



## Amplificadores Operacionales: Integradores y Derivadores

**Introducción:** Estos circuitos tienen la capacidad de realizar la integral o derivada en función del tiempo de una señal de entrada.

**Integrador Operacional:** Un Circuito integrador práctico es como el que se muestra en la Figura 1.

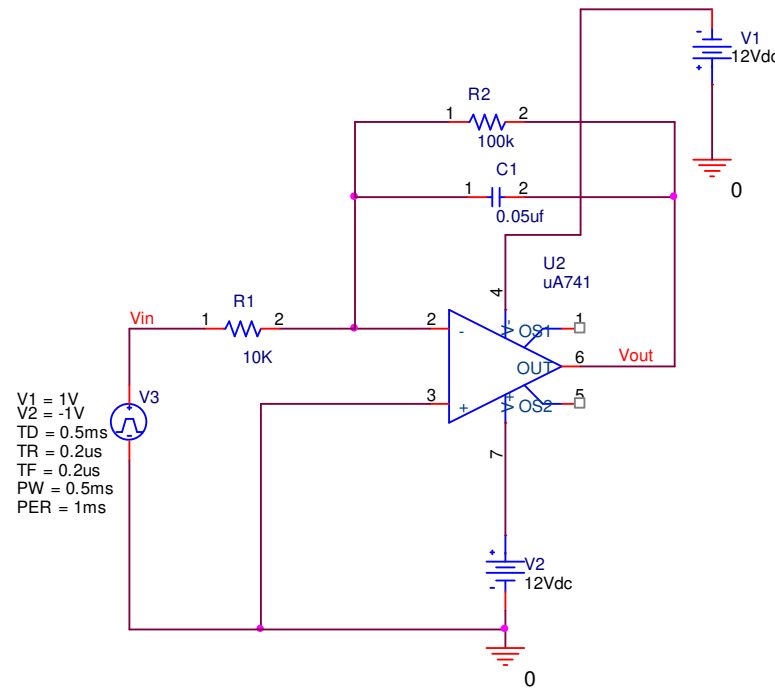


Figura 1

En este circuito la señal que se desea integrar es una señal cuadrada de  $1\text{KHz}$  y  $v_{ip} = \pm 1\text{V}$ , y se solicita que a la salida del integrador una señal triangular  $v_{op-p} = 1\text{V}$ . La precisión debe ser del 99%.

La tensión de salida será función del tiempo es:

$$v_{op-p} = \frac{v_{ip}}{R_1 C_1} \int_0^{T/2} dt$$

Ya que el tiempo de integración es  $T / 2$ .

$$\Delta v_o = \frac{\Delta T}{R_1 C_1} v_{ip}$$

Es necesario que a la frecuencia de integración la ganancia sea unitaria ya que en el medio periodo la señal de entrada  $v_{ip} = 1\text{V}$  y  $\Delta v_o = 1\text{V}$ .



$$1 = \frac{0.5ms}{R_1 C_1}$$

Fijando  $R_1 = 10K\Omega$

$$C_1 = \frac{0.5ms}{10K\Omega} \Rightarrow C_1 = 50nf$$

Es necesario fijar la ganancia en baja frecuencia y lograr una precisión del 99%. En proximidades a la frecuencia de corte inferior la precisión es del orden del 50%, es por ello que para lograr esta precisión del 99% se debe cumplir

$$f_{integracion} = 10 \times f_{inferior}$$

Con esto se deduce que  $f_{inferior} = 100Hz$

Para determinar el valor de  $R_2$  se debe saber el valor de la ganancia a  $f_{inferior} = 100Hz$  esto se puede obtener con la siguiente relación sacada de la Figura 3.

$$A_{v(f\ inf)} \times f_{inferior} = A_{v(f\ int)} \times f_{integracion}$$
$$A_{v(f\ inf)} = \frac{A_{v(f\ int)} \times f_{integracion}}{f_{inferior}} = \frac{1 \times 1Khz}{100hz} \Rightarrow A_{v(f\ inf)} = 10$$

Con este dato y sabiendo que  $R_1 = 10K\Omega$ , se deduce que  $R_2 = 100K\Omega$

Los puntos determinados por la formula anterior son conocidos como producto de ganancia por ancho de banda.



En la figura 2 se presenta el resultado de la simulación para una frecuencia de 1Khz a la entrada.

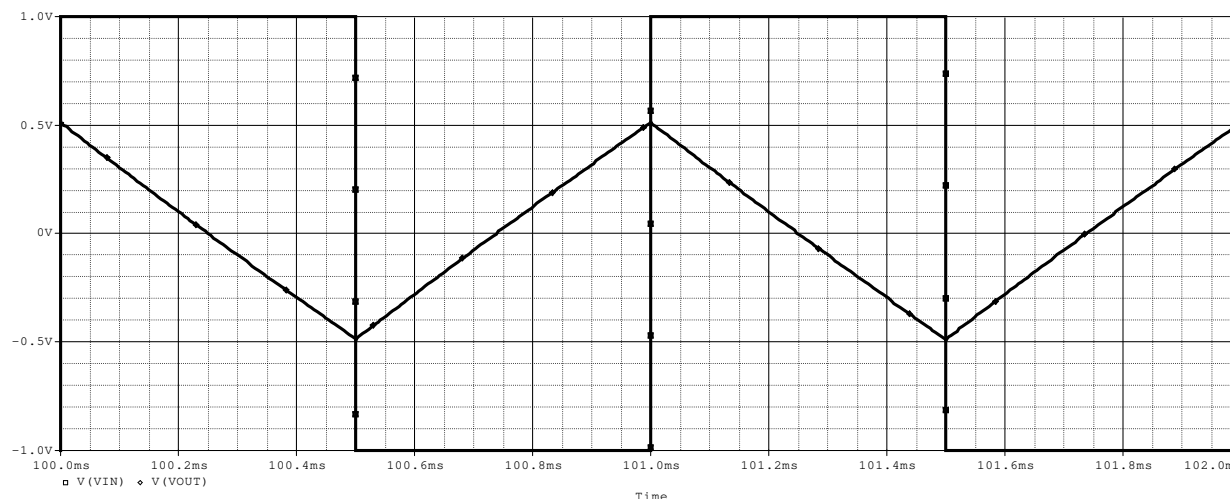


Figura 2

El diagrama de Bode queda.

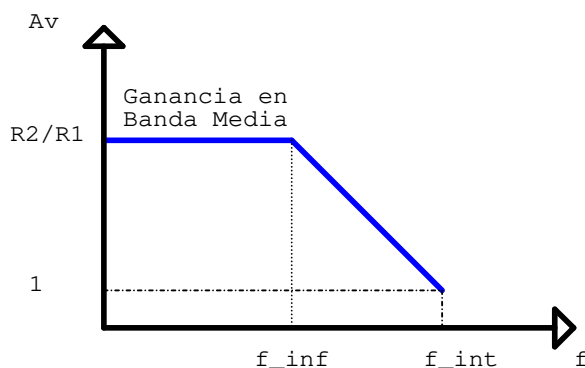


Figura 3

Recalculando entonces las frecuencias de corte inferior y de integración

$$f_{inferior} = \frac{1}{2\pi R_2 C_1} = \frac{1}{2\pi \times 100K\Omega \times 50nF} \cong 31,8Hz$$

$$f_{integracion} = \frac{1}{2\pi R_1 C_1} = \frac{1}{2\pi \times 10K\Omega \times 50nF} \cong 318Hz$$

Estos valores difieren de lo pretendido al inicio del cálculo, es decir que la ganancia a 1Khz sea unitaria, esto es debido a que este calculo resulta de una aproximación.

Para ello se debe fijar  $f_{inferior} = 100Hz$  y  $f_{integracion} = 1KHz$ , y se debe mantener  $C_1 = 50nF$

Despejando entonces  $R_1$  y  $R_2$  en ambas ecuaciones se obtienen los valores siguientes:

$$R_1 = 3,18K$$

$$R_2 = 31,8K$$



Para el la simulación de la respuesta en frecuencia se utiliza el siguiente circuito

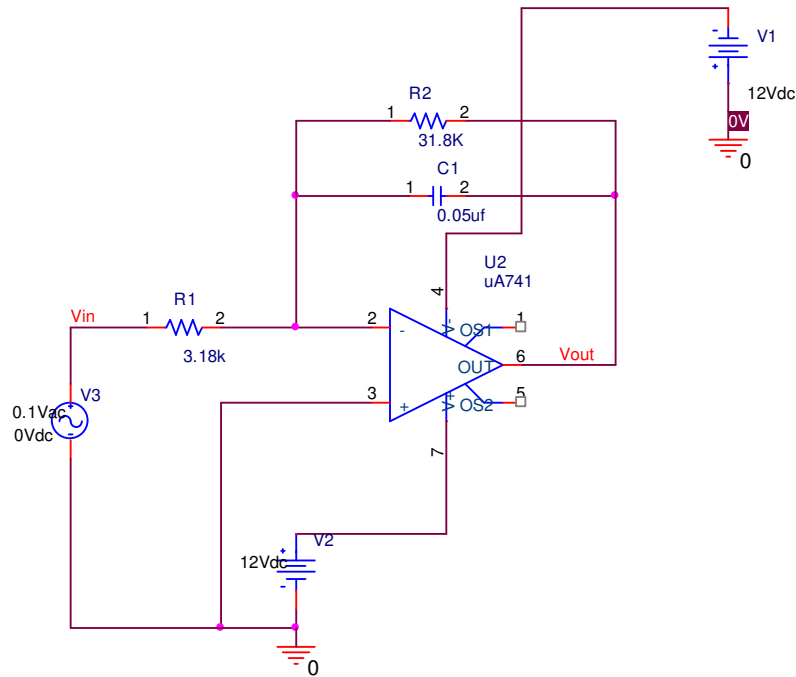


Figura 4

La curva de la respuesta en frecuencia del integrador será

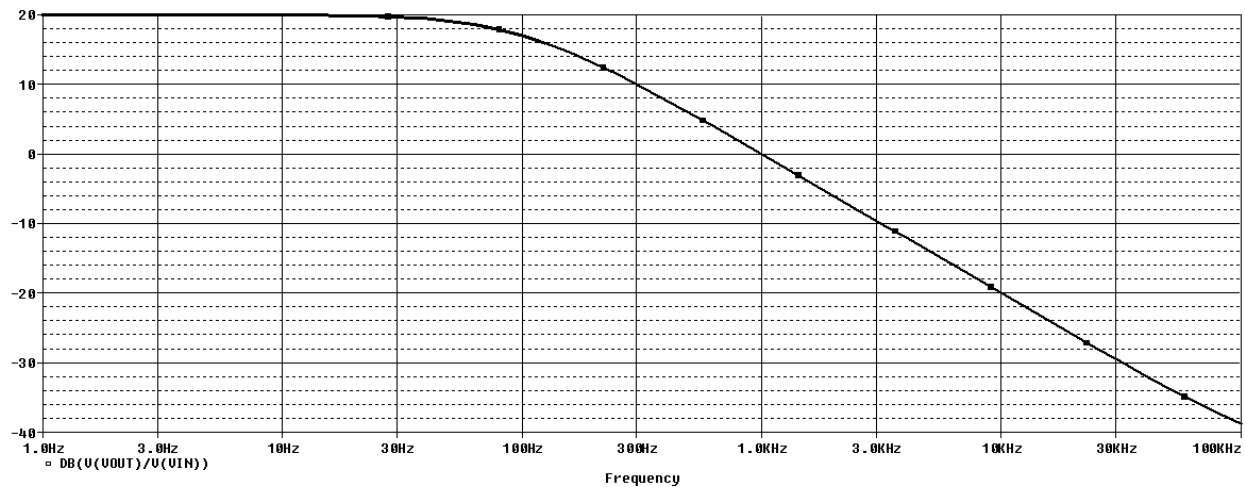


Figura 5

El cambiar la frecuencia de entrada en un integrador puede alterar su funcionamiento significativamente ahora se muestran los cambios a la salida inyectando valores de frecuencia de 100hz y 10Khz a la entrada.



Para 100Hz

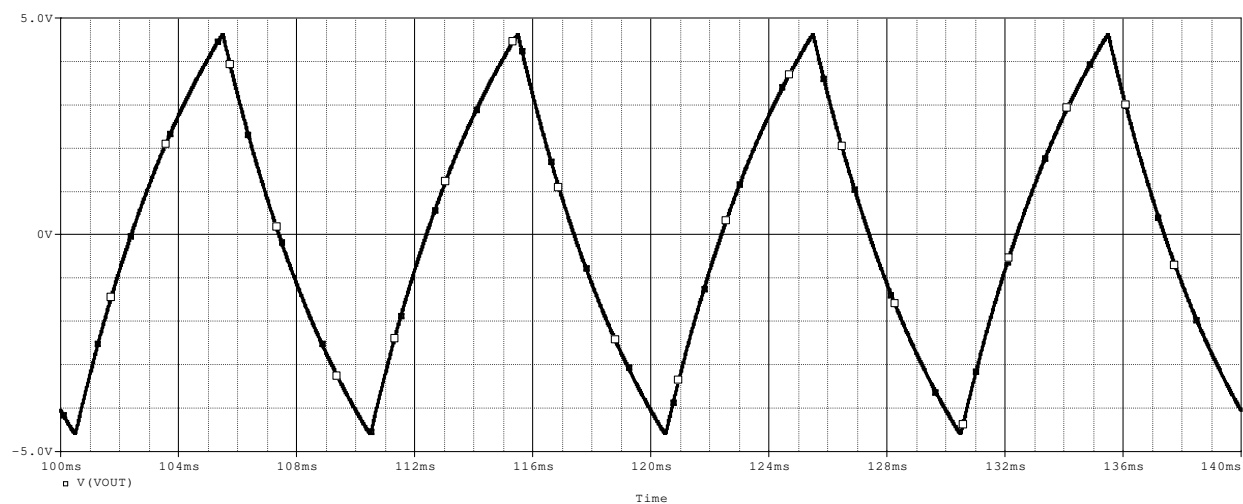


Figura 5

Para 10Khz

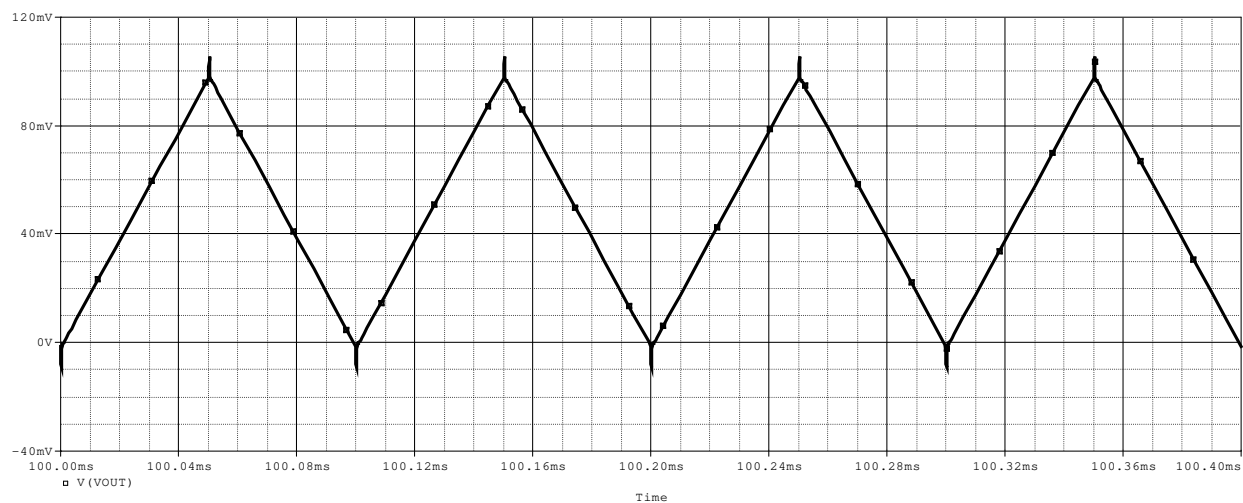


Figura 6



Derivador Operacional: Un Circuito derivador práctico es como el que se muestra en la Figura 7.

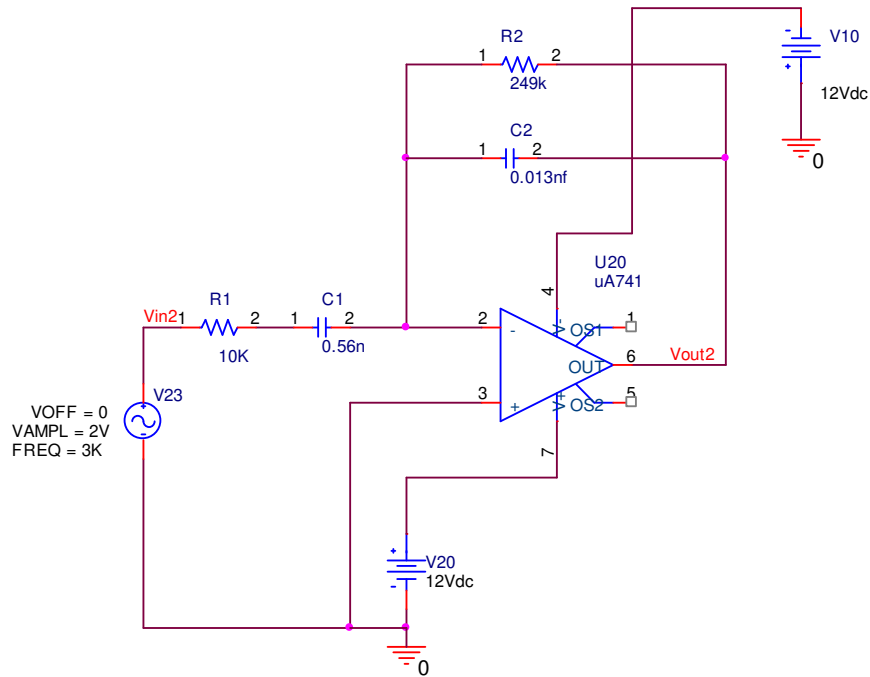


Figura 7

Primeramente se fija la impedancia de entrada del derivador  $R_1 = 10K\Omega$ .

$$v_{o(t)} = -R_2 C_1 \frac{\partial(v_{in} \sin \omega t)}{\partial t}$$
$$v_{o(t)} = -\omega R_2 C_1 v_{in} \cos \omega t$$

Se requiere una señal cosenoidal de valor pico de  $v_{o(pico)} = 5V$ . Para una  $v_{i(pico)} = 2V$  a una frecuencia de  $3KHz$ .

Este derivador en su respuesta en frecuencia consta de un cero y dos polos

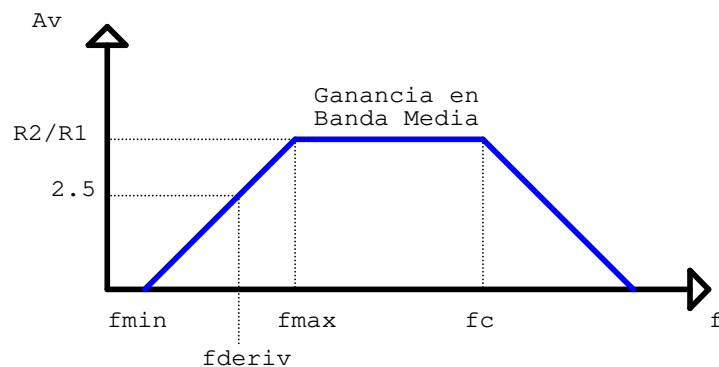


Figura 8



Los valores de interés sacados de la función de transferencia del derivador son:

$$f_{deriv} = \frac{f_{max}}{10} \quad f_{max} = \frac{1}{2\pi R_1 C_1}$$
$$f_{min} = \frac{1}{2\pi R_2 C_1} \quad f_c = \frac{1}{2\pi R_2 C_2}$$

Teniendo

$$f_{deriv} = 3Khz$$

$$f_{max} = 10 \times 3Khz = 30Khz$$

$$30Khz = \frac{1}{2\pi R_1 C_1} \Rightarrow C_1 = \frac{1}{2\pi \times 10K\Omega \times 30Khz} = 0.56nF$$

Suponiendo  $v_{o(0)} = -5V$

$$-5V = -2\omega R_2 C_1 \cos(\omega.0) \Rightarrow \omega R_2 C_1 = 2.5V$$

Despejando  $R_2$

$$R_2 = \frac{2.5V}{\omega C_1} = \frac{2.5V}{2\pi \times 3000 \times 0.56nF} \Rightarrow R_2 \cong 249K\Omega$$

Por último se calcula la frecuencia de corrección o corte superior  $f_c$ ,

$$f_c = 50Khz$$

$$50Khz = \frac{1}{2\pi \times R_2 C_2}$$

$$C_2 = \frac{1}{2\pi \times 250Khz \times 50Khz} \Rightarrow C_2 \cong 13pF$$

La ganancia a frecuencias medias será

$$A_v = -\frac{R_2}{R_1} = \frac{249}{10} = -24.9$$

El resultado de la derivación se muestra en la Figura 9

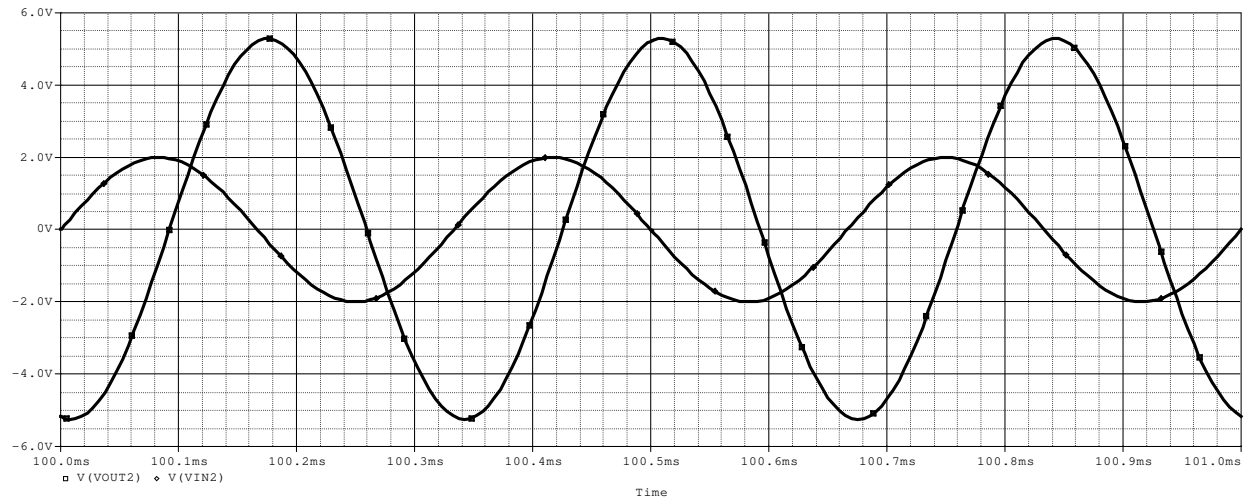


Figura 9





Derivador Operacional: En este caso se estudiará el uso del derivador con una señal triangular a la entrada.

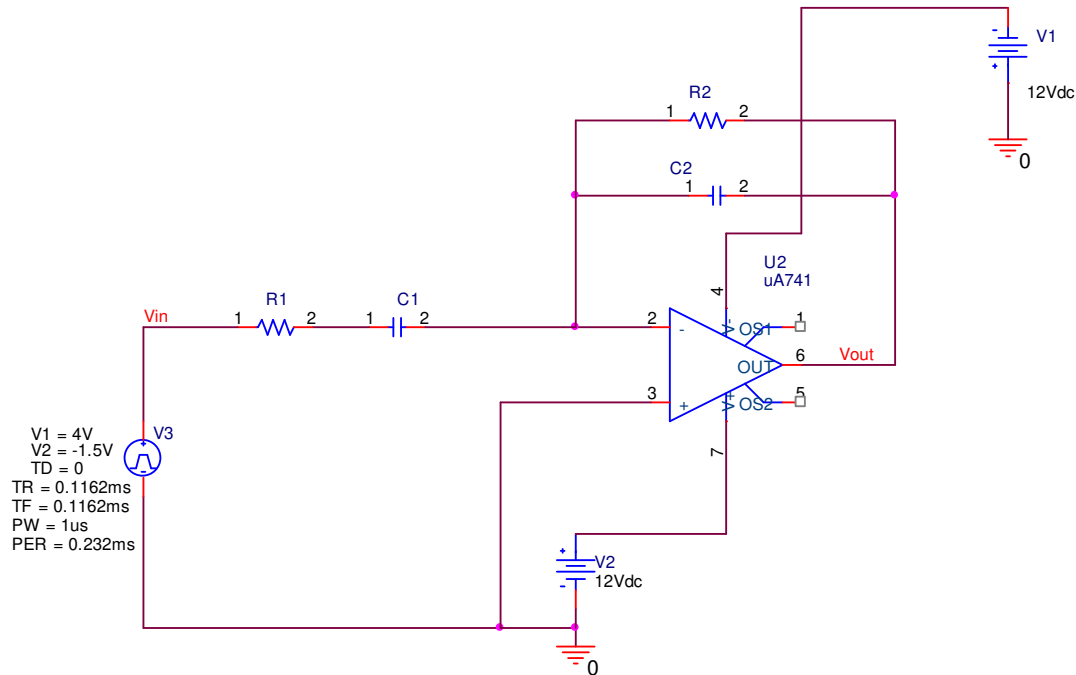


Figura 10

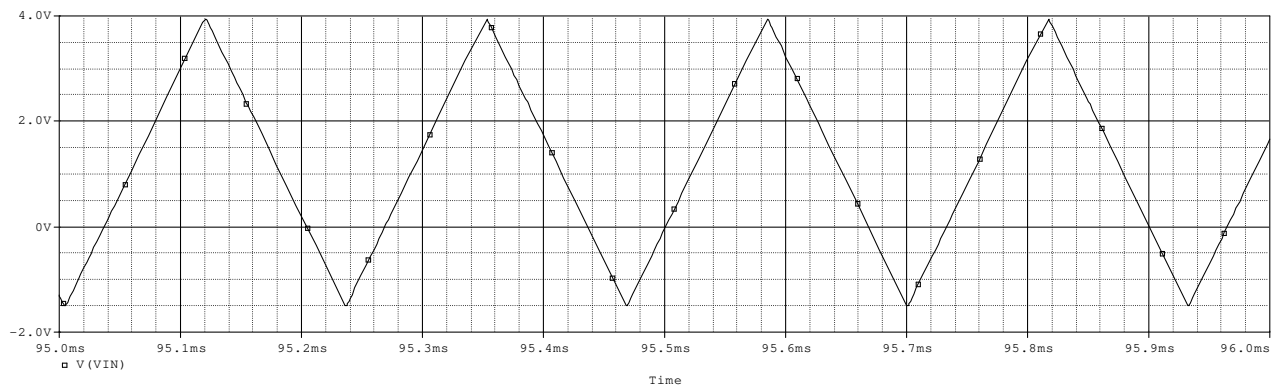


Figura 11

La señal triangular de entrada tiene un rango de -1.5V a 4V.

Nuevamente la respuesta del derivador está dada por la Figura 8.

Para lograr el 99% de precisión se hace,

$$f_{deriv} = \frac{f_{max}}{10} = 4.3Khz \quad f_{max} = \frac{1}{2\pi R_1 C_1} = 43Khz$$

$$f_{min} = \frac{1}{2\pi R_2 C_1} \quad f_c = \frac{1}{2\pi R_2 C_2}$$



Se fija primeramente la impedancia de entrada del derivador  $R_1 = 4.7 K\Omega$

En la zona de derivación se tiene

$$A_{vf} = \frac{V_{o(t)}}{V_{i(t)}} = -SR_2 C_1$$

$$V_{o(t)} = -R_2 C_1 \frac{\partial V_{i(t)}}{\partial t}$$

En este momento se debe tener en cuenta el SlewRate del amplificador ya que el mismo debe tener la capacidad de seguir los rápidos cambios que se van produciendo a la entrada.

$$f_{max} = \frac{1}{2\pi R_1 C_1} \Rightarrow C_1 = \frac{1}{2\pi R_1 f_{max}}$$

$$C_1 = \frac{1}{2\pi \times 4.7 K\Omega \times 43 KHz} = 0.787 nf \cong 1nf$$

Recalculando

$$f_{max} = \frac{1}{2\pi \times 4.7 K\Omega \times 1nf} = 33.8 KHz$$

La  $f_{max}$  sigue siendo bastante superior a la frecuencia de derivación.

Para determinar  $V_{o(t)}$  es necesario conocer la ecuación de la recta de la señal de entrada. Utilizamos la ecuación de la recta que pasa por dos puntos.

