Electricidad y Magnetismo

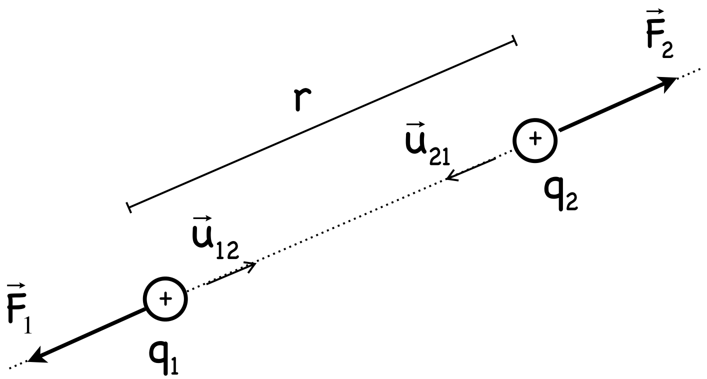
Tema 1

Contenidos

- Perspectiva histórica
- Fuerza entre cargas eléctricas. Campo y potencial eléctrico
- Campo eléctrico en materiales conductores y dieléctricos
- Inducción magnética
- Ondas electromagnéticas
- Propiedades magnéticas de los materiales

- **600 a.C.** - Observación de fenómenos electrostáticos (Thales de Mileto)
- **1269** - Introducción de los polos magnéticos (Pedro Peregrino de Maricourt)
- **1600** - Se acuña el término "Electricidad" (William Gilbert)
- **1729** - Descubrimiento de la transmisión de la electricidad por cables (Stephen Gray)
- **1733** - Distinción de dos tipos de electricidad (Charles Francois Du Fay)
- **1746** - Se consigue almacenar electricidad. Experimento de Leyden (Pieter van Musschenbroek)
- **1752** - Se relaciona la electricidad con los rayos (Benjamin Franklin)
- **1785** - Formulación cuantitativa de la interacción eléctrica (Charles de Coulomb)

$$\vec{F}_1 = K\frac{q_1 q_2}{r^2}\vec{u}_{21} \qquad \vec{F}_2 = K\frac{q_1 q_2}{r^2}\vec{u}_{12}$$



r: Distancia que separa las partículas

$\vec{u}_{12}$, $\vec{u}_{21}$: Vectores unitarios sobre la recta que une las partículas

$\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$: Fuerzas de interacción entre las partículas

$K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$: Constante de proporcionalidad ($8{,}9875\cdot10^9$ $N\cdot m^2/C^2$)

ε_0: permitividad eléctrica del vacío ($8{,}854\cdot10^{-12}$ $C^2/N\cdot m^2$)

- **600 a.C.** - Observación de fenómenos electrostáticos (Thales de Mileto)
- **1269** - Introducción de los polos magnéticos (Pedro Peregrino de Maricourt)
- **1600** - Se acuña el término "Electricidad" (William Gilbert)
- **1729** - Descubrimiento de la transmisión de la electricidad por cables (Stephen Gray)
- **1733** - Distinción de dos tipos de electricidad (Charles Francois Du Fay)
- **1746** - Se consigue almacenar electricidad. Experimento de Leyden (Pieter van Musschenbroek)
- **1752** - Se relaciona la electricidad con los rayos (Benjamin Franklin)
- **1785** - Formulación cuantitativa de la interacción eléctrica (Charles de Coulomb)
- **1791** - Se relaciona la electricidad con los impulsos nerviosos (Luigi Galvani)
- **1800** - Invención de la pila eléctrica (Alessandro Volta)
- **1820** - Primeras relaciones entre la electricidad y el magnetismo (Hans C. Orsted/André M. Ampere)
- **1831** - Inducción electromagnética (Michael Faraday)
- **1841** - Relación entre la electricidad y el calor/trabajo (James Prescott Joule)
- **1845** - Bases de la teoría de circuitos (Gustav Robert Kirchhoff)
- **1873** - Formalismo matemático del electromagnetismo (James Clerk Maxwell)
- **1876** - Invención del teléfono (Alexander Graham Bell)
- **1879** - Perfeccionamiento de la iluminación eléctrica (Thomas Alva Edison)
- **1887** - Desarrollo de la corriente alterna (Nikola Tesla)
- **1897** - Descubrimiento del electrón (Joseph John Thomson)
- **1913** - Determinación de la masa del electrón (Robert A. Millikan)

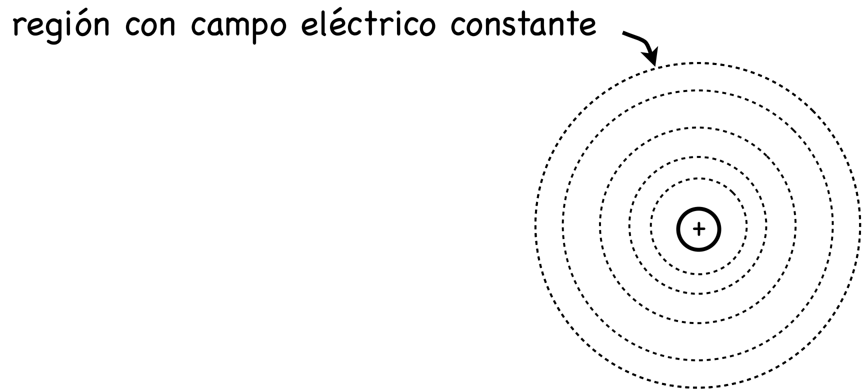
Campo eléctrico

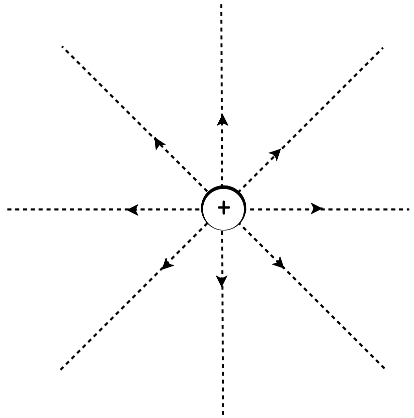
Se dice que existe un campo eléctrico $\vec{E}$ en un punto del espacio si sobre un cuerpo con una carga q_0 situado en ese punto se ejerce una fuerza eléctrica $\vec{F}$

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q_0}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\vec{u}_r$$

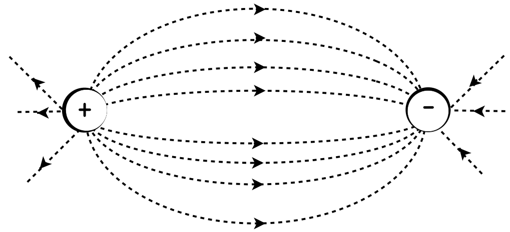
Líneas de campo

Definen la trayectoria que seguiría una carga (positiva) como efecto del campo eléctrico





Líneas de campo creadas por una carga



Líneas de campo creadas por dos cargas

Conclusión: El campo eléctrico es función de la distribución de carga...

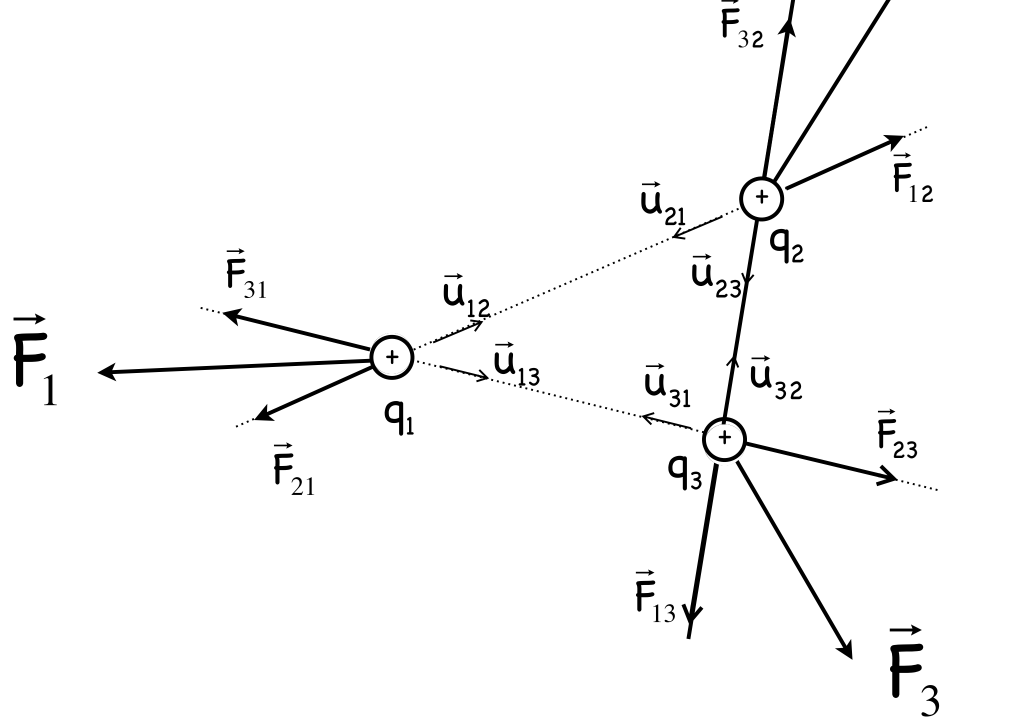
...pero, ¿cómo lo determinamos?

- Opción A: Principio de superposición + Ley de Coulomb
- Opción B: Ley de Gauss

Principio de superposición

La fuerza ejercida por un conjunto de partículas cargadas sobre cada una de ellas se corresponde con la suma vectorial de las fuerzas ejercidas por cada partícula por separado

$$\vec{F}_j = \sum_{i \neq j} \vec{F}_{ij} = \sum_{i \neq j} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_i q_j}{r_{ij}^2} \vec{u}_{ij}$$



Flujo eléctrico

Número de líneas de campo que atraviesan una superficie

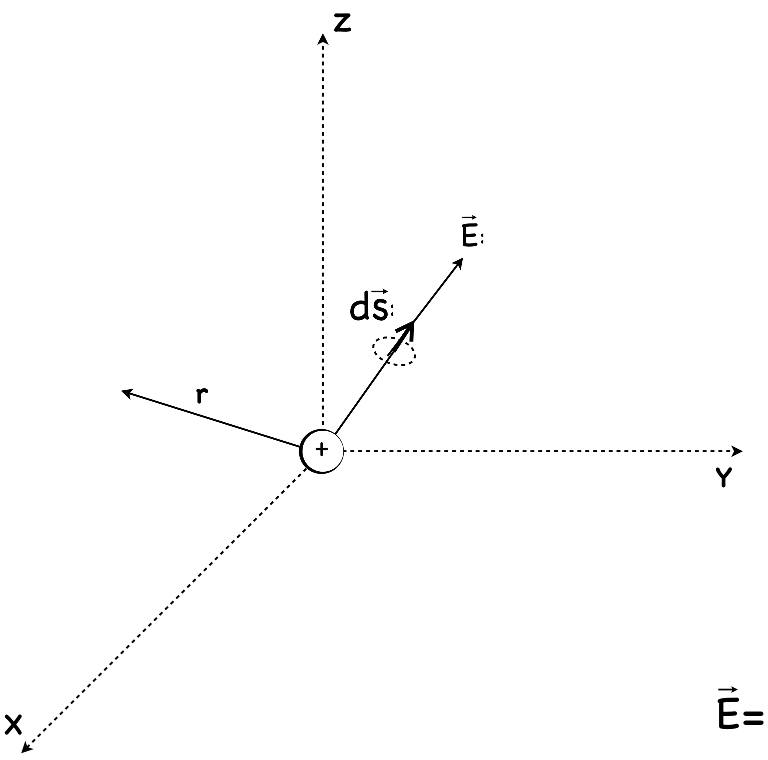
$$\phi = \int_S \overrightarrow{E} \cdot \overrightarrow{ds}$$

¡ojo! ¡ϕ es escalar!

ϕ: Flujo total del campo eléctrico a través de la superficie cerrada S

Q: Carga total en el interior de la superficie cerrada S

$d\vec{s}=ds\cdot\vec{u}_r$: Elemento de superficie



$$\phi=\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{s}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{r^2}\oint_S ds=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{r^2}\cdot 4\pi r^2=\frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$\vec{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\vec{u}_r$$

$$d\vec{s}=ds\cdot\vec{u}_r$$

Ley de Gauss

El flujo de campo eléctrico a través de una superficie cerrada es proporcional a la carga eléctrica neta Q encerrada por esa superficie **(Carl Friedrich Gauss, 1867)**

$$\phi = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

El uso de la ley de Gauss simplifica enormemente la determinación del campo eléctrico

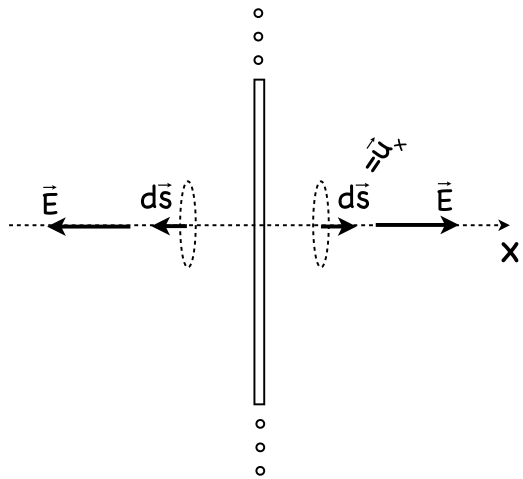
Nota: Cuando hablamos de carga distribuida uniformemente en una línea, superficie o volumen, nos estamos refiriendo a densidad de carga:

Densidad lineal de carga: $\lambda = \frac{dq}{dl} \Rightarrow Q = \int_L \lambda dl$

Densidad superficial de carga: $\sigma = \frac{dq}{ds} \Rightarrow Q = \int_S \sigma ds$

Densidad volumétrica de carga: $\rho = \frac{dq}{dv} \Rightarrow Q = \int_V \rho dv$

Ejemplo 1: Determinar el campo eléctrico creado por un plano infinito S cargado con una densidad de carga σ



Por simetría, el campo eléctrico:

1. Es perpendicular a la superficie
2. Presenta el mismo valor en todos los puntos equidistantes a la superficie

1.Tomamos el eje x como perpendicular al plano $\Rightarrow$ $\vec{E}=E\cdot\vec{u}_x$

2.Tomamos como superficie Gaussiana un cilindro perpendicular a S

Las líneas de campo sólo pasan por las bases del cilindro y las atraviesan perpendicularmente.

