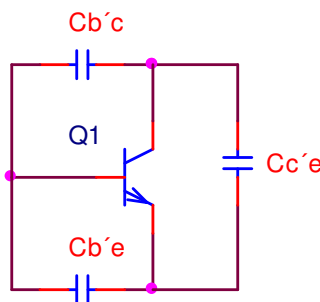




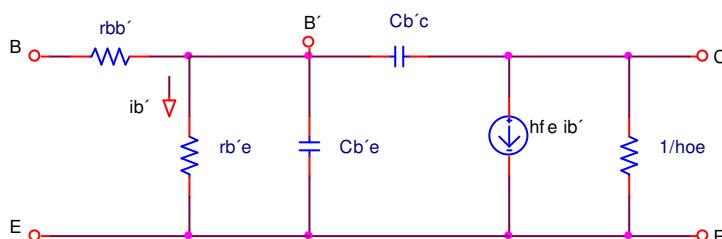
Tema: Respuesta en Frecuencia

Introducción: En un circuito transistorizado el comportamiento en bajas frecuencias está determinado por sus condensadores externos que son los utilizados para acoplar y desacoplar el emisor, mientras que el límite superior de la respuesta en frecuencia está limitado por las capacidades internas del transistor.



Capacitancias internas del transistor.

Modelo Híbrido PI equivalente: Es un refinamiento del modelo PI de emisor común visto anteriormente.



Modelo PI de un transistor.

Donde,

- $r_{bb'}$: resistencia ohmica de base con un margen de 10 a 50 Ω .
- $r_{b'e}$: resistencia unión base-emisor ($\cong 0.025h_{fe}/I_{EQ}$ a temperatura ambiente).
Nótese que $r_{b'e}$ es el equivalente al h_{ie} utilizado en modelos anteriormente vistos como resistencia base-emisor.

Es decir que un modelo mas exacto para h_{ie} será.

$$h_{ie} = r_{bb'} + r_{b'e}$$

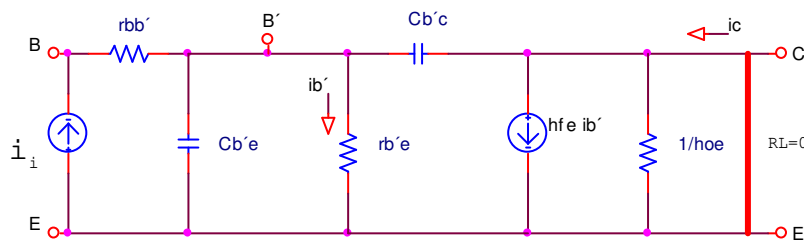
- La impedancia de salida $1/h_{oe}$ suele ser despreciable en modelos de altas frecuencias porque generalmente es mucho mayor que la impedancia de carga R_L .



Frecuencia de Corte: La frecuencia de corte f_β se define planteando que $v_{ce} = 0$, es decir cuando la carga RL es un cortocircuito, en este caso la ganancia de corriente de cortocircuito $(i_c/i_i)|_{v_{ce}=0}$

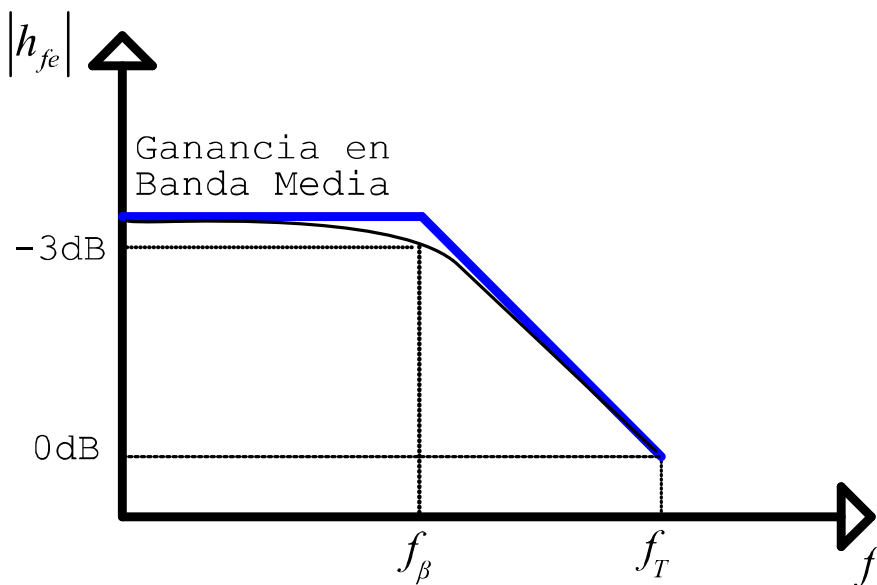
Así pues se define a f_β como la frecuencia de 3dB de cortocircuito en la configuración emisor-común.

$$f_\beta = \frac{1}{2\pi r_{b'e} (C_{b'e} + C_{b'c})} \cong \frac{1}{2\pi r_{b'e} C_{b'e}}$$



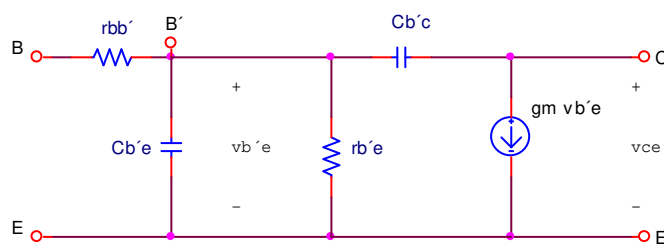
Modelo PI utilizado para calcular f_β .

El límite de frecuencia superior de un transistor se define algunas veces como frecuencia de transición f_T en que la ganancia de corriente de emisor común es la unidad, es decir $|h_{fe}| = 1$.



Frecuencias de corte y transición.

Modelo Híbrido PI equivalente con fuente controlada por tensión: En esta configuración resulta más fácil calcular la tensión $v_{b'e}$ que la corriente $i_{b'}$, y la fuente de salida $h_{fe}i_{b'}$ puede ser transformada en una fuente de corriente controlada por tensión $g_m v_{b'e}$.



Modelo PI equivalente con fuente controlada por tensión.

