

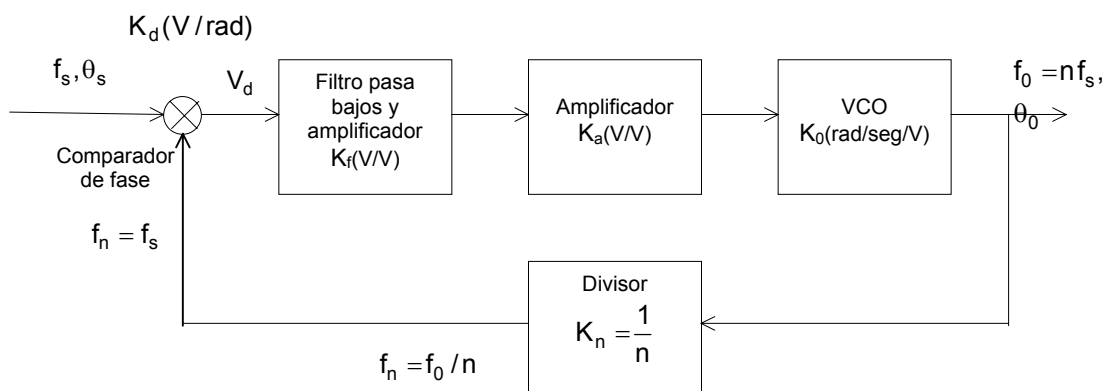


## PLL - LAZO ENGANCHADO EN FASE - PHASE LOCKED LOOP

### 1.0. Introducción

Un PLL (también llamado circuito de fase cerrada, o circuito de fase fija) es un sistema de control de realimentación en donde la señal de realimentación es una frecuencia en lugar de una tensión. Este consiste de los siguientes bloques fundamentales:

- \* un oscilador controlado por tensión (VCO, voltage-controlled oscillator),
- \* un divisor de frecuencias,
- \* un comparador de fase,
- \* un filtro pasa bajos, y un amplificador de baja ganancia



Se utilizan en forma extensa en las telecomunicaciones electrónicas para realizar la modulación, demodulación, generación de frecuencias, y para síntesis de frecuencias. El PLL se utilizó por primera vez en 1932 para la detección síncrona de señales de radio, circuitos de instrumentación y sistemas de telemetría espacial. Sin embargo, durante muchos años se evitó el uso del PLL debido al gran tamaño, complejidad, ancho de banda angosto, y costo. Con la llegada de los circuitos integrados, el PLL se ha hecho popular debido a una numerosa cantidad de ventajas y bajo costo. El PLL ha cambiado la técnica del diseño especializado a un bloque de construcción universal.

La Fig. anterior muestra los componentes típicos de un PLL. Se supone que la frecuencia de entrada  $f_s$  está fija, y cualquier frecuencia se puede sintetizar a partir del lazo cerrado y el divisor de frecuencias. Con el supuesto de que el lazo está cerrado, la frecuencia de la señal de entrada y del VCO son idénticas ( $f_s = f_n$ ) y su diferencia de fase relativa  $\theta_s - \theta_0$  se determina por la característica del detector de fase y por la desviación de  $f_s$  con respecto a la frecuencia de corrida libre  $f_f$  (definida cuando no hay señal en la entrada del VCO) del VCO. Si la señal de entrada  $f_s = f_f$ , no se necesita control de la tensión en el VCO, por lo que la salida del detector es igual a cero. La fase  $\theta_0$  del VCO se ajusta a sí misma para dar la diferencia de fase  $\theta_d = \theta_s - \theta_n$ , que producirá salida cero del detector de fase. Si la frecuencia de entrada cambia, o lo más común, si el número de división  $n$  cambia de tal suerte que  $f_s \neq f_f$ , la diferencia de fase  $\theta_d$  deberá cambiar lo suficiente para producir una tensión  $V_d$  de control que desplazará la frecuencia del VCO a  $f_0 = f_n = n f_s$ .

El rango de frecuencias dentro del cual es posible el control, es función de los componentes del lazo.

Debido al divisor de frecuencias, con  $f_s$  fijo, es posible generar un múltiplo de la frecuencia de entrada, con la relación precisa de fase entre las dos tensiones.

## 1.1. Definiciones. Estados de funcionamiento

### - Corrida libre

Corresponde a la frecuencia  $f_0$  de salida del VCO cuando el PLL no está enganchado.

### - Rango de sostén (rastreo o sincronización)

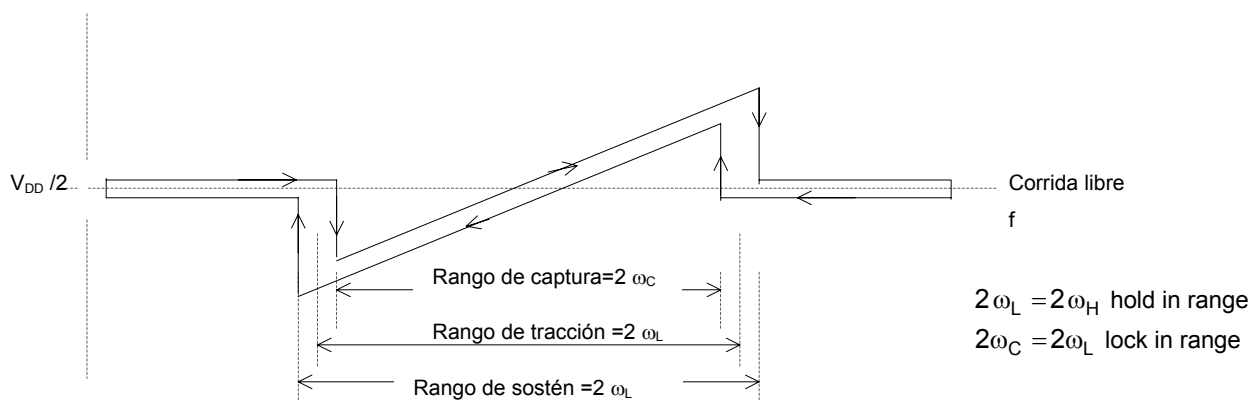
Si la  $f_0/n$  cambió, porque cambió la división programable  $n$ , el VCO se desplazará o rastreará a la  $f_s$  hasta que nuevamente  $f_s = f_0 / n$ . Luego tenderá a ajustarse en fase.

### - Rango de estado captura (de estado fijo)

Si ya  $f_s = f_0 / n$ , y ahora  $|\omega_s - \omega_0 / n|$  es menor que el ancho de banda de 3 dB de la función de transferencia  $H(s)$  del PLL, el bucle entrará en estado fijo, sin ciclos de deslizamiento.

### - Rango de tracción

Si la diferencia de frecuencia queda fuera del estado fijo, pero dentro del de sostén, el PLL seguirá rastreando ( $f_0 / n \Rightarrow f_s$ ) a  $f_s$  hasta que logren igualarse. A partir de aquí ya estará en estado fijo.



- Rango de sostén =  $2\omega_L$  no depende de los parámetros del filtro, pero el rango de captura  $2\omega_C$  sí.

- El rango de adquisición del estado fijo es muy complicado análisis, y no lineal. Por esto se analiza el PLL ya en estado fijo.

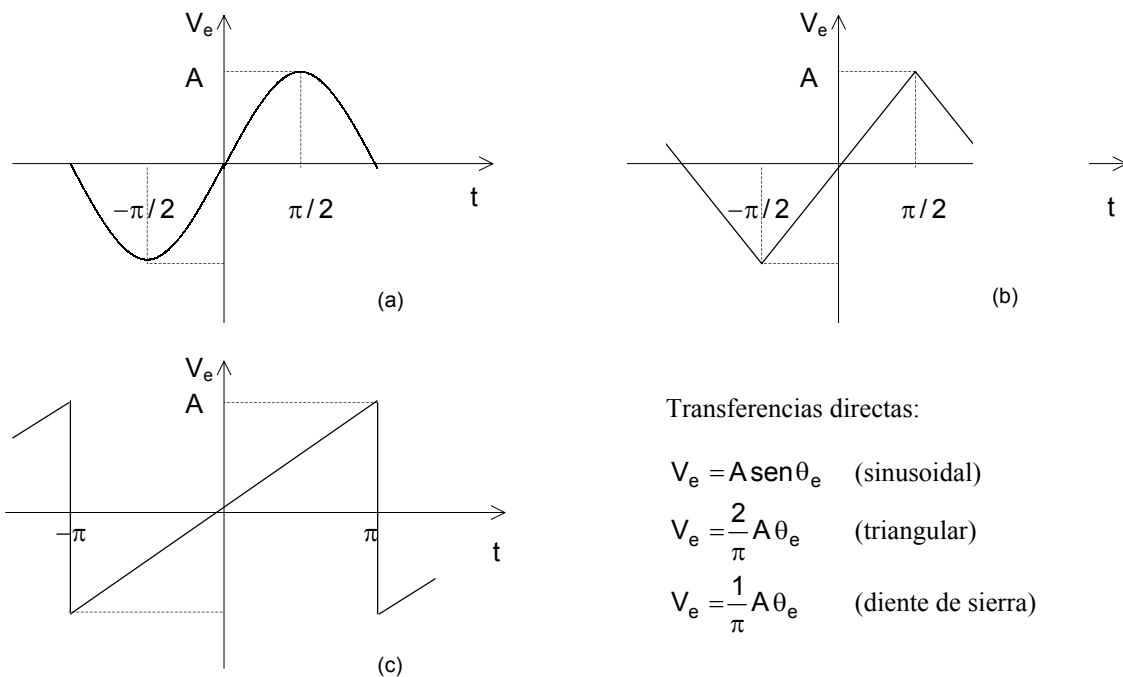
## 1.2. Análisis lineal del PLL

El análisis matemático siguiente sólo es aplicable cuando el PLL está enganchado. Pero, servirá para identificar cada componente y cómo interviene cada una de éstas partes en el lazo cerrado.

### 1.2.1. El comparador de fase

El comparador de fase, o detector de fase, es un dispositivo no lineal con dos señales de entrada. Las frecuencias son  $f_s$  y  $f_n$ . El detector de fase a menudo tiene la forma de un circuito mezclador o multiplicador. Su salida, en general, contiene las frecuencias de entrada  $f_s$ ,  $f_n$ , y su suma y diferencia  $f_s \pm f_n$ . El filtro pasabajos en el lazo deberá transmitir sólo la señal diferencia, que es una tensión en cd cuando el lazo está enganchado.

La salida genera una tensión que es función de la diferencia de fase  $\theta_d = \theta_s - \theta_n$ . Si la frecuencia de entrada  $f_s$  es igual a la frecuencia de corrida libre del VCO, la tensión de control dentro del VCO deberá ser cero. En los detectores de fase usados comúnmente, la tensión de salida del comparador  $V_e$  es función sinusoidal, triangular, o diente de sierra de  $\theta_d$ . La Fig. siguiente muestra la excursión en amplitud y angular de un detector.



Transferencias directas:

$$V_e = A \sin \theta_e \quad (\text{sinusoidal})$$

$$V_e = \frac{2}{\pi} A \theta_e \quad (\text{triangular})$$

$$V_e = \frac{1}{\pi} A \theta_e \quad (\text{diente de sierra})$$

En éstas gráficas se desplazó el valor de  $\theta_e$  de manera tal que  $V_e$  sea cero cuando  $\theta_e = 0$ .

En la Fig. anterior se puede ver que  $\theta_e = \theta_d - \pi/2$  en (a) y en (b), y  $\theta_e = \theta_d - \pi$  en (c). Con el lazo enganchado (también se dice, con el bucle en estado fijo), el ángulo  $\theta_e$  permanece dentro de los límites  $\pm \pi/2$  para las curvas (a) y (b), y  $\pm \pi$  para la curva (c). Si la excursión angular es mayor que esos valores, el lazo omitirá ciclos o se podrá salir del enganche. Por consiguiente, el diseño deberá tener en cuenta que el PLL en estado permanente deberá operar dentro de los valores de fase admisibles, dentro de éstos límites.

El factor de ganancia del detector de fase en estado permanente es:

$$K_d = \frac{\Delta V_e}{\Delta \theta_e} \quad (\text{V/rad})$$

Si bien en el caso de un comportamiento senoidal ésta relación no es lineal, no obstante los PLL se diseñan para operar con pequeños valores de  $\theta_e$ , o con una excursión mayor cuando el comportamiento es como la fig. (b) o (c).

También es conveniente trabajar con pequeños valores de  $\theta_e$  para reducir al mínimo la posibilidad de que un pulso de ruido saque del estado de enganche al PLL. Para el caso del comportamiento senoidal se deberá usar la regla

$$\sin \theta_e \approx \theta_e$$

Usualmente se trata de aplicaciones donde  $\theta_e \leq 0,2 \text{ rad}$

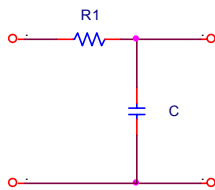
### 1.2.2. Filtro pasabajos

El filtro pasabajos tiene dos funciones importantes:

1. Elimina cualquier ruido de alta frecuencia y las componentes de alta frecuencia, tales como  $\omega_s + \omega_0$  y sus armónicas, dejando pasar sólo  $\omega_s - \omega_0$ , o una continua cuando el lazo está fijo y estable.
2. Es el bloque que más influye en la determinación de las características dinámicas del lazo, es decir:

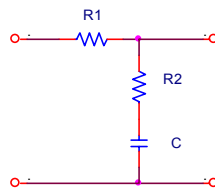
- \* rango de captura y de enganche (junto con el comparador de fase)
- \* ancho de banda
- \* respuesta transitoria

El filtro pasabajos puede ser, por ejemplo, según la Fig. siguiente:



$$\tau = R_1 C$$

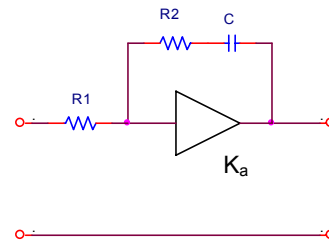
$$F(s) = \frac{1}{1 + \tau s}$$



$$\tau_1 = R_1 C$$

$$\tau_2 = R_2 C$$

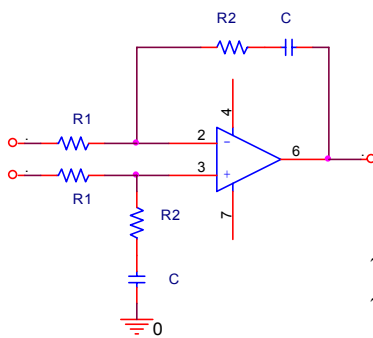
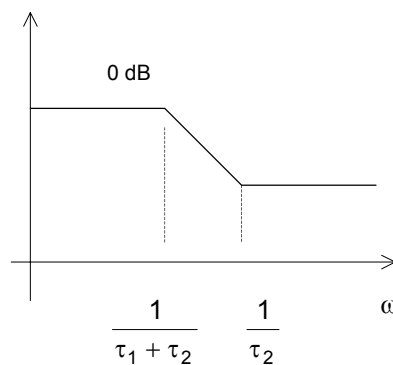
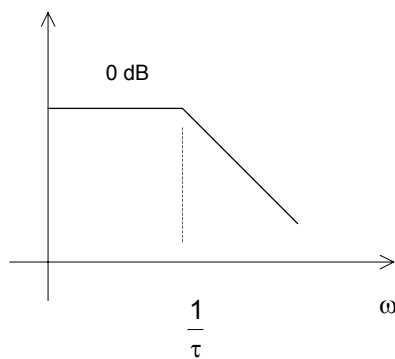
$$F(s) = \frac{1 + \tau_2 s}{1 + (\tau_1 + \tau_2) s}$$



$$\tau_1 = R_1 C$$

$$\tau_2 = R_2 C$$

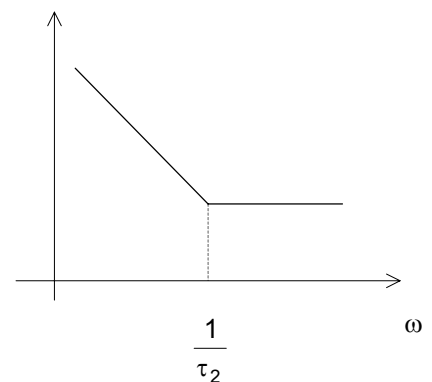
$$F(s) = \frac{K_a (1 + \tau_2 s)}{1 + [\tau_1 (1 - K_a) + \tau_2] s}$$



$$\tau_1 = R_1 C$$

$$\tau_2 = R_2 C$$

$$F(s) = \frac{1 + \tau_1 s}{\tau_2 s}$$

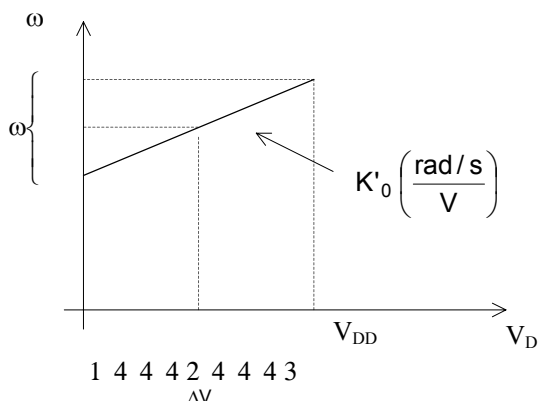


### 1.2.3. El VCO

El VCO tiene una frecuencia de corrida libre  $f_f$  y un desplazamiento de frecuencia  $\Delta f_0$  que es proporcional a la tensión de entrada  $V_d$ . La frecuencia de salida se puede expresar por:

$$f_0 = f_f + \Delta f_0 = f_f + K_0 V_d, \quad \text{o por} \quad \omega_0 = \omega_f + K'_0 V_d \text{ (rad/s)}$$

Para relacionar el corrimiento de frecuencia angular con el ángulo de fase, el ángulo total de salida del VCO se puede escribir:



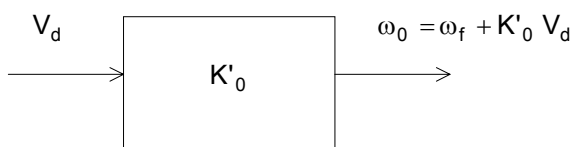
$\theta(t) = \int_0^t (\omega_f + \Delta\omega) dt = \omega_f t + \theta_{0(t)}$  donde  $\Delta\omega$  es la desviación con respecto a  $\omega_f$ , así

$$\theta_{0(t)} = \int_0^t \Delta\omega dt; \quad \frac{d\theta_{0(t)}}{dt} = \Delta\omega = K'_0 V_d, \text{ en el}$$

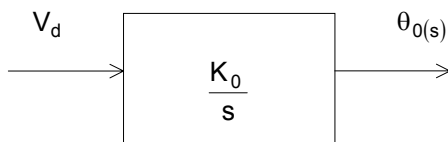
dominio de s, y sin cond. iniciales:  $\theta_{0(s)} = K_0 \frac{V_d}{s}$

$$K_0 = \frac{\Delta V_d}{\Delta f}$$

El diagrama en bloques se verá:



$$\omega_0 = \omega_f + K'_0 V_d \text{ (rad/s)} \quad \Delta\omega = K'_0 V_d \quad \text{y, como } \theta_{0(s)} = K_0 \frac{V_d}{s}$$



\* El VCO actúa como un integrador de los errores de fase. Esto ayuda a mantener el estado fijo del bucle durante perturbaciones momentáneas.

\* Hay básicamente, dos osciladores. El VCM: multivibrador controlado por tensión, y el oscilador LC sintonizado por varicap.

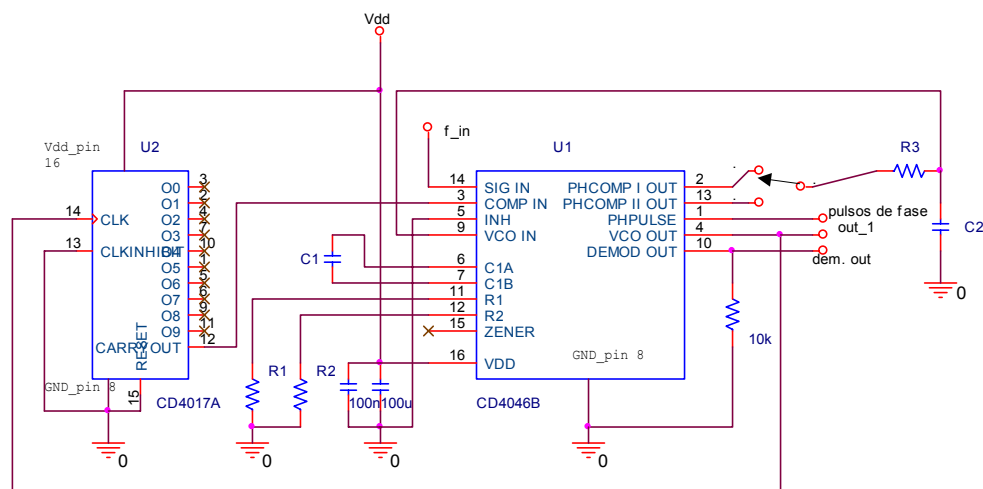
## 2. Red PLL - Cálculo e implementación de Multiplicador por 10

### 2.1. Especificaciones técnicas

- 1.1  $f_s = 10\text{kHz}$  a  $20\text{ kHz}$
- 1.2  $\xi = 0,3$
- 1.3  $V_{DD} = 10\text{V}$  (5V HC4046)
- 1.4 Filtro de lazo R-C, de primer orden
- 1.5 Usar PLL CD4046 o 54HC4046/74HC4046 y como divisor por 10 el CD4017. Para medir la respuesta a un escalón de frecuencia, usar el VCO de un CD4046.

### 2.2. Pasos del diseño

#### 2.2.1. Trazado del circuito y selección de componentes



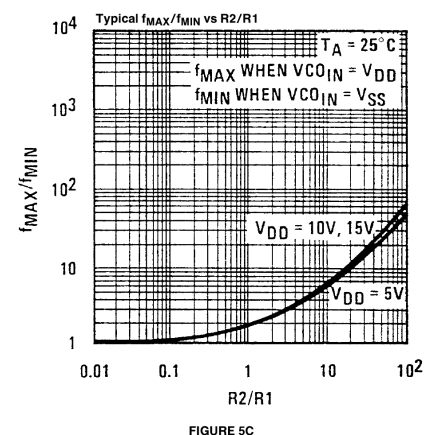
#### 2.2.2. Cálculo de los componentes

##### 2.2.2.1. - Cálculo de R1, R2, C1

A partir de los gráficos de la hoja de datos del CD4046,

$$\left. \begin{array}{l} f_{VCO(\min)} = 100\text{kHz} \\ V_{DD} = 10\text{V} \end{array} \right\} \text{fig 5b} \rightarrow R_2 = 100\text{K}\Omega; \quad C_1 = 180\text{ pF}$$

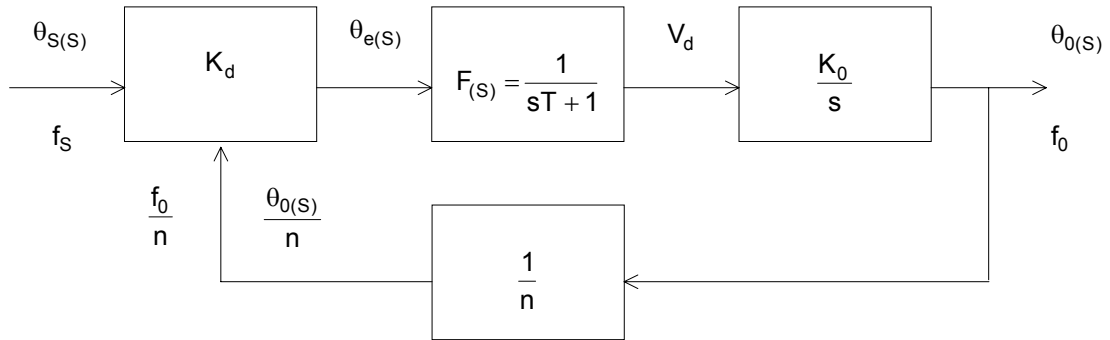
$$\frac{f_{\max}}{f_{\min}} = 2 \rightarrow \text{fig. 5c} \rightarrow \frac{R_2}{R_1} \cong 1,2 \quad \therefore \quad R_1 = 82\text{K}\Omega$$



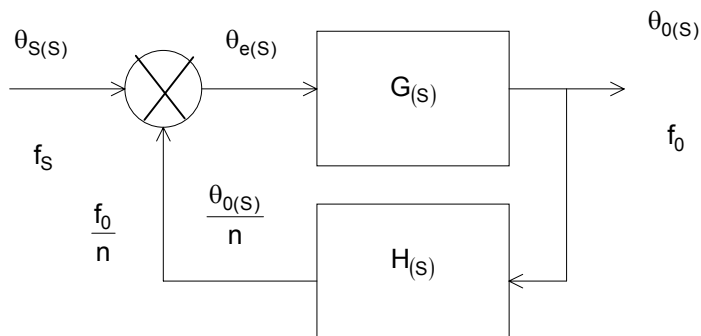
##### 2.2.2.2. - Cálculo de R3 y C2

La elección de éstos valores depende de la característica de respuesta transitoria, o de frecuencia que se desee en el sistema. En éste caso, está dada por la especificación del coeficiente de amortiguamiento, que es de  $\xi = 0,3$

### 2.2.2.3. - Función de transferencia en estado estacionario



En forma general, según la teoría de control,



$$M(s) = \frac{\theta_0(s)}{\theta_S(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}$$

Si  $T = R_3 C_2$ ,

$$\begin{aligned} \frac{\theta_0(s)}{\theta_S(s)} &= \frac{\frac{K_0 K_d}{s(sT+1)}}{1 + \frac{1}{n} \frac{K_0 K_d}{s(sT+1)}} = \frac{\frac{K_0 K_d}{s(sT+1)}}{\frac{ns(sT+1) + K_0 K_d}{ns(sT+1)}} = \frac{K_0 K_d}{ns(sT+1) + K_0 K_d} = n \frac{K_0 K_d}{nT s^2 + ns + K_0 K_d} = n \frac{\frac{K_0 K_d}{nT}}{\frac{nT s^2 + ns + K_0 K_d}{nT}} \\ &= n \frac{\frac{K_0 K_d}{nT}}{s^2 + s \frac{1}{T} + \frac{K_0 K_d}{nT}} \end{aligned}$$

$$\frac{\theta_0(s)}{\theta_S(s)} = n \frac{\frac{K_0 K_d}{nT}}{s^2 + s \frac{1}{T} + \frac{K_0 K_d}{nT}} = n \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

Sistema de segundo orden

donde  $\begin{cases} \omega_n = \text{frecuencia propia no amortiguada} \\ \xi = \text{coeficiente de amortiguamiento} \end{cases}$

$$G(s)H(s) = \frac{\frac{K_0 K_d}{n}}{s(sT+1)} \Rightarrow \text{En este caso, hay un solo polo en el origen, por lo que el sistema es tipo 1.}$$

$$1 + G(s) H(s) = 0 \Rightarrow 1 + \frac{K_0 K_d}{s(sT + 1)} = 0 \Rightarrow s(sT + 1) + \frac{K_0 K_d}{n} = 0$$

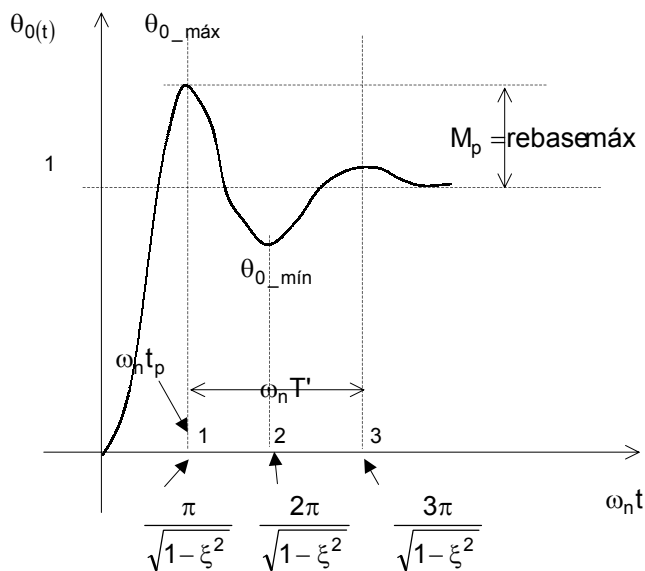
$$\Rightarrow s^2 T + s + \frac{K_0 K_d}{n} = 0 \Rightarrow s^2 + \frac{s}{T} + \frac{K_0 K_d}{nT} = 0,$$

el sistema es de segundo orden.

$$\text{donde, } \omega_n = \sqrt{\frac{K_d K_0}{nT}} \Rightarrow \frac{1}{T} = 2 \omega_n \xi \Rightarrow \xi = \frac{1}{2T \omega_n} = \frac{1}{2T} \sqrt{\frac{nT}{K_d K_0}}$$

$$\xi = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{n}{TK_d K_0}} \Rightarrow R_3 C_2 = T = \frac{n}{(2\xi)^2 K_d K_0}$$

La respuesta transitoria de un sistema de segundo orden a una entrada en escalón unitario está estudiada y graficada en los textos de control para distintos valores de  $\xi$ .



Si  $\xi = 0,3$ , entonces

$$\omega_n t_{(1)} = \omega_n t_p = \frac{\pi}{\sqrt{1-0,3^2}} = 3,2$$

$$\omega_n t_{(3)} = \omega_n t_p = \frac{3\pi}{\sqrt{1-0,3^2}} = 9,88$$

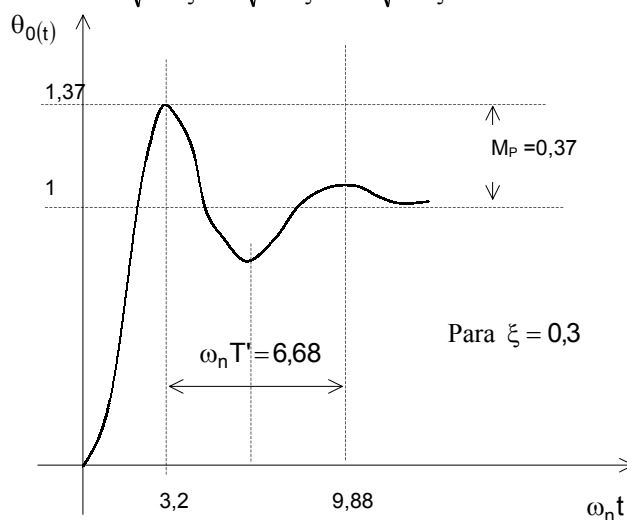
$$\omega_n T' = \omega_n t_{(3)} - \omega_n t_{(1)} = 6,68$$

$$T' \cong \frac{2\pi}{\omega_d}$$

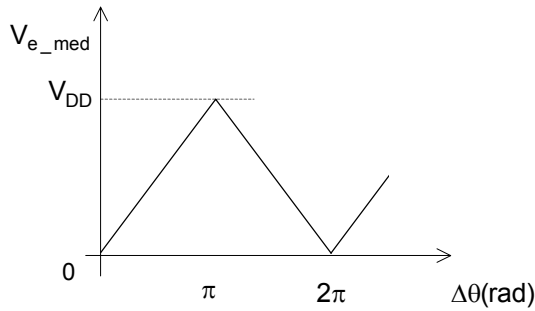
$$T' = \frac{\omega_n T'}{\omega_n}$$

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1-\xi^2}$$

$$t_p = \frac{\omega_n t_p}{\omega_n}$$

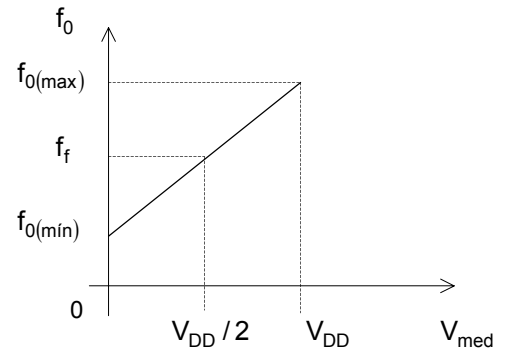




**2.2.2.4. - Estimación de  $K_d$  (comparador I) y  $K_0$** 

$$K_d = \frac{\Delta V}{\Delta \theta} = \frac{V_{DD}}{\pi} \quad (\text{comp. fase I})$$

$$K_d = \frac{10}{\pi} = 3,18 \text{ (V/rad)}$$



$$K_0 = \frac{\Delta \omega}{\Delta V_d} = \frac{2\pi(f_{\text{máx}} - f_{\text{mín}})}{10}$$

$$K_0 = \frac{\Delta \omega}{\Delta V_d} = \frac{2\pi(100000)}{10} = 628000 \left( \frac{\text{rad/s}}{\text{V}} \right)$$

$$\frac{K_d K_0}{n} = \frac{3,18 \cdot 62800}{10} = 20.000 \left( \frac{\text{rad/s}}{\text{rad}} \right)$$

$$T = \frac{1}{(2\xi^2) K_d K_0} = \frac{1}{(2 \cdot 0,3^2) 20000} = 139 \mu\text{s}$$

Si se asume  $C_2 = 0,01 \mu\text{F}$

$$T = R_3 C \Rightarrow R_3 = \frac{T}{C} = 13900 \Omega \quad R_3 = 15 \text{K}\Omega \quad \text{por lo que, } T = 150 \mu\text{s}$$

$$\text{entonces, } \omega_n = \sqrt{\frac{K_d K_0}{n T}} = \sqrt{\frac{20000}{150 \mu}} = 11547 \left( \frac{\text{rad}}{\text{s}} \right)$$

**2.2.3. - Construcción del prototipo**

Como el objetivo principal del práctico es la medición y no su construcción, y debido a que la aplicación es de baja frecuencia, se puede usar un “experimentor”.

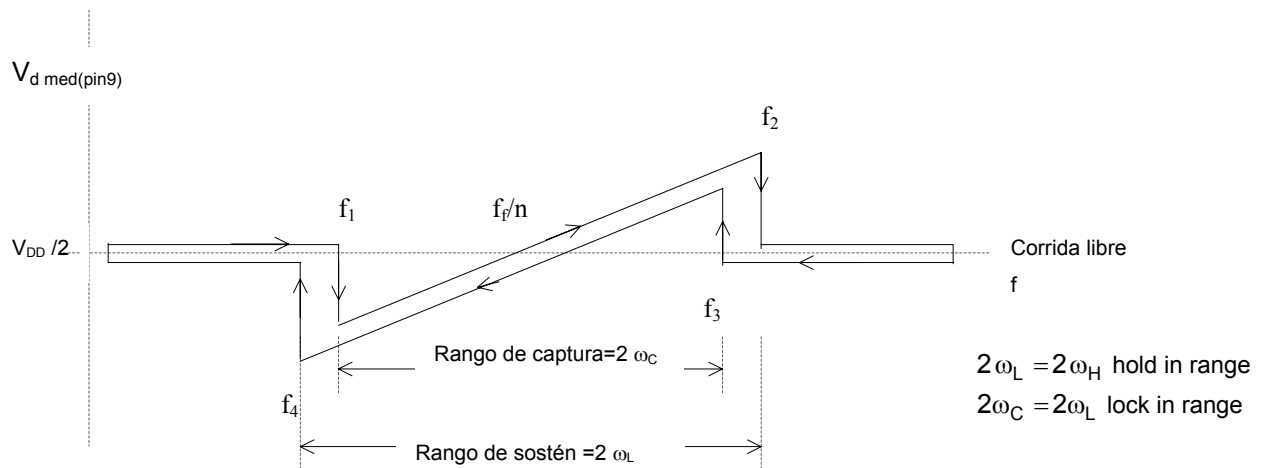
**2.2.4. - Medición de  $f_1$ ,  $f_2$ ,  $f_3$ ,  $f_4$ , y  $f_f/n$** 

