

### Descripción general

El proyecto consiste en aplicar los conocimientos aprendidos en clase (y apoyándose de referencias adicionales útiles) para crear modelos predictivos de regresión lineal uni-variable sencillos de la forma:

$$y = f(x) = mx + b$$

Donde:

$y$  = la variable dependiente

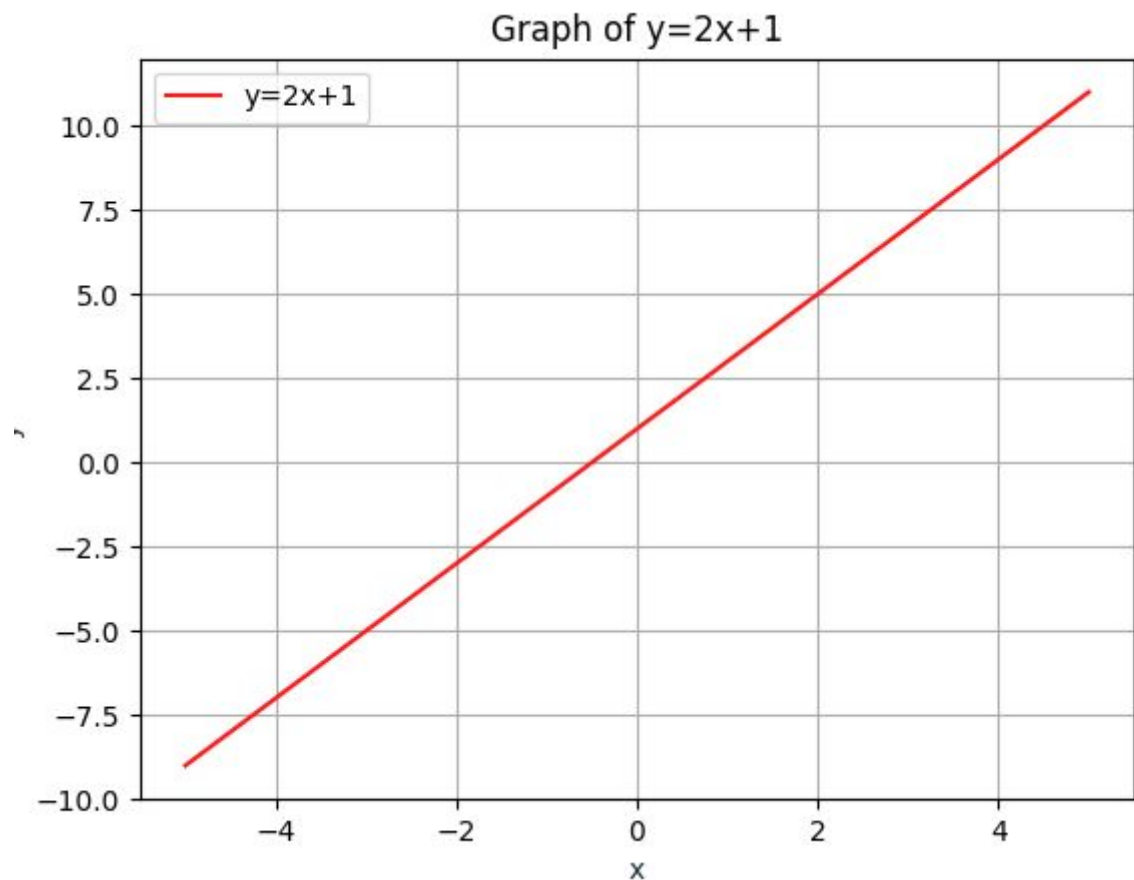
$x$  = variable independiente

$m$  = pendiente de la recta(parámetro del modelo)

$b$  = intercepto(parámetro del modelo)

Tanto “ $x$ ” como “ $y$ ” son parte del dataset usado , “ $m$ ” y “ $b$ ” son parámetros del modelo los cuales buscamos estimar con los datos, esto significa que se busca encontrar que valores de “ $m$ ” y “ $b$ ” producen una recta que describa de la mejor manera posible la relación entre los datos “ $x$ ” y “ $y$ ”.

El siguiente ejemplo pertenece a una recta con parámetros  $m= 2$ ,  $b = 1$



Se trabajara con un set de datos de muchas variables y se realiza un análisis exploratorio para entender los datos y entender cómo se comportan y luego elegir las variables independientes “x” a trabajar(según el potencial predictivo de estas a través de medir la correlación) , esto significa que aun que el dataset posee multiples variables ,en vez de crear un modelo multi-variable crearemos multiples modelos uni-variable.

Los datos se encuentran dados en el formato binario de NumPy .npy por lo tanto usaremos la función “load” de numpy para poderlos utilizar:

<https://docs.scipy.org/doc/numpy/reference/generated/numpy.load.html>

Usando slicing como fue visto en clase el dataset usado será dividido de la siguiente forma:

- 80% del dataset(rows) se usará para todo el proceso(análisis exploratorio, selección de variables a usar, crear modelos predictivos). Les llamamos “datos de entrenamiento”
- 20% del dataset(rows) se usará para probar ,validar y evaluar los modelos resultantes. Esto significa que el 20% de data no es usado durante todo el proyecto y es usado solo al final del mismo cuando ya poseemos los modelos predictivos. Les llamamos “datos de validación y pruebas”

Para cada variable elegida “x” se crearán 2 modelos predictivos de regresión lineal y el resultado o predicción final será el promedio obtenido por los 2 modelos.

**Nota:** Para este proyecto y este curso , no nos preocupamos en la definición de estos modelos y el proyecto consiste en convertir a código de Python las expresiones matemáticas dadas que definen los modelos a usar.

### Descripción detallada

Los datos del proyecto pertenecen al ejemplo clásico y muy común al iniciar a estudiar ciencia de datos: **predicción de precios de casas.**

Por lo tanto en el proyecto:

y = el precio de venta real de cierta casa

x = cierta característica de cierta casa

yhat =  $f(x)$  = precio estimado o predicción del precio de venta para una casa con cierta característica x

m = pendiente de la recta que usamos para aproximar el precio de la casa yhat

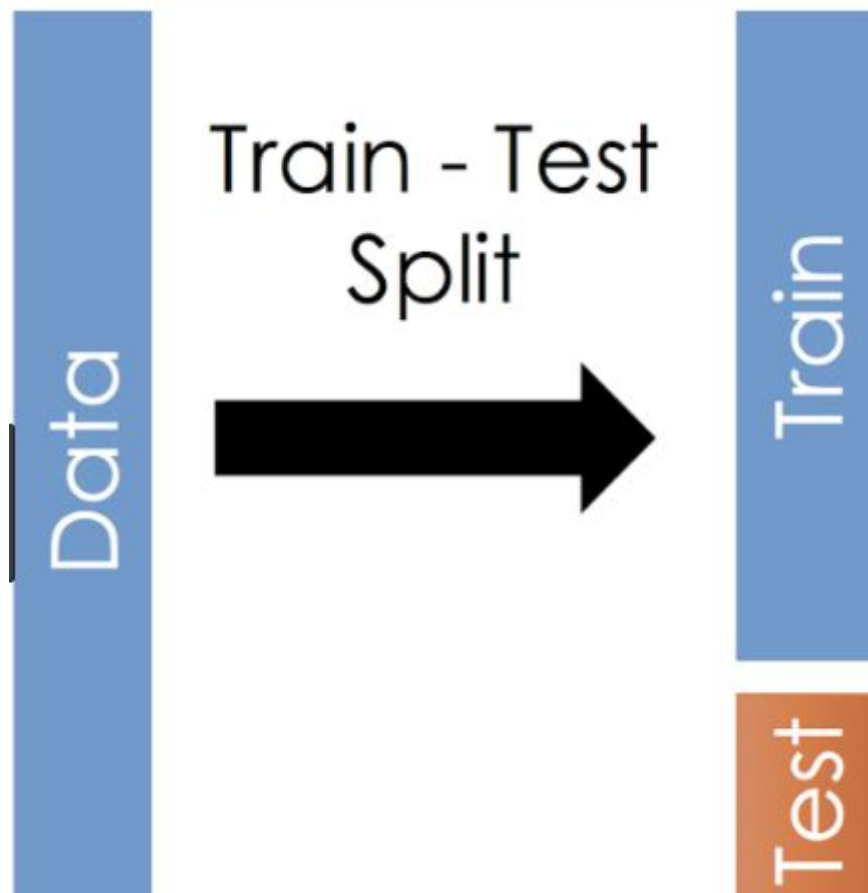
b = intercepto de la recta que usamos para aproximar el precio de la casa yhat