Por lo tanto:

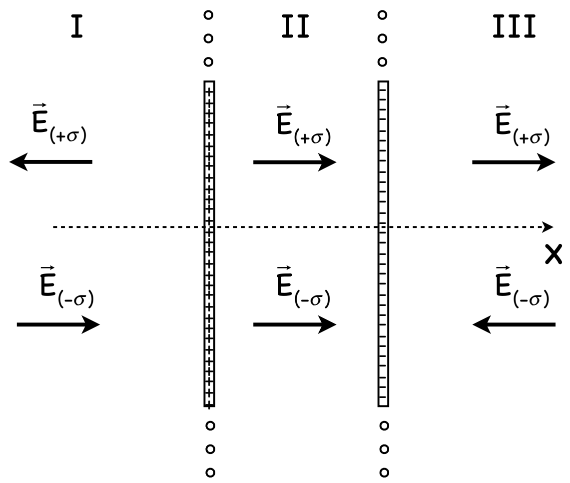
$$\phi=\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{s}=\frac{Q}{\varepsilon_0} \Rightarrow 2E\cdot S_{base}=\frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$Q=\sigma\cdot S_{base}$$

$$\Rightarrow E=\frac{\sigma\cdot S_{base}}{2\varepsilon_0\cdot S_{base}}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \Rightarrow \vec{E}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{u}_x$$

(c) David López Vilariño, USC

Ejemplo 2: Determinar el campo eléctrico creado por dos planos paralelos e infinitos cargados con densidades de carga iguales y opuestas, +σ y -σ



Los dos planos dividen el espacio en tres regiones

Los campos eléctricos generados por cada plano:

- Son iguales en módulo en las tres regiones
- Son opuestos en las regiones I y III
- Tienen el mismo sentido en la región II

Por lo tanto

$$\vec{E}_{(1)} = \vec{E}_{(3)} = 0 \qquad \vec{E}_{(2)} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \cdot \vec{u}_x$$

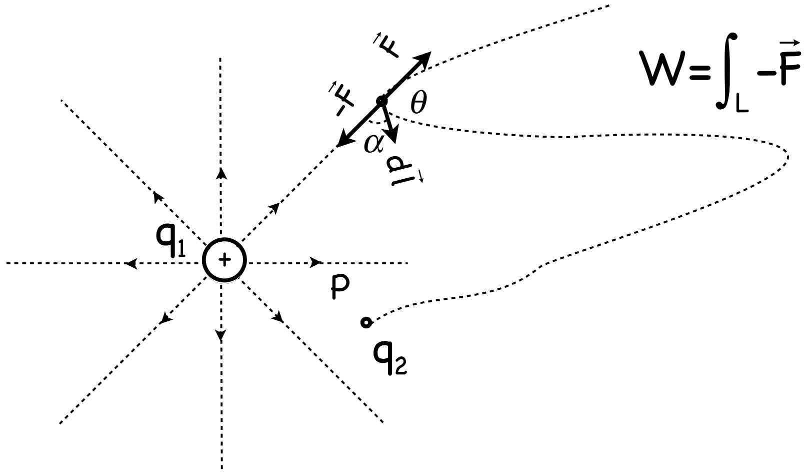
Sólo hay campo eléctrico en la región situada entre las dos superficies

Energía potencial y potencial eléctrico

Imaginemos un campo eléctrico generado por una carga puntual, q_1...

... y que traemos una partícula q_2 cargada desde el infinito hasta un punto P

¿Cúanto es el trabajo necesario para contrarrestar la fuerza eléctrica?



$$W=\int_L -\vec{F}\,d\vec{l}=\int_\infty^P -\vec{F}\,d\vec{l}=\int_\infty^P F\,dl\cos\alpha$$

Teniendo en cuenta:

$$F=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1\cdot q_2}{r^2} \qquad dl\cos\alpha=-dr$$

$$W=\int_\infty^P -F\,dr=\frac{q_1\cdot q_2}{4\pi\varepsilon_0}\int_\infty^P -\frac{dr}{r^2}=\frac{q_1\cdot q_2}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r}\right)\Bigg|_\infty^P=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1\cdot q_2}{r_P}$$

Potencial eléctrico: $V=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q_1}{r_P}$