$2f_L$  = rango de sostén

$2f_C$  = rango de captura

Se usará el circuito dibujado en la sección 2.2.1., un generador de funciones de onda cuadrada con off-set (se necesita  $0-V_{DD}$ ).

-  $f_4$  y  $f_2$  deben coincidir con el rango de trabajo del VCO/n. Este se puede medir previamente conectando el frecuencímetro al pin 3 y colocando a masa el pin 9, y luego a  $V_{DD}$ .



- $f_r/n$  se mide poniendo el frecuencímetro en el pin 3 del CD4046 y se deja el pin 14 sin conexión.
- Mediciones de prototipo

$$f_4 = 9,27 \text{ KHz}$$

$$f_2 = 19,25 \text{ KHz} \quad \therefore \quad 2f_L = 9,98 \text{ KHz}$$

comparador de fase I

$$f_1 = 10,56 \text{ KHz}$$

$$f_3 = 15,57 \text{ KHz}$$

$$f_r/n = 13,30 \quad \therefore \quad 2f_C = 5,01 \text{ KHz}$$

De la hoja de datos,  $2f_C = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{2\pi f_L}{T}} = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\pi 9,98 \cdot 10^3}{150\mu}} = 4,6 \text{ K}\Omega$

comparador de fase II

$$f_1 = f_4 = 9,27 \text{ KHz} \quad 2f_L = 2f_C = 9,98 \text{ KHz}$$

$$f_3 = f_2 = 19,25 \text{ KHz}$$

$$f_r/n = 9,27 \text{ KHz} \text{ es la frecuencia más baja.}$$

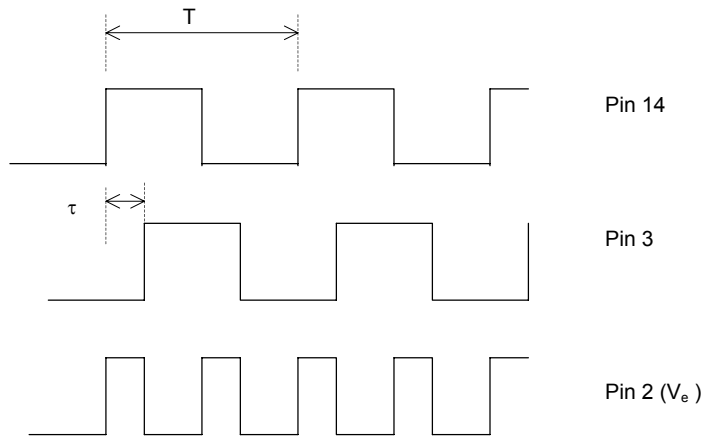
## 2.2.5. - Medición de la ganancia de bucle $K_d K_0 / n$

Se usará el circuito de la sección 2.2.1., un generador de onda cuadrada con tensiones entre 0V y  $+V_{DD}$  y un osciloscopio. Ambos aplicados al pin 14. El osciloscopio deberá medir dos canales, para observar el desfase entre la señal del pin 3 respecto a la señal del pin 14 (entrada del generador).

- comparador de fase I

En el caso del dibujo siguiente,  $f_s > \frac{f_r}{n}$

Porque  $V_{e\_med} > \frac{V_{DD}}{2}$



-  $f_{S(1)} = 11 \text{ KHz}$  se midió

$$\tau_1 = 12,8 \mu\text{s} \therefore$$

$$T_1 = 1/f_{S(1)} = 90,9 \mu\text{s} \therefore$$

$$\theta_1 = \frac{\tau_1}{T_1} 2\pi = 0,885 \text{ rad}$$

-  $f_{S(2)} = 15 \text{ KHz}$  se midió

$$\tau_2 = 22,8 \mu\text{s} \therefore$$

$$T_2 = 1/f_{S(2)} = 66,7 \mu\text{s} \therefore$$

$$\theta_2 = \frac{\tau_2}{T_2} 2\pi = 2,148 \text{ rad}$$

$$\frac{K_d K_0}{n} = \frac{\Delta\omega_S}{\Delta\theta} = \frac{2\pi(15\text{k} - 11\text{k})}{2,148 - 0,885} = 19899 \frac{\text{rad/s}}{\text{rad}} \quad \text{debió ser } 20000 \frac{\text{rad/s}}{\text{rad}}$$

- comparador de fase II

La señal del pin 3 está en fase siempre con la señal del pin 14.  
El pin 1 da la información de sincronismo.

### 2.2.6. - Medición de $M_p$ , $t_p$ y $T'$

Para la medición de éstos valores es necesario un escalón de  $f_s$ , la cual se puede realizar modulando con una señal cuadrada (en éste caso, de 100 Hz) a un VCO adicional (generado con otro CD4046), cuya salida se aplica al PLL en el pin 14.

