p &= 18 \\
T_i &= 3.4 \\
T_d &= 0.7
\end{aligned}
$$

A **resposta ao degrau** do novo sistema controlado é mostrada a seguir: