Controle de velocidade de cruzeiro

Nome: Marcos Vinícius Fabiano de Oliveira
RA: 11067212 **Turma:** Noturno

Disciplina: Sistemas de controle I

Prof. Dr. Heloi Francisco Gentil Genari

Universidade Federal do ABC
Campus Santo André

1 Introdução

O controle de cruzeiro, conhecido popularmente como piloto automático, é um sistema de controle automático que já começa a ser muito utilizado pelas montadoras em seus veículos. O controle de cruzeiro visa controlar automaticamente a velocidade de um carro, baseado em uma velocidade previamente estabelecida pelo condutor.
Durante o desenvolvimento deste documento iremos projetar um sistema de controle em malha fechada que implemente o piloto automático para um veículo seguindo as seguintes condições de projeto:

> Sobressinal inferior a 7\%
> Tempo de estabilização de 2\% inferior a 10s
> Erro estacionário nulo para entradas na forma de degrau

Adotaremos um modelo simplificado com as seguintes forças atuantes:

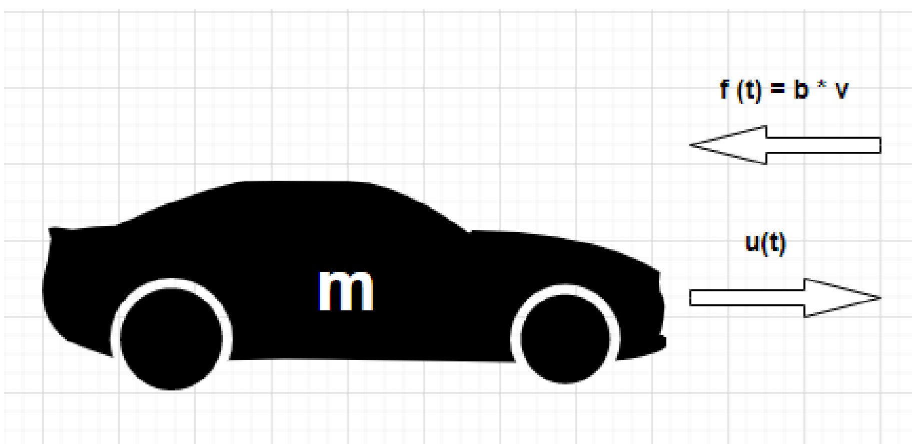


Figura 1: Diagrama de forças atuantes no sistema

onde:
f(t): representa a força de atrito do ar
b: representa o coeficiente de arrasto viscoso
v: representa a velocidade do carro
u(t): representa a força do motor
m: representa a massa do carro

2 Metodolgia

2.1 Modelagem do sistema

Para que o carro se mova é razoável que exista uma força resultante tal que:

$$u(t) - f(t) = Fresultante$$

Pelo princípio fundamental da dinâmica Fresultante pode ser decomposta como:

$$Fresultante = m * a$$

mas $a = \frac{\partial v}{\partial t}$ logo, $Fresultante = m\frac{\partial v}{\partial t}$ e assim podemos escrever

$$u(t) - f(t) = m\frac{\partial v}{\partial t}$$

Reescrevendo a equação de modo a alocar de um mesmo lado da igualdade os termos comuns:

$$m\frac{\partial v}{\partial t} + f(t) = u(t) \Rightarrow m\frac{\partial v}{\partial t} + bv = u(t)$$

ou seja

$$mv' + bv = u$$

Aplicando a transformada de Laplace:

$$m * s * V(s) + b * V(s) = U(s)$$

Para nossa planta temos como função de transferência:

$$P(s) = \frac{V(s)}{U(s)} = \frac{1}{m * s + b}$$

Considerando as solicitações iniciais de um sistema de malha de fechada com realimentação unitária podemos escrever o diagrama de blocos do sistema como:

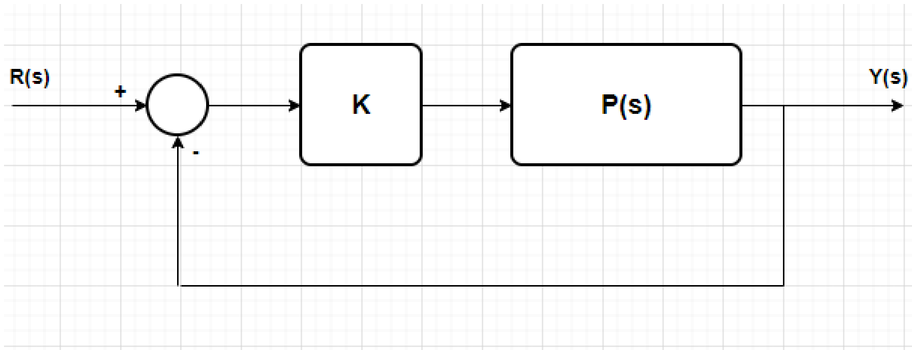


Figura 2: Diagrama de blocos do sistema

2.2 Análise do sistema

Para o projeto do controlador precisamos de um erro estacionário igual a 0

$$e_{est} = \lim_{s \to 0} \frac{s * R(s)}{1 + G(s)}$$

Como nossa entrada é um degrau $R(s) = \frac{1}{s}$

$$e_{est} = \frac{1}{1 + \lim_{s \to 0} G(s)} \Rightarrow lim_{s \to 0} G(s) = \infty$$

Seguindo a teoria apresentada durante a aula sobre erro estacionário, é sabido que satisfazem a condição acima sistemas do tipo 1 ou maiores. Vamos então analisar o que temos para o nosso sistema.
Seguindo o diagrama de blocos na figura 2 temos o ramo direto:

$$G(s) = KP(s) = \frac{k}{m * s + b}$$

Podemos trabalhar a equação para deixá-la mais próxima da forma padrão

$$G(s) = \frac{k(1 + z_1 s)(1 + z_2 s ...(1 + z_m s)}{s^n (1 + p_1 s)(1 + p_2 s)...(1 + p_l s)}$$

Assim:

$$G(s) = \frac{k}{m * s + b} * \frac{\frac{b}{b}}{\frac{b}{b}} \Rightarrow$$

$$G(s) = \frac{k}{m * s + b} * \frac{1}{\frac{b}{b}} \Rightarrow$$

$$G(s) = \frac{\frac{k}{b}}{\frac{m * s}{b} + \frac{b}{b}} \Rightarrow$$

$$G(s) = \frac{\frac{k}{b}}{\frac{m*s}{b} + 1}$$

Fazendo $\frac{m}{b} = m_2$ e $\frac{k}{b} = k_2$:

$$G(s) = \frac{k_2}{m_2 * s + 1} = \frac{k_2(1 + 0s)}{s^0(1 + m_2 s)}$$

Podemos concluir que com um controlador puramente proporcional teríamos um sistema do tipo 0, portanto não atenderia as características necessárias para para satisfazer um erro estacionário igual a 0 com um ganho K factível visto que o erro estacionário para esse tipo de sistema é dado por $e_{est} = \frac{1}{1+k}$. Precisamos partir então para um controlador mais complexo, que seja capaz de gerar as características necessárias a nossa malha fechada.

2.3 Projeto do controlador

Olhando para a nossa malha fechada, percebemos que ela respeita a seguinte equação:

$$T = \frac{KP(s)}{1 + KP(s)} = \frac{\frac{K}{ms+b}}{1 + \frac{K}{ms+b}} = \frac{K}{ms + b + K}$$

Então teremos que projetar um K que ao adicionado de a característica de um sistema pelo menos tipo 1, ou seja, o sistema deve apresentar ordem 2 ou superior.
Assumindo o mínimo viável, uma função de transferência de ordem 2, temos pela literatura:

$$T_{ordem2} = \frac{\gamma\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

Ora, se queremos que nossa função de transferência siga esse mesmo comportamento quando adotado um K adequado, podemos então igualar as equações:

$$T = T_{ordem2} \Rightarrow \frac{K}{ms + b + K} = \frac{\gamma\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

$$K(s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2) = \gamma\omega_n^2(ms + b + K) \Rightarrow$$

$$K(s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2) - K(\gamma\omega_n^2) = \gamma\omega_n^2(ms + b) \Rightarrow$$