m y b son conocidos como parámetros del modelo y son valores que necesitamos encontrar usando los datos x,y

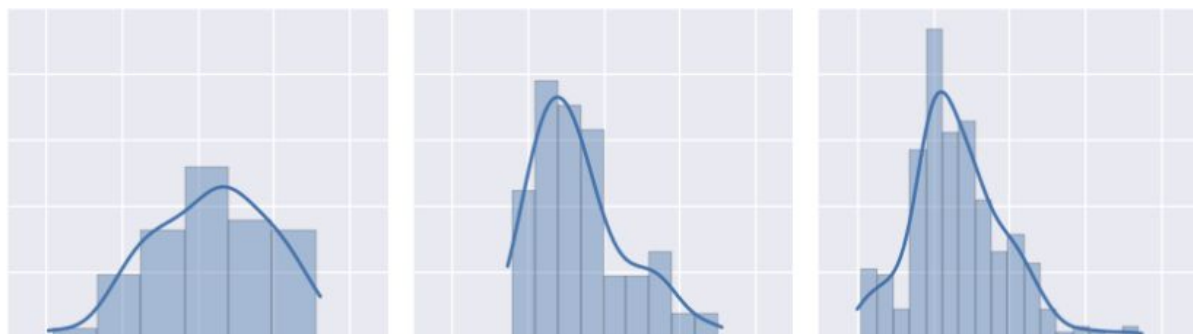
Tareas a realizar:

- Adicional a los paquetes vistos en clase instalar:
  - scikit-learn
  - seaborn

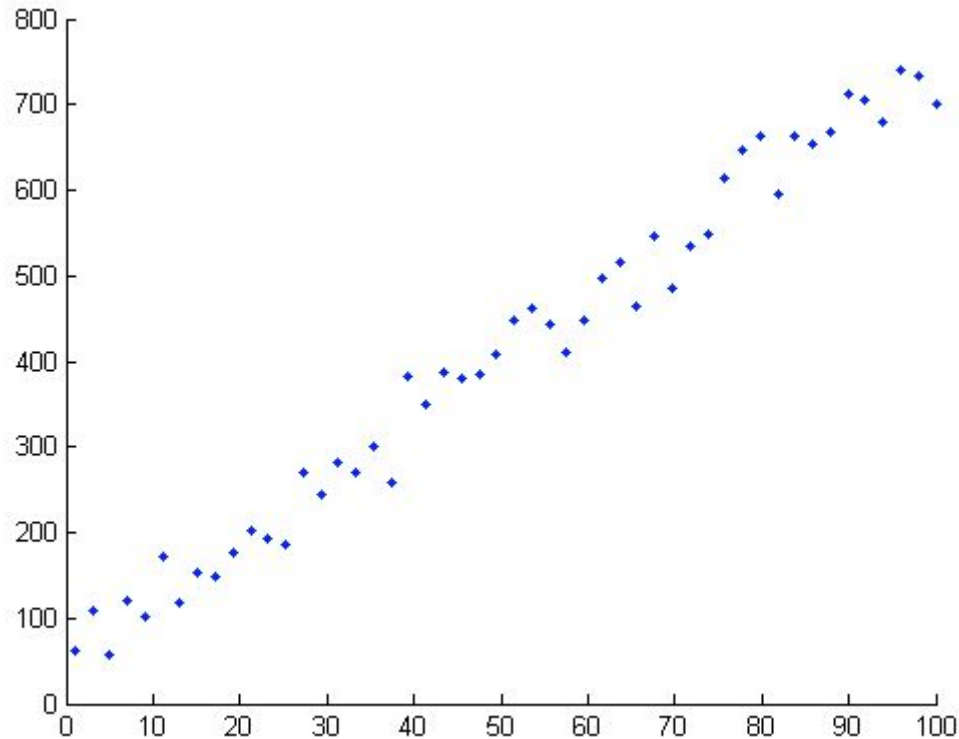
- Usando slicing con NumPy separar los datos en 2 datasets:
  - entrenamiento(80%)
  - validación y pruebas(20%)



