FRC - UTN
Depto. Electrónica
ASyS - 2025
Módulo A. Semana 3

LISTA DE EJERCICIOS BÁSICOS

Cap.2. Sec.2.1. Funciones complejas (ver)

Ejemplo 1. Considerar las funciones de variable compleja

$$f(z) = z^2 - (2 + j);\ g(z) = z + 2\,Re(z)$$

1.1. Evaluar las funciones $f(j),\ f(1+j),\ g(j),\ g(1+j)$

1.2. Expresar en su forma binomial a las función $f(z)$, esto es, expresar a la función como una suma entre su parte real y su parte imaginaria

$$f(x + yj) = u(x, y) + jv(x, y)$$

1.3. Expresar en su forma binomial a las función $g(z)$, esto es, expresar

$$g(x + yj) = u(x, y) + jv(x, y)$$

Ejemplo 2. Considerar la función exponencial compleja $f(z) = e^z$

2.1. Expresar a la función exponencial en su forma binomial, esto es,

$$f(x + yj) = u(x, y) + jv(x, y)$$

2.2. Evaluar la función exponencial $e^0,\ e^j,\ e^{2+\pi j}$ en su forma binomial.

2.3. Expresar a la función exponencial en su forma polar exponencial, esto es,

$$f(x + yj) = r(x, y)e^{j\,\theta(x,y)}$$

2.4. Evaluar la función exponencial $e^0,\ e^j,\ e^{2+\pi j}$ en su forma polar.

Ejercicio 1. Determinar la parte real y la parte imaginaria de cada una de las siguientes funciones de variable compleja:

$$f_1(x) = 6z - 5 + 9j;\ f_2(z) = z + \frac{1}{z};\ f_3(z) = e^{z^2}$$

Ejercicio 2. Determinar el dominio de las siguientes funciones y luego, determinar si dichos dominios son conjuntos: abiertos, cerrados, acotados, conexos, para cada una de las siguientes funciones:

$$f_1(z) = \frac{3z + 2j}{z^3 + 3z^2 + z};\ f_2(z) = \frac{jz}{z^2 + 1}$$

Cap.2. Sec.2.6. Limite y continuidad (ver)

Ejemplo 1. Considerar las siguientes función en variable compleja

$$a.\quad f_1(z)=\frac{z}{\overline{z}}\qquad b.\quad f_2(z)=(2+j)z\qquad c.\quad f_3(z)=z^2+j$$

1.1. Determinar el dominio de la función y determinar si el abierto y conexo.
1.2. Determinar si la función es continua en todo su dominio. Para ello, diferenciar dos métodos distintos:

- Método 1. Usar las propiedades del $\lim\limits_{z\to z_0} f(z)=f(z_0)$.
- Método 2. Usar las propiedades del limites de Análisis Matemático II $\lim\limits_{(x,y)\to(x_0,y_0)} f(x,y)=f(x_0,y_0)$

1.3. Clasificar el tipo de discontinuidad de la función en $z_0=0$, esto es: evitable, salto finito, asíntota.

Ejemplo 2. Considerar las siguientes funciones

$$a.\quad f_1(z)=\frac{z^2-2z+4}{z-1-j\sqrt{3}}\quad b.\quad f_2(z)=z^2-jz+2\quad c.\quad f_3(z)=e^{-z}$$
$$d.\quad f_4(z)=\frac{z^2-2z+4}{z-1-j\sqrt{3}}\quad e.\quad f_5(z)=z^2-jz+2\quad f.\quad f_6(z)=\sqrt{z}$$

2.1. Determinar el dominio de la función y caracterizar si el abierto y conexo.
2.2. Determinar si la función es continua en todo su dominio.

Cap.3. Sec.3.1. Derivabilidad y analiticidad (ver)

Ejercicio 1.

$$a.\quad f_1(z)=z^2-5z\qquad b.\quad f_2(z)=z^4-5z+2z\quad c.\quad f_3(z)=\frac{z^2}{4z+1}$$
$$d.\quad f_4(z)=\left(jz^2+3z\right)^3\quad e.\quad f_5(z)=e^{jz}+e^{-jz}\qquad f.\quad f_6(z)=\sqrt{z}$$

1.1. Determinar el dominio de la función y caracterizar si el abierto y conexo.
1.2. Determinar si la función es continua en todo su dominio.
1.3. Determinar el conjunto donde la función es derivable y calcular su derivada.

Ejemplo 2. Considerar los siguiente limites

$$a.\quad \lim_{z\to 2+j}\frac{z^2-4z+5}{z^3-z-1zj}\quad b.\quad \lim_{z\to 0}\frac{sen(z)}{z^2}\quad c.\quad \lim_{z\to 0}\frac{e^z-e^{-z}-2z}{z-sen(z)}$$

2.1. Determinar el tipo de indeterminada.
2.2. Emplear la regla de L'Hopital para calcular los limites propuestos.

Cap.3. Sec.3.2. Ecuaciones de Cauchy-Riemann (ver)

Ejemplo 1. Considerar las siguientes funciones

$a.\quad f(x+jy) = \left(x^2 - y^2 + x\right) + j(2xy + y)$ $\quad b.\quad f(x+jy) = x - yj$

$c.\quad f(x+jy) = (2x^2 + y - j\left(y^2 - x\right)$ $\quad d.\quad f(x+jy) = \left(\frac{x}{x^2+y^2}\right) + j\left(\frac{y}{x^2+y^2}\right)$

$$e.\ f(x+jy) = x + sen(x)cosh(y) + j(y + cos(x)senh(y)$$

1.1. Determinar el dominio de la función y caracterizar si el abierto y conexo.

1.2. Determinar el conjunto donde la función es derivable, caracterizar si dicho conjunto es abierto y conexo. Luego, calcular su derivada.