

1) Determinar por Nyquist la estabilidad del siguiente sistema: $G(s)H(s) = 0,5 \frac{s+2}{s(s-1)}$. 3,3. (1)

Análisis de BF:

$$\lim_{s \rightarrow 0} 0,5 \frac{s+2}{s(s-1)} = \lim_{s \rightarrow 0} 0,5 \frac{2}{s(-1)} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{-1}{s} \text{ con } s=j\omega$$

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{-1}{j\omega} \rightarrow \boxed{j\infty}$$

Análisis de AF:

$$\lim_{s \rightarrow \infty} 0,5 \frac{s+2}{s(s-1)} = \lim_{s \rightarrow \infty} 0,5 \frac{\cancel{s}}{s \cdot \cancel{s}_1} = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{0,5}{s} \text{ con } s=j\omega.$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \frac{0,5}{j\omega} \rightarrow \boxed{-j0}$$

Corte a los ejes: $G(s)H(s) = 0,5 \frac{s+2}{s^2-s}$ con $s=j\omega$.

$$G(j\omega)H(j\omega) = 0,5 \frac{2+j\omega}{- \omega^2 - j\omega} = 0,5 \frac{(2+j\omega)(- \omega^2 + j\omega)}{\omega^4 + \omega^2}$$

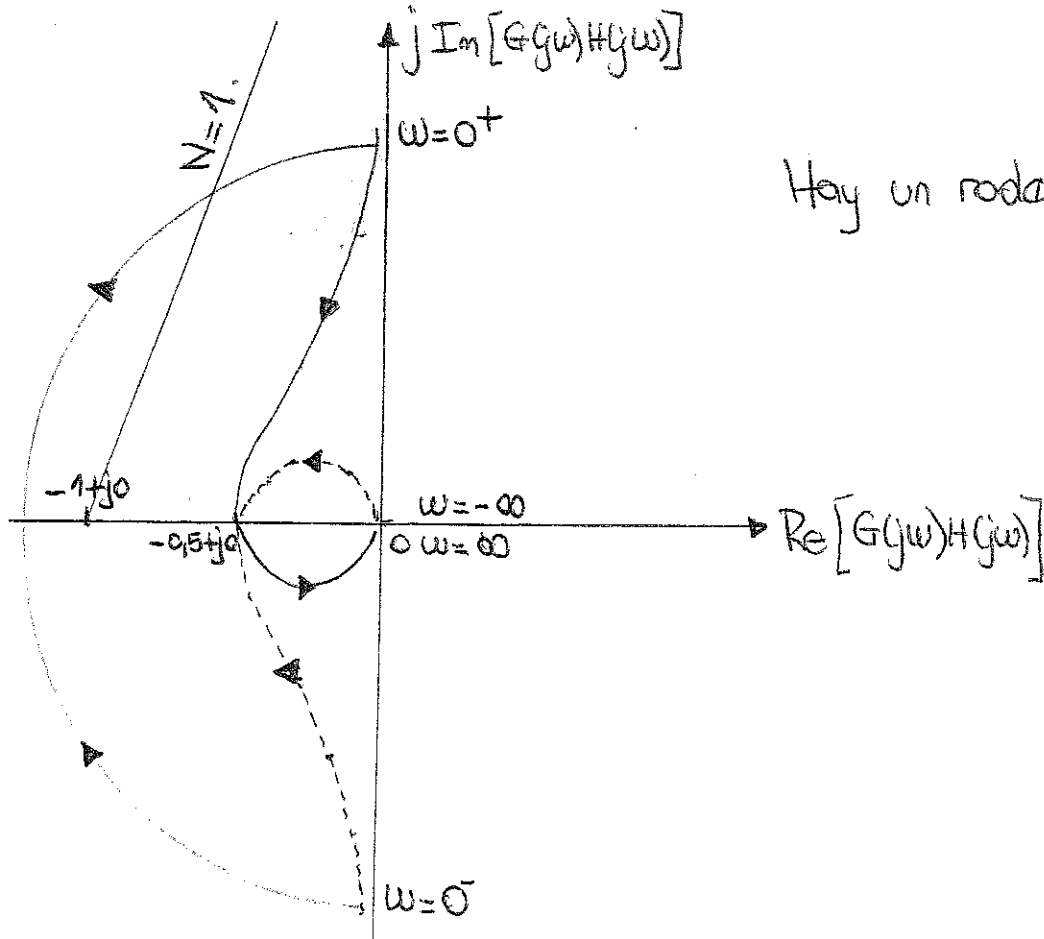
$$G(j\omega)H(j\omega) = 0,5 \frac{-2\omega^2 + j2\omega - j\omega^3 - \omega^2}{\omega^4 + \omega^2} = \left[\frac{-3\omega^2 + j(2\omega - \omega^3)}{\omega^4 + \omega^2} \right] 0,5.$$

Para valores finitos de ω solo se anula la parte imaginaria:

$$2\omega - \omega^3 = 0; \quad 2 - \omega^2 = 0; \quad \omega^2 = 2; \quad \omega = 1,41 \frac{\text{rad}}{\text{seg}}$$

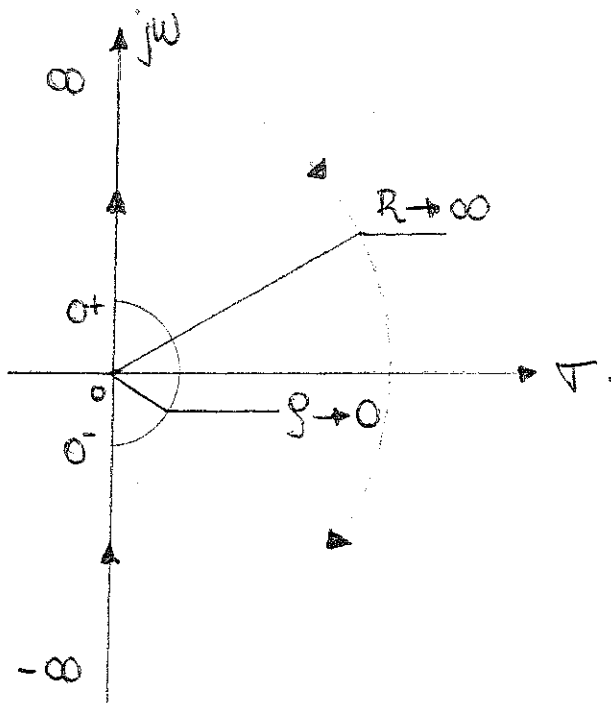
$$G(j1,41)H(j1,41) = \frac{-\cancel{2}}{\cancel{2}_1} \cdot 0,5 = \boxed{-0,5 + j0}$$

El diagrama polar es:



Hay un rodazo horario $N=1$.

Como tiene un polo al origen usamos el contorno modificado de Nyquist.



Análisis de BF: con $s = \rho e^{j\theta}$
 $\lim_{\rho \rightarrow 0} \frac{-1}{\rho e^{j\theta}} \rightarrow \infty e^{j(\pi-\theta)}$

En plano $G(jw)H(jw)$ se va al
 cuarto por segundo y tercer
 cuadrante.

$$N = 1 = Z - P.$$

$Z = 1 + P$ con $P=1$
 por polo LA en $+1$.

$$Z = 1 + 1 = 2 \text{ INESTABLE}$$

2) Compensar por avance de fase al sistema del ejercicio anterior para $K_v = -3$ y $M\phi = 40^\circ$. 3,4

Elegimos un compensador: $G_c(s) = K_c \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\alpha T}}$ con $\alpha < 1$.

$$G_c(s) = K_c \frac{1}{T_1} \frac{Ts+1}{\alpha Ts+1} \stackrel{1}{\approx} \alpha K_c \frac{Ts+1}{\alpha Ts+1} = K \frac{Ts+1}{\alpha Ts+1}$$

Vamos al cálculo de K :

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s} K \frac{Ts+1}{\alpha Ts+1} \underset{1}{0,5} \frac{s+2}{s(s-1)} = K \cdot 0,5 \cdot \frac{2}{(-1)} = K(-1) = -3.$$

$$K = \frac{-3}{-1} = \boxed{3 = K}$$

Con esto $G_1(s)$ es:

$$G_1(s) = 3 \cdot 0,5 \frac{s+2}{s(s-1)} = 1,5 \frac{s+2}{s(s-1)} = 1,5 \frac{2}{(-1)} \frac{0,5s+1}{s(-s+1)}$$

$$G_1(s) = \frac{3}{(-1)} \frac{0,5s+1}{s(-s+1)} \text{ con } s = j\omega$$

$$G_1(j\omega) = \frac{3}{(-1)} \cdot \frac{1+j0,5\omega}{(j\omega)(1-j\omega)}$$

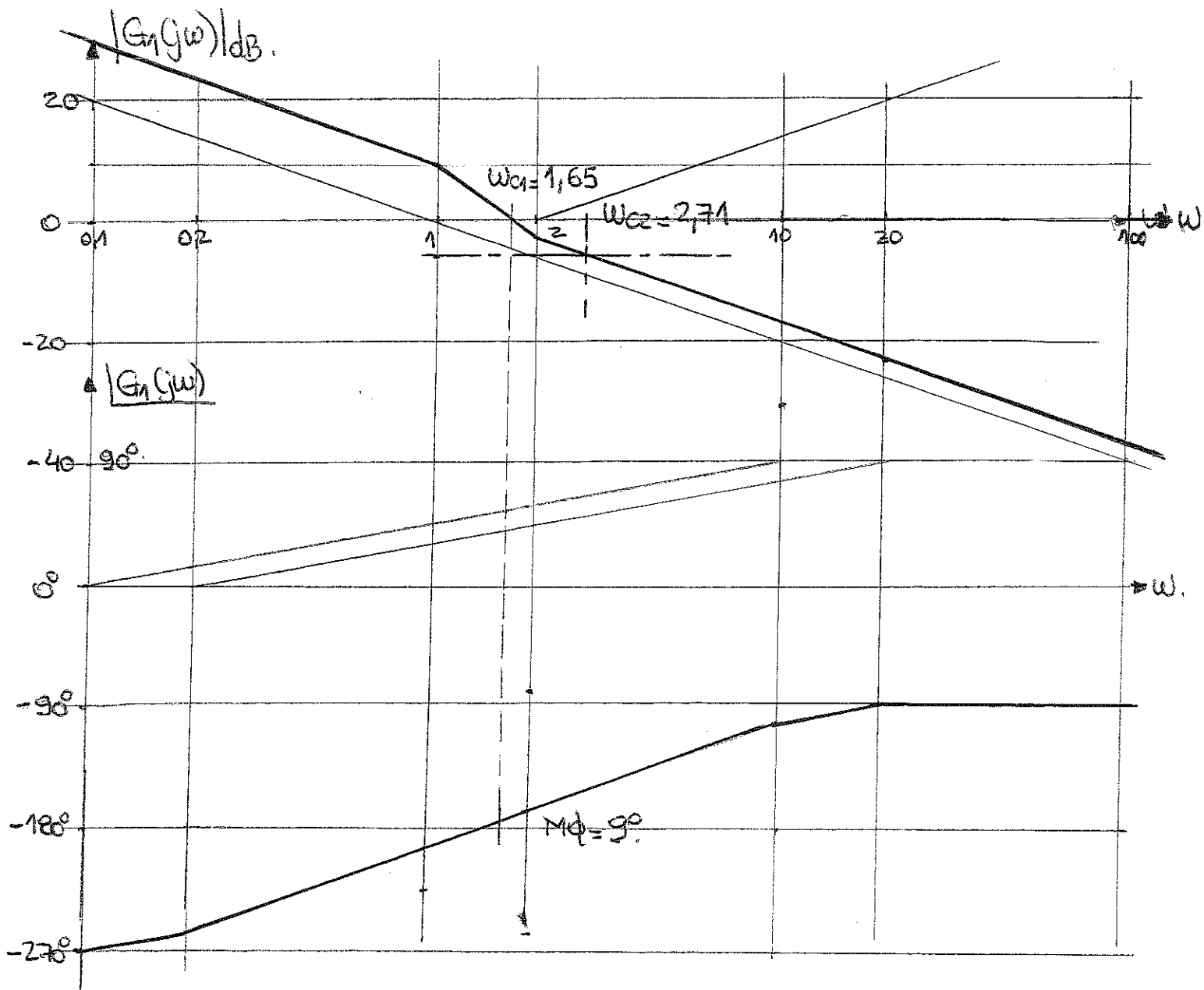
$$|G_1(j\omega)| = \frac{3}{1} \frac{\sqrt{1+(0,5\omega)^2}}{\omega \sqrt{1+\omega^2}}$$

$$|G_1(j\omega)|_{dB} = 9,54 + 10 \log(1+0,25\omega^2) - 20 \log \omega - 10 \log(1+\omega^2)$$

$$|G_1(j\omega)| = \underline{13} + \underline{1+j0,5\omega} - \underline{-1} - \underline{1\omega} - \underline{1-j\omega}$$

$$\boxed{|G_1(j\omega)| = 0^\circ + \tan^{-1} 0,5\omega - 180^\circ - 90^\circ - \tan^{-1}(-\omega)}$$

$$\boxed{|G_1(j\omega)| = \tan^{-1} 0,5\omega - 270^\circ + \tan^{-1} \omega}$$



Para lograr los 40° de $M\phi$ hay que agregar 3P. Agregamos 5° adicionales, el compensador será de $36^\circ = \phi_{mdx}$.

$$\sin \phi_{mdx} = \frac{1-\alpha}{1+\alpha} = \sin 36^\circ = 0,59.$$

$$1-\alpha = 0,59+0,59\alpha, \quad 0,41 = 1,59\alpha, \quad \boxed{\alpha = 0,26}$$

La ganancia del polo y cero del compensador es:

$$\left| \sqrt{\frac{1}{\alpha}} \right|_{dB} = 20 \log \frac{1}{\sqrt{\alpha}} = 5,85 \text{ dB}.$$

Vamos a ver el gráfico la fase, a la cual $G_1(j\omega)$ tiene una atenuación de 5,85 dB. Esa fase del gráfico es $2,71 \frac{\text{rad}}{\text{seg}}$. Esta es la media geométrica del polo y cero del compensador: $\omega_{max} = \frac{1}{\sqrt{\alpha} \cdot T} = 2,71 \frac{\text{rad}}{\text{seg}}$.

$$\frac{1}{T} = 1,38 \frac{\text{rad}}{\text{seg}}; \quad \frac{1}{\alpha T} = 5,31 \frac{\text{rad}}{\text{seg}}; \quad K = \alpha K_c.$$

$$K_c = \frac{K}{\alpha} = \frac{3}{0,26} = 11,54.$$

$$G_c(s) = 11,54 \frac{s+1,38}{s+5,31}$$

Soluciones 2do
parcial 5R1/5R2
27-10-15.

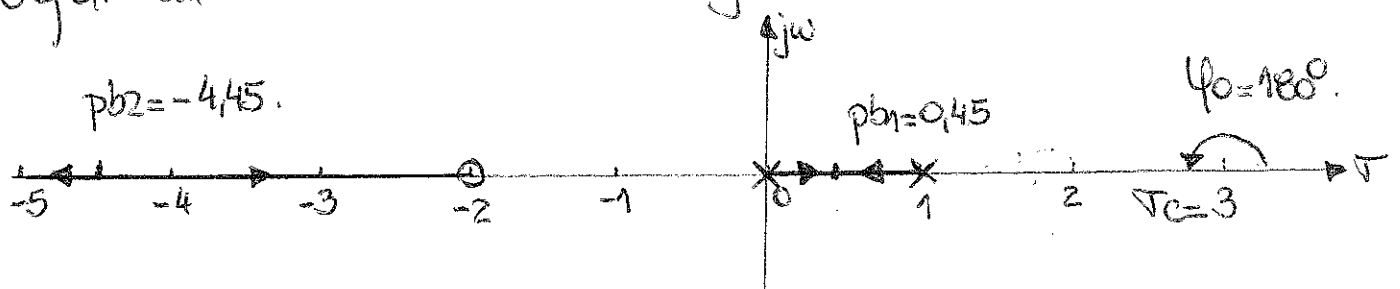
3) Ahora compensar al sistema del ejercicio 1 para 3.3.

$$t_{s2\%} = 2 \text{ seg y } K_v = -15.$$

Como primera medida verificaremos el ajuste de ganancia mediante el L.R.:

$$G(s)H(s) = 0,5 K \frac{s+2}{s(s-1)}.$$

Lugar de raíces sobre el eje real:



Hay solo una sola asíntota $p-z = 2-1 = 1$; $K=0$.

$$\phi_0 = \frac{180^\circ}{p-z} (2k+1) = 180^\circ; \quad N_c = \frac{\sum \text{Re}[p] - \sum \text{Re}[z]}{p-z}.$$

$$N_c = \frac{0+1-(-2)}{2-1} = \frac{1+2}{1} = 3.$$

Punto de bifurcación:

$$1 + 0,5K \frac{s+2}{s(s-1)} = 0 ; K = -2 \frac{s^2-s}{s+2}$$

$$\frac{\partial K}{\partial s} = -2 \left[\frac{(2s-1)(s+2) - (s^2-s)}{(s+2)^2} \right] = -2 \left[\frac{2s^2+4s-2-s^2+s}{(s+2)^2} \right] = 0.$$

$$-2 \left[\frac{s^2+4s-2}{(s+2)^2} \right] = 0 ; s^2+4s-2=0 \quad s_1 = 0,45 = pb_1.$$

$$s_2 = -4,45 = pb_2.$$

Ambas raíces son LR \therefore hay dos puntos de bifurcación.
La ganancia en los p.b es:

$$K(pb_1) = 0,2 ; K(pb_2) = 19,8.$$

Veamos el análisis de Routh:

$$s^2 - s + 0,5Ks + K = 0 ; s^2 + (0,5K-1)s + K = 0.$$

$$\left. \begin{array}{l} s^2 \quad 1 \quad K \\ s \quad 0,5K-1 \\ s^0 \quad K \end{array} \right\} \begin{array}{l} 0,5Kc-1=0 ; 0,5Kc=1 \therefore \boxed{K_c=2} \end{array}$$

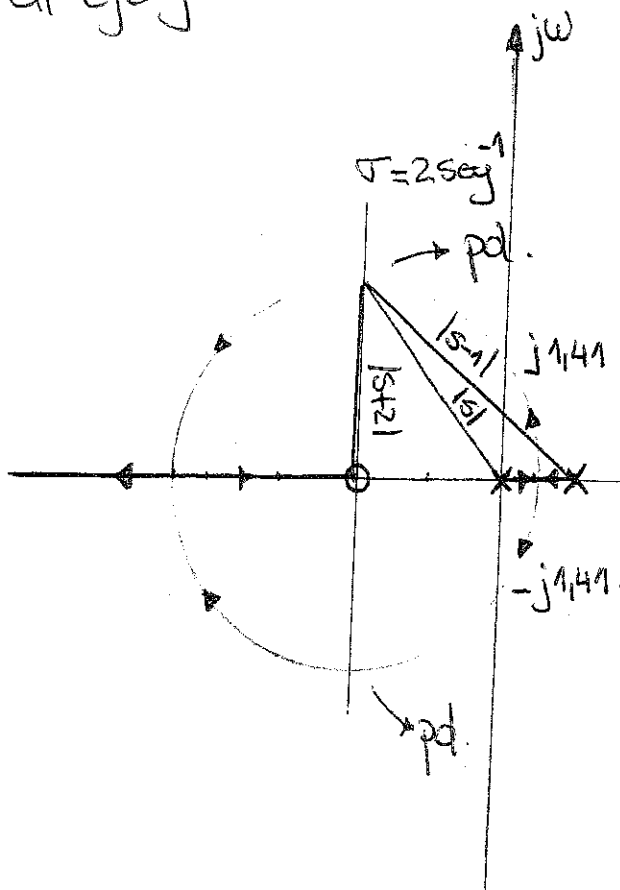
Cruce al eje jw : $s^2+2=0 ; s^2=-2 ; s = \sqrt{-2} = \pm j1,41.$

La condición de diseño:

$$ts_{2\%} = \frac{4}{\gamma} = 2 \text{ seg.}$$

$$\gamma = 2 \text{ seg}^{-1}.$$

Lo marcamos en el diagrama:



Punto de diseño:

$$-2 \pm j2,45.$$

La condición de diseño corta el L.R; puede ajustarse K:

27-10-15.

Soluciones 2^{da} parcial 5R1-5R2

(4)

$$K = 2 \frac{|s| |s-1|}{|s+2|} = 2 \frac{3,16 \cdot 3,87}{2,45} = \boxed{10 = K}$$

El sistema con la ganancia ajustada es:

$$G(s)H(s) = 5 \frac{s+2}{s(s-1)}$$

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} \cancel{s} \cdot 5 \frac{s+2}{\cancel{s}(s-1)} = 5 \cdot \frac{2}{(-1)} = -10 \quad \text{menor al pedido}$$

Hay que compensar en atraso:

$$K_v = -10 \frac{z_c}{p_c} = -15 ; \quad \boxed{\frac{z_c}{p_c} = 1,5}$$

Del punto de diseño: $0,2 < z_c < 1$

elegimos $\boxed{z_c = 0,3}$ $p_c = \frac{0,3}{1,5} = \boxed{0,2 = p_c}$