

# 1 Introdução

Quadricópteros ou *drones* são aeronaves cuja propulsão é obtida a partir do uso de quatro rotores. Apesar de não possuir ampla aplicação comercial atualmente para transporte de pessoas, este modelo de aeronave foi um dos primeiros com rotores a obter sucesso em um voo. O primeiro teste de que se tem registro ocorreu em 1921, quando o quadricóptero De Bothezat conseguiu fazer um voo com duração de dois minutos e quarenta e cinco segundos (ORSAG; BOGDAN, 2012).

Os quadricópteros são divididos em duas categorias principais: os do tipo *Indoor* são aqueles projetados para serem utilizados em ambientes controlados<sup>1</sup>, ao passo que os *Outdoor* são aqueles projetados de forma a estarem aptos à utilização mesmo em ambientes externos e, portanto, sujeitos a fatores naturais não controlados. Quadricóptero de ambas as categorias vêm sendo utilizados para diversas finalidades (REZAZADEH et al., 2013).

Na última década, quadricópteros vêm recebendo cada vez mais atenção devido a suas aplicações civis e relacionadas à pesquisa científica (AL-YOUNES; JARRAH, 2008), além do uso militar (SENKUL; ALTUG, 2013). Um dos motivos para isto é o princípio de voo usado por eles. Os quadricóptero se enquadram na categoria das aeronaves VTOL (*Vertical Take-Off and Landing*<sup>2</sup>), possuindo portanto propulsão vertical e tanto decolagem quanto aterrissagem são praticadas em baixa velocidade. Por possuir esta característica, as aeronaves desta categoria se mostram úteis nas mais diversas situações, tendo em vista que apenas uma mínima área em terra firme é exigida para permitir que elas decolem ou aterrissem, possibilitando a execução de tarefas que seriam difíceis ou até mesmo impossíveis de outra forma (REZAZADEH et al., 2013).

Ainda pouco usado para transporte de pessoas ou cargas pesadas, a grande maioria das aplicações com quadricópteros envolvem modelos pequenos não tripulados para transporte de equipamentos mais leves ou mesmo para apenas obtenção de informações sobre o terreno, como em caso de aplicações militares, por exemplo. Esses quadricópteros não tripulados se enquadram na classe dos UAVs (*Unmanned Aerial Vehicles*)<sup>3</sup>. Apesar da enorme variedade de aplicações, o uso deles também envolve diferentes desafios.

Apesar da grande gama de possibilidades que os quadricópteros oferecem, o controle necessário para mantê-los estáticos ou em movimento no ar não é trivial, principalmente se tratando dos modelos *Outdoor*. A complexidade do controle a ser

---

<sup>1</sup> e.g. sem a presença de vento.

<sup>2</sup> Decolagem e Aterrissagem Verticais (tradução nossa).

<sup>3</sup> Veículos Aéreos não Tripulados (tradução nossa).

implementado deve-se ao fato de que ele deve atuar sobre mais de uma variável, caracterizando, portanto, um problema de controle multivariável. As múltiplas variáveis a serem controladas são referentes às diferentes movimentações que os quadricópteros podem realizar, que são em três dimensões. Com isto, têm-se seis variáveis de configuração do sistema: três delas são referentes à posição do quadricóptero em cada dimensão:  $x$ ,  $y$  e  $z$  e as outras três representam o ângulo do quadricóptero em relação a cada um dos eixos: ao eixo  $x$  é chamado de ângulo de *roll* (ou de rolamento); ao eixo  $y$ , de ângulo de *pitch* (ou de arfagem); e ao eixo  $z$ , de ângulo de *yaw* (ou de guinada).

A proposta deste trabalho é implementar diferentes controladores baseados em duas técnicas da Inteligência Computacional (IC), fuzzy e neuro-fuzzy, para permitir a estabilidade em altitude e atitude de um quadricóptero. Um controlador neuro-fuzzy vai além de um sistema baseado na lógica fuzzy puramente, tendo em vista que o primeiro alia a capacidade de aprendizado de uma RNA à teoria de conjuntos fuzzy.

## 1.1 Relevância

Muitos dos quadricópteros disponíveis atualmente no mercado são dotados de câmeras filmadoras, para auxiliar em um controle efetuado a longa distância ou mesmo para capturar informações do local sobrevoado por eles. Desta forma, o desenvolvimento de um controlador eficaz para quadricópteros poderá possuir diferentes aplicações. Este poderia ser, por exemplo, um meio eficiente para transporte de mantimentos e/ou medicamentos para pessoas que se encontram em áreas de difícil acesso (e.g. após alguma catástrofe natural). Do ponto de vista militar, o uso de quadricópteros pode ser aplicado para reconhecimento aéreo de áreas de difícil ou perigoso acesso.

As aplicações dos quadricópteros vão além das já alcançadas hoje pelos de pequeno porte. Segundo [Orsag e Bogdan \(2012\)](#), alguns modelos, como *Bell Boeing Quad TiltRotor*, estão sendo projetados para operações de carga pesada. Com isto, novas possibilidades surgiriam como, por exemplo, o próprio transporte de pessoas.

## 1.2 Objetivo

Este trabalho tem, como objetivo, primeiramente contextualizar a necessidade do desenvolvimento de controladores apropriados para diferentes sistemas não lineares intrinsecamente instáveis e, então, investigar diferentes abordagens de Inteligência Computacional para controlar de forma eficiente a estabilidade de atitude e altitude de um quadricóptero.

### 1.2.1 Objetivos Específicos

Os objetivos específicos deste trabalho são:

- Modelar controladores fuzzy e neuro-fuzzy para a estabilização em altitude de um quadricóptero;
- Modelar controladores fuzzy e neuro-fuzzy para a estabilização em atitude de um quadricóptero;
- Comparar os resultados obtidos pelos diferentes controladores com base em diferentes métricas quando o sistema é submetido a distúrbios:
  - Variação apresentada;
  - Tempo necessário para a estabilização;
  - Oscilação;
  - Sobrelevação apresentada;
  - Gasto energético apresentado pelos controladores.

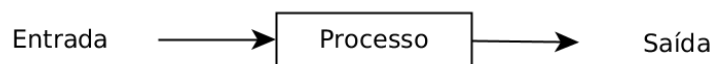
## 2 Fundamentação Teórica

Neste capítulo, são abordados os temas necessários para a compreensão do trabalho desenvolvido. Na Seção 2.1 é apresentada uma introdução aos sistemas de controle, na 2.2, é discutido o que é uma Rede Neural Artificial (RNA), na 2.3 se trata da lógica fuzzy e, por fim, na Seção 2.4 é apresentada a rede neuro-fuzzy.

### 2.1 Sistemas de Controle

Um sistema de controle é, segundo Dorf (2011, p. 2), uma interconexão de componentes formando uma configuração de sistema que vai fornecer uma resposta desejada. Todo sistema de controle tem, como objetivo, atuar sobre um determinado processo, o qual pode ser representado por um bloco que representa a relação entre entrada e saída do sistema, como mostrado na Figura 1.

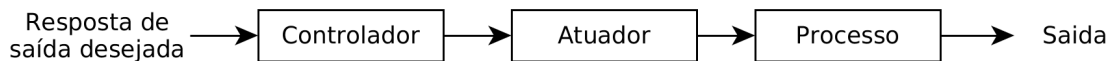
Figura 1 – Diagrama representando um processo



Fonte: Adaptado de Dorf (2011, p. 2)

O controle de um processo pode assumir duas formas distintas: malha aberta ou malha fechada, sendo que um sistema de controle em malha aberta é composto, além do processo, por um controlador e um atuador para se obter a resposta desejada sem o uso de realimentação (DORF, 2011, p. 2). Um exemplo de sistema deste tipo é mostrado na Figura 2.

