

Apellido, Nombre (Legajo):

Curso: 2S2

- 1) Determinar gráfica y analíticamente el Dominio de definición de la siguiente función:

$$z = \sqrt{(4x^2 + y^2 - a^2) \cdot (a^2 - x^2 - 4y^2)}$$

- 2) La altura de un cono truncado es $H= 30$ cm y sus radios $r= 10$ y $R= 20$ cm. Cómo variará su volumen (V) si la altura aumenta 3 mm y los radios disminuyen 1 mm?
- Calcular valor exacto (ΔV) y estimado (dV)
 - Si las variaciones fuesen errores de medición, calcular Error % (dV/V) e $\text{IOS} = \Delta V - dV$
Dato: $V = \frac{\pi}{3}H/3.(r^2 + r.R + R^2)$

- 3) Calcular las derivadas parciales de: $x \cdot \cos(z^2/y) - x^y \cdot \ln y = 0$ siendo: $z = f(x; y)$
Valuar resultado en: $P_0(1; \pi/4; -\pi/6)$

- 4) Calcular la Derivada Direccional de: $z = y^x + \ln(x^2 \cdot y)$ en $P(-2; 4)$ $\overset{\rightarrow}{\longrightarrow}$ Dirección: $S = PQ$, siendo $Q(2; 6)$
Verificar resultado usando propiedad del Gradiente de una función
- Expresar y graficar el Gradiente, calculando su módulo y dirección/sentido (α respecto al x^+)
 - Dar dirección y sentido de máximo, mínimo y nulos crecimientos de la función en el punto P .

- 5) Determinar Puntos Críticos de la función: $z = x^2 + 3y^4 - 4y^3 - 12y^2$
- Indicar si hay Puntos de Ensilladura (PE) y/o Extremos Relativos, indicando en este caso si son Máximos o Mínimos.
 - Determinar coordenadas $(x; y; z)$ de los Extremos Relativos.

Recuperatorio AM II: **Tema 1:** **Apellido y Nombre – Legajo:**

- 1) Determinar analíticamente y gráficamente, el dominio de la siguiente función (**Dibujar en Escala**):

$$Z = \frac{\ln(xy) \cdot \sqrt{y^2 - x^2 - 9}}{x}$$

- 2) En un circuito eléctrico se calcula la intensidad de corriente (I) mediante: $E=IR$, donde E es una fuerza electromotriz de 110V medido con un error de 50 milivoltios y R es la resistencia del circuito cuya medición da un valor de 22Ω , medido con un instrumento con 3% de error. Hallar los errores: aproximado, máximo y porcentual al calcular la intensidad de corriente con estos valores.
- 3) Hallar analíticamente los **extremos relativos** y **puntos de ensilladura** de la siguiente función:

$$Z = x^2 + y^2 + x^2y + 4$$

- ~~4)~~ Una latita de gaseosa con forma de cilindro recto, debe tener de área **355cm²** en la cara lateral del cilindro, más **0,2dm²** por cada tapa. Determine las dimensiones ideales de **altura** y de **radio** para obtener un máximo de capacidad. (Utilizar el método del multiplicador de Lagrange). $V = \pi r^2 h$ (*volumen del cilindro*).

Apellido, Nombre y Legajo:

Curso: 1H9

- 1) Determinar gráfica y analíticamente el dominio de definición de la sig. función:

$$z = \operatorname{arcsen}(x/2) + \sqrt{xy}$$
- 2) Dado un paralelepípedo de lados: $x= 9$, $y= 7$, $z= 4$ (valores en metros) y siendo el error de medición de 2 cm, calcular:
 - Máximo error (aproximado) en el cálculo de su diagonal (D)
 - Error % (dD/D)
 - $\text{IOS} = \Delta z - dz$ (opcional)
- 3) Calcular el diferencial de 2º orden de la función:
$$z = \ln \sqrt{x^2 + y^2}$$

 Demostrar que las derivadas segundas cruzadas son iguales.
- 4) Determinar las derivadas del siguiente sistema de funciones implícitas:

$$\begin{cases} y^x \ln z = 0 \\ \ln x + 3y^2 = 1/z \end{cases}$$
 siendo:
$$\begin{cases} y = f_1(x) \\ z = f_2(x) \end{cases}$$
- 5) Dada la función: $w = (x^3 - y^2) / z^4$ Determinar en el punto M (2;3;-1):
 - Derivada direccional en dirección del vector: $\vec{S} = (4;6;12)$
 - Derivada direccional Máxima.
 Graficar Vector Gradiente: Módulo, dirección (respecto a x+) y sentido.

