

Introducción a los Circuitos Integradores y Derivadores

Ing EDUARDO A GONZALEZ

Año 2010



Introducción a los Circuitos Integradores y Derivadores

Objetivo específico

Describir los principales circuitos integradores/derivadores más usuales y adquirir criterios de selección/diseño de los mismos.

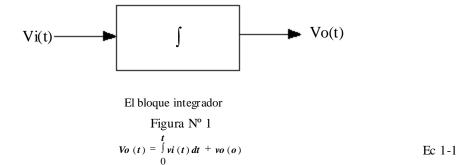
| Item | Pag. |
|---|------|
| 1-Introducción a los circuitos integradores. | 3 |
| 1-1 Definición del circuito integrador. | 3 |
| 1-2 Ejemplos básicos. | 4 |
| 1-3 El circuito integrador inversor. | 5 |
| 1-4 Imprecisiones debido a las señales de error. | 5 |
| 1-5 Corrección de errores. | 6 |
| 1-6 Recomendaciones para el diseño. | 7 |
| 1-7 El límite superior de frecuencia y su precisión. | 8 |
| 1-8 Fijación del ancho de banda de integración. | 8 |
| 1-9 Condiciones iniciales. | 10 |
| 1-10 Integrador sumador. | 11 |
| 1-11 Integradores no inversores y diferenciales. | 11 |
| 1-12 Diseño y simulación de integradores prácticos. | 14 |
| 2- Introducción a los circuitos derivadores. | 20 |
| 2-1 Definición del circuito derivador. | 20 |
| 2-2 El derivador básico. | 20 |
| 2-3 Ejemplos básicos. | 21 |
| 2-4 Representación de Bode. | 21 |
| 2-5 El derivador práctico. | 22 |
| 2-6 Grafica de Bode de derivador con ganancia reducida. | 23 |
| 2-7 Fijación de la impedancia de entrada. | 24 |
| 2-8 Grafica de Bode con Zi fijada por R1. | 25 |
| 2-9 Diseño y simulación de derivadores prácticos. | 25 |
| Referencias bibliográficas | 32 |
| | |



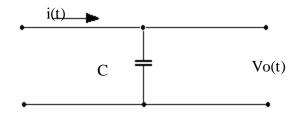
1-Introducción a los circuitos integradores.

1-1 Definición del circuito integrador.

Un circuito integrador se puede considerar como un bloque funcional en si mis mo. En la figura $N^{\circ}1$ se ve dicho bloque y la operación que ejecuta se expresa en la Ec 1-1. La señal de salida V0(t) es igual a la integral en el tiempo de la señal de entrada



Para esta operación se puede utilizar un inductor o un capacitor en combinación con un A.O. El elemento elegido en la mayoría de las aplicaciones es el capacitor como se ve en la figura $N^{\circ}2$ puesto que los inductores no son confiables debido a su dispersión, inestabilidad con temperatura, hu medad, respuesta en frecuencia, etc.



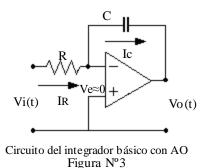
El capacitor como conponente integrador

Figura N°2

Debido a que su respuesta a la circulación de corriente es:

$$i(t) = c \frac{dv(t)}{dt}$$
 Ec 1-2

El circuito integrador inversor figura Nº3 es el de uso mas difundido.



Ing Eduardo A Gonzalez email: egonzalez@scdt.frc.utn.edu.ar



Como sabemos, en el Capacitor $V_C = \frac{Q}{C}$, donde Q es la carga en Coulomb y C es la capacidad en Farad.

Si planteamos que Ve ≈ 0 entonces $v_0 = \frac{Q}{C}$ además se sabe que $-IR = Ic = \frac{vi}{R}$ si Ib = 0

Se puede escribir la tensión de salida como:

$$Q = \int_{0}^{t} I_{R}(t) dt + Qo = -\frac{1}{R} \int_{0}^{t} vi(t) dt + Qo$$

$$Vo(t) = \frac{Q}{C} = -\frac{1}{RC} \int_{0}^{t} vi(t) dt + V(to) \quad \Rightarrow \quad donde \quad V(to) = \frac{Qo}{C} \quad para \quad t = 0$$
 Ec 1-3

1-2 Ejemplos básicos.

Ejemplo 1-1 Suponer que la señal de entrada vi(t) es una tensión continua (constante en el tiempo)

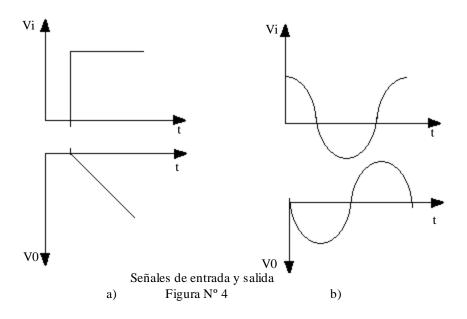
$$Vo(t) = -\frac{vi}{RC} \int_{0}^{t} dt + V(to) = -\frac{vi}{RC} t + V(to)$$
Ec 1-4

O sea que Vo(t) es una función lineal del tiempo (Ec. 1-4). Ver figura Nº4 a.

Ejemplo 1-2: Suponer que la señal de entrada vi(t) es una función cosenoidal vi(t) = Vipico cos wt

$$Vo(t) = -\frac{Vipico}{RC} \int_{0}^{t} \cos wt \ dt + V(to) = -\frac{Vipico}{wRC} sen \ wt + V(to)$$
Ec 1-5

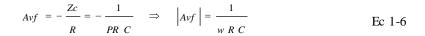
En la Ec 1-5 se ve que la amplificación resulta ser inversamente proporcional a la frecuencia. Ver figura Nº4b

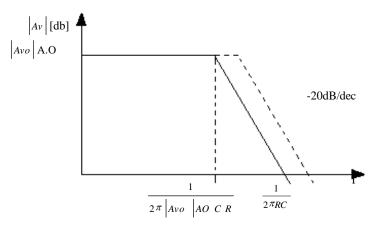




1-3 El circuito integrador inversor.

Otra forma de obtener la función de transferencia Ec 1-6 es aplicando la ecuación del amplificador inversor.





Curva de Bode del integrador básico Figura N° 5

La función de transferencia resultante tiene un polo en el origen. La desensibilidad respecto de la curva a lazo abierto es importante por que garantiza la estabilidad del circuito y la precisión. Representando por Bode el módulo estará dado por la figura N°5. La curva de línea de trazo representa la función de transferencia del amplificador operacional

1-4 Imprecisiones debido a las señales de error.

Se debe tener en cuenta que el capacitor se carga permanentemente con las fuentes V_{os} e I_B . Esa corriente de carga es en realidad una corriente de error definida por la Ec 1-7

$$Ic \ error = \frac{Vos}{R} + IB \qquad \text{luego} \qquad \frac{dvo(t)}{dt} = \frac{1}{C} \left(\frac{V}{-os} + I \right)$$
 Ec 1-7

Se debe buscar que $I_B << \frac{V_{os}}{R}$ de este modo el error se reduce. Esta situación se puede observar en el siguiente

Ejemplo 1-3

Suponer que los componentes de la constante de tiempo τ son:

$$R=10.000[\Omega]$$
 y los datos del amplificador operacional son: $V_{os}=1$ [mV]

$$C=0,1[\mu F]$$
 $I_B=10[nA]$



Para este caso se tiene que $I_B \ll \frac{V_{os}}{R}$.

Por tanto el error será:

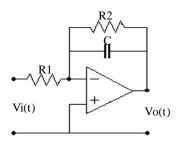
$$\frac{\Delta V}{\Delta T} = -\frac{10^{-3} [V]}{10^{4} [\Omega] 10^{-7} [F]} + \frac{10^{-8} [A]}{10^{-7} [F]} = 1[\frac{V}{s}] + 0.1[\frac{V}{s}] = 1.1[\frac{V}{s}]$$
 Ec 1-8

Pero si se modifican los valores de R y C manteniendo el valor de la constante de tiempo τ se tiene: $R=1[M\Omega]$ y $C=0.001[\mu F]$. Ahora el error será:

$$\frac{\Delta V}{\Delta T} = -\frac{10^{-3} [V]}{10^{6} [\Omega]_{10}^{-9} [F]} + \frac{10^{-8} [A]}{10^{-9} [F]} = 1[\frac{V}{s}] + 10[\frac{V}{s}] = 11[\frac{V}{s}]$$
 Ec 1-9

1-5 Corrección de errores.

Con el fin de paliar este problema es recomendable dis minuir la ganancia del circuito en baja frecuencia. Esto se consigue colocando en paralelo con el capacitor una resistencia R2 (figura Nº6) que evitara que la ganancia llegue a ser la de lazo abierto del amplificador operacional para corriente continua. Con la R2 la función de transferencia esta dada por:



Circuito con corrección de errores Figura Nº6

$$Avf = -\frac{Zc}{R1} = -\frac{R2\frac{1}{PC}}{R1\left(R2 + \frac{1}{PC}\right)} = -\frac{R2}{R1}\frac{1}{(1 + R2PC)}$$
 Ec 1-10

Luego a partir de esta ecuación para baja frecuencia se tiene la Ec1-11. O sea 1>> R2 P C

$$\left| Avf \right| = \frac{R2}{R1}$$
 Ec 1-11

Y para alta frecuencia será 1 << R2 P C y se tendrá la función del integrador Ec 1-12. O sea:



$$\left| Avf \right| = \frac{1}{P \ C \ R_1}$$
 Ec 1-12

El Bode quedará como se ve en la figura Nº7.

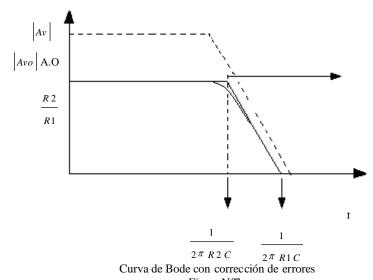


Figura N°7

De esta grafica se puede deducir que la frecuencia de corte inferior del integrador se puede obtener del producto de ganancia por ancho de banda como se ve en la Ec 1-13:

$$f \text{ inf } \frac{R2}{R1} = \frac{1}{2\pi C R1}$$
 1 de donde $\Rightarrow f \text{ inf } = \frac{1}{2\pi C R2}$ Ec 1-13

1-6 Recomendaciones para el diseño.

1-6a) Es recomendable utilizar amplificadores operacionales de baja corriente de error I_B lo ideal es utilizar amplificadores con entrada FET o MOS, de este modo se evita la deriva de la tensión de salida debido a la carga espuria del capacitor. No obstante ello se deberán tomar medidas en el circuito tendientes a compensar el efecto de esta señal de error.

1-6b) La buena performance del AO tiene una limitación dada por la calidad del capacitor de realimentación, que puede reducir la exactitud en las aplicaciones de precisión. Por lo tanto es necesario un breve análisis de las limitaciones de los capacitores que se utilizarán en los integradores de precisión. En la tabla №1 se pueden ver algunas especificaciones de capacitores de buena calidad clasificados según el dieléctrico utilizado.



| Dieléctrico | M ay lar | M ay lar | Poli | Policarbonato | Poli | Teflón | Teflón |
|---|---------------------|---------------------|-----------------------|----------------------|---------------------|---------------------|-----------------------|
| Daniel I. A | | metalizado | carbonato | metalizado | estireno | | metalizado |
| Rango de temperatura | | | | | | | |
| Alta temperatura (°C) | +125 | +125 | +125 | +125 | +85 | +200 | +200 |
| Baja temperatura(°C) | -65 | -65 | -65 | -65 | -65 | -65 | -65 |
| Coeficiente de temp. | | | | | | | |
| -65°C a 25°C (%) | -6 | -6 | -1,5 | -1,5 | +0,9 | +1,9 | +0,5 |
| 25°C a altas temp. (%) | +12 | +12 | +/-0,5 | +/-0,5 | -0,6 | -3,7 | -1,0 |
| Absorción dieléctrica | 0,1 | 0,1 | 0,05 | 0,05 | 0,2 | 0,1 | 0,2 |
| % @ 25°C | | | | | | | |
| Factor de disipación | | | | | | | |
| @ 25°C en (%) | 0,3 | 0,5 | 0,1 | 0,2 | 0,02 | 0,01 | 0,1 |
| @ alta temp. en (%) | 1,2 | 1,7 | 0,07 | 0,6 | 0,04 | 0,02 | 0,2 |
| Resistencia de aislación | | | | | | | |
| @ 25°C en (MΩ-μf) | 2 x 10 ⁵ | 5 x 10 ⁴ | 4 x 10 ⁵ | 2 x 10 ⁵ | 1 x 10 ⁶ | 1 x 10 ⁶ | 5 x 10 ⁵ |
| @ alta temp. (MΩ-μf) | 3 x 10 ² | 1 x 10 ² | 1,5 x 10 ⁴ | 15 x 10 ² | 7 x 10 ⁴ | 1 x 10 ⁵ | 2,5 x 10 ⁴ |
| Medidas aprox. para 50Vdc (Pulgadas cubicas/μf) | 0,12 | 0,06 | 0,19 | 0,09 | 0,44 | 1,1 | 0,39 |

Tabla Nº1

1-7 El límite superior de frecuencia y su precisión.

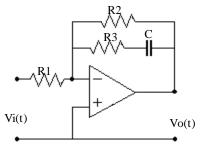
La frecuencia superior de integración depende del ancho de banda del AO y de su nivel de ruido el cual puede llegar a en mascarar la señal.

Precisión.

La precisión depende de la linealidad de la función de transferencia. En las proximidades de la frecuencia inferior la precisión es del orden del 50% mientras que para frecuencias próximas a 10 veces la frecuencia inferior la precisión es del 99%. Esto se puede ver gráficamente en la figura N° 7

1-8 Fijación del ancho de banda de integración.

En la figura Nº8 se puede ver una modificación del integrador de la figura Nº 6 la resistencia agregada R3 fija la ganancia para alta frecuencia.



Circuito de limitación del ancho de banda Figura N° 8



En la Ec1-14 se puede ver la nueva función de transferencia que será:

$$Avf = -\frac{R2}{R1} \frac{\left(R3 + \frac{1}{PC}\right)}{\left(R3 + R2 + \frac{1}{PC}\right)} = -\frac{R2}{R1} \frac{\P + PCR 3}{\P + PCR 3}$$
 Ec 1-14

Si se plantea que R2 >> R3 la ecuación queda como se ve en la Ec1-15.

$$Avf = -\frac{R2}{R1} \frac{\P + PCR 3}{\P + PR 2C}$$
 Ec 1-15

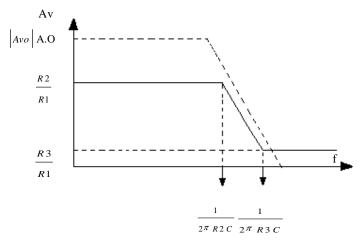
Luego para poder realizar el diagrama de Bode (figura N° 9) se debe determinar el valor de las constantes. Para baja frecuencia se tiene 1>>PCR2 y 1>>PCR3 la función queda:

$$Avf = -\frac{R2}{R1}$$

Para alta frecuencia se tiene 1<<PCR2 y 1<<PCR3 la función queda:

$$Avf = -\frac{R3}{R1}$$

Con estos valores de ganancia y de frecuencias del polo y el cero es posible construir la grafica de Bode de la figura Nº9 en la que se puede apreciar con claridad la zona de integración y su ancho de banda.

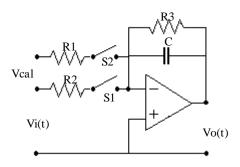


Limitación del ancho de banda Figura N° 9



1-9 Condiciones iniciales.

Para la carga de condiciones iniciales y la posterior medición del resultado de la operación, se debe modificar el circuito figura Nº10 agregando una fuente auxiliar para el calibrado.



Integrador con condiciones iniciales Figura N° 10

En este circuito se puede apreciar que las llaves S1 t S2 permiten cargar condiciones iniciales de integración y detener el proceso para realizar la medición resultante.

Las condiciones se observan en la Tabla Nº2 y son las siguientes.

| Posición de las llaves | | | |
|-------------------------|--|--|--|
| | Estado del circuito | | |
| | | | |
| S1 cerrado y S2 abierto | Integrando | | |
| | | | |
| S1 abierto y S2 abierto | Integración detenida, se mide | | |
| | | | |
| S1 abierto y S2 cerrado | Cargando condiciones iníciales "Vo(0)" | | |

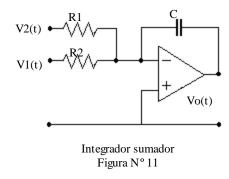
Tabla N°2

La condición inicial es $Vo(t0) = -\frac{R3}{R2}$ Vcal y el tiempo de establecimiento de la Vo deberá ser mayor que $\tau = C$ R3.