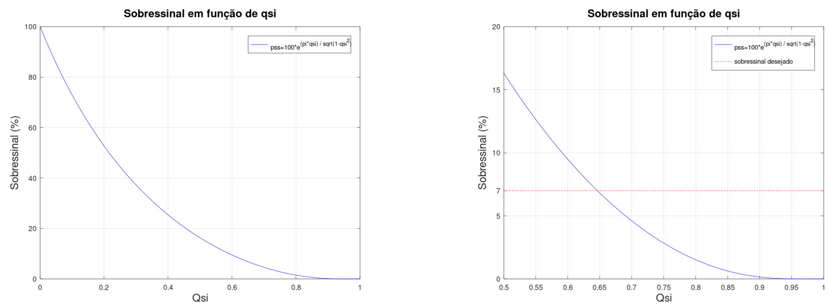
$$K(s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2 - \gamma\omega_n^2) = \gamma\omega_n^2(ms + b) \Rightarrow$$

$$K = \frac{\gamma\omega_n^2(ms + b)}{(s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2 - \gamma\omega_n^2)}$$

Para encontrar o valor de K precisamos dos valores de m, b, ξ, ω_n e γ. Os valores de m e b são dados no enunciado e podemos considerar o ganho estático γ igual a 1 para que nossa saída acompanhe exatamente o sinal de referência. Resta então calcularmos os valores de ξ e ω_n.
O fator de amortecimento ξ determina o máximo sobressinal que a nossa função de transferência apresenta. A porcentagem de sobressinal em um sistema de segunda ordem é dado por:

$$pss = 100e^{-\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$$

Podemos então variar ξ para obter p comportamento característico do sobressinal de acordo com o algoritmo desenvolvido no GNU Octave apresentado no anexo 1.
O escopo do nosso problema nos diz que precisamos de um valor de sobressinal máximo de 7%. Analisando a a resposta do sobressinal com relação a ξ é razoável adotar qualquer valor superior a 0.65, como pode ser observado.



(a) Sobressinal em função de ξ (b) Região de interesse

Figura 3: Comportamento do sobressinal

Vamos adotar $\xi = 0.7$ e ter uma margem de aproximadamente 2%.
Calculado ξ, podemos encontrar ω_n, pois a constante de tempo para um sistema de segunda ordem é dada por $T = \frac{1}{\xi\omega_n}$ e podemos aproximar o tempo necessário para o sistema atingir 2% do valor de regime por:

$$t_{2\%} = 4T = \frac{4}{\xi\omega_n}$$

É requisito um tempo de estabilização $t_{2\%}$ menor que 10 segundos, assim:

$$10s > \frac{4}{\xi\omega_n} \Rightarrow \omega_n > \frac{4}{10(0.7)} \Rightarrow \omega_n > 0.57$$

Adotaremos ω_n= 0.65 e estimamos um tempo de estabilização $t_{2\%}$ de 8.79 segundos, ou seja, uma margem de aproximadamente 12%.
Por fim, temos nosso controlador K:

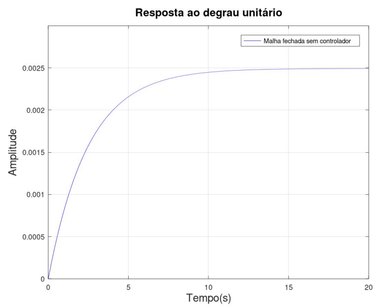
$$K = \frac{\gamma\omega_n^2(ms + b)}{(s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2 - \gamma\omega_n^2)} = \frac{1 * 0.65^2(1000s + 400)}{(s^2 + 2 * 0.7 * 0.65s + 0.65^2 - 1 * 0.65^2)} \Rightarrow$$

$$K = \frac{1 * 0.65^2(1000s + 400)}{(s^2 + 2 * 0.7 * 0.65s + 0.65^2 - 1 * 0.65^2)} = \frac{422.5s + 169}{s^2 + 0.91s}$$

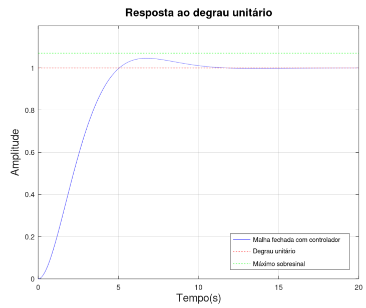
3 Resultados

3.1 Simulações

Podemos observar o desempenho do sistema antes e depois do controlador:



(a) malha fechada sem controlador



(b) malha fechada com controlador

Figura 4: Resposta ao degrau

Observando mais de perto observamos que os requisitos de projeto foram atendidos:

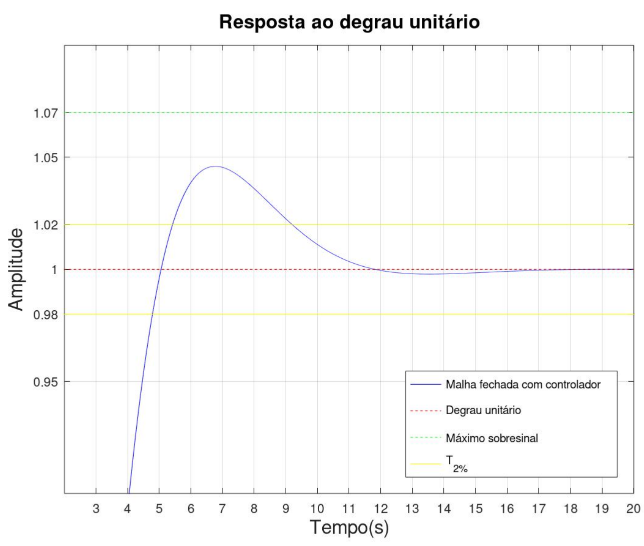


Figura 5: Região de interesse na malha fechada com controlador

Alcançamos um máximo sobressinal de aproximadamente 1.05, que assim como projetado quando escolhemos ξ nos garantiu uma folga de cerca de 2%. Para o tempo de estabilização $t_{2\%}$ conseguimos um valor que beira 9.2 segundos, um pouco acima dos 8.79 projetado , mas garantindo uma margem de folga de 8%.
As divergências, embora pequenas, dos valores de projeto podem ser justificadas quando analisamos o par polo zero projetado e aqueles que efetivamente atual no sistema.
Para os valores de ξ e ω_n projetados teríamos:

$$s = -\xi\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\xi^2} = -0.455 \pm j0.464$$

Para o sistema simulado obtemos através dos comandos pole() e zero() aplicados a função de transferência:

```
pole(T_ck)
ans =

  -0.91000 + 0.00000i
  -0.45500 + 0.46419i
  -0.45500 - 0.46419i
  -0.40000 + 0.00000i
   0.00000 + 0.00000i

zero(T_ck)
ans =

  -0.91000
  -0.40000
   0.00000
```

Cancelando os zeros com os polos:

$$s = -0.455 \pm j0.46419$$

Uma pequena variação na parcela imaginária.

Aplicando o controlador projetado também resolvemos o problema do erro estacionário quando a entrada é um degrau:

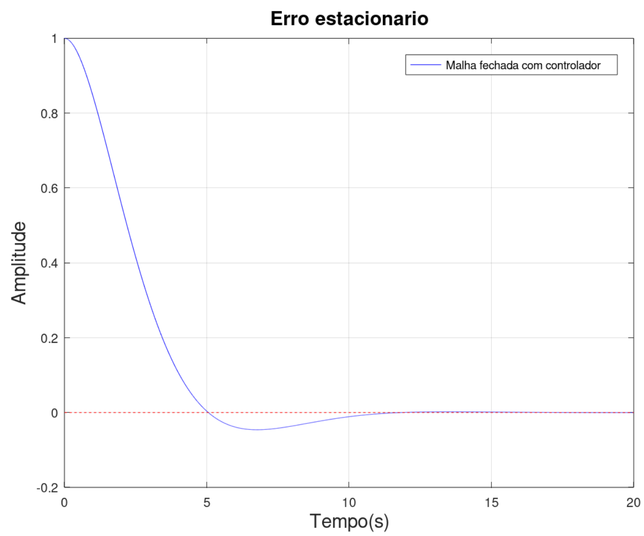
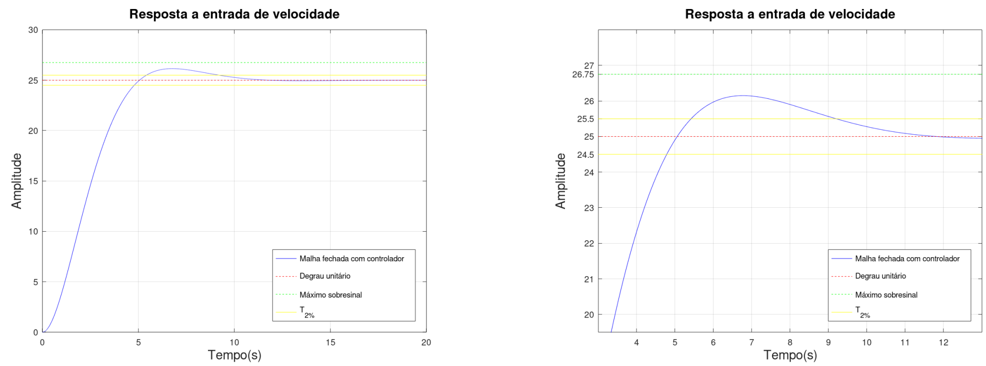


