Ejercicio 1

Apartado a:
La fuerza centrífuga queda definida por $F_c = m \cdot w^2 \cdot r$ y la fricción como $F_f = \mu \cdot m \cdot g$. Para que no salga despedido la fricción debe ser igual o mayor a la fuerza centrífuga, es decir, $F_f \geq F_c$. Por lo tanto:

nota: La velocidad tangencial y la angular se relacionan mediante $v = w \cdot r$. Por lo tanto, $w = \frac{v}{r}$. Al aplicar esto en la fórmula de la fuerza centrífuga, obtenemos $F_c = \frac{m \cdot (w \cdot r)^2}{r}$. Simplificamos y tenemos la fórmula mencionada: $m \cdot w^2 \cdot r$.

Proseguimos con el ejercicio donde:

$$w = 1\frac{\text{rad}}{s}$$
$$r = 49m$$
$$g = 9.8\frac{m}{s^2}$$
$$\mu \geq \frac{w^2 \cdot r}{g}$$

Sustituimos:

$$\mu \geq 1^2 \cdot \frac{49}{9.8} = 5$$

Por lo tanto, el coeficiente de fricción necesario es $F_f = 5$.

Apartado b:
Si el hombre avanza un metro hacia el centro del disco estará a $r = 48$. La fuerza centrípeta será menor ya que está directamente relacionada con la distancia al eje de rotación. La fricción no cambia ya que no depende de la distancia al eje de rotación. Por lo tanto, la fricción seguirá siendo mayor o igual a la fuerza centrífuga y una menor fricción bastará para que el hombre no salga despedido:

$$\mu \geq 1^2 \cdot \frac{48}{9.8} \approx 4.9$$

Apartado c:
Si se aparata medio metro, estará a $r = 49.5$. La fuerza centrífuga aumentará y la fricción no cambiará.

$$\mu \geq 1^2 \cdot \frac{49.5}{9.8} \approx 5.05$$

Si el coeficiente de rozamiento es menor que este valor, el hombre saldrá despedido.

Ejercicio 2

El bloque está en equilibrio sobre un plano inclinado de $\theta = 30°$. Las fuerzas en juego son:

- Su peso paralelo al plano definida como $F_P = m \cdot g \cdot \sin(\theta)$
- Los resortes K_1 (comprimido) y K_2 (estirado.

La suma de fuerzas debe ser cero en la dirección paralela al plano inclinado. Por lo tanto, la fuerza de los resortes debe ser igual y opuesta al peso. La fuerza de un resorte se define como $F_P = K \cdot x$ donde x es la elongación o compresión del resorte. Por lo tanto, $K_1 \cdot x - K_2 \cdot x = m \cdot g \cdot \sin(\theta)$.

Generamos la ecuación para calcular x:

$$x = \frac{m \cdot g \cdot \sin(\theta)}{K_1 + K_2}$$

Sustituimos los valores dados:

$$m = 10\text{kg}$$
$$g = 9.8\frac{m}{s^2}$$
$$\theta = 30°$$
$$K_1 = 70\frac{N}{m}$$
$$K_2 = 50\frac{N}{m}$$

Y resolvemos:

$$x = 10 \cdot 9,8 \cdot \frac{\sin(30°)}{70 - 50} \approx 2.45m$$

Por lo tanto, la compresión/elongación de los resortes en la posición de equilibrio es de 2.45 metros.

Ejercicio 3

Apartado a:
El sistema tiene dos bloques, A sobre el plano y B sobre el bloque A. Las fuerzas en juego son:

Para el bloque A:
- Peso $F_{g_A} = M_A \cdot g$
  - Componente paralela al plano: $F_A \parallel = M_A \cdot g \cdot \sin(\theta)$
  - Componente perpendicular al plano: $F_A \perp = M_A \cdot g \cdot \cos(\theta)$
- Normal que incluye el peso de M_B: $N = (M_A + M_B) \cdot g \cdot \cos(\theta)$
- Fricción: $F_f = \mu \cdot N$

Para el bloque B:
- Ejerce fricción adicional sobre el bloque A: $F = \mu_2 \cdot M_B \cdot g$

La fuerza neta que genera aceleración en el sistema es la suma de las fuerzas paralelas al plano menos las de fricción. Por lo tanto, la aceleración es:

$$F_{\text{tot}} = M_A \cdot g \cdot \sin(\theta) - \mu_1 \cdot (M_A + M_B) \cdot g \cdot \cos(\theta) - \mu_2 \cdot M_B \cdot g$$

Como sabemos $F = m.a$ ergo en este caso:

$$a = \frac{F_{\text{tot}}}{M_A + M_B}$$

Sustituimos los valores dados:
- $F_A \parallel = 20 \cdot 9.8 \cdot 0.766 = 150.1N$
- $F_f = 0.2 \cdot (20 + 10) \cdot 9.8 \cdot 0.643 = 37.8N$
- $F_{f_2} = 0.3 \cdot 10 \cdot 9.8 = 29.4N$

Por tanto la aceleración es $a = \frac{82.9}{20+10} \approx 2.76$ m/s^2 de lo que deducimos que es hacia abajo ya que la fuerza neta es positiva en esa dirección.

Apartado b:
La distancia recorrida por el bloque A se puede calcular con la ecuación de movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA) en la dirección paralela al plano inclinado. La ecuación es:

$$d = d_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

Por lo que asumiendo que empieza en reposo el tiempo que tarda B sabiendo su aceleración y la distancia que recorrerá A es:

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 0.5}{2.76}} \approx 0.6s$$

Apartado c:
El ángulo que haría que los bloques no se muevan es aquel que le dejará en equilibrio, es decir, que la fuerza neta sea 0. Por lo tanto, la fuerza de fricción debe ser igual a la componente paralela al plano inclinado:

$$F_{A_\parallel} = F_{f_1} + F_{f_2}$$
$$\tan(\theta) = \frac{\mu_1 \cdot (M_A + M_B) + \mu_2 \cdot M_B}{M_A}$$
$$\tan(\theta) = \frac{0.2 \cdot (20 + 10) + 0.3 \cdot 10}{20} = 0.45$$

Resolvemos y obtenemos que el ángulo que haría que el objeto se mantuviese inmovil sería $\theta = \arctan(0.45) \approx 24.22°$.

Ejercicio 4

Apartado a:
El diagrama da la medida de cada tramo, no su altura, y un ángulo respecto a la horizontal, por lo que usaremos la fórmula $\Delta h = L \cdot \sin(\theta)$. Se sabe que:

- $h_e = 0m$
- $h_d = 300m$
- $h_c = h_d + 32.5 \approx 332.5m$ ya que $\theta c \to d = 30°$
- $h_b \approx 300m$ ya que está por debajo de C subiendo 50m con ángulo de 40°
- $h_a \approx 473m$ subiendo 200m con ángulo 60° desde B
- $h_0 = h_a$ por lo que $h_0 = 473m$

Con estos cálculos sabemos que el bloque parte de $h_0 = 473m$ con una velocidad de 100m/s.

La energía mecánica se conserva en el sistema, por lo que la energía cinética inicial más la energía potencial inicial es igual a la energía cinética final más la energía potencial final.

La energía inicial es:

$$E_i = C_i + P_i$$
$$E_i = \frac{1}{2}mv_0^2 + mgh_0$$
$$E_i \approx \frac{1}{2} \cdot 100 \cdot 100^2 + 100 \cdot 9.8 \cdot 473$$
$$E_i = 500000J + 463540J = 963540J$$

Para el tramo $0 \to A$:

$$N = m \cdot g \cdot \cos(0) = 100 \cdot 9.8 \cdot 1 = 980N$$
$$F_f = \mu \cdot N = 0.1 \cdot 980 = 98N$$
$$W_f = 98 \cdot 100 = 9800J$$
$$E_a = E_i - W_f = 963540 - 9800 = 953740J$$
$$E_p = 100 \cdot 9.8 \cdot 473 = 463540J$$
$$E_c = E_a - E_p$$
$$E_c = 953740 - 463540 = 490200J$$
$$490200 = \frac{1}{2}mv^2$$
$$v = 99\text{m/s}$$

