

**A D A P T A C I O N  
D E  
I M P E D A N C I A**

**EN CIRCUITOS DE RF UTILIZANDO LA  
CARTA DE SMITH**



Ing. Néstor Hugo Mata  
Profesor Titular

**Cátedra de Electrónica Aplicada III  
Departamento Electrónica  
Facultad Regional Bahía Blanca  
Universidad Tecnológica Nacional**

# CAPITULO I

## GENERALIDADES

En el diseño de todo amplificador y en especial en circuitos de radio frecuencia se hace necesario optimizar la performance del amplificador, por lo tanto se debe realizar la adaptación de impedancia, tanto de entrada como de salida del elemento activo para obtener la máxima transferencia de potencia. Este requerimiento se hace realmente más importante cuando se trata de la entrada de un receptor, donde la adaptación de la antena a la primera etapa amplificadora es un parámetro que influye directamente en la sensibilidad del receptor. Por esta razón se debe poner un cuidado especial en el cálculo y ajuste de una red de acoplamiento, a la entrada, para obtener el óptimo acoplamiento a la carga, sin dejar de considerar el balance de la relación señal a ruido a la entrada del amplificador.

Como primer paso se hará una revisión de los diversos métodos de adaptación pero haremos hincapié en el uso del ábaco de Smith por ser este método mas rápido para el cálculo de redes complejas, donde se requiere adaptación de impedancia a distintas frecuencias (caso de un oscilador local y mezclador con un mismo transistor).

### Máxima transferencia de potencia en RF

Para el caso de continua, teníamos que la máxima transferencia de potencia, se lograba haciendo la resistencia de carga igual a la resistencia del generador.

Cuando se trabaja con señales que varían con el tiempo, el teorema de máxima transferencia de potencia establece que esta ocurre cuando la impedancia de carga es igual a la impedancia compleja conjugada de la impedancia del generador. Es decir cuando las partes reales de la impedancia son iguales y las partes reactivas son de igual módulo pero opuestas, de tal manera que si  $R_s = R + jX_s$  la compleja conjugada será  $R_s^* = R - jX_s$ . Esquemáticamente en máxima transferencia de potencia.

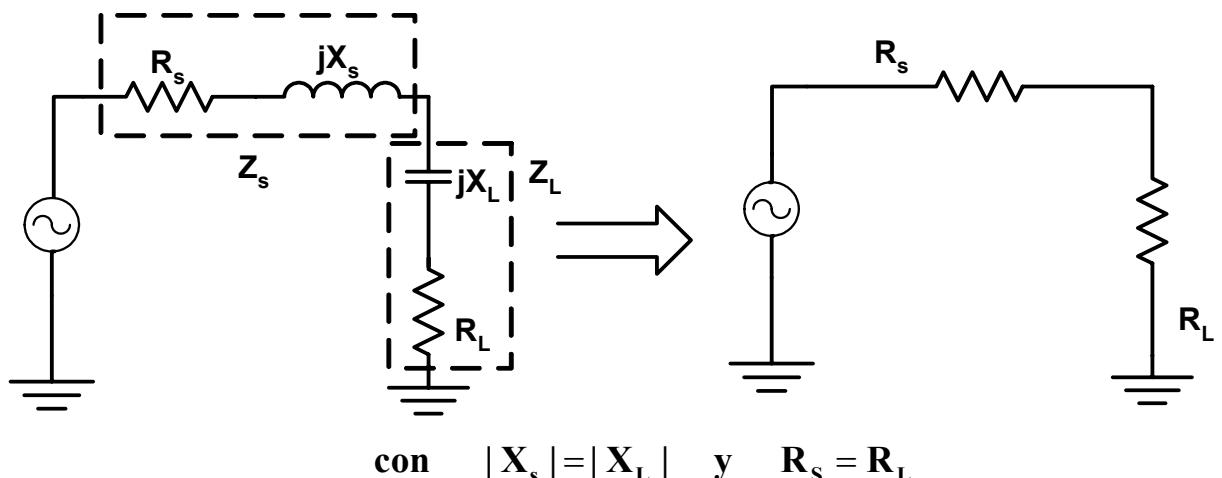


Figura 1-1: Condición de máxima transferencia de potencia

La impedancia de fuente de señal  $Z_s$ , con una componente reactiva en serie de  $+jX$  (inductor), estará excitando a una impedancia de carga compleja conjugada consistente en una reactancia  $-jX$  (capacitiva) en serie con  $R_L$ . Como la componente  $+jX$  de la fuente está en serie con la componente  $-jX$  de la carga, por lo tanto se cancelarán una con la otra dejando solamente  $R_s$  y  $R_L$  que por el teorema de máxima transferencia son iguales.

El objetivo primario en cualquier adaptación de impedancia, es por lo tanto, forzar a la carga para que se vea como compleja conjugada de la fuente, de manera de lograr la máxima transferencia de potencia hacia la carga. En la figura 1-2 observamos el esquema representativo de la transformación de impedancia donde la impedancia de carga de un valor de  $20 - j1,6 \Omega$  es transformada por el circuito adaptador a un valor de  $50 + j10 \Omega$  que es la conjugada de la impedancia de la fuente.

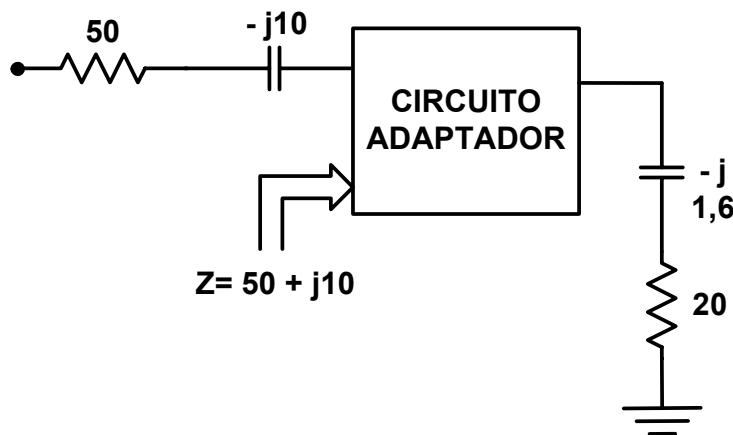


Figura 1-2: Red de adaptación de impedancia para máxima transferencia

Ahora es fundamental observar que como estamos trabajando con valores de reactancias, las cuales son dependientes de la frecuencia, solamente tendremos una perfecta adaptación a una frecuencia en particular. Esta frecuencia por supuesto será en la cual el término  $+jX$  iguala en magnitud al término  $-jX$ , con la consecuente cancelación. A toda frecuencia diferente a la frecuencia de adaptación, se produce un desajuste entre las impedancias hasta que progresivamente la adaptación se hace inexistente. Esto evidentemente puede ser un problema en los circuitos de banda ancha donde se debe proveer una adaptación perfecta dentro de la banda de trabajo .Para este problema existen métodos que permiten mantener un ancho de banda determinado donde se mantiene la adaptación; éstos métodos los describiremos mas adelante.

Hay un número infinito de circuitos posibles, los cuales se pueden usar para producir la adaptación de impedancia.

Algunos de los circuitos más simples de dos elementos LC pueden usarse en la adaptación de impedancia o bien circuitos complejos de 7 o más elementos; ésto por supuesto dependerá de la aplicación específica que debemos utilizar.

## Circuitos L

El circuito más usado es el circuito L cuya topología podemos observar en la figura 1-3. Como observamos la topología L presenta cuatro casos; dos de ellos como pasa bajos y dos como pasa altos. Antes de introducirnos en las ecuaciones, haremos un análisis del circuito tal que podremos entender exactamente de que manera ocurre la adaptación de impedancia

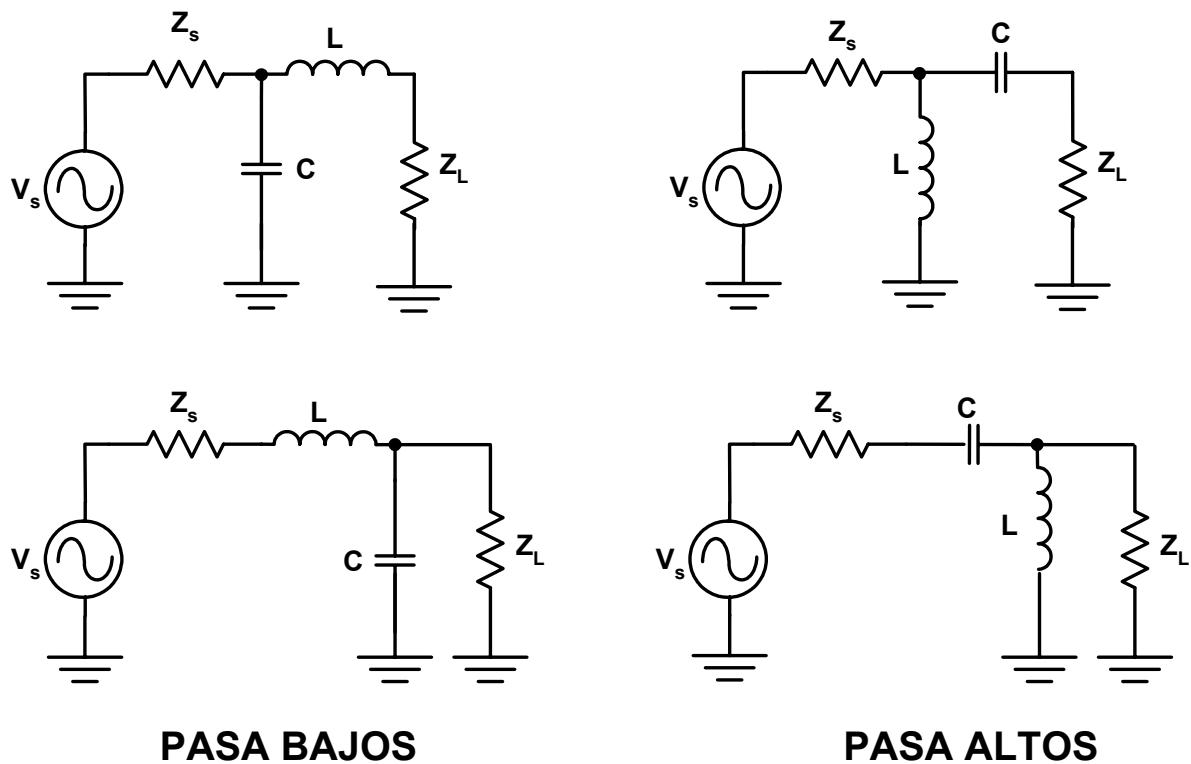


Figura 1-3: Cuatro posibles redes L

Tomando como referencia la figura 1-4 en la cual tenemos un circuito L que debe adaptar una fuente de  $50 \Omega$ . Si conectamos directamente la fuente a la carga, perderemos una parte sustancial de la potencia disponible en la fuente. Por lo tanto con la inserción de la red adaptadora evitaremos esta pérdida al permitir la máxima transferencia de potencia.

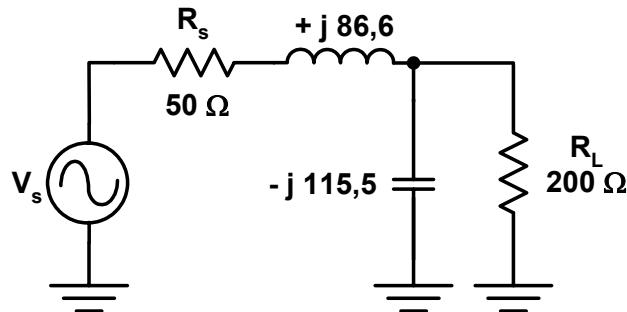


Figura 1-4: Adaptación de impedancia para máxima transferencia de fuente

Si analizamos la figura 1-4 paso a paso convirtiendo las impedancias veremos cuan simple es el mecanismo por el cual haremos que  $R_s$  vea una carga de  $50 \Omega$  y que  $R_L$  a su vez vea  $200 \Omega$ .

En la figura 1-5-a colocamos una capacidad de  $-j 115,5 \Omega$  en paralelo con los  $200 \Omega$ . Si estudiamos la impedancia  $Z_1$  que se ve en éste paralelo tendremos:

$$Z_1 = \frac{R_L \cdot X_C}{R_L + X_C} = \frac{200 \times (-j115,5)}{200 + (-j115,5)} = 50\Omega - j86,6\Omega \quad 1-1$$

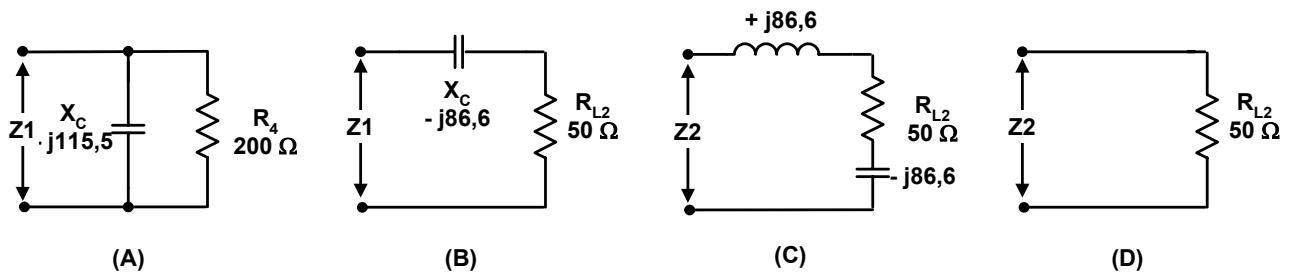


Figura 1-5: Pasos de transformación

Por lo tanto si observamos el resultado en la ecuación 1-1 veremos que  $Z_1$  se ve como una resistencia  $R_L$  de  $50 \Omega$  en serie con una reactancia capacitiva  $X_c$  de  $-j86,6$  como vemos en 1-5-c, a la cual le adicionamos una reactancia inductiva de  $+j86,6$ ; ésto dará como resultado una impedancia  $Z_2$ .

$$Z_2 = R_{L2} + X_L + X_c = 50\Omega + j86,6 - j86,6 = 50\Omega \quad 1-2$$

Por lo tanto como vemos en 1-2 y en la figura 1-5-d la impedancia que veo será resistiva pura de  $50 \Omega$ .

Como hemos podido observar, la función de un elemento en paralelo en una red adaptadora, es la de transformar una impedancia alta en una de menor valor con la parte real de la misma de igual valor al de la fuente. El elemento serie en la red adaptadora debe cancelar cualquier componente reactiva que se presente y de esta manera dejaremos una resistencia pura para lograr la máxima transferencia de potencia.

Si volvemos a los circuitos de la figura 1-3 veremos que es fácil el diseño de éstos, utilizando las ecuaciones que definen el  $Q$  de un circuito resonante con pérdidas en los elementos reactivos, donde podemos utilizar las ecuaciones siguientes

$$Q_s = Q_p = \sqrt{\frac{R_p}{R_s} - 1} \quad 1-3$$

$$Q_s = \frac{X_s}{R_s} \quad 1-4$$

$$Q_p = \frac{R_p}{X_p} \quad 1-5$$

donde

$Q_p$  es el  $Q$  de la rama paralelo

$Q_s$  es el  $Q$  de la rama serie

$R_p$  es la  $R$  paralelo

$R_s$  es la  $R$  serie

$X_s$  es la reactancia serie

$X_p$  es la reactancia paralelo

Las reactancias  $X_p$  y  $X_s$  pueden ser tanto inductivas como capacitivas pero durante el diseño deben ser entre sí de tipo opuesto. Por lo tanto si elegimos a  $X_p$  como capacitiva  $X_s$  deberá ser indefectiblemente inductiva.

## Ejemplo 1-1

Se desea diseñar un circuito que permita adaptar una fuente de señal con una  $R_s = 50 \Omega$  a una carga de  $R_L = 200 \Omega$  para una frecuencia de resonancia de 100 Mhz .Por otro lado el diseño, por razones de polarización, debe permitir una transferencia de continua desde la fuente a la carga.

**Solución:**

La necesidad de que la red no aísle la continua, establece como condición de contorno que la red esté acoplada por medio de una inductancia en la rama serie como se indica en la figura 1-6.

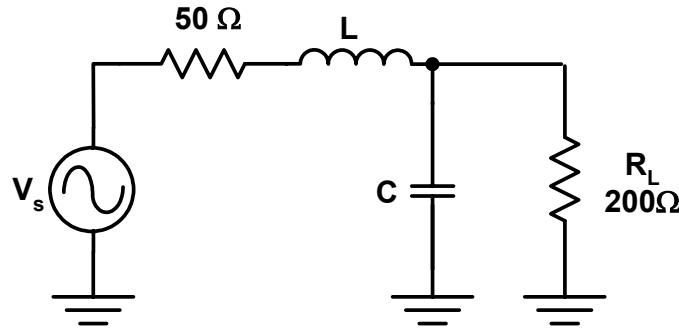


Figura 1-6: Red de adaptación

Como se determinó en la ecuación 1-3

$$Q_s = Q_p = \sqrt{\frac{R_p}{R_s} - 1} = \sqrt{\frac{200}{50} - 1} = 1,732$$

Por otra parte de la ecuación 1-4

$$X_s = Q_s \cdot R_s = 1,732 \times 50 = 86,6 \Omega$$

De la ecuación 1-5 podemos obtener

$$X_p = \frac{R_p}{Q_p} = \frac{200}{1,732} = 115,5 \Omega$$

A partir de esto podemos obtener el valor de los componentes para la frecuencia de resonancia de 100 Mhz.

$$L = \frac{X_s}{\omega} = \frac{86,6}{2\pi(100 \times 10^6)} = 138 \text{nH}$$

$$C = \frac{1}{\omega \cdot X_p} = \frac{1}{2\pi(100 \times 10^6) \times 115,5} = 13,8 \text{ pF}$$

Este circuito nos da los valores del circuito de la figura 1-4 el cual usamos para analizar la adaptación de impedancias.

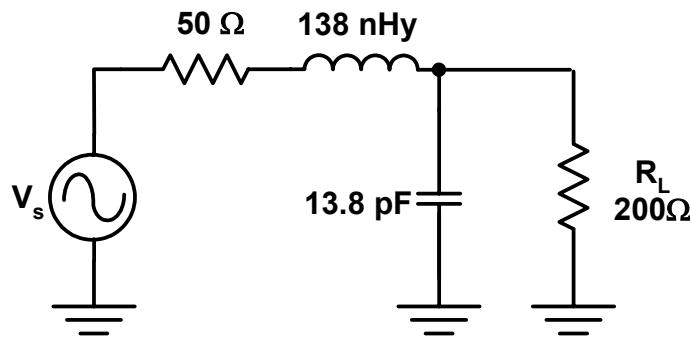


Figura 1-7: Circuito de adaptación para 100 MHz

### Circuitos con cargas complejas

Hasta ahora el planteo de adaptación de carga lo ha sido sobre cargas resistivas puras. Pero esto es mayormente ideal en la vida real, ya que por lo general encontraremos cargas complejas, como por ejemplo para el caso de un transistor que tanto en su entrada como en su salida tendremos componentes resistivos y reactivos tal como ( $R \pm jX$ ).

Las líneas de transmisión, los mezcladores, las antenas, y otras fuentes y cargas no escaparán de esta regla. Mayoritariamente serán los casos en que tengamos que lidiar con componentes reactivas, por lo tanto, será necesario conocer como manejar estas reactancias parásitas, y en algunos casos aprovecharse de ellas para lograr la adaptación .

Existen dos propuestas para manejar impedancias complejas:

#### a) Absorción:

Este procedimiento absorbe cualquier reactancia parásita dentro del circuito de adaptación de impedancia. Esto se logra haciendo una colocación pensada de cada elemento de la red de adaptación, de manera que la rama capacitiva se coloque en paralelo con la capacidad parásita y la rama inductiva en serie con cualquier inductancia parásita. Por lo tanto los valores de los componentes parásitos se sustraen de los valores de los componentes calculados, con lo cual se obtendrá los nuevos valores  $L'$  y  $C'$  que compondrán la red física de adaptación

#### b) Resonancia:

Para resonar cualquier reactancia parásita con una reactancia igual y opuesta a la frecuencia deseada se realiza un proceso similar al de obtención de la máxima transferencia de potencia del ejemplo1.