1-10 Integrador sumador.

En el circuito de la figura N11 se presenta un integrador que cumple la función adicional de su mador

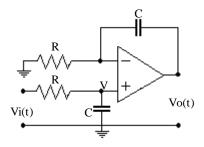


Este circuito se puede analizar por aplicación de superposición, utilizando el concepto de sumador inversor e integrador:

$$Vo(t) = -\frac{1}{C} \int_{0}^{t} \frac{v1(t)}{R1} dt + \frac{v2(t)}{R2} dt + Vo$$
 Ec 1-16

$\hbox{\bf 1-11 Integradores \ no inversores e integradores \ differenciales.}$

1-11a) Integrador no inversor: En el circuito de la figura Nº 12 se puede observar un integrador no inversor de constantes de tiempo apareadas.



Integrador no inversor Figura Nº 12

Aplicando el mis mo criterio de análisis que con el circuito no inversor se obtiene:

$$V_O = V \left(1 + \frac{1}{PC R} \right) = V \left(\frac{1 + P C R}{P C R} \right)$$
 Ec 1-17

En la Ec 1-17 la tensión V se obtiene del divisor de tensión de la entrada no inversora Ec1-18 (suponiendo que la Zimc en la entrada del AO es prácticamente infinita).

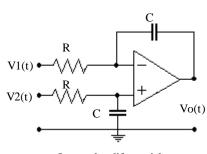


$$V = Vi \frac{\frac{1}{PC}}{R + \frac{1}{PC}} = Vi \frac{1}{1 + PCR}$$
 Ec 1-18

Si se introduce la Ec1-18 en la Ec1-17 y luego se supone iguales las respectivas constantes de tiempo, se obtiene la Ec1-19 que es la función de un integrador no inversor:

$$V_O = V \left(1 + \frac{1}{PCR} \right) = V_I \frac{1}{\P + PCR} \left(\frac{1 + PCR}{PCR} \right) = V_I \frac{1}{PCR} \quad o \quad sea \Rightarrow \quad Avf = \frac{1}{PCR}$$
 Ec 1-19

1-11b) Integrador diferencial: En la figura Nº 13 se puede apreciar una variante del circuito integrador conocidas como integrador diferencial. Básicamente se trata de un amplificador restador en el cual se reemplazan dos de las resistencias por capacitores (respectivamente iguales).



Integrador diferencial Figura N° 13

Si se aplica el análisis del amplificador diferencial se tiene que la componente de la tensión de salida V0 debido a V2(t) es Ec 1-20:

$$V_{OV2} = V2 \frac{1}{\P + PCR} = V2 \frac{1}{PCR}$$
 Ec 1-20

Por otra parte la componente de V0 debido a V1(t) será Ec 1-21:

$$V_{OV1} = -V_1 \frac{1}{P \ C \ R}$$
 Ec 1-21

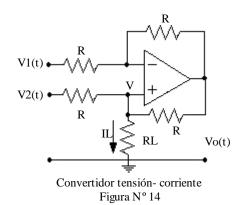
Luego superponiendo las componentes de las Ec1-20 y la Ec1-21 se obtiene la tensión de salida que será la diferencia de las dos componentes Ec1-22, en la cual se puede notar que la salida es la integral de la diferencia de las señales de entrada

$$V_O = V_{O V2} - V_{O V1} = V2 \frac{1}{PCR} - V1 \frac{1}{PCR}$$



$$V_O = \frac{\P_{2} - V_1}{PCR}$$
 Ec 1-22

1-11c) Integrador no inversor o diferencial con un solo capacitor: Esta función se consigue a partir de un convertidor de tensión a corriente diferencial como el que se muestra en la figura Nº 14. En este circuito la corriente que circula por la carga estará fijada por las tensiones de entrada y por algún otro elemento del circuito (R) pero no por la carga (RL). A continuación se determina la función de transferencia del convertido y luego su aplicación como integrador.



El efecto sobre la tensión en V de las dos tensiones de entrada se puede obtener por superposición. Para el caso de VI(t) será el indicado por:

$$V = V1 \frac{R}{R+R} + Vo \frac{R}{R+R}$$
 Despejando $\Rightarrow Vo = \left(V - V1 \frac{1}{2}\right) 2$

Para V2(t) la tensión V será:

$$V = V2 \frac{R RL}{R R + R RL + R RL} + V_O \frac{R RL}{RR + R RL + R RL}$$
 Ec 1-24

Reemplazando Vo en la Ec1-24 por la expresión Ec1-23. Se tendrá:

$$V = V 2 \frac{R RL}{R^2 + 2 R RL} + \P_V - V 1 \frac{R RL}{R^2 + 2 R RL}$$
 Ec 1-25

Si se despeja de la Ec1-25 la tensión V sobre la RL se obtiene:

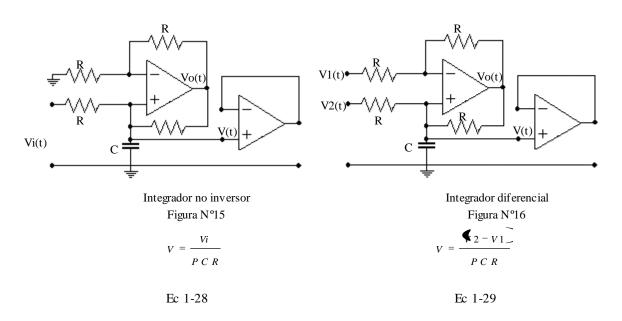
$$V = \P_2 - V_1 \xrightarrow{RL}$$
 Ec 1-26

Luego la corriente por la carga IL estará determinada por la Ec 1-27, la cual indica que la corriente IL no depende de RL. Esta característica es la que define a este circuito como un convertidor tensión a corriente. Conviene aclara que hay ciertas consideraciones prácticas que limitan o restringen el uso de este circuito, se pueden mencionar dos importantes, una es la capacidad del AO de suministrar la corriente de carga y la precisión de las resistencias.



$$IL = \frac{V}{RL}$$
 o sea que $IL = \frac{\sqrt{2 - V_1}RL}{R} \Rightarrow IL = \frac{\sqrt{2 - V_1}}{R}$ Ec 1-27

Si se considera en la figura $N^{\circ}14$ que V1 = 0 y se reemplaza la RL por un capacitor (Ec1-28) la tensión sobre la carga V representará la integral de la tensión V2(t) siendo este circuito figura $N^{\circ}15$ un integrador no inversor. Por otra parte si hay señal en ambas entradas como en el circuito de la figura $N^{\circ}16$ se obtiene (Ec1-29) la integral de la diferencia de potencial entre las entradas.



1-12 Diseño y simulación de un integrador práctico. Ejemplo 1-4:

Diseñar un circuito integrador inversor como el mostrado en la figura $N^{\circ}6$ que sea capaz de integrar una onda cuadrada simétrica cuya frecuencia es de 1[KHz] y su amplitud es de Vip= +/-1[V]. Se solicita que la precisión para la frecuencia mencionada sea del 99% y que se limite el error de corriente continua offset fijando la ganancia en baja frecuencia.

a-Se desea que la onda triangular resultante tenga una amplitud pico a pico Vop-p= 1[V]sobre una carga RL de 10[KO].

b-Experimentar la respuesta del circuito diseñado en el punto a- aumentando la frecuencia de la señal de entrada a 2000[Hz]

Propuesta de solución

a - Si se desea que la precisión sea del 99% se debe procurar que para la frecuencia de integración se de:

$$f \text{ int} = 10 \ f \text{ inf}$$
 $o \qquad f \text{ inf} = \frac{f \text{ int}}{10} = \frac{1000 \ [Hz]}{10} = 100 \ [Hz]$

A continuación se puede realizar matemáticamente la integral con el objeto de calcular la ganancia necesaria y visualizar la forma de onda en la salida.

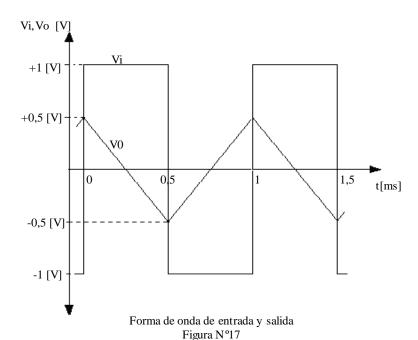
Es conveniente realizar la grafica de la figura Nº17 en la que se ve que el proceso de carga y descarga del capacitor Vo p-p se producirá durante un semiciclo de la onda cuadrada con distinta pendientes dependiendo de que semiciclo transcurre y teniendo en cuenta que se trata de un circuito inversor.



$$Vop - p = \frac{Vi \ pico}{R1C} \int_{0}^{0.5 \ 10^{-3}} dt = Vi \frac{0.5 \ 10^{-3}}{R1C}$$
 Ec 1-29

Para lograr una V0p-p = 1[V] la ganancia Ec 1-30 deberá ser Av(1000) = 1.

$$A_V(1000 \ H_Z) = \frac{0.5 \ 10^{-3}}{R1C} = 1$$
 de donde $R1C = 0.510^{-3}$ Ec 1-30



Luego si se fija R1=10[K Ω] la capacidad será Ec1-31.

$$C = \frac{0.5 \cdot 10^{-3}}{R1} = \frac{0.5 \cdot 10^{-3}}{10000} = 0.05 [\mu_F]$$
 Ec 1-31

Con el fin de determinar el valor de R2 se debe obtener el valor de la ganancia para la frecuencia de 100[Hz] con la Ec1-32. Este cálculo se puede realizar considerando que el producto de la ordenada y la abscisa de cada punto sobre la recta es igual al producto de otro punto cualquiera de la misma recta.

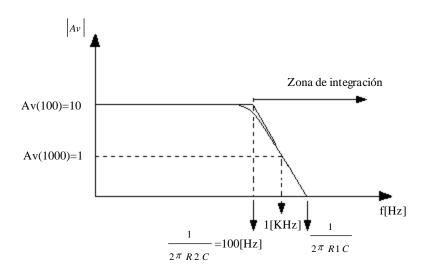
Por ello se puede plantear.

$$Av (1000) f \text{ int } = Av (100) f \text{ inf}$$
 $de \ donde$ $Av (100) = \frac{Av (1000) f \text{ int}}{f \text{ inf}}$ Ec 1-32a

$$A_{V}(100) = \frac{1 - 1000}{100} = 10$$
 Ec 1-32b

En la figura Nº18 se pueden observar los puntos determinados de esta formula conocida como producto de ganancia por ancho de banda.



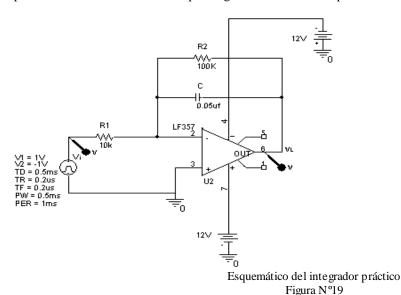


Bode con los puntos determinados Figura N°18

A continuación de la Ec1-32 se puede determinar a través Av(100) el valor de R2 como se ve en la Ec1-33

$$A_{V}(100) = \frac{R2}{R1} = 10$$
 de donde $R2 = A_{V}(100)$ $R1 = 10$ $10[K^{\Omega}] = 100[K^{\Omega}]$ Ec 1-33

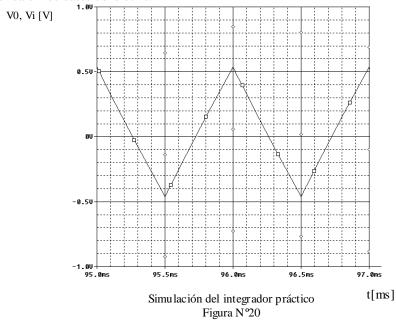
Con estos valores calculados y utilizando un amplificador operacional de tecnología BiFet se está en condiciones de realizar la simulación del circuito. El esquemático correspondiente es el mostrado en la figura N°19. Para la selección del amplificador operacional se pueden hacer las siguientes consideraciones: 1) del valor calculado de R2 y el suministrado de RL se puede estimar que la máxima corriente a extraer del amplificador operacional no superara I0 = 0,1[mA]. 2) Por otra parte como no se especifica el máximo error admisible ni el máximo nivel de ruido. Con esta información se opta por un amplificador operacional de muy baja corríente de polarización el BiFet LM 357 el que en general tiene buenas prestaciones para estas aplicaciones.



Ing Eduardo A Gonzalez email: egonzalez@scdt.frc.utn.edu.ar



Tal como se puede ve en la simulación de la figura $N^{\circ}20$ la onda de salida resulta ser de forma triangular y de la amplitud requerida en los datos del diseño.



b- Si la señal de entrada mantiene sus características pero se cambia la frecuencia f int = 2000[Hz]. Como la nueva f int es superior a la del punto -a- se puede suponer que por lo menos se mantendrá la precisión. De la Ec 1-32a.

$$Av(2000) f \text{ int}(2000) = Av(100) f \text{ inf}(100)$$
 de donde $Av(2000) = \frac{100 \text{ } 10}{2000} = 0.5$ Ec 1-34

Luego la tensión pico a pico de la señal triangular obtenida a la salida Ec 1-35 deberá ser:

V0[V]

1.80

8.50

-8.50

-1.80

95.8ms

95.5ms

96.8ms

96.5ms

97.

t[ms]

Simulación del integrador para 2000[Hz] Figura N°21 Ec 1-35



Tal como se puede ve en la simulación de la figura $N^{\circ}21$ la onda de salida resulta ser de forma triangular y de la amplitud calculada en la Ec1-35.

Ejemplo 1-5:

Tomando como base el circuito diseñando en el ejemplo 1-5 demostrar que se puede llegar a obtener con cierta aproximación la onda triangular del punto -a- de ejemplo 1-5 utilizando un sumador integrador (apartado 1-10) excitado por:

a)las primeras cuatro componentes de serie de Fourier de la onda de f=1000[Hz] y amplitud +/-1[V].

b)las primeras dos componentes de serie de Fourier de la onda de f=1000[Hz] y amplitud +/-1[V].

Propuesta de solución

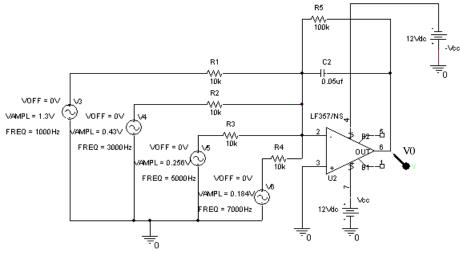
Como se trata de una onda cuadra será necesaria su representación por serie de Fourier Ec 1-36 a partir de la cual se podrán calcular la frecuencia y la amplitud de cada una de las componentes impares presentes en la entrada a partí de la cual integrar y obtener la onda triangular solicitada.

$$F(wt) = \frac{4}{\pi} \left[\frac{sen(wt)}{1} + \frac{sen3(wt)}{3} * \frac{sen5(wt)}{5} + \frac{sen7(wt)}{7} + \dots + \frac{sen(2p+1)(wt)}{(2p+1)} \right] para \quad p = 0,1,2,3...$$
Ec. 1-36

Luego si la fundamental es Vip = +/- 1[V] y su frecuencia fundamental es wt = 2π f = 2π 1000 las magnitudes de los valores pico de las componentes serán (suponiendo los senos =1):

$$Vi\ (1000\) = \frac{4}{\pi} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = 1,273\ [V\], \quad Vi\ (3000\) = \frac{4}{\pi} \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} = 0,424\ [V\], \quad Vi\ (5000\) = \frac{4}{\pi} \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \end{bmatrix} = 0,254\ [V\], \quad Vi\ (7000\) = \frac{4}{\pi} \begin{bmatrix} 1 \\ 7 \end{bmatrix} = 0,182\ [V\]$$

Debido a que en el simulador es posible ajustar los valores a lo exigidos para cada componentes no será necesario que el sumador sea ponderado por lo tanto todas las resistencias de entrada tendrán el mis mo valor que en el diseño de punto -a- del ejemplo1-4 o sea $10[K\Omega]$. El circuito esquemático que se muestra en la figuraN°22 representa la conformación final del integrador sumador con las cuatros componentes a la

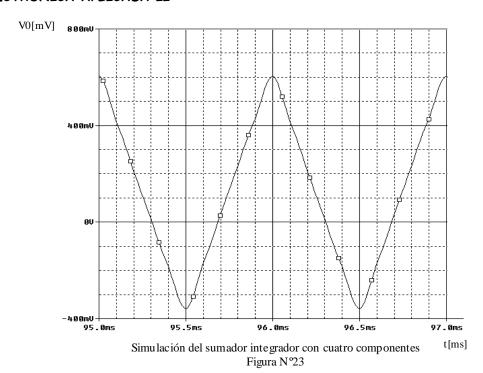


entrada.