- Análisis exploratorio de datos.
  - Para cada variable en el dataset calcular((usando numpy):
    - media
    - valor máximo
    - valor mínimo
    - rango(peak to peak, no el rango del tensor que por ser vector sabemos que es 1)
    - desviación estándar
  - Para cada variable en el dataset usar seaborn(función distplot <https://seaborn.pydata.org/generated/seaborn.distplot.html>) para graficar un histograma de la variable.



- Para cada variable independiente x :
  - Calcular el coeficiente de correlación entre x y y
  - graficar x vs y(scatterplot) usando matplotlib
  - Colocar el coeficiente de correlación como parte del título de la gráfica.



- Basado en la gráfica y el coeficiente de correlación de cada par x,y elegir las 2 variables con más potencial predictivo(la 2 que presentan mayor correlación).
- Crear una función para entrenar un modelo de regresión lineal de una variable  $y = mx + b$ .  
La función recibe como argumentos:
  - vector con la variable independiente “x” ,
  - vector con la variable dependiente “y”,
  - un entero “epochs” que indica por cuantas iteraciones entrenar el modelo.
  - un entero “imprimir\_error\_cada” , que nos indica cada cuantas iteraciones queremos imprimir a través de print : el número de iteración, el error del modelo en esa iteración, si imprimir\_error\_cada = 10, se despliega en pantalla el error en las iteraciones: 10,20,30,40,50
  - escalar lr(learning rate): es usado como parte de la expresión matemática para actualizar en cada iteración los parámetros del modelo.

La función debe:

- Crear una matriz de 2 columnas ,la primera columna corresponde al vector de datos “x” y la segunda columna de la matriz para todas las filas es igual a 1. Por ejemplo:

Si el vector x originalmente contenía los valores: [1,3,5,6] debemos obtener:

1	1
3	1
5	1
6	1

- Inicializar los parámetros del modelo en un vector (m,b), esto es equivalente a empezar el proceso con una recta inicial la cual en cada iteración actualizaremos hasta encontrar una que aproxime de buena manera los datos x,y
- por cada epoch(iteración):
  - Calcular **yhat**(predicción o estimación) para todas las observaciones de manera simultánea(vectorizada) utilizando el modelo correspondiente a la iteración(es decir , los valores de m,b): esto produce un vector **yhat** con el mismo número de elementos que **y**.

Conceptualmente el calcular vectorizadamente la predicción para una única observación del datdataset, significaría aplicar el modelo lineal a esta observación por ejemplo, si  $x = 2$ , y los parámetros son  $m = 0.1$ ,  $b = 0.2$  tendríamos :

$$yhat = 0.1(2) + 0.2$$

Tomando en cuenta que agregamos una columna adicional con el valor 1, podemos usar el producto punto para realizar este mismo cálculo , por ejemplo(lo siguiente no es código real solo ejemplo ):

observacion = [2,1]

parametros = [0.1,0.2]

yhat = np.dot(observacion,parametro)

Esto es igual que :  $2(0.1) + 1(0.2) = 2(0.1) + 0.2$

Por lo tanto para calcular la aproximación yhat de manera simultánea a todas las observaciones debemos aplicar una multiplicación matricial(matriz ,vector)

- Calcular el error o costo usando: **y,y\_hat**

$$error = \frac{1}{2}promedio((y - yhat)^2)$$

Esto produce un escalar que indica el error (mientras más alto peor el modelo, mientras más bajo mejor el modelo) producido por el modelo correspondiente a la iteración (es decir, el error para ciertos parámetros  $m, b$ )