- Cálculo de  $R'_1, R'_2, C'_1$

$$\left. \begin{array}{l} f_{S\_min} \mid_{V_{pin9}=0V} > f_{1\_PLL} \cong 11 \text{ KHz} \\ f_{S\_máx} \mid_{V_{pin9}=10V} < f_{3\_PLL} \cong 18 \text{ KHz} \end{array} \right\} \text{ tiene que estar dentro del rango de captura}$$

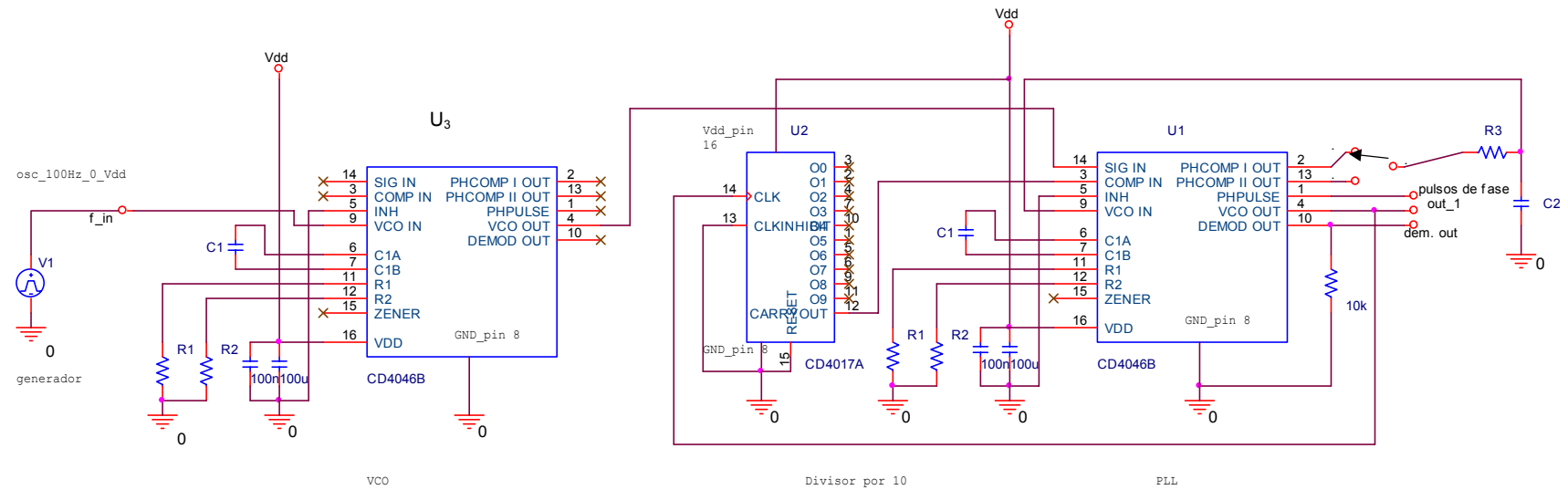
A partir de éstos datos,

$$R'_2 = 10 \text{ K}\Omega$$

$$C'_1 = 10 \text{ nF}$$

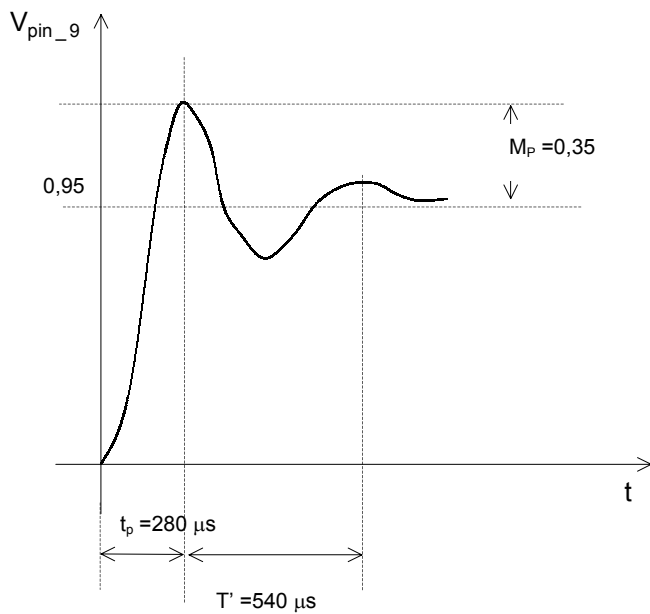
$$R'_1 = 25 \text{ K}\Omega$$

$$\frac{f_{max}}{f_{min}} = 1,64 \rightarrow \frac{R'_2}{R'_1} = 0,4$$



Circuito para medir la respuesta del sistema de control de lazo cerrado del PLL

Se midió:



$$M_p = \frac{0.35}{0.95} = 0.36 \rightarrow \xi \cong 0.3$$

$$\omega_d = \frac{2\pi}{T'} = 11635 \text{ rad/s}$$

$$\omega_n = \frac{\omega_d}{\sqrt{1-\xi^2}} = 12196 \text{ rad/seg}$$

Esta tensión medida en el pin 9 o 10 es el reflejo del sistema. Como la variación de la frecuencia es lineal con la variación de la entrada en el VCO, se podrá imaginar cómo se acomoda el VCO cuando la entrada al PLL cambia de  $f_s = 11\text{KHz}$  a  $f_s = 18\text{KHz}$ .

Si se disminuye el nivel de detalles, se podrá observar en el pin 9 o 10, que corresponde en el pin 4 a la siguiente señal:



### 2.3. – Conclusiones:

Oros, Ramón C.  
Córdoba, 01-04-2000

archivo: EA3-02-01

Rev: A

edición que reemplaza a las anteriores.

### Bibliografía:

APUNTES DE CLASE DEL ING. RABINOBICH, DANIEL  
H.C. KRAUSS/BOSTIAN/RAAB, ESTADO SÓLIDO EN INGENIERÍA DE RADIOCOMUNICACIÓN  
THE PLL WITH EXPERIMENTS / HOWARD M. BERLIN/E & L INSTRUMENTS, INC.  
LAZOS DE FIJACIÓN DE FASE / ING. ERNEST LASLO / REVISTA TELEGRÁFICA ELECTRÓNICA JUNIO '75 A FEB '76  
KUO - SISTEMAS AUTOMÁTICOS DE CONTROL - CAPITULO 9  
MOTOROLA AN-535

### 3. – Anexo I – comportamiento de un sistema de segundo orden tipo I

