

# TABELAS *HASH*

PUC MINAS

ENGENHARIA DE SOFTWARE

# MÉTODOS DE PESQUISA

- **Comparação entre chaves.**
- **Chaves sem ordenação:**
  - pesquisa sequencial.
- **Chaves organizadas:**
  - pesquisa binária;
  - árvores de pesquisa.

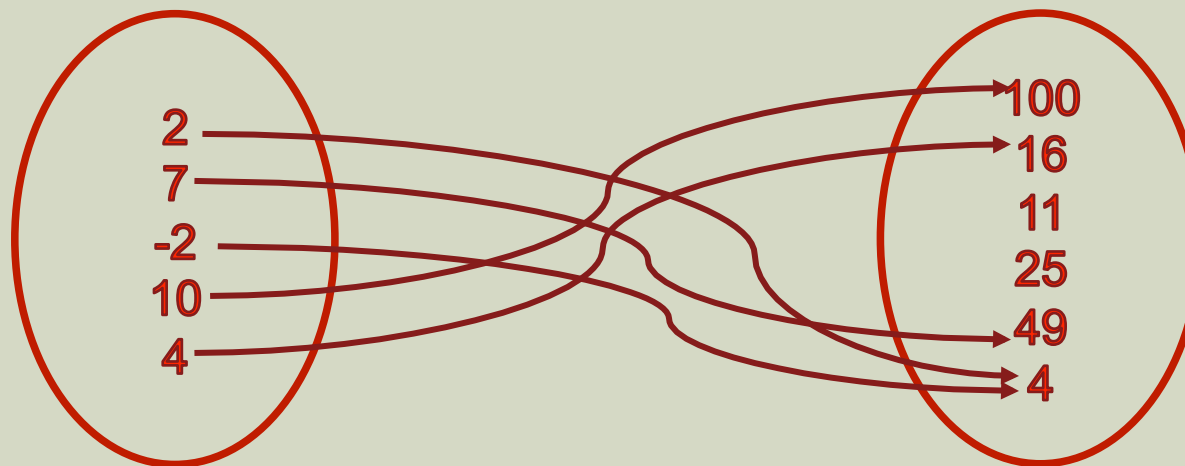
# TABELAS *HASH*

- Também conhecidas como:
  - **Tabelas de Dispersão;**
  - **Tabelas de Espalhamento.**

# TABELAS *HASH*

- Considera-se uma **tabela** (vetor);
  - e uma **função de transformação** sobre a **chave de pesquisa**.
- **Endereçamento direto**;
  - por meio da **transformação aritmética** da **chave de pesquisa**.

# TABELAS *HASH*



# TABELAS *HASH*

- Cada elemento pode ser **acessado** com  $O(1)$ ;
  - no **caso médio**.
- **Número de comparações** realizadas nas operações de pesquisa, inserção e remoção **depende**:
  - **tamanho da tabela**;
  - **quantidade de elementos já inseridos**.
- **Fator de carga da tabela**.

# INSERÇÃO

- **Computa-se o valor da função de transformação;**
- **e localiza-se a posição correspondente na tabela (vetor).**

# INSERÇÃO – EXEMPLO

- $s$ : chave de pesquisa
- $h(s) = (\text{n}^\circ \text{ de letras de } s) - 1$
- Inserção das palavras:
  - John
  - Ed
  - Peter
  - Tom
  - Mary





# INSERÇÃO – EXEMPLO

- $s$ : chave de pesquisa
- $h(s) = (\text{n}^\circ \text{ de letras de } s) - 1$
- Inserção das palavras:
  - **John**
  - Ed
  - Peter
  - Tom
  - Mary



# INSERÇÃO – EXEMPLO

- $s$ : chave de pesquisa
- $h(s) = (\text{n}^\circ \text{ de letras de } s) - 1$
- Inserção das palavras:

- **John**

- Ed

- Peter

- Tom

- Mary

$$h(\text{John}) = 4 - 1 = 3$$

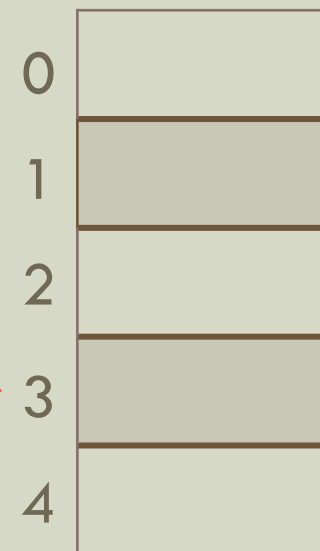


# INSERÇÃO – EXEMPLO

- $s$ : chave de pesquisa
- $h(s) = (\text{n}^\circ \text{ de letras de } s) - 1$
- Inserção das palavras:

- John
- Ed
- Peter
- Tom
- Mary

$$h(\text{John}) = 4 - 1 = 3$$



livre

# INSERÇÃO – EXEMPLO

- $s$ : chave de pesquisa
- $h(s) = (\text{n}^\circ \text{ de letras de } s) - 1$
- Inserção das palavras:
  - John
  - Ed
  - Peter
  - Tom
  - Mary

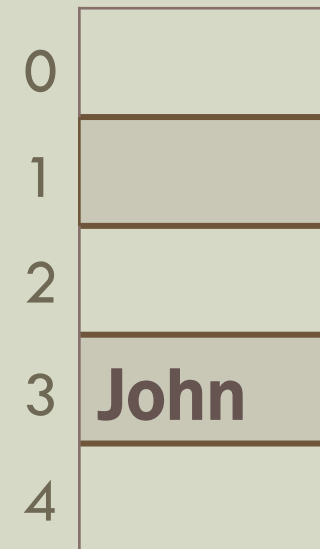
$$h(\text{John}) = 4 - 1 = 3$$



0	
1	
2	
3	John
4	

# INSERÇÃO – EXEMPLO

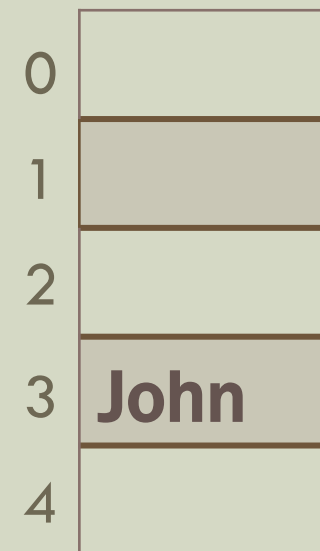
- $s$ : chave de pesquisa
- $h(s) = (\text{n}^\circ \text{ de letras de } s) - 1$
- Inserção das palavras:
  - **John**
  - **Ed**
  - Peter
  - Tom
  - Mary



# INSERÇÃO – EXEMPLO

- $s$ : chave de pesquisa
- $h(s) = (\text{n}^\circ \text{ de letras de } s) - 1$
- Inserção das palavras:
  - John
  - Ed
  - Peter
  - Tom
  - Mary

$$h(Ed) = 2 - 1 = 1$$



# INSERÇÃO – EXEMPLO

- $s$ : chave de pesquisa
- $h(s) = (\text{n}^\circ \text{ de letras de } s) - 1$
- Inserção das palavras:

- John
- Ed
- Peter
- Tom
- Mary

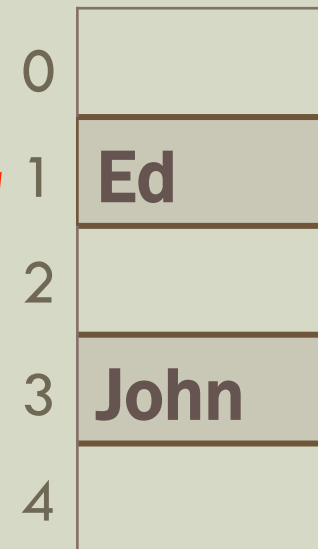
$$h(\text{Ed}) = 2 - 1 = 1$$



# INSERÇÃO – EXEMPLO

- $s$ : chave de pesquisa
- $h(s) = (\text{n}^\circ \text{ de letras de } s) - 1$
- Inserção das palavras:
  - John
  - Ed
  - Peter
  - Tom
  - Mary

$$h(\text{Ed}) = 2 - 1 = 1$$



0	
1	Ed
2	
3	John
4	



# INSERÇÃO – EXEMPLO

- $s$ : chave de pesquisa
- $h(s) = (\text{n}^\circ \text{ de letras de } s) - 1$
- Inserção das palavras:
  - John
  - Ed
  - Peter
  - Tom
  - Mary

0	
1	Ed
2	
3	John
4	

# INSERÇÃO – EXEMPLO

- $s$ : chave de pesquisa
- $h(s) = (\text{n}^\circ \text{ de letras de } s) - 1$
- Inserção das palavras:
  - John
  - Ed
  - Peter
  - Tom
  - Mary

$$h(\text{Peter}) = 5 - 1 = 4$$

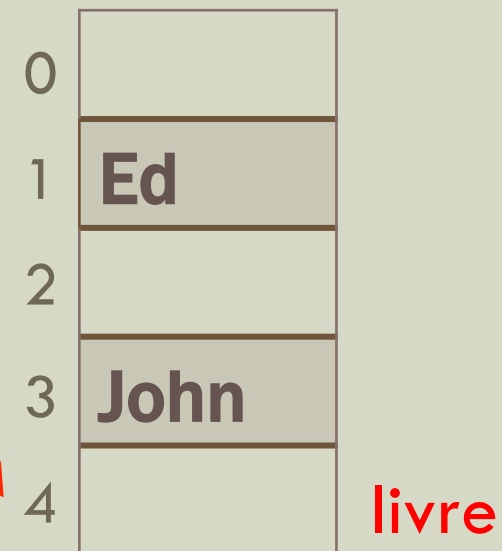
0	
1	Ed
2	
3	John
4	

# INSERÇÃO – EXEMPLO

- $s$ : chave de pesquisa
- $h(s) = (\text{n}^\circ \text{ de letras de } s) - 1$
- Inserção das palavras:

- John
- Ed
- Peter
- Tom
- Mary

$$h(\text{Peter}) = 5 - 1 = 4$$



# INSERÇÃO – EXEMPLO

- $s$ : chave de pesquisa
- $h(s) = (\text{n}^\circ \text{ de letras de } s) - 1$
- Inserção das palavras:
  - John
  - Ed
  - Peter
  - Tom
  - Mary

$$h(\text{Peter}) = 5 - 1 = 4$$

0	
1	Ed
2	
3	John
4	Peter

# INSERÇÃO – EXEMPLO

- $s$ : chave de pesquisa
- $h(s) = (\text{n}^\circ \text{ de letras de } s) - 1$
- Inserção das palavras:
  - John
  - Ed
  - Peter
  - Tom
  - Mary

0	
1	Ed
2	
3	John
4	Peter

# INSERÇÃO – EXEMPLO

- $s$ : chave de pesquisa
- $h(s) = (\text{n}^\circ \text{ de letras de } s) - 1$
- Inserção das palavras:
  - John
  - Ed
  - Peter
  - Tom
  - Mary

$$h(\text{Tom}) = 3 - 1 = 2$$

0	
1	Ed
2	
3	John
4	Peter

# INSERÇÃO – EXEMPLO

- $s$ : chave de pesquisa
- $h(s) = (\text{n}^\circ \text{ de letras de } s) - 1$
- Inserção das palavras:
  - John
  - Ed
  - Peter
  - Tom
  - Mary

$$h(\text{Tom}) = 3 - 1 = 2$$

0	
1	Ed
2	
3	John
4	Peter

livre

# INSERÇÃO – EXEMPLO

- $s$ : chave de pesquisa
- $h(s) = (\text{n}^\circ \text{ de letras de } s) - 1$
- Inserção das palavras:
  - John
  - Ed
  - Peter
  - Tom
  - Mary

$$h(\text{Tom}) = 3 - 1 = 2$$

0	
1	Ed
2	Tom
3	John
4	Peter



# INSERÇÃO – EXEMPLO

- $s$ : chave de pesquisa
- $h(s) = (\text{n}^\circ \text{ de letras de } s) - 1$
- Inserção das palavras:
  - John
  - Ed
  - Peter
  - Tom
  - Mary

0	
1	Ed
2	Tom
3	John
4	Peter

# INSERÇÃO – EXEMPLO

- $s$ : chave de pesquisa
- $h(s) = (\text{n}^\circ \text{ de letras de } s) - 1$
- Inserção das palavras:
  - John
  - Ed
  - Peter
  - Tom
  - Mary

$$h(\text{Mary}) = 4 - 1 = 3$$

0	
1	Ed
2	Tom
3	John
4	Peter

# INSERÇÃO – EXEMPLO

- $s$ : chave de pesquisa
- $h(s) = (\text{n}^\circ \text{ de letras de } s) - 1$
- Inserção das palavras:

- John
- Ed
- Peter
- Tom
- Mary

$$h(\text{Mary}) = 4 - 1 = 3$$

0	
1	Ed
2	Tom
3	John
4	Peter

ocupado

# INSERÇÃO – EXEMPLO

- $s$ : chave de pesquisa
- $h(s) = (\text{n}^\circ \text{ de letras de } s) - 1$
- Inserção das palavras:

- John
- Ed
- Peter
- Tom
- Mary

$$h(\text{Mary}) = 4 - 1 = 3$$

0		
1	Ed	
2	Tom	
3	John	Colisão! ocupado
4	Peter	

# COLISÕES

- Ocorrem quando **duas chaves** são **endereçadas**;
  - para a **mesma posição** da *tabela hash*.
- **Tarefa adicional** ao utilizar-se tabelas *hash*:
  - **tratar possíveis colisões.**

# IMPLEMENTANDO TABELAS *HASH*

- **Encontrar uma boa função de transformação;**
- **Tratar possíveis colisões.**

# FUNÇÕES DE TRANSFORMAÇÃO

- **Mapeiam chaves de pesquisa;**
  - **em inteiros  $[0, M - 1]$ ;**
    - onde  $M$  é o tamanho da tabela *hash*.