Para el tramo $A \to B$:

$$N = m \cdot g \cdot \cos(60) = 100 \cdot 9.8 \cdot 0.5 = 490N$$
$$F_f = \mu \cdot N = 0.2 \cdot 98N$$
$$W_f = F_f \cdot \text{dist}_{A \to B} = 98 \cdot 200 = 19600J$$
$$\Delta E_p = mg(h_b - h_a) = 100 \cdot 9.8 \cdot (300 - 473) = -169540J$$
$$E_b = E_a + \Delta E_p - W_f = 953740 - 169540 - 19600 = 764600J$$
$$E_{p_b} = 100 \cdot 9.8 \cdot 300 = 294000J$$
$$E_{c_b} = E_b - E_{p_b} = 764600 - 294000 = 470600J$$
$$E_{c_b} = 470600 = \frac{1}{2}mv^2$$
$$v = 97\text{m/s}$$

Para el tramo $B \to C$:

$$N = m \cdot g \cdot \cos(30) = 100 \cdot 9.8 \cdot 0.866 = 750.72N$$
$$F_f = \mu \cdot N = 0.15 \cdot 750.72 = 112.60N$$
$$W_f = 112.60 \cdot 50 = 5630.43J$$
$$\Delta E_p = mg(h_c - h_b) = 100 \cdot 9.8 \cdot (332.5 - 300) = 31850J$$
$$E_c = E_b + \Delta E_p - W_f = 764600 + 31850 - 5630.43 = 790819.57J$$
$$E_{p_c} = 100 \cdot 9.8 \cdot 332.5 = 325850J$$
$$E_{c_c} = E_c - E_{p_c} = 790819.57 - 325850 = 464969.57J$$
$$E_{c_c} = 464969.57 = \frac{1}{2}mv^2$$
$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{c_c}}{m})}$$
$$v = 96.43\text{m/s}$$

Para el tramo $C \to D$:

$$N = m \cdot g \cdot \cos(30) = 100 \cdot 9.8 \cdot 0.866 = 848.70N$$
$$F_f = \mu \cdot N = 0.25 \cdot 848.70 = 212.17N$$
$$W_f = 212.17 \cdot 65 = 13791.45J$$
$$\Delta E_p = mg(h_d - h_c) = 100 \cdot 9.8 \cdot (300 - 332.5) = -31850J$$
$$E_d = E_c + \Delta E_p - W_f = 790819.57 - 31850 - 13791.45 = 745178.12J$$
$$E_{p_d} = 100 \cdot 9.8 \cdot 300 = 294000J$$
$$E_{c_d} = E_d - E_{p_d} = 745178.12 - 294000 = 451178.12J$$
$$E_{c_d} = 451178.12 = \frac{1}{2}mv^2$$
$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{c_d}}{m})}$$
$$v = 94.99\text{m/s}$$

Para el tramo $D \to E$ es una caída vertical sin rozamiento:

$$\Delta E_p = m \cdot g \cdot (h_e - h_d) = 100 \cdot 9.8 \cdot 300 = -294000J$$
$$E_e = E_d + \Delta E_p = 745178.12 - 294000 = 451178.12J$$

Como la altura es 0, la energía potencial final es 0 y la energía cinética final es la energía mecánica final, por lo que:

$$E_{c_e} = 451178.12$$
$$E_{c_e} = \frac{1}{2}mv^2$$
$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{c_e}}{m})}$$
$$v = 94.99\text{m/s}$$

Apartado b:
Considerando que la energía mecánica se conserva, todas se verán afectadas de igual manera y se reducirán en un 10%, por lo que podríamos repetir los cálculos para energías 10% menores a partir de b.

$$E_{b_2} = 0.9E_b$$
$$E_{c_2} = 0.9E_c$$
$$E_{d_2} = 0.9E_d$$
$$E_{e_2} = 0.9E_e$$