Cualquiera de las dos propuestas dadas pueden usarse incluso simultáneamente. En la realidad la mayoría de los diseños de adaptación de impedancia utilizan las dos propuestas tomando parte de cada una de ellas.

### Ejemplo 1-2

Realizar la adaptación de impedancia del circuito de la figura 1-8 a una frecuencia de resonancia de 100 Mhz usando el método de absorción.

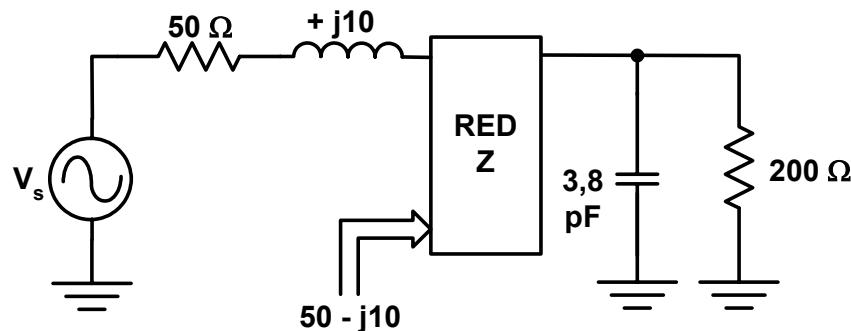


Figura 1-8: Adaptación con absorción de capacidad

**Solución:**

Como primer medida se debe ignorar momentáneamente las reactancias parásitas de la fuente y la carga. Por lo tanto debemos adaptar las partes resistivas con el procedimiento visto en el ejemplo 1-1, ya que éste caso también contempla la posibilidad de absorber la capacidad parásita.

Tenemos que tener en cuenta que lo que deseamos es usar una red de adaptación tal que su elemento inductivo se coloque en serie con la inductancia parásita y que el elemento capacitivo se encuentre en paralelo con la capacidad parásita.

Tomando los valores que obtuvimos en el ejemplo 1-1, estaremos ignorando en primera instancia las reactancias parásitas incluidas en la figura 1-8. Los valores finales que se deben obtener para la red de adaptación Z de la figura 1-9 serán calculados de la siguiente forma.

Dado que la inductancia parásita existe, el diseño obtenido debe adaptarse para absorber dicha inductancia dentro de la red adaptadora. Lo mismo ocurre con la capacitancia parásita. Para encarar la solución total procederemos de la siguiente manera .

Del lado de la carga necesitamos una capacidad de 13,8 pF para la red adaptadora. Como tenemos 3,8pF de capacidad parásita, usaremos una capacidad física de 10 pF para conformar la capacidad total de 13,8 pF. En forma similar, del lado de la fuente por cálculo obtuvimos una inductancia de 138 nHy, como la reactancia parásita es de +j10 Ω que estará dada por una inductancia de 15,9 nHy a la frecuencia de resonancia, debemos sustraer este valor a la inductancia calculada para obtener el valor de la inductancia física a colocar en el circuito o sea:

$$138 \text{ nHy} - 15,9 \text{ nHy} = 122,1 \text{ nHy}.$$

Con ésto obtendremos el circuito de la figura 1-9.

Si calculamos la inductancia presentada a la entrada de la red contenida en la línea punteada de la figura 1-9, veremos que ésta es la conjugada de la impedancia de entrada  $Z_s = 50 + j 10$  o sea una impedancia de entrada a la red de  $Z_1 = 50 - j 10$ .

Como es obvio si el elemento parásito es mayor que el de la red de adaptación no será posible utilizar este método, por lo tanto debemos resolver este problema mediante algún artilugio. Suponiendo que la carga presente una capacidad grande, al no poderla absorber por la capacidad de la red, partimos del principio de resonancia paralelo para eliminar este efecto. Esto lo podemos apreciar mediante el ejemplo 1-3.

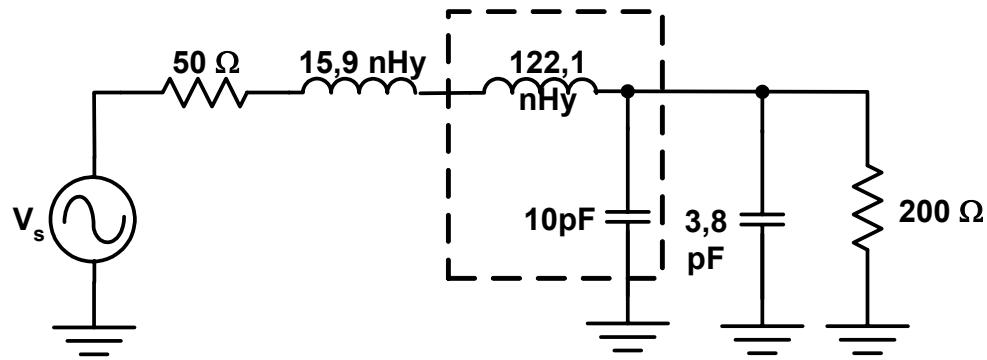


Figura 1-9: Red de adaptación con absorción de capacidad

**Ejemplo 1-3**

Diseñar una red de adaptación que debe bloquear la continua desde la fuente de señal a la carga. La frecuencia de operación es de 100 Mhz, la fuente tiene una  $R_s = 50 \Omega$  y la carga es  $R_L = 300 - j 45,5$  o sea una capacidad de  $35\text{pF}$  en paralelo.

**Solución:**

Utilizaremos la siguiente configuración:

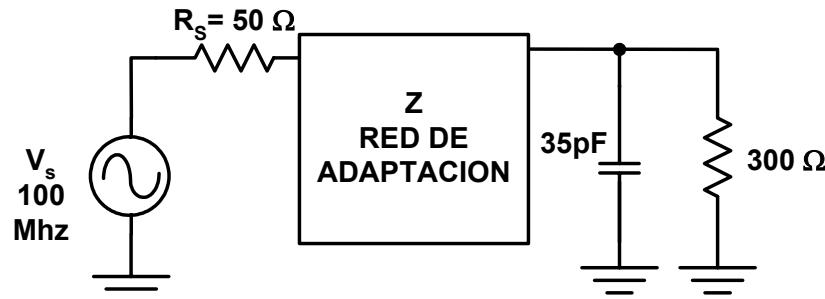


Figura 1-10: Eliminación de capacidad de carga por resonancia

Para evitar el flujo de corriente continua desde la fuente a la carga utilizaremos una red con capacidad en serie.

Primero de todo debemos eliminar el efecto de la capacidad parásita en paralelo con la carga, para lo cual usaremos el efecto de la resonancia en paralelo con el uso de un inductor para transformarla en el equivalente a una resistencia pura a la frecuencia de 100 Mhz.

$$L = \frac{1}{\omega^2 C_{\text{parasita}}} = \frac{1}{[2\pi(100 \times 10^6)]^2 35 \times 10^{-12}} = 45,5 \text{nH}$$

Con ésto hemos obtenido un circuito presentado en la figura 1-11.

Con este circuito habremos eliminado el efecto de la capacidad parásita ya que en el punto A tendremos una resistencia pura de  $300\Omega$ .

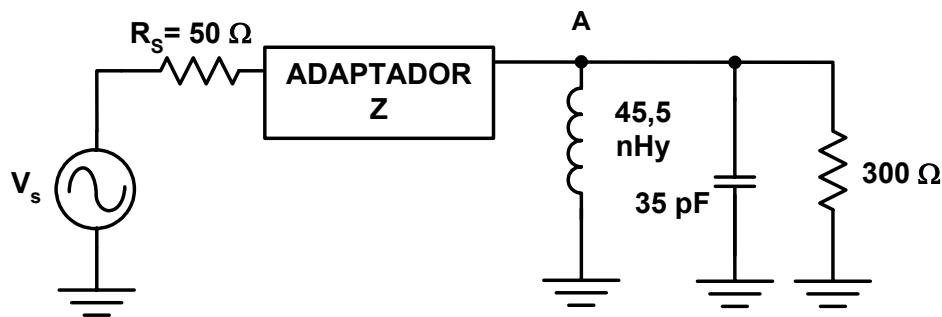


Figura 1-11: Eliminación de capacidad de carga por resonancia

Por lo tanto, ahora nos resta adaptar estos  $300\Omega$  a los  $50\Omega$  del generador. Para esto haremos:

$$Q_s = Q_p = \sqrt{\frac{R_p}{R_s} - 1} = \sqrt{\frac{300}{50} - 1} = 2,23$$

$$X_s = Q_s \cdot R_s = 2,23 \times 50\Omega = 112\Omega$$

$$X_p = \frac{R_p}{Q_p} = \frac{300}{2,23} = 134,5\Omega$$

por lo tanto los valores de C y L serán:

$$C = \frac{1}{\omega X_s} = \frac{1}{2\pi(100 \times 10^6)(112)} = 14,2\text{pf}$$

$$L = \frac{X_p}{\omega} = \frac{134,5}{2\pi(100 \times 10^6)} = 214 \text{ nHy}$$

Con estos valores aplicados al circuito de la figura 1-11 nos dará el circuito de la figura 1-12. Pero como podemos observar este circuito se puede simplificar al unificar los valores de inductancia en paralelo en una sola bobina.

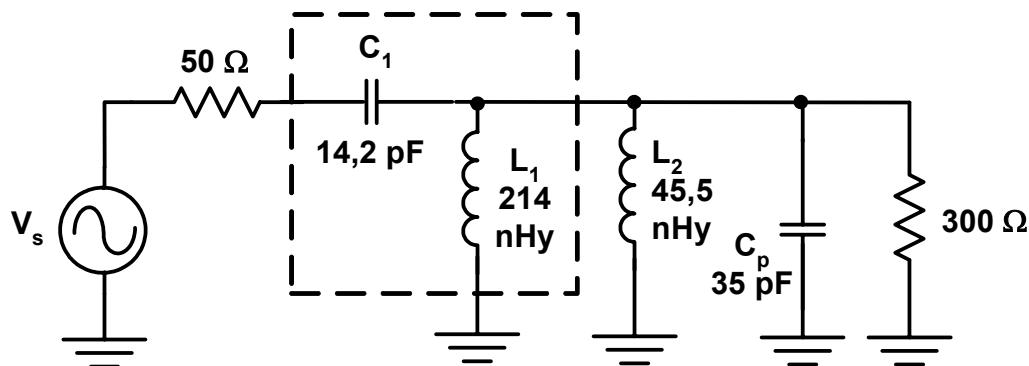


Figura 1-12: Circuito de eliminación de capacidad de carga por resonancia

la bobina unificada será

$$L = \frac{L_1 \times L_2}{L_1 + L_2} = \frac{(214) \times (45,5)}{214 + 45,5} = 37,5 \text{nH}$$

y el circuito definitivo será:

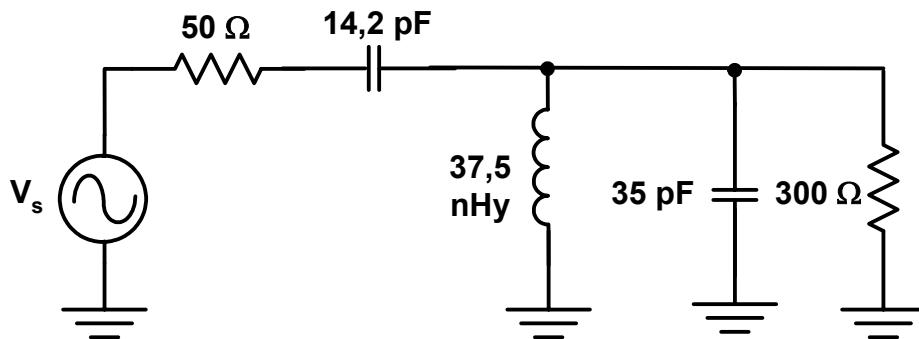


Figura 1-13: Circuito final ejemplo 1-3



## REDES ADAPTADORAS DE TRES ELEMENTOS

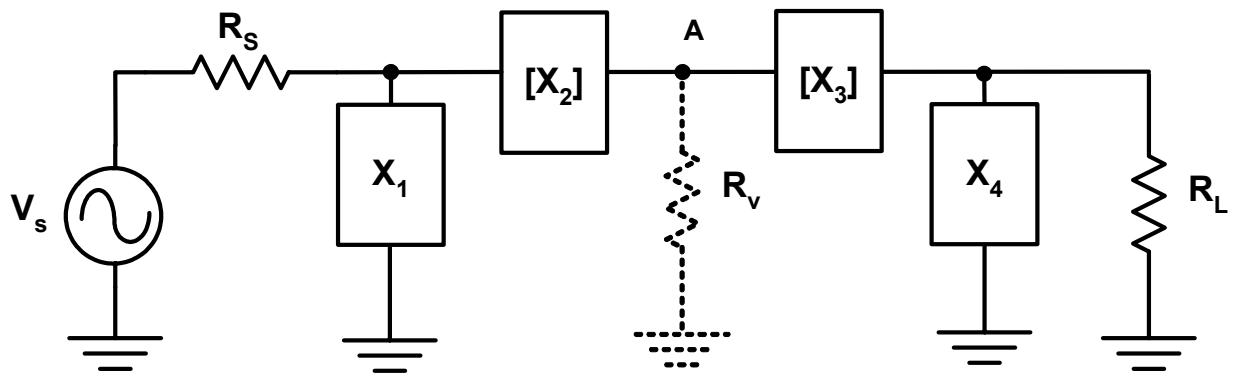
Partiendo de la ecuación de definición del Q para redes con elementos reactivos con pérdidas:

$$Q_s = Q_p = \sqrt{\frac{R_p}{R_s} - 1} \quad 1-6$$

podemos observar las desventajas de una red de dos elementos del tipo L, como las que hemos visto. Como en la práctica tanto  $R_s$  como  $R_p$  estarán determinadas, o bien la impedancia de fuente y de carga serán las determinadas, esto definirá el valor de Q del circuito, quitándonos la posibilidad de seleccionar un Q adecuado a los requerimientos del ancho de banda requerido. Esta pérdida de libertad en la elección del Q puede ser un problema insoluble cuando se requiere ancho de banda angosto. La solución a este obstáculo pasa por la implementación de una red de tres elementos, que permitirá obtener anchos de banda angosto con alto Q. Con esto podremos elegir libremente el Q adecuado, teniendo en cuenta que el Q mínimo que podemos obtener con una red de tres elementos es igual al Q máximo de una red de dos elementos.

### Configuración $\pi$

Este tipo de configuración, también se la denomina “back to back” que quiere decir acoplar dos redes L en configuración invertida una con la otra, tal que se consigue adaptar a las resistencias de carga y de fuente a una cierta impedancia o resistencia virtual entre ellas, en el punto de unión de las dos redes, como se indica en la figura 1-14.

Figura 1-14: Red de adaptación  $\pi$  con elección de Q

Una vez determinados los valores de  $X_2$  y  $X_3$  se unifican en un solo elemento dando la configuración  $\pi$ .

El encierro  $[X]$  de las reactancias son simbólicos. Esto es así para indicar que éstos valores son de tipo opuesto a  $X_1$  y  $X_4$ . Por lo tanto si  $X_1$  es un capacitor,  $X_2$  debe ser un inductor o viceversa. Para el diseño de una red  $\pi$  se procede de la misma manera que para la red L.

Como el punto de conexión A de las dos ramas, es un punto de resistencia virtual  $R_v$  de valor menor que  $R_s$  y  $R_L$ , debido a que corresponde a la rama serie de las dos secciones L que se han conectado, podemos elegir cualquier valor de  $R_v$  que sea menor que  $R_s$  y  $R_L$ . Sin embargo, este valor de  $R_v$  está condicionado al valor de Q que se pretende para el circuito. Este Q guarda relación directa con los valores de resistencia dados para el diseño por medio de:

$$Q = \sqrt{\frac{R_h}{R_v} - 1} \quad 1-7$$

donde  $R_h$  representa al mayor valor de  $R_L$  o  $R_s$  que tenga la condición de diseño y  $R_v$  es el valor virtual de resistencia del punto A. Esta relación dada por la Ecuación 1-7 no es exacta pero dá una aproximación aceptable del valor de Q cuando este sea mayor de 5.

#### Ejemplo 1-4:

Se desea adaptar una resistencia  $R_s = 50\Omega$  con una carga  $R_L = 1000\Omega$  usando una configuración  $\pi$  semejante a la indicada en la figura 1-14, con la condición de que el Q sea de 20.

Tomando la Ecuación. 1-7 tendremos:

$$R_v = \frac{R_h}{Q^2 + 1} = \frac{1000}{400 + 1} = 2,49\Omega$$

de las ecuaciones para la red L

$$X_4 = \frac{R_p}{Q_p} = \frac{R_L}{Q} = \frac{1000}{20} = 50\Omega$$

lo mismo

$$X_3 = Q \cdot R_{\text{serie}} = Q \cdot R_v = 20 \times 2,49 = 49,8 \Omega$$

Con esto hemos obtenido el cálculo de la red L de la carga. Se debe observar que  $R_{\text{serie}}$  de la última ecuación se sustituyó por el valor de la resistencia virtual  $R_v$  dado que por definición es el valor que ve la rama serie de circuito L.

Para la sección L de la fuente partimos definiendo el Q dado por la relación entre  $R_s$  y la resistencia virtual  $R_v$

$$Q_1 = \sqrt{\frac{R_s}{R_v} - 1} = \sqrt{\frac{50}{2,49} - 1} = 4,37$$

Como para la entrada del circuito presenta a  $R_s$  en paralelo con la rama L se debe definir a  $R_s$  como  $R_p$ .

$$X_1 = \frac{R_p}{Q_1} = \frac{50}{4,37} = 11,44 \Omega$$

por otra parte

$$X_2 = Q_1 \cdot R_{\text{serie}} = Q_1 \cdot R_v = 4,37 \times 2,49 = 9,8 \Omega$$

con esto hemos concluido el diseño de la red, la cual queda como la indicada en la figura 1-15.

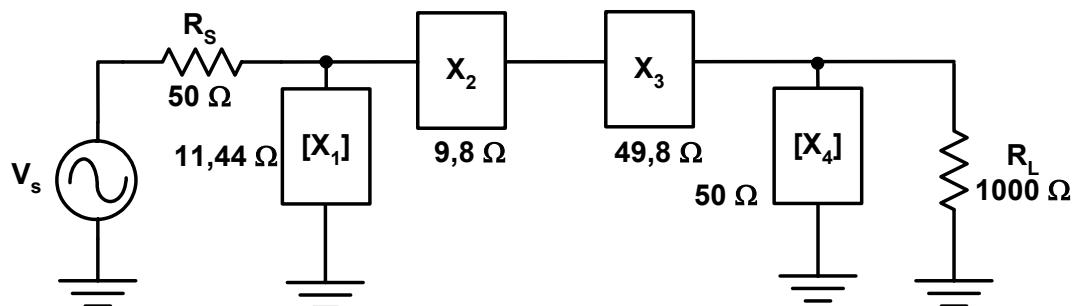


Figura 1-15 : Red resultante del ejemplo 1-4

las impedancias  $X_2$  y  $X_3$  se pueden unificar en una sola para conformar un solo componente físico. Como se puede observar en este ejemplo, hemos trabajado solamente con reactancias y no se han determinado los valores de los componentes. Como las reactancias  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $X_3$  y  $X_4$  pueden ser tanto inductivas como capacitivas con la única restricción de que si  $X_1$  y  $X_4$  son capacitativas,  $X_2$  y  $X_3$  deben ser inductivas o viceversa, por lo tanto existen varias alternativas para obtener los valores físicos de los componentes tal como se indica en la figura 1-16.

Como punto final para la implementación física de la red es necesario contar con la frecuencia de operación. Con esta frecuencia  $\omega_0$  podremos, a partir de las reactancias de cada caso, calcular los valores físicos de los componentes que se obtuvieron en cualquiera de los casos de a hasta d de la figura 1-16.

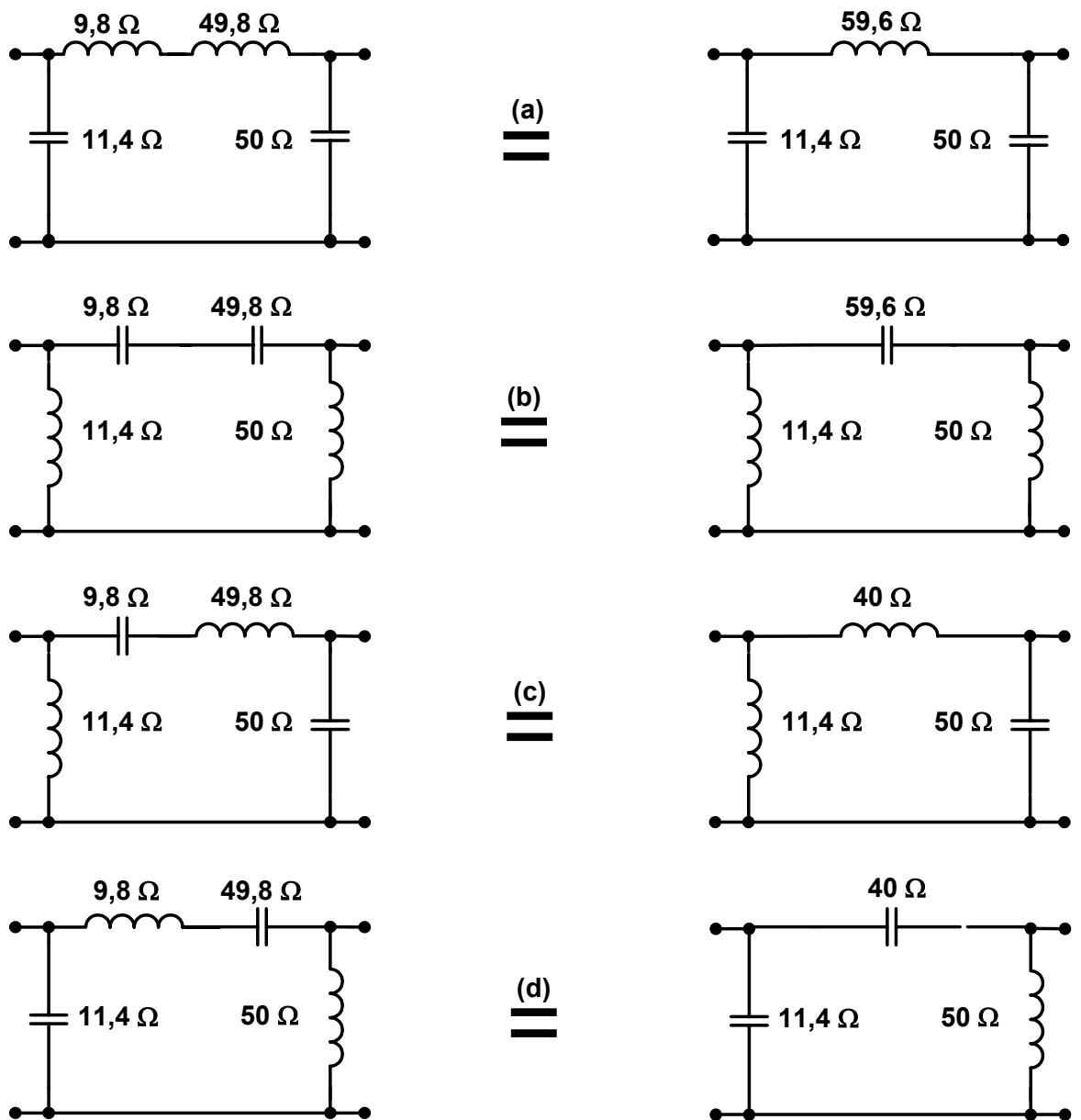


Figura 1-16: Cuatro configuraciones posibles de las redes de adaptación

Cualquiera de las redes de la figura 1-16 puede adaptar una impedancia de  $50\Omega$  de entrada con una de  $1000\Omega$  de carga. La elección del tipo de configuración a usar deberá hacerse en función a una serie de factores que pueden ser:

- Eliminación de capacidad parásita (caso a)
- Eliminación de inductancia parásita (caso b)
- Bloqueo de tensión de polarización (caso b ó d)
- Eliminación de armónicas (caso a ó c)
- Reducción de nivel de O.L. en antena (caso a ó c)
- Reducción de nivel de O.L. en la entrada del amplificador de FI (caso c)

## Redes de configuración T

Para este tipo de configuración se sigue la misma forma de diseño que para la configuración  $\pi$ , con la excepción que la adaptación de impedancias entre la entrada y la salida se hace con dos redes L a través de una unión virtual de alta impedancia, es decir, se adapta a través de una resistencia virtual  $R_v$  que debe ser mayor que las impedancias  $R_s$  y  $R_L$ . Por lo tanto, ésto significa que las dos redes del tipo L se conectarán en paralelo por la rama que conecta a tierra tal como se observa en la figura 1-17.

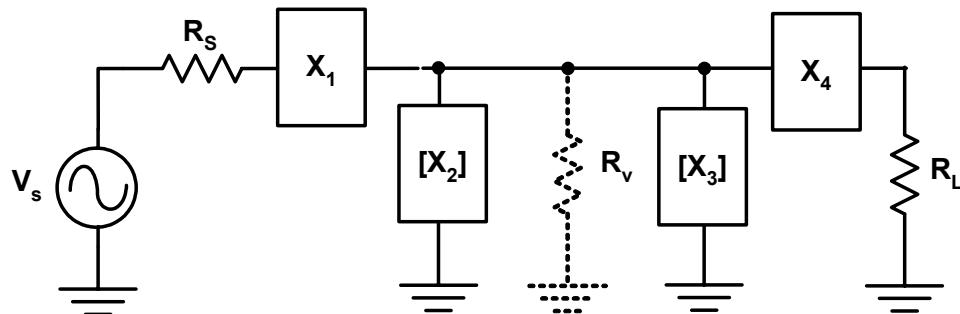


Figura 1-17: Redes de adaptación T

Al igual que para el caso de redes  $\pi$  las reactancias encerradas por corchetes denotan que son de distinta clase, es decir capacitivas si las no encerradas son inductivas y viceversa.

Este tipo de configuración es deseable cuando se requiere la adaptación de impedancias de entrada y salida bajas con un Q alto. El Q de carga para el diseño de la red T está fijado por la sección L que ofrezca el mayor Q. Por definición, la sección L con mayor Q será aquella que esté terminada en la menor resistencia en la rama serie de la red. Por lo tanto, la definición del Q de carga queda definido por

$$Q = \sqrt{\frac{R_v}{R_{\text{serie}}} - 1} \quad 1-8$$

donde  $R_v$  es la resistencia virtual.

Como podemos ver la definición del Q es semejante a la ecuación 1-7 y las dos se derivan de la expresión general ecuación 1-3.

A efectos de clarificar el procedimiento, que es similar al anterior, tomamos el siguiente ejemplo:

### Ejemplo 1-5

Con referencia a la figura 1-17 y lo mismo que en el ejemplo 1-4, desarrollaremos cuatro configuraciones de red tipo T que sean capaces de adaptar una resistencia  $R_s$  de  $12,5 \Omega$  y una resistencia de carga  $R_L$  de  $50 \Omega$  con un Q de carga de 15.

Partiendo de la consideración de la resistencia virtual

$$R_v = R_s \times (Q^2 + 1) = 12,5 \Omega \times (15^2 + 1) = 2825 \Omega$$

y tomando las ecuaciones 1-4 y 1-5

$$X_1 = Q_{1,2} \times R_s = 15 \times 12,5\Omega = 187,5\Omega$$

$$X_2 = \frac{R_v}{Q_{1,2}} = \frac{2825\Omega}{15} = 188,3\Omega$$

Ahora consideramos la configuración L del lado de la carga  $R_L$  y tomando el valor de la resistencia virtual  $R_v$  conjuntamente con el de  $R_L$  obtendremos el Q de este circuito

$$Q_{3,4} = \sqrt{\frac{R_v}{R_L} - 1} = \sqrt{\frac{2825}{50} - 1} = 7,45$$

Por lo tanto podemos calcular las reactancias

$$X_3 = \frac{R_v}{Q_{3,4}} = \frac{2825\Omega}{7,45} = 379\Omega$$

$$X_4 = Q_{3,4} \times R_L = 7,45 \times 50\Omega = 372,5\Omega$$

Con esto ya tenemos los valores de reactancia de la red  $\pi$  sin la resistencia virtual.

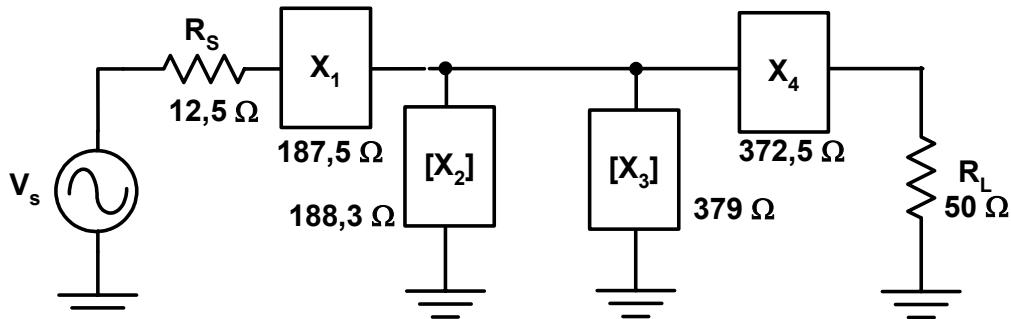


Figura 1-18: Circuito resultante del ejemplo 1-5

Nuevamente, como las reactancias calculadas pueden ser tanto inductivas como capacitivas cumpliendo que  $X_1$  es complementaria de  $X_2$ , lo mismo que  $X_3$  respecto de  $X_4$ , podremos tener las siguientes configuraciones.

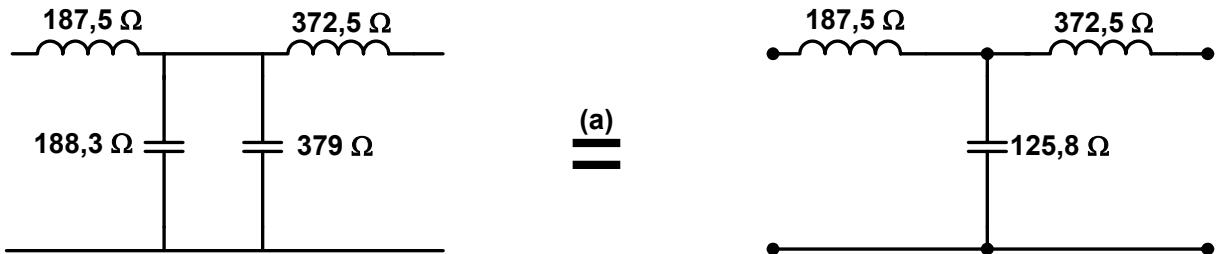


Figura 1-19 (a)

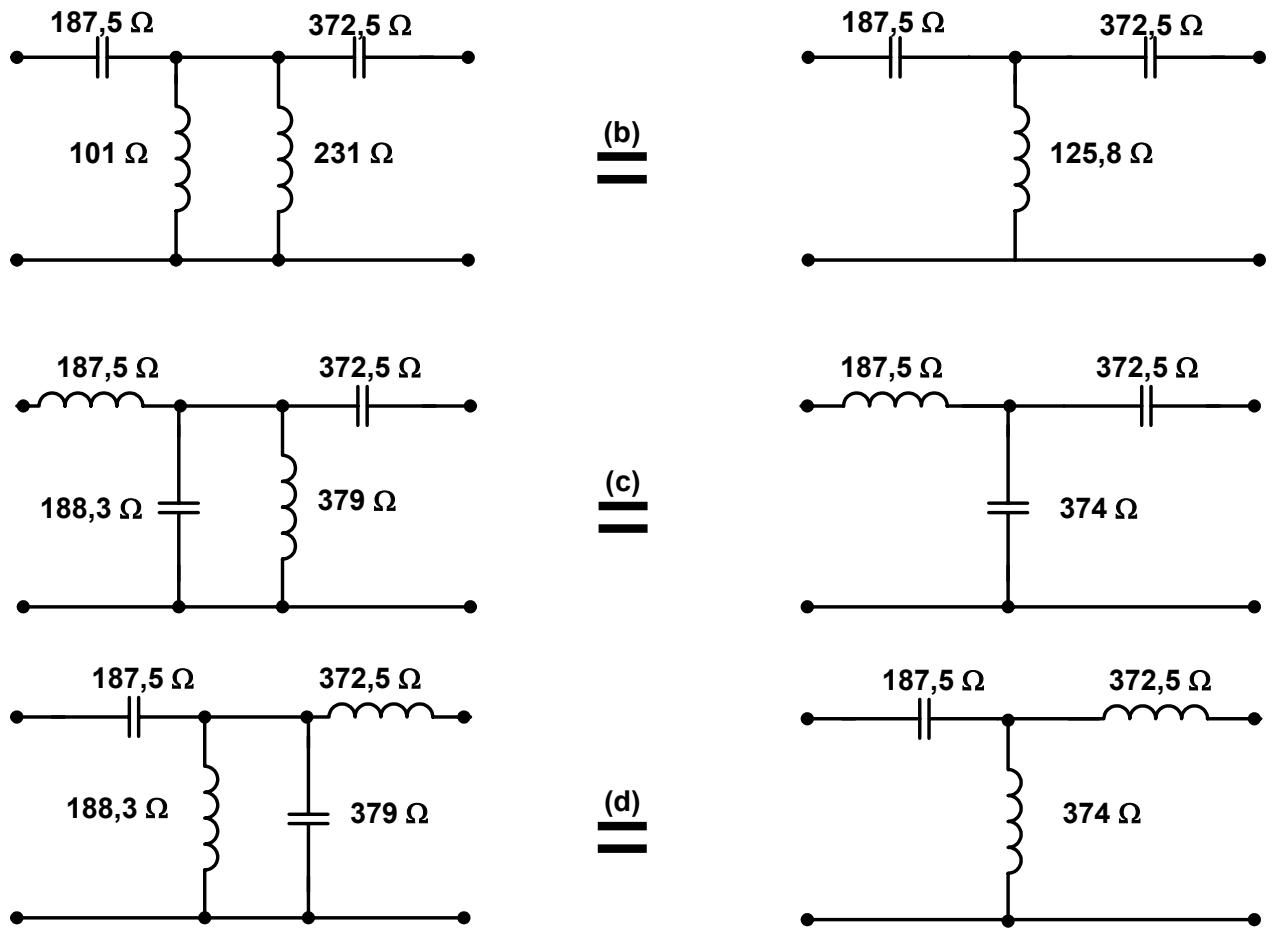


Figura 1-19 (b), (c) y (d)

### Redes de adaptación de banda ancha (Bajo Q)

Las redes  $\pi$  y T que hemos analizado nos permiten la adaptación de impedancia con libertad de elección de un Q alto, lo cual es óptimo para circuitos de banda angosta. Ahora se nos presenta el problema de adaptar impedancias con anchos de banda de trabajo amplio. La respuesta a este requerimiento la tendremos con la configuración de las figuras 1-20 a 1-22.

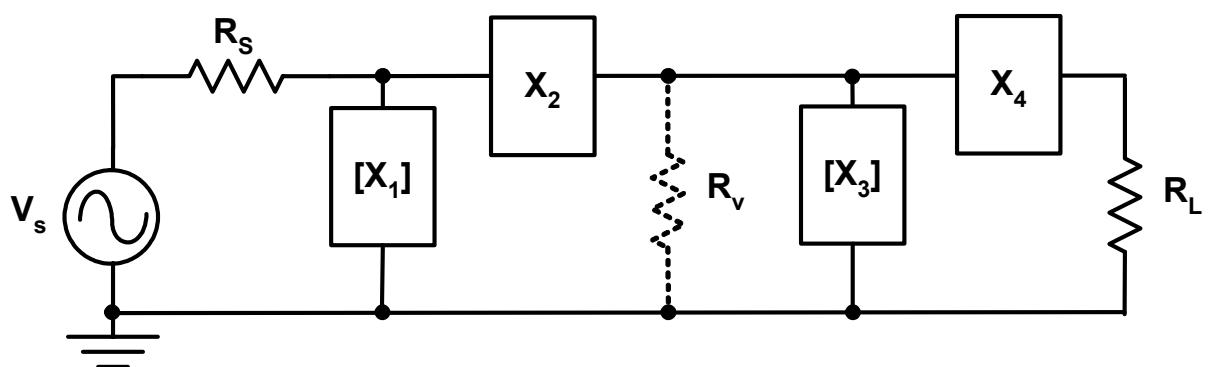


Figura 1-20 : Redes de adaptación de banda ancha

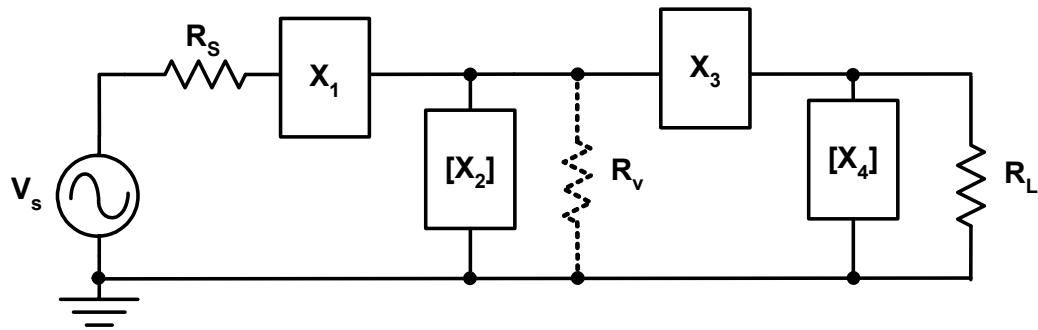


Figura 1-21

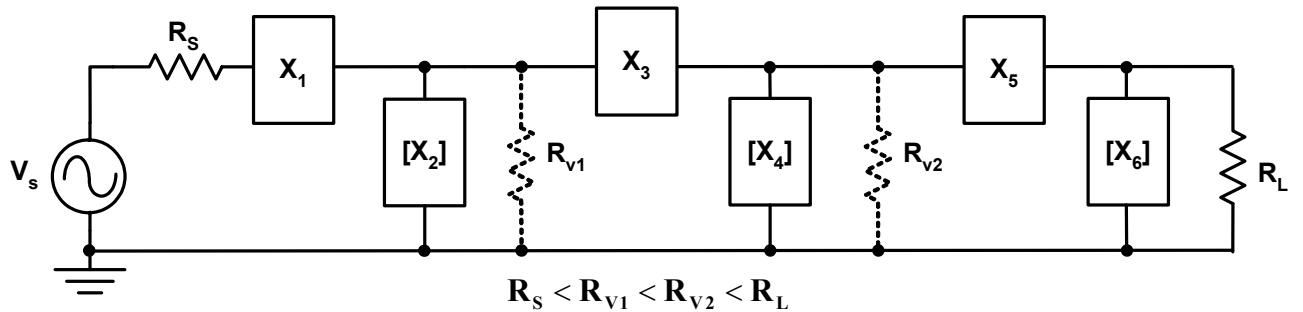


Figura 1-22

Como podemos observar, las resistencias virtuales se encuentran entre la rama serie de una red L y la rama paralelo de la otra red L o viceversa. Para este tipo de configuración la resistencia virtual  $R_v$  debe adquirir un valor mayor que la terminación de menor valor y menor que la terminación de mayor valor. El valor neto del Q que se obtendrá será menor que los Q de la sección L de menor Q, y este Q mínimo definirá el ancho de banda máximo. Este ancho de banda máximo obtenible ocurrirá cuando el valor de la resistencia virtual  $R_v$  se haga igual al valor medio geométrico de las dos impedancias que se quieren adaptar ( $R_s$  y  $R_L$ ), y su valor está dado por

$$R_v = \sqrt{R_s \cdot R_L} \quad 1-9$$

Por otra parte el Q de carga que utilizaremos estará definido por

$$Q = \sqrt{\frac{R_v}{R_m} - 1} = \sqrt{\frac{R_{my}}{R_v} - 1} \quad 1-10$$

donde  $R_m$  es la menor resistencia que presenta tanto  $R_s$  ó  $R_L$  y  $R_{my}$  es la mayor resistencia ya sea  $R_s$  ó  $R_L$ .

Si el requerimiento de ancho de banda no se puede satisfacer por la configuración vista, se deberá agregar más redes L en cascada con resistencias virtuales entre ellas  $R_{v1}$ ,  $R_{v2}$ , etc. El ancho de banda óptimo se obtiene cuando la relación de resistencias entre dos secciones consecutivas son iguales, es decir

$$\frac{R_{v1}}{R_{\text{menor}}} = \frac{R_{v2}}{R_{v1}} = \frac{R_{v3}}{R_{v2}} = \dots = \frac{R_{\text{mayor}}}{R_n} \quad 1-11$$

donde las resistencias  $R_{\text{mayor}}$  y  $R_{\text{menor}}$  son las resistencias de terminación que cumplen con ésta condición, es decir,  $R_s$  ó  $R_L$ .

El diseño de este tipo de red de adaptación para banda ancha es precisamente el mismo que el descrito en los ejemplos anteriores. Para un  $Q$  especificado se resuelve la ecuación 1-10 para obtener la resistencia virtual  $R_v$ . De otra manera, se puede partir del ancho de banda óptimo, y en este caso se resuelve utilizando la ecuación 1-9 para obtener  $R_v$ . Con  $R_v$  obtenido de las formas anteriores, se sigue el diseño de acuerdo a las reglas ya establecidas.

-00♦♦♦♦♦♦♦♦♦♦00-

## CAPITULO 2

### USO DE CARTA DE SMITH PARA ADAPTACION DE CARGAS

Partiendo de la suposición de que el lector ya conoce el principio de construcción de las cartas Smith (figura 2-1) y ya las ha empleado en el caso de adaptación de impedancias en guías de onda, es que se detallará el procedimiento de uso para la adaptación en el caso de diseño de Amplificadores de RF. No obstante haremos un repaso de las formas elementales de trabajo.

Smith Chart

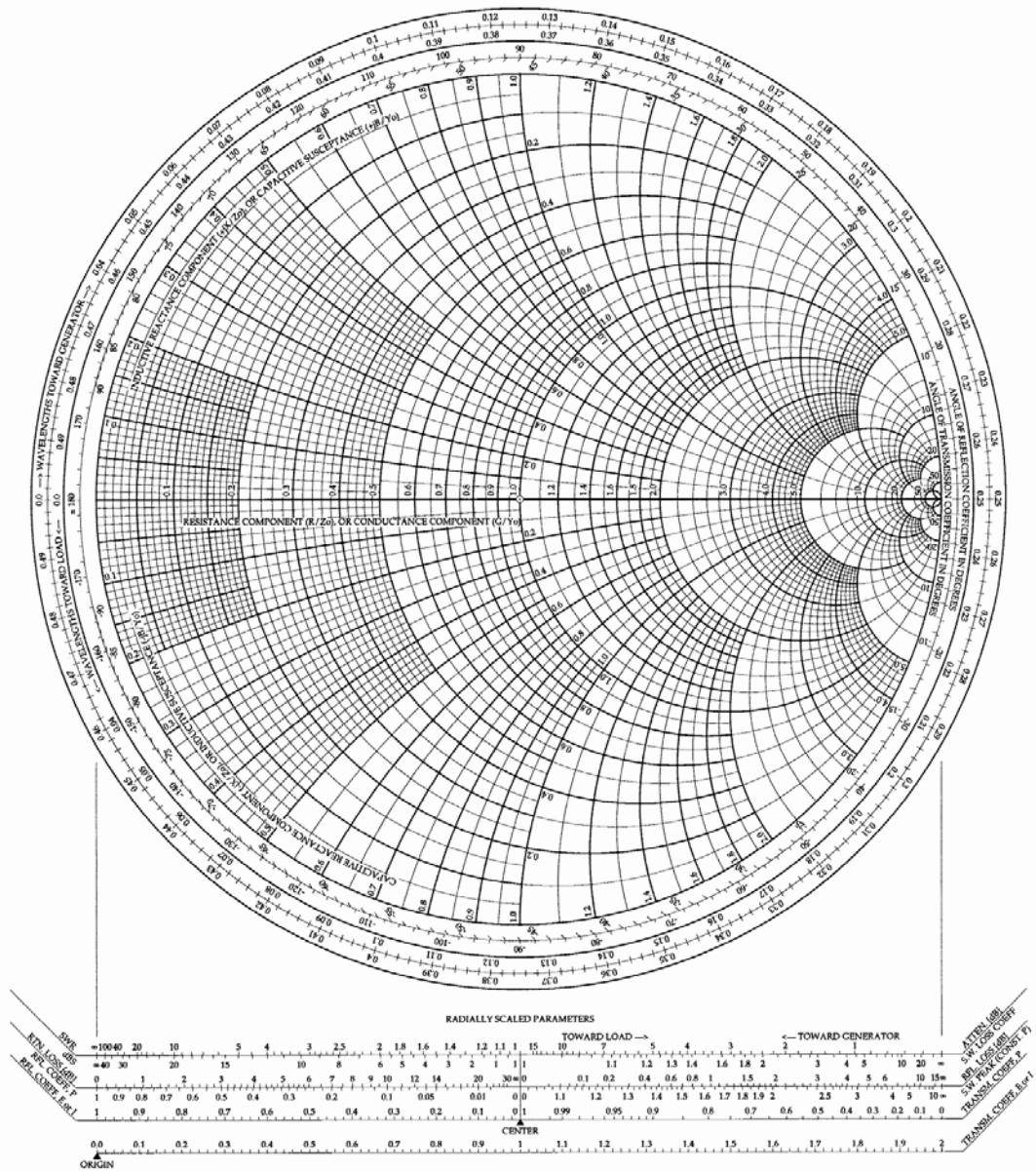


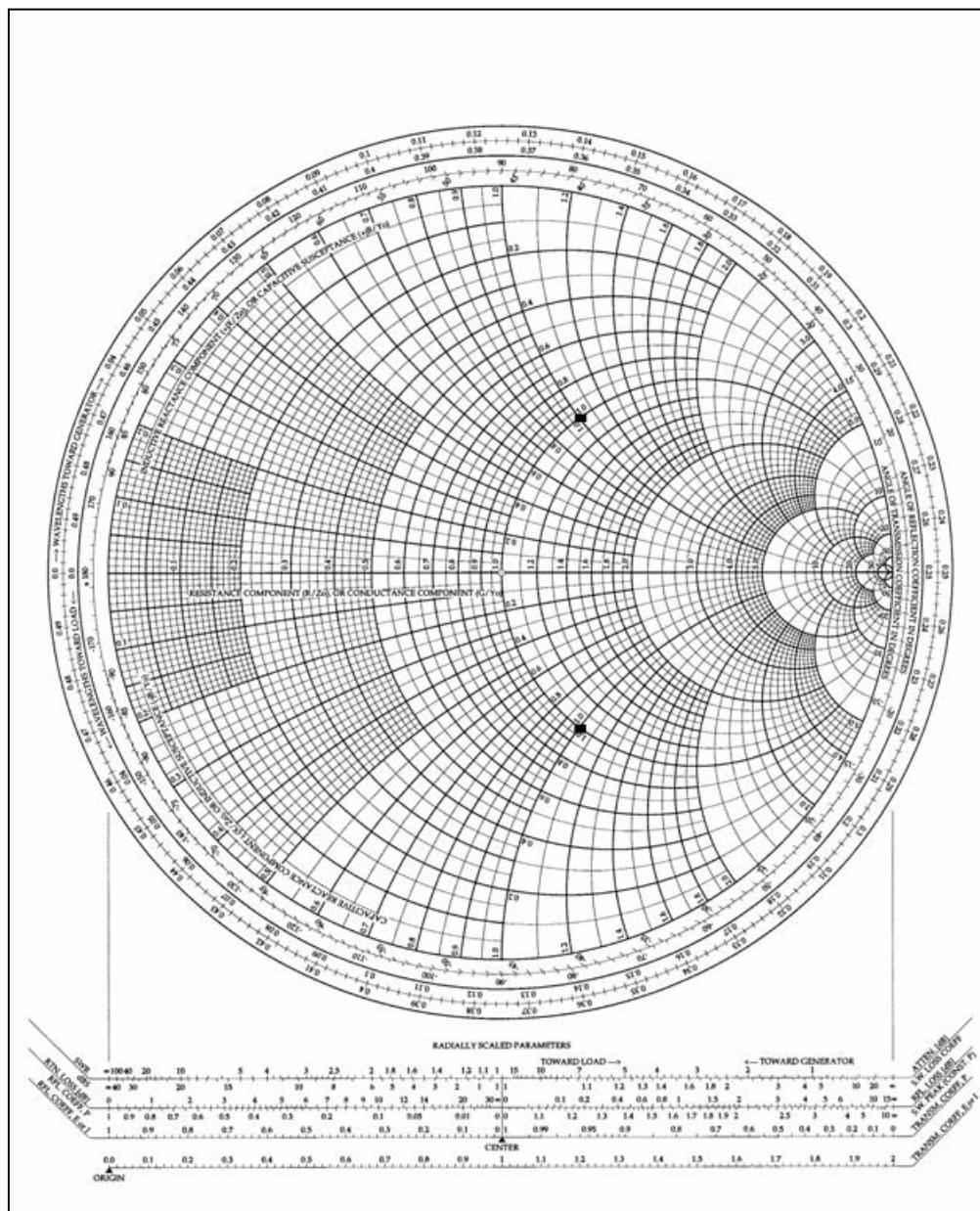
Figura 2-1: Carta de Smith de impedancia o admitancia

## Graficación de valores de impedancia

Cualquier punto de la carta de Smith representa una impedancia compuesta por una resistencia más una reactancia en serie del tipo  $R+jx$ , por lo tanto para representar una impedancia  $Z=1+j1$  nos moveremos en el círculo de resistencia 1 hasta interceptar el círculo de reactancia 1 inductiva por ser positivo el término imaginario. Si la impedancia a graficar es  $Z=1-j1$ , nuevamente nos moveremos sobre el círculo de  $R=1$  hasta interceptar el círculo de reactancia capacitiva por ser negativo el término imaginario. Ambos casos están ejemplificados en la figura 2-2. De esta forma podemos ubicar cualquier impedancia serie tomando el círculo R constante y luego determinamos la intersección con el círculo constante jX en el semicírculo superior cuando es positiva o en el semicírculo inferior si es negativa.

$$Z = 1 + j 1$$

$$Z = 1 - j 1$$



Fifura 2-2:Carta de Smith para Impedancia

Como puede observarse en el gráfico de Smith no están representadas todas las curvas para cada valor posible, por lo tanto se deberá interpolar los valores correspondientes. Es por esto que los resultados obtenidos no serán exactos por contener un error de apreciación. Si se tiene un poco de cuidado en la estimación de la interpolación estos errores serán despreciables a los fines prácticos ya que la tolerancia de los valores de los elementos circuitales a usar poseen una magnitud mucho mayor.

En la figura 2-3 se han graficados los puntos correspondientes a siete impedancias, una resistiva pura, tres con reactancia capacitiva en la parte inferior y tres de reactancia inductiva en la parte superior.

$$Z = 0,2 + j 0,5$$

$$Z = 0,4 - j 0,3$$

$$Z = 0,9 + j 1,2$$

$$Z = 0,1 - j 1,2$$

$$Z = 2,5 + j 3,1$$

$$Z = 4,5 - j 5,0$$

$$Z = 0,15 + j 0$$

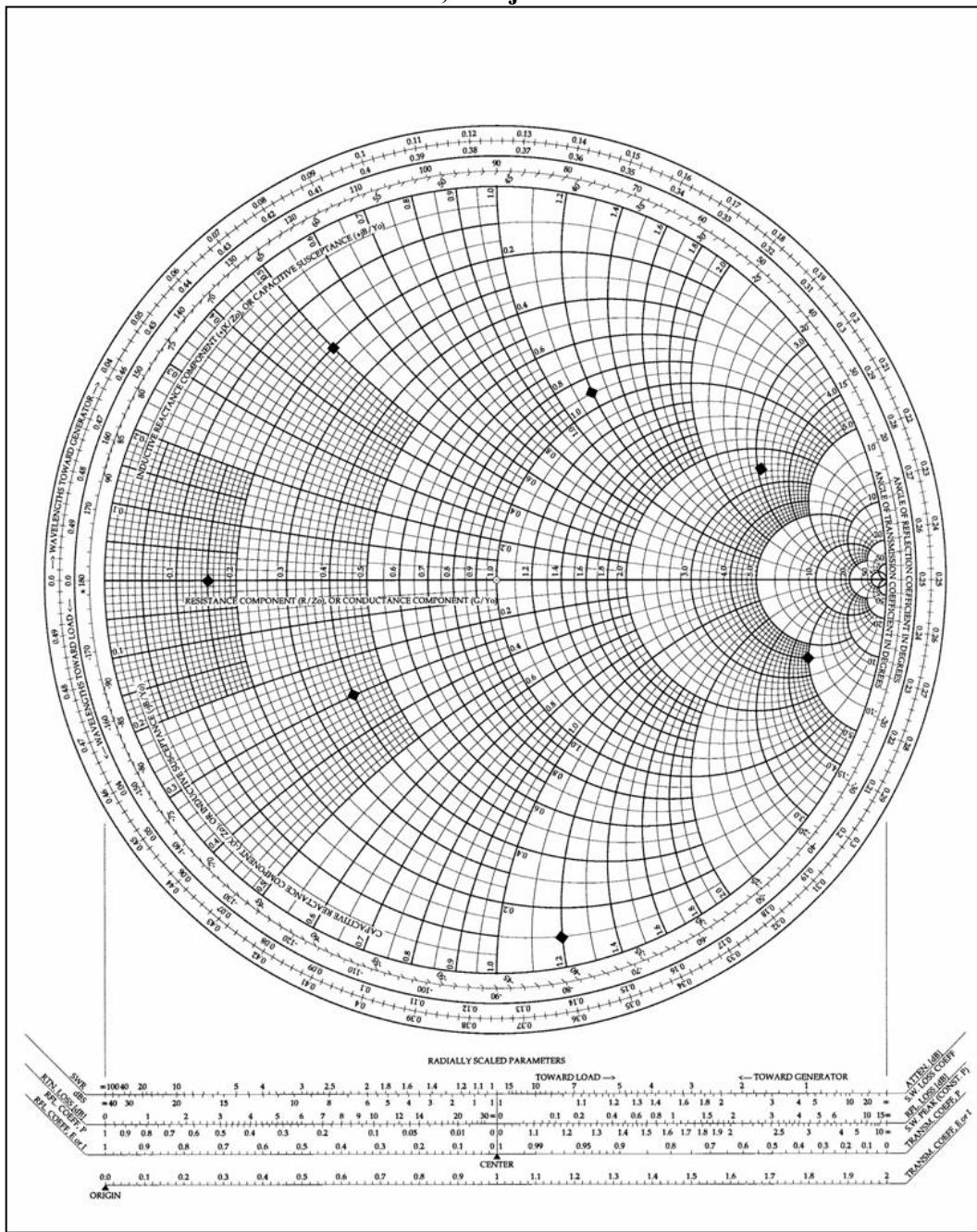


Figura 2-3: Ubicación de impedancias en la carta de Smith

Como podemos apreciar todas corresponden a valores muy pequeños, ya que nos será difícil graficar una impedancia de  $Z=100+j150\Omega$  por corresponder a círculos constantes que se encuentran apretujados en el extremo derecho de la carta. Para poder operar con valores grandes de impedancia, debemos normalizar los valores dividiendo por un número, que produzca como resultado impedancias normalizadas, que caigan dentro de la zona central de la carta. Si al valor anterior lo dividimos por 100, esto nos dará una reactancia normalizada de  $Z=1+j1.5$ .

Una vez que se realizó la normalización de la carta, todas las impedancias a graficar deben ser divididas por el número elegido para la normalización.

$$\begin{aligned} Z &= Z_1 + Z_2 = 0,5 + j 0,8 - j 1,2 \\ &= 0,5 - j 0,4 \end{aligned}$$

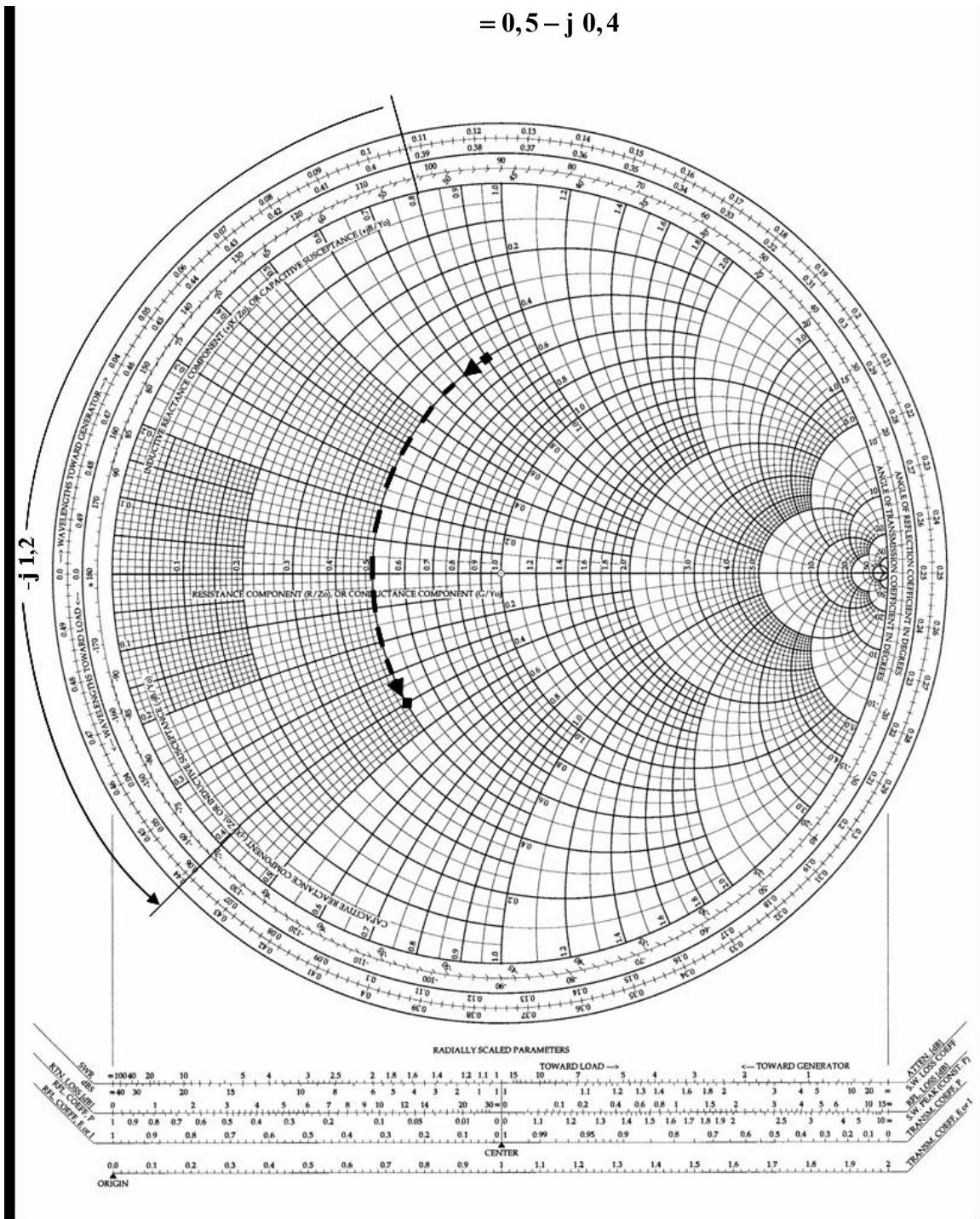


Figura 2-4: Suma de impedancias con carta de Smith

## Manipulación de impedancias sobre la Carta de Smith

Cuando se requiere sumar una reactancia de  $-j 1,2\Omega$  a una impedancia de  $Z=0,5+j 0,8$  procederemos matemáticamente

$$Z = 0,5 + j 0,8 - j 1,2 = 0,5 - j 0,4\Omega$$

Utilizando el método gráfico sobre la carta de la figura 2-4 partimos de ubicar el valor de la impedancia inductiva  $Z = 0,5 + j 0,8$ , luego sobre el círculo de resistencia constante 0,5 nos moveremos hacia abajo una distancia equivalente a  $x = -j 1,2$ . Con esto llegaremos al punto de  $Z = 0,5 - j 0,4$  la cual representa una reactancia capacitativa. De manera similar cuando tenemos que agregar

$$\begin{aligned} Z = Z_1 + Z_2 &= 0,4 - j 1,1 + j 1,5 \\ &= 0,4 + j 0,4 \end{aligned}$$