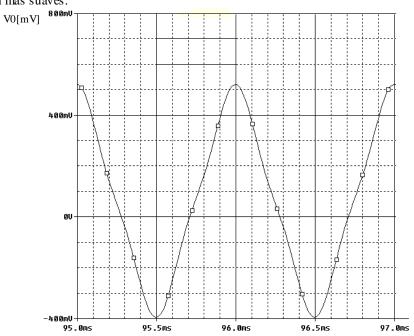
Esquemático del sumador integrador práctico Figura N°22

De la simulación del circuito de la figuraNº22 se puede observar que la señal de salida es una triangular (figuraNº23) con las puntas suavizadas debido a la falta de las armónicas de alta frecuencia.





Este último concepto se puede comprobar fácilmente si se pasiva en la simulación los dos generadores de componentes de alta frecuencia V5 y V6. Luego en la simulación de la figuraNº24 la triangular obtenida tendrá las puntas aun mas suaves.



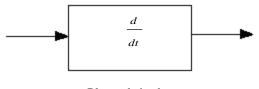
Simulación del sumador integrador con dos componentes Figura N $^{\circ}$ 24



2- Introducción a los circuitos derivadores.

2-1 Definición del bloque derivador.

Como se ve en la figura Nº 25 se trata de un bloque funcional que es capaz de entregar una señal a la salida proporcional a la derivada en el tiempo de la señal de entrada.



Bloque derivador Figura N° 25

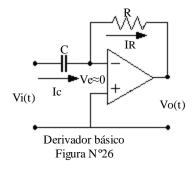
Al igual que en caso del integrador el elemento pasivo que se utiliza para la operación es el capacitor debido a las características de calidad ya mencionadas que lo hacen superior al inductor.

También como en el caso anterior la configuración mas usada para esta operación es la inversora (por la ventaja de la masa virtual).

Por realizar la operación de derivada este circuito tiende a ser sensible a las transiciones rápidas de la señal de entrada, lo que significa que es muy sensible al ruido.

2-2 El derivador básico.

En la figura N°26 se pude apreciar el circuito básico de un derivador inversor.



Su función de trasferencia se puede determinar en forma sencilla si se supone que el A.O es ideal y se aplica ley de Kirchoff Ec 2-1 en el nudo de entrada:

$$Ic + IR = 0$$
 Ec 2-1

La ecuación diferencial de la corriente será:

$$C\frac{dvi}{dt} + \frac{vo(t)}{R} = 0$$
 Ec 2-2

Despejando vo(t) se obtiene:

$$vo(t) = -RC \frac{dvi}{dt}$$
 Ec 2-3



Otra forma de llegar a esto es plantear la función de transferencia por Laplace Ec 2-4 de un amplificador inversor.

$$\left| Avf \right| = \frac{R}{\left| Xc \right|} = \frac{R}{\left| \frac{1}{P C} \right|} = \left| P R C \right| = W R C$$
 Ec 2-4

2-3 Ejemplos básicos

Ejemplo2-1.

Si se tiene a la entrada una señal del tipo senoidal Ec 2-5.

$$vi(t) = Vi sen wt$$

Ec 2-5

Su resultado será Ec2-6.

$$vo(t) = -RC \frac{dVi \ sen \ wt}{dt}$$
 Ec 2-6

O sea.

$$vo(t) = -WR \ C \ Vi \cos wt$$
 Ec 2-7

Se puede notar un dependencia directo de la ganancia con la frecuencia. A medida que aumenta la frecuencia la ganancia aumenta.

Una de las aplicaciones mas frecuentes se da en control de procesos por ejemplo para el caso en que dada una distancia se debe calcular la velocidad o bien dada una aceleración se desea obtener la velocidad (entre otras aplicaciones).

2-4 Representación de Bode de derivador básico.

En la gráfica de Bode de la figura Nº27 se puede observar con mas claridad la dependencia directa de la ganancia con la frecuencia.

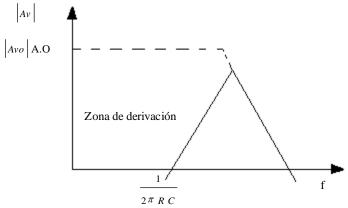


Diagrama de Bode del derivador básico Figura N°27



De la gráfica de Bode se deduce que para baja frecuencia la ganancia es muy baja o cero por lo que en primera instancia el efecto de las señales de error IB y Vos será menos perjudicial que en el caso del circuito integrador. Otra observación importante en la gráfica de la figura N°27 es que la frecuencia mínima de entrada no tendría limite inferior salvo el nivel del ruido respecto a la señal.

También en la gráfica de Bode de la figura №27 se ve que para alta frecuencia la ganancia aumenta hasta quedar limitada por la ganancia de lazo abierto del amplificador operacional. Esto significa un potencial problema de sensibilidad a los ruidos de alta frecuencia y posible comportamiento inestable del circuito.

2-5 El derivador práctico.

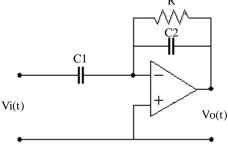
Como se estableció en el apartado anterior, la gran sensibilidad del circuito derivador a las altas frecuencias puede producir dos problemas que lo pueden tornar poco práctico.

1-Inestabilidad en alta frecuencia pudiendo producirse oscilaciones o saturación a la salida (se estudiaran mas adelante).