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$$

$$pto1 = (0; -1.5)$$

$$pto2 = (116u; 4)$$

$$\frac{x - 0}{116u - 0} = \frac{y - (-1.5)}{4 - (-1.5)}$$

Resolviendo,

$$y = \frac{1375000}{29} x - 1.5 = V_{i(t)}$$

$$V_{o(t)} = -R_2 C_1 \frac{\partial \left( \frac{1375000}{29} x - 1.5 \right)}{\partial t}$$



$$V_{o(t)} = -R_2 C_1 \times 47413.8 \therefore R_2 = \frac{V_{o(t)}}{C_1 \times 47413.8} = \frac{3V}{1nf \times 47413.8}$$

$$R_2 \cong 63K\Omega$$

El resultado de la simulación es,

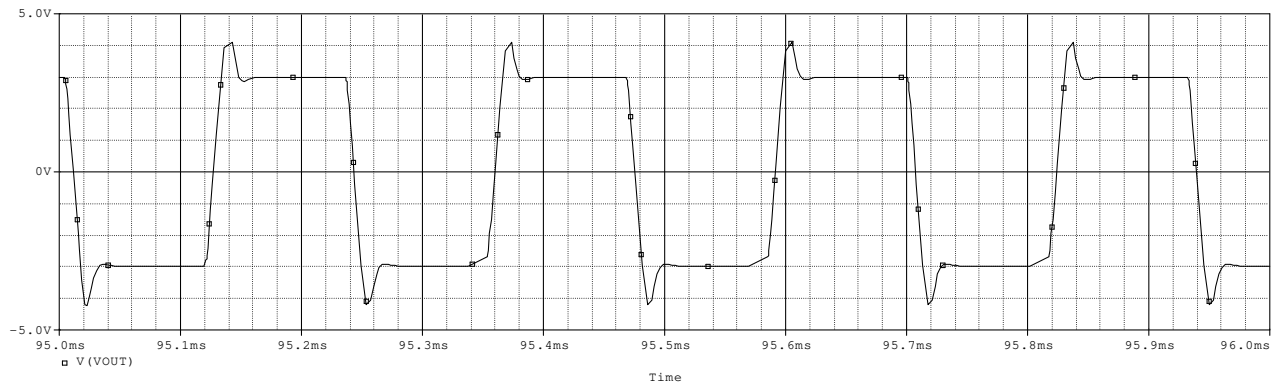


Figura 12

Se ven sobrepicos indeseados el motivo de ello es que no hemos limitado el derivador en alta frecuencia, es decir, que aún no está colocado  $C_2$ .

$$f_c = \frac{1}{2\pi R_2 C_2} \Rightarrow C_2 = \frac{1}{2\pi R_2 f_c} = \frac{1}{2\pi \times 63K\Omega \times 50Khz} \cong 56pf$$

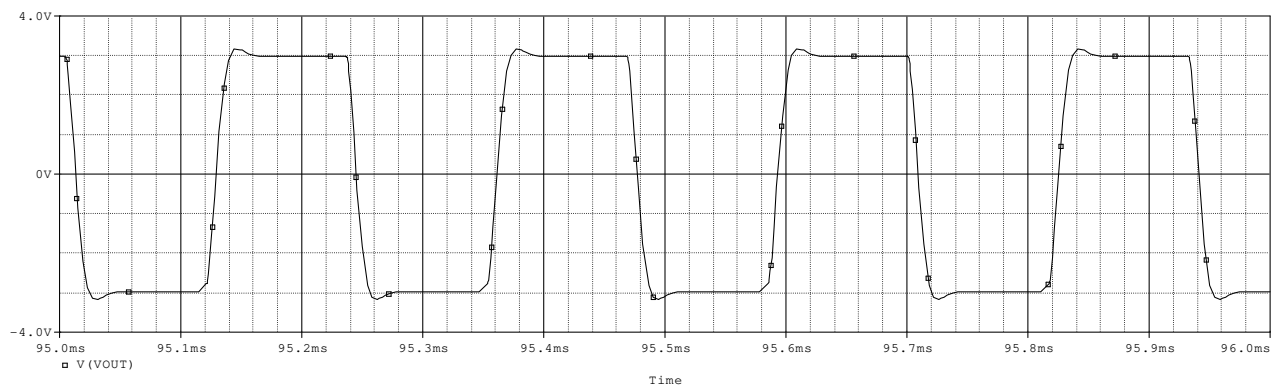


Figura 13

En conclusión, al limitar el ancho de banda en  $50Khz$  se mejoró la salida del derivador ya que los sobrepicos fueron disminuidos considerablemente.