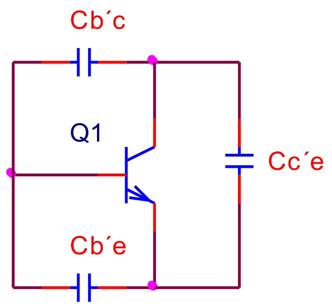
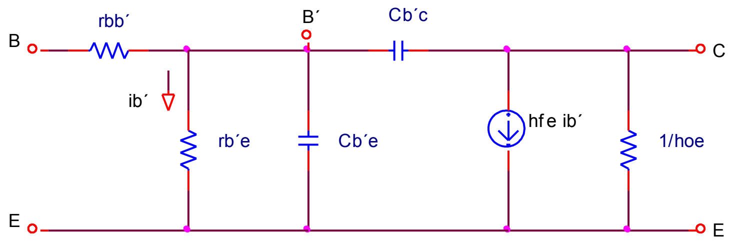
Tema: Respuesta en Frecuencia

Introducción: En un circuito transistorizado el comportamiento en bajas frecuencias está determinado por sus condensadores externos que son los utilizados para acoplar y desacoplar el emisor, mientras que el límite superior de la respuesta en frecuencia está limitado por las capacidades internas del transitor.



Capacitancias internas del transistor.

Modelo Hibrido PI equivalente: Es un refinamiento del modelo PI de emisor común visto anteriormente.



Modelo PI de un transistor.

Donde,

- rbb´ : resistencia ohmica de base con un margen de 10 a 50 Ω.
- rb´e : resistencia unión base-emisor ($\cong 0.025 hfe / I_{EQ}$ a temperatura ambiente).

  Nótese que rb´e es el equivalente al hie utilizado en modelos anteriormente vistos como resistencia base-emisor.

  Es decir que un modelo mas exacto para hie será.

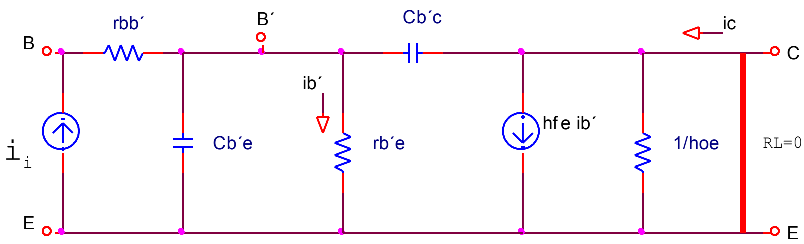
  hie= rbb´+ rb´e

- La impedancia de salida 1/hoe suele ser desperecida en modelos de altas frecuencias porque generalmente es mucho mayor que la impedancia de carga RL.

Frecuencia de Corte: La frecuencia de corte f_β se define planteando que $v_{ce} = 0$, es decir cuando la carga RL es un cortocircuito, en este caso la ganancia de corriente de cortocircuito $\left(i_c/i_i\right)\Big|_{v_{ce}=0}$

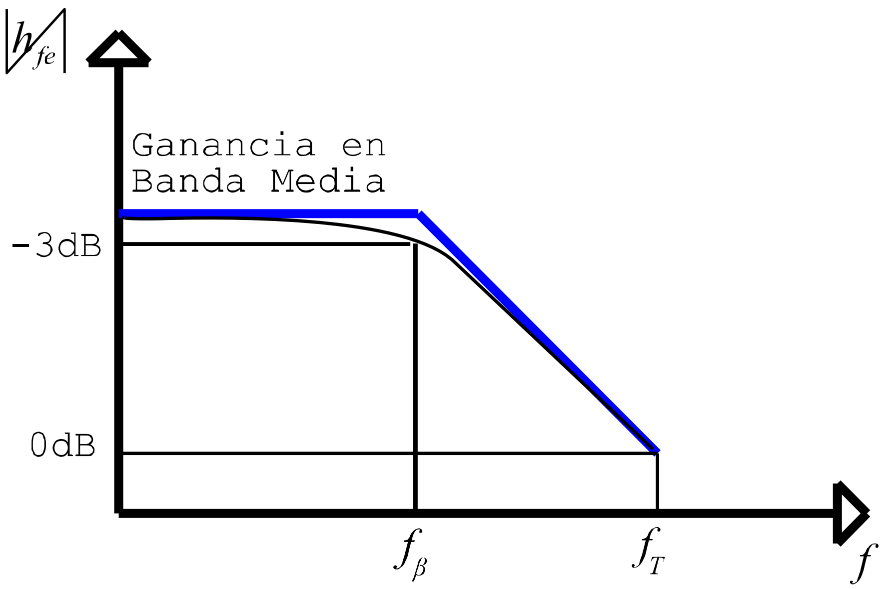
Así pues se define a f_β como la frecuencia de 3dB de cortocircuito en la configuración emisor-común.

$$f_\beta = \frac{1}{2\pi r_{b'e}\left(C_{b'e} + C_{b'c}\right)} \cong \frac{1}{2\pi r_{b'e} C_{b'e}}$$



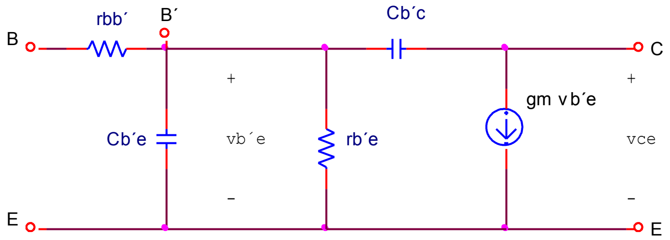
Modelo PI utilizado para calcular f_β.

El límite de frecuencia superior de un transistor se define algunas veces como frecuencia de transición f_T en que la ganancia de corriente de emisor común es la unidad, es decir $\left|h_{fe} = 1\right|$.



Frecuencias de corte y transición.

Modelo Hibrido PI equivalente con fuente controlada por tensión: En esta configuración resulta mas fácil calcular la tensión $v_{b'e}$ que la corriente $i_{b'}$, y la fuente de salida $h_{fe} i_{b'}$ puede ser transformada en una fuente de corriente controlada por tensión $g_m v_{b'e}$.



Modelo PI equivalente con fuente controlada por tensión.

En donde a temperatura ambiente,

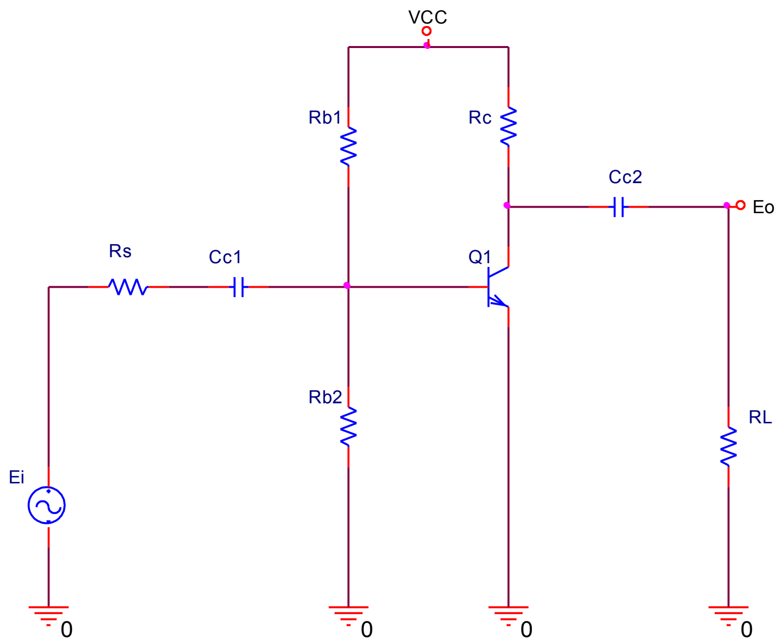
$$g_m = \frac{h_{fe}}{r_{b'e}} \cong \frac{I_{EQ}}{0.025} = 40 I_{EQ}$$

<u>Resumen de los elementos del circuito PI equivalente:</u>

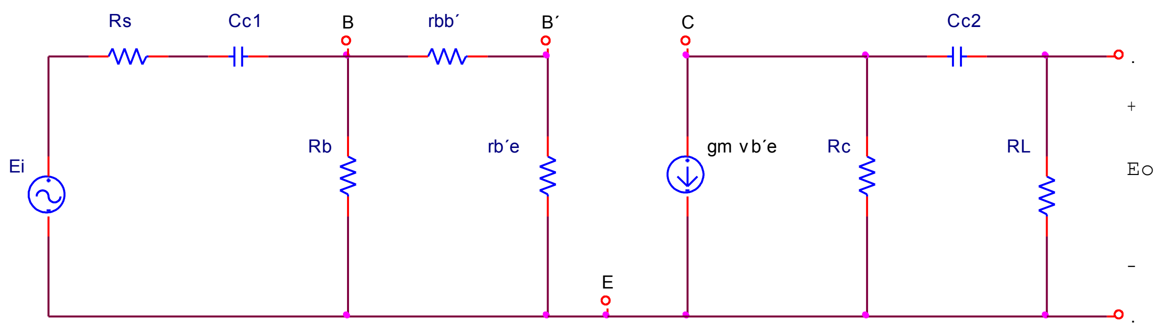
- $r_{b'b} = 10 \ a \ 50\Omega$
- $r_{b'e} = \dfrac{h_{fe}}{40 I_{EQ}}$
- $g_m = \dfrac{I_{EQ}}{0.025} = 40 I_{EQ}$
- $h_{oe} \propto I_{EQ}$
- $C_{b'e} \cong \dfrac{h_{fe}}{\omega_T r_{b'e}} = \dfrac{40 I_{EQ}}{\omega_T} = \dfrac{g_m}{\omega_T}$
- $C_{b'c} \propto {v_{cb}}^{-p} \ donde \ p \ está \ entre \ \dfrac{1}{2} \ \mathrm{y} \ \dfrac{1}{3}$

Capacidad de Miller: Un amplificador en configuración Emisor Común es la más utilizada para hacer análisis de alta frecuencia, esta respuesta está determinada por un solo polo debido al circuito de entrada.

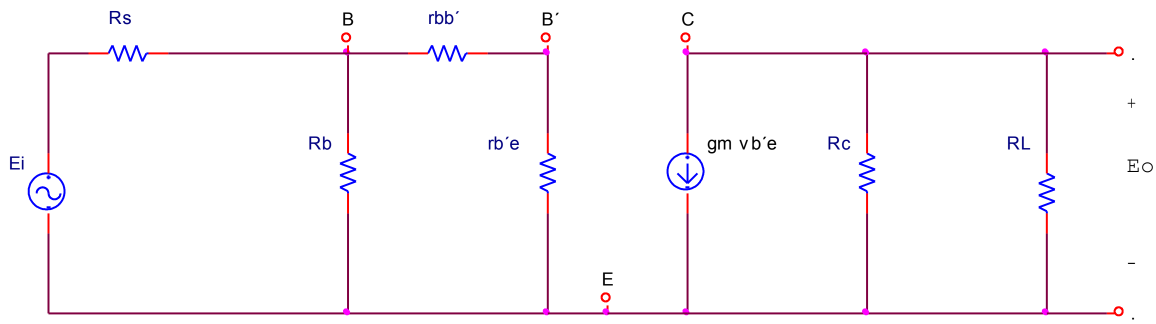
- Análisis del Modelo



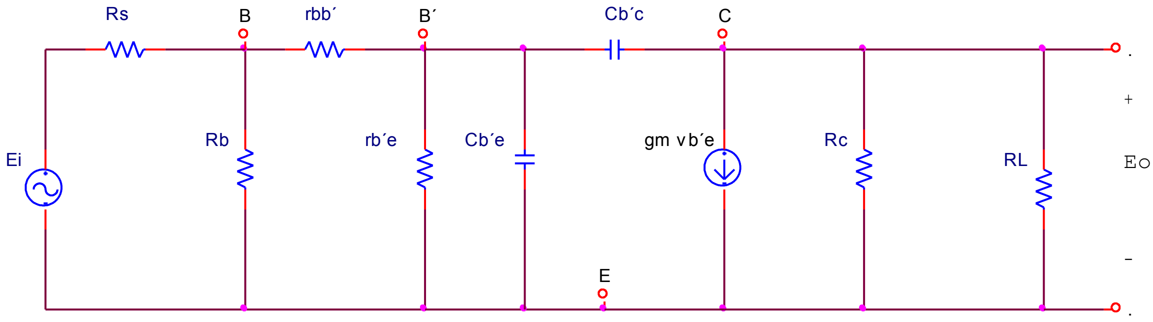
- Circuito Equivalente para Frecuencias Bajas



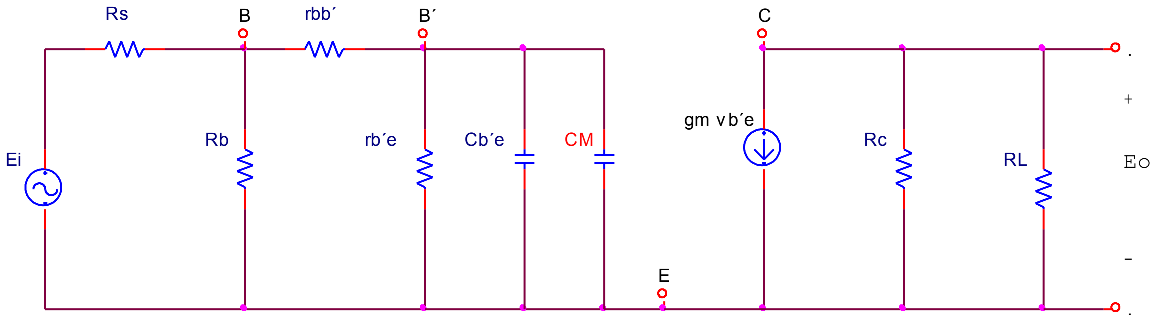
- Circuito equivalente para Frecuencias Medias



- Circuito equivalente para Frecuencias Altas



Aplicando el Teorema de Millar, el circuito equivalente queda,

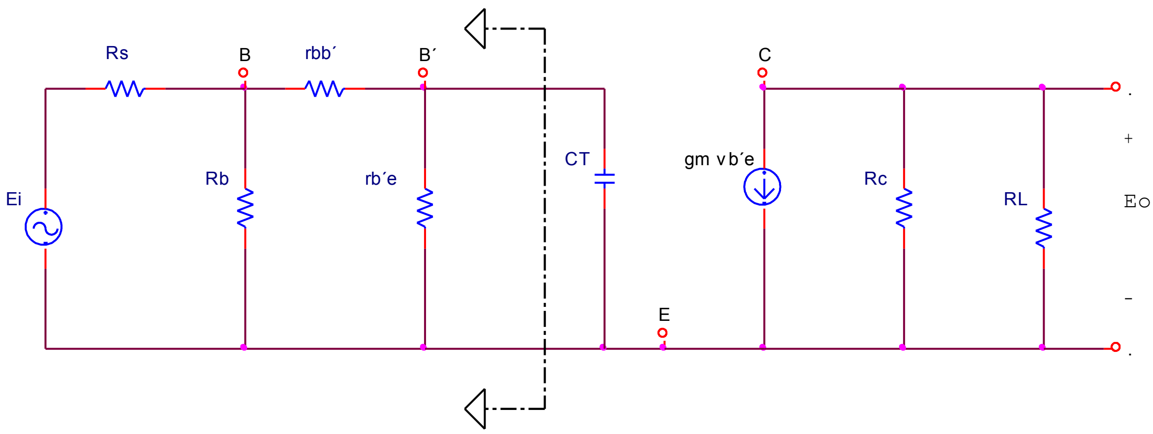


donde,

$$C_M = C_{b'c}\left(1 + g_m R'_L\right)$$

$$R'_L = R_C \,//\, R_L$$

Este teorema se utiliza para simplificar el análisis de los amplificadores inversores en altas frecuencias en donde las capacitancias internas del transistor son importantes.



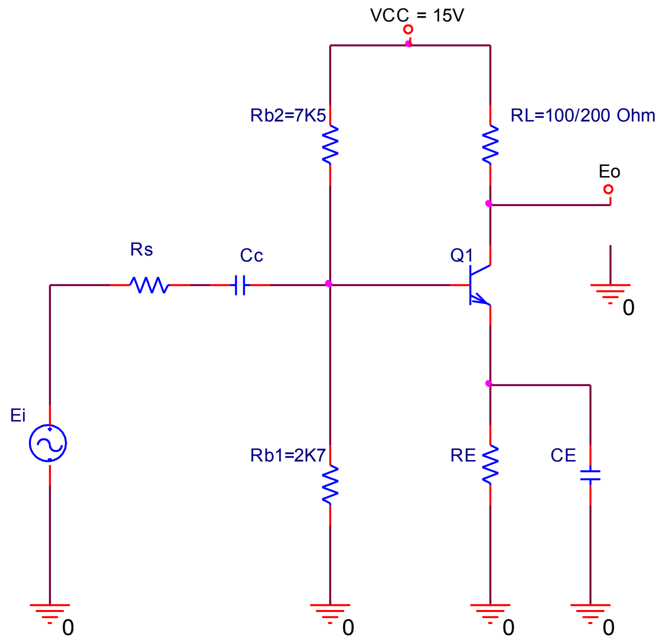
$$C_T = C_{b'e} + C_M$$

$$R_{b'e} = r_{b'e} \,//\, \left(r_{b'b} + R_b \,//\, R_s\right)$$

$$\boxed{\omega_h = \frac{1}{R_{b'e} C_T}}$$

Circuitos Prácticos:

1) Dado el siguiente circuito, se pide calcular las frecuencias de corte superior y la ganancia a frecuencias medias para dos cargas diferentes.



Datos:

$$h_{fe} = 80 \qquad r_{b'b} = r_x = 30\Omega$$
$$C_{b'c} = C_u = 2{,}5pF \qquad R_E = 0{,}2K\Omega$$
$$f_T = 750Mhz \qquad R_S = 500\Omega$$

Calcular:

$$f_{H_1}\Big|_{RL=100\Omega} \qquad f_{H_2}\Big|_{RL=200\Omega}$$
$$A_{V\,m_1}\Big|_{RL=100\Omega} \qquad A_{V\,m_2}\Big|_{RL=200\Omega}$$

Resolución:

$$V_{bb} = \frac{I_{CQ}}{\beta} R_b + V_{be} + I_{CQ} R_E \Rightarrow I_{CQ} = \frac{V_{bb} - V_{be}}{\left(\dfrac{R_b}{\beta} + R_E\right)}$$

$$R_b = R_{b_1} // R_{b_2} = \frac{7{,}5 \times 2{,}7}{7{,}5 + 2{,}7} = 1{,}975K\Omega$$

$$V_{bb} = \frac{V_{CC}}{R_{b_1} + R_{b_2}} R_{b_1} = \frac{15}{7{,}5 + 2{,}7} \times 2{,}7 = 3{,}97V$$

$$I_{CQ} = \frac{V_{bb} - V_{be}}{\left(\dfrac{R_b}{\beta} + R_E\right)} = \frac{3{,}97 - 0{,}7}{\dfrac{1{,}985}{80} + 0{,}2} = 14{,}54mA$$

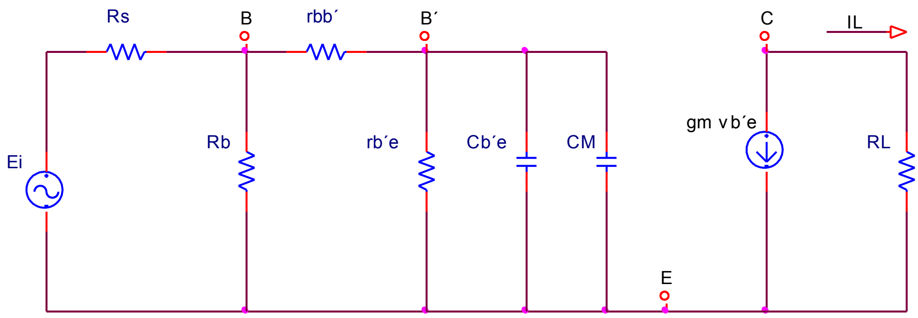
$$r_\pi = r_{b'e} = \frac{h_{fe}}{40 I_{EQ}} \cong \frac{h_{fe}}{40 I_{CQ}} = 138\Omega$$

$$g_m = 40 I_{EQ} = 0,581 \frac{1}{\Omega}$$

$$C_\pi = C_{b'e} = \frac{g_m}{\omega_T} = \frac{0,581\ {}^{1}\!/\!_{\Omega}}{2\pi \times 750Mhz} = 123\,pF$$

$$C_M\big|_{R_L=100} = C_{b'c}\left(1+g_m R_L\right) = 2,5\,pF\left(1+0,581\times 100\right) \Rightarrow C_M\big|_{R_L=100} = 147\,pF$$

$$C_M\big|_{R_L=200} = C_{b'c}\left(1+g_m R_L\right) = 2,5\,pF\left(1+0,581\times 200\right) \Rightarrow C_M\big|_{R_L=100} = 293\,pF$$



Circuito equivalente en Altas Frecuencias.

$$R_{b'e} = r_{b'e} // \left[r_{bb'} + \left(R_S // R_b \right) \right]$$

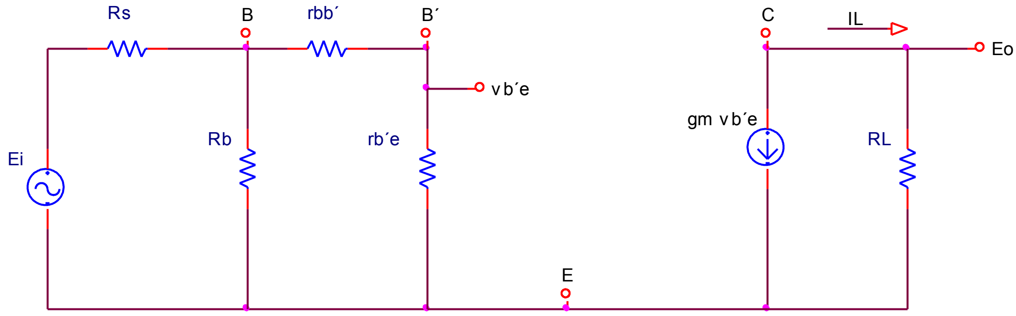
$$R_{b'e} = 138 // \left[30 + \left(500 // 1985 \right) \right] = 104\Omega$$

$$C_{T_1} = C_M\big|_{R_L=100} + C_{b'e} = 270\,pF$$

$$C_{T_2} = C_M\big|_{R_L=200} + C_{b'e} = 416\,pF$$

$$f_{H_1} = \frac{1}{2\pi R_{b'e} C_{T1}} = 5,66Mhz$$

$$f_{H_2} = \frac{1}{2\pi R_{b'e} C_{T2}} = 3,67Mhz$$



Circuito equivalente en Frecuencias Medias.

$$A_{Vm} = \frac{E_o}{E_i} = \frac{E_o}{v_{b'e}} \frac{v_{b'e}}{E_i}$$

$$E_o = R_L \times g_m V_{b'e} \Rightarrow \frac{E_o}{V_{b'e}} = R_L \times g_m$$

$$v_{b'e} = \frac{E_i}{R_S + \left[R_b // \left(r_{bb'} + r_{b'e}\right)\right]} \frac{\left[R_b // \left(r_{bb'} + r_{b'e}\right)\right]}{\left(r_{bb'} + r_{b'e}\right)} \times r_{b'e} \Rightarrow$$

$$\frac{v_{b'e}}{E_i} = \frac{\left[R_b // \left(r_{bb'} + r_{b'e}\right)\right]}{R_S + \left[R_b // \left(r_{bb'} + r_{b'e}\right)\right]\left(r_{bb'} + r_{b'e}\right)} \times r_{b'e}$$

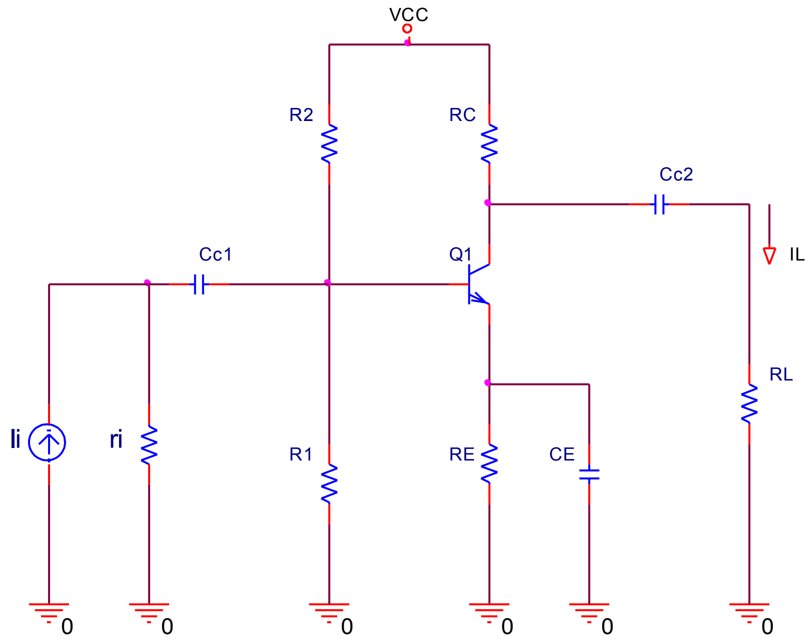
$$\frac{v_{b'e}}{E_i} = \frac{[138 // 168]}{500 + [1985 // 168](168)} \times 138 = 0,79\Omega$$

$$A_{Vm_1}\Big|_{R_L=100} = 100 \times 0,581 \times 0,79 = 45,9$$

$$A_{Vm_2}\Big|_{R_L=200} = 200 \times 0,581 \times 0,79 = 91,8$$

2) Dado el siguiente circuito, se pide hallar la ganancia de corriente en frecuencias medias y la frecuencia de corte superior (f_h).

Considerar $R_C >> R_L$



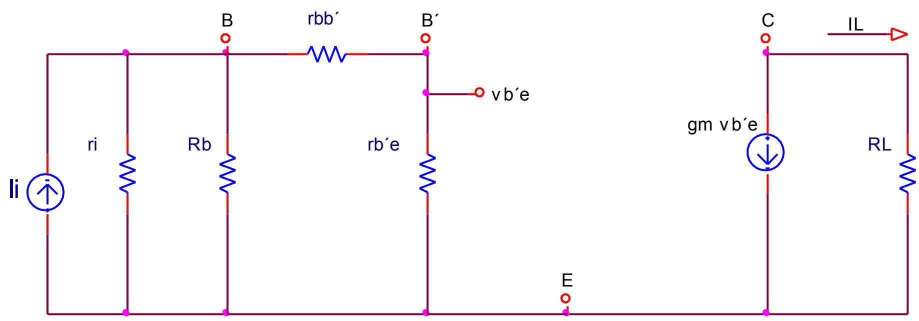
Datos:

$$r_i = 10K\Omega \quad R_b = 2K\Omega \quad r_{bb'} = 20\Omega \quad r_{b'e} = 150\Omega$$

$$C_{b'c} = 2pF \quad C_{b'e} = 200pF \quad g_m = 0,5S \quad R_L = 20\Omega$$

Resolución:

- *Ganancia de corriente en frecuencias medias*



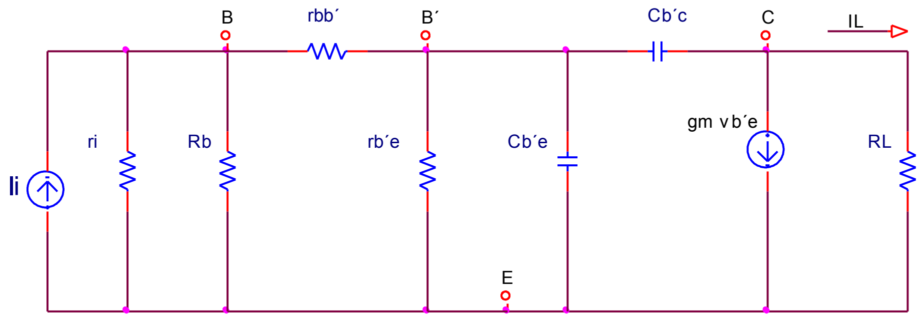
$$A_i = \frac{i_L}{i_i} = \frac{i_L}{v_{b'e}}\frac{v_{b'e}}{i_i}$$

$$i_L = g_m v_{b'e} \Rightarrow g_m = \frac{i_L}{v_{b'e}}$$

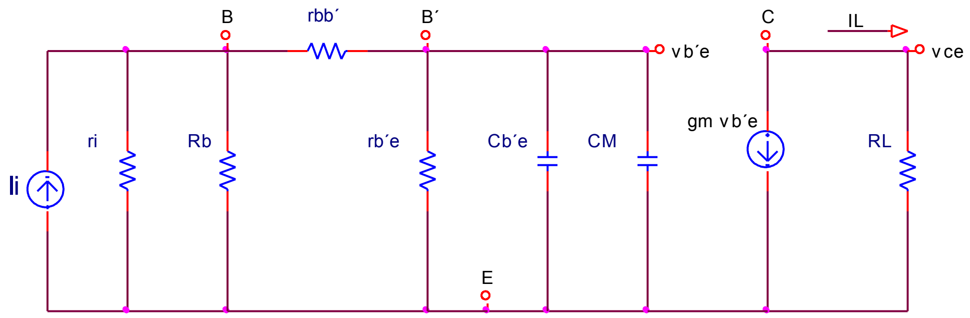
$$v_{b'e} = r_{b'e} // \left[r_{bb'} + \left(r_i // R_b \right) \right] i_i \Rightarrow \frac{v_{b'e}}{i_i} = r_{b'e} // \left[r_{bb'} + \left(r_i // R_b \right) \right]$$

$$A_i = g_m \times r_{b'e} // \left[r_{bb'} + \left(r_i // R_b \right) \right] = 0,5 \left[150 // \left(20 + 10000 // 2000 \right) \right] = 69$$

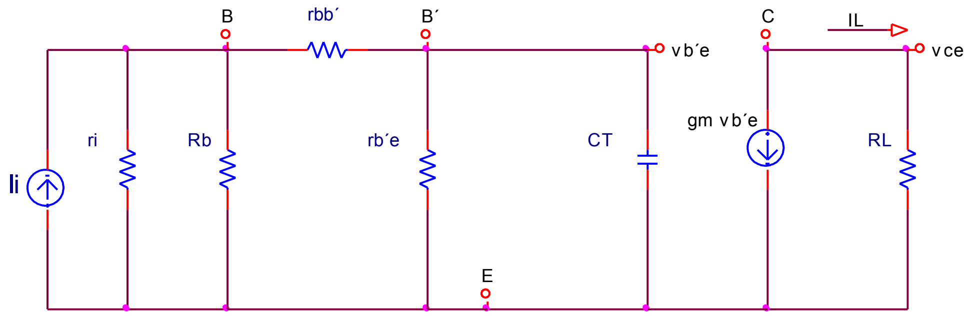
- *Cálculo de* $f_h = \dfrac{1}{2\pi R_{b'e} C_T} = 5,2 Mhz$



Aplicando Miller



$$C_M = C_{b'c} \left(1 + g_m R_L \right)$$



$$C_T = C_M + C_{b'e}$$

$$R_{b'e} = r_{b'e} // \left[r_{bb'} + \left(r_i // R_b \right) \right]$$

$$= 150 // \left[20 // \left(10000 // 2000 \right) \right] \Rightarrow R_{b'e} = 138\Omega$$

$$C_M = C_{b'c} \left(1 + g_m R_L \right)$$

$$= 2pF \left(1 + 0,5 \times 20 \right) \Rightarrow C_M = 22pF$$

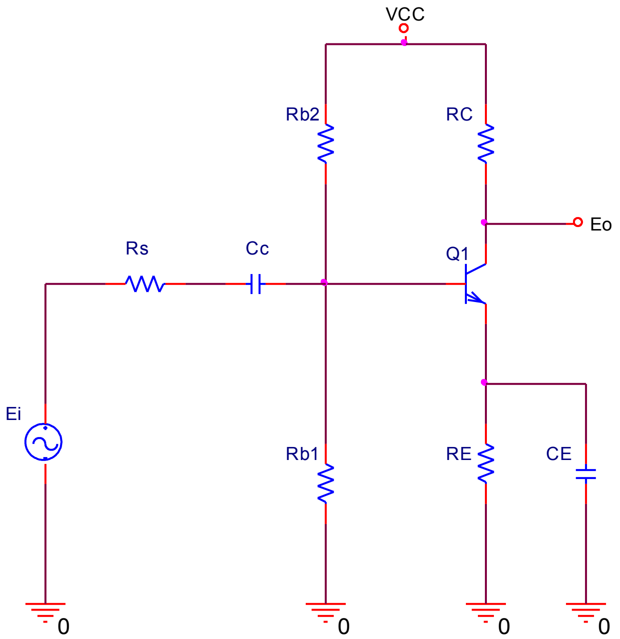
$$C_T = C_M + C_{b'e} = 22pF + 200pF = 222pF$$

$$f_h = \frac{1}{2\pi R_{b'e} C_T} = 5,2Mhz$$

Aproximación de f_h con f_β. Condiciones $C_{b'e} >> C_M$ y $R_{b'e} \cong r_{b'e}$

$$f_\beta = \frac{1}{2\pi r_{b'e}\left(C_{b'e} + C_{b'c}\right)} = \frac{1}{2\pi \times 138\left(200pF + 2pF\right)} = 5,7Mhz$$

3) Dado el siguiente circuito, se pide calcular los capacitores para una frecuencia de corte inferior (f_L) .



Datos:

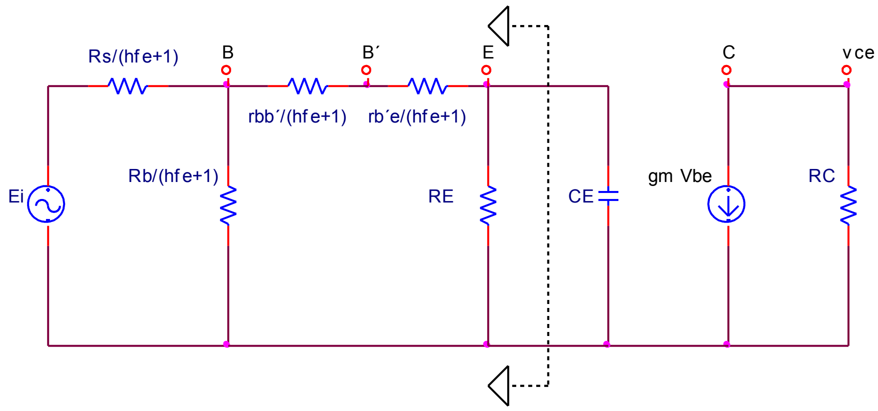
$$V_{CC} = 20V \quad R_E = 1K\Omega \quad R_S = 1K\Omega \quad R_b = 8K\Omega \quad r_{bb'} = 50\Omega \quad r_{b'e} = 150\Omega$$
$$R_C = 1K \quad h_{fe} = 40 \quad C_{b'c} = 2pF \quad C_{b'e} = 200pF \quad g_m = 0,5S$$

Calcular:

$$C_E \text{ y } C_C \text{ para } f_L = 20Hz$$

Resolución:

- Cálculo de C_E



$$\omega_L = \omega_{C_E} = \frac{1}{R_{T_1} C_E}$$

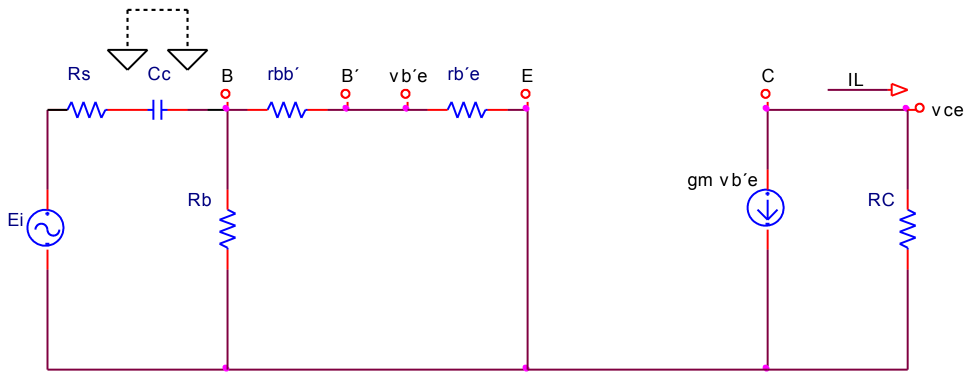
$$R_{T_1} = R_E // \left[\frac{(r_{bb'} + r_{b'e}) + R_b // R_S}{h_{fe} + 1} \right]$$

$$R_{T_1} = 1000 // \left[\frac{(50+150) + 8000 // 1000}{41} \right]$$

$$R_{T_1} = 25{,}86\Omega$$

$$C_E = \frac{1}{R_{T_1}\omega_L} = \frac{1}{25{,}86 \times 2\pi \times 20} \Rightarrow C_E = 307\mu F$$

- Cálculo de C_C



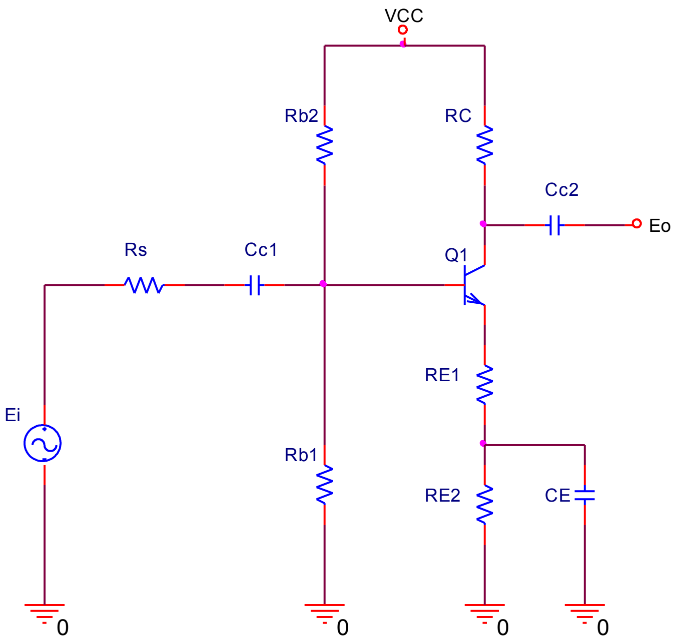
$$\frac{\omega_L}{10} = \omega_{C_C} = \frac{1}{R_{T_2} C_C}$$

$$R_{T_2} = R_S + \left[R_b // (r_{bb'} + r_{b'e}) \right]$$

$$R_{T_2} = 1000 + \left[8000 // (50+150)\right]$$
$$R_{T_2} = 1195{,}12\Omega$$

$$C_C = \frac{10}{R_{T_2}\omega_L} = \frac{10}{1195{,}12 \times 2\pi \times 20} \Rightarrow C_C = 66{,}58\mu F$$

4) Dado el siguiente circuito, se pide análisis de los capacitares que fijan los polos de frecuencia inferior.

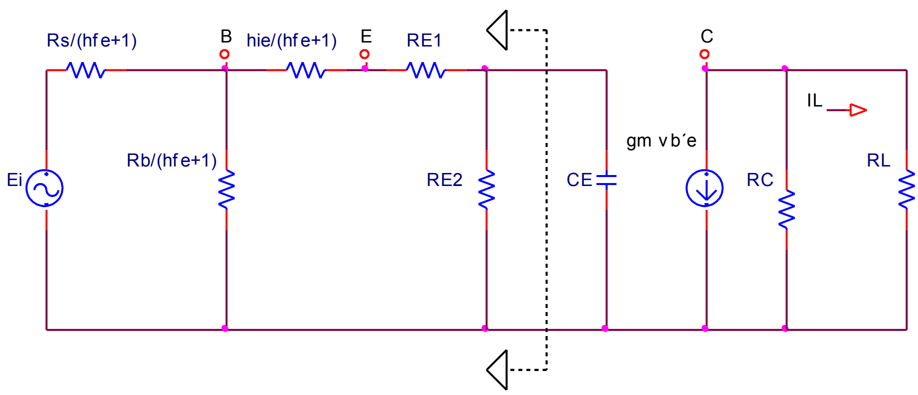


Datos:

$$V_{CC} = 15V \quad R_{E_1} = 33\Omega \quad R_S = 600\Omega \quad R_{b_1} = 22K\Omega \quad C_{C_1} = 100nF$$
$$R_C = 3{,}9K \quad R_{E_2} = 1500\Omega \quad C_E = 100\mu F \quad R_{b_2} = 68K\Omega \quad C_{C_2} = 330nF$$
$$R_L = 5{,}6K\Omega \quad h_{ie} = 1920\Omega \quad h_{fe} = 200$$

Calcular:

- Frecuencia de corte inferior debida C_E

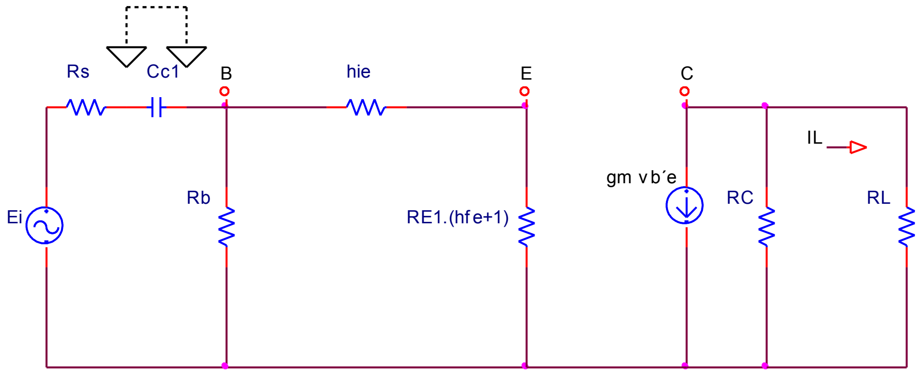


$$R_{T_1}=R_{E_2}//\left[\left(R_{E_1}+\frac{h_{ie}}{\left(h_{fe}+1\right)}\right)+\frac{R_S//R_b}{\left(h_{fe}+1\right)}\right]$$

$$=1500//\left[\left(33+\frac{1920}{(201)}\right)+\frac{600//16622}{(201)}\right]\Rightarrow R_{T_1}=44,09\Omega$$

$$f_{L_1}=\frac{1}{2\pi R_{T_1}C_E}\Rightarrow f_{L_1}\cong 36,09Hz$$

- Frecuencia de corte inferior debida al circuito *RC* de entrada.

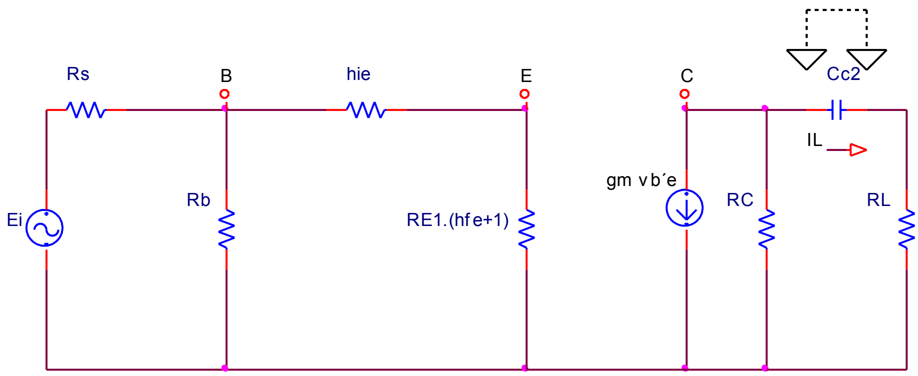


$$R_{T_2}=R_S+\left\{R_b//\left[h_{ie}+R_{E_1}\left(h_{fe}+1\right)\right]\right\}$$

$$=600+\left\{16622//\left[1920+33(201)\right]\right\}\Rightarrow R_{T_2}=6232,43\Omega$$

$$f_{L_2}=\frac{1}{2\pi R_{T_2}C_{C_1}}\Rightarrow f_{L_2}\cong 255,38Hz$$

- Frecuencia de corte inferior debida al circuito *RC* de salida.

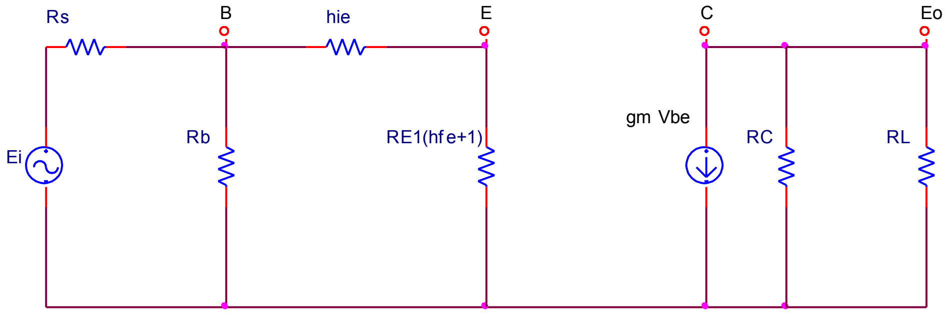


$$R_{T_3}=R_C+R_L$$

$$=3900+5600\Rightarrow R_{T_3}=9500\Omega$$

$$f_{L_3} = \frac{1}{2\pi R_{T_3} C_{C_2}} \Rightarrow f_{L_3} \cong 50{,}8Hz$$

- Determinar ganancia a frecuencias medias y realizar traza de Bode mostrando frecuencias críticas inferiores.



$$A_{Vm} = \frac{E_o}{E_i} = \frac{E_o}{v_{be}} \frac{v_{be}}{E_i}$$

$$E_o = g_m v_{be} \times \left(R_C // R_L\right) \Rightarrow \frac{E_o}{v_{be}} = R_C // R_L = 2298{,}94 \times g_m$$

Es necesario calcular g_m

$$R_b = R_{b_2} // R_{b_1} = 68000 // 22000 = 16622\Omega$$

$$V_{bb} = \frac{V_{CC}}{R_{b_2} + R_{b_1}} R_{b_1} = \frac{15}{68000 + 22000} 22000 = 3{,}6V$$

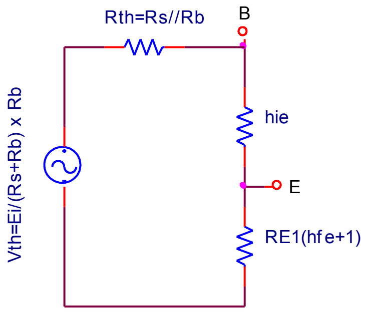
$$I_{CQ} = 25mV \frac{h_{fe}}{h_{ie}} = 25mV \frac{200}{1920\Omega} = 2{,}6mA$$

$$g_m \cong 40 I_{CQ} = 0{,}104 \frac{1}{\Omega}$$

Entonces

$$\frac{E_o}{v_{be}} = 2298{,}94 \times 0{,}104 \Rightarrow \frac{E_o}{v_{be}} = 239{,}08$$

Para calcular v_{be} conviene aplicar Thevenin al circuito de entrada.



$$V_{th} = \frac{E_i}{R_S + R_b} R_b$$

$$R_{th} = R_S // R_b$$

Entonces

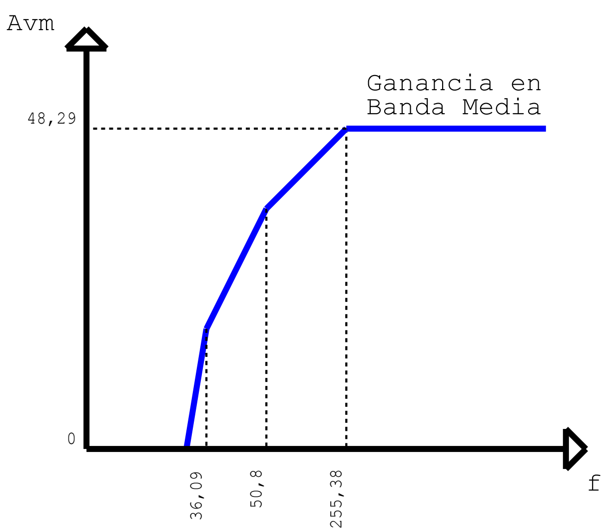
$$\frac{v_{be}}{E_i} = \frac{R_b}{R_S + R_b} \times \frac{1}{\left[\left(R_S // R_b\right) + h_{ie} + R_{E_1}(h_{fe}+1)\right]} \times h_{ie}$$

$$= \frac{16622}{600+16622} \times \frac{1}{\left[\left(600 // 16622\right) + 1920 + 6633\right]} \times 1920 \Rightarrow \frac{v_{be}}{E_i} = 0,202$$

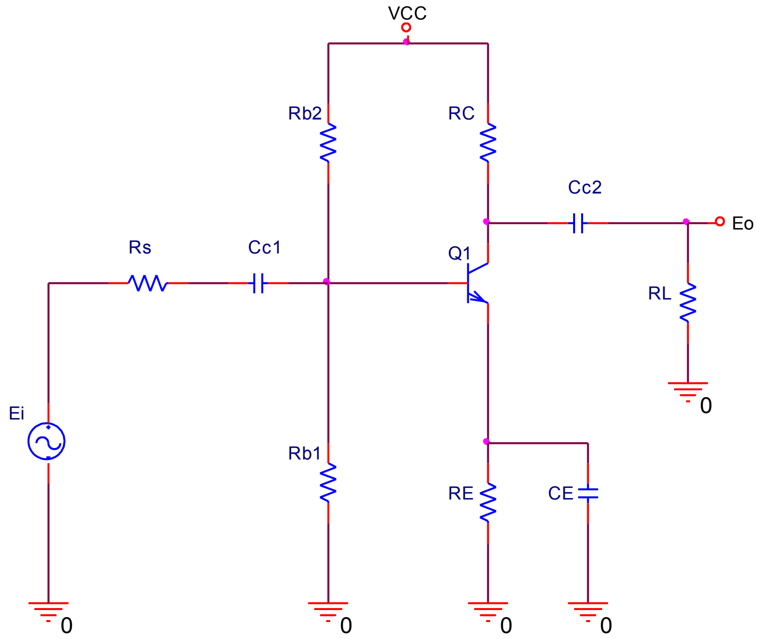
Finalmente

$$A_{Vm} = \frac{E_o}{v_{be}} \frac{v_{be}}{E_i} = 239,08 \times 0,202 \Rightarrow A_{Vm} = 48,29$$

Grafica de Bode en baja frecuencia



5) Dado el siguiente circuito, se pide análisis de los polos de frecuencia superior.



Datos:

$$h_{fe} = 125 \qquad r_{b'b} = 30\Omega$$
$$C_{b'c} = 2,4pF \qquad R_E = 0,47K\Omega$$
$$C_{b'e} = 20pF \qquad R_S = 600\Omega$$
$$R_C = R_L = 2,2K\Omega \qquad h_{ie} = 1380\Omega$$
$$R_{b_1} = 4700\Omega$$
$$R_{b_2} = 22000\Omega$$

Determinar:

- Calcular la frecuencia crítica superior producida por el circuito de entrada.

$$I_{CQ} = 25mV\frac{h_{fe}}{h_{ie}} = 25mV\frac{125}{1380\Omega} = 2,26mA$$

$$g_m \cong 40I_{CQ} = 0,09\frac{1}{\Omega}$$

$$R'_L = R_C // R_L = 1100\Omega$$

$$C_{M_{EN}} = C_{b'c}\left(1+g_m R'_L\right)$$

$$= 2,4pF\left(1+0,09\times 1100\right) \Rightarrow C_{M_{EN}} = 240pF$$

$$C_T = C_{b'e} + C_{M_{EN}}$$

$$= 20pF + 240pF \Rightarrow C_T = 260pF$$

$$h_{ie} = r_{bb'} + r_{b\acute{e}} \Rightarrow r_{b\acute{e}} = 1380 - 30 \Rightarrow r_{b'e} = 1350\Omega$$

$$R_{b'e} = r_{b'e} // \left[r_{bb'} + \left(R_S // R_b \right) \right]$$

$$= 1350 // \left[30 + \left(519,5 \right) \right] \Rightarrow R_{b'e} = 390,53\Omega$$

$$f_{h_{EN}} = \frac{1}{2\pi R_{b'e} C_T} \Rightarrow f_{h_{EN}} = 1,56MHz$$

- Calcular la frecuencia crítica superior producida por el circuito de salida.

Si la ganancia de voltaje es mucho mayor que 1, se puede decir que $C_{M_{SAL}} \cong C_{b'c} = 2,4pF$

$$f_{h_{SAL}} = \frac{1}{2\pi \left(R_C // R_L \right) C_{M_{SAL}}} \Rightarrow f_{h_{SAL}} = 60,28MHz$$

Grafica de Bode en alta frecuencia