Figura 2 – Diagrama representando um sistema de controle em malha aberta

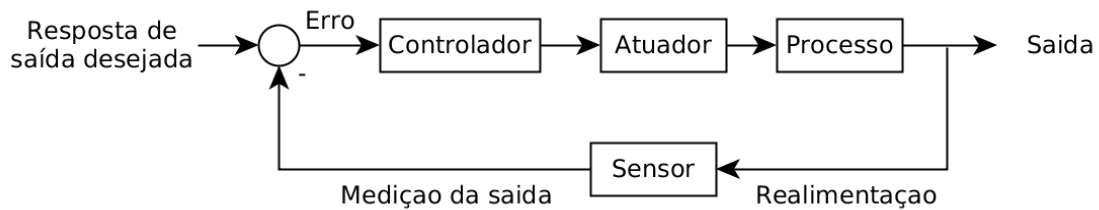


Fonte: Adaptado de Dorf (2011, p. 2)

Em oposição a um sistema de controle em malha aberta, um em malha fechada incorpora, além dos componentes que aquele inclui, uma medição dos estados atuais para serem comparados com os valores desejados para o processo. Um exemplo de um sistema de controle em malha fechada simples é mostrado na Figura 3. Os sistemas em malha fechada apresentam várias vantagens sobre os em malha aberta como, por exemplo, a capacidade de rejeitar distúrbios externos e melhorar a atenuação de ruídos

nas medições, elementos estes que são inevitáveis em aplicações no mundo real (DORF, 2011, p. 3).

Figura 3 – Diagrama representando um sistema de controle em malha fechada



Fonte: Adaptado de Dorf (2011, p. 3)

Como já foi visto, um processo representa a relação entre a entrada e a saída de um sistema sendo que há diferentes formas de fazê-lo. Uma forma de representar sistemas contínuos é utilizando o espaço de estados.

### 2.1.1 Espaço de Estados

A representação de um sistema dinâmico linear no espaço de estados descreve um sistema a partir das seguintes equações :

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du\end{aligned}$$

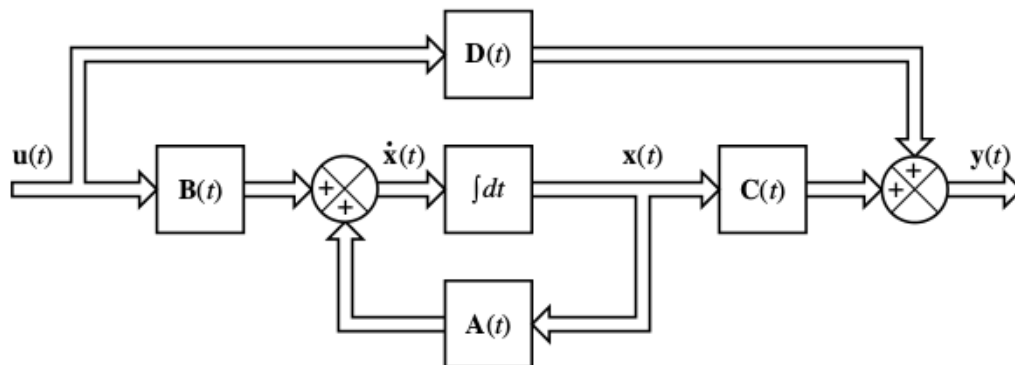
em que  $A$  é a matriz de estados,  $B$  a matriz de entrada,  $C$  a matriz de saída,  $D$  a matriz de transmissão direta,  $x$  é o vetor de variáveis de estado,  $u$  o vetor de entradas e  $y$  o vetor de saídas. A Figura 4 exibe um diagrama de blocos para a representação em espaço de estados definida.

## 2.2 Redes Neurais Artificiais

Redes Neurais Artificiais (RNAs) são modelos computacionais bioinspirados no sistema neurológico humano. A motivação para o desenvolvimento e uso destes modelos é a grande complexidade do cérebro humano, definido por Haykin (1998) como um computador altamente complexo, não linear e paralelo. O autor ainda define uma RNA como “*a machine that is designed to model the way in which the brain performs a particular task or function of interest*”<sup>1</sup>. Seguindo o modelo biológico do cérebro humano,

<sup>1</sup> “uma máquina que é desenvolvida para modelar a forma como o cérebro desempenha uma tarefa específica ou função de interesse” (tradução nossa).

Figura 4 – Diagrama de blocos de um sistema linear e contínuo tempo representado no espaço de estados

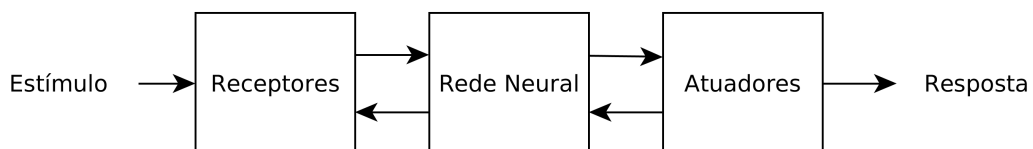


Fonte: Ogata (2010, p. 32)

uma RNA é composta por neurônios artificiais e pelas interações existentes entre estes neurônios: as sinapses.

A Figura 5 ilustra, em um diagrama de blocos, o sistema nervoso como um sistema de três estágios. A Rede Neural representa o cérebro em si, que recebe informações continuamente, as percebe e toma as decisões apropriadas para cada uma delas (HAYKIN, 1998, p. 24).

Figura 5 – Representação em digrama de blocos do sistema nervoso



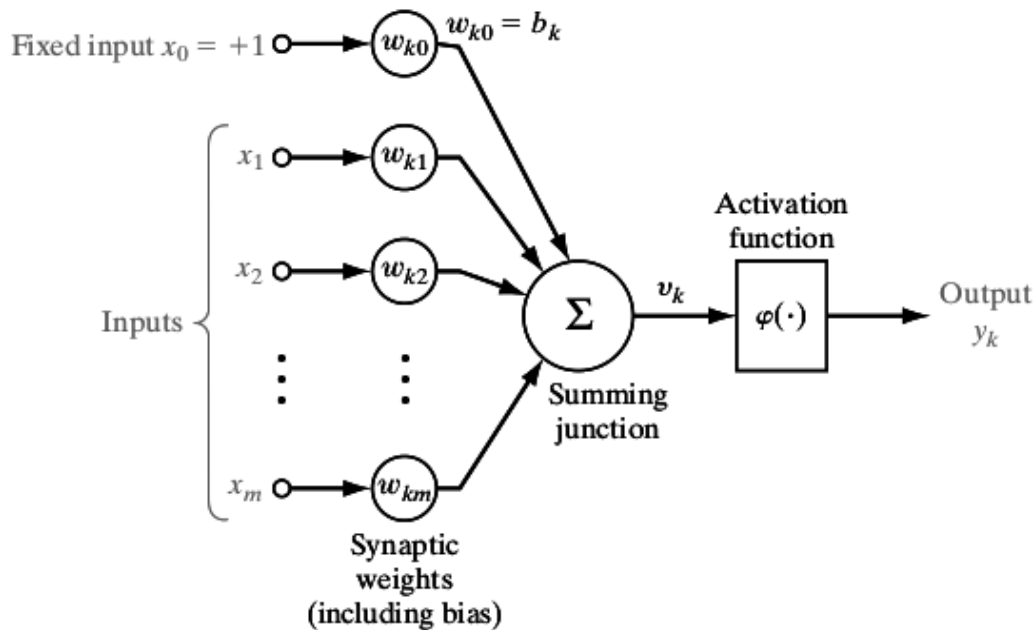
Fonte: Adaptado de Haykin (1998, p. 28)

Toda esta comunicação se dá a partir de sinapses, que são unidades estruturais e funcionais que mediam a interação entre neurônios. Seu funcionamento simplificado é o seguinte: o processo pré-sináptico libera uma substância transmissora que é difundida através da junção sináptica entre neurônios e então age sobre o processo pós-sináptico. Então, a sinapse converte o sinal elétrico pré-sináptico em um sinal químico e, por fim, de volta a um sinal elétrico pós-sináptico (HAYKIN, 1998, p. 28). É por meio deste processo de comunicação entre neurônios que adquirimos novos conhecimentos e relacionamos estímulos a respostas. É também devido a ele que podemos fazer associações diversas com acontecimentos no passado, evento que chamamos de *memória*. O imenso poder que os neurônios possuem inspirou modelagens computacionais capazes de atuar em situações em que se deseja obter respostas adequadas a diferentes

estímulos, e em outras relacionadas à memória e aprendizado. Um modelo neural comumente aplicado na literatura em problemas relacionados às RNAs é o perceptron.