Si consideramos el trabajo necesario para mover una carga de un punto A a otro B, dentro de un campo potencial

$$W_{A\to B}=\int_A^B -q\vec{E}\,d\vec{l}=\int_A^B -qE\,dr$$

$$W_{A\to B}=\int_{V_A}^{V_B} q\,dV$$

$$\Rightarrow \quad \vec{E}=-\frac{dV}{dr}\vec{u}_r$$

y generalizando a las 3 dimensiones:

$$\vec{E}=-\left(\frac{dV}{dx}\vec{i}+\frac{dV}{dy}\vec{j}+\frac{dV}{dz}\vec{k}\right)=-\nabla V$$

Una carga eléctrica positiva
- Se mueve en la dirección del campo eléctrico
- Se mueve hacia donde el potencial eléctrico disminuye

Conductores en equilibrio electrostático

Material conductor: las cargas eléctricas se pueden mover libremente
Conductor en equilibrio electrostático: cuando no hay movimiento de cargas

En esta situación se cumple lo siguiente:

El campo eléctrico en el interior del conductor es nulo

Si $\vec{E} \neq 0 \Rightarrow \vec{F}=q\vec{E} \neq 0$ y por tanto la carga se movería

El potencial eléctrico en el interior del conductor es constante

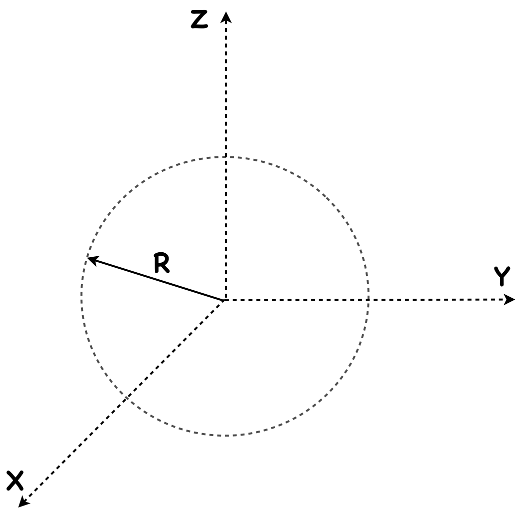
$\vec{E} = 0 \Rightarrow \vec{E}=-\nabla V=0$ y por tanto V=cte

La carga se encuentra distribuida en la superficie del conductor

Como $\vec{E} = 0$ dentro del conductor $\Rightarrow \phi=\oint_S \vec{E} d\vec{s}=\frac{q}{\varepsilon_0}=0$ y por tanto q=0

Capacidad

Supongamos una esfera conductora de carga Q y radio R



El potencial en cualquier punto del conductor coincide con el que tiene en su superficie:

$$V=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

Por lo tanto: $\frac{Q}{V}=4\pi\varepsilon_0 R$ es siempre constante, independientemente de la carga

Capacidad de un conductor (C):

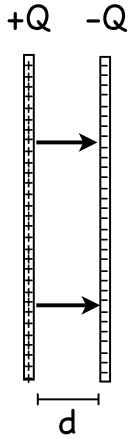
Relación entre su carga y su potencial
Depende de la geometría del conductor y del medio en el que se encuentre
Se mide en Faradios (F) 1F= 1C(Coulombio)/V(Voltio)
En situaciones prácticas hablamos de

MicroFaradio ($\mu F=10^{-6}F$)
NanoFaradio ($nF=10^{-9}F$)
PicoFaradio ($pF=10^{-12}F$)
FemtoFaradio ($fF=10^{-15}F$)

Condensador

Sistema formado por dos conductores con cargas iguales y opuestas +Q y -Q

Ejemplo: Condensador plano, formado por placas paralelas de superficie S



Asumiendo que la separación entre conductores es mucho menor que sus dimensiones:

$$E=\frac{V_1-V_2}{d}=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\Rightarrow V_1-V_2=Ed=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}d$$

además $Q=\sigma\cdot S$

Por tanto $C=\frac{Q}{V_1-V_2}=\frac{\varepsilon_0 S}{d}$

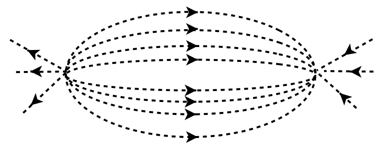
Conclusión: La capacidad de un condensador plano

✳ es directamente proporcional al área de las placas
✳ es inversamente proporcional a la distancia que separa las placas
✳ depende del material situado entre las placas

Dieléctricos (aislantes)

Material dieléctrico o aislante: aquel en el que las cargas eléctricas **no** se pueden mover libremente