- Almacenar en un vector el error de cada iteración.
- Calcular el gradiente del error respecto de cada parámetro con las expresiones:

$$\text{gradiente}_m = \text{promedio}((\hat{y} - y) * x),$$

$$\text{gradiente}_b = \text{promedio}((\hat{y} - y))$$

**Nota:** Este es conceptualmente el cálculo a realizar, traducido a programación debemos hacerlo vectorizadamente, es decir en vez de realizar 2 cálculos independientes debemos realizar un solo cálculo cuyo resultado es un vector, el primer elemento del vector es el gradiente de  $m$  y el segundo vector el gradiente de  $b$ . Para hacer esto nos podemos apoyar en el hecho de que el dataset tiene una columna con el valor de 1 para todos los elementos y la expresión para calcular el gradiente de  $b$  se puede calcular a la forma equivalente:

$$\text{gradiente}_b = \text{promedio}((\hat{y} - y) * 1)$$

- Actualizar los parámetros del modelo con la expresión:

$$m = m - \text{learningRate} * \text{gradiente}_m$$

$$b = b - \text{learningRate} * \text{gradiente}_b$$

Donde :

$m$  y  $b$ : los parámetros del modelo

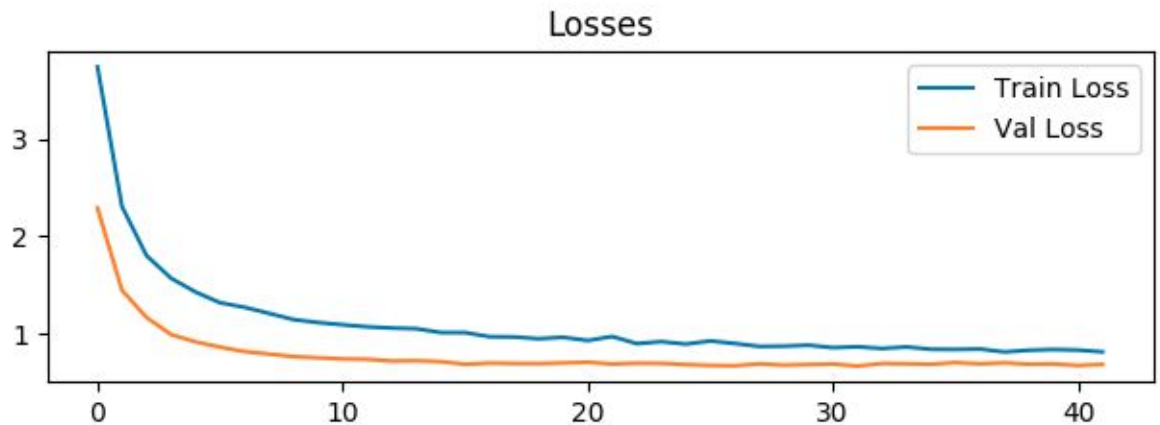
$\text{gradiente}_m, \text{gradiente}_b$ : el resultado del paso anterior

$\text{learningRate}$ : el parámetro o argumento "lr" enviado a la función, un valor muy grande de este puede hacer que nunca se logre la convergencia a un modelo adecuado y un valor muy pequeño puede hacer que se necesiten demasiadas iteraciones (y mucho tiempo) para obtener el modelo óptimo.

**Nota:** Nuevamente esto es conceptualmente el cálculo a realizar, al traducirlo a programación debemos hacerlo vectorizadamente utilizando el vector de parámetros (con los valores de la iteración anterior) y el vector gradiente calculado en el paso anterior.

- Almacenar en una estructura de datos el modelo resultante (a discreción del estudiante, por ejemplo un diccionario donde la llave es el número de iteración y el valor es un vector con los parámetros).
- La función devuelve 2 resultados:
  - La estructura de datos conteniendo el modelo de cada iteración.
  - El error de cada iteración