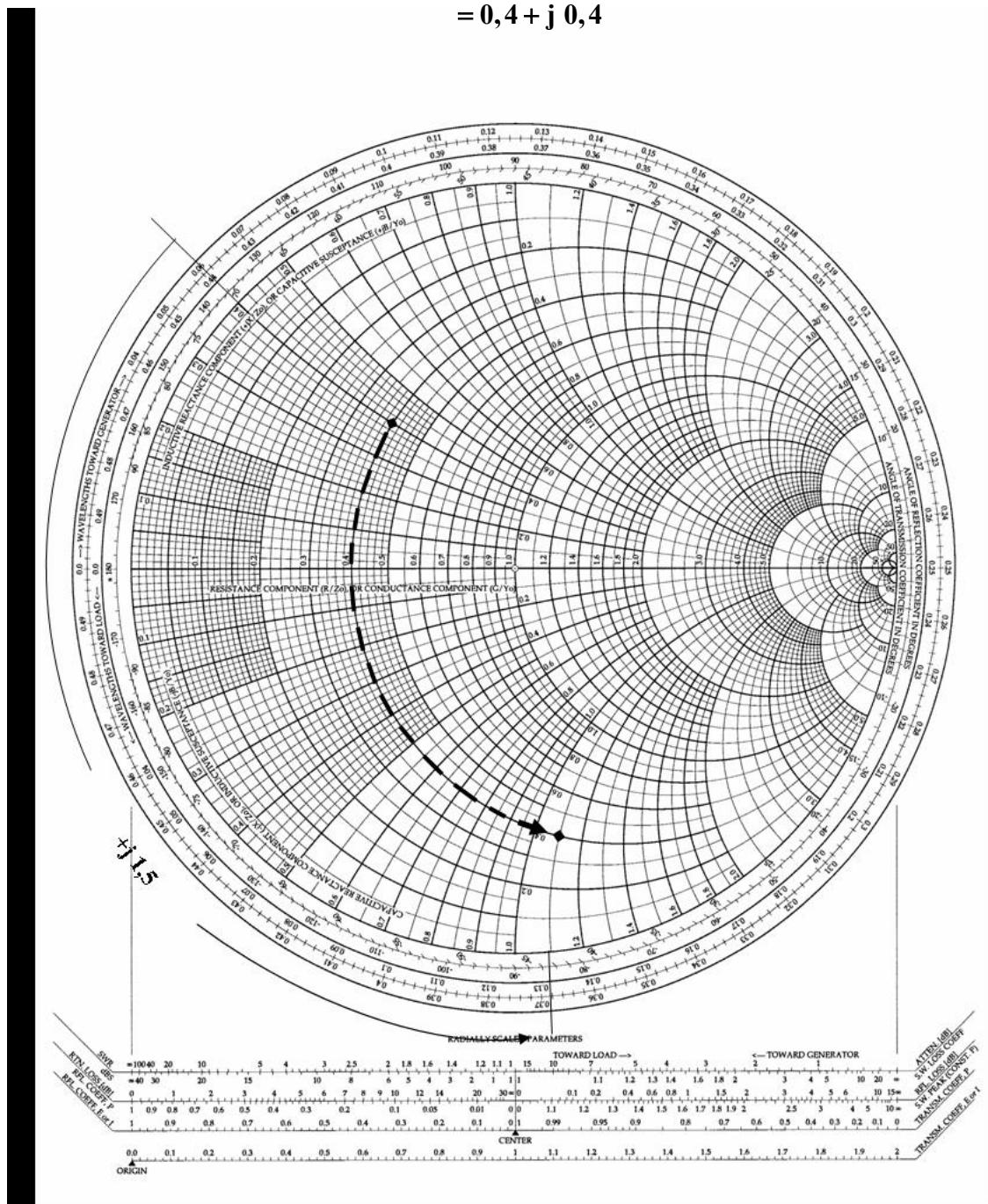


Figura 2-5: Suma de impedancias

una inductancia en serie con una impedancia dada procederemos como observamos en la figura 2.5 donde por ser ésta una inductancia en serie lo que agregamos, nos moveremos sobre el círculo de R constante hacia arriba la distancia correspondiente  $a$  al valor de la inductancia. En este ejemplo partimos de una impedancia de  $Z=0,4 - j 1,2$  a la cual le agregamos en serie una reactancia de  $+j 1,7$ . Esto dará una impedancia resultante

$$Z = 0,4 - j 1,2 + j 1,7 = 0,4 + j 0,5$$

Como regla general la suma de una inductancia en serie implica un desplazamiento hacia arriba sobre el círculo de resistencia constante, mientras que el agregar una capacitancia en serie corresponde un desplazamiento hacia abajo sobre el círculo de R constante.

### Conversión de Impedancia a Admitancia

Aunque la carta de Smith está constituida como una familia de coordenadas de impedancia, podrá usarse como convertidora de impedancia a admitancia o viceversa. En términos matemáticos, una admitancia es simplemente la inversa de una impedancia

$$Y = \frac{1}{Z} \quad 2-1$$

donde Y contiene tanto la parte real e imaginaria, lo mismo que para la impedancia Z

$$Y = G \pm j B \quad 2-2$$

donde G es la conductancia en mhos y B es la susceptancia en mhos.

Para encontrar la inversa de una impedancia de la forma  $Z=R+jX$  por medio de la carta de Smith partiremos de realizar primero matemáticamente la inversión por medio de la ecuación 2-1, y luego graficaremos el resultado sobre la carta para ver como las dos funciones están relacionadas. Partiendo de una impedancia  $Z=1+j1$  obtendremos su impedancia

$$Y = \frac{1}{1 + j 1} = \frac{1}{1,414 \angle 45^\circ} = 0,707 \angle -45^\circ = 0,5 - j 0,5 \text{ mho} \quad 2-3$$

Si graficamos ahora los puntos  $Z=1+j1$  é  $Y=0,5-j 0,5$  en la carta de Smith (figura 2-6) podemos observar la relación gráfica que existe entre ellas. Como podemos apreciar los dos puntos son colocados a exactamente la misma distancia (d) desde el centro de la carta pero en dirección opuesta ( $180^\circ$ ) una de otra. Esta relación se mantiene para cualquier valor de impedancia o su inversa.

Otra posibilidad de obtener el mismo resultado es por medio de superponer las cartas de impedancia y admitancia giradas en  $180^\circ$  una respecto de la otra, tal como observamos en la figura 2-7. En este gráfico podemos observar con línea llena a las coordenadas de la impedancia, mientras que en línea de trazos observamos las coordenadas de la admitancia cuyos valores son los calculados en 2-3.

Debemos recordar, que debido a la rotación de  $180^\circ$  de la carta para obtener las coordenadas de admitancia, la parte superior representa la susceptancia negativa ( $-jB$ ) la cual es inductiva, mientras que la mitad inferior de la carta de admitancia representa una susceptancia positiva ( $+jB$ ), la cual es capacitiva.

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{1+j1} = 0.5 - j 0.5 \Omega^{-1}$$

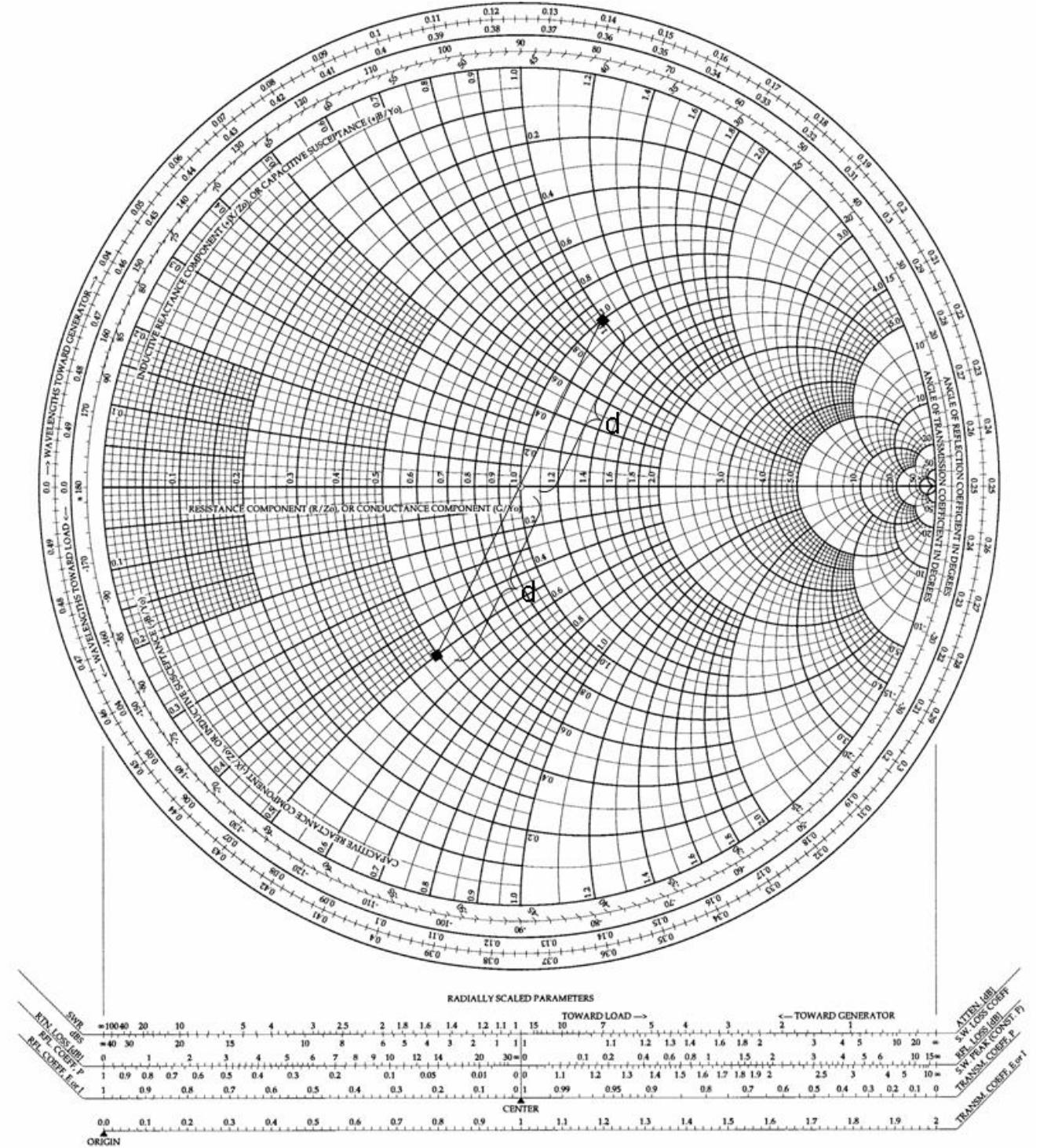


Figura 2-6: Simetría de la carta de Smith

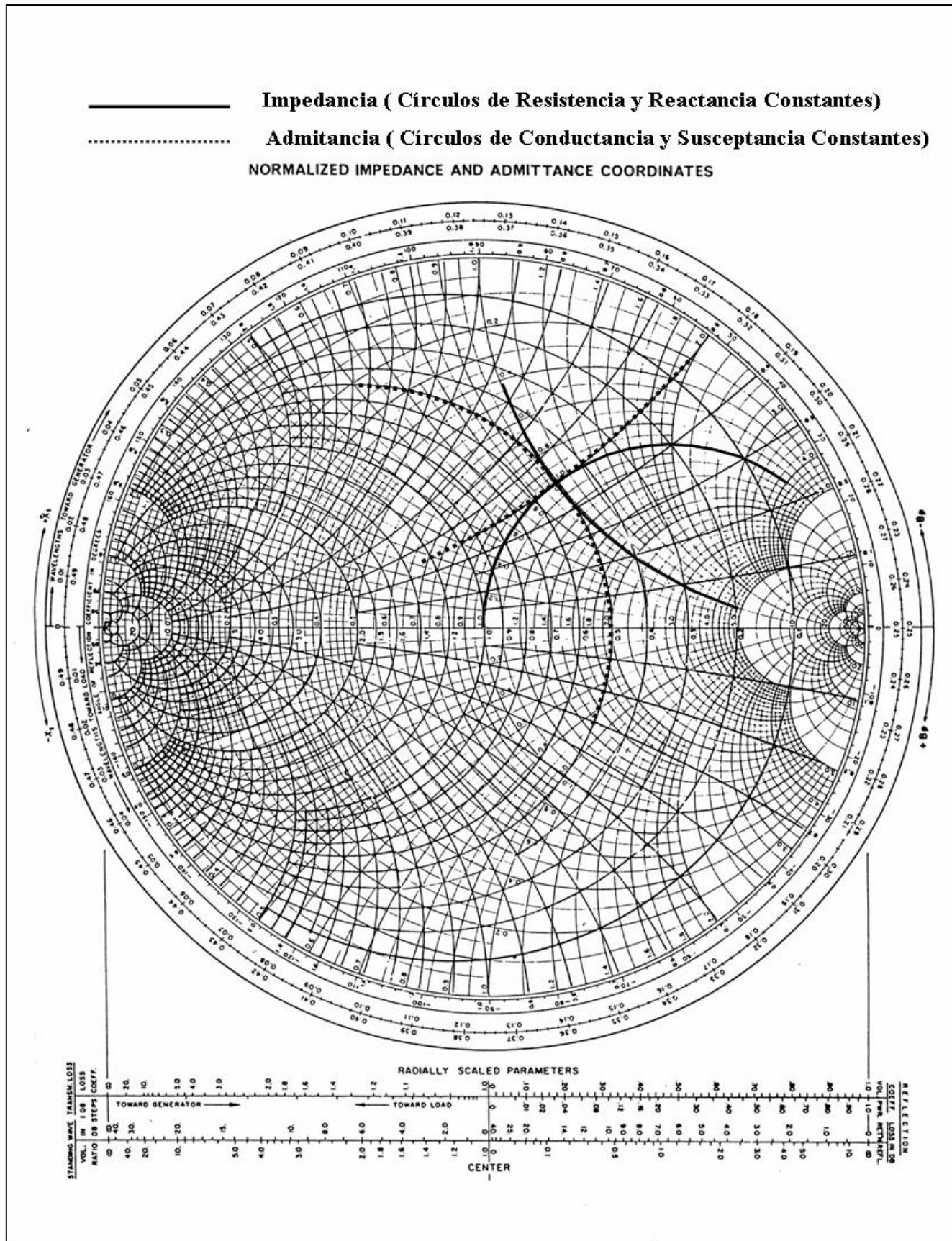


Figura 2.7: Carta de Smith Compuesta Impedancia y Admitancia

La carta superpuesta de la figura 2-7 es lo más usual para la mayor parte del método que veremos más adelante, pero previamente trabajaremos con la carta de admitancia a los efectos de familiarizarnos con su uso.

### Manipulación de la admitancia sobre la carta

De la misma forma que en la carta de impedancia se trabaja con la suma de impedancias en serie, en la carta de admitancia trabajaremos con el agregado de admitancias en paralelo.

$$Y = Y_1 + Y_2 = 0,3 - j 0,7 + j 1,2 = 0,3 + j 0,5$$

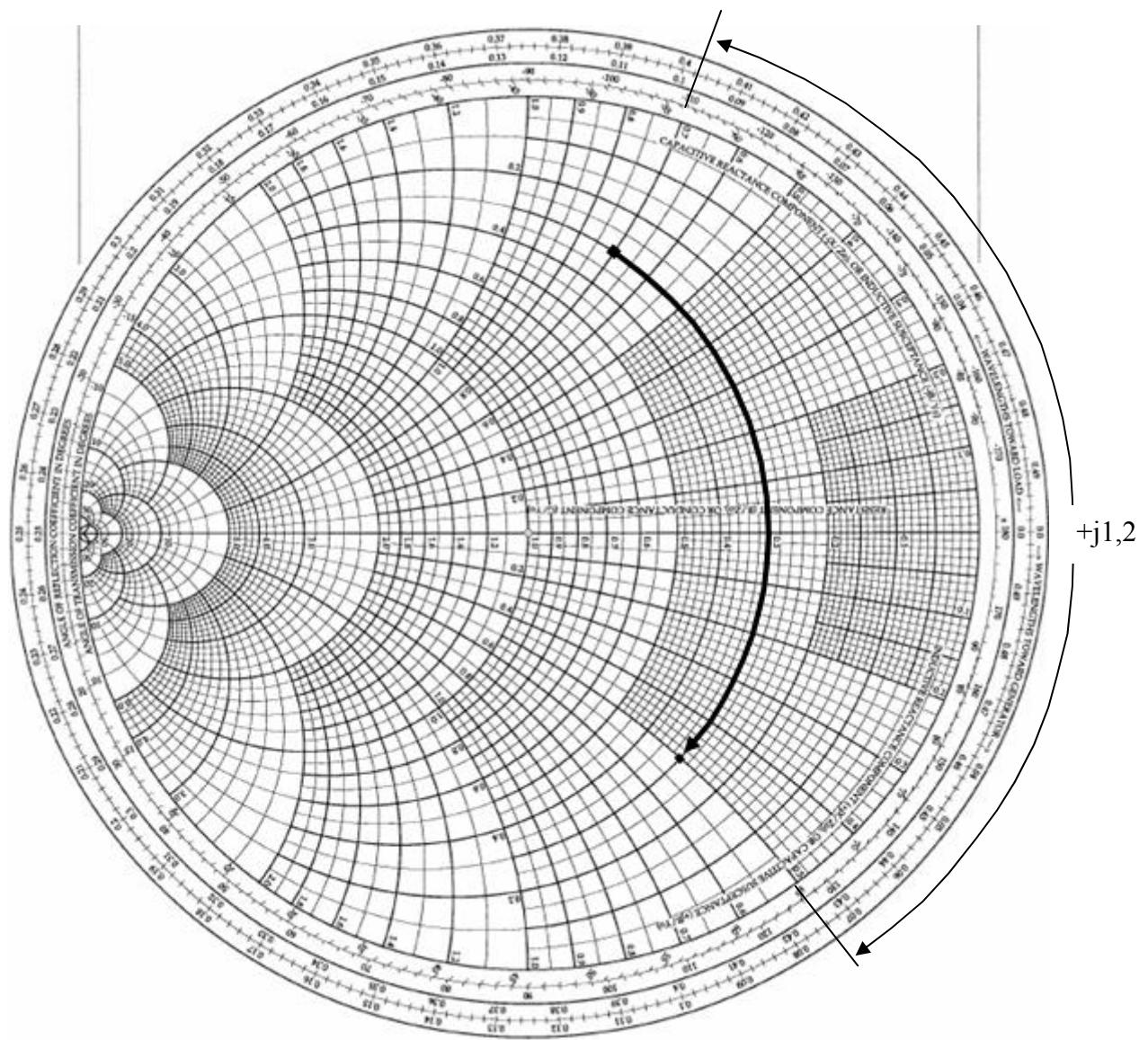


Figura 2-8: Suma de admitancia capacitiva en paralelo

Lo que podemos apreciar en la figura 2-8, donde hemos agregado un capacitor en paralelo a la admitancia  $Y=0,3-j 0,7$  mho, cuyo valor de susceptancia es de  $+j 1,2$  mho, está expresado matemáticamente por

$$Y = 0,3 - j 0,7 + j 1,2 = 0,3 + j 0,5 \text{ mho} \quad 2-4$$

En la carta de admitancia (figura 2-8) primero ubicamos la admitancia  $Y=0,3-j 0,7$  mho que es inductiva en la intersección del círculo de conductancia constante 0,3 mho con la coordenada de susceptancia inductiva constante  $B=-j 0,7$  mho. Luego, al agregar en paralelo el capacitor de susceptancia  $B=+j 1,2$  mho nos moveremos sobre el círculo de conductancia 0,3 desplazándonos en sentido horario la cantidad  $+j 1,2$  con lo que nos habremos situado en el punto de susceptancia capacitiva de  $+j 0,5$ , lo cual coincide con el cálculo de la ecuación 2-4.