Apellido y Nombre (Legajo):

Curso: 1H9

-
- 1) Graficar y expresar analíticamente el Dominio de definición de la sig. función:

$$z = \sqrt{\frac{x + y - 1}{4 - x^2 - y^2}}$$

- 2) Hallar ecuación del Plano tangente y Recta normal a la superficie:

$$z = x^2 + y^2 \quad \text{en } P_0(1;2)$$

- 3) Hallar la Derivada de la sig. función Compuesta:

$$u = e^{ax} \cdot (y - z)$$

Nota: a (constante)

Siendo: $\begin{cases} y = a \cdot \operatorname{sen} x \\ z = \cos x \end{cases}$

Apellido y Nombre (Legajo):

Curso: 1H9

- 1) Determinar gráfica y analíticamente el dominio de definición de la sig. función:

$$\cancel{y = \ln(y - 2x) \cdot \sqrt{4 - (x^2 + y)}} \\ (2y^2 + x^2 - 4)$$

- 2) Calcular las derivadas de la sig. función compuesta:

$$z = \ln(y - 2x)$$

Siendo: $\begin{cases} x = \operatorname{arctg} u^2 \\ y = \operatorname{sen} u^2 \cdot \cos v \end{cases}$

- 3) Dada la función: $z = \sqrt{4 - (x^2 + y)}$, determinar en P (-2, -4)

- a) Derivada direccional según dirección $\beta = 30^\circ$ respecto al semieje x^+
- b) Gradiente: Expresión vectorial, gráfico, módulo y dirección y sentido.
- c) Verificar resultado anterior aplicando propiedad del Gradiente de la función.

Apellido, Nombre (Legajo):

Curso: 1H9

1) Determinar gráfica y analíticamente el Dominio de definición de la función:

$$z = \sqrt{36 - x^2 - 4y^2} \cdot \ln(x^2 + y^2 - 1)$$

2) Para la función: $u = 2x^3y - 3y^2z$ Calcular en el punto: **M (1 ; 2 ; -1)**

a) Derivada parcial según dirección/sentido del segmento orientado:
 $\overrightarrow{M_1 M_2}$ siendo: **M1 (1 ; 1 ; 1)** y **M2 (4 ; 0 ; 6)**

b) Vector Gradiente: Expresión vectorial, Módulo y Dirección/Sentido (Ángulos o Cosenos Directores)

3) Calcular Extremos Relativos y Puntos de Ensilladura de la función

$$z = x^4 + y^4 - 2x^2 - 2y^2$$

Apellido y Nombre (Legajo):

Curso: 1H9

1) Dada la sig. función Implícita: $x + 2y + z - 2\sqrt{xyz} = 0$ $z = f(x; y)$

Determinar las 2 derivadas parciales.

Buscar mínimas expresiones.

2) Calcular la Derivada Direccional de: $u = 2xy - z^2$ en $P_0(2; -1; 1)$

En dirección/sentido de P_0 a $P_1(3; 1; -1)$

Determinar vector Gradiente: expresión Vectorial y Módulo del mismo.

3) Calcular el-los extremo-s de la función: $z = 5x^2 + 6y^2 - xy$

Sujeto a la condición: $x + 2y = 24$

Categorizarlo indicando si es Máximo o Mínimo

Apellido, Nombre y Legajo:

Curso: 1H9

- 1) Determinar valor exacto y aproximado del material necesario para construir una pileta (paralelepípedo rectangular) de 6 y 12 mts de lados y 2 mts de profundidad (medidas internas). Espesores: 15 y 20 cm de paredes y fondo respectivamente. Expresar el resultado en m^3 . Expresar Error % (dV/V) y el IOS ($\Delta V - dV$)
- 2) Determinar gráfica y analíticamente el dominio de definición de la función:

$$z = \frac{\sqrt{1-3x^2-2y}}{\ln(5-x^2+y)}$$

- 3) Calcular la derivada direccional de: $z = x^3y \cdot e^{xy^2}$ en $P(1;1)$

en la dirección de la recta tangente a: $y = 3/x$ en: $x = \sqrt{3}$

- 4) Calcular el gradiente de la función del ejercicio anterior: expresión vectorial, módulo, dirección/sentido; graficar. Determinar ángulos de máximo, mínimo y nulos crecimiento de la función; graficar.