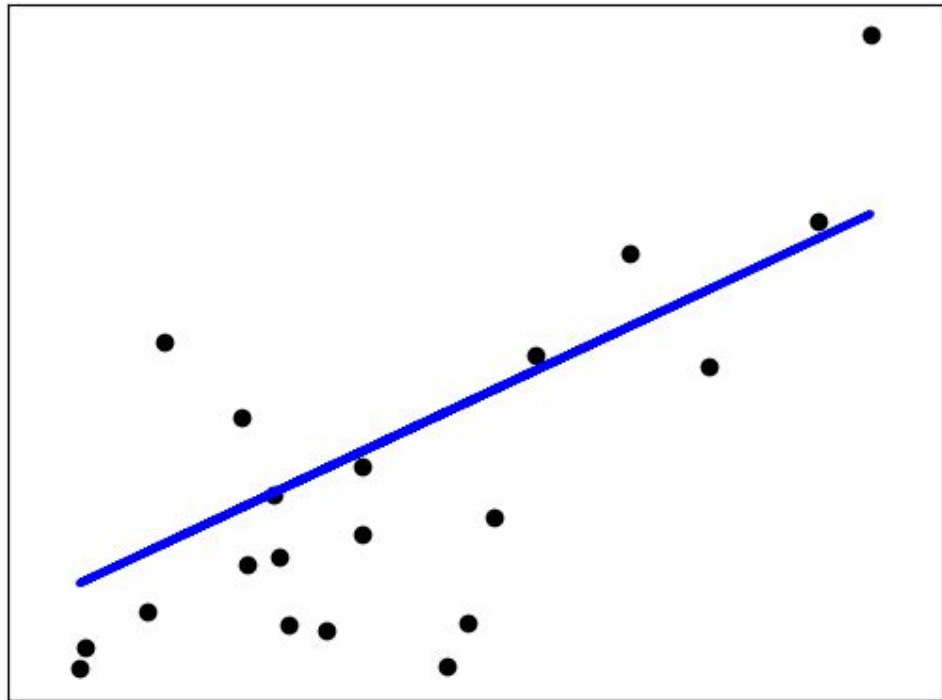
- Crear una función que nos permita visualizar con matplotlib cómo cambia el error en el tiempo: crear una función que tome como parámetro el vector de errores generados por la función de entrenamiento y grafique en el eje “x” el número de iteración y en el eje “y” el error para esa iteración:



En este proyecto solo debemos trabajar y graficar con el error obtenido al entrenar por lo cual la gráfica resultante solo tendría una curva y no 2 como en el ejemplo.

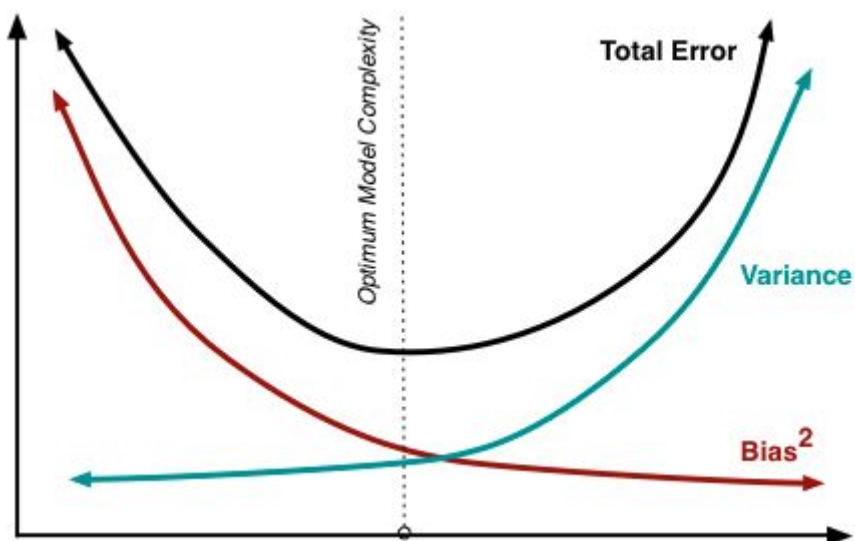
- Crear una función que nos permita visualizar con matplotlib cómo evoluciona el modelo entrenado en el tiempo : Crear una función que tome como parámetro la estructura de datos conteniendo el historial de modelos ,y un valor “n” que indica cada cuantas iteraciones graficar el modelo resultante, por ejemplo para n=3 la función debe graficar la recta correspondiente al modelo junto a los datos cada 3 iteraciones, si se ejecutaron 15 iteraciones , para n = 3 se grafica el modelo de las

iteraciones 3,6,9,12,15 junto con los datos de entrenamiento.



