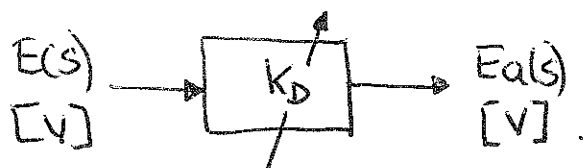


Solución ejercicio 5 TP5-1.

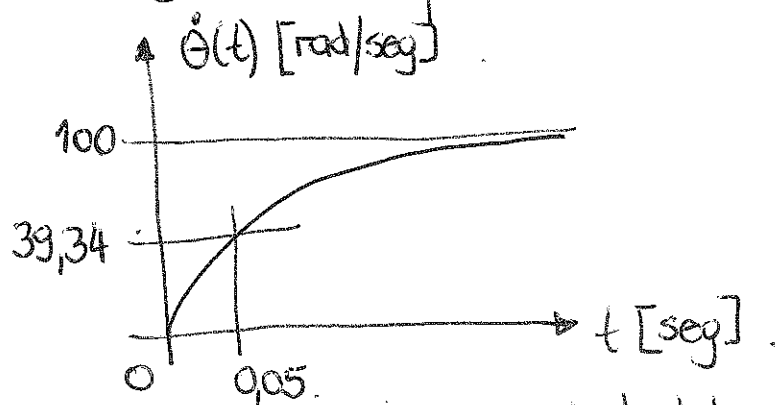
1

Vamos bloque a bloque cada componente del sistema:

a) Amplificador driver:



b) Motor CC controlado por armadura:



La gráfica muestra la velocidad del eje del motor cuando es excitado con un escalón de 10 Voltios. Como se va se trata de un sistema de primer orden (derivada máxima al origen) por ello su forma temporal es:

$$\dot{\Theta}(t) = 100 \left(1 - e^{-t/\tau} \right) \quad \text{donde no se conoce el valor de } \tau$$

Para obtener dicho valor usamos el dato de la gráfica:

$$39,34 = 100 \left(1 - e^{-0,05/\tau} \right)$$

$$0,3934 = 1 - e^{-0,05/\tau}$$

$$e^{-0,05/\tau} = 1 - 0,3934$$

$$-\frac{0,05}{\tau} = \ln(1 - 0,3934)$$

$$\tau = -\frac{0,05}{\ln(1 - 0,3934)} = 0,1$$

$$\dot{\Theta}(t) = 100 \left(1 - e^{-10t} \right) \quad \text{Esta es la forma temporal de la salida.}$$

Aplicamos a la salida \mathcal{L} :

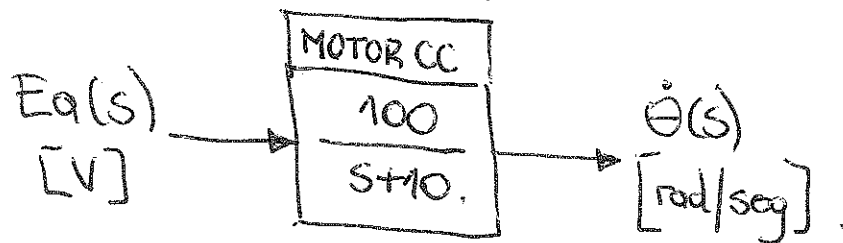
(2)

$$\dot{\Theta}(s) = \mathcal{L}[\dot{\Theta}(t)] = 100 \left[\frac{1}{s} - \frac{1}{s+10} \right] = 100 \left[\frac{s+10-s}{s(s+10)} \right]$$

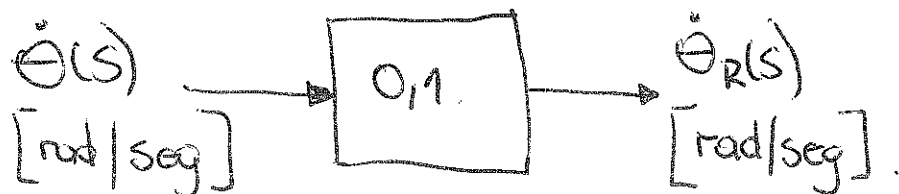
$$\dot{\Theta}(s) = \frac{1.000}{s(s+10)} \quad \text{Transformada de la salida.}$$

La entrada es $e_a(t) = 10 \text{ u}(t) [\text{V}]$; su \mathcal{L} : $E_a(s) = \frac{10}{s}$.

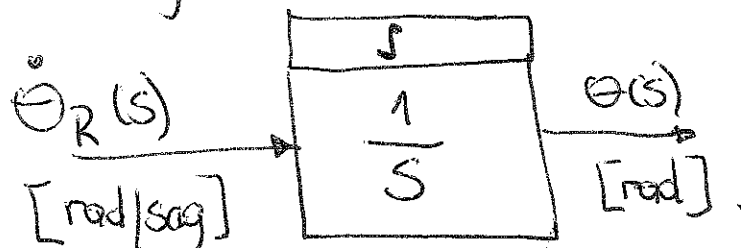
Por ello la F.T. es: $\frac{\dot{\Theta}(s)}{E_a(s)} = \frac{100}{s+10} \left[\frac{\text{rad}}{\text{V} \cdot \text{seg}} \right].$



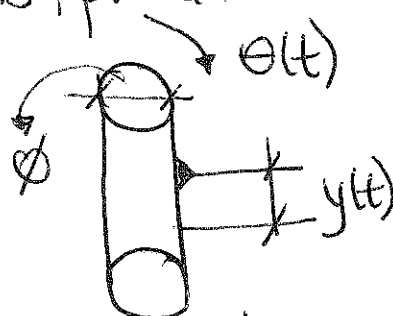
c) Caja reductora de velocidad:



d) Esta velocidad angular la operamos como desplazamiento mediante un integrador:



e) Cornea, poleas, pluma:



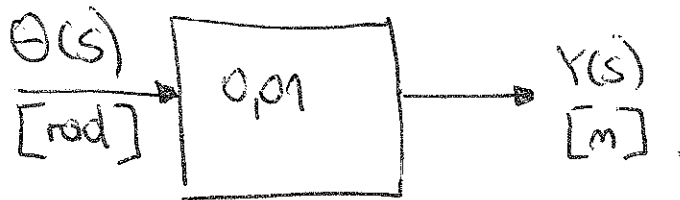
Claramente se ve que ante un giro $\Theta(t)$ en radianes la distancia $y(t)$ es el arco. Por ello:

(3)

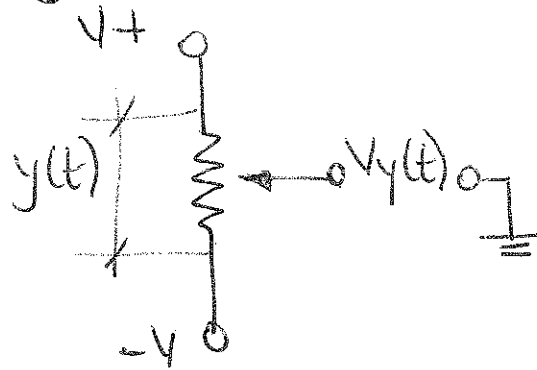
$y(t) = r \theta(t)$ el arco es igual al radio por el ángulo en radianes.

$$y(t) = \frac{\phi}{2} \theta(t) = 0,01 \theta(t) \text{ aplicando } \mathcal{L}:$$

$$Y(s) = 0,01 \theta(s) \therefore \frac{Y(s)}{\theta(s)} = 0,01 \left[\frac{\text{m}}{\text{rad}} \right]$$



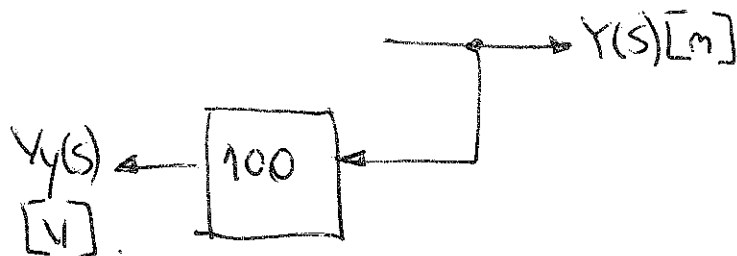
f) Potenciometros:



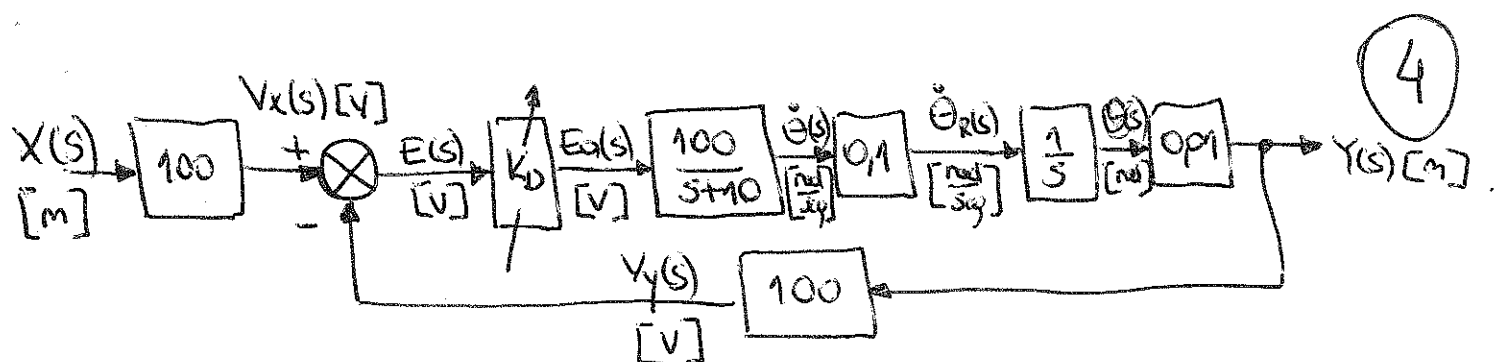
$$V_y(t) = \frac{[5 - (-5)] V}{0,1 \text{ m}} y(t) \therefore V_y(t) = 100 \frac{\text{V}}{\text{m}} y(t)$$

Aplicando \mathcal{L} :

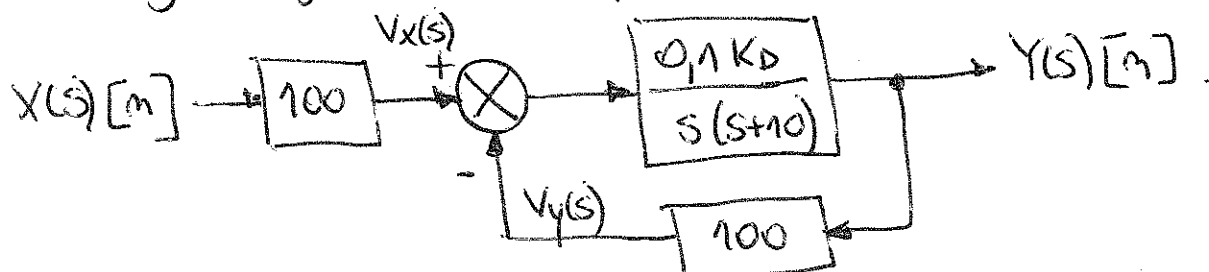
$$\frac{V_y(s)}{Y(s)} = 100 \left[\frac{\text{V}}{\text{m}} \right]$$



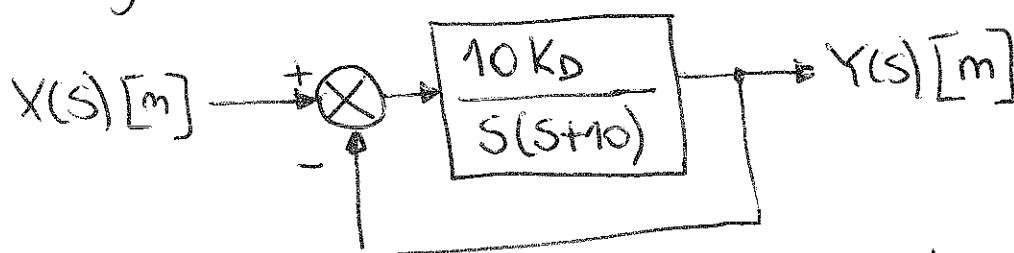
Utilizamos otro potenciometro para sensor el desplazamiento de la pieza más un detector de error unitario para cerrar el lazo:



Operando según álgebra de bloques.



Desplazamos el bloque del potenciómetro dentro de lazo (se divide por 100 en el lazo de realimentación):



A) Veamos si el sistema responde en régimen 1cm cuando es excitado con 1cm:

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{\frac{10 K_D}{s(s+10)}}{1 + \frac{10 K_D}{s(s+10)}} = \frac{10 K_D}{s^2 + 10s + 10 K_D} [1]$$

$$x(t) = 0.01 u(t) [m] \quad x(s) = \frac{0.01}{s}$$

$$Y(s) = \frac{10 K_D}{s^2 + 10s + 10 K_D} \cdot \frac{0.01}{s}$$

$$y(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s Y(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{10 K_D}{s^2 + 10s + 10 K_D} \cdot 0.01 = 0.01 [m]$$

El sistema cumple.

B) Veamos con ganancia $K_D = 2,5$.

(5)

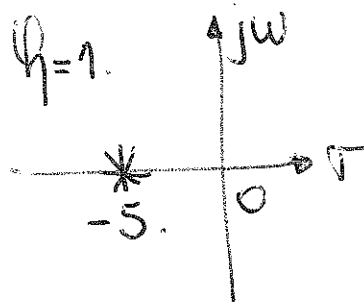
$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{25}{s^2 + 10s + 25} \cdot [1].$$

Antes de calcular sobrepico veamos cual amortiguamiento tiene el sistema:

$$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = s^2 + 10s + 25.$$

$$2\zeta\omega_n = 10; \quad \zeta\omega_n = 5. \quad \zeta = \frac{5}{\omega_n} = \frac{5}{\sqrt{25}} = 1.$$

Como se ve tiene amortiguamiento critico: por ello no tiene sobrepico. El mapa de polos y ceros:



$$C) \quad e_{ss} = \frac{1}{K_v}; \quad K_v = \lim_{s \rightarrow 0} s G(s) H(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{10 K_D}{s(s+10)} = K_D.$$

$$e_{ss} = \frac{1}{K_D} = \frac{1}{2,5} = 0,4.$$

D) Para disminuir diez veces el error aumentamos K_D a 25.

$$e_{ss} = \frac{1}{K_D} = 0,04.$$

E) Con $K_D = 25$.

$$M_p \% = e^{-\pi\zeta/\omega_d} \cdot 100\%.$$

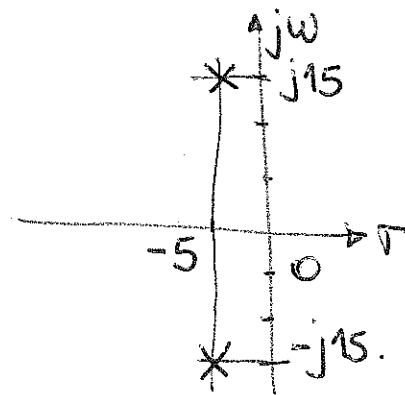
$$s^2 + 10s + 250 = s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2.$$

$$\zeta = \frac{10}{2} = 5$$

$$\omega_d = \sqrt{\omega_n^2 - \sigma^2} = \sqrt{250 - 25} = 15 \frac{\text{rad}}{\text{seg}}$$

(6)

$$M_p\% = e^{-\frac{5\pi}{15}} \cdot 100\% = 35,09\%$$



Subamortiguado.

Respecto las cualidades del registrador hay que destacar que cuando la pieza se desplaza $x(t)$ 1cm, el registrador $y(t)$ realizará una marca de 1,3509cm que puede resultar inadmisibles. Con el ajuste de ganancia, para este caso, parece no ser suficiente para satisfacer un error pequeño y buena respuesta dinámica. Lo aconsejable utilizar un compensador.