

1. Halla la ecuación de la circunferencia $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ que pasa por los puntos $(-2, 1)$, $(5, 0)$ y $(4, 1)$:

Planteamos nuestro sistema de ecuaciones:

- $(-2, 1)$:

$$-2^2 + 1^2 + a(-2) + b(1) + c = 0 \Rightarrow -2a + b + c = -5$$

- $(5, 0)$:

$$5^2 + 0^2 + a(5) + b(0) + c = 0 \Rightarrow 5a + c = -25$$

- $(4, 1)$:

$$4^2 + 1^2 + a(4) + b(1) + c = 0 \Rightarrow 4a + b + c = -17$$

Usamos el valor de c ya que está parcialmente despejada en la segunda ecuación $c = -25 - 5a$ y sustituimos en la primera ecuación :

$$\begin{aligned} -2a + b + (-25 - 5a) &= -5 \\ -7a + b &= 20 \end{aligned}$$

Ahora lo usamos en la tercera ecuación:

$$\begin{aligned} 4a + b + (-25 - 5a) &= -17 \\ -a + b &= 8 \\ a &= b - 8 \end{aligned}$$

Por lo que volviendo a nuestra primera ecuación con el valor de a tenemos:

$$\begin{aligned} -7(b - 8) + b &= 20 \\ -7b + 56 + b &= 20 \\ -6b &= -36 \\ b &= 6 \end{aligned}$$

Usamos ahora el valor de b para resolver a :

$$a = 6 - 8 = -2$$

Y despejamos c en la segunda ecuación:

$$c = -25 - 5a = -25 - 5(-2) = -25 + 10 = -15$$

Por lo que la ecuación de la circunferencia sería:

$$x^2 + y^2 - 2x + 6y - 15 = 0$$