En donde a temperatura ambiente,

$$g_m = \frac{h_{fe}}{r_{b'e}} \cong \frac{I_{EQ}}{0.025} = 40I_{EQ}$$

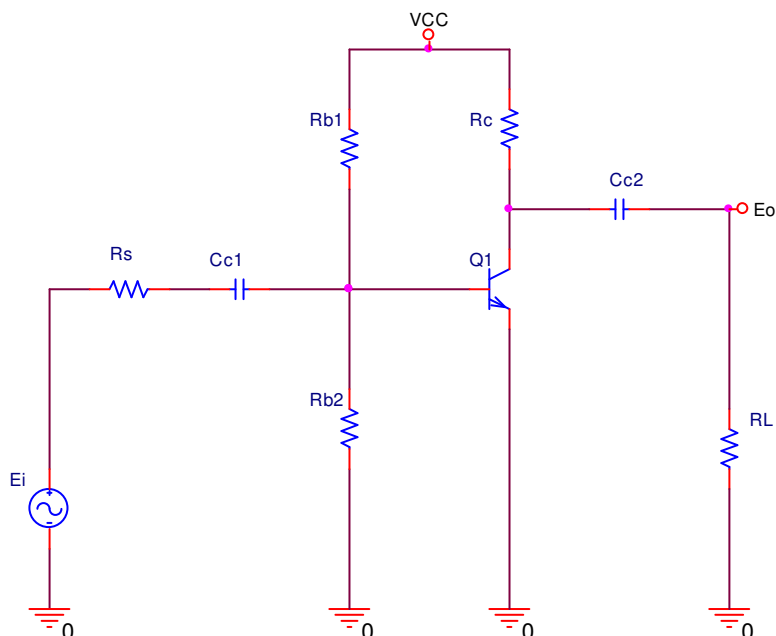
Resumen de los elementos del circuito PI equivalente:

- $r_{b'b} = 10 \text{ a } 50\Omega$
- $r_{b'e} = \frac{h_{fe}}{40I_{EQ}}$
- $g_m = \frac{I_{EQ}}{0.025} = 40I_{EQ}$
- $h_{oe} \propto I_{EQ}$
- $C_{b'e} \cong \frac{h_{fe}}{\omega_T r_{b'e}} = \frac{40I_{EQ}}{\omega_T} = \frac{g_m}{\omega_T}$
- $C_{b'c} \propto v_{cb}^{-p}$ donde p está entre $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{3}$

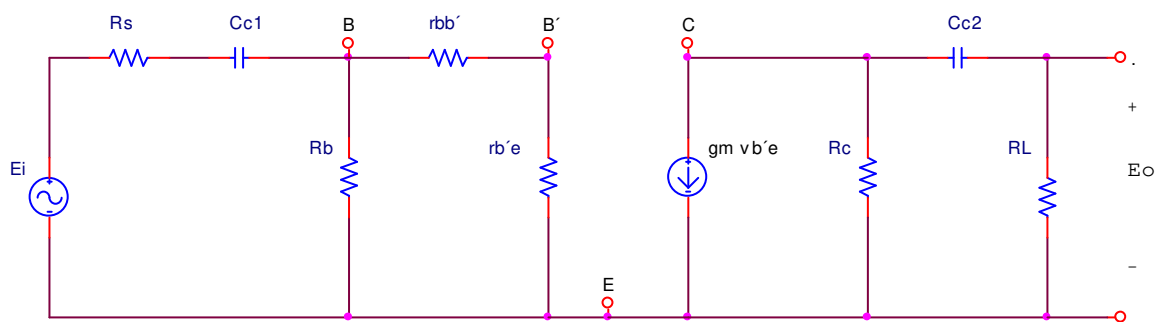


Capacidad de Miller: Un amplificador en configuración Emisor Común es la más utilizada para hacer análisis de alta frecuencia, esta respuesta está determinada por un solo polo debido al circuito de entrada.

