

Guion Práctica 5. Introducción a la Inferencia Estadística: distribuciones en el muestreo, estimación puntual y estimación por intervalos de confianza

Estadística - Grado en Ingeniería Informática

Ejercicio 1. Generar 500 muestras de tamaño $n \in \{10, 20, 100, 500\}$ de $X \in N(5, 1)$. Para cada muestra calcular $\frac{\bar{X} - \mu}{S_c / \sqrt{n}}$ y comprobar que este estadístico sigue una distribución t de Student con $n - 1$ grados de libertad.

Ejercicio 2. En un estudio sobre el tiempo de respuesta de un sistema informático, se ha registrado una muestra aleatoria de 10 mediciones (en milisegundos):

12.5 13.2 11.8 12.9 13.5 12.2 11.9 12.7 13.1 12.4

Sabiendo que los tiempos de respuesta siguen una distribución Normal, obtén un intervalo de confianza para el tiempo medio de respuesta a un nivel de confianza del 92 %.

Ejercicio 3. Un equipo de analistas de sistemas desea comparar los tiempos de respuesta de dos servidores distintos. Se toman dos muestras aleatorias de tiempos de respuesta (en milisegundos):

- **Servidor A:** $n_A = 15$, media muestral $\bar{x}_A = 120$ ms, varianza muestral $s_A^2 = 25$ ms².
- **Servidor B:** $n_B = 12$, media muestral $\bar{x}_B = 130$ ms, varianza muestral $s_B^2 = 30$ ms².

Asumiendo que los tiempos de respuesta siguen distribuciones normales e independientes, construye un intervalo de confianza del 95 % para la diferencia de los tiempos medios de respuesta de ambos servidores.

Ejercicio 4. Generar 500 muestras de tamaño 100 de una $Bi(1, 0.7)$ y calcular las 500 proporciones muestrales asociadas. Dibujar el histograma obtenido a partir de las proporciones calculadas y compararlo con la función de densidad de una distribución $N(0.7, \frac{0.7 \cdot 0.3}{100})$.

Ejercicio 5. Una empresa de *software* ha desarrollado una nueva aplicación móvil y quiere estimar la proporción de usuarios que están satisfechos con el producto. Se realiza una encuesta a 200 usuarios seleccionados aleatoriamente y 150 de ellos indican estar satisfechos con la aplicación. Obtén un intervalo de confianza del 95 % para la proporción poblacional de usuarios satisfechos.

Ejercicio 6. Un departamento de ciberseguridad está evaluando la efectividad de dos métodos de autenticación en la detección de accesos no autorizados. Se probaron dos sistemas diferentes en condiciones controladas y se registró cuántos accesos sospechosos fueron correctamente detectados en cada caso:

- **Método 1:** se realizaron $n_1 = 400$ intentos de acceso, de los cuales $x_1 = 280$ fueron correctamente detectados como sospechosos.
- **Método 2:** se realizaron $n_2 = 350$ intentos de acceso, de los cuales $x_2 = 245$ fueron correctamente detectados como sospechosos.

Construye un intervalo de confianza a un nivel de confianza del 95 % para la diferencia de proporciones entre el Método 1 y el Método 2.

Ejercicio 7. Generar 500 muestras de tamaño $n \in \{10, 20, 50, 100\}$ de $X \in N(\mu, \sigma^2)$ con $\mu = 3$ y $\sigma = 1/2$. Calcular el estadístico $\frac{(n-1)S_e^2}{\sigma^2}$ para cada una de las 500 muestras y comprobar que sigue una distribución χ_{n-1}^2 .

Ejercicio 8. Un equipo de ingenieros informáticos está evaluando la variabilidad en los tiempos de ejecución de un algoritmo. Se toma una muestra aleatoria de 12 ejecuciones (en segundos), obteniendo los siguientes tiempos:

2.1 2.4 2.0 2.5 2.3 2.2 2.6 2.1 2.3 2.4 2.2 2.5

Se asume que los tiempos de ejecución siguen una distribución Normal, calcula una estimación puntual de la media y de la varianza y obtén además los correspondientes intervalos de confianza a un nivel de confianza del 97 %.

Ejercicio 9. Generar 500 muestras de tamaño $n = 100$ de $X \in N(\mu_X = 0, \sigma_X^2 = 1)$ y 500 muestras de tamaño $m = 200$ de $Y \in N(\mu_Y = 1, \sigma_Y^2 = 1/4)$. Comprobar que $\frac{S_X^2/\sigma_X^2}{S_Y^2/\sigma_Y^2}$ sigue una distribución $F_{n-1, m-1}$.

Ejercicio 10. Una empresa de desarrollo de software está probando dos algoritmos de búsqueda en una base de datos grande. Para el algoritmo A, se midieron los tiempos de respuesta (en milisegundos):

120, 130, 115, 122, 128, 118, 125, 121

Para el algoritmo B, se obtuvieron:

110, 150, 135, 140, 138, 132, 147, 130, 145, 136

Se asume que los tiempos de respuesta de ambos algoritmos siguen una distribución normal. Construye un intervalo de confianza del 99 % para el cociente de varianzas de los tiempos entre ambos algoritmos.

Ejercicios propuestos

Ejercicio 1. Generar 500 muestras de tamaño n (con $n \in \{10, 20, 100, 500\}$) de $X \in N(5, 1)$. Comprobar que la distribución de la media muestral sigue una distribución $N(5, 1/n)$.

Ejercicio 2. Se desea estimar el tiempo medio (en horas) que los estudiantes del GrEI dedican semanalmente a desarrollar proyectos de programación. Para ello, se selecciona una muestra aleatoria de 30 estudiantes, obteniendo una media muestral de 12 horas. Asumiendo que dicho tiempo sigue una distribución Normal con una varianza de 16 horas². Obtén un intervalo de confianza para el tiempo medio que dedican semanalmente a proyectos de programación con un nivel de confianza del 95 %.