- 5) Calcular las derivadas del siguiente sistema de funciones implícitas:

$$\begin{cases} x^2 + 3y^2 - e^{xz} + 2 = 0 \\ 3/x^2 + \ln y^z = 0 \end{cases}$$

siendo: $\begin{cases} y = f_1(x) \\ z = f_2(x) \end{cases}$

Apellido, Nombre y Legajo:

Curso: 1H9

- 1) Determinar gráfica y analíticamente el dominio de definición de la sig. función:

$$y = \ln(x + y) + \sqrt{2 - x^2 - y^2}$$

- 2) Dado un cono truncado de las sig. medidas:

$$\begin{cases} R=2 \text{ dm (radio mayor)} \\ r=1 \text{ dm (radio menor)} \\ H=3 \text{ dm (altura)} \end{cases}$$

$$\text{Recordar: } V = \frac{1}{3} \cdot H \left(R^2 + R \cdot r + r^2 \right)$$

Siendo 1 cm el error de medición tanto de los radios como de la altura, determinar:

- a) Máximo error (aproximado) en el cálculo de su volumen
 b) Error % (dV/V) c) IOS = $\Delta z - dz$ (opcional)

- 3) Calcular el diferencial de 2º orden de la función: $z = e^{3x-2y}$

Demostrar que las derivadas segundas cruzadas son iguales.

- 4) Determinar las derivadas parciales de la siguiente función compuesta:

$$z = \operatorname{tg} x \cdot \cos y \quad \text{siendo: } \begin{cases} x = u \cdot \ln v \\ y = \sqrt{u^2 + v^2} \end{cases}$$

- 5) Dada la función: $w = 2x^2 + y^2 - 3z^2$ Determinar en el punto M (7;2;1):

- a) Derivada direccional en dirección del vector: $\vec{S} = 6\mathbf{i} + 3\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$

- b) Vector Gradiente: Módulo, dirección (respecto a x+) y sentido. Graficar.

Apellido, Nombre y Legajo:

Curso: 1H9

- 1) Determinar gráfica y analíticamente el dominio de definición de la sig. función:
 $z = \operatorname{arcsen}(x/2) + \sqrt{xy}$

- 2) Dado un paralelepípedo de lados: $x=9$, $y=7$, $z=4$ (valores en metros) y siendo el error de medición de 2 cm, calcular:

- a) Máximo error (aproximado) en el cálculo de su diagonal (D)
- b) Error % (dD/D)
- c) IOS = $\Delta z - dz$ (opcional)

- 3) Calcular el diferencial de 2º orden de la función: $z = \ln \sqrt{x^2 + y^2}$
 Demostrar que las derivadas segundas cruzadas son iguales.

- 4) Determinar las derivadas del siguiente sistema de funciones implícitas:

$$\begin{cases} y^x \ln z = 0 \\ \ln x + 3y^2 = 1/z \end{cases} \quad \text{siendo: } \begin{cases} y = f_1(x) \\ z = f_2(x) \end{cases}$$

- 5) Dada la función: $w = (x^3 - y^2) / z^4$ Determinar en el punto $M(2;3;-1)$:
- a) Derivada direccional en dirección del vector: $\vec{S} = (4;6;12)$
 - b) Derivada direccional Máxima.

Graficar Vector Gradiente: módulo, dirección (respecto a $x+$) y sentido.

Apellido, Nombre y Legajo:

Curso: 1H9

- 1) Determinar gráfica y analíticamente el dominio de definición de la sig. función:
 $y = \ln(x + y) + \sqrt{2 - x^2 - y^2}$

- 2) Dado un cono truncado de las sig. medidas:

$$\begin{cases} R=2 \text{ dm (radio mayor)} \\ r= 1 \text{ dm (radio menor)} \\ H=3 \text{ dm (altura)} \end{cases} \quad \text{Recordar: } V = \frac{1}{3} \cdot H \cdot (R^2 + R \cdot r + r^2)$$

Siendo 1 cm el error de medición tanto de los radios como de la altura, determinar:

- a) Máximo error (aproximado) en el cálculo de su volumen
 b) Error % (dV/V) c) IOS = $\Delta z - dz$ (opcional)

- 3) Calcular el diferencial de 2º orden de la función: $z = e^{3x-2y}$

Demostrar que las derivadas segundas cruzadas son iguales.

- 4) Determinar las derivadas parciales de la siguiente función compuesta:

$$z = \operatorname{tg} x \cdot \cos y \quad \text{siendo: } \begin{cases} x = u \cdot \ln v \\ y = \sqrt{u^2 + v^2} \end{cases}$$

- 5) Dada la función: $w = 2x^2 + y^2 - 3z^2$ Determinar en el punto M (7;2;1):
 a) Derivada direccional en dirección del vector: $\bar{S} = 6\mathbf{i} + 3\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$
 b) Vector Gradiente: Módulo, dirección (respecto a $x+$) y sentido. Graficar.