Um perceptron é um modelo computacional de um neurônio não linear e é ilustrado na Figura 6, em que  $y_k$  é a saída do sistema obtido após o processamento neural relacionado às entradas  $x_i$ , cada qual contribuindo com um peso  $w_{ki}$  para a junção de soma representada pelo bloco  $\Sigma$ . O processamento neural envolve ainda a função de ativação  $\phi$  que, de acordo com o valor obtido na junção de soma, define o valor da saída  $y_k$ . Se o valor  $v_k$  for maior que um limiar pré-determinado, a saída do sistema é ativada e terá o valor 1, caso contrário assumirá o valor 0, simulando assim o processo de transmissão ou não de impulsos elétricos que ocorrem nos neurônios biológicos.

Figura 6 – Modelo não linear de um neurônio



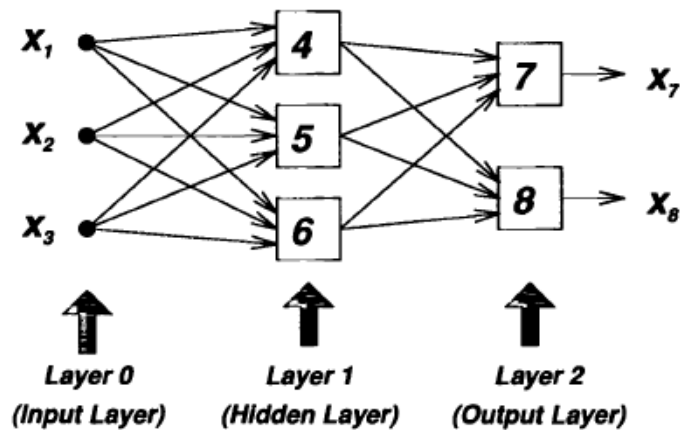
Fonte: Adaptado de Haykin (1998, p. 33)

O modelo simples de um neurônio representado por perceptrons permite a simulação das já definidas sinapses, possibilitando a criação de RNAs complexas formadas por múltiplos neurônios, organizados em cadeias, como é mostrado na Figura 7. Neste exemplo,  $x_1$ ,  $x_2$  e  $x_3$  são as entradas do sistema; os blocos 4, 5 e 6 representam, cada qual, um neurônio numa camada escondida; os blocos 7 e 8 representam os dois neurônios que compõem a camada de saída; e, por fim,  $x_7$  e  $x_8$  são as saídas de RNA. Redes como essa, que possuem mais de uma camada de neurônios, são denominadas *Multi-layer Perceptron* (MLP<sup>2</sup>). As diferentes combinações que se podem obter distribuindo os

<sup>2</sup> Perceptron Multicamada (tradução nossa).

neurônios de uma RNA de diferentes maneiras fazem com que estas redes possam ser utilizadas em aplicações diversas relacionadas à IA e IC.

Figura 7 – Modelo de um MLP



Fonte: [Jang et al. \(1997, p. 205\)](#)

A principal característica de uma rede neural artificial que a torna interessante para aplicações computacionais é a sua capacidade de aprendizado. O procedimento usado para efetuar o processo de aprendizado é chamado *algoritmo de aprendizado*, cuja função é modificar os pesos sinápticos da rede de forma ordenada para atingir um objetivo desejado ([HAYKIN, 1998, p. 24](#)). É a partir deste aprendizado que as RNAs alcançam uma ótima taxa de generalização, fazendo delas fortes aliadas, por exemplo, para reconhecimento de padrões. Controladores que utilizam técnicas relacionadas a RNAs se beneficiam justamente destas capacidades de aprendizado e generalização conferidas por elas.

O controlador desenvolvido neste trabalho utiliza RNAs com treinamento supervisionado, que são treinadas a partir de um conjunto de entradas mapeadas no valor de suas respectivas saídas, resultando na obtenção de um conjunto de retas com parâmetros ajustados de acordo com os dados do treinamento. São as retas obtidas após este treinamento que conferem à rede o poder de generalização, permitindo que novas entradas sejam mapeadas para saídas que condizem com o cenário em questão.

Além disto, como o controlador projetado é do tipo *Neuro-Fuzzy*, as retas ajustadas após o treinamento se enquadram num grupo especial correspondendo cada qual a uma função de pertinência de conjuntos *Fuzzy*, assunto este que é abordado na seção seguinte.



## 2.3 Lógica *Fuzzy*

A lógica *fuzzy* é uma alternativa à lógica convencional<sup>3</sup>, que permite uma abordagem diferente relacionada à pertinência de elementos a conjuntos implementando a possibilidade de se obter uma pertinência parcial para a definição desses conjuntos. A principal aplicação da lógica *fuzzy* são os sistemas de inferência *fuzzy*, tema que será abordado na Seção 2.3.4. As Seções 2.3.1, 2.3.2 e 2.3.3 referentes a conjuntos, regras e raciocínio *fuzzy* respectivamente tratam dos diferentes componentes utilizados nestes sistemas.

### 2.3.1 Conjuntos *Fuzzy*

Os conjuntos *fuzzy* são os componentes elementares dos sistemas de inferência *fuzzy* e se contrapõem àqueles definidos pela lógica tradicional, que restringe, aos valores 0 e 1, o grau de pertinência  $\mu$  de um elemento  $u$  a um conjunto  $A$ . Na lógica tradicional, este grau é definido da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\mu_A(u) &= 1, \text{ se } u \text{ é um elemento do conjunto } A, \text{ e} \\ \mu_A(u) &= 0, \text{ se } u \text{ não é um elemento do conjunto } A\end{aligned}$$

Com isto, ou um elemento pertence a um conjunto ou não. Já os conjuntos *fuzzy* permitem um grau de flexibilidade acerca do grau de pertinência de cada elemento ao conjunto, sendo este grau definido por uma *função de pertinência*. A definição formal de conjuntos *fuzzy* e funções de pertinência é dada por Jang et al. (1997, p. 14) como:

$$A = \{(x, \mu_A(x)) | x \in X\}$$

Nesta definição, um conjunto *fuzzy*  $A$  é composto pelos pares  $(x, \mu_A(x))$  de cada elemento  $x$  pertencente a um conjunto  $X$ , em que  $x$  é o elemento em si e  $\mu_A(x)$  é o grau de pertinência de  $x$  ao conjunto  $A$ , que pode assumir qualquer valor entre 0 e 1, em que 0 representa a não-pertinência total do elemento ao conjunto e 1 representa a pertinência total a ele.

Como se pode perceber, a definição de um conjunto *fuzzy* é uma simples extensão da referente a um conjunto clássico, no qual a função de pertinência (ou função característica) apenas pode assumir os valores 0 e 1. Se uma função de pertinência  $\mu_A(x)$  de um conjunto *fuzzy*  $A$  é restrita a assumir os valores 0 ou 1, então ele é reduzido a um conjunto clássico (JANG et al., 1997, p. 14).

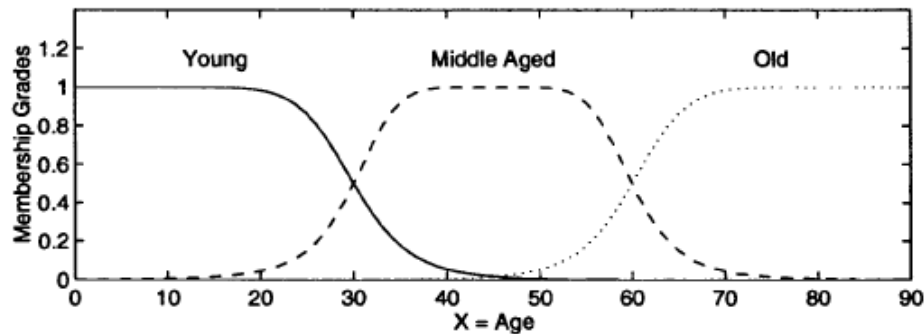
Para melhor exemplificar a definição de conjuntos *fuzzy*, tome como exemplo a Figura 8. Neste caso, a variável idade (*age*) é dividida em três subconjuntos *fuzzy*, *young*, *middle aged* e *old*<sup>4</sup>, representados pelas funções de pertinência que os descrevem. Cada

<sup>3</sup> lógica aristotélica.