# BOAS FUNÇÕES DE TRANSFORMAÇÃO

- Características:
  - ter **boa previsão de espaço de ocupação**;
  - apresentar **pequena possibilidade de colisões**;
  - ser **simples de ser computada**;
  - **gerar saídas possíveis com probabilidades iguais**;
    - as **chaves de pesquisa** devem ser **uniformemente distribuídas** entre as **M entradas possíveis**.



# PARADOXO DO ANIVERSÁRIO

- Considere uma **tabela *hash*** com **366** entradas;
  - uma para cada dia do ano.
- **Inserção do registro** correspondente a cada pessoa;
  - conforme sua **data de nascimento**.

# PARADOXO DO ANIVERSÁRIO

Aniversário	Pessoa
05/01	John
13/03	Ed
26/05	Tom
13/09	Peter
30/12	Mary

- Como será nossa função de transformação?

# PARADOXO DO ANIVERSÁRIO

- Como será nossa função de transformação?
  - 05/01  $\Rightarrow$  Posição 4 ( $0 + 5 - 1$ )
  - 13/03  $\Rightarrow$  Posição 72 ( $31 + 29 + 13 - 1$ )
  - 26/05  $\Rightarrow$  Posição 146 ( $31 + 29 + 31 + 30 + 26 - 1$ )
  - 13/09  $\Rightarrow$  Posição 256 ( $31 + 29 + 31 + 30 + 31 + 30 + 31 + 31 + 13 - 1$ )
  - 30/12  $\Rightarrow$  Posição 364 ( $31 + 29 + 31 + 30 + 31 + 30 + 31 + 31 + 30 + 31 + 30 + 30 - 1$ )

# PARADOXO DO ANIVERSÁRIO

Aniversário	Pessoa
05/01	John
13/03	Ed
26/05	Tom
13/09	Peter
30/12	Mary

0		...	
1		146	Tom
2		...	
3		256	Peter
4	John	...	
...		364	Mary
72	Ed	365	

# PARADOXO DO ANIVERSÁRIO

- Qual é o **custo computacional** para se **encontrar** o registro correspondente a uma **pessoa**?
- Há algum **problema com nossa estratégia**?
  - Se sim, qual é a **chance** desse **problema acontecer**?

# PARADOXO DO ANIVERSÁRIO

- Quando temos mais de 23 pessoas juntas;
  - há uma probabilidade maior do que 50% de encontrarmos aniversários coincidentes.
- Quando temos 30 pessoas juntas;
  - cerca de 70% de chance de coincidência.
- Uma **tabela *hash*** com **366 “espaços”** e apenas **30 registros**;
  - **pode apresentar colisões!**

# FUNÇÃO IDENTIDADE

- $h(x) = x$ 
    - Fácil de ser computada?
    - Gera saídas com probabilidades iguais?
    - Mas e o **espaço de ocupação**?
      - **podemos ter muito espaço ocioso!**
      - Exemplo: números de matrícula na PUC Minas, em uma mesma turma de 54 alunos:
        - 724384
        - 836592
- 112.208 “espaços” na tabela *hash*!

# RESTO DA DIVISÃO

- $h(x) = x \% M$ 
  - $M$  determina o **tamanho da tabela *hash***;
  - $M$  também **influencia** na **possibilidade de colisões**.
  - Exemplo:  $h(x) = x \% 11$ 
    - $x = 10 \Rightarrow h(10) = 10$
    - $x = 20 \Rightarrow h(20) = 9$
    - $x = 9 \Rightarrow h(9) = 9$
    - $x = 15 \Rightarrow h(15) = 4$
    - $x = 100 \Rightarrow h(100) = 1$



# RESTO DA DIVISÃO

- $h(x) = x \% M$ 
  - Recomenda-se escolher para  $M$ ;
    - um **número primo**.
  - Exemplo:
    - $h(x) = x \% 37$

# RESTO DA DIVISÃO

- Se as **chaves não são numéricas**;
  - aplica-se uma **transformação na chave**;
    - antes de submetê-la à função de transformação da tabela *hash*.
- Chaves não-numéricas;
  - devem ser transformadas em números.

# RESTO DA DIVISÃO

- Sendo  $x$  uma *string*:
  - $h(x) = t \% M$ ;
    - sendo  $t = \sum_{i=0}^{n-1} (x[i] \times p[i])$ ;
      - onde  $p$  é um vetor de pesos aleatórios;
      - ou simplesmente a posição  $i$  do caractere na *string*.

# RESTO DA DIVISÃO

- Exemplo:  $h(x) = t \% 5$

- Inserção das palavras:

- John

caractere	J	o	h	n
$x[i]$	36	15	8	14
$p[i]$	3	9	1	5
$x[i] \times p[i]$	108	135	8	70

0	
1	John
2	
3	
4	

$$h(x) = 321 \% 5 = 1$$

# RESTO DA DIVISÃO

■ Exemplo:  $h(x) = t \% 5$

■ Inserção das palavras:

- John
- Mary

caractere	M	a	r	y
$x[i]$	39	1	18	25
$p[i]$	3	9	1	5
$x[i] \times p[i]$	117	9	18	125

0	
1	John
2	
3	
4	Mary

$$h(x) = 269 \% 5 = 4$$

# COLISÕES

- Acontecem quando deseja-se **inserir** um **registro** em uma **posição** da tabela *hash*;
  - já ocupada por outro registro.
- A **função de transformação endereça** um **subconjunto de elementos**.

# TRATAMENTO DE COLISÕES

- **Métodos que devem ser empregados para endereçar registros com resultados iguais para a função de transformação;**
- **ou seja, colisões.**

# TRATAMENTO DE COLISÕES

- **Métodos de transformação indireta:**
  - **endereçamento em separado;**
  - **resolução por encadeamento:**
    - elementos que apresentam o mesmo valor para a função de transformação são encadeados.
    - ***Hash* indireta com lista encadeada simples.**



# TRATAMENTO DE COLISÕES

- **Métodos de transformação direta:**
  - **endereçamento em aberto;**
  - **resolução por cálculo:**
    - quando há uma **colisão**;
      - **calcula-se uma nova posição na tabela *hash*** a partir da chave de pesquisa do item considerado.
    - ***Hash* direta com área de reserva (*overflow*);**
    - ***Hash* direta com *rehash*.**

# HASH INDIRETA COM LISTA ENCADEADA SIMPLES

- A invés de **uma entrada da tabela *hash*** apresentar um único registro;
  - **conterá uma lista de registros.**
- Todas as **chaves endereçadas na mesma posição da tabela *hash***;
  - **são ligadas em uma lista encadeada simples.**
- Permite **armazenar um número imprevisível de registros.**

# HASH INDIRETA COM LISTA ENCADEADA SIMPLES

- Exemplo:
  - $h(x) = x \% 7;$
  - Inserção das chaves:
    - 5
    - 7
    - 14
    - 24
    - 19

0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	

# HASH INDIRETA COM LISTA ENCADEADA SIMPLES

- Exemplo:
  - $h(x) = x \% 7;$
  - Inserção das chaves:
    - 5
    - 7
    - 14
    - 24
    - 19

0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	

# HASH INDIRETA COM LISTA ENCADEADA SIMPLES

## Exemplo:

- $h(x) = x \% 7;$
- Inserção das chaves:
  - 5
  - 7
  - 14
  - 24
  - 19

$$h(5) = 5 \% 7 = 5$$

0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	

# HASH INDIRETA COM LISTA ENCADEADA SIMPLES

## Exemplo:

- $h(x) = x \% 7;$
- Inserção das chaves:

- 5
- 7
- 14
- 24
- 19

$$h(5) = 5 \% 7 = 5$$



0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	

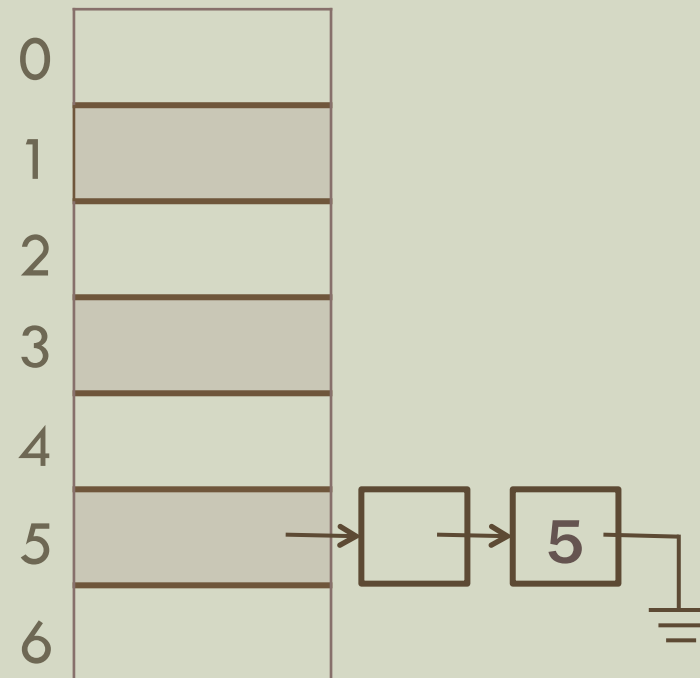
# HASH INDIRETA COM LISTA ENCADEADA SIMPLES

## Exemplo:

- $h(x) = x \% 7;$
- Inserção das chaves:

- 5
- 7
- 14
- 24
- 19

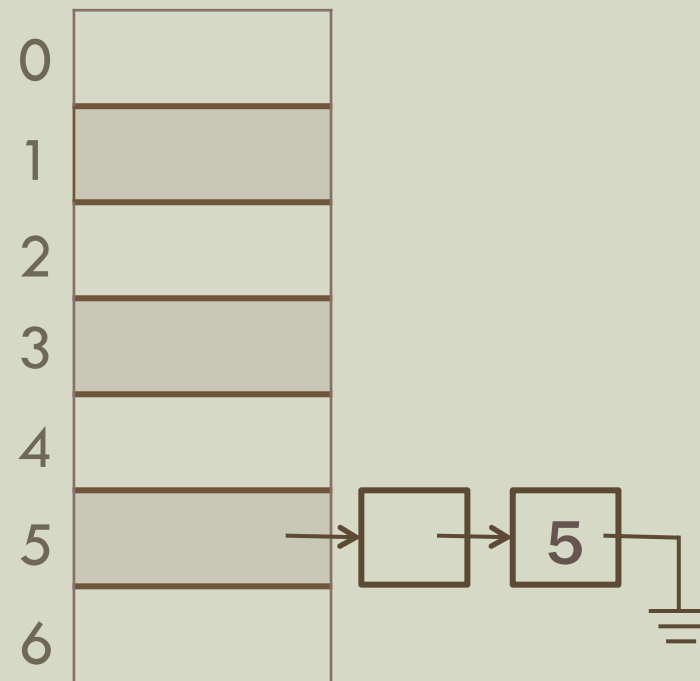
$$h(5) = 5 \% 7 = 5$$



# HASH INDIRETA COM LISTA ENCADEADA SIMPLES

## Exemplo:

- $h(x) = x \% 7;$
- Inserção das chaves:
  - 5
  - 7
  - 14
  - 24
  - 19

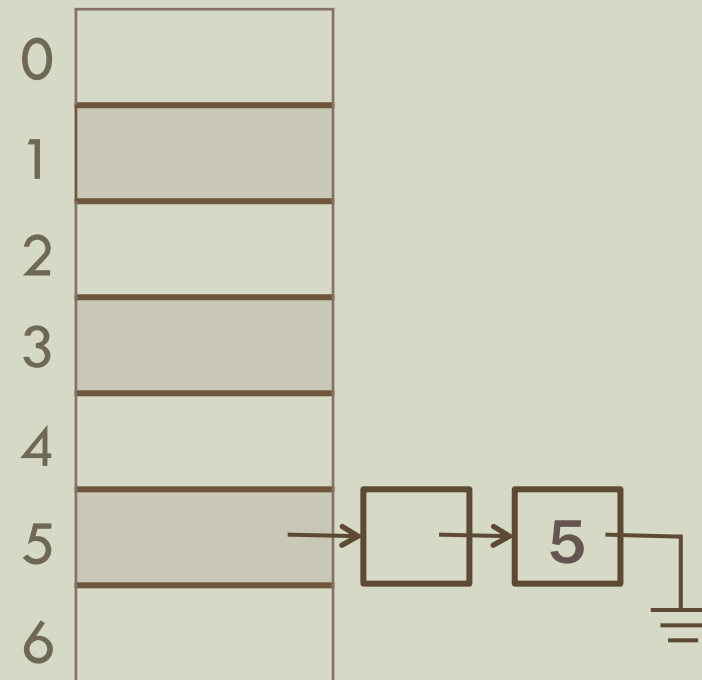




# HASH INDIRETA COM LISTA ENCADEADA SIMPLES

## Exemplo:

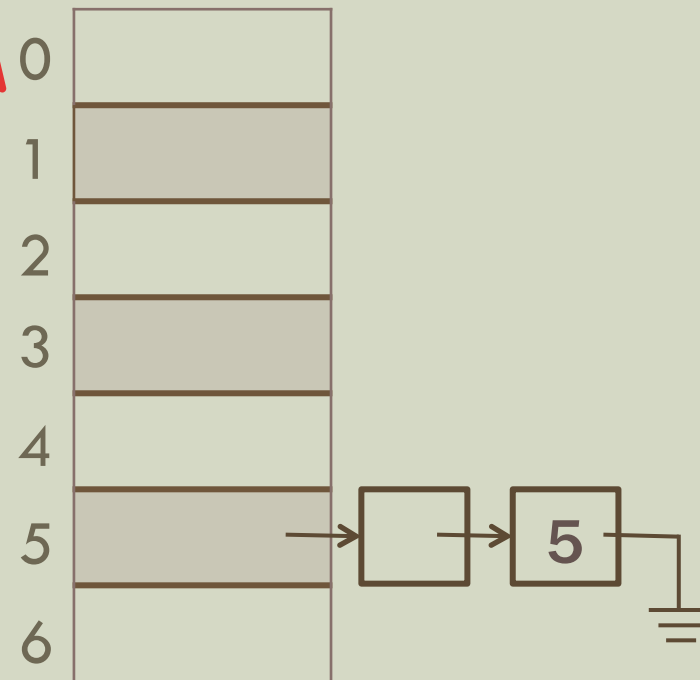
- $h(x) = x \% 7;$
- Inserção das chaves:
  - 5
  - 7  $h(7) = 7 \% 7 = 0$
  - 14
  - 24
  - 19



