

Nota: No es 100% igual al examen original porque lo copié de mi hoja en sucio, así que puede que haya algo mal escrito

1. Se hace un estudio para medir los efectos del tabaco en la calidad del sueño. Para ello se miden los tiempos de conciliación del sueño (en minutos) de 8 personas no fumadoras:
28.6 15.1 26.4 14.9 29.8 28.4 18.5 30.2
 - a) Calcula el tiempo mediano y el tiempo medio de conciliación del sueño para los 8 no fumadores.
 - b) Realiza una gráfica representativa de los datos. ¿Se observan datos atípicos?
 - c) Si eliminamos el tiempo mínimo registrado y lo sustituimos por otro valor, ¿cuál es la mediana del nuevo conjunto de datos? Justifica tu respuesta.
2. Un archivo está protegido por una contraseña para poder leerlo y escribir en él. Disponemos de 3 ficheros distintos con 5, 7 y 8 contraseñas respectivamente almacenadas en texto plano, respectivamente, de las cuales solo una permite la lectura del archivo. Escogemos al azar un fichero y, de este, una contraseña:
 - a) La probabilidad de que la contraseña seleccionada sea la correcta
 - b) La probabilidad de que el fichero escogido sea el tercero y que la contraseña se incorrecta
 - c) La probabilidad de que hayamos escogido el primer fichero si la contraseña seleccionada es correcta.
3. Una empresa ha desarrollado un software que detecta que un PC está infectado de malware si el tiempo de carga de los banners de las páginas es mayor a 11.27 segundos. Este tiempo sigue una distribución normal con media 10 y desviación estándar 5.
 - a) Calcula la probabilidad de que un PC escogido al azar esté infectado.
 - b) En una muestra de 10 PCs, calcula la probabilidad de que solo haya un PC infectado
 - c) De una muestra de 100 PCs, ¿cuál es la probabilidad de que más de la mitad estén infectados?
4. Una empresa de automóviles quiere realizar un estudio sobre sus coches de diésel e híbridos. Para ello cuentan con los datos de los kilómetros recorridos antes de tener que repostar para 5 coches diésel y 6 híbridos. Asume la normalidad de los datos e igualdad de varianzas poblacionales.

Diesel:	400	398	250	403	205	
Híbridos:	450	423	398	415	601	392

 - a) Calcula el intervalo de confianza para la proporción de vehículos (diésel e híbridos) que recorren más (o igual) de 450km.
 - b) Con un nivel de significación del 5%, ¿hay pruebas significativas de que el kilometraje medio de los vehículos híbridos es igual al de los diésel. Aproxima p-valor y justifica tu respuesta.
 - c) Con un nivel de significación del 5%, ¿hay pruebas significativas de que el kilometraje medio de los vehículos híbridos mayor al de los diésel. Aproxima p-valor y justifica tu respuesta.

Fórmulas:

- Masa de probabilidad **Binomial**: $\mathbb{P}(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$, $x \in \text{Sop}(X) = \{0, 1, 2, \dots, n-1, n\}$.
- Masa de probabilidad **Binomial negativa**: $\mathbb{P}(X = x) = \binom{n+x-1}{x} (1-p)^x p^n$, $x \in \text{Sop}(X) = \{0, 1, 2, \dots\}$.
- Masa de probabilidad **Poisson**: $\mathbb{P}(X = x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$, $x \in \text{Sop}(X) = \{0, 1, 2, \dots\}$.
- Masa de prob **Hipergeométrica**: $\mathbb{P}(X = x) = \frac{\binom{k}{x} \binom{N-k}{n-x}}{\binom{N}{n}}$, $x \in \text{Sop}(X) = \{\max(0, n+k-N), \min(k, n)\}$.
- Función de distribución **Gamma**: $1 - \sum_{j=0}^{p-1} \frac{(\lambda x)^j}{j!} e^{-\lambda x}$, $x > 0$, p entero positivo.
- **Recta de regresión**: $y = a + bx$, $b = \frac{S_{xy}}{S_x^2}$, $a = \bar{y} - b\bar{x}$; $r = \frac{S_{xy}}{s_x s_y}$; $S_{xy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$.
- Si $X \sim \text{Ber}(p)$: $\frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}} \sim N(0, 1)$.
- Si $X \sim N(\mu, \sigma^2)$: $\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0, 1)$, $\frac{\bar{X} - \mu}{s/\sqrt{n-1}} \sim t_{n-1}$, $\frac{ns^2}{\sigma^2} \sim \chi_{n-1}^2$.
- Si $X \sim N(\mu_X, \sigma_X^2)$ e $Y \sim N(\mu_Y, \sigma_Y^2)$: $\frac{(\bar{X} - \bar{Y}) - (\mu_X - \mu_Y)}{S_T \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}}} \sim t_{n+m-2}$, con $S_T^2 = \frac{(n-1)S_X^2 + (m-1)S_Y^2}{n+m-2}$,
 $S_X^2 \sigma_Y^2 / (S_Y^2 \sigma_X^2) \sim F_{n-1, m-1}$.