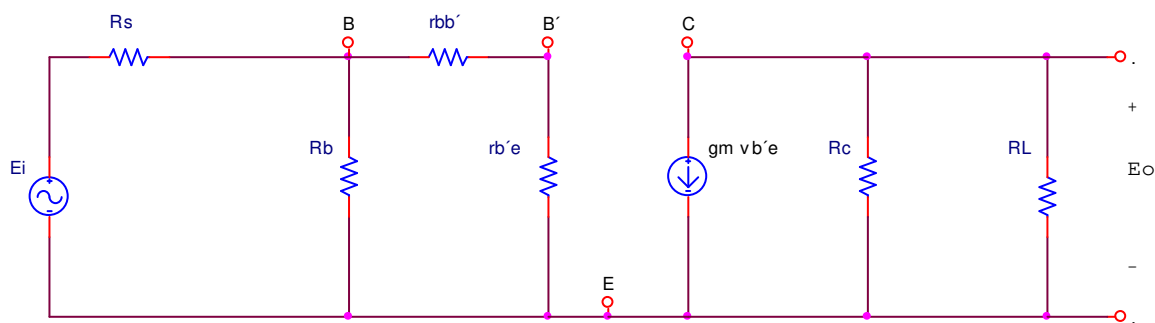
- Análisis del Modelo



- Circuito Equivalente para Frecuencias Bajas

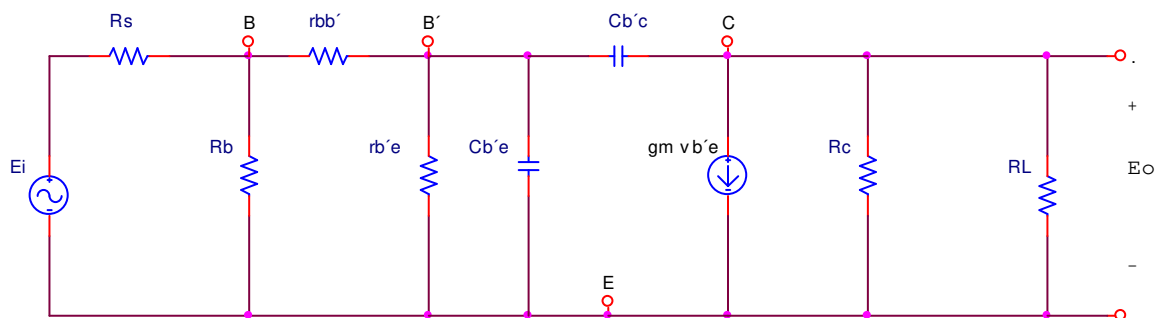


- Circuito equivalente para Frecuencias Medias

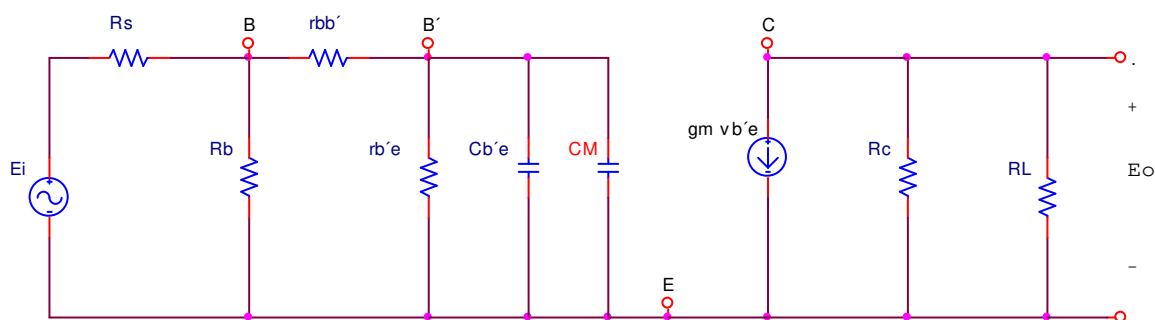




- Circuito equivalente para Frecuencias Altas



Aplicando el Teorema de Millar, el circuito equivalente queda,

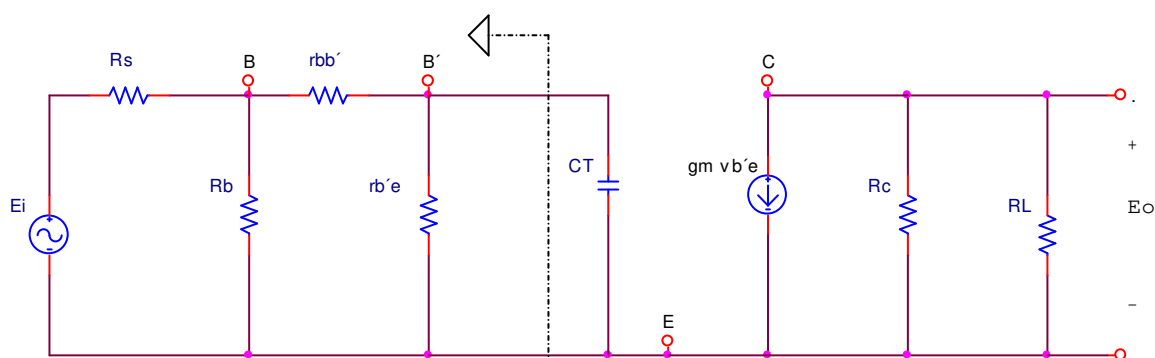


donde,

$$C_M = C_{b'c} (1 + g_m R'_L)$$

$$R'_L = R_C // R_L$$

Este teorema se utiliza para simplificar el análisis de los amplificadores inversores en altas frecuencias en donde las capacitancias internas del transistor son importantes.



$$C_T = C_{b'e} + C_M$$

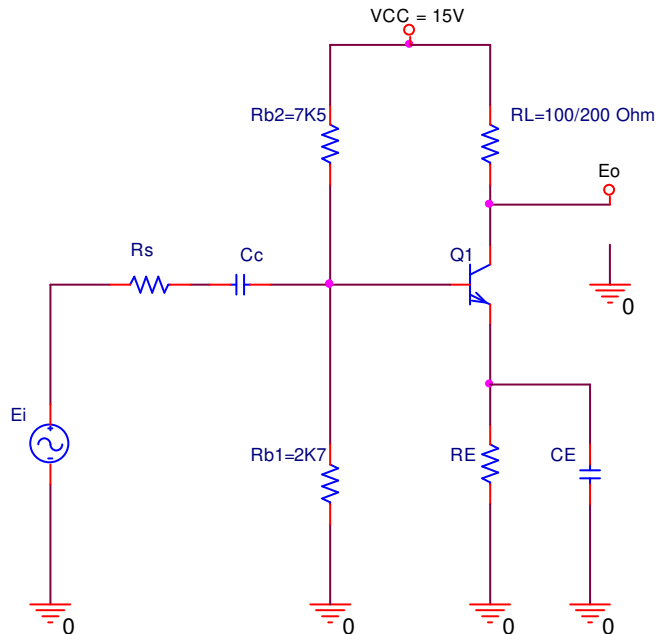
$$R_{b'e} = r_{b'e} // (r_{bb'} + R_b // R_s)$$

$$\omega_h = \frac{1}{R_{b'e} C_T}$$



Circuitos Prácticos:

1) Dado el siguiente circuito, se pide calcular las frecuencias de corte superior y la ganancia a frecuencias medias para dos cargas diferentes.



Datos:

$$h_{fe} = 80$$

$$C_{b'c} = C_u = 2,5 pF$$

$$f_T = 750 Mhz$$

$$r_{b'b} = r_x = 30 \Omega$$

$$R_E = 0,2 K\Omega$$

$$R_S = 500 \Omega$$

Calcular:

$$f_{H1} \Big|_{RL=100\Omega}$$

$$A_{Vm1} \Big|_{RL=100\Omega}$$

$$f_{H2} \Big|_{RL=200\Omega}$$

$$A_{Vm2} \Big|_{RL=200\Omega}$$

Resolución:

$$V_{bb} = \frac{I_{CQ}}{\beta} R_b + V_{be} + I_{CQ} R_E \Rightarrow I_{CQ} = \frac{V_{bb} - V_{be}}{\left(\frac{R_b}{\beta} + R_E \right)}$$

$$R_b = R_{b1} // R_{b2} = \frac{7,5 \times 2,7}{7,5 + 2,7} = 1,985 K\Omega$$

$$V_{bb} = \frac{V_{CC}}{R_{b1} + R_{b2}} R_{b1} = \frac{15}{7,5 + 2,7} \times 2,7 = 3,97V$$

$$I_{CQ} = \frac{V_{bb} - V_{be}}{\left(\frac{R_b}{\beta} + R_E \right)} = \frac{3,97 - 0,7}{\frac{1,985}{80} + 0,2} = 14,54 mA$$



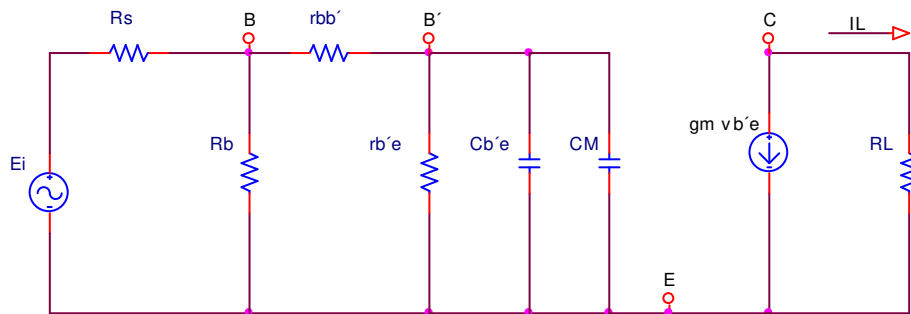
$$r_{\pi} = r_{b'e} = \frac{h_{fe}}{40I_{EQ}} \cong \frac{h_{fe}}{40I_{CQ}} = 138\Omega$$

$$g_m = 40I_{EQ} = 0,581 \frac{1}{\Omega}$$

$$C_{\pi} = C_{b'e} = \frac{g_m}{\omega_T} = \frac{0,581 \frac{1}{\Omega}}{2\pi \times 750 \text{ Mhz}} = 123 \text{ pF}$$

$$C_M|_{R_L=100} = C_{b'c} (1 + g_m R_L) = 2,5 \text{ pF} (1 + 0,581 \times 100) \Rightarrow C_M|_{R_L=100} = 147 \text{ pF}$$

$$C_M|_{R_L=200} = C_{b'c} (1 + g_m R_L) = 2,5 \text{ pF} (1 + 0,581 \times 200) \Rightarrow C_M|_{R_L=200} = 293 \text{ pF}$$



Circuito equivalente en Altas Frecuencias.

$$R_{b'e} = r_{b'e} // [r_{bb'} + (R_S // R_b)]$$

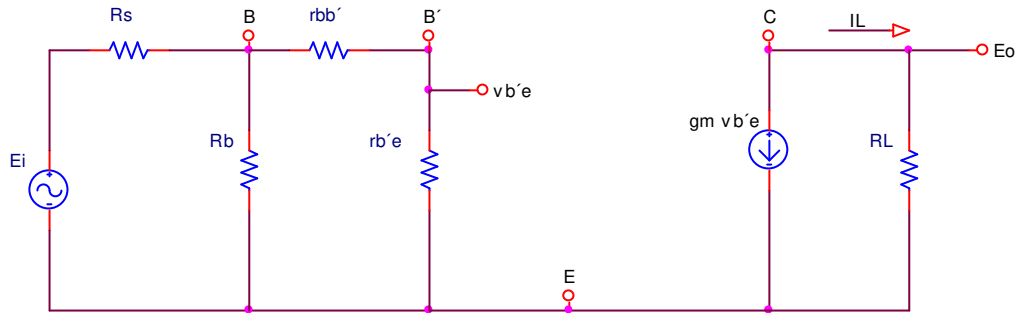
$$R_{b'e} = 138 // [30 + (500 // 1985)] = 104\Omega$$

$$C_{T_1} = C_M|_{R_L=100} + C_{b'e} = 270 \text{ pF}$$

$$C_{T_2} = C_M|_{R_L=200} + C_{b'e} = 416 \text{ pF}$$

$$f_{H_1} = \frac{1}{2\pi R_{b'e} C_{T_1}} = 5,66 \text{ Mhz}$$

$$f_{H_2} = \frac{1}{2\pi R_{b'e} C_{T_2}} = 3,67 \text{ Mhz}$$



Circuito equivalente en Frecuencias Medias.

$$A_{Vm} = \frac{E_o}{E_i} = \frac{E_o}{v_{b'e}} \frac{v_{b'e}}{E_i}$$

$$E_o = R_L \times g_m V_{b'e} \Rightarrow \frac{E_o}{V_{b'e}} = -R_L \times g_m$$

$$v_{b'e} = \frac{E_i}{R_S + \left[R_b // (r_{bb'} + r_{b'e}) \right]} \frac{\left[R_b // (r_{bb'} + r_{b'e}) \right]}{(r_{bb'} + r_{b'e})} \times r_{b'e} \Rightarrow$$

$$\frac{v_{b'e}}{E_i} = \frac{\left[R_b // (r_{bb'} + r_{b'e}) \right]}{R_S + \left[R_b // (r_{bb'} + r_{b'e}) \right]} \times r_{b'e}$$

$$\frac{v_{b'e}}{E_i} = \frac{[1985 // 168]}{500 + [1985 // 168]} \times 138 = 0,806$$

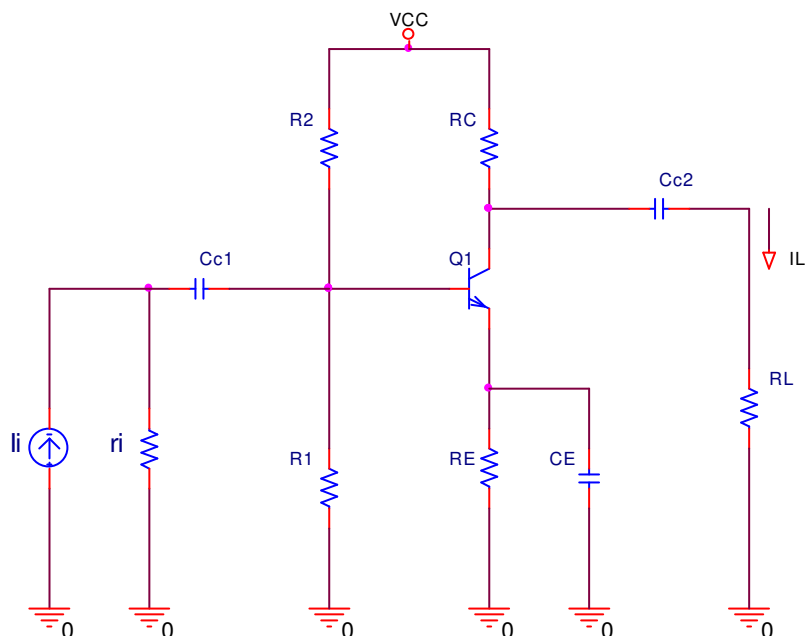
$$A_{Vm_1} \Big|_{R_L=100} = -100 \times 0,581 \times 0,806 = -46,82$$

$$A_{Vm_2} \Big|_{R_L=200} = -200 \times 0,581 \times 0,806 = -93,65$$



2) Dado el siguiente circuito, se pide hallar la ganancia de corriente en frecuencias medias y la frecuencia de corte superior (f_h).

Considerar $R_C \gg R_L$

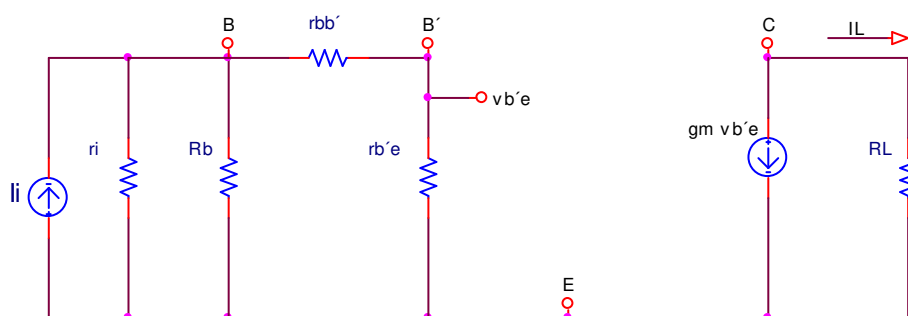


Datos:

$$\begin{aligned} r_i &= 10K\Omega & R_b &= 2K\Omega & r_{bb'} &= 20\Omega & r_{b'e} &= 150\Omega \\ C_{b'c} &= 2pF & C_{b'e} &= 200pF & g_m &= 0,5S & R_L &= 20\Omega \end{aligned}$$

Resolución:

○ Ganancia de corriente en frecuencias medias



$$A_i = \frac{i_L}{i_i} = \frac{i_L}{v_{b'e}} \frac{v_{b'e}}{i_i}$$

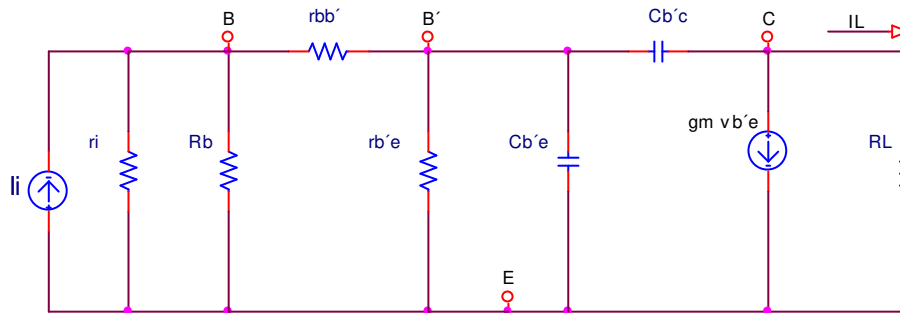
$$i_L = g_m v_{b'e} \Rightarrow g_m = \frac{i_L}{v_{b'e}} = 0,5 \frac{1}{\Omega}$$



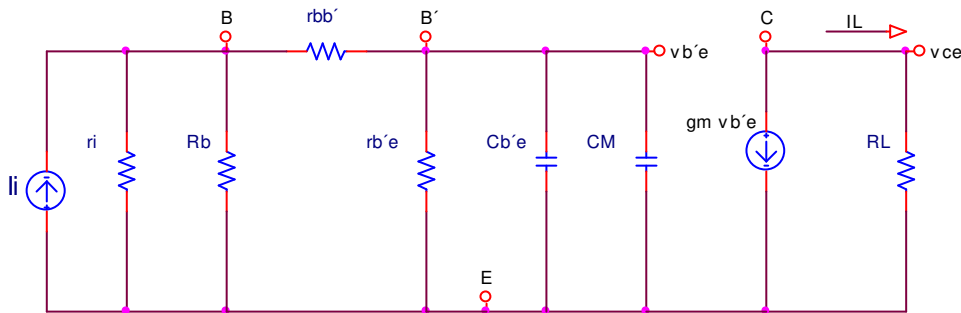
$$\frac{v_{b'e}}{i_i} = \frac{\left[r_i // R_b // (r_{bb'} + r_{be'}) \right]}{r_{bb'} + r_{be'}} r_{b'e} = \frac{\left[10K // 2K // (20 + 150) \right]}{20 + 150} 150 = 136,11 \Omega$$

$$A_i = g_m \times \frac{\left[r_i // R_b // (r_{bb'} + r_{be'}) \right]}{r_{bb'} + r_{be'}} r_{b'e} = 68,05$$

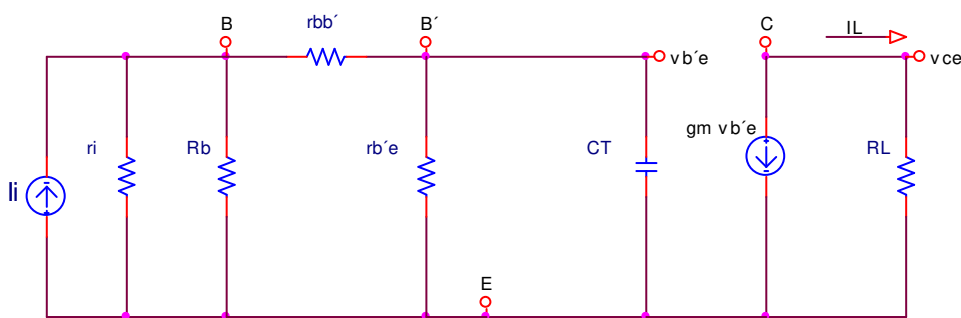
○ Cálculo de $f_h = \frac{1}{2\pi R_{b'e} C_T} = 5,2 \text{ Mhz}$



Aplicando Miller



$$C_M = C_{b'c} (1 + g_m R_L)$$



$$C_T = C_M + C_{b'e}$$

$$R_{b'e} = r_{b'e} // \left[r_{bb'} + (r_i // R_b) \right]$$

$$= 150 // \left[20 + (10000 // 2000) \right] \Rightarrow R_{b'e} = 138 \Omega$$

$$C_M = C_{b'c} (1 + g_m R_L)$$

$$= 2 \text{ pF} (1 + 0,5 \times 20) \Rightarrow C_M = 22 \text{ pF}$$



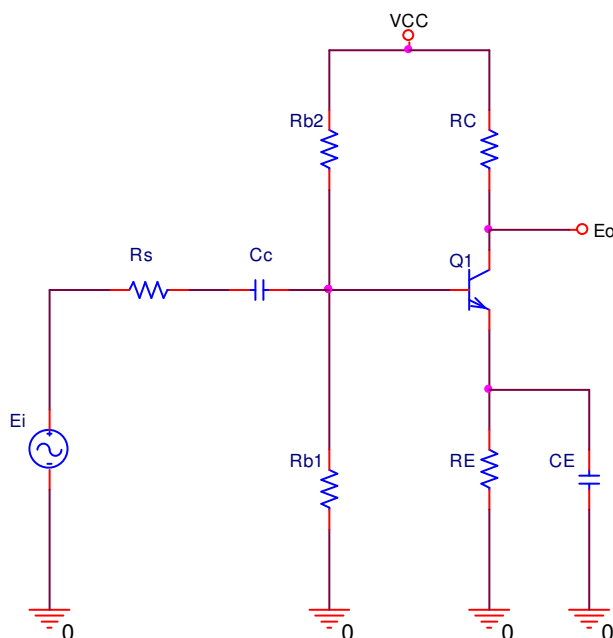
$$C_T = C_M + C_{b'e} = 22pF + 200pF = 222pF$$

$$f_h = \frac{1}{2\pi R_{b'e} C_T} = 5,195MHz$$

Aproximación de f_h con f_β . Condiciones $C_{b'e} \gg C_M$ y $R_{b'e} \cong r_{b'e}$

$$f_\beta = \frac{1}{2\pi r_{b'e} (C_{b'e} + C_{b'c})} = \frac{1}{2\pi \times 138 (200pF + 2pF)} = 5,7MHz$$

3) Dado el siguiente circuito, se pide calcular los capacitores para una frecuencia de corte inferior (f_L).



Datos:

$$\begin{array}{llllll} V_{CC} = 20V & R_E = 1K\Omega & R_S = 1K\Omega & R_b = 8K\Omega & r_{bb'} = 50\Omega & r_{b'e} = 150\Omega \\ R_C = 1K & h_{fe} = 40 & C_{b'c} = 2pF & C_{b'e} = 200pF & g_m = 0,5S & \end{array}$$

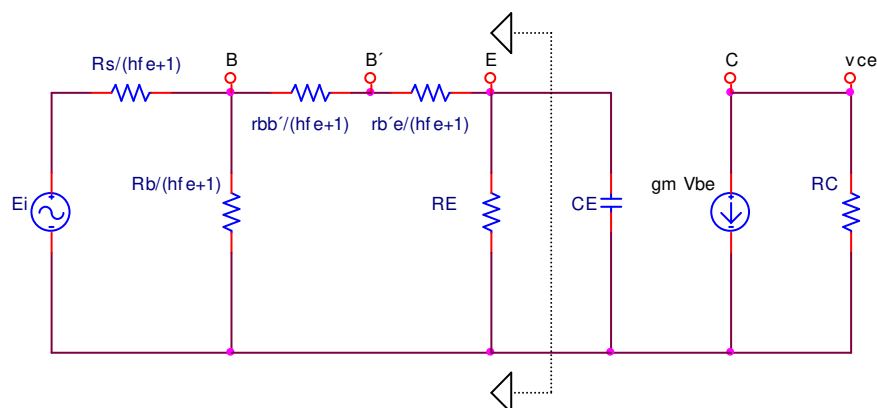
Calcular:

$$C_E \text{ y } C_C \text{ para } f_L = 20Hz$$



Resolución:

- Cálculo de C_E



$$\omega_L = \omega_{C_E} = \frac{1}{R_{T_1} C_E}$$

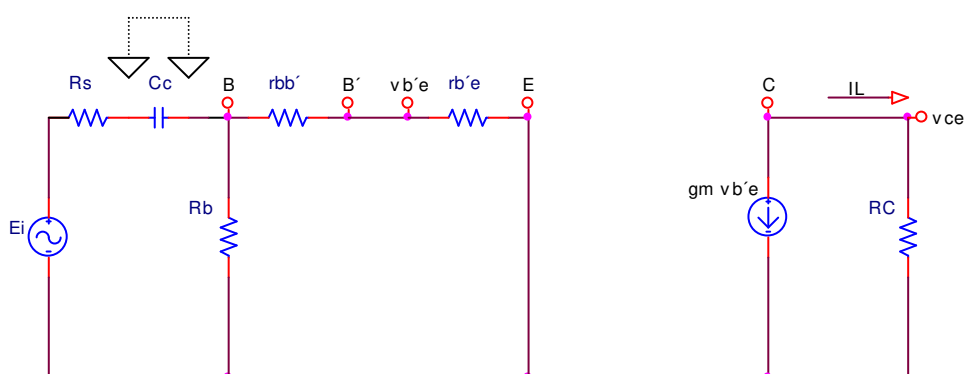
$$R_{T_1} = R_E // \left[\frac{(r_{bb'} + r_{b'e}) + R_b // R_S}{h_{fe} + 1} \right]$$

$$R_{T_1} = 1000 // \left[\frac{(50 + 150) + 8000 // 1000}{41} \right]$$

$$R_{T_1} = 25,86 \Omega$$

$$C_E = \frac{1}{R_{T_1} \omega_L} = \frac{1}{25,86 \times 2\pi \times 20} \Rightarrow C_E = 307 \mu F$$

- Cálculo de C_C



$$\frac{\omega_L}{10} = \omega_{C_C} = \frac{1}{R_{T_2} C_C}$$

$$R_{T_2} = R_S + \left[R_b // (r_{bb'} + r_{b'e}) \right]$$

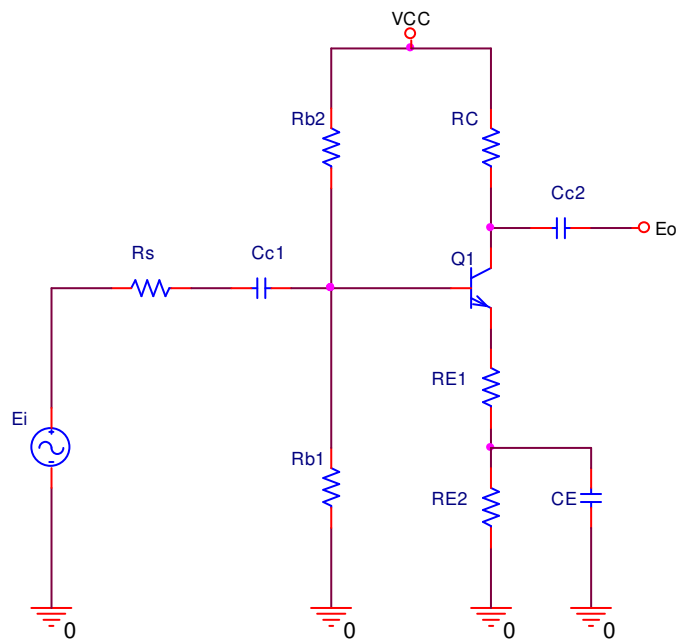


$$R_{T_2} = 1000 + \left[8000 // (50 + 150) \right]$$

$$R_{T_2} = 1195,12\Omega$$

$$C_c = \frac{10}{R_{T_2} \omega_L} = \frac{10}{1195,12 \times 2\pi \times 20} \Rightarrow C_c = 66,58\mu F$$

4) Dado el siguiente circuito, se pide análisis de los capacitares que fijan los polos de frecuencia inferior.



Datos:

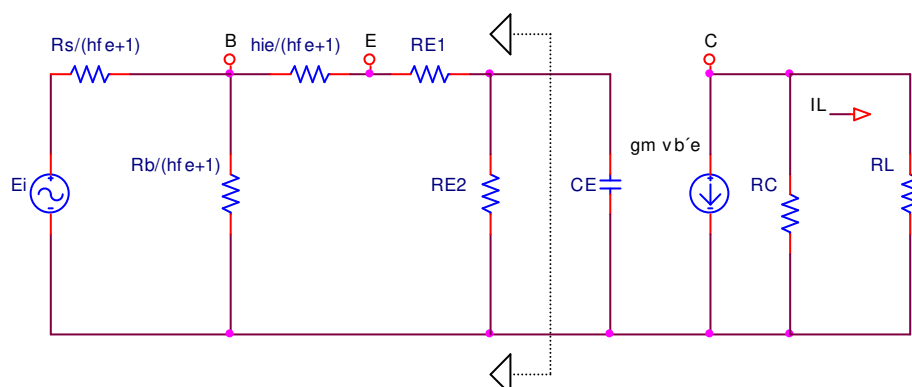
$$V_{CC} = 15V \quad R_{E_1} = 33\Omega \quad R_S = 600\Omega \quad R_{b_1} = 22K\Omega \quad C_{C_1} = 100nF$$

$$R_C = 3,9K \quad R_{E_2} = 1500\Omega \quad C_E = 100\mu F \quad R_{b_2} = 68K\Omega \quad C_{C_2} = 330nF$$

$$R_L = 5,6K\Omega \quad h_{ie} = 1920\Omega \quad h_{fe} = 200$$

Calcular:

- Frecuencia de corte inferior debida C_E



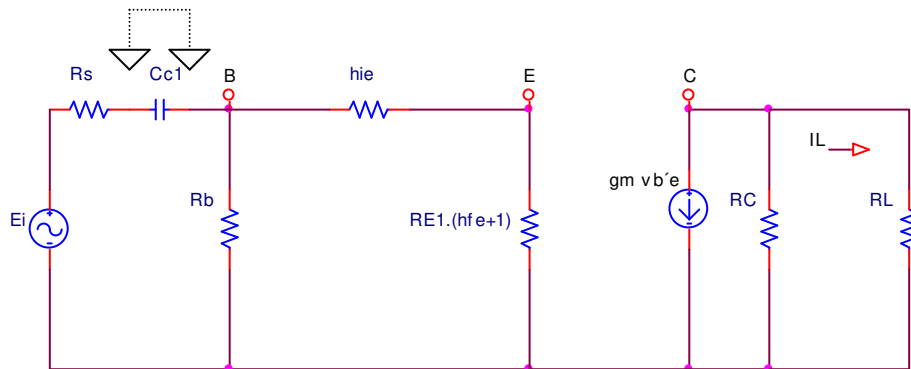


$$R_{T_1} = R_{E_2} // \left[\left(R_{E_1} + \frac{h_{ie}}{(h_{fe} + 1)} \right) + \frac{R_S // R_b}{(h_{fe} + 1)} \right]$$

$$= 1500 // \left[\left(33 + \frac{1920}{(201)} \right) + \frac{600 // 16622}{(201)} \right] \Rightarrow R_{T_1} = 44,09 \Omega$$

$$f_{L_1} = \frac{1}{2\pi R_{T_1} C_E} \Rightarrow f_{L_1} \cong 36,09 \text{ Hz}$$

- Frecuencia de corte inferior debida al circuito RC de entrada.

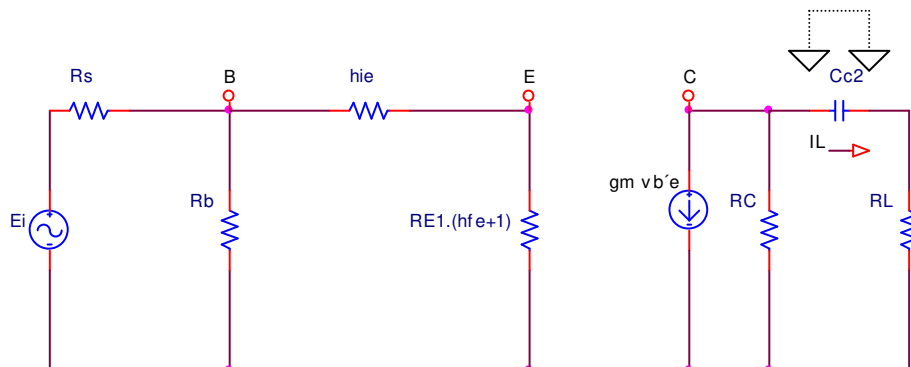


$$R_{T_2} = R_S + \left\{ R_b // \left[h_{ie} + R_{E_1} (h_{fe} + 1) \right] \right\}$$

$$= 600 + \left\{ 16622 // \left[1920 + 33(201) \right] \right\} \Rightarrow R_{T_2} = 6232,43 \Omega$$

$$f_{L_2} = \frac{1}{2\pi R_{T_2} C_{C_1}} \Rightarrow f_{L_2} \cong 255,38 \text{ Hz}$$

- Frecuencia de corte inferior debida al circuito RC de salida.



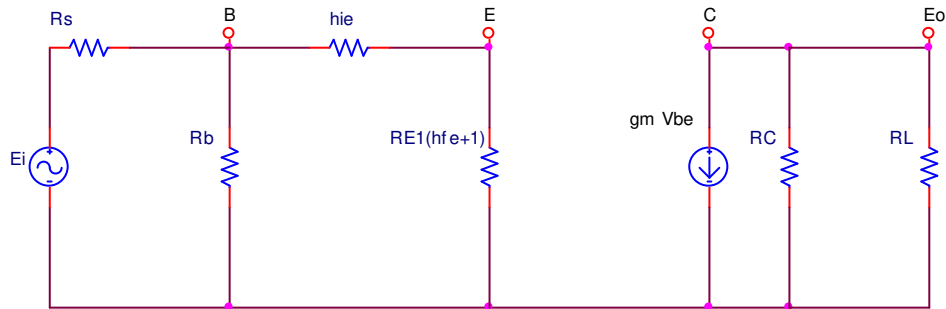
$$R_{T_3} = R_C + R_L$$

$$= 3900 + 5600 \Rightarrow R_{T_3} = 9500 \Omega$$



$$f_{L_3} = \frac{1}{2\pi R_{T_3} C_{C_2}} \Rightarrow f_{L_3} \cong 50,8 Hz$$

- Determinar ganancia a frecuencias medias y realizar traza de Bode mostrando frecuencias críticas inferiores.



$$A_{Vm} = \frac{E_o}{E_i} = \frac{E_o}{v_{be}} \frac{v_{be}}{E_i}$$

$$E_o = g_m v_{be} \times (R_C // R_L) \Rightarrow \frac{E_o}{v_{be}} = R_C // R_L = 2298,94 \times g_m$$

Es necesario calcular g_m

$$R_b = R_{b_2} // R_{b_1} = 68000 // 22000 = 16622 \Omega$$

$$V_{bb} = \frac{V_{CC}}{R_{b_2} + R_{b_1}} R_{b_1} = \frac{15}{68000 + 22000} 22000 = 3,6V$$

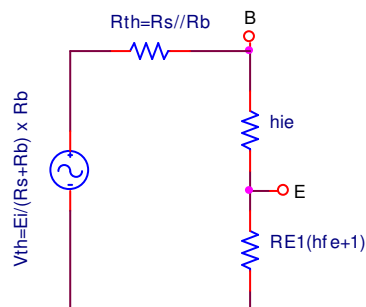
$$I_{CQ} = 25mV \frac{h_{fe}}{h_{ie}} = 25mV \frac{200}{1920 \Omega} = 2,6mA$$

$$g_m \cong 40 I_{CQ} = 0,104 \frac{1}{\Omega}$$

Entonces

$$\frac{E_o}{v_{be}} = 2298,94 \times 0,104 \Rightarrow \frac{E_o}{v_{be}} = 239,08$$

Para calcular v_{be} conviene aplicar Thevenin al circuito de entrada.



$$V_{th} = \frac{E_i}{R_S + R_b} R_b$$
$$R_{th} = R_S // R_b$$

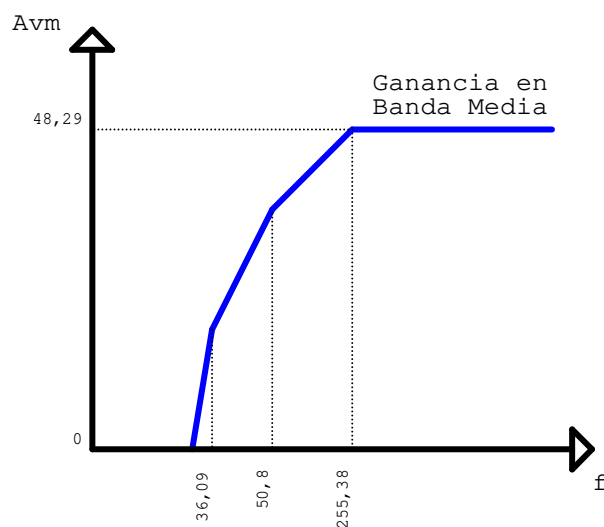
Entonces

$$\frac{v_{be}}{E_i} = \frac{R_b}{R_S + R_b} \times \frac{1}{\left[(R_S // R_b) + h_{ie} + R_{E1} (h_{fe} + 1) \right]} \times h_{ie}$$
$$= \frac{16622}{600 + 16622} \times \frac{1}{\left[(600 // 16622) + 1920 + 6633 \right]} \times 1920 \Rightarrow \frac{v_{be}}{E_i} = 0,202$$

Finalmente

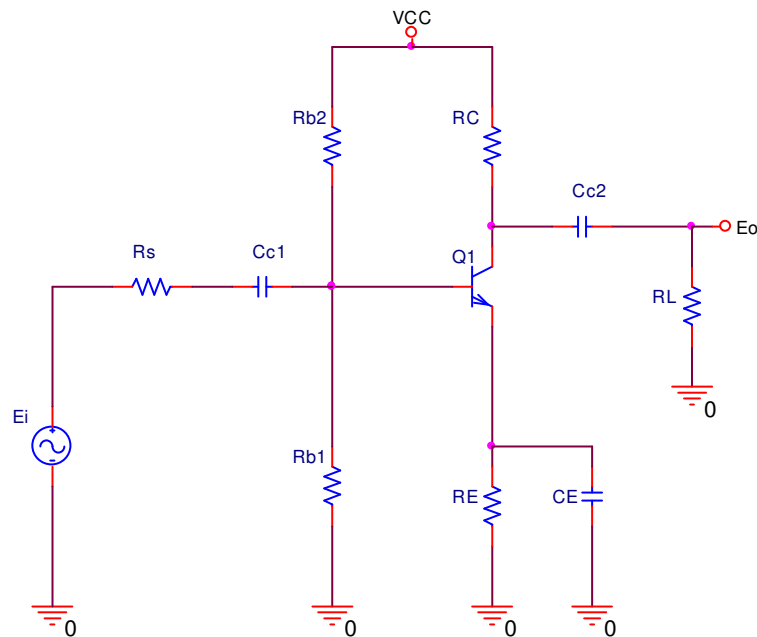
$$A_{Vm} = \frac{E_o}{v_{be}} \frac{v_{be}}{E_i} = 239,08 \times 0,202 \Rightarrow A_{Vm} = 48,29$$

Grafica de Bode en baja frecuencia





5) Dado el siguiente circuito, se pide análisis de los polos de frecuencia superior.



Datos:

$$\begin{aligned} h_{fe} &= 125 & r_{b'b} &= 30\Omega \\ C_{b'c} &= 2,4\text{pF} & R_E &= 0,47\text{K}\Omega \\ C_{b'e} &= 20\text{pF} & R_S &= 600\Omega \\ R_C = R_L &= 2,2\text{K}\Omega & h_{ie} &= 1380\Omega \\ & & R_{b_1} &= 4700\Omega \\ & & R_{b_2} &= 22000\Omega \end{aligned}$$

- Calcular la frecuencia crítica superior producida por el circuito de entrada.

$$I_{CQ} = 25\text{mV} \frac{h_{fe}}{h_{ie}} = 25\text{mV} \frac{125}{1380\Omega} = 2,26\text{mA}$$

$$g_m \cong 40I_{CQ} = 0,09 \frac{1}{\Omega}$$

$$R'_L = R_C // R_L = 1100\Omega$$

$$C_{MEN} = C_{b'c} (1 + g_m R'_L)$$

$$= 2,4\text{pF} (1 + 0,09 \times 1100) \Rightarrow C_{MEN} = 240\text{pF}$$

$$C_T = C_{b'e} + C_{MEN}$$

$$= 20\text{pF} + 240\text{pF} \Rightarrow C_T = 260\text{pF}$$



$$h_{ie} = r_{bb'} + r_{be} \Rightarrow r_{be} = 1380 - 30 \Rightarrow r_{be} = 1350\Omega$$

$$R_{b'e} = r_{be} // [r_{bb'} + (R_S // R_b)]$$

$$= 1350 // [30 + (519,5)] \Rightarrow R_{b'e} = 390,53\Omega$$

$$f_{h_{EN}} = \frac{1}{2\pi R_{b'e} C_T} \Rightarrow f_{h_{EN}} = 1,56MHz$$

- Calcular la frecuencia crítica superior producida por el circuito de salida.

Si la ganancia de voltaje es mucho mayor que 1, se puede decir que $C_{M_{SAL}} \cong C_{b'c} = 2,4pF$

$$f_{h_{SAL}} = \frac{1}{2\pi (R_C // R_L) C_{M_{SAL}}} \Rightarrow f_{h_{SAL}} = 60,28MHz$$

Grafica de Bode en alta frecuencia