# HASH INDIRETA COM LISTA ENCADEADA SIMPLES

## Exemplo:

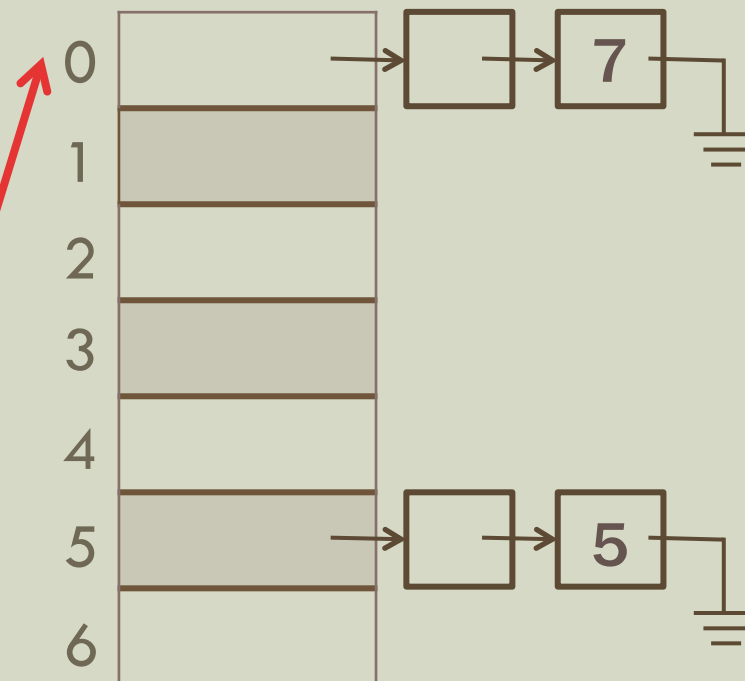
- $h(x) = x \% 7;$
- Inserção das chaves:
  - 5
  - 7  $h(7) = 7 \% 7 = 0$
  - 14
  - 24
  - 19



# HASH INDIRETA COM LISTA ENCADEADA SIMPLES

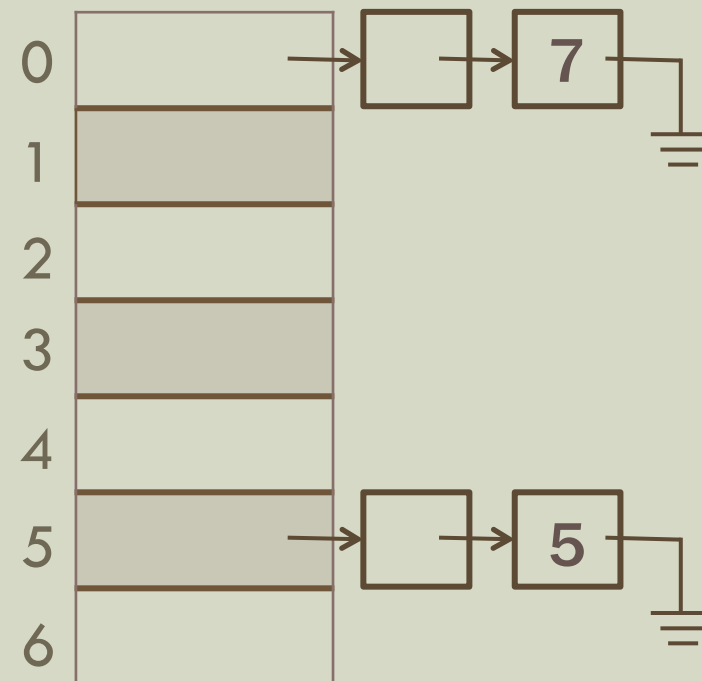
## Exemplo:

- $h(x) = x \% 7;$
- Inserção das chaves:
  - 5
  - 7  $h(7) = 7 \% 7 = 0$
  - 14
  - 24
  - 19



# HASH INDIRETA COM LISTA ENCADEADA SIMPLES

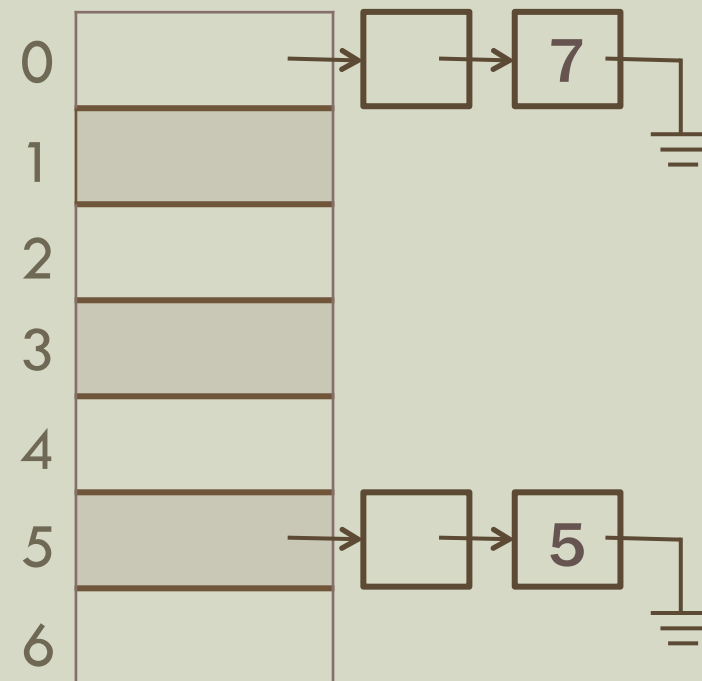
- Exemplo:
  - $h(x) = x \% 7;$
  - Inserção das chaves:
    - 5
    - 7
    - 14
    - 24
    - 19



# HASH INDIRETA COM LISTA ENCADEADA SIMPLES

## Exemplo:

- $h(x) = x \% 7;$
- Inserção das chaves:
  - 5
  - 7  $h(14) = 14 \% 7 = 0$
  - 14
  - 24
  - 19



# HASH INDIRETA COM LISTA ENCADEADA SIMPLES

## Exemplo:

- $h(x) = x \% 7;$

- Inserção das chaves:

- 5

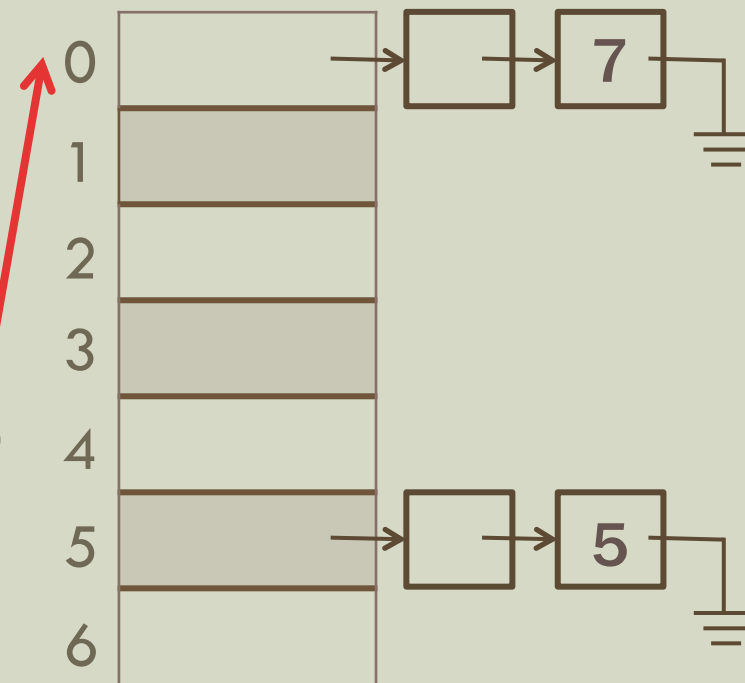
- 7

- 14

- 24

- 19

$$h(14) = 14 \% 7 = 0$$



# HASH INDIRETA COM LISTA ENCADEADA SIMPLES

## Exemplo:

- $h(x) = x \% 7;$

- Inserção das chaves:

- 5

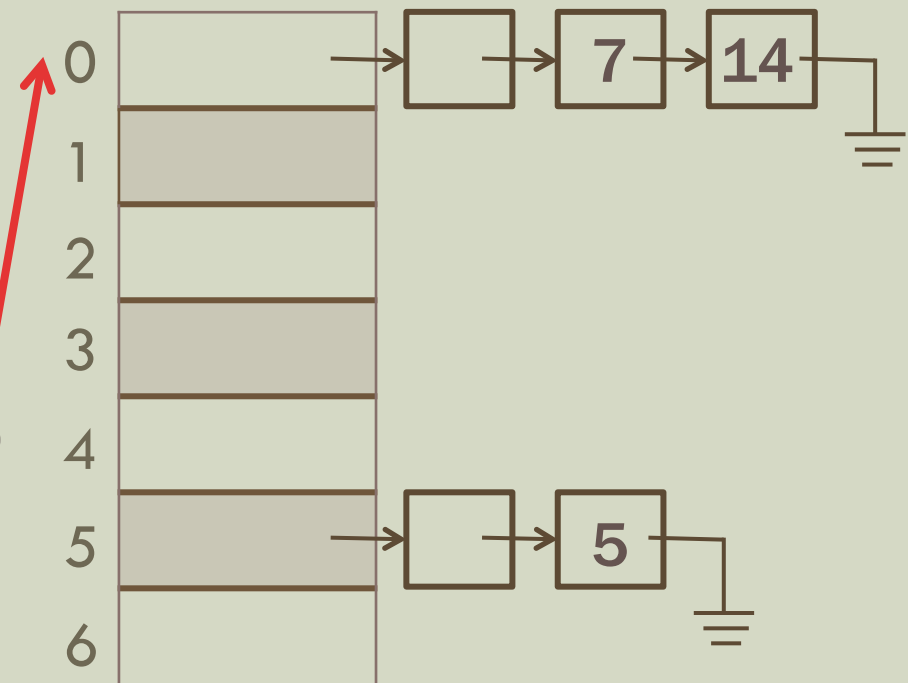
- 7

- 14

- 24

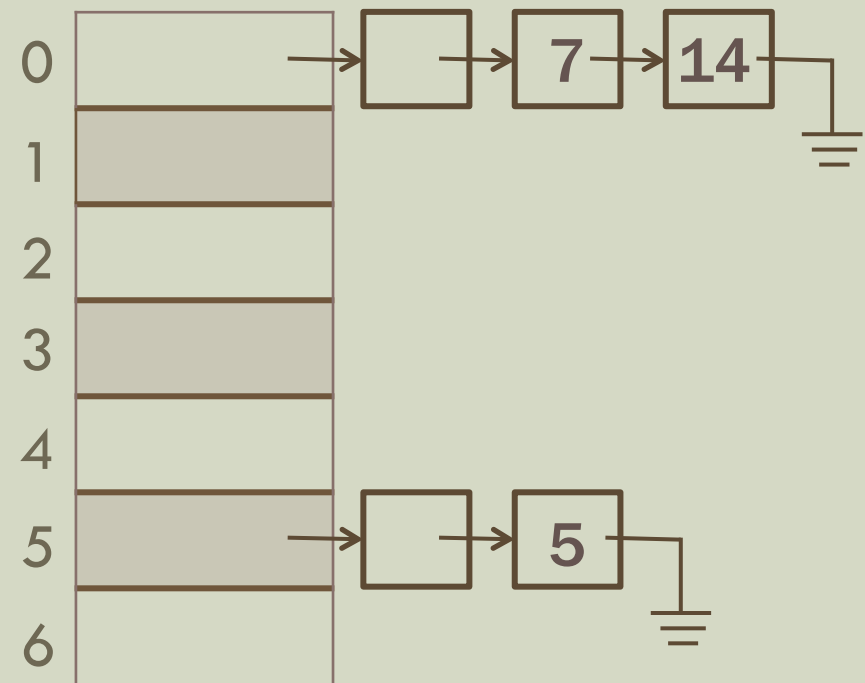
- 19

$$h(14) = 14 \% 7 = 0$$



# HASH INDIRETA COM LISTA ENCADEADA SIMPLES

- Exemplo:
  - $h(x) = x \% 7;$
  - Inserção das chaves:
    - 5
    - 7
    - 14
    - 24
    - 19