- Utilizar las funciones del punto anterior para entrenar modelos de regresión lineal  $y=mx + b$ , para cada una de las variables “x” elegidas, basándose en las funciones para graficar las curvas de aprendizaje y comparación del modelo vs los datos elegir el número de “epochs” o iteraciones a entrenar el modelo(y experimentar con el learning\_rate)

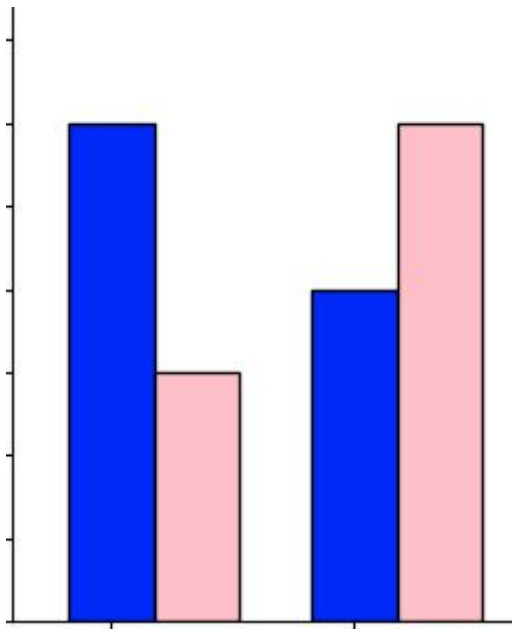
Criterio: El error debe disminuir lo más posible por lo cual la curva de aprendizaje debe disminuir hasta que ya no disminuya mucho (se estabilice o converja), si el error baja y comienza a subir debemos usar menos iteraciones.





- Para cada una de las variables  $x$  seleccionadas, usar scikit-learn para entrenar un modelo de regresión lineal:  
[https://scikit-learn.org/stable/modules/generated/sklearn.linear\\_model.LinearRegression.html](https://scikit-learn.org/stable/modules/generated/sklearn.linear_model.LinearRegression.html)
- Para cada variable independiente  $x$  elegida, crear una función que usando el modelo entrenado manualmente y el modelo de scikit-learn (enviados como parámetros a la función) calcule la estimación o predicción de cada uno de estos y devuelva como resultado una predicción estimada promediando las predicciones de los 2 modelos, la función debe recibir como parámetro adicional un vector de cualquier tamaño de  $x$  y devolver 3 vectores cada uno del mismo tamaño del vector  $x$ .
  - La predicción con el modelo entrenado manualmente
  - La predicción con el modelo de scikit-learn
  - La combinación (promedio) de las 2 anteriores.
- Usando el 20% de los datos de validación, aplicamos los modelos predictivos para estimar la variable dependiente y usando los valores reales de " $y$ " calculamos el error de cada modelo.  
Para cada variable independiente " $x$ " elegida :
  - Graficar el error de cada modelo para esta variable " $x$ "
  - Concluir cuál modelo para la variable " $x$ " es el mejor a ser usado

En el siguiente ejemplo el color azul representa el error para el modelo entrenado iterativamente, y el rosado el modelo de scikit learn y cada elemento en el eje  $x$  es una de las variables independientes elegidas " $x$ "



### Restricciones

- El proyecto es individual.
- Se utilizará la herramienta de verificación de similitud de código (plagio) para detectar copias y código bajado de internet, en caso de encontrarse plagio se anulará el proyecto.
- Es requisito entregar y aprobar el proyecto para aprobar el curso.

- El proyecto se trabajará usando el formato usado para las tareas prácticas: Jupyter notebook.
- No se permite usar librerías y herramientas adicionales a las mencionadas en este enunciado:
  - Python
  - Numpy
  - matplotlib
  - seaborn
  - scikit-learn
- Usar código vectorizado y ufuncs siempre que sea posible.