$$Y = Y_1 + Y_2 = 0,5 + j 1,0 - j 1,5$$

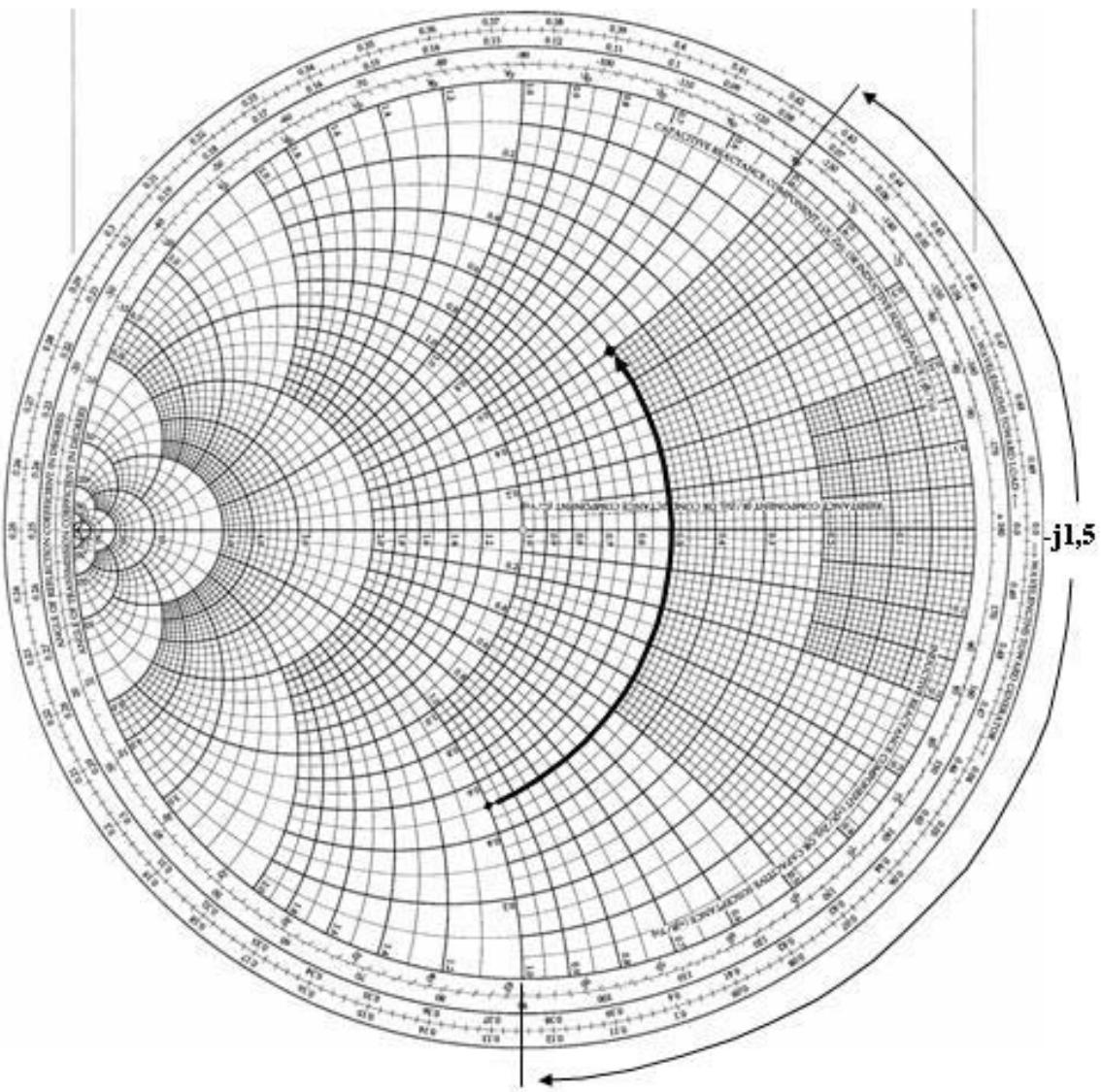


Figura 2-9: Suma de admitancia inductiva en paralelo

De manera similar cuando se requiere agregar en paralelo un inductor nos moveremos sobre el círculo de conductancia constante en sentido antihorario una distancia dada por el valor de la susceptancia inductiva  $-jB$ . En la figura 2-9 se puede observar que a una admitancia de  $Y=0,5+j 1,0$  le sumamos en paralelo una susceptancia inductiva  $B= -j 1,5$  mho, con lo cual obtenemos un valor total de admitancia de  $y=0,5-j 0,5$  mho.

Si ahora nuevamente pasamos a las cartas de impedancia y admitancia superpuestas tal la de la figura 2-10, donde si observamos previamente lo sucedido en las figuras 2-4, 2-5, 2-8, 2-9 y retornamos a la figura 2-10, en ésta veremos gráficamente las direcciones en las cuales debemos moverenos sobre las coordenadas de impedancia y admitancia de acuerdo al tipo de componente que agregaremos a la impedancia o admitancia existente.

### Sentido de rotación de elementos serie o paralelo

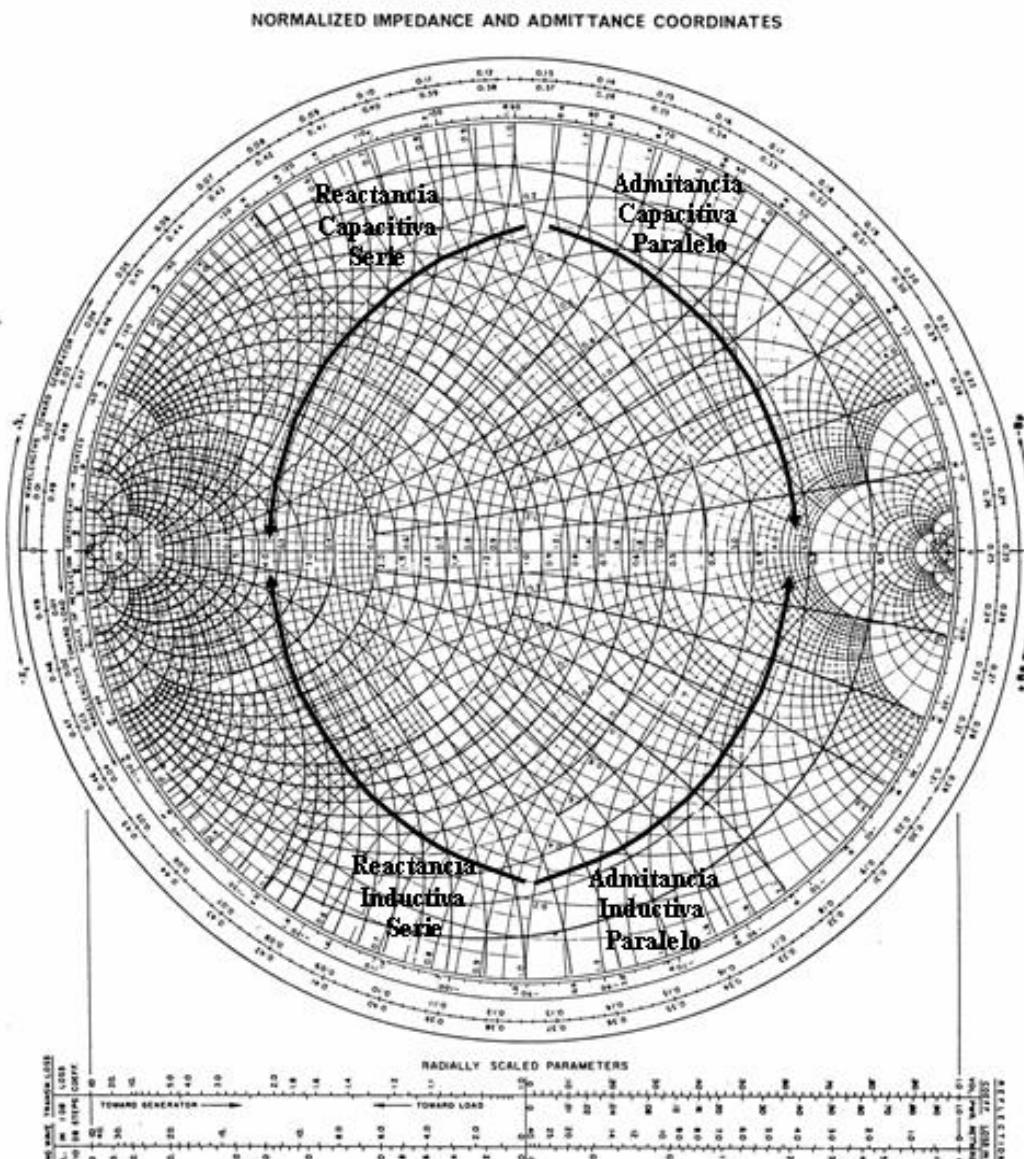


Figura 2-10: Carta de Smith compuesta con indicación de sentidos de giro

**Ejemplo 2-1:**

Debemos encontrar la impedancia  $Z$  que presenta el circuito de la figura 2-11.

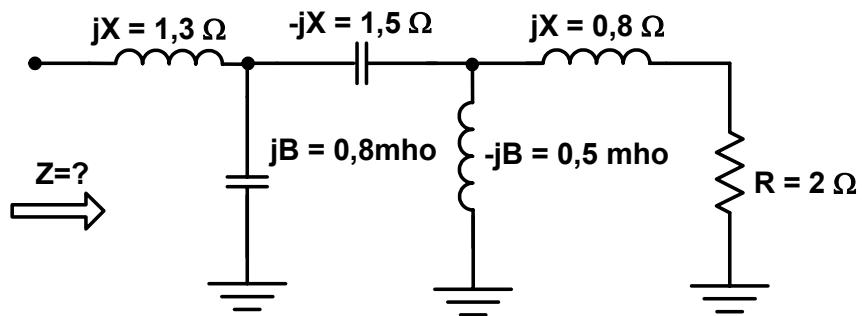


Figura 2-11

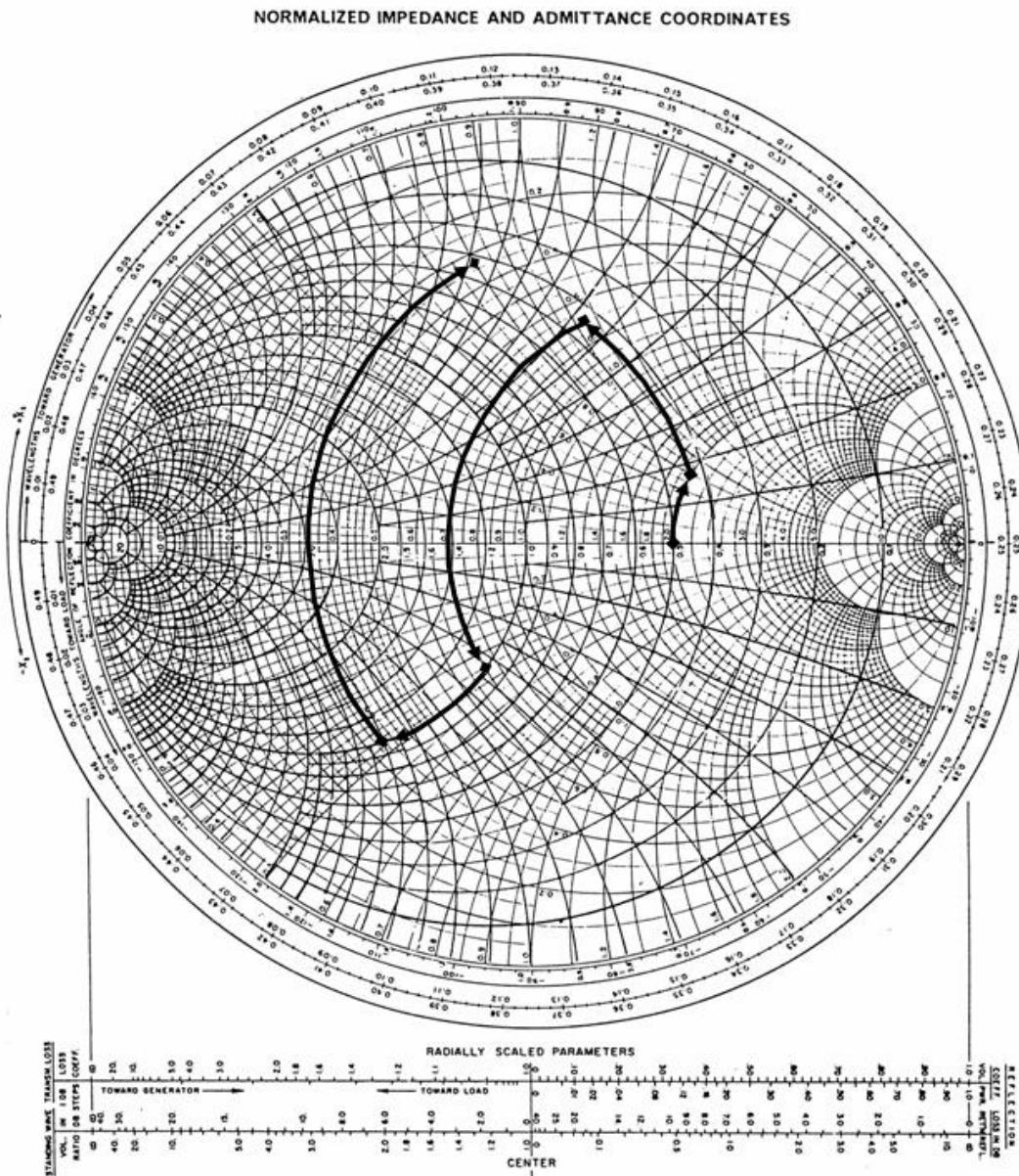


Figura 2-12 : Determinación gráfica de la red

Cátedra de Electrónica Aplicada III

Facultad Regional Bahía Blanca - Universidad Tecnológica Nacional

Los valores de los componentes de la red se dan como impedancias y admitancias a los efectos de simplificar los cálculos y de acuerdo a los requerimientos de conexión serie o paralelo.

Como se aprecia en la figura 2-12, podemos, por medio de la carta combinada de impedancia y admitancia, resolver sin un solo cálculo el problema planteado.

Para lograr ésto primero abrimos el circuito en los elementos que se conectan en serie y luego en paralelo, como se muestra en la figura 2-13.

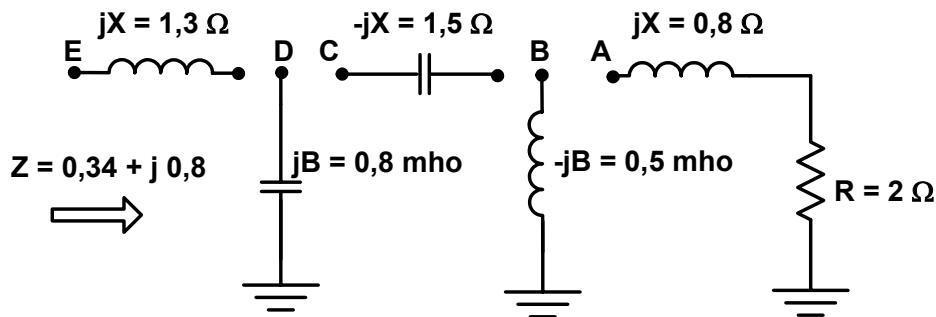


Figura 2-13: Red de adaptación para el gráfico de la figura 2-12

Ahora pasamos a la carta donde primero ubicamos el punto A que corresponde a la impedancia  $Z_A = 2+j 0,8\text{ohms}$ ; como a esta impedancia le tenemos que agregar un inductor en paralelo, pasamos a considerar al punto A como admitancia, donde podemos observar que

$$\frac{1}{Z_A} = Y_A = 0,43 - j 0,18 \quad 2-5$$

ahora nos movemos sobre la curva de conductancia constante de  $0,43\text{ mho}$  en sentido anti-horario por ser un inductor en paralelo el que agregamos en el punto B. El desplazamiento será de  $-j 0,5$ . Esto nos dà una impedancia del punto B a la cual le agregamos en serie una capacidad de reactancia  $-j 1,5$ . Como es serie ahora nos moveremos sobre el círculo de resistencia constante correspondiente al valor adquirido en el punto B desplazándonos en sentido anti-horario por ser una reactancia capacitiva en un valor de  $-jX=1,5$ . Esto da el punto C al que le agregamos en paralelo una capacidad  $+jB=0,8$ . Por lo tanto nos movemos sobre el círculo de conductancia constante correspondiente al punto C en sentido horario por ser susceptancia capacitiva y en un valor  $+jB=0,8$ . Esto nos dà el punto D que ahora tomaremos como impedancia ya que le debemos adicionar un inductor en serie. Por lo tanto nos movemos en sentido horario sobre el círculo de resistencia constante correspondiente al punto D desplazándonos una cantidad de  $+jB=1,3$ . Con esto habremos logrado el punto E que corresponde al valor de la impedancia de entrada Z que estábamos buscando.

$$Z = 0,34 + j 0,85 \Omega \quad 2-6$$

### Adaptación de impedancias usando la carta de Smith

Debido a la facilidad con que se puede agregar componentes en serie o paralelo a una red de tipo escalera utilizando la carta de Smith, manteniendo en forma visual los valores de entrada de la red, nos permitirá utilizarla para la adaptación de impedancias.

Dadas las impedancias de entrada y de carga, el procedimiento a seguir es el de graficar la impedancia de carga para luego ir agregando elementos en serie o paralelo, tal el procedimiento del ejemplo 2-1, hasta alcanzar la impedancia de entrada deseada.

## Adaptación con dos elementos

El diseño de una red de dos elementos es fácil de realizar matemáticamente por medio del método dado en el capítulo 1. Sin embargo, a los efectos de clarificar el método gráfico, comenzaremos a estudiar el procedimiento con una red simple para la adaptación de impedancia por medio de la carta de Smith.

Como anteriormente comentamos, a los efectos de poder usar la carta de Smith con facilidad, debemos normalizar los valores de los componentes para que adquieran valores adecuados y centrados en la carta. Por ésto, previamente al uso de la carta, debemos emplear las siguientes ecuaciones de normalización:

- Para un componente capacitivo serie:

$$C = \frac{1}{\omega \cdot X \cdot N} \quad 2-7$$

- Para un componente inductivo L serie:

$$L = \frac{X \cdot N}{\omega} \quad 2-8$$

- Para un componente capacitivo C paralelo:

$$C = \frac{B}{N \omega} \quad 2-9$$

- Para un componente inductivo L paralelo:

$$L = \frac{N}{\omega \cdot B} \quad 2-10$$

donde

$$\omega = 2\pi f$$

X = la reactancia leída en la carta

B = la susceptancia leída en la carta

N = número usado para normalizar las impedancias originales que deben ser adaptadas.

Las ecuaciones indicadas 2-7 a 2-10, pueden usarse tanto para susceptancia como para reactancia antes de la normalización de las impedancias, ya que las ecuaciones son válidas en ambos casos. Solamente, lo único a tener en cuenta es que debemos leer el valor de susceptancia para componentes en paralelo o reactancia para componentes en serie directamente de la carta, luego colocar estos valores en las ecuaciones que corresponda para obtener el valor del componente.

### Ejemplo 2-2:

Se desea diseñar por medio de la carta de Smith una red de adaptación de dos elementos. La impedancia de la fuente es de  $50+j10$  ohms mientras que la impedancia de carga es de  $150-j50$  ohms a una frecuencia de 50 MHz. Por otra parte, la red de adaptación debe actuar como un filtro pasa bajo entre la fuente y la carga.

**Solución:** Desde el punto de vista de la máxima transferencia de potencia, se requiere que el generador vea su impedancia compleja conjugada, lo mismo que para el caso de la carga que tendrá que ver hacia el generador su conjugada. Por lo tanto, debemos forzar a los  $150-j\ 50$  ohms de carga a verse como  $50-j\ 10$  ohms a los bornes de fuente.

### Adaptación de impedancia

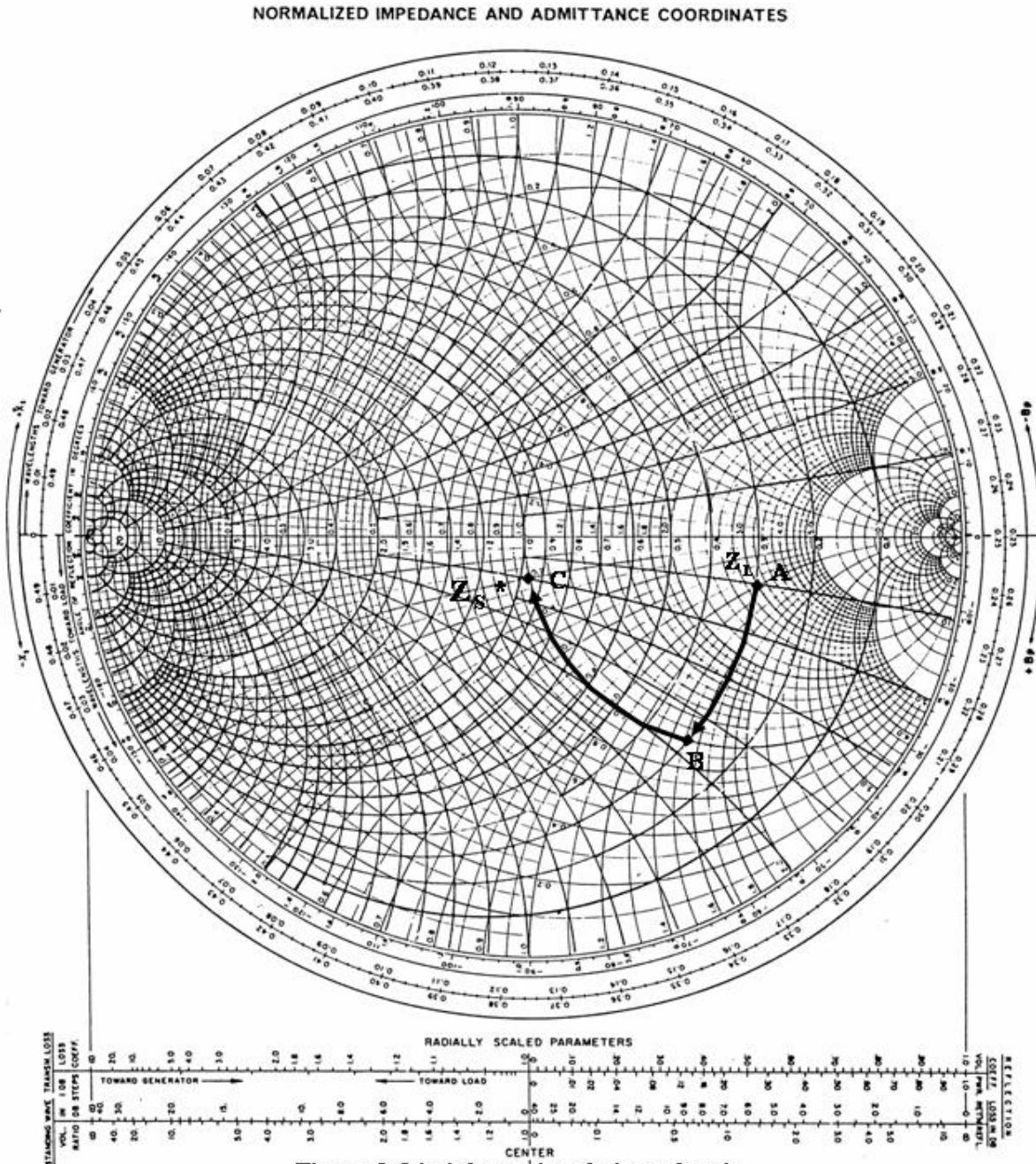


Figura 2-14: Adaptación de impedancia

Como podemos observar los valores de la carga como los de la fuente son grandes para manipularlos en la carta, sin antes normalizarlos. Dados los valores presentados, vemos conveniente usar un número  $N=50$  para normalizar. Para el conjugado de la fuente será:

$$Z_{SN}^* = \frac{Z_s^*}{N} = \frac{50 - j 10}{50} = 1 - j 0,2\Omega$$

la carga será:

$$Z_{LN} = \frac{Z_L}{50} = \frac{150 - j 50\Omega}{50} = 3 - j 1\Omega$$

con estos valores normalizados ubicamos los puntos correspondientes en la carta de Smith de la figura 2-14 donde el punto A es la  $Z_{LN}$  normalizada de la carga y el punto C es la normalizada de la compleja conjugada de la carga  $Z_{SN}$ .

Como existe también el requerimiento de que la red adaptadora trabaje como filtro pasa bajo, nos obliga a usar una inductancia en serie y un capacitor en paralelo. La única forma de alcanzar desde A al punto C que cumpla los requerimientos de impedancia es la forma indicada en la figura 2-14. Como la carga toma un capacitor en paralelo nos movemos sobre el círculo constante de conductancia en el sentido horario hasta que intercepte el círculo de resistencia constante correspondiente al punto C que corresponde al conjugado del generador. Esto corresponde puesto que al unir C con el resto del circuito, lo hacemos en serie con el inductor. La intersección de ambos círculos da el punto B que es el que tomamos como referencia para determinar los valores de susceptancia capacitiva (tramo AB)  $+jB=0,37$  mho y el de reactancia inductiva (tramo BC)  $+jX=1,33$  ohms.

El capacitor en paralelo se lee en la carta de Smith como una susceptancia pudiéndose obtener la reactancia directamente empleando la inversa de la susceptancia.

$$X_C = \frac{1}{+j B} = \frac{1}{j 0,37\text{mho}} = -j 2,7\Omega$$

para completar la red ahora debemos desnormalizar todos los valores de impedancia multiplicando por  $N=50$

$$X_L = 1,33\Omega \times 50 = 66,5\Omega$$

$$X_C = 2,7\Omega \times 50 = 135\Omega$$

para obtener los valores de los componentes utilizamos las ecuaciones 2-7 a 2-10

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{66,5}{2\pi \cdot (50 \times 10^6)} = 212\text{nH}$$

$$C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{2\pi \cdot (50 \times 10^6) \times 135} = 23,6\text{pf}$$

por lo tanto el circuito quedará como vemos en la figura 2-15

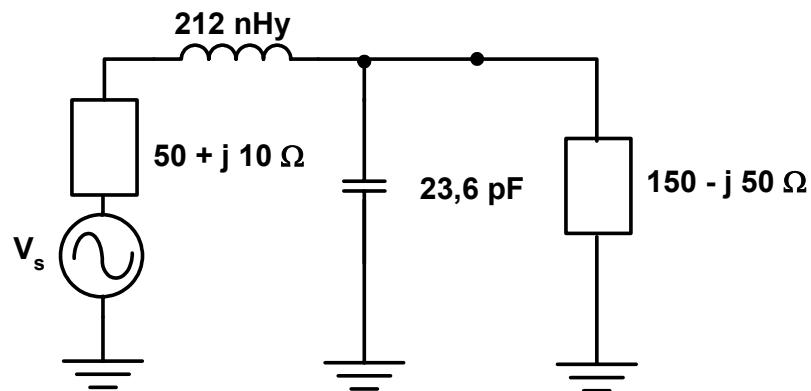


Figura 2-15

### Adaptación de impedancia con tres elementos

Como se recuerda, la diferencia que existe entre una red de tres elementos y una de dos elementos, era que con la primera teníamos la posibilidad de elegir el  $Q$  efectivo de la red. Esto se conseguía debido a la elección de la resistencia virtual adecuada. Pero en la carta de Smith primero, debemos establecer de qué forma podemos representar el  $Q$ .

Como ya se ha visto, el  $Q$  de un circuito de impedancia serie es igual a la relación de su reactancia a su resistencia. Por lo tanto, cualquier punto sobre la carta de Smith posee un  $Q$  perfectamente definido asociado a él.

Alternativamente, para un  $Q$  especificado uno puede encontrar infinitos puntos de la carta que satisfacen este valor de  $Q$ . Por ejemplo, los siguientes valores de impedancia localizados en la carta de Smith poseen un valor de  $Q=5$ .

$$Z_1 = R_1 + j X_1 = 1 \pm j 5$$

$$Z_2 = R_2 + j X_2 = 0,5 \pm j 2,5$$

$$Z_3 = R_3 + j X_3 = 0,2 \pm j 1$$

$$Z_4 = R_4 + j X_4 = 0,1 \pm j 0,5$$

$$Z_5 = R_5 + j X_5 = 0,05 \pm j 0,25$$

Estos valores se los ha graficado en la figura 2-16 formando arcos como se ilustra en la misma. Por lo tanto, cualquier impedancia localizada en estos arcos deberá poseer un  $Q=5$ . Similarmente, se podrán dibujar arcos de otros valores de  $Q$  que empezarán con un  $Q=\infty$  sobre el perímetro de la carta, hasta el valor de  $Q=0$  que se encuentra yacente a la línea central de la carta correspondiente a resistencia pura.

Para el diseño de redes adaptadoras de tres elementos de  $Q$  alto por medio de la carta de Smith, se logra de la misma forma que en el método matemático que fuera descripto anteriormente. Una de las ramas del circuito determinará el  $Q$  de carga de la red, y a partir de esta rama se determinan las características del resto de la red.

**Curvas de Q constante:**  $Q = \frac{X}{R}$

$$\begin{aligned} Z_1 &= 0.2 \pm j 1 ; \quad Z_2 = 0.1 \pm j 0.5 ; \quad Z_3 = 0.5 \pm j 2.5 \\ Z_4 &= 1 \pm j 5 ; \quad Z_5 = 0.05 \pm j 0.25 ; \quad Z_6 = 5 \pm j 25 \end{aligned}$$

NORMALIZED IMPEDANCE AND ADMITTANCE COORDINATES

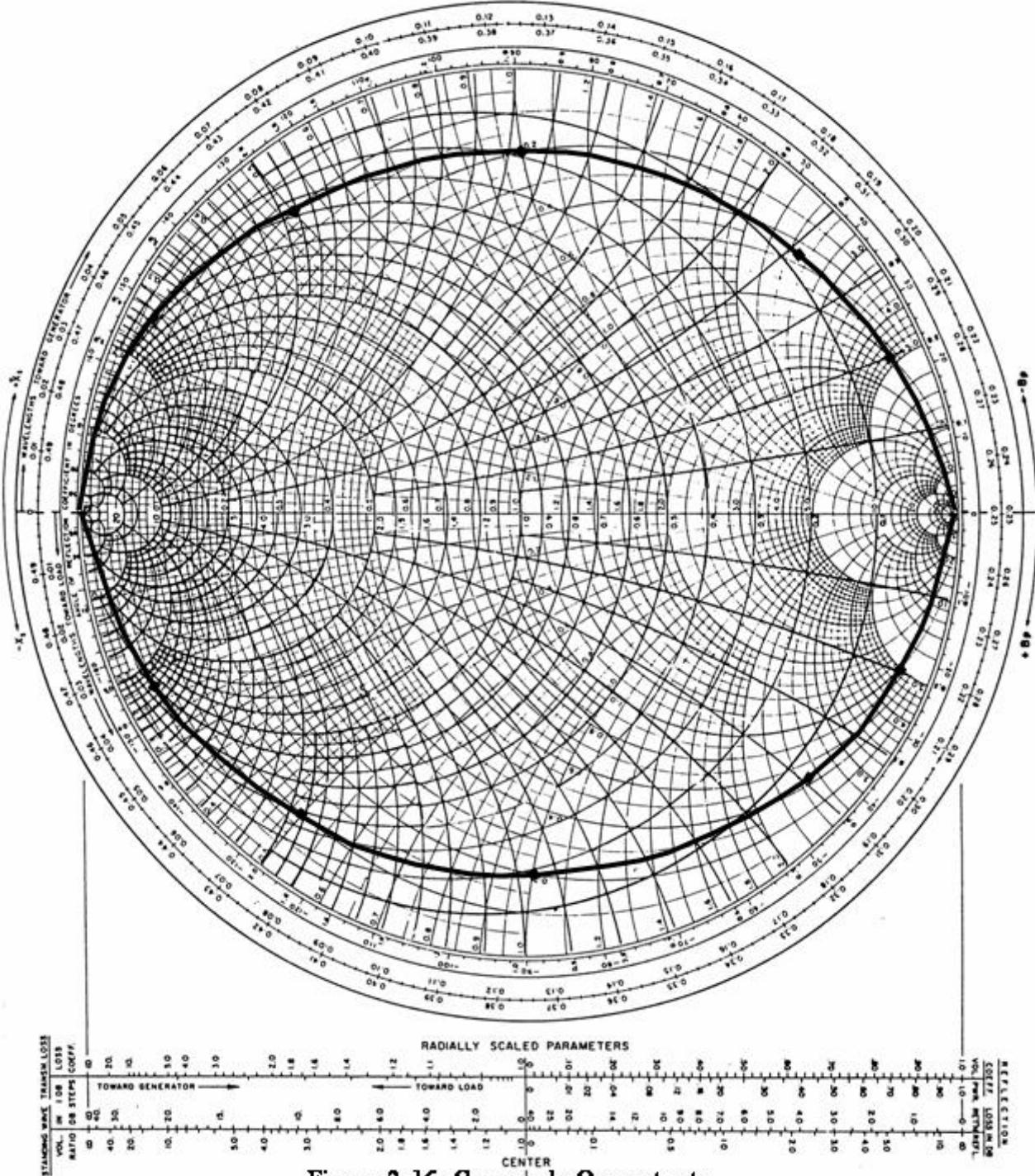


Figura 2-16: Curvas de Q constante

**El procedimiento para el diseño de la red adaptadora de 3 elementos para un Q especificado se define de la siguiente forma.**

- 1º - Graficar los arcos de Q constante para el valor especificado.
- 2º - Graficar los puntos correspondientes a la impedancia de carga y a la conjugada con jugada de la impedancia de generador.
- 3º - Determinar el extremo de la red, el cual se usará para establecer el Q cargado de diseño.  
Para redes T, el extremo a seleccionar es el correspondiente al extremo de menor resistencia, el cual determinará el Q. Para redes  $\pi$  el extremo de mayor resistencia determinará el Q.

#### 4º - Para redes T:

##### con $R_s > R_L$

Nos moveremos sobre el círculo de resistencia constante correspondiente a la carga (elemento serie) hasta interceptar al círculo de Q. La longitud de este movimiento determina el valor del primer elemento. Luego, a partir de este punto, tendremos que encontrar en dos movimientos, el punto de intersección de la curva de conductancia constante (elemento paralelo) que pasa por el punto de intersección con la curva de resistencia constante (elemento serie) que pasa por el punto correspondiente a la conjugada de la impedancia del generador.

##### con $R_s < R_L$

Partiendo del punto de impedancia conjugada  $Z_s$  nos movemos sobre el círculo de resistencia constante hasta interceptar al círculo de Q constante. Este movimiento nos da el valor del elemento serie. Luego tomando el círculo de conductancia constante que pasa por el punto de intersección anterior con el círculo de Q, buscamos la intersección con el círculo de resistencia constante que pasa por  $R_L$ , con lo que habremos determinado los elementos restantes paralelo y serie respectivamente.

#### 5º - Para redes $\pi$

##### con $R_s > R_L$

Partiendo del punto de admitancia de generador nos movemos en el círculo de conductancia constante hasta interceptar el círculo de Q constante determinando un punto I. Luego, a partir del punto de admitancia correspondiente a la carga, nos movemos sobre el círculo de conductancia constante hasta la intersección con el círculo de resistencia constante que pasa por el punto I. Estas dos trayectorias desde el punto I hasta el punto de admitancia de carga, nos darán la reactancia serie y la susceptancia paralelo respectivamente.

##### con $R_s < R_L$

En este caso partimos de la carga, moviéndonos a partir de  $Z_L$  sobre el círculo de conductancia constante G hasta interceptar a la curva de Q constante en el punto I. Este desplazamiento nos da el valor del elemento paralelo a la carga. Ahora buscamos la intersección de las curvas de conductancia constante que pasa por  $Z_s$  con la de resistencia constante que pasa por el punto I. Con estas dos trayectorias habremos determinado los valores de los elementos paralelos de entrada y serie intermedio.

A los efectos de clarificar los métodos indicados precedentemente realizaremos un ejemplo.

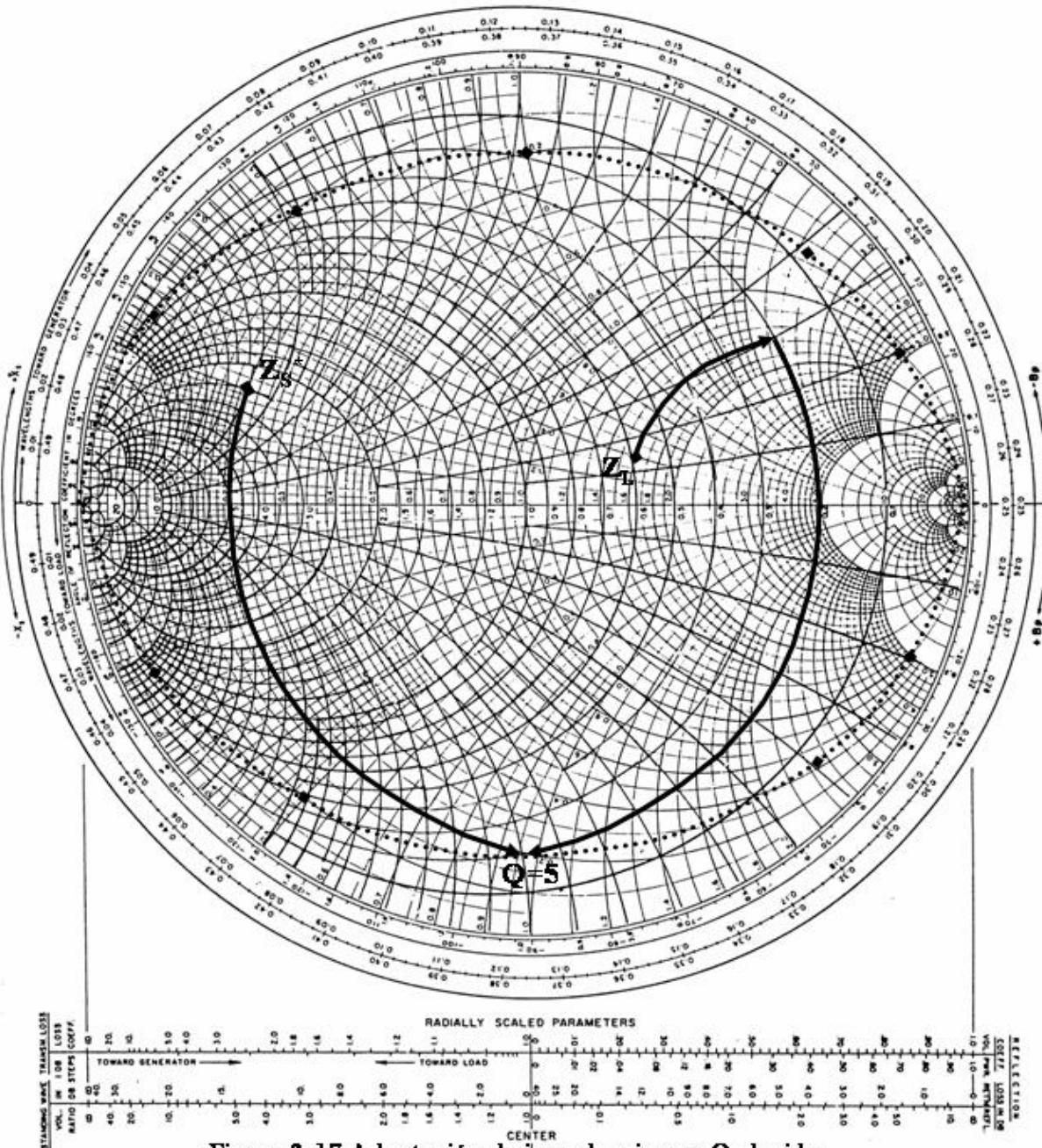
**Ejemplo 2-3:**

Se desea diseñar una red para adaptar una carga resistiva pura de  $Z_L=80 + j20\Omega$  a un generador que presenta una impedancia de  $Z_s=10 - j10$  ohms a una frecuencia de 60 MHz con un Q cargado de 5.

**Adaptación de impedancia con Q elegido: Configuración "T"**

$$Z_s = 0.2 - j 0.2 ; \quad Z_L = 1.6 + j 0.4 ; \quad Z_s^* = 0.2 + j 0.2 ; \quad Q = 5$$

NORMALIZED IMPEDANCE AND ADMITTANCE COORDINATES

**Figura 2-17: Adaptación de impedancia con Q elegido**

Para realizar este diseño primero debemos determinar las líneas de Q constante Q=5 para luego proceder a normalizar los valores de impedancia ya que estos presentan valores muy grandes para la carta de Smith. Como valor práctico en éste caso elegimos un N=50, por lo tanto los valores a utilizar normalizados deben ser:

$$Z_s^* = \frac{10}{50} - j \frac{10}{50} = 0,2 - j 0,2 \Omega$$

$$Z_L = \frac{80 + j 20}{50} = 1,6 + j 0,4 \Omega$$

Para realizar el diseño tomamos la carta de Smith (Figura 2-17). Como debemos realizar una red T de acuerdo al requerimiento del enunciado, y como  $R_s < R_L$ , la terminación de  $R_s$  determinará el Q de carga del circuito. Utilizando lo indicado en el punto 4 donde determinar el método para  $R_s < R_L$ ; primero graficaremos los puntos  $Z_s$  y  $Z_L$ , luego a partir de la curva de  $R_s$  constante nos movemos hasta obtener el punto I de intersección con la curva de Q=5. Luego nos moveremos sobre la curva de conductancia constante que pasa por el punto I hasta interceptar a la curva de resistencia constante que pasa por el punto  $Z_L$ . A partir de estos movimientos tendremos:

Elemento 1= arco AB = elemento serie  $L = j 1,9$  ohms

Elemento 2= arco BI = elemento paralelo  $C = j 1.33$  ohms

Elemento 3= arco IC = elemento serie  $L = j 1,17$  ohms

Usando las ecuaciones 2-7 a la 2-10

Elemento 1 = L serie

$$L_1 = \frac{1,9 \times 50}{2\pi.(60 \times 10^6)} = 252 \text{nH}$$

Elemento 2 = C paralelo

$$C = \frac{1,33}{2\pi.(60 \times 10^6).50} = 70,6 \text{ pF}$$

Elemento 3 = L serie

$$L_2 = \frac{1,17 \times 50}{2\pi.(60 \times 10^6)} = 155 \text{nH}$$

Por lo tanto la red real de adaptación será la siguiente:

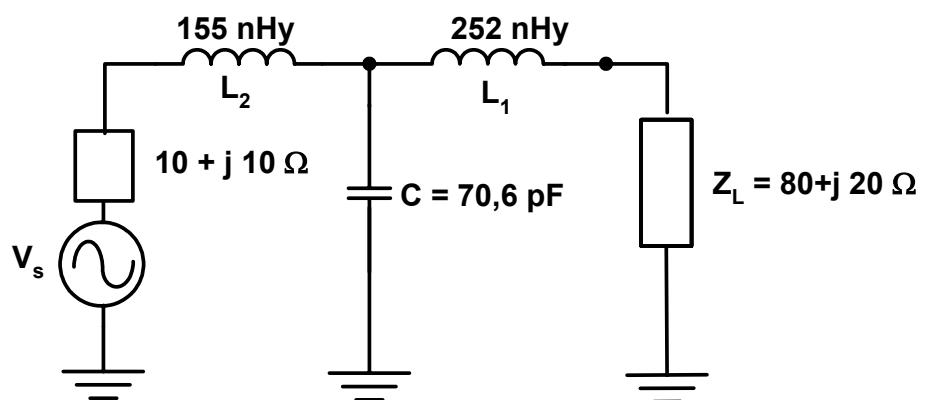


Figura 2-18

## Adaptación con elementos múltiples

Cuando no existen limitaciones para el valor de Q requerido podemos recurrir a más de tres elementos para poder diseñar la red. Por lo tanto debemos diseñar una red escalera. Es aquí donde se pueden apreciar las notables ventajas del diseño con la carta de Smith, ya que presenta infinitas soluciones que facilitan el diseño.

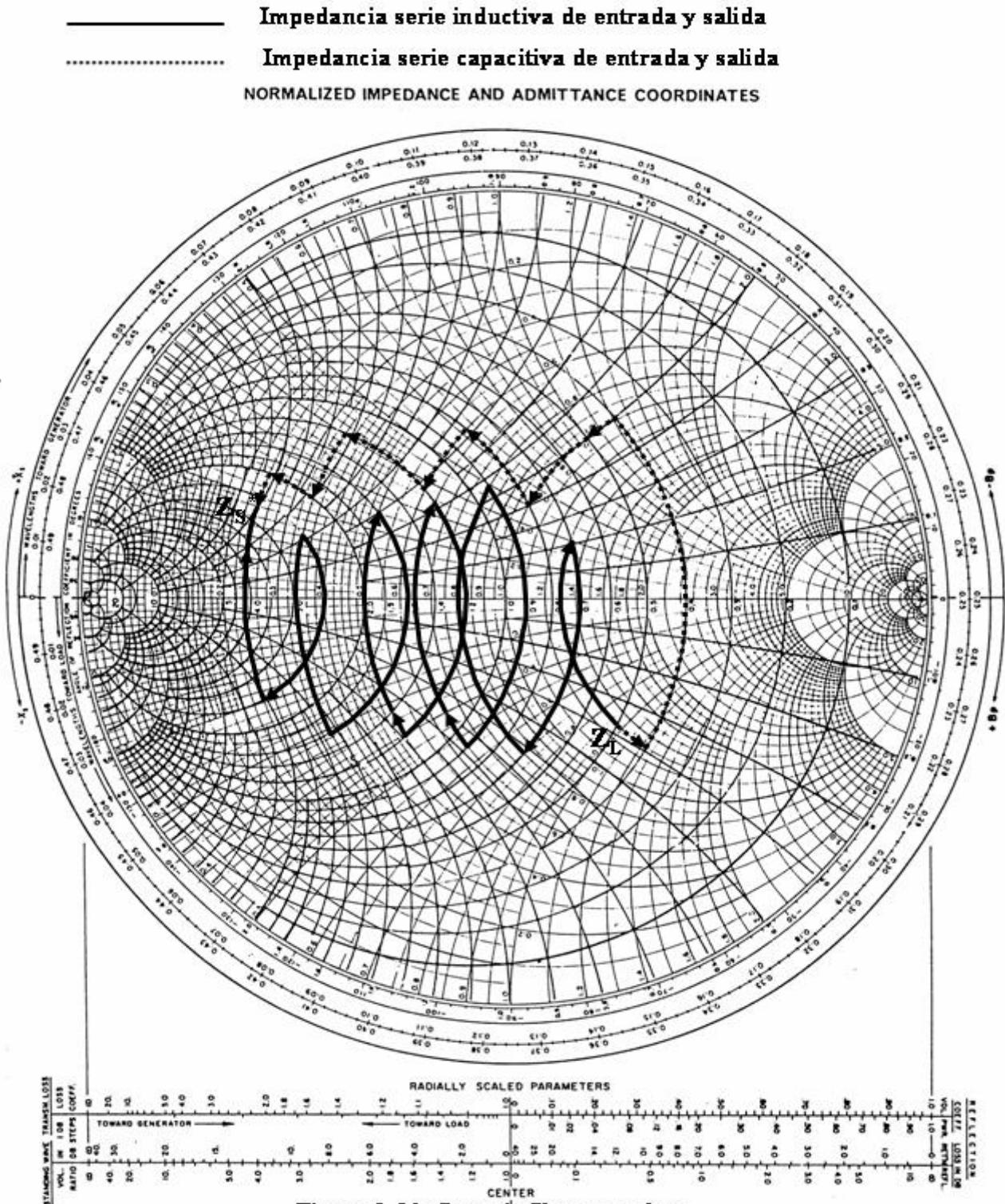


Figura 2-19: Síntesis filtros escalera

Para el caso de dos elementos nos movíamos de un punto A a otro B. Con tres elementos podíamos especificar el Q pero para ello debíamos seguir un esquema a partir del Q de carga en función al tipo configuración  $\pi$  o T. Si no debemos preocuparnos por el Q, pueden existir 3, 4, 5, 10, 20, etc. elementos de red de adaptación que satisfagan la adaptación, y que son de fácil diseño con el uso de la carta de Smith. Esta se puede diseñar simplemente siguiendo los círculos de conductancia constante y resistencia constante hasta que se alcanza el punto de impedancia o admitancia buscado.

En la figura 2-19 observamos dos alternativas para llegar desde un punto de impedancia A, hasta otro punto B cuya impedancia puede ser la conjugada de la fuente. Estas alternativas son tres entre infinitas soluciones al problema. Como podemos observar la trayectoria de línea llena comienza con un inductor serie, luego un capacitor en paralelo y así sucesivamente con un total de 11 elementos para poder alcanzar el punto B de impedancia. Para la trayectoria de línea de puntos, como se puede apreciar, al moverse sobre un círculo de resistencia constante y en sentido antihorario, comenzamos con un capacitor en serie, continuando con un inductor paralelo ya que nos movemos sobre el círculo de resistencia constante en sentido antihorario, continuando de esta manera hasta alcanzar el punto B con un total de 9 elementos. En las figuras 2-20 y 2-21 vemos las distintas redes de estos dos ejemplos.

En el caso de la trayectoria de la figura 2-22 como nos movemos sobre resistencia constante en sentido horario, el primer elemento es un inductor serie, luego nos movemos sobre conductancia constante y en sentido antihorario, por lo tanto, es un inductor paralelo, luego nos movemos sobre resistencia constante en sentido antihorario, con esto agregamos un capacitor en serie, continuamos con un movimiento en sentido horario sobre conductancia constante, lo que significa un capacitor en paralelo, luego sobre resistencia constante en sentido horario lo que implica un inductor serie y por último sobre conductancia constante y en sentido horario contribuimos con un capacitor en paralelo.

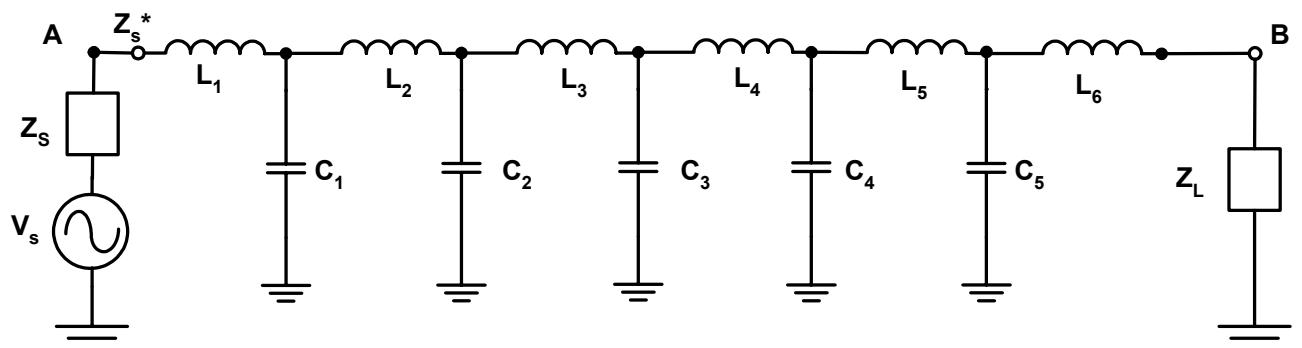


Figura 2-20

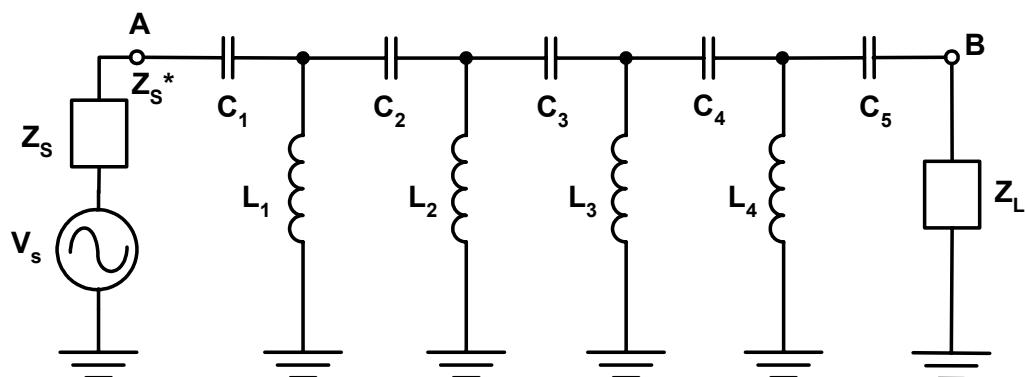


Figura 2-21

En la figura 2-23 se observa el circuito correspondiente al gráfico de Smith de la figura 2-22

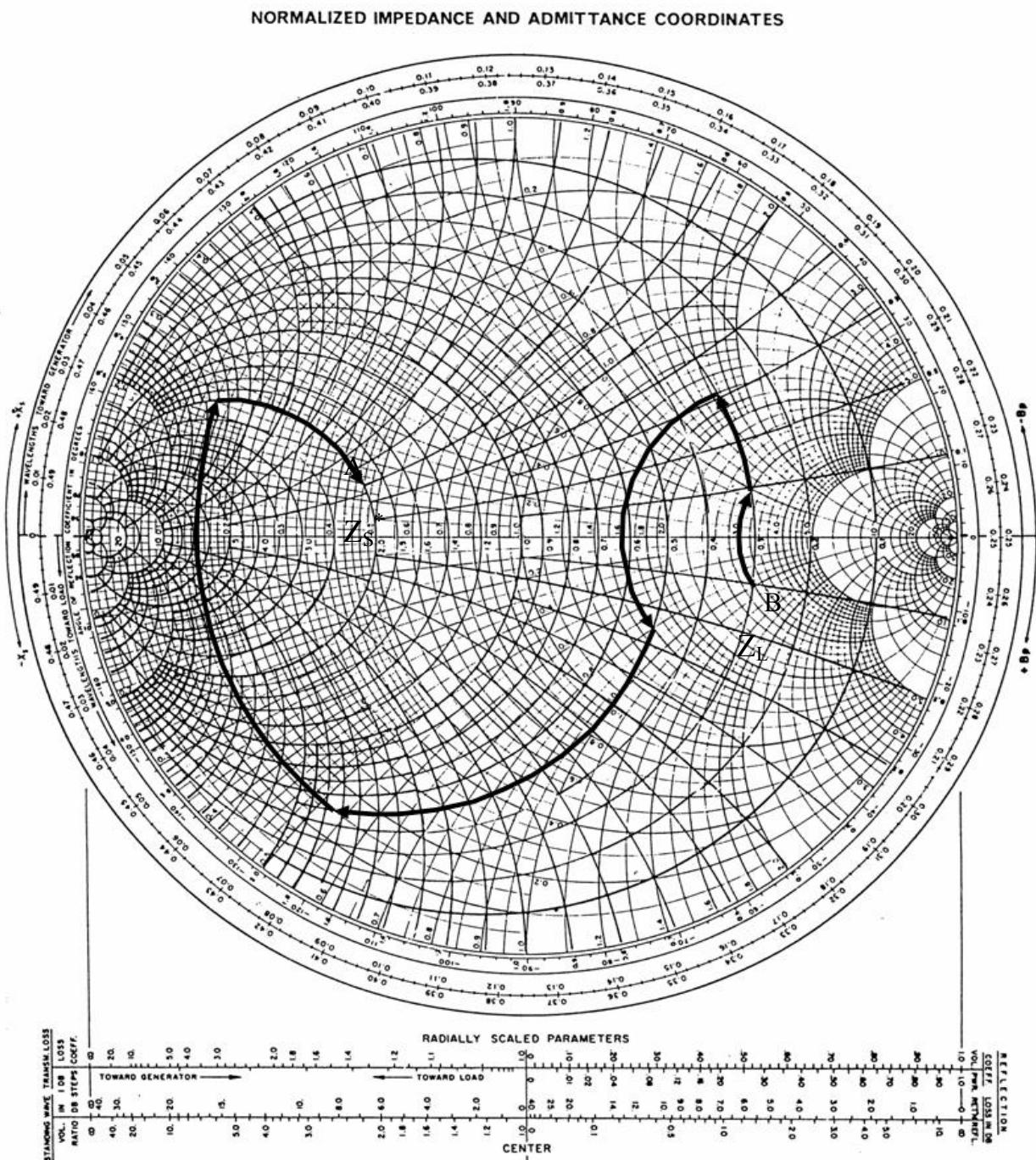


Figura 2-22: Síntesis de red arbitraria de banda ancha

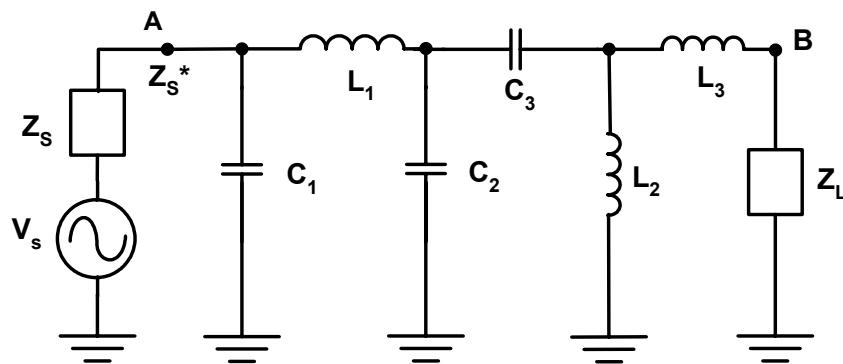


Figura 2-23

**Conclusión:**

Como se ha visto el método de adaptación de impedancia es un proceso relativamente simple que se realiza paso a paso, y que fundamentalmente se usa para obtener la transferencia de máxima potencia desde la fuente a la carga. Ambos métodos explicados permiten el diseño, ya sea matemáticamente, o gráficamente, con la ayuda de la carta de Smith. Cuando la red es simple, el método matemático es más rápido, pero para redes complejas, el método gráfico aporta una sencillez mayor.