<sup>4</sup> jovem, meia idade e velho, respectivamente (tradução nossa).

idade não precisa possuir necessariamente grau de pertinência 1 para algum conjunto e pode ainda pertencer simultaneamente a mais de um. A idade 30, por exemplo pertence ao conjunto jovem com grau de pertinência de 0,5 e também pertence ao conjunto meia idade com o mesmo grau.

Figura 8 – Funções de pertinência representando três conjuntos *fuzzy* para a variável idade



Fonte: Jang et al. (1997, p. 17)

Além dos conjuntos *fuzzy*, há outro aspecto fundamental para o funcionamento desta lógica alternativa e poderosa: as regras *fuzzy*.

### 2.3.2 Regras Fuzzy

As regras *fuzzy* são os componentes de um sistema de inferência *fuzzy* responsáveis por definir as relações entre as entradas do sistema e suas saídas e assumem a forma

se  $x$  é  $A$  então  $y$  é  $B$

sendo “ $x$  é  $A$ ” denominada premissa e “ $y$  é  $B$ ”, consequente da regra em que  $x$  e  $y$  são *variáveis linguísticas* de entrada e saída respectivamente e  $A$  e  $B$  são os valores que elas assumem, representados por *termos linguísticos*.

Uma variável linguística, segundo Jang et al. (1997, p. 54), é caracterizada por uma quintupla  $(x, T(x), X, G, M)$  em que  $x$  é o nome da variável;  $T(x)$  é o conjunto de termos de  $x$ , que é o conjunto de seus valores linguísticos ou termos linguísticos;  $X$  é o universo de discurso;  $G$  é uma regra sintática que gera os termos em  $T(x)$ ; e  $M$  é uma regra semântica que associa a cada termo linguístico  $A$  seu respectivo  $M(A)$ , em que  $M(A)$  denota um conjunto *fuzzy* em  $X$ .

Para facilitar a compreensão das definições relacionadas às variáveis linguísticas, o seguinte exemplo foi dado (JANG et al., 1997, p. 55): se *idade* é interpretado como uma

variável linguística, então seu conjunto de termos  $T(idade)$  poderia ser dado por:

$$T(idade) = \{ \text{ novo, não-novo, muito novo, não muito-novo, } \dots, \\ \text{ meia-idade, não de meia-idade, } \dots, \\ \text{ velho, não-velho, muito velho, mais ou menos velho, não muito velho, } \dots, \\ \text{ não muito novo e não muito velho, } \dots \},$$

Em que cada termo em  $T(idade)$  é caracterizado por um conjunto *fuzzy* de um universo de discurso  $X = [0,100]$ , como mostrado na Figura 9. Geralmente, se diz “idade é jovem” para denotar a atribuição do valor linguístico jovem à variável linguística idade. A regra sintática se refere à forma como os valores linguísticos no conjunto de termos  $T(idade)$  são gerados. A regra semântica define a função de pertinência de cada valor linguístico do conjunto de termos. A Figura 9 mostra algumas das funções de pertinência típicas para a variável linguística idade.

Figura 9 – Exemplo de função de pertinência do conjunto de termos  $T(idade)$



Fonte: [Jang et al. \(1997, p. 55\)](#)

Diversas regras *fuzzy* fazem parte do nosso cotidiano. Exemplos possuindo a variável linguística *idade* como variável linguística de entrada e saída respectivamente incluem:

*se idade é jovem então energia é alta*  
*se sabedoria é grande então idade é velha*

Um outro componente dos sistemas de inferência *fuzzy* agrega muito valor ao uso de regras *fuzzy*, permitindo a aplicação aproximada delas: o raciocínio *fuzzy*.

### 2.3.3 Raciocínio Fuzzy

O processo de raciocínio *fuzzy*, também conhecido como raciocínio aproximado, é um procedimento de inferência que deriva conclusões de um conjunto de regras

*fuzzy se-então* como fatos conhecidos (JANG et al., 1997, p. 62) e é a partir dele que se pode fazer uma generalização a partir da regra básica na lógica tradicional com duas variáveis, denominada *modus ponens*.

De acordo com a regra *modus ponens*, podemos inferir a verdade da proposição  $B$  a partir da verdade de  $A$  e a implicação  $A \rightarrow B$  (se  $A$  então  $B$ ). Por exemplo, se  $A$  é identifica por “o tomate é vermelho” e  $B$  por “o tomate está maduro”, então se é verdade que “o tomate é vermelho”, é também verdade que “o tomate está maduro”.

Contudo, o raciocínio humano emprega constantemente o *modus ponens* em uma maneira aproximada. Por exemplo, usando a mesma regra de implicação “se o tomate é vermelho, então ele está maduro”, e sabemos que o “o tomate está mais ou menos vermelho” ( $A'$ ), então podemos inferir que “o tomate está mais ou menos maduro” ( $B'$ ), em que  $A'$  é próximo de  $A$  e  $B'$  é próximo de  $B$ . Quando  $A$ ,  $B$ ,  $A'$  e  $B'$  são conjuntos *fuzzy* do universo adequado, o procedimento de inferência descrito é chamado raciocínio aproximado ou raciocínio *fuzzy*, podendo ser também chamado *modus ponens* generalizado (GMP<sup>5</sup>) (JANG et al., 1997, p. 65).

A definição formal do raciocínio aproximado (raciocínio *fuzzy*) é dada por Jang et al. (1997, p. 65) como: sejam  $A$ ,  $A'$ , e  $B$  conjuntos *fuzzy* de  $X$ ,  $X$  e  $Y$  respectivamente; assumamos que a implicação *fuzzy*  $A \rightarrow B$  é expressa como uma relação  $R$  em  $X \times Y$ . Então, o conjunto *fuzzy*  $B$  induzido por “ $x$  é  $A$ ” e a regra *fuzzy* “se  $x$  é  $A$  então  $y$  é  $B$ ” é definida por:

$$\begin{aligned}\mu_{B'}(y) &= \max_x \min[\mu_{A'}(x), \mu_R(x, y)] \\ &= \bigvee_x [\mu_{A'}(x) \wedge \mu_R(x, y)],\end{aligned}$$

ou, equivalentemente,

$$B' = A' \circ R = A' \circ (A \rightarrow B).$$

Assim, podemos usar o procedimento de inferência do raciocínio *fuzzy* para derivar conclusões, dado que a implicação *fuzzy*  $A \rightarrow B$  é definida como uma relação *fuzzy* binária apropriada.

Uma vez definidos os conjuntos, regras e raciocínio *fuzzy*, pode-se mostrar como eles são utilizados em conjunto pelos sistemas de inferência *fuzzy*.

### 2.3.4 Sistema de Inferência Fuzzy

Um sistema de inferência *fuzzy* (FIS, do nome em inglês *Fuzzy Inference System*) é uma ferramenta computacional popular e poderosa baseada nos conceitos de teoria de conjuntos *fuzzy*, regras *fuzzy* e raciocínio *fuzzy*. Há uma grande variedade de aplicações

<sup>5</sup> Do inglês, *Generalized Modus Ponens*.

para sistemas de inferências *fuzzy* tais como controle automatizado, classificação de dados, análise de decisão, sistemas especialistas, predição de séries temporais, robótica e reconhecimento de padrões (JANG et al., 1997, p. 73).

A estrutura básica de um FIS consiste de três componentes conceituais: uma base de regras, que contém uma seleção de regras *fuzzy*; um dicionário (ou base de dados), que define as funções de pertinência usadas nas regras *fuzzy*; e o mecanismo de raciocínio, que realiza o procedimento de inferência (geralmente o raciocínio *fuzzy*) sobre as regras e fatos dados para obter uma saída ou conclusão razoável (JANG et al., 1997, p. 73). Sistemas de inferência *fuzzy* diferentes implementam estruturas ligeiramente diferentes entre si, havendo, dois tipos principais de sistemas que podem ser aplicados aos mais diversos casos.

Os dois principais tipos de FIS são os Mamdani e Sugeno e a diferença entre eles reside basicamente no consequente de suas regras *fuzzy* (JANG et al., 1997, p. 74).