Las moléculas de los dieléctricos forman dipolos eléctricos

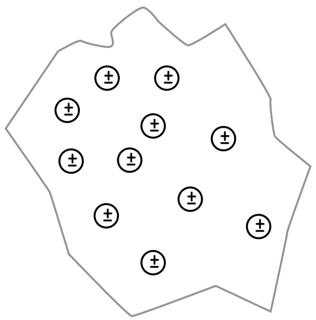


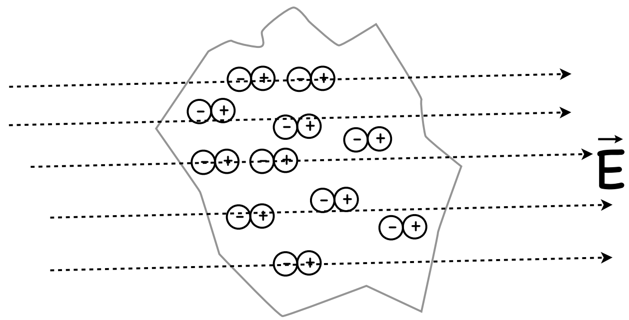
Dieléctricos no polares: Centros de gravedad de cargas positivas y negativas coinciden

Moléculas no polarizadas

⇓

Material no polarizado





Dieléctricos polares: Centros de gravedad de cargas positivas y negativas no coinciden

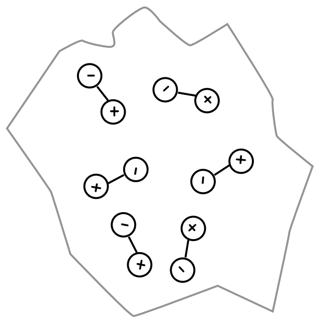
Moléculas polarizadas

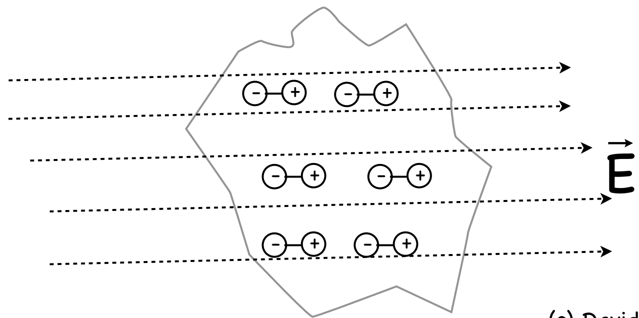
+

Distribución aleatoria

⇓

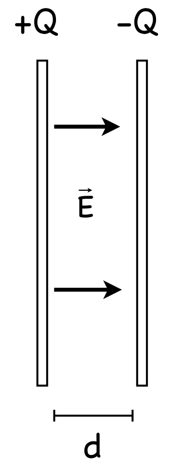
Material no polarizado





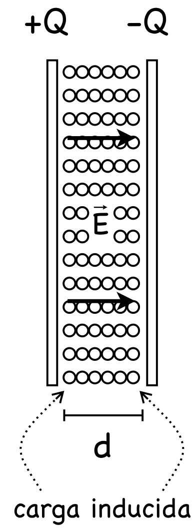
Retomamos el condensador

Condensador plano, formado por placas paralelas de superficie S, separadas por el vacío



$$E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0} \qquad C=\frac{Q}{V_1-V_2}=\frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

Condensador plano, formado por placas paralelas de superficie S, con un material dieléctrico entre ellas



$$E'=\frac{E}{K}\ ,\ K>1$$

$$E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow E'=\frac{\sigma}{K\varepsilon_0}=\frac{\sigma}{\varepsilon} \qquad \Rightarrow C'=\frac{\varepsilon S}{d}>C$$

K ≡ Constante dieléctrica

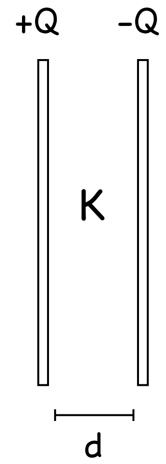
ε ≡ Permitividad del material dieléctrico

Conclusiones:

Si introducimos un dieléctrico entre las placas del condensador aumentamos la capacidad

Si además disminuimos la separación entre placas podríamos incrementar la capacidad tanto como queramos...