Apellido, Nombre y Legajo:

Curso: 1H9

- 1) Determinar valor exacto y aproximado del material necesario para construir una pileta (paralelepípedo rectangular) de 6 y 12 mts de lados y 2 mts de profundidad (medidas internas). Espesores: 15 y 20 cm de paredes y fondo respectivamente. Expresar el resultado en m^3 . Expresar Error % (dV/V) y el IOS ($\Delta V - dV$)
- 2) Determinar gráfica y analíticamente el dominio de definición de la función:

$$z = \frac{\sqrt{1-3x^2-2y}}{\ln(5-x^2+y)}$$

- 3) Calcular la derivada direccional de: $z = x^3y \cdot e^{xy^2}$ en $P(1;1)$
en la dirección de la recta tangente a: $y = 3/x$ en: $x = \sqrt{3}$
- 4) Calcular el gradiente de la función del ejercicio anterior: expresión vectorial, módulo, dirección/sentido; graficar. Determinar ángulos de máximo, mínimo y nulos crecimiento de la función; graficar.
- 5) Calcular las derivadas del siguiente sistema de funciones implícitas:

$$\begin{cases} x^2 + 3y^2 - e^{xz} + 2 = 0 \\ 3/x^2 + \ln y^z = 0 \end{cases} \quad \text{siendo: } \begin{cases} y = f_1(x) \\ z = f_2(x) \end{cases}$$

Apellido y Nombre (Legajo):

Curso: 1H9

1) Dada la función: $z = \underline{3x^2 + y^2}$

$x^2 + y^2$

Calcular en el origen de coordenadas su Límite (doble, sucesivos y radial)
Si es Discontinua, indicar si la misma es Evitable o Esencial.

2) Expresar el Diferencial total (1º orden) de: $z = \ln \sqrt{xy} + \operatorname{sen}(x/y)$

3) Calcular los Extremos Relativos de la sig. función: $z = x^3 + y^3 - 3xy$

Categorizarlos e indicar coordenadas completas.

Apellido y Nombre (Legajo):

Curso: 1H9

-
- 1) Graficar y expresar analíticamente el Dominio de definición de la sig. función:

$$z = \operatorname{arc sen} (x/2) + \sqrt{xy}$$

- 2) Sea un cilindro de 12 cm de diámetro y 8 cm de altura. Si se acepta hasta un máximo error de medición de 1 mm, cuál es el máximo error al calcular su Volumen? Aplicar Diferencial Total.

- 3) Dada la función: $z = \operatorname{Ln} \sqrt{x^2 + y^2}$

- a) Determinar en P (3;4) su Gradiente, expresión vectorial, módulo y dirección y sentido (ángulo respecto al semieje x^+)
- b) Calcular Derivada direccional en el punto P (3;4) en la dirección y sentido del semieje x^+

Apellido y Nombre:

Legajo:

Puntaje mínimo para aprobar: 6 (seis)

1. Determinar gráfica y analíticamente el dominio de definición de la siguiente función:

$$z = \frac{\ln(4x^2 + y^2 - 1)}{\sqrt{1 - x^2 - 9y^2}}$$

2. Sea un cono truncado recto de las siguientes medidas: radio de la base $R = 4$ mts, radio superior $r = 1$ metro y altura $H = 5$ mts. Siendo que el error de medición tanto de los radios como de la altura es del orden del 2%, calcular por método diferencial:

- a) Máximo error en el cálculo de su volumen
 b) Error % (dV/V)

$$\text{Volumen del cono truncado: } V = \frac{\pi H(R^2 + Rr + r^2)}{3}$$

3. Dada la función: $z = -\sqrt{x^2 + y^2} + 3x/y + 4 \ln(x^2 y)$

- a. Determinar el valor de la derivada direccional en el punto: $P(4; 3)$
 En la dirección/sentido (creciente) que forma ángulo $\alpha = \pi/3$ respecto al semieje $x+$
 b. Dar expresión cartesiana del vector Gradiente en dicho punto P , graficarlo y determinar su módulo y dirección/sentido (ángulo respecto al semieje $x+$ medido en el sentido antihorario)



Hallar la distancia al origen de coordenadas del plano:

$$2x + 3y + 6z = 49$$