No sistema de inferência *fuzzy* Mamdani, o consequente das regras *se-então* são conjuntos *fuzzy*. Desta forma, um sistema de inferências *fuzzy* Mamdani possui regras do seguinte tipo para um sistema com duas entradas e uma saída:

$$\text{se } x \text{ é } A \text{ e } y \text{ é } B, \text{ então } z \text{ é } C$$

em que  $x$ ,  $y$  e  $z$  são variáveis linguísticas nos universos de discurso  $X$ ,  $Y$  e  $Z$ , respectivamente e  $A$ ,  $B$  e  $C$  são valores (termos) linguísticos. Com isto, um exemplo de sistema de inferências *fuzzy* Mamdani é formado pelas seguintes regras *fuzzy*:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Se } X \text{ é pequeno e } Y \text{ é pequeno então } Z \text{ é muito negativo} \\ \text{Se } X \text{ é pequeno e } Y \text{ é grande então } Z \text{ é pouco negativo} \\ \text{Se } X \text{ é grande e } Y \text{ é pequeno então } Z \text{ é pouco positivo} \\ \text{Se } X \text{ é grande e } Y \text{ é grande então } Z \text{ é muito positivo} \end{array} \right.$$

Já no sistema de inferência *fuzzy* Sugeno, também conhecido como TSK (Takagi-Sugeno-Kang), o consequente é uma função envolvendo as variáveis de entrada. Com isto, uma regra *fuzzy* típica de um modelo *fuzzy* Sugeno apresenta a seguinte forma:

$$\text{se } x \text{ é } A \text{ e } y \text{ é } B, \text{ então } z = f(x, y),$$

em que  $A$  e  $B$  são conjuntos *fuzzy* do antecedente, enquanto  $z = f(x, y)$  é uma função no consequente. Geralmente,  $f(x, y)$  é uma função polinomial sobre as variáveis  $x$  e  $y$ , mas pode ser qualquer função, contanto que seja capaz de descrever apropriadamente a saída do modelo dentro da região *fuzzy* especificada pelo antecedente da regra. Um

exemplo de sistema de inferências *fuzzy* TSK com duas entradas e uma saída é formado pelas seguintes regras *fuzzy*:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Se } X \text{ é pequeno e } Y \text{ é pequeno então } z = -x + y + 1 \\ \text{Se } X \text{ é pequeno e } Y \text{ é grande então } z = -y + 3 \\ \text{Se } X \text{ é grande e } Y \text{ é pequeno então } z = -x + 3 \\ \text{Se } X \text{ é grande e } Y \text{ é grande então } z = x + y + 2 \end{array} \right.$$

Esta propriedade dos sistemas de inferência *fuzzy* Sugeno de possuírem, como consequente, funções paramétricas que relacionam as premissas resulta em várias possibilidades para sua aplicação. Uma delas é implementada por uma técnica que alia o poder das RNAs ao do FIS: o sistema de inferência *neuro-fuzzy*.

## 2.4 Redes Neuro-Fuzzy

Aliando o poder das RNAs, que reconhecem padrões e se adaptam para lidar com mudanças no ambiente, aos sistemas de inferência *fuzzy*, que incorporam o conhecimento humano e executam inferências e tomadas de decisão, surgiram os sistemas de inferência *neuro-fuzzy* (ANFIS, acrônimo para *Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System*), uma nova ferramenta computacional poderosa amplamente utilizada em diversos contextos (JANG et al., 1997, p. 1).

### 2.4.1 ANFIS: *Adaptive Neuro-Fuzzy Inference Systems*

Segundo Jang et al. (1997, p. 335), do ponto de vista funcional, praticamente não há limitações para a gama de funções, no sentido matemático, de uma rede *neuro-fuzzy*, exceto pela exigência de ela ser diferenciável por partes. Devido às mínimas restrições, redes *neuro-fuzzy* podem ser empregadas diretamente em uma grande variedade de aplicações de modelagem, tomadas de decisão, processamento de sinal e controle.

Para simplificar, a arquitetura ANFIS<sup>6</sup> será descrita considerando-a dotada de duas entradas  $x$  e  $y$  e uma saída  $z$ . Para um modelo *fuzzy* Sugeno de primeira ordem, um conjunto comum de regras do tipo *se-então* é o seguinte:

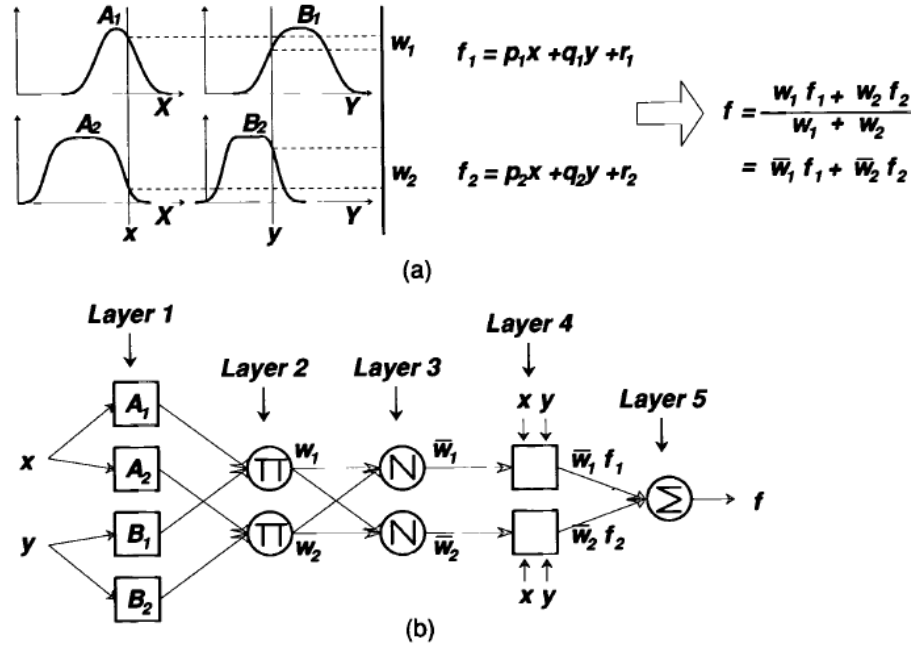
Regra 1: Se  $x$  é  $A_1$  e  $y$  é  $B_1$ , então  $f_1 = p_1x + q_1y + r_1$ ,

Regra 2: Se  $x$  é  $A_2$  e  $y$  é  $B_2$ , então  $f_2 = p_2x + q_2y + r_2$ .

A Figura 10 ilustra um mecanismo de raciocínio para o modelo Sugeno e a arquitetura ANFIS equivalente, em que nós de uma mesma camada têm funções similares, como descrito a seguir.

<sup>6</sup> Sistema de Inferência Neuro-Fuzzy Adaptativo (tradução nossa).

Figura 10 – Equivalência entre modelo *fuzzy* Sugeno e ANFIS; (a) Um modelo *fuzzy* Sugeno com duas entradas de primeira ordem com duas regras; (b) arquitetura ANFIS equivalente



Fonte: (JANG et al., 1997, p. 336)

Na camada 1 (*Layer 1*), todo nó  $i$  é um nó adaptativo com uma função de nó do tipo:

$$O_{1,i} = \mu_{A_i}(x), \text{ para } i = 1, 2, \text{ ou}$$

$$O_{1,i} = \mu_{B_{i-2}}(y), \text{ para } i = 3, 4$$

em que  $x$  (ou  $y$ ) é a entrada para o nó  $i$  e  $A_i$  (ou  $B_{i-2}$ ) é um termo linguístico (como “pequeno” ou “grande”) associado a este nó. Em outras palavras,  $O_{1,i}$  é o grau de pertinência de um conjunto *fuzzy*  $A$  ( $A_1$ ,  $A_2$ ,  $B_1$  ou  $B_2$ ) e especifica o grau em que a entrada  $x$  (ou  $y$ ) satisfaz o quantificador  $A$ . Aqui, a função de pertinência  $A$  pode ser qualquer função de pertinência parametrizada apropriada. Parâmetros nesta camada são chamados parâmetros de premissa (JANG et al., 1997, p. 336).

Na camada 2 (*Layer 2*), cada nó é um nó fixo rotulado  $\Pi$ , cuja saída é o produto de todos sinais de entrada:

$$O_{2,i} = w_i = \mu_{A_i}(x)\mu_{B_{i-2}}(y), i = 1, 2.$$

Cada nó de saída representa a força de ativação de uma regra. Em geral, qualquer outro operador norma-T<sup>7</sup> que desempenhe a operação *AND fuzzy* pode ser usado como função de nó nesta camada (JANG et al., 1997, p. 337).