... hasta un límite: ruptura del dieléctrico



$$C=\frac{Q}{V_1-V_2}=\frac{K\varepsilon_0 S}{d}=\frac{\varepsilon S}{d}$$

Material	Constante dieléctrica K	Campo de ruptura (KV/mm)
Vacío	1	-
Poliestireno	2,56	24
Teflón	2,1	60
Alúmina	9,5	13,4
Óxido de Silicio	3,9	100

Experimentalmente se puede observar:

- Una carga eléctrica crea un campo eléctrico en su entorno
- Una carga eléctrica en movimiento crea un campo magnético en su entorno
- Una carga eléctrica en un campo eléctrico experimenta una fuerza de origen eléctrico ejercida por el campo
- Una carga eléctrica en movimiento en un campo magnético experimenta una fuerza de origen magnético ejercida por el campo

Inducción magnética (campo magnético)

Se dice que existe un campo magnético $\vec{B}$ en un punto del espacio si sobre un cuerpo de carga q, que pasa por ese punto a una velocidad $\vec{v}$, se ejerce una fuerza de origen magnético $\vec{F}_{mag}$ tal que:

$$\vec{F}_{mag} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

Por lo tanto:

$$B = \frac{F_{mag}}{qv\,\mathrm{sen}\,\alpha}$$

Corriente de inducción

- Flujo magnético a través de una superficie A: Conjunto de líneas de campo magnético que atraviesan dicha superficie

$$\phi_B = \oint_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

- El flujo magnético a través de una superficie cerrada es cero (Ley de Gauss del magnetismo)

Ley de Faraday

La fuerza electromotriz inducida en un circuito es igual a la derivada respecto al tiempo, cambiada de signo, del flujo magnético a través del circuito **(Michael Faraday, 1831)**

$$\varepsilon_{ind} = \oint_L \vec{E} \, d\vec{l} = -\frac{d\phi_B}{dt}$$

Una variación del campo magnético puede producir corriente

Una variación del campo magnético puede producir corriente

La corriente (es decir, cargas en movimiento) producen un campo magnético. Si la corriente varía, el campo magnético también y por tanto puede inducir corriente

Por lo tanto, una corriente variable puede provocar la aparición de corriente inducida en el propio circuito ⇒ Autoinducción

$$\frac{d\phi_B}{dt}=\frac{d\phi_B}{dI}\frac{dI}{dt}=L\frac{dI}{dt}$$

L ≡ Inductancia (Henrios)

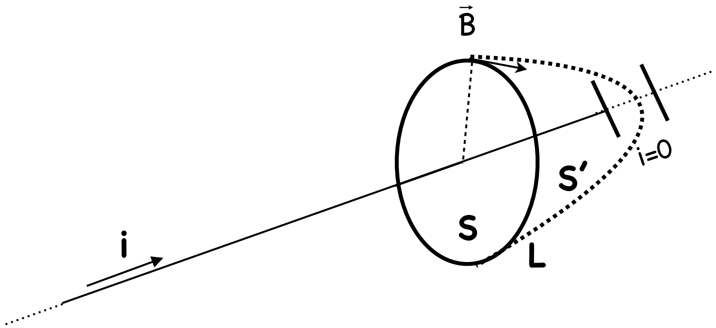
$$\varepsilon_{ind}=-\frac{d\phi_B}{dt}=-L\frac{dI}{dt}$$

Pero además, una corriente circulando por un circuito puede dar lugar a corriente inducida en otro circuito próximo ⇒ Inducción mutua

Ley de Ampere

Consideremos un circuito por el que circula una corriente **i** y que genera un campo magnético $\vec{B}$

Consideremos una línea cerrada L que encierre una superficie S atravesada por el circuito



Se cumple: $\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 i$

Pero, si en el circuito hay un condensador (por ejemplo), ¿Se sigue cumpliendo la Ley de Ampere?

No es lo mismo considerar S que S', aun estando ambas delimitadas por la línea cerrada L. ¡Por S' la corriente es nula! (Contradicción)

Solución: Ley De Ampere Generalizada (también llamada de Ampere-Maxwell)

$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 i + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{d\phi_{elec}}{dt}$$

Ecuaciones de Maxwell

Relacionan los campos magnéticos y eléctricos, sientan las bases del electromagnetismo y predicen la existencia de ondas electromagnéticas

Ecuaciones de Maxwell	
Ley de Gauss	$\phi_{elec} = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \dfrac{Q}{\varepsilon_0}$
Ley de Gauss del magnetismo	$\phi_B = \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$
Ley de Ampere-Maxwell	$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i + \varepsilon_0 \mu_0 \dfrac{d\phi_{elec}}{dt}$
Ley de Faraday	$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = -\dfrac{d\phi_B}{dt}$

Partamos de las siguientes ecuaciones (Ley de Faraday y Ley de Ampere-Maxwell):