2- Altos niveles de ruido. Como se sabe el ruido puede ocupar cualquier parte del espectro de frecuencias y en general lo hace en forma homogénea, por esta razón y debido a la extensión del ancho de banda y alta ganancia en alta frecuencia es muy frecuente observar un altos grado de ruido en los circuitos derivadotes básicos-

Este problema se puede subsanar en parte fijando la frecuencia máxima de derivación y a la vez manteniendo constante la ganancia para alta frecuencia.

En la figura Nº 28 se puede observar un circuito practico en el cual para lograr el efecto descrito se ha colocado un capacitor en paralelo con R.



Circuito mejorado en el nivel de ruido

Figura N°28

La función de transferencia se puede obtener aplicando el mismo concepto del análisis del amplificador inversor Ec 2-8:

$$Avf = -\frac{Z2}{Z1}$$
 Ec 2-8

Donde

$$z_2 = \frac{R \frac{1}{PC 2}}{R + \frac{1}{PC 2}}$$
 Ec 2-9 y $z_1 = \frac{1}{PC 1}$ Ec 2-10

Introduciendo la Ec 2-9 y la Ec 2-10 en la Ec2-8 se llega a la Ec 2-11, que es la función práctica.



$$Avf = -\frac{\frac{R}{PC} \frac{1}{2}}{\frac{1}{PC} \frac{1}{1}} = \frac{\frac{R}{R + PRC} \frac{1}{2}}{\frac{1}{PRC} \frac{1}{1}}$$

Luego la función de transferencia será:

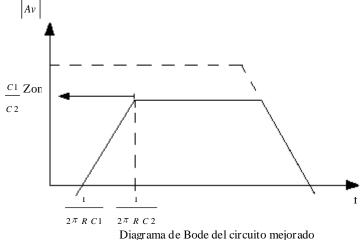
$$Avf = -\frac{PRC \ 1}{\P + PRC \ 2}$$
 Ec 2-11

Tiene un cero en el origen y un polo en 1/RC2 y la constante de la ganancia Ec 2-1 la para P→∞ será:

$$Avf = \frac{C1}{C2}$$
 Ec 2-11a

2-6 Grafica de Bode del derivador con ganancia reducida.

En la figura N°29 se puede ver la grafica del modulo de la ganancia en función de la frecuencia. La frecuencia máxima de derivación será f máxima = $1/2\pi$ R C2. Para esta frecuencia como en el caso del integrador la precisión es del 50%



Si se desea mejorar la precisión se deberá seleccionar la constante de tiempo RC1 de modo que la frecuencia a derivar esté una década por debajo del polo RC2 o sea que lo adecuado es trabajar con una frecuencia de derivación del orden de 0,1 de la frecuencia del polo de modo que se garantice que la precisión sea del orden 99%.

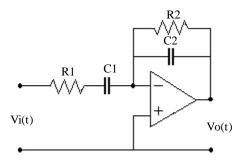
Figura N°29

Basándonos en lo antes dicho, si bien es un circuito práctico, en este derivador se pierden componentes de alta frecuencia de la señal de entrada por estar limitada la zona de derivación para altas frecuencias. Por esta razón se ala hora del diseño se debe tener en cuenta este problema.



2-7 Fijación de la Impedancia de entrada.

Un problema adicional es la impedancia de entrada del circuito. Esta puede llegar a ser cero (o sea un cortocircuito para las frecuencias en que la reactancia de la capacidad C1sea muy pequeña. Por esta razón se coloca en la figura Nº 30 la resistencia R1 la cual determinara la impedancia de entrada del circuito para la frecuencia en la que la reactancia de C1 sea despreciable.



Circuito con impedancia de entrada fijada Figura N°30

Luego la función de transferencia estará dada por la Ec2-12 y queda:

$$Avf = \frac{Z2}{Z1} = -\frac{\frac{R2\frac{1}{PC2}}{R2 + \frac{1}{PC2}}}{R1 + \frac{1}{PC1}} \text{ Luego} \qquad Avf = -\frac{\frac{R2\frac{1}{PC2}}{PC2}}{\frac{1}{PC2}(1 + PR2C2)}}{\frac{1}{PC1}(1 + PR1C1)}$$

$$Avf = -\frac{PR2C1}{\P+PR2C2}$$
 Ec 2-12a

En la ecuación final se puede apreciar que por la presencia de la resistencia R1 aparece un polo adicional a una frecuencia = $1/2\pi R2$ C1. Para la zona de derivación Ec2-12b donde PR2C2<<PR1C1<<<1, se tiene:

$$Avf = -P R 2 C 1$$
 Ec 2-12b

Luego para determinar la ganancia a frecuencias centrales se debe suponer que:

Luego la ganancia por encima de la máxima frecuencia de integración será la indicada en la Ec2-13

$$Avf = -\frac{R2}{R1}$$
 Ec 2-13



2-8 Grafica de Bode con Zi fijada por R1.

La gráfica del módulo de Bode de esta función de transferencia se puede visualizar en la figura Nº 31. Cabe aclarar que es posible invertir la posición de los polos si se considera favorable para el diseño.

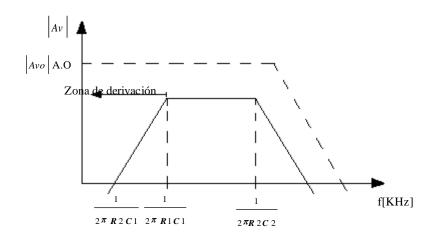


Diagrama de Bode con la impedancia de entrada fijada Figura N°31

2-9 Diseño y simulación de un derivador práctico.

Ejemplo 2-1:

a-Diseñar un circuito derivador inversor como el mostrado en la figura $N^{\circ}30$ que sea capaz de derivar una onda senoidal Ec2-14 cuya frecuencia es de f = 3[KHz] y su amplitud pico es de Vip = 2[V].

$$Vi = Vip \ sen \ wt = 2 \ sