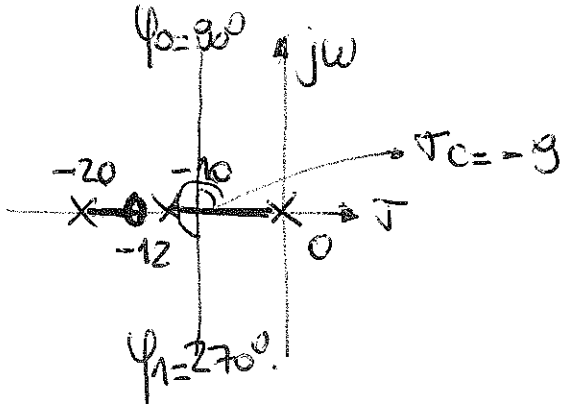
Solución ejercicio 4/5. TP6-1.

4) $$G(s)H(s) = K\,\frac{s+12}{s(s+10)(s+20)}.$$

- Lugar de raíces sobre el eje real:



- Asíntotas.

$$\varphi_K = \frac{180^\circ}{p-z}(2K+1) \quad \text{con } K = 0, 1$$

$$\varphi_0 = \frac{180^\circ}{3-1}(2\cdot 0+1) = 90^\circ; \quad \varphi_1 = \frac{180^\circ}{3-1}(2\cdot 1+1) = 270^\circ$$

$$\sigma_c = \frac{\sum Re[p] - \sum Re[z]}{p-z} = \frac{-10-20-(-12)}{3-1} = -9.$$

- Punto de bifurcación:

$$G(s)H(s) + 1 = 0.$$

$$K\,\frac{s+12}{s(s+10)(s+20)} + 1 = 0$$

$$K = -\frac{s^3+30s^2+200s}{s+12}.$$

$$\frac{\partial K}{\partial s} = -\frac{(3s^2+60s+200)(s+12)-(s^3+30s^2+200s)}{(s+12)^2} = 0.$$

$$\frac{\partial K}{\partial s} = -\frac{3s^3+60s^2+\cancel{200s}+36s^2+720s+2400-s^3-30s^2-\cancel{200s}}{(s+12)^2} = 0$$

$$\frac{\partial K}{\partial s} = -\frac{2s^3+66s^2+720s+2.400}{(s+12)^2} = 0$$

para que la derivada sea cero basta con que el numerador sea cero:

$$s^3+33s^2+360s+1.200=0$$

$$pb = s_1 = -6{,}17 \quad s_{2-3} = -13{,}41 \pm j3{,}8$$

s_1 es LR ∴ es punto de bifurcación.

- Criterio de Routh.

$$K\frac{s+12}{s(s+10)(s+20)}+1=0$$

$$\frac{s^3+30s^2+200s+K(s+12)}{s(s+10)(s+20)}=0$$

Para que se cumpla basta con numerador sea cero:

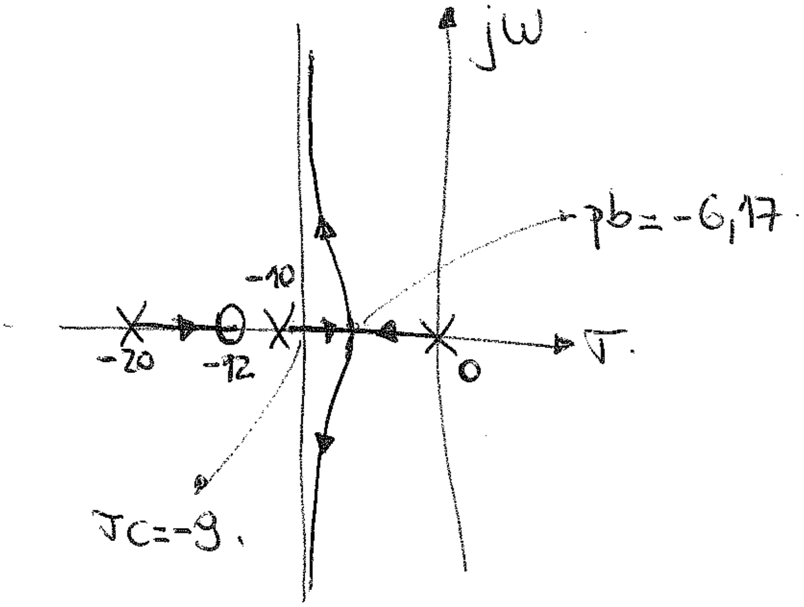
$$s^3+30s^2+(200+K)s+12K=0$$

Ecuación válida para el trazado punto a punto del LR.

s^3	1	$200+K$
s^2	30	$12K$
s	$200+0{,}6K$	
s^0	$12K$	

$$\frac{30(200+K)-12K}{30} = \frac{6.000+30K-12K}{30} = \frac{6.000+18K}{30} = 200+0{,}6K$$

no hay cambios de signo, es estable para cualquier K.



5). Dado que si bien en ambos ejercicios G(S) y H(S) son distintos, el producto G(S) H(S) es el mismo (misma función de transferencia de lazo abierto) por ello tienen el mismo lugar de raices.