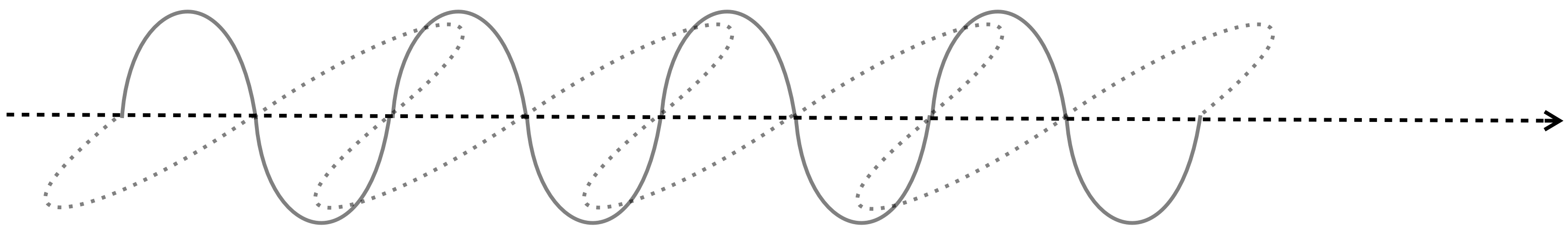
$$\oint_L \vec{E}\, d\vec{l} = -\frac{d\phi_B}{dt} \qquad \oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 i + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{d\phi_{elec}}{dt}$$

En el vacío no hay carga, por tanto i=0, con lo que nos queda

$$\oint_L \vec{E}\, d\vec{l} = -\frac{d\phi_B}{dt} \qquad \oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{d\phi_{elec}}{dt}$$

Si resolvemos las ecuaciones, obtenemos:

$$\vec{E} = \vec{E}(x,y,z,t) \qquad \vec{B} = \vec{B}(x,y,z,t)$$



El campo magnético mantiene el campo eléctrico y viceversa. Por lo tanto, las ondas se propagan en el vacío de un modo autónomo

Las ondas electromagnéticas se propagan por el vacío a una velocidad:

$$c=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$$

$\varepsilon_0=1/(4\pi\times 8{,}99\times 10^9)\ C^2/N\cdot m^2$

$\mu_0=4\pi\times 10^{-7}\ Wb/A\cdot m$

$\Rightarrow\ c=2{,}99\times 10^8\ m/s$

¡La luz es una onda electromagnética!

Las propiedades magnéticas de los materiales vienen marcadas por:

1. el movimiento de los electrones alrededor del núcleo de cada átomo

2. el sentido de rotación de los electrones (spin). Dos electrones girando en sentidos opuestos cancelarán sus momentos

Las corrientes debidas al movimiento de los electrones provoca la aparición de campos magnéticos (momento magnético)

En ausencia de un campo magnético externo el momento magnético asociado a cada átomo se distribuirá aleatoriamente

En presencia de un campo magnético externo el momento de cada átomo se alineará con el campo

Magnetización: Cantidad de momento magnético por unidad de volumen $\vec{M} = \frac{\text{momento magnético } \vec{m}}{\text{Unidad de volumen}}$

$$\vec{B}_{total} = \vec{B}_{ext} + \mu_0 \vec{M}$$

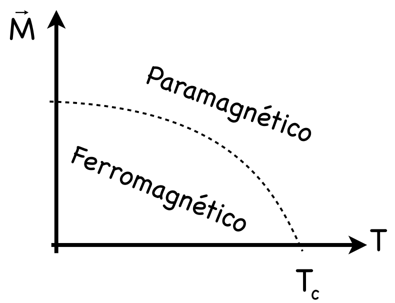
En función de su comportamiento magnético, los materiales se clasifican en:

- Ferromagnéticos: Los átomos presentan un momento magnético permanente que se alinea al campo externo y lo refuerza notablemente Cuando se suprime el campo externo, la magnetización se mantiene

- Paramagnéticos: Los átomos presentan un momento magnético débil y aleatorio que se alinea al campo externo y lo refuerza ligeramente. Cuando se suprime el campo externo, la magnetización desaparece

- Diamagnéticos: Los átomos no presentan momento magnético permanente. En presencia de un campo externo se induce una magnetización que se opone al campo externo. Cuando se suprime el campo externo, la magnetización desaparece

Un material ferromagnético pasa a ser paramagnético si se supera una temperatura T_c característica del material (Temperatura de Curie)



Materiales ferromagnéticos: Histéresis magnética

0 Partimos de un material desmagnetizado al que le aplicamos un campo magnético

0 → 1 La magnetización del material ($\vec{M}$) aumentará con el campo externo

1 Alcanzado el valor máximo del momento magnético (M_S, magnetización de saturación) la magnetización deja de aumentar

1 → 2 Disminuimos el campo externo hasta anularlo. Es decir $\vec{B}_{ext}=0$

2 Se observa que el el material sigue magnetizado en ausencia de campo externo (magnetización remanente M_R). Por lo tanto el campo magnético total no es nulo ($\vec{B}_T=\mu_0\vec{M}$)

2 → 4 Volvemos a aumentar el campo externo pero en esta ocasión en sentido contrario

3 En este punto el campo externo compensa la magnetización

4 Se alcanza el valor de saturación de la magnetización en sentido opuesto

4 → 1 En este tramo se observa que se llega a la saturación positiva por un camino diferente