Figura 6: Erro estacionário para a malha com controlador

3.2 Aplicando para o problema do carro

Toda essa caminhada tinha um único objetivo, controlar a velocidade de cruzeiro de um carro que está inicialmente com velocidade igual a zero e pretende chegar a 90k/h seguindo as restrições de sobressinal e tempo de estabilização. Então vamos lá!
Como estamos considerando para todo o problema as unidades do sistema internacional de medidas faremos o mesmo com a velocidade do carro, então queremos controlar um carro que inicia em 0m/s e deve chegar a 25m/s.

A conversão de km/h para m/s é apenas por formalidade, como o sistema foi projetado para responder ao degrau dentro das condições impostas a amplitude não irá alterar seu comportamento.



(a) Resposta em malha fechada (b) Região de interesse

Figura 7: Resposta a entrada de velocidade

4 Conclusão

Neste trabalho foi proposto um controlador para um carro capaz de regular a sua velocidade de cruzeiro.
Iniciou-se com a modelagem matemática do problema para encontrar a função de transferência que descrevesse o sistema. Em seguida realizou-se uma análise na planta a ser controlada para determinar suas características de resposta.
Foi constatado que o sistema era de pouca complexidade para atender as demandas de controle então projetou-se um controlador que fosse capaz de aumentar a complexidade do sistema. O projeto do controlador levou em conta condições de sobressinal e tempo de estabilidade para alocar o lugar das raízes da função de transferência em malha fechada.
O desempenho do controlador foi primeiramente testado com entradas de degrau unitário e posteriormente validado com as condições desejadas para velocidade de cruzeiro do veículo. Em ambos obteve-se bom desempenho, com viações desprezíveis ao que se projetou.
Por fim, a elaboração deste levou a uma maior compreensão sobre os desafios envolvidos ao se projetar um sistema de controle e a uma maior compreensão sobre o uso do GNU Octave, uma ferramenta que foi essencial para o acompanhamento da disciplina e muito útil para análise e projeto de compensadores.

5 Referência

Durante o desenvolvimento deste trabalho foram consultadas diversas fontes, porém algumas delas se destacam por nortear as metodologias adotadas.
A primeira e mais importante foras os slides e vídeos disponibilizados durante o curso na plataforma Tidia. Através desta fonte foram tiradas as conclusões com relação à analise e projeto do controlador.
Também foi de grande valia a dissertação de mestrado Julierme Dias consultado em: http://www.cpdee.ufmg.br/ palhares/jullierme-dissertacao.pdf
Por fim, a documentação do software GNU Octave disponível em: https://octave.org/doc/v5.2.0/

6 Anexo

6.1 Anexo I

```
%% Grafico de variacao no sobressinal
desiredPss = 7;

%vetor de valores possiveis para qsi
qsi = linspace(0,1,100);

%vetor para armazenar os valores calculados de pss
pss = zeros(1, (length(qsi)));

% marcador de posicao no vetor pss
indice= 1;

%% encontra o correspondente pss para cada elemento em qsi
for qsi_i = qsi
  num = ( pi*qsi_i );
  den =  ( sqrt(1 - (qsi_i^2)));
  pss(1,indice)= 100*exp(-(num/den));
  indice+=1;
 end;

plot(qsi, pss, "-b", [min(qsi), max(qsi)],[desiredPss ...
    desiredPss], "--r");

%% adiciona informacoes ao grafico
grid on;
title('Sobressinal em funcao de qsi', 'fontsize', 15);
legend("pss=100*e^{(pi*qsi) / sqrt(1-qsi^2) }","sobressinal ...
    desejado",'location','northeast', 'orientation','vertical');
ylabel('Sobressinal (%)', 'fontsize', 15);
xlabel('Qsi', 'fontsize', 15);

%% condigura exibicao na regiao de interesse
xticks(0:0.05:1);
yticks([0 5 7 10 15 20]);
axis([0.5 1 0 20]);
```