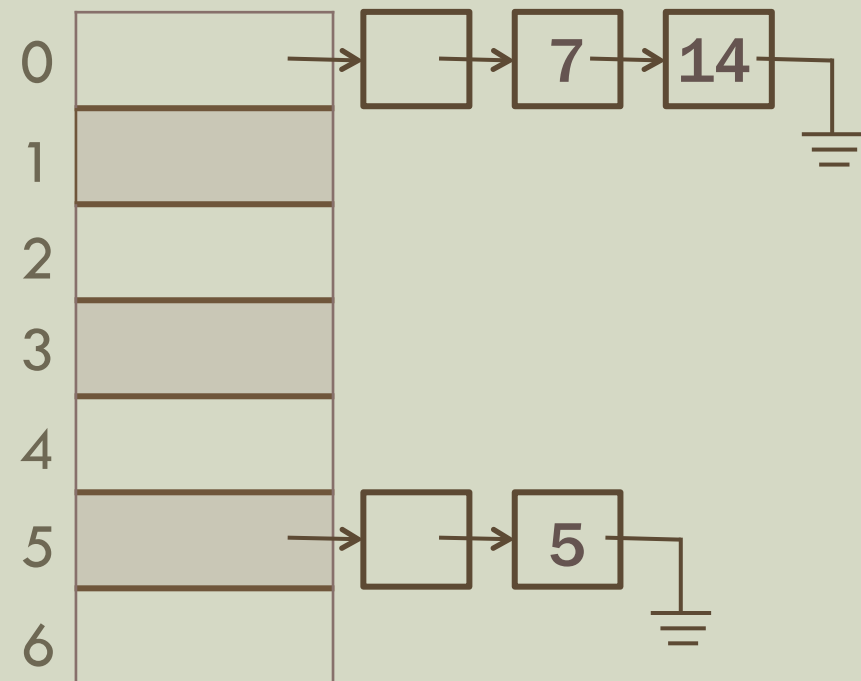




# HASH INDIRETA COM LISTA ENCADEADA SIMPLES

## Exemplo:

- $h(x) = x \% 7;$
- Inserção das chaves:
  - 5
  - 7  $h(24) = 24 \% 7 = 3$
  - 14
  - 24
  - 19



# HASH INDIRETA COM LISTA ENCADEADA SIMPLES

## Exemplo:

- $h(x) = x \% 7;$

- Inserção das chaves:

- 5

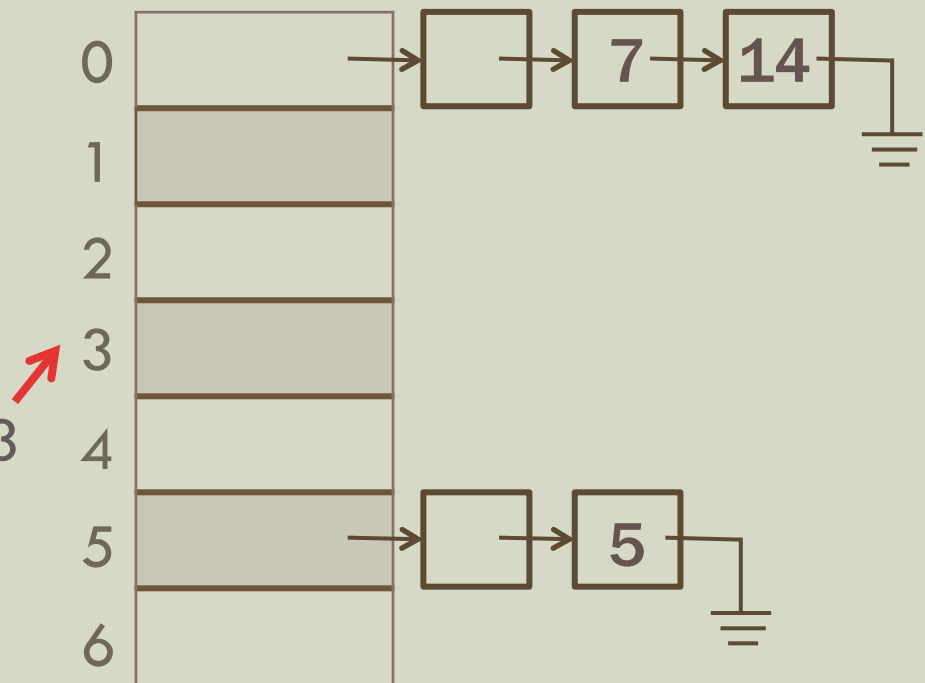
- 7

- 14

- 24

- 19

$$h(24) = 24 \% 7 = 3$$



# HASH INDIRETA COM LISTA ENCADEADA SIMPLES

## Exemplo:

- $h(x) = x \% 7;$

- Inserção das chaves:

- 5

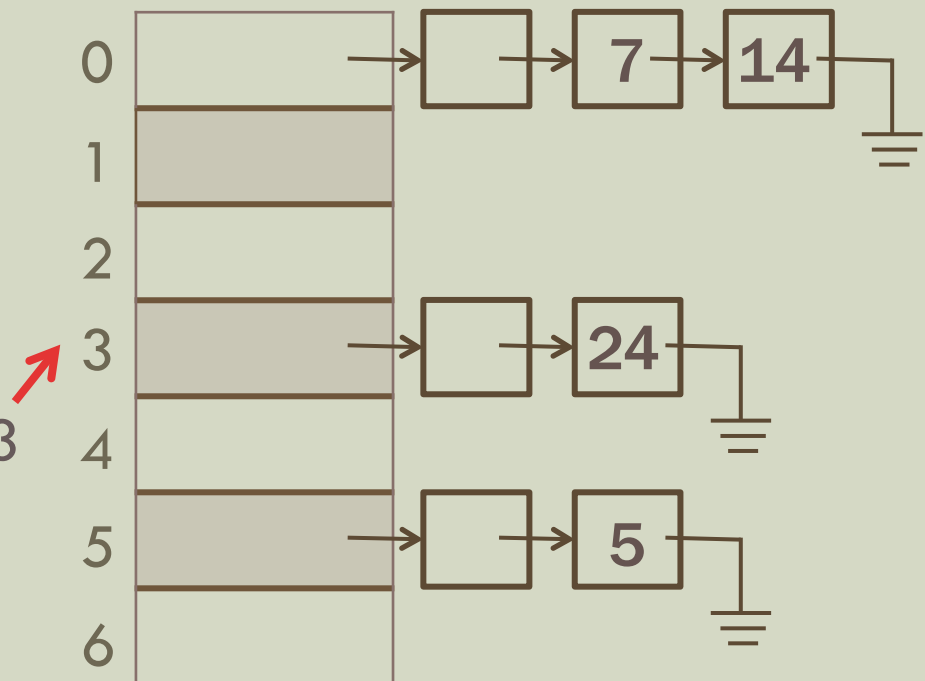
- 7

- 14

- 24

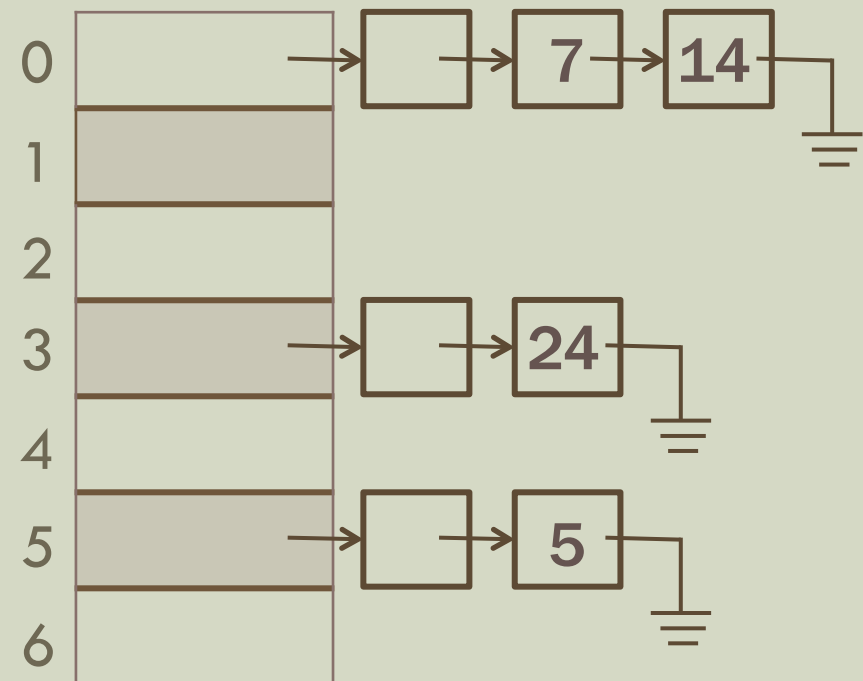
- 19

$$h(24) = 24 \% 7 = 3$$



# HASH INDIRETA COM LISTA ENCADEADA SIMPLES

- Exemplo:
  - $h(x) = x \% 7;$
  - Inserção das chaves:
    - 5
    - 7
    - 14
    - 24
    - 19



# HASH INDIRETA COM LISTA ENCADEADA SIMPLES

## Exemplo:

- $h(x) = x \% 7;$

- Inserção das chaves:

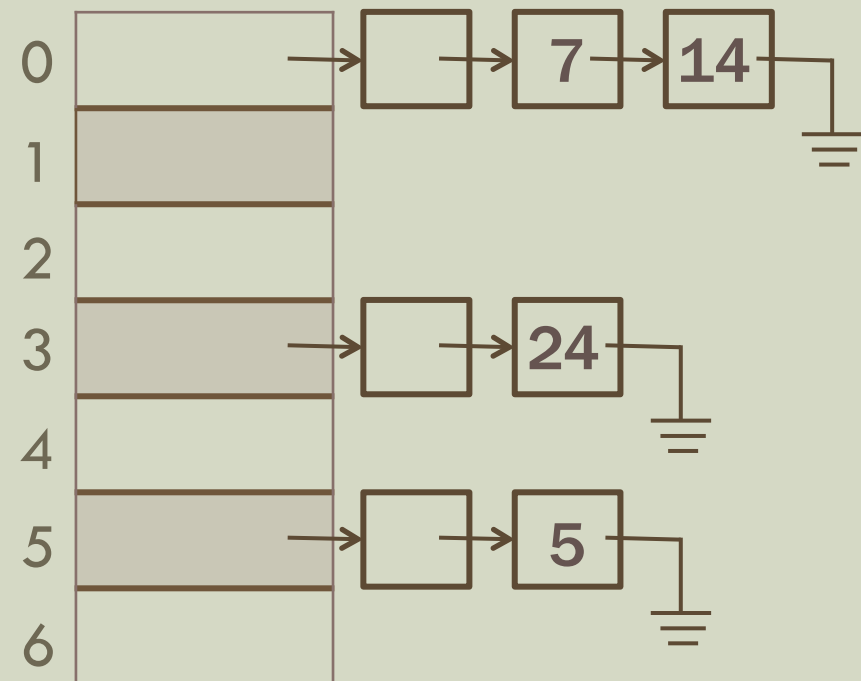
- 5

- 7      $h(19) = 19 \% 7 = 5$

- 14

- 24

- 19



# HASH INDIRETA COM LISTA ENCADEADA SIMPLES

## Exemplo:

- $h(x) = x \% 7;$

- Inserção das chaves:

- 5

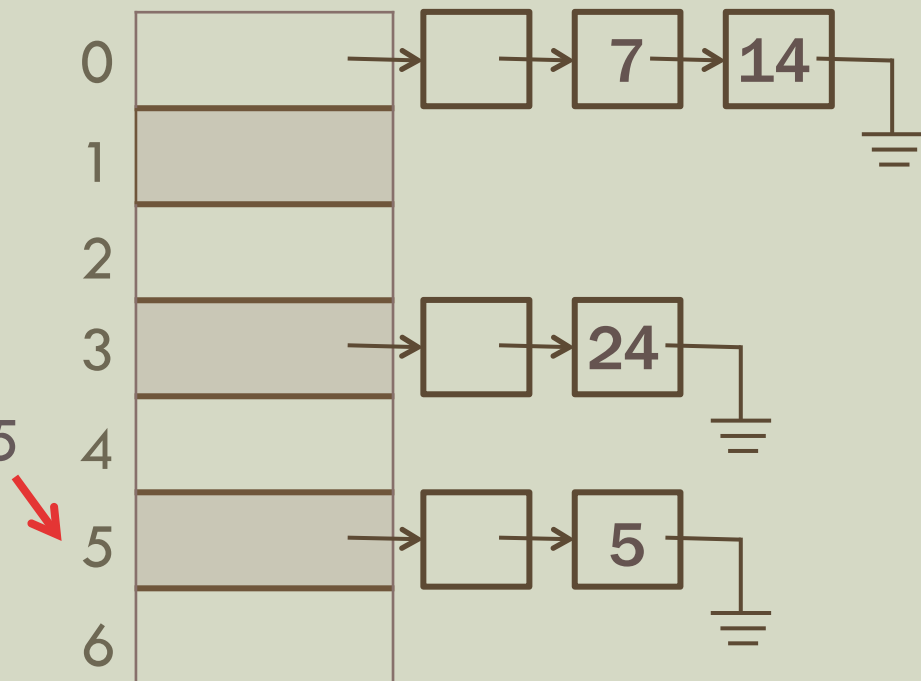
- 7

- 14

- 24

- 19

$$h(19) = 19 \% 7 = 5$$



# HASH INDIRETA COM LISTA ENCADEADA SIMPLES

## Exemplo:

- $h(x) = x \% 7;$

- Inserção das chaves:

- 5

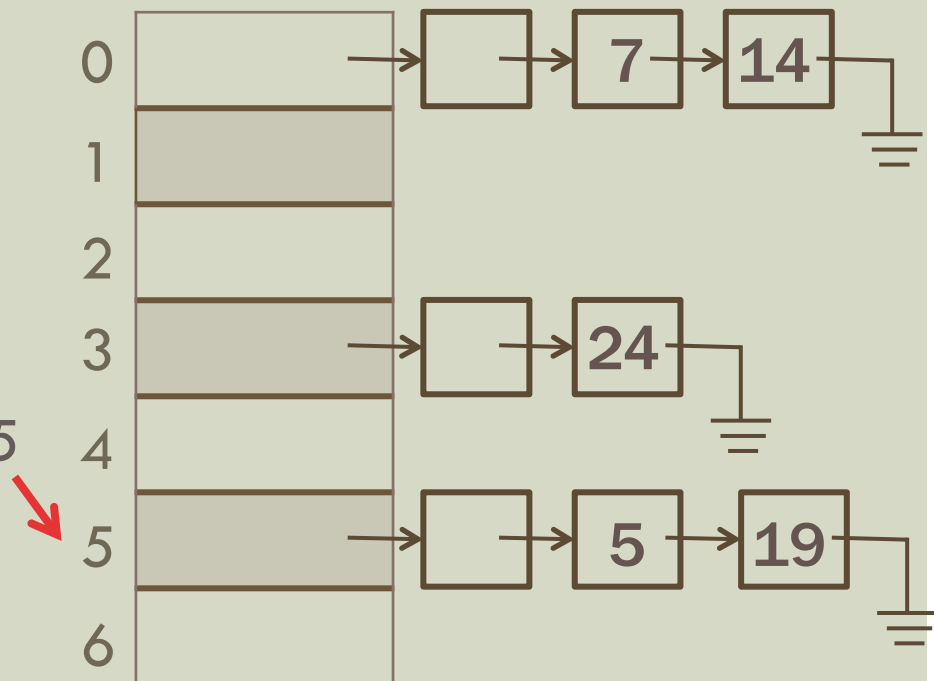
- 7

- 14

- 24

- 19

$$h(19) = 19 \% 7 = 5$$



# HASH INDIRETA COM LISTA ENCADEADA SIMPLES

- Considerando-se probabilidades iguais de endereçamento;
  - **cada lista encadeada teria tamanho** esperado de:
    - $n/M$ , onde  $M$  é o tamanho da tabela *hash*.
  - $h(x) = x \% 7$ :
    - para  $n = 80$  registros, teremos:
      - 7 listas x aproximadamente 11 registros.
- **Pesquisa e remoção:**
  - $n/M$  comparações.
  - Quando  $M$  se aproxima de  $n$ :
    - **custo fixo.**

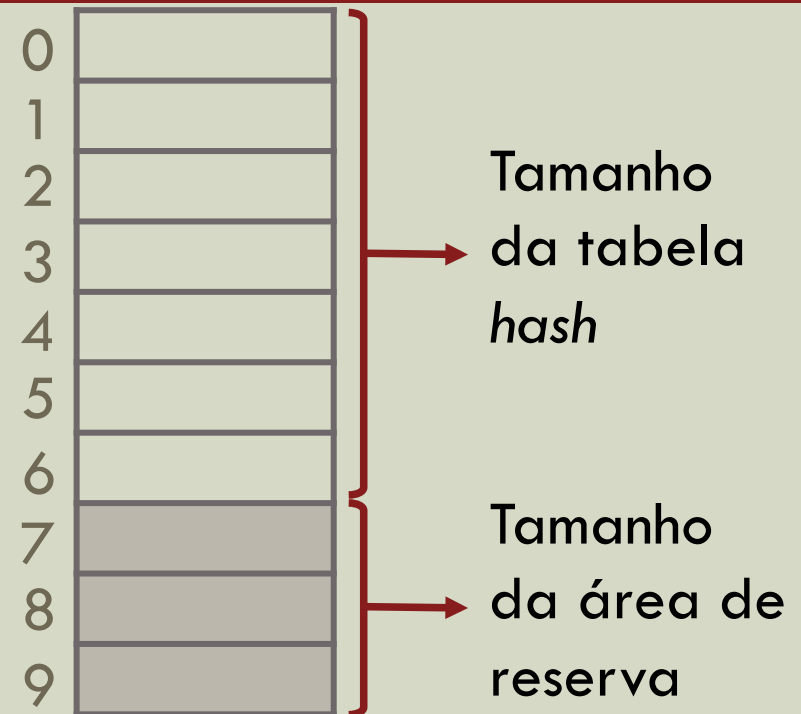


# COLISÕES COM ENDEREÇAMENTO EM ABERTO

- Método usado quando tem-se uma **boa estimativa inicial da quantidade de registros a serem armazenados.**
- Utiliza **espaços vazios da própria tabela *hash* para tratamento de colisões.**

# HASH DIRETA COM ÁREA DE RESERVA

- Exemplo:
  - suponha uma **tabela hash** de tamanho **7**;
  - com **área de reserva** de tamanho **3**.



# HASH DIRETA COM ÁREA DE RESERVA

- Exemplo:

- $h(x) = x \% 7;$
- Inserção das chaves:
  - 5
  - 7
  - 14
  - 24
  - 19

0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	

# HASH DIRETA COM ÁREA DE RESERVA

- Exemplo:
  - $h(x) = x \% 7;$
  - Inserção das chaves:
    - 5
    - 7
    - 14
    - 24
    - 19

0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	

# HASH DIRETA COM ÁREA DE RESERVA

- Exemplo:

- $h(x) = x \% 7;$

- Inserção das chaves:

- 5

- 7       $h(4) = 5 \% 7 = 5$

- 14

- 24

- 19

0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	

# HASH DIRETA COM ÁREA DE RESERVA

- Exemplo:

- $h(x) = x \% 7;$
- Inserção das chaves:

- 5

- 7

- 14

- 24

- 19

$$h(4) = 5 \% 7 = 5$$



# HASH DIRETA COM ÁREA DE RESERVA

- Exemplo:

- $h(x) = x \% 7;$

- Inserção das chaves:

- 5

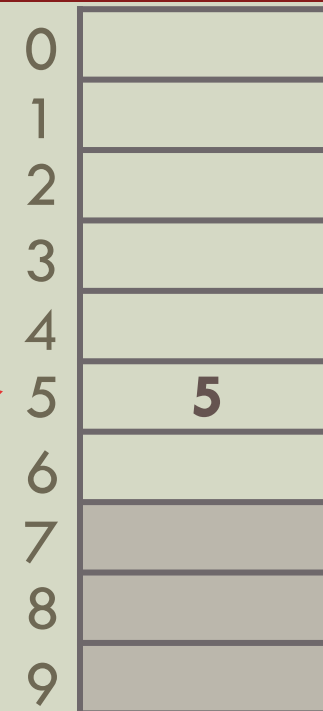
- 7

- 14

- 24

- 19

$$h(4) = 5 \% 7 = 5$$



0	
1	
2	
3	
4	
5	5
6	
7	
8	
9	

# HASH DIRETA COM ÁREA DE RESERVA

- Exemplo:
  - $h(x) = x \% 7;$
  - Inserção das chaves:
    - 5
    - 7
    - 14
    - 24
    - 19

0	
1	
2	
3	
4	
5	5
6	
7	
8	
9	



# HASH DIRETA COM ÁREA DE RESERVA

- Exemplo:

- $h(x) = x \% 7;$
- Inserção das chaves:
  - 5
  - 7       $h(7) = 7 \% 7 = 0$
  - 14
  - 24
  - 19

0	
1	
2	
3	
4	
5	5
6	
7	
8	
9	

# HASH DIRETA COM ÁREA DE RESERVA

- Exemplo:

- $h(x) = x \% 7;$

- Inserção das chaves:

- 5

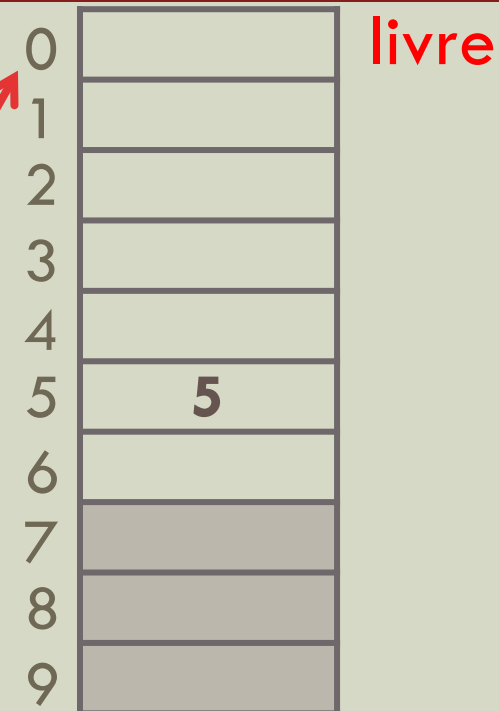
- 7

$h(7) = 7 \% 7 = 0$

- 14

- 24

- 19



# HASH DIRETA COM ÁREA DE RESERVA

- Exemplo:

- $h(x) = x \% 7;$
- Inserção das chaves:

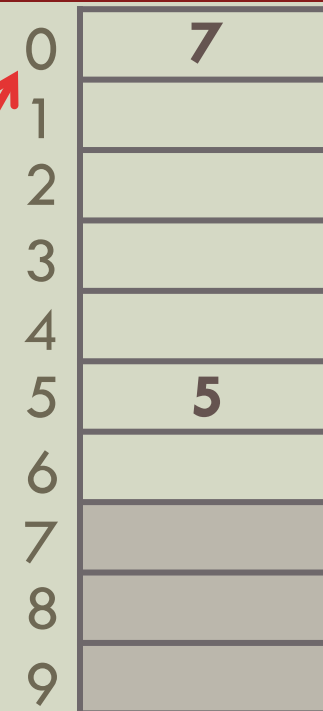
- 5

- 7      $h(7) = 7 \% 7 = 0$

- 14

- 24

- 19



0	7
1	
2	
3	
4	
5	5
6	
7	
8	
9	

# HASH DIRETA COM ÁREA DE RESERVA

- Exemplo:
  - $h(x) = x \% 7;$
  - Inserção das chaves:
    - 5
    - 7
    - 14
    - 24
    - 19

0	7
1	
2	
3	
4	
5	5
6	
7	
8	
9	

# HASH DIRETA COM ÁREA DE RESERVA

- Exemplo:

- $h(x) = x \% 7;$

- Inserção das chaves:

- 5

- 7       $h(14) = 14 \% 7 = 0$

- 14

- 24

- 19

0	7
1	
2	
3	
4	
5	5
6	
7	
8	
9	

# HASH DIRETA COM ÁREA DE RESERVA

- Exemplo:

- $h(x) = x \% 7;$
- Inserção das chaves:

- 5

- 7

- 14

- 24

- 19

$$h(14) = 14 \% 7 = 0$$

0	7	ocupado
1		
2		
3		
4		
5	5	
6		
7		
8		
9		

# HASH DIRETA COM ÁREA DE RESERVA

- Exemplo:

- $h(x) = x \% 7;$
- Inserção das chaves:

- 5

- 7      $h(14) = 14 \% 7 = 0$

- 14

- 24

- 19

0	7	livre
1		
2		
3		
4		
5	5	
6		
7		
8		
9		



# HASH DIRETA COM ÁREA DE RESERVA

- Exemplo:

- $h(x) = x \% 7;$

- Inserção das chaves:

- 5

- 7       $h(14) = 14 \% 7 = 0$

- 14

- 24

- 19

0	7
1	
2	
3	
4	
5	5
6	
7	14
8	
9	



# HASH DIRETA COM ÁREA DE RESERVA

- Exemplo:
  - $h(x) = x \% 7;$
  - Inserção das chaves:
    - 5
    - 7
    - 14
    - 24
    - 19

0	7
1	
2	
3	
4	
5	5
6	
7	14
8	
9	

# HASH DIRETA COM ÁREA DE RESERVA

- Exemplo:

- $h(x) = x \% 7;$
- Inserção das chaves:
  - 5
  - 7
  - 14
  - 24
  - 19

$$h(24) = 24 \% 7 = 3$$

0	7
1	
2	
3	
4	
5	5
6	
7	14
8	
9	

# HASH DIRETA COM ÁREA DE RESERVA

- Exemplo:

- $h(x) = x \% 7;$

- Inserção das chaves:

- 5

- 7

- 14

- 24

- 19

$$h(24) = 24 \% 7 = 3$$

0	7	livre
1		
2		
3		
4		
5	5	
6		
7	14	
8		
9		

# HASH DIRETA COM ÁREA DE RESERVA

- Exemplo:

- $h(x) = x \% 7$ ;
- Inserção das chaves:

- 5
- 7
- 14
- 24
- 19

$$h(24) = 24 \% 7 = 3$$

0	7
1	
2	
3	24
4	
5	5
6	
7	14
8	
9	

# HASH DIRETA COM ÁREA DE RESERVA

- Exemplo:
  - $h(x) = x \% 7;$
  - Inserção das chaves:
    - 5
    - 7
    - 14
    - 24
    - 19

0	7
1	
2	
3	24
4	
5	5
6	
7	14
8	
9	

# HASH DIRETA COM ÁREA DE RESERVA

- Exemplo:

- $h(x) = x \% 7;$

- Inserção das chaves:

- 5

- 7       $h(19) = 19 \% 7 = 5$

- 14

- 24

- 19

0	7
1	
2	
3	24
4	
5	5
6	
7	14
8	
9	

# HASH DIRETA COM ÁREA DE RESERVA

- Exemplo:

- $h(x) = x \% 7;$
- Inserção das chaves:

- 5
- 7
- 14
- 24
- 19

$$h(19) = 19 \% 7 = 5$$

0	7	ocupado
1		
2		
3	24	
4		
5	5	
6		
7	14	
8		
9		

# HASH DIRETA COM ÁREA DE RESERVA

- Exemplo:

- $h(x) = x \% 7;$
- Inserção das chaves:

- 5

- 7      $h(19) = 19 \% 7 = 5$

- 14

- 24

- 19

0	7	ocupado
1		
2		
3	24	
4		
5	5	
6		
7	14	
8		
9		





# HASH DIRETA COM ÁREA DE RESERVA

- Exemplo:

- $h(x) = x \% 7;$
- Inserção das chaves:

- 5

- 7  $h(19) = 19 \% 7 = 5$

- 14

- 24

- 19

0	7	
1		
2		
3	24	
4		
5	5	
6		
7	14	
8		livre
9		

# HASH DIRETA COM ÁREA DE RESERVA

- Exemplo:

- $h(x) = x \% 7;$
- Inserção das chaves:

- 5

- 7      $h(19) = 19 \% 7 = 5$

- 14

- 24

- 19

0	7
1	
2	
3	24
4	
5	5
6	
7	14
8	19
9	



# HASH DIRETA COM ÁREA DE RESERVA

- Exemplo:

- $h(x) = x \% 7;$
- Quantas comparações são realizadas nas pesquisas pelas chaves abaixo?
  - 5
  - 14
  - 19

0	7
1	
2	
3	24
4	
5	5
6	
7	14
8	19
9	

# COLISÕES COM ENDEREÇAMENTO EM ABERTO

- A **tabela *hash* direta** sofre de um mal conhecido como ***clustering***;
  - o tempo médio de pesquisa aumenta;
    - quando a **tabela *hash*** começa a ficar cheia.
- O **custo** de uma **pesquisa** com sucesso;
  - depende do **fator de carga** da **tabela *hash***.

# HASH DIRETA COM REHASH

- **Rehash:**

- **calcula-se uma nova posição na tabela *hash* para a chave;**
  - **em caso de colisão.**

- **Mais popular:**

- ***hashing* linear:**

- $h_i(x) = (h(x) + i) \% M, \text{ para } 1 \leq i \leq (M - 1)$

# HASH DIRETA COM REHASH

- Exemplo:

- função *hash*:  $h(x) = x \% 7$ ;
- *rehash*:  $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$
- Inserção das chaves:
  - 5
  - 7
  - 14
  - 24
  - 19



# HASH DIRETA COM REHASH

- Exemplo:

- função *hash*:  $h(x) = x \% 7$ ;
- rehash*:  $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$
- Inserção das chaves:
  - 5
  - 7
  - 14
  - 24
  - 19

0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	

# HASH DIRETA COM REHASH

- Exemplo:

- função *hash*:  $h(x) = x \% 7$ ;
- rehash*:  $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$
- Inserção das chaves:
  - 5
  - 7      $h(5) = 5 \% 7 = 5$
  - 14
  - 24
  - 19





# HASH DIRETA COM REHASH

## Exemplo:

- função *hash*:  $h(x) = x \% 7$ ;
- *rehash*:  $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$
- Inserção das chaves:
  - 5
  - 7      $h(5) = 5 \% 7 = 5$
  - 14
  - 24
  - 19



# HASH DIRETA COM REHASH

- Exemplo:

- função *hash*:  $h(x) = x \% 7$ ;
- rehash*:  $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$
- Inserção das chaves:
  - 5
  - 7
  - 14
  - 24
  - 19

$$h(5) = 5 \% 7 = 5$$



0	
1	
2	
3	
4	
5	5
6	

# HASH DIRETA COM REHASH

- Exemplo:

- função *hash*:  $h(x) = x \% 7$ ;
- rehash*:  $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$
- Inserção das chaves:
  - 5
  - 7
  - 14
  - 24
  - 19

0	
1	
2	
3	
4	
5	5
6	

# HASH DIRETA COM REHASH

- Exemplo:

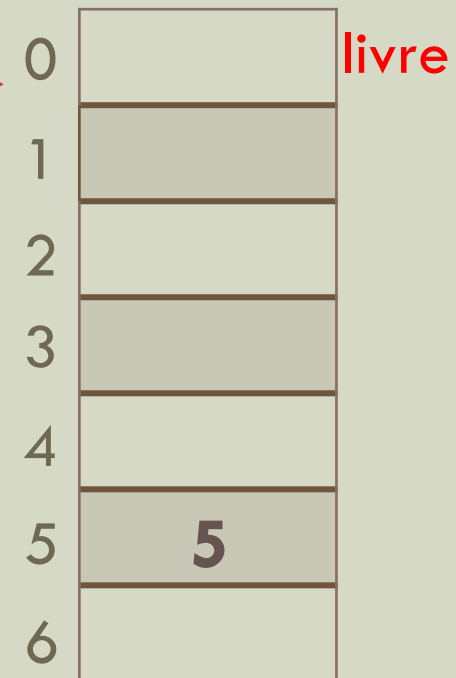
- função *hash*:  $h(x) = x \% 7$ ;
- rehash*:  $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$
- Inserção das chaves:
  - 5
  - 7  $h(7) = 7 \% 7 = 0$
  - 14
  - 24
  - 19

0	
1	
2	
3	
4	
5	5
6	

# HASH DIRETA COM REHASH

## Exemplo:

- função *hash*:  $h(x) = x \% 7$ ;
- *rehash*:  $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$
- Inserção das chaves:
  - 5
  - 7  $h(7) = 7 \% 7 = 0$
  - 14
  - 24
  - 19



# HASH DIRETA COM REHASH

- Exemplo:

- função *hash*:  $h(x) = x \% 7$ ;
- rehash*:  $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$
- Inserção das chaves:
  - 5
  - 7  $h(7) = 7 \% 7 = 0$
  - 14
  - 24
  - 19



0	7
1	
2	
3	
4	
5	5
6	

# HASH DIRETA COM REHASH

- Exemplo:

- função *hash*:  $h(x) = x \% 7$ ;
- rehash*:  $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$
- Inserção das chaves:
  - 5
  - 7
  - 14
  - 24
  - 19

0	7
1	
2	
3	
4	
5	5
6	

# HASH DIRETA COM REHASH

- Exemplo:

- função *hash*:  $h(x) = x \% 7$ ;
- rehash*:  $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$
- Inserção das chaves:
  - 5
  - 7  $h(14) = 14 \% 7 = 0$
  - 14
  - 24
  - 19

0	7
1	
2	
3	
4	
5	5
6	



# HASH DIRETA COM REHASH

- Exemplo:

- função *hash*:  $h(x) = x \% 7$ ;
- rehash*:  $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$
- Inserção das chaves:
  - 5
  - 7
  - 14
  - 24
  - 19

$$h(14) = 14 \% 7 = 0$$

0	7	ocupado
1		
2		
3		
4		
5	5	
6		

# HASH DIRETA COM REHASH

## ■ Exemplo:

- função *hash*:  $h(x) = x \% 7$ ;
- *rehash*:  $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$
- Inserção das chaves:
  - 5
  - 7  $h(14) = 14 \% 7 = 0$
  - 14  $h_1(14) = (h(14) + 1) \% 7$
  - 24  $h_1(14) = (0 + 1) \% 7$
  - 19  $h_1(14) = 1 \% 7 = 1$

0	7
1	
2	
3	
4	
5	5
6	

# HASH DIRETA COM REHASH

## Exemplo:

- função *hash*:  $h(x) = x \% 7$ ;
- *rehash*:  $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$
- Inserção das chaves:

- 5
- 7  $h(14) = 14 \% 7 = 0$
- 14  $h_1(14) = (h(14) + 1) \% 7$
- 24  $h_1(14) = (0 + 1) \% 7$
- 19  $h_1(14) = 1 \% 7 = 1$

0	7	
1		livre
2		
3		
4		
5	5	
6		

# HASH DIRETA COM REHASH

## Exemplo:

- função *hash*:  $h(x) = x \% 7$ ;
- *rehash*:  $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$
- Inserção das chaves:

- 5
- 7  $h(14) = 14 \% 7 = 0$
- 14  $h_1(14) = (h(14) + 1) \% 7$
- 24  $h_1(14) = (0 + 1) \% 7$
- 19  $h_1(14) = 1 \% 7 = 1$



0	7
1	14
2	
3	
4	
5	5
6	

# HASH DIRETA COM REHASH

- Exemplo:

- função *hash*:  $h(x) = x \% 7$ ;
- rehash*:  $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$
- Inserção das chaves:
  - 5
  - 7
  - 14
  - 24
  - 19

0	7
1	14
2	
3	
4	
5	5
6	

# HASH DIRETA COM REHASH

- Exemplo:

- função *hash*:  $h(x) = x \% 7$ ;
- rehash*:  $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$
- Inserção das chaves:
  - 5
  - 7  $h(24) = 24 \% 7 = 3$
  - 14
  - 24
  - 19

0	7
1	14
2	
3	
4	
5	5
6	

# HASH DIRETA COM REHASH

- Exemplo:

- função *hash*:  $h(x) = x \% 7$ ;
- rehash*:  $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$
- Inserção das chaves:

- 5
- 7
- 14
- 24
- 19

$$h(24) = 24 \% 7 = 3$$

0	7	
1	14	
2		
3		livre
4		
5	5	
6		

# HASH DIRETA COM REHASH

- Exemplo:

- função *hash*:  $h(x) = x \% 7$ ;
- rehash*:  $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$
- Inserção das chaves:

- 5
- 7
- 14
- 24
- 19

$$h(24) = 24 \% 7 = 3$$



0	7
1	14
2	
3	24
4	
5	5
6	



# HASH DIRETA COM REHASH

- Exemplo:

- função *hash*:  $h(x) = x \% 7$ ;
- rehash*:  $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$
- Inserção das chaves:
  - 5
  - 7
  - 14
  - 24
  - 19

0	7
1	14
2	
3	24
4	
5	5
6	

# HASH DIRETA COM REHASH

- Exemplo:

- função *hash*:  $h(x) = x \% 7$ ;
- rehash*:  $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$
- Inserção das chaves:
  - 5
  - 7      $h(19) = 19 \% 7 = 5$
  - 14
  - 24
  - 19

0	7
1	14
2	
3	24
4	
5	5
6	

# HASH DIRETA COM REHASH

## Exemplo:

- função *hash*:  $h(x) = x \% 7$ ;
- *rehash*:  $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$
- Inserção das chaves:

- 5
- 7
- 14
- 24
- 19

$$h(19) = 19 \% 7 = 5$$

0	7	
1	14	
2		
3	24	
4		
5	5	ocupado
6		

# HASH DIRETA COM REHASH

## Exemplo:

- função *hash*:  $h(x) = x \% 7$ ;
- *rehash*:  $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$
- Inserção das chaves:
  - **5**
  - **7**      $h(19) = 19 \% 7 = 5$
  - **14**     $h_1(19) = (h(19) + 1) \% 7$
  - **24**     $h_1(19) = (5 + 1) \% 7$
  - **19**     $h_1(19) = 6 \% 7 = 6$

0	<b>7</b>
1	<b>14</b>
2	
3	<b>24</b>
4	
5	<b>5</b>
6	

# HASH DIRETA COM REHASH

## Exemplo:

- função *hash*:  $h(x) = x \% 7$ ;
- *rehash*:  $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$
- Inserção das chaves:

- 5
- 7  $h(19) = 19 \% 7 = 5$
- 14  $h_1(19) = (h(19) + 1) \% 7$
- 24  $h_1(19) = (5 + 1) \% 7$
- 19  $h_1(19) = 6 \% 7 = 6 \longrightarrow$

0	7
1	14
2	
3	24
4	
5	5
6	

livre

# HASH DIRETA COM REHASH

## Exemplo:

- função *hash*:  $h(x) = x \% 7$ ;
- *rehash*:  $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$
- Inserção das chaves:

- 5
- 7  $h(19) = 19 \% 7 = 5$
- 14  $h_1(19) = (h(19) + 1) \% 7$
- 24  $h_1(19) = (5 + 1) \% 7$
- 19  $h_1(19) = 6 \% 7 = 6$  →

0	7
1	14
2	
3	24
4	
5	5
6	19

# HASH DIRETA COM REHASH

- Exemplo:

- função *hash*:  $h(x) = x \% 7$ ;
- *rehash*:  $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$
- O que ocorrerá ao tentarmos inserir a **chave 21**?

0	7
1	14
2	
3	24
4	
5	5
6	19

# HASH DIRETA COM REHASH

- Exemplo:

- função *hash*:  $h(x) = x \% 7$ ;
- *rehash*:  $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$
- O que ocorrerá ao tentarmos **inserir a chave 21**?

$$h(21) = 21 \% 7 = 0$$

0	7
1	14
2	
3	24
4	
5	5
6	19

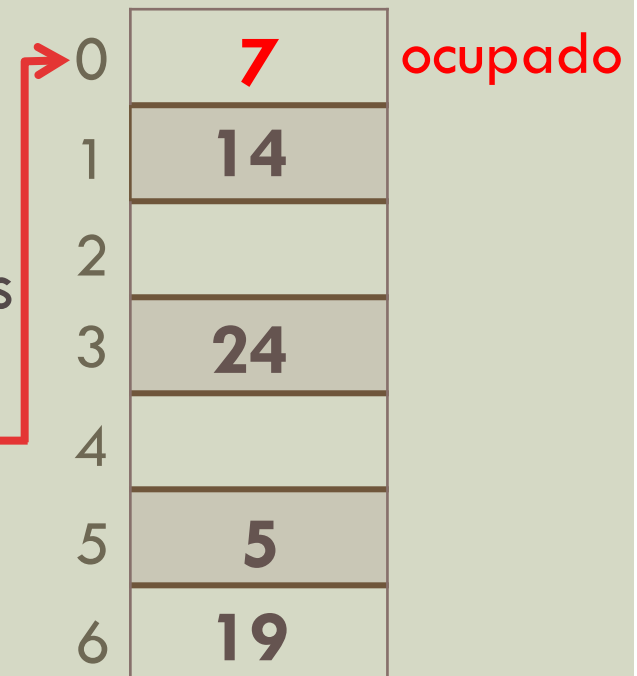


# HASH DIRETA COM REHASH

## Exemplo:

- função *hash*:  $h(x) = x \% 7$ ;
- *rehash*:  $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$
- O que ocorrerá ao tentarmos inserir a **chave 21**?

$$h(21) = 21 \% 7 = 0$$



0	7	ocupado
1	14	
2		
3	24	
4		
5	5	
6	19	

# HASH DIRETA COM REHASH

## ■ Exemplo:

- função *hash*:  $h(x) = x \% 7$ ;
- *rehash*:  $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$
- O que ocorrerá ao tentarmos **inserir a chave 21**?

$$h(21) = 21 \% 7 = 0$$

$$h_1(21) = (h(21) + 1) \% 7$$

$$h_1(21) = (0 + 1) \% 7$$

$$h_1(21) = 1 \% 7 = 1$$

0	7
1	14
2	
3	24
4	
5	5
6	19

# HASH DIRETA COM REHASH

## ■ Exemplo:

- função *hash*:  $h(x) = x \% 7$ ;
- *rehash*:  $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$
- O que ocorrerá ao tentarmos inserir a **chave 21**?

$$h(21) = 21 \% 7 = 0$$

$$h_1(21) = (h(21) + 1) \% 7$$

$$h_1(21) = (0 + 1) \% 7$$

$$h_1(21) = 1 \% 7 = 1$$

0	7	ocupado
1	14	
2		
3	24	
4		
5	5	
6	19	

# HASH DIRETA COM REHASH

## ■ Exemplo:

- função *hash*:  $h(x) = x \% 7$ ;
- *rehash*:  $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$
- O que ocorrerá ao tentarmos **inserir a chave 21**?

$$h(21) = 21 \% 7 = 0$$

$$h_2(21) = (h(21) + 2) \% 7$$

$$h_2(21) = (0 + 2) \% 7$$

$$h_2(21) = 2 \% 7 = 2$$

0	7
1	14
2	
3	24
4	
5	5
6	19

# HASH DIRETA COM REHASH

## ■ Exemplo:

- função *hash*:  $h(x) = x \% 7$ ;
- *rehash*:  $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$
- O que ocorrerá ao tentarmos inserir a **chave 21**?

$$h(21) = 21 \% 7 = 0$$

$$h_2(21) = (h(21) + 2) \% 7$$

$$h_2(21) = (0 + 2) \% 7$$

$$h_2(21) = 2 \% 7 = 2$$

0	7	
1	14	
2		livre
3	24	
4		
5	5	
6	19	

# HASH DIRETA COM REHASH

## ■ Exemplo:

- função *hash*:  $h(x) = x \% 7$ ;
- *rehash*:  $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$
- O que ocorrerá ao tentarmos inserir a **chave 21**?

$$h(21) = 21 \% 7 = 0$$

$$h_2(21) = (h(21) + 2) \% 7$$

$$h_2(21) = (0 + 2) \% 7$$

$$h_2(21) = 2 \% 7 = 2$$

0	7
1	14
2	21
3	24
4	
5	5
6	19

# HASH DIRETA COM REHASH

- Exemplo:

- função *hash*:  $h(x) = x \% 7$ ;
- rehash*:  $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$
- O que ocorrerá ao tentarmos inserir a **chave 21**?

Possível degeneração  
da tabela *hash*!

0	7
1	14
2	21
3	24
4	
5	5
6	19

# HASH DIRETA COM REHASH

- **Hashing quadrático:**
  - também popular;
  - $h_i(x) = (h(x) + i^2) \% M;$ 
    - para  $1 \leq i \leq (M - 1)$



# TABELA *HASH* COM *BUCKETS*

- ***Buckets:***
  - **áreas de registros;**
    - ao invés de apenas um registro em cada posição da tabela *hash*.

# TABELA HASH COM BUCKETS

- Exemplo:

- $h(x) = x \% 7;$
- Inserção das chaves:
  - 5
  - 7
  - 14
  - 24
  - 19

0				
1				
2				
3				
4				
5				
6				

# TABELA HASH COM BUCKETS

- Exemplo:

- $h(x) = x \% 7;$
- Inserção das chaves:
  - 5
  - 7
  - 14
  - 24
  - 19

0				
1				
2				
3				
4				
5				
6				

# TABELA HASH COM BUCKETS

- Exemplo:

- $h(x) = x \% 7;$

- Inserção das chaves:

- 5

- 7

- 14

- 24

- 19

$$h(5) = 5 \% 7 = 5$$

0				
1				
2				
3				
4				
5				
6				

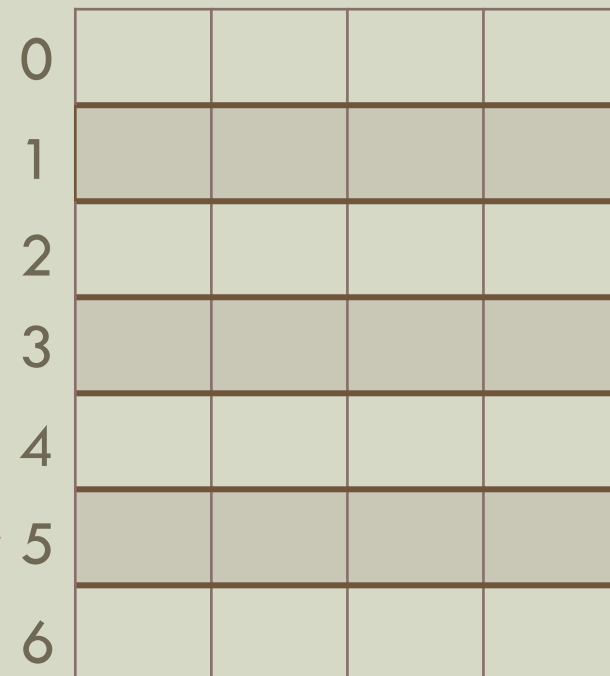
# TABELA HASH COM BUCKETS

- Exemplo:

- $h(x) = x \% 7;$
- Inserção das chaves:

- 5
- 7
- 14
- 24
- 19

$$h(5) = 5 \% 7 = 5$$



0				
1				
2				
3				
4				
5				
6				

# TABELA HASH COM BUCKETS

- Exemplo:

- $h(x) = x \% 7;$

- Inserção das chaves:

- 5

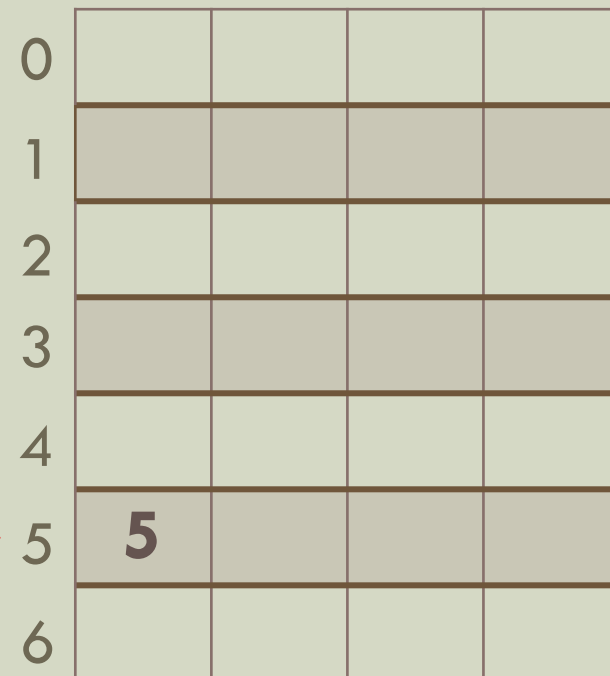
- 7

- 14

- 24

- 19

$$h(5) = 5 \% 7 = 5$$



0				
1				
2				
3				
4				
5	5			
6				

# TABELA HASH COM BUCKETS

- Exemplo:

- $h(x) = x \% 7;$
- Inserção das chaves:
  - 5
  - 7
  - 14
  - 24
  - 19

0				
1				
2				
3				
4				
5	5			
6				

# TABELA HASH COM BUCKETS

- Exemplo:

- $h(x) = x \% 7;$
- Inserção das chaves:
  - 5
  - 7
  - 14
  - 24
  - 19

$$h(7) = 7 \% 7 = 0$$

0				
1				
2				
3				
4				
5	5			
6				




# TABELA HASH COM BUCKETS

- Exemplo:

- $h(x) = x \% 7;$
- Inserção das chaves:

- 5
- 7
- 14
- 24
- 19

$$h(7) = 7 \% 7 = 0$$



0				
1				
2				
3				
4				
5	5			
6				


# TABELA HASH COM BUCKETS

- Exemplo:

- $h(x) = x \% 7;$
- Inserção das chaves:

- 5
- 7
- 14
- 24
- 19

$$h(7) = 7 \% 7 = 0$$



0	7			
1				
2				
3				
4				
5	5			
6				

# TABELA HASH COM BUCKETS

- Exemplo:

- $h(x) = x \% 7;$
- Inserção das chaves:
  - 5
  - 7
  - 14
  - 24
  - 19

0	7			
1				
2				
3				
4				
5	5			
6				

# TABELA HASH COM BUCKETS

- Exemplo:

- $h(x) = x \% 7;$

- Inserção das chaves:

- 5

- 7

- 14

- 24

- 19

$$h(14) = 14 \% 7 = 0$$

0	7			
1				
2				
3				
4				
5	5			
6				

# TABELA HASH COM BUCKETS

- Exemplo:

- $h(x) = x \% 7;$
- Inserção das chaves:

- 5
- 7
- 14
- 24
- 19

$$h(14) = 14 \% 7 = 0$$



0	7			
1				
2				
3				
4				
5	5			
6				

# TABELA HASH COM BUCKETS

- Exemplo:

- $h(x) = x \% 7;$
- Inserção das chaves:

- 5
- 7
- 14
- 24
- 19

$$h(14) = 14 \% 7 = 0$$



0	7	14		
1				
2				
3				
4				
5	5			
6				

# TABELA HASH COM BUCKETS

- Exemplo:

- $h(x) = x \% 7;$
- Inserção das chaves:
  - 5
  - 7
  - 14
  - 24
  - 19

0	7	14		
1				
2				
3				
4				
5	5			
6				

# TABELA HASH COM BUCKETS

- Exemplo:

- $h(x) = x \% 7;$
- Inserção das chaves:
  - 5
  - 7
  - 14
  - 24
  - 19

$$h(24) = 24 \% 7 = 3$$

0	7	14		
1				
2				
3				
4				
5	5			
6				



# TABELA HASH COM BUCKETS

- Exemplo:

- $h(x) = x \% 7;$
- Inserção das chaves:

- 5
- 7
- 14
- 24
- 19

$$h(24) = 24 \% 7 = 3$$

0	7	14		
1				
2				
3				
4				
5	5			
6				

# TABELA HASH COM BUCKETS

- Exemplo:

- $h(x) = x \% 7;$
- Inserção das chaves:

- 5
- 7
- 14
- 24
- 19

$$h(24) = 24 \% 7 = 3$$

0	7	14		
1				
2				
3	24			
4				
5	5			
6				

# TABELA HASH COM BUCKETS

- Exemplo:

- $h(x) = x \% 7;$
- Inserção das chaves:
  - 5
  - 7
  - 14
  - 24
  - 19

0	7	14		
1				
2				
3	24			
4				
5	5			
6				

# TABELA HASH COM BUCKETS

- Exemplo:

- $h(x) = x \% 7;$

- Inserção das chaves:

- 5

- 7

- 14

- 24

- 19

$$h(19) = 19 \% 7 = 5$$

0	7	14		
1				
2				
3	24			
4				
5	5			
6				

# TABELA HASH COM BUCKETS

- Exemplo:

- $h(x) = x \% 7;$
- Inserção das chaves:

- 5
- 7
- 14
- 24
- 19

$$h(19) = 19 \% 7 = 5$$

0	7	14		
1				
2				
3	24			
4				
5	5			
6				

# TABELA HASH COM BUCKETS

- Exemplo:

- $h(x) = x \% 7;$
- Inserção das chaves:

- 5
- 7
- 14
- 24
- 19

$$h(19) = 19 \% 7 = 5$$

0	7	14		
1				
2				
3	24			
4				
5	5	19		
6				

# TABELA HASH COM BUCKETS

- Exemplo:
  - $h(x) = x \% 7;$
  - O que ocorrerá ao tentarmos **inserir a chave 21**?

0	7	14		
1				
2				
3	24			
4				
5	5	19		
6				

# TABELA HASH COM BUCKETS

- Exemplo:

- $h(x) = x \% 7$ ;
- O que ocorrerá ao tentarmos **inserir a chave 21**?

$$h(21) = 21 \% 7 = 0$$

0	7	14		
1				
2				
3	24			
4				
5	5	19		
6				



# TABELA HASH COM BUCKETS

- Exemplo:

- $h(x) = x \% 7$ ;
- O que ocorrerá ao tentarmos **inserir** a **chave 21**?

$$h(21) = 21 \% 7 = 0$$



0	<b>7</b>	<b>14</b>		
1				
2				
3	<b>24</b>			
4				
5	<b>5</b>	<b>19</b>		
6				

# TABELA HASH COM BUCKETS

- Exemplo:

- $h(x) = x \% 7$ ;
- O que ocorrerá ao tentarmos **inserir a chave 21**?

$$h(21) = 21 \% 7 = 0$$



0	<b>7</b>	<b>14</b>	<b>21</b>	
1				
2				
3	<b>24</b>			
4				
5	<b>5</b>	<b>19</b>		
6				

# REMOÇÃO

- Listas encadeadas:
  - já vimos!
- **Endereçamento em aberto:**
  - **apagar instantaneamente o registro pode causar problemas!**
  - **Solução:**
    - **marca-se o registro como removido;**
    - **repara-se posteriormente a tabela *hash*.**

# HASH DIRETA COM REHASH – REMOÇÃO

## ■ Exemplo:

- função *hash*:  $h(x) = x \% 7$ ;
- *rehash*:  $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$
- Remoção das chaves:
  - 14
  - 19

0	7
1	14
2	21
3	24
4	
5	5
6	19

# HASH DIRETA COM REHASH – REMOÇÃO

## ■ Exemplo:

- função *hash*:  $h(x) = x \% 7$ ;
- *rehash*:  $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$
- Remoção das chaves:
  - 14
  - 19

0	7
1	14
2	21
3	24
4	
5	5
6	19

# HASH DIRETA COM REHASH – REMOÇÃO

## ■ Exemplo:

- função *hash*:  $h(x) = x \% 7$ ;
- *rehash*:  $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$
- Remoção das chaves:
  - 14      $h(14) = 14 \% 7 = 0$
  - 19

0	7
1	14
2	21
3	24
4	
5	5
6	19

# HASH DIRETA COM REHASH – REMOÇÃO

## Exemplo:

- função *hash*:  $h(x) = x \% 7$ ;
- *rehash*:  $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$
- Remoção das chaves:
  - 14
  - 19  $h(14) = 14 \% 7 = 0$