<sup>7</sup> Operador de interseção (JANG et al., 1997, p. 337)



Na camada 3 (*Layer 3*), cada nó é um nó fixo rotulado N. O  $i$ -ésimo nó calcula a taxa da força de ativação da  $i$ -ésima regra pela soma da força de ativação de todas as regras:

$$O_{3,i} = \bar{w}_i = \frac{w_i}{w_1 + w_2}, i = 1, 2.$$

Por conveniência, saídas desta camada são chamadas forças de ativação normalizadas (JANG et al., 1997, p. 336).

Na camada 4 (*Layer 4*), todo nó  $i$  é um nó adaptativo com uma função nodal

$$O_{4,i} = \bar{w}_i f_i = \bar{w}_i (p_i x + q_i y + r_i),$$

em que  $\bar{w}_i$  é um taxa da força de ativação normalizada da camada 3 e  $\{p_i, q_i, r_i\}$  é o conjunto de parâmetros deste nó. Parâmetros nesta camada são denominados parâmetros consequentes (JANG et al., 1997, p. 336).

O único nó na camada 5 (*Layer 5*) é um nó fixo denominado  $\sum$ , e é responsável por computar a saída global como a soma ponderada de todos os sinais de entrada:

$$\text{saída global} = O_{5,i} = \sum_i \bar{w}_i f_i = \frac{\sum_i w_i f_i}{\sum_i w_i}$$

Com esta arquitetura, constrói-se uma rede neuro-fuzzy (ANFIS) que é funcionalmente equivalente a um modelo fuzzy Sugeno (JANG et al., 1997). Com isto, sistemas de inferência neuro-fuzzy podem operar, por exemplo, utilizando o treinamento supervisionado de uma RNA para ajustar o valor dos parâmetros das funções de resposta dos sistemas de inferência fuzzy Sugeno para uma dada operação. Um exemplo de aplicação para este tipo de rede seria o controle de sistemas não lineares.

### 2.4.2 Controladores Fuzzy e Neuro-Fuzzy

Um controlador lógico fuzzy (FLC)<sup>8</sup> é um sistema de inferência fuzzy projetado especificamente para atuar como controlador de um sistema que se deseja controlar. Este FIS portanto possui, como entradas, sinais provenientes do sistema e, como saídas, sinais de atuação sobre ele.

Com o avanço dos microprocessadores e hardware, tem se criado uma diversidade ainda maior de domínios para aplicação de controladores lógicos fuzzy, que vão de eletroeletrônicos à indústria automobilística. De fato, para sistemas complexos ou mal definidos que não são facilmente sujeitados a métodos de controle convencionais, os FLCs proveem uma alternativa viável, uma vez que eles podem capturar os aspectos qualitativos aproximados do raciocínio de um humano e o processo de tomada de

<sup>8</sup> Do inglês, *Fuzzy Logic Controller*.



decisão. De qualquer forma, sem a capacidade adaptativa, a performance de um FLC se baseia exclusivamente em dois fatores: a disponibilidade de humanos com expertise e as técnicas de aquisição de conhecimento para converter esta expertise humana nas apropriadas regras fuzzy *se-então* e funções de pertinência. Estes dois fatores restringem substancialmente o domínio de aplicações dos FLCs (JANG et al., 1997, p. 451).

Nesse contexto, o uso de controladores neuro-fuzzy passou a se mostrar muito interessante, tendo em vista que eles eliminam os dois fatores citados que restringem bastante o domínio de aplicações dos FLCs, uma vez que os sistemas ANFIS preenchem as lacunas deixadas pelos FIS, eliminando a necessidade de humanos com expertise sobre o sistema e incorporando técnicas de aquisição de conhecimento.

Com isto, podem-se identificar algumas propriedades particulares aos controladores ANFIS que os tornam ótimas opções para diversos casos (JANG et al., 1997, p. 458):

1. Habilidade de aprendizado;
2. Operação paralela;
3. Representação do conhecimento estruturado;
4. Melhor integração com outros métodos de controle.

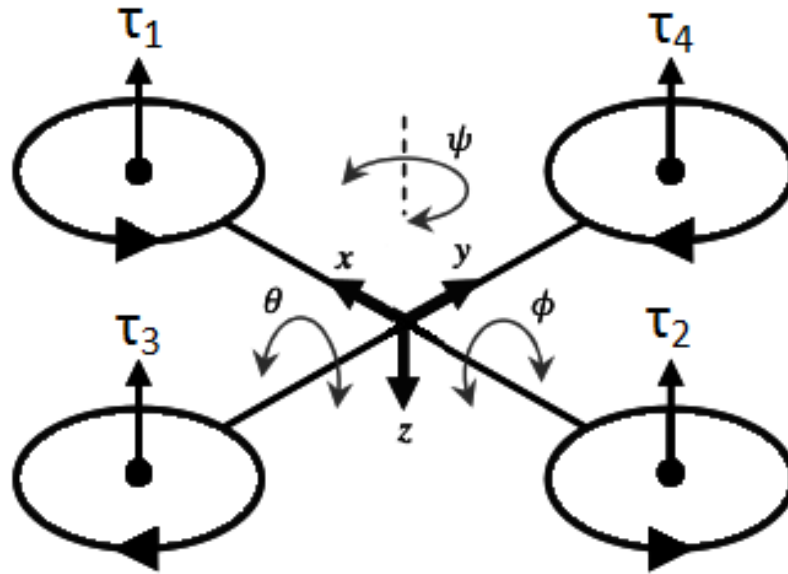
Como comparativo, é importante salientar que uma RNA possui as propriedades 1 e 2, mas não as 3 e 4, que são devidas à contribuição dos sistemas de inferência fuzzy (JANG et al., 1997, p. 458). Um ANFIS, por aliar as duas técnicas, possui todas essas propriedades.

Ainda segundo o autor, há diversas formas diferentes de se projetar controladores neuro-fuzzy. A maioria deles são não lineares. Assim sendo, uma análise rigorosa para sistemas de controle neuro-fuzzy é difícil e continua sendo uma área desafiadora para outras investigações. Por outro lado, um controlador neuro-fuzzy geralmente contém um grande número de parâmetros, o que o torna mais versátil do que um controlador linear ao lidar com características não lineares de plantas. Desta forma, controladores neuro-fuzzy quase sempre superam controladores puramente lineares se devidamente projetados.

### 3 Modelagem de um Quadricóptero

Como definido no Capítulo 1, um quadricóptero é uma aeronave cuja propulsão é obtida a partir do uso de quatro rotores e sua representação é mostrada na Figura 11.

Figura 11 – Representação de um quadricóptero



Fonte: Adaptado de Basri et al. (2014)

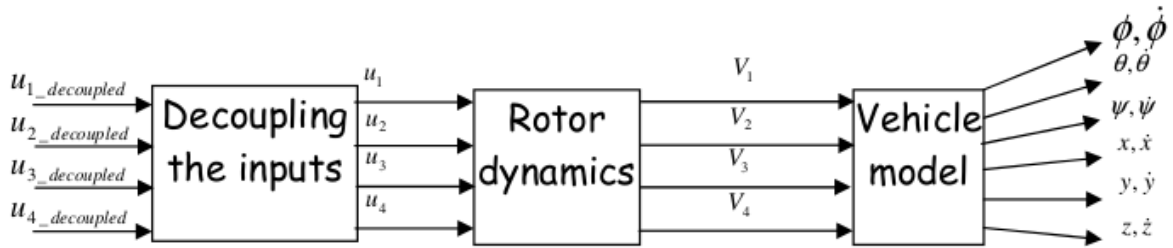
Neste diagrama,  $x$ ,  $y$  e  $z$  indicam a orientação dos eixos,  $\tau_1$ ,  $\tau_2$ ,  $\tau_3$  e  $\tau_4$  são as forças geradas pela propulsão de cada um dos motores. As variáveis  $\phi$ ,  $\theta$ , e  $\psi$  são os ângulos de rotação do quadricóptero em relação aos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$  respectivamente. Estes ângulos são também chamados ângulos de *roll* (rolamento), *pitch* (arfagem) e *yaw* (guinada), respectivamente. Além disto, o diagrama mostra ainda o sentido de rotação de cada um dos quatro rotores. Como se pode ver, os rotores dispostos sobre um mesmo eixo possuem um mesmo sentido de rotação. Desta forma, os rotores 1 e 2 (dispostos sobre o eixo  $x$ ), giram no sentido anti-horário. Já os rotores 3 e 4 (dispostos sobre o eixo  $y$ ) giram no sentido horário. Esta disposição dos rotores permite que os empuxos horizontais se anulem, possibilitando a estabilidade do quadricóptero quando submetido a uma ação de controle devida (BASRI et al., 2014, p. 1).

A estabilidade de um quadricóptero, entretanto, assume mais de uma forma, sendo dividida em dois aspectos principais: altitude e atitude. O primeiro diz respeito ao posicionamento do quadricóptero sobre o eixo  $z$  e seu controle é necessário tanto para possibilitar que ele se mantenha num estado estacionário quanto para fazer movimentações no plano XY numa altitude fixa, o que pode ser crucial se ele estiver sendo operado

num ambiente limitado inferior e/ou superiormente por alguma espécie de barreira. Já o segundo aspecto, a atitude, se refere à estabilidade angular do quadricóptero, permitindo que sua orientação, representada pelos ângulos  $\phi$ ,  $\theta$ , e  $\psi$  seja controlada.

Uma vez descrito o comportamento geral do sistema, pode-se partir para a sua modelagem matemática. A modelagem retratada é a que foi desenvolvida por Balas (2007) e é representada na Figura 12

Figura 12 – Diagrama do sistema representando um quadricóptero modelado por Balas (2007)



Fonte: Balas (2007, p. 49)

### 3.1 Modelagem Matemática

O quadricóptero é controlado a partir da variação da velocidade dos seus quatro rotores, que são completamente independentes entre si. Desta forma, sendo  $l$  o comprimento de cada haste a partir do centro geométrico do quadricóptero e considerando  $v_i$  e  $\tau_i$  respectivamente como o torque e o impulso do  $i$ -ésimo rotor, podem-se considerar as entradas do sistema como sendo (BALAS, 2007, p. 4):

$$u_1 = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4 \quad (1)$$

$$u_2 = l(\tau_3 - \tau_4) \quad (2)$$

$$u_3 = l(\tau_1 - \tau_2) \quad (3)$$

$$u_4 = v_1 + v_2 + v_3 + v_4 \quad (4)$$

em que  $u_1$  é o impulso total,  $u_2$  é o momento de rolamento,  $u_3$  é o momento de arfagem e  $u_4$  é o momento de guinada.

Além disso, aplicando as leis de Newton, a aceleração em cada eixo pode ser representada por (BALAS, 2007, p. 5):

$$\ddot{x} = -\frac{\sin(\theta)\cos(\phi)}{m}u_1 \quad (5)$$

$$\ddot{y} = \frac{\sin(\phi)}{m}u_1 \quad (6)$$

$$\ddot{z} = -\frac{\cos(\theta)\cos(\phi)}{m}u_1 + g \quad (7)$$

em que  $\phi$  e  $\theta$  são os ângulos em torno dos eixos  $x$  e  $y$  respectivamente,  $m$  é a massa do quadricóptero e  $g$  é a gravidade à qual ele é submetido.

Além das acelerações em cada eixo, é também necessário se definir a aceleração em torno de cada eixo, ou seja, as acelerações angulares em torno de  $x$ ,  $y$  e  $z$ . Para tanto, assumindo que a estrutura do quadricóptero seja rígida, sendo  $I_{xx}$ ,  $I_{yy}$  e  $I_{zz}$  o momento de inércia do quadricóptero ao longo dos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$  respectivamente e considerando que os momentos de inércia ao longo de  $x$  e  $y$  se equivalem, as acelerações angulares podem ser representadas a partir das seguintes equações (BALAS, 2007, p. 6):

$$\ddot{\phi} = -\dot{\psi}\dot{\theta}\cos(\phi) + \frac{\cos(\psi)}{I_{xx}}u_2 - \frac{\sin(\psi)}{I_{yy}}u_3 + \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}}(\dot{\psi} - \dot{\theta}\sin(\phi))\dot{\theta}\cos(\phi) \quad (8)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{\dot{\psi}\dot{\phi}}{\cos(\phi)} + \dot{\phi}\dot{\theta}\tan(\phi) + \frac{\sin(\psi)}{\cos(\phi)I_{xx}}u_2 + \frac{\cos(\psi)}{\cos(\phi)I_{yy}}u_3 - \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}}(\dot{\psi} - \dot{\theta}\sin(\phi))\frac{\dot{\phi}}{\cos(\phi)} \quad (9)$$

$$\ddot{\psi} = \dot{\phi}\dot{\psi}\tan(\phi) + \frac{\dot{\phi}\dot{\theta}}{\cos(\phi)} + \frac{\sin(\psi)\tan(\phi)}{I_{xx}}u_2 + \frac{\cos(\phi)\tan(\psi)}{I_{yy}}u_3 + \frac{1}{I_{zz}}u_4 - \frac{I_{yy}I_{zz}}{I_{xx}}(\dot{\psi} - \dot{\theta}\sin(\phi))\dot{\phi}\tan(\phi) \quad (10)$$

Por fim, deve-se relacionar a velocidade de cada rotor  $i$  ao impulso e torque sobre ele. Esta relação é dada por (BALAS, 2007, p. 7):

$$v_i = \tau_i(V_c + v_i) + 0.125\rho bc R_p^4 \omega_{m_i}^2 C_d \quad (11)$$

sendo  $v_i$  o torque sobre o rotor,  $\tau_i$  o impulso atuando sobre ele,  $V_c$  a velocidade vertical<sup>1</sup>,  $v_i$  a velocidade induzida no motor,  $\rho$  a densidade do ar,  $b$  o número de pás,  $c$  o comprimento delas,  $R_p$  o raio da hélice,  $C_d$  o coeficiente de arrasto e  $\omega_{m_i}$  a velocidade angular do rotor.

Após a modelagem de um sistema complexo como este, é de se desejar que se possa isolar a resposta de determinadas variáveis às entradas. Para tanto, pode-se utilizar o processo de desacoplamento de entradas.

## 3.2 Desacoplamento das Entradas

Para obter uma resposta isolada das variáveis do sistema a partir dos sinais de entrada dele, um bloco de desacoplamento foi modelado em (BALAS, 2007, p. 62).

<sup>1</sup> A velocidade vertical do quadricóptero também é indicada por  $\dot{z}$

Neste caso, foram considerados os acoplamentos entre  $\phi, \theta, \psi$  e  $u_2, u_3, u_4$ , relacionados da seguinte maneira:

$$u_{2\_decoupled} = \cos(\psi_0)u_2 - \frac{I_{xx}\sin(\psi_0)}{I_{yy}}u_3 = I_{xx}\ddot{\phi} \quad (12)$$

$$u_{3\_decoupled} = \frac{\sin(\psi_0)I_{yy}}{\cos(\phi_0)I_{xx}}u_2 + \frac{\cos(\psi_0)}{\cos(\phi_0)}u_3 = I_{yy}\ddot{\theta} \quad (13)$$

$$u_{4\_decoupled} = \frac{I_{zz}\sin(\psi_0)\tan(\phi_0)}{I_{xx}}u_2 + \frac{I_{zz}\cos(\psi_0)\tan(\phi_0)}{I_{zz}}u_3 + u_4 = I_{zz}\ddot{\psi} \quad (14)$$

em que  $\phi_0, \theta_0$  e  $\psi_0$  são os ângulos no iniciais de rolamento, arfagem e guinada respectivamente;  $\dot{\phi}, \dot{\theta}$  e  $\dot{\psi}$  são os ângulos atuais de rolamento, arfagem e guinada; e  $I_{xx}, I_{yy}$  e  $I_{zz}$  são o momento de inércia em torno dos eixos  $x, y$  e  $z$  respectivamente.

Como se pode ver pelas equações, aplicando esse desacoplamento obtêm-se as variáveis  $u_{2\_decoupled}, u_{3\_decoupled}$  e  $u_{4\_decoupled}$  relacionadas aos ângulos  $\phi, \theta$  e  $\psi$  respectivamente e considerando o momento de inércia sobre os respectivos eixos, isolando assim a resposta das diferentes variáveis do sistema.

Além disso, a partir destas equações, podem-se representar essas transformações utilizando o formato matricial da seguinte maneira (BALAS, 2007, p. 62):

$$\begin{bmatrix} u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\psi_0) & \sin(\psi_0)\cos(\phi_0)\frac{I_{xx}}{I_{yy}} & 0 \\ -\sin(\psi_0)\frac{I_{yy}}{I_{xx}} & \cos(\psi_0)\cos(\phi_0) & 0 \\ 0 & -\sin(\phi_0)\frac{I_{zz}}{I_{yy}} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{2\_decoupled} \\ u_{3\_decoupled} \\ u_{4\_decoupled} \end{bmatrix}$$

Após os processos de modelagem matemática do sistema e o devido desacoplamento de suas entradas, pode-se representar seu comportamento geral a partir dos espaços de estados, prática comum para descrever sistemas dinâmicos.

### 3.2.1 Representação no Espaço de Estados

Como mostrado em (BALAS, 2007, p. 63), o sistema modelado, já incluindo o desacoplamento de entradas, pode ser representado da seguinte forma no espaço de estados.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \end{aligned} \quad (15)$$

Com o vetor de estados  $X$  sendo dado por:

$$X = \begin{bmatrix} x & y & z & \dot{x} & \dot{y} & \dot{z} & \phi & \theta & \psi & \dot{\phi} & \dot{\theta} & \dot{\psi} \end{bmatrix}^T$$

O vetor de entrada  $U$  sendo:

$$U = \begin{bmatrix} u_1 & u_{2\_decoupled} & u_{3\_decoupled} & u_{4\_decoupled} \end{bmatrix}^T$$



$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

em que  $g$  é a gravidade,  $m$ , a massa do quadricóptero e os ângulos  $\phi_0$ ,  $\theta_0$  e  $\psi_0$  representam os ângulos iniciais em torno dos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$  respectivamente. Além disto,  $I_{xx}$ ,  $I_{yy}$  e  $I_{zz}$  representam o momento de inércia do quadricóptero ao longo destes mesmos eixos.

Como se pode perceber, a matriz  $C$  é uma matriz diagonal, o que implica no fato de a saída do sistema ser representada pelo vetor de estados.

Ao longo deste trabalho, essa foi a modelagem adotada para simular o sistema de um quadricóptero.

## Referências

- AL-YOUNES, Y.; JARRAH, M. Attitude stabilization of quadrotor uav using backstepping fuzzy logic & backstepping least-mean-square controllers. In: **Mechatronics and Its Applications, 2008. ISMA 2008. 5th International Symposium on**. [S.l.: s.n.], 2008. p. 1–11. Citado na página 1.
- BALAS, C. **Modeling and Linear Control of a Quadrotor**. Dissertação (Mestrado) — Cranfield University, Reino Unido, 2007. Citado 3 vezes nas páginas 19, 20 e 21.
- BASRI, M.; HUSAIN, A.; DANAPALASINGAM, K. Fuzzy supervisory backstepping controller for stabilization of quadrotor unmanned aerial vehicle. In: **Intelligent and Advanced Systems (ICIAS), 2014 5th International Conference on**. [S.l.: s.n.], 2014. p. 1–5. Citado na página 18.
- DORF, R. **Modern control systems**. 12. ed. Upper Saddle River, N.J: Pearson Prentice Hall, 2011. ISBN 978-0136024583. Citado 2 vezes nas páginas 4 e 5.
- HAYKIN, S. **Neural Networks: A Comprehensive Foundation**. NJ, USA: Prentice Hall PTR Upper Saddle River, 1998. ISBN 0132733501. Citado 4 vezes nas páginas 5, 6, 7 e 8.
- JANG, J.; SUN, C.; MIZUTANI, E. **Neuro-fuzzy and Soft Computing: A Computational Approach to Learning and Machine Intelligence**. [S.l.]: Prentice Hall, 1997. ISBN 9780132610667. Citado 10 vezes nas páginas 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16 e 17.
- OGATA, K. **Modern Control Engineering**. 5. ed. [S.l.]: Prentice Hall, 2010. ISBN 978-0136156734. Citado na página 6.
- ORSAG, M.; BOGDAN, S. Influence of Forward and Descent Flight on Quadrotor Dynamics. **Recent Advances in Aircraft Technology**, p. 141–156, 2012. Citado 2 vezes nas páginas 1 e 2.
- REZAZADEH, S.; ARDESTANI, M.; SADEGHI, P. Optimal attitude control of a quadrotor uav using adaptive neuro-fuzzy inference system (anfis). In: **Control, Instrumentation, and Automation (ICCIA), 2013 3rd International Conference on**. [S.l.: s.n.], 2013. p. 219–223. Citado na página 1.
- SENKUL, F.; ALTUG, E. Modeling and control of a novel tilt - roll rotor quadrotor uav. In: **Unmanned Aircraft Systems (ICUAS), 2013 International Conference on**. [S.l.: s.n.], 2013. p. 1071–1076. Citado na página 1.



## Apêndices

## APÊNDICE A – Código para Criação de Modelo Neuro-Fuzzy para Altitude e Definição de Dados para Treinamento

```

1      % le arquivo fis referente ao controle de altitude
2      fismat = readfis('fis_altitude.fis');
3
4      % define numero de casos a serem avaliados (treinamento + teste)
5      n = 300;
6      % define conjunto de n entradas aleatorias para o sistema fuzzy
7      % respeitando o range de cada entrada
8      input = zeros(n,2);
9      for i=1:n
10         z_value = rand * 2 - 1;
11         z_dot_value = rand * 10 - 5;
12         input(i,:) = [ z_value z_dot_value ];
13     end
14
15     % avalia resposta fuzzy para cada entrada
16     output= evalfis(input,fismat);
17
18     % define data como vetor relacionando cada conjunto de entradas ...
19     % a saida
20     % - obtida pelo sistema fuzzy
21     data = [];
22     for i=1:n
23         data(i,:) = [ input(i,:) output(i) ];
24     end
25
26     % define que 2/3 dos dados obtidos serao usados para treinamento
27     % e 1/3 sera usado para teste da rede
28     train = data(1:2*n/3,:);    % dados para treinamento
29     test = data(2*n/3+1:n,:);  % dados para validacao do sistema ...
30     treinado
31
32     % gera modelo fuzzy Sugeno a partir do Mamdani modelado
33     sugFIS = mam2sug(fismat);
34     % salva modelo Sugeno em disco com o nome fis_altitude_neuro.fis
35     writefis(sugFIS, 'fis_altitude_neuro.fis');

```

## APÊNDICE B – Código para Criação de Modelo Neuro-Fuzzy para Atitude e Definição de Dados para Treinamento

```

1      % le arquivo fis referente ao controle de atitude
2      fismat = readfis('fis_atitude.fis');
3
4      % define numero de casos a serem avaliados (treinamento + teste)
5      n = 300;
6      % define conjunto de n entradas aleatorias para o sistema fuzzy
7      % respeitando o range de cada entrada
8      input = zeros(n,2);
9      for i=1:n
10         phi_value = rand * 4 - 2;
11         phi_dot_value = rand * 3 - 1.5;
12         input(i,:) = [ phi_value phi_dot_value ];
13     end
14
15     % avalia resposta fuzzy para cada entrada
16     output= evalfis(input,fismat);
17
18     % define data como vetor relacionando cada conjunto de entradas ...
19     % a saída
20     % obtida pelo sistema fuzzy
21     data = [];
22     for i=1:n
23         data(i,:) = [ input(i,:) output(i) ];
24     end
25
26     % define que 2/3 dos dados obtidos serao usados para treinamento
27     % e 1/3 sera usado para teste da rede
28     train = data(1:2*n/3,:);    % dados para treinamento
29     test = data(2*n/3+1:n,:);  % dados para validação do sistema ...
30     treinado
31
32     % gera modelo fuzzy Sugeno a partir do Mamdani modelado
33     sugFIS = mam2sug(fismat);
34     % salva modelo Sugeno em disco com o nome fis_atitude_neuro.fis
35     writefis(sugFIS, 'fis_atitude_neuro.fis');

```