0	7
1	14
2	21
3	24
4	
5	5
6	19

# HASH DIRETA COM REHASH – REMOÇÃO

## Exemplo:

- função *hash*:  $h(x) = x \% 7$ ;
- *rehash*:  $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$
- Remoção das chaves:
  - 14  $h(14) = 14 \% 7 = 0$
  - 19  $h_1(14) = (h(14) + 1) \% 7$   
 $h_1(14) = (0 + 1) \% 7$   
 $h_1(14) = 1 \% 7 = 1$

0	7
1	14
2	21
3	24
4	
5	5
6	19



# HASH DIRETA COM REHASH – REMOÇÃO

## Exemplo:

- função *hash*:  $h(x) = x \% 7$ ;
- *rehash*:  $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$
- Remoção das chaves:

- 14

- 19
- $$h(14) = 14 \% 7 = 0$$
- $$h_1(14) = (h(14) + 1) \% 7$$
- $$h_1(14) = (0 + 1) \% 7$$
- $$h_1(14) = 1 \% 7 = 1$$



0	7
1	14
2	21
3	24
4	
5	5
6	19

# HASH DIRETA COM REHASH – REMOÇÃO

## Exemplo:

- função *hash*:  $h(x) = x \% 7$ ;
- *rehash*:  $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$
- Remoção das chaves:

- 14

- 19

$$h(14) = 14 \% 7 = 0$$

$$h_1(14) = (h(14) + 1) \% 7$$

$$h_1(14) = (0 + 1) \% 7$$

$$h_1(14) = 1 \% 7 = 1$$

0	7
1	14*
2	21
3	24
4	
5	5
6	19

# HASH DIRETA COM REHASH – REMOÇÃO

## ■ Exemplo:

- função *hash*:  $h(x) = x \% 7$ ;
- *rehash*:  $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$
- Remoção das chaves:
  - 14
  - 19

0	7
1	14*
2	21
3	24
4	
5	5
6	19

# HASH DIRETA COM REHASH – REMOÇÃO

## ■ Exemplo:

- função *hash*:  $h(x) = x \% 7$ ;
- *rehash*:  $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$
- Remoção das chaves:
  - 14
  - 19     $h(19) = 19 \% 7 = 5$

0	7
1	14*
2	21
3	24
4	
5	5
6	19

# HASH DIRETA COM REHASH – REMOÇÃO

## Exemplo:

- função *hash*:  $h(x) = x \% 7$ ;
- *rehash*:  $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$
- Remoção das chaves:
  - 14
  - 19  $h(19) = 19 \% 7 = 5$

0	7
1	14*
2	21
3	24
4	
5	5
6	19

# HASH DIRETA COM REHASH – REMOÇÃO

## ■ Exemplo:

- função *hash*:  $h(x) = x \% 7$ ;
- *rehash*:  $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$
- Remoção das chaves:

- 14

- 19

$$h(19) = 19 \% 7 = 5$$

$$h_1(19) = (h(19) + 1) \% 7$$

$$h_1(19) = (5 + 1) \% 7$$

$$h_1(19) = 6 \% 7 = 6$$

0	7
1	14*
2	21
3	24
4	
5	5
6	19

# HASH DIRETA COM REHASH – REMOÇÃO

## Exemplo:

- função *hash*:  $h(x) = x \% 7$ ;
- *rehash*:  $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$
- Remoção das chaves:

- 14

- 19

$$h(19) = 19 \% 7 = 5$$

$$h_1(19) = (h(19) + 1) \% 7$$

$$h_1(19) = (5 + 1) \% 7$$

$$h_1(19) = 6 \% 7 = 6 \longrightarrow$$

0	7
1	14*
2	21
3	24
4	
5	5
6	19

# HASH DIRETA COM REHASH – REMOÇÃO

## Exemplo:

- função *hash*:  $h(x) = x \% 7$ ;
- *rehash*:  $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$
- Remoção das chaves:

- 14

- 19

$$h(19) = 19 \% 7 = 5$$

$$h_1(19) = (h(19) + 1) \% 7$$

$$h_1(19) = (5 + 1) \% 7$$

$$h_1(19) = 6 \% 7 = 6 \longrightarrow$$

0	7
1	14*
2	21
3	24
4	
5	5
6	19*



# HASH DIRETA COM REHASH – INSERÇÃO

- Exemplo:

- função *hash*:  $h(x) = x \% 7$ ;
- *rehash*:  $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$
- **Inserção da chave 22:**

0	7
1	14*
2	21
3	24
4	
5	5
6	19*

# HASH DIRETA COM REHASH – INSERÇÃO

## ■ Exemplo:

- função *hash*:  $h(x) = x \% 7$ ;
- *rehash*:  $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$
- **Inserção da chave 22:**

$$h(22) = 22 \% 7 = 1$$

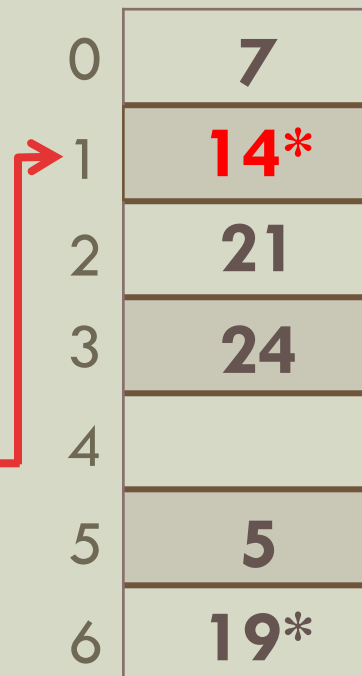
0	7
1	14*
2	21
3	24
4	
5	5
6	19*

# HASH DIRETA COM REHASH – INSERÇÃO

## ■ Exemplo:

- função *hash*:  $h(x) = x \% 7$ ;
- *rehash*:  $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$
- **Inserção da chave 22:**

$$h(22) = 22 \% 7 = 1$$



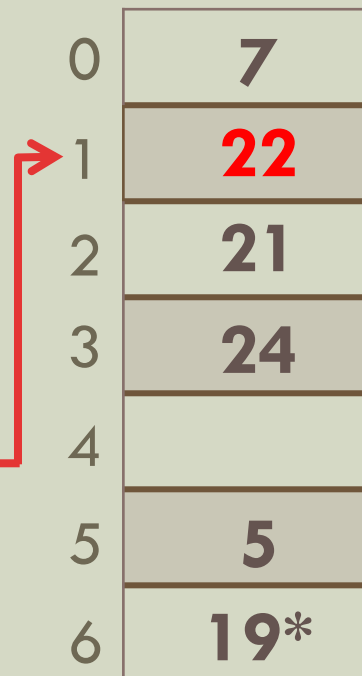
0	7
1	14*
2	21
3	24
4	
5	5
6	19*

# HASH DIRETA COM REHASH – INSERÇÃO

## ■ Exemplo:

- função *hash*:  $h(x) = x \% 7$ ;
- *rehash*:  $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$
- **Inserção da chave 22:**

$$h(22) = 22 \% 7 = 1$$



0	7
1	22
2	21
3	24
4	
5	5
6	19*

# HASH DIRETA COM REHASH – REPARAÇÃO

- Reparação, reorganização, restauração ou compactação da tabela *hash*.

# HASH DIRETA COM REHASH – REPARAÇÃO

- Exemplo:

- função *hash*:

- $h(x) = x \% 7;$

- rehash*:

- $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$

0	7	0	
1	14*	1	
2	21	2	
3	24	3	
4		4	
5	5	5	
6	19*	6	

# HASH DIRETA COM REHASH – REPARAÇÃO

## ■ Exemplo:

### ■ função *hash*:

- $h(x) = x \% 7;$

### ■ *rehash*:

- $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$

→ 0	<b>7</b>	0	
1	<b>14*</b>	1	
2	<b>21</b>	2	
3	<b>24</b>	3	
4		4	
5	<b>5</b>	5	
6	<b>19*</b>	6	

# HASH DIRETA COM REHASH – REPARAÇÃO

## Exemplo:

### função hash:

- $h(x) = x \% 7;$

### rehash:

- $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$

$$h(7) = 7 \% 7 = 0$$

→ 0	<b>7</b>	0	
1	<b>14*</b>	1	
2	<b>21</b>	2	
3	<b>24</b>	3	
4		4	
5	<b>5</b>	5	
6	<b>19*</b>	6	



# HASH DIRETA COM REHASH – REPARAÇÃO

## Exemplo:

### função hash:

- $h(x) = x \% 7;$

### rehash:

- $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$

$$h(7) = 7 \% 7 = 0$$

→ 0	<b>7</b>	0	<b>7</b>
1	<b>14*</b>	1	
2	<b>21</b>	2	
3	<b>24</b>	3	
4		4	
5	<b>5</b>	5	
6	<b>19*</b>	6	

# HASH DIRETA COM REHASH – REPARAÇÃO

- Exemplo:

- função *hash*:

- $h(x) = x \% 7;$

- rehash*:

- $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$



0	7	0	7
1	14*	1	
2	21	2	
3	24	3	
4		4	
5	5	5	
6	19*	6	

# HASH DIRETA COM REHASH – REPARAÇÃO

- Exemplo:

- função *hash*:

- $h(x) = x \% 7;$

- rehash*:

- $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$

0	7	0	7
1	14*	1	
→ 2	21	2	
3	24	3	
4		4	
5	5	5	
6	19*	6	

# HASH DIRETA COM REHASH – REPARAÇÃO

## Exemplo:

### função hash:

- $h(x) = x \% 7;$

### rehash:

- $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$

$$h(21) = 21 \% 7 = 0$$

0	7	0	7
1	14*	1	
→ 2	21	2	
3	24	3	
4		4	
5	5	5	
6	19*	6	

# HASH DIRETA COM REHASH – REPARAÇÃO

## Exemplo:

### função *hash*:

- $h(x) = x \% 7;$

### *rehash*:

- $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$

$$h(21) = 21 \% 7 = 0$$

0	7	0	7
1	14*	1	
→ 2	21	2	
3	24	3	
4		4	
5	5	5	
6	19*	6	

# HASH DIRETA COM REHASH – REPARAÇÃO

## ■ Exemplo:

### ■ função *hash*:

- $h(x) = x \% 7;$

### ■ *rehash*:

- $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$

$$h(21) = 21 \% 7 = 0$$

$$h_1(21) = (h(21) + 1) \% 7$$

$$h_1(21) = (0 + 1) \% 7$$

$$h_1(21) = 1 \% 7 = 1$$

0	7	0	7
1	14*	1	
→ 2	21	2	
3	24	3	
4		4	
5	5	5	
6	19*	6	

# HASH DIRETA COM REHASH – REPARAÇÃO

## Exemplo:

### função hash:

- $h(x) = x \% 7;$

### rehash:

- $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$

$$h(21) = 21 \% 7 = 0$$

$$h_1(21) = (h(21) + 1) \% 7$$

$$h_1(21) = (0 + 1) \% 7$$

$$h_1(21) = 1 \% 7 = 1$$

0	7	0	7
1	14*	1	21
→ 2	21	2	
3	24	3	
4		4	
5	5	5	
6	19*	6	

# HASH DIRETA COM REHASH – REPARAÇÃO

- Exemplo:

- função *hash*:

- $h(x) = x \% 7;$

- rehash*:

- $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$



0	7	0	7
1	14*	1	21
2	21	2	
3	24	3	
4		4	
5	5	5	
6	19*	6	



# HASH DIRETA COM REHASH – REPARAÇÃO

- Exemplo:

- função *hash*:

- $h(x) = x \% 7;$

- rehash*:

- $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$

- $h(24) = 24 \% 7 = 3$



0	7	0	7
1	14*	1	21
2	21	2	
3	24	3	
4		4	
5	5	5	
6	19*	6	

# HASH DIRETA COM REHASH – REPARAÇÃO

- Exemplo:

- função *hash*:

- $h(x) = x \% 7;$

- rehash*:

- $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$

$$h(24) = 24 \% 7 = 3$$



0	7	0	7
1	14*	1	21
2	21	2	
3	24	3	24
4		4	
5	5	5	
6	19*	6	

# HASH DIRETA COM REHASH – REPARAÇÃO

- Exemplo:

- função *hash*:

- $h(x) = x \% 7;$

- rehash*:

- $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$

0	7	0	7
1	14*	1	21
2	21	2	
3	24	3	24
→ 4		4	
5	5	5	
6	19*	6	

# HASH DIRETA COM REHASH – REPARAÇÃO

- Exemplo:

- função *hash*:

- $h(x) = x \% 7;$

- rehash*:

- $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$

0	7	0	7
1	14*	1	21
2	21	2	
3	24	3	24
4		4	
→ 5	5	5	
6	19*	6	

# HASH DIRETA COM REHASH – REPARAÇÃO

- Exemplo:

- função *hash*:

- $h(x) = x \% 7;$

- rehash*:

- $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$

$$h(5) = 5 \% 7 = 5$$

0	7	0	7
1	14*	1	21
2	21	2	
3	24	3	24
4		4	
→ 5	5	5	
6	19*	6	

# HASH DIRETA COM REHASH – REPARAÇÃO

## Exemplo:

### função *hash*:

- $h(x) = x \% 7;$

### *rehash*:

- $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$

$$h(5) = 5 \% 7 = 5$$

0	7	0	7
1	14*	1	21
2	21	2	
3	24	3	24
4		4	
→ 5	5	5	5
6	19*	6	

# HASH DIRETA COM REHASH – REPARAÇÃO

- Exemplo:

- função *hash*:

- $h(x) = x \% 7;$

- rehash*:

- $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$

0	7	0	7
1	14*	1	21
2	21	2	
3	24	3	24
4		4	
5	5	5	5
→ 6	19*	6	

# HASH DIRETA COM REHASH – REPARAÇÃO

- Exemplo:

- função *hash*:

- $h(x) = x \% 7;$

- rehash*:

- $h_i(x) = (h(x) + i) \% 7$

0	7
1	21
2	
3	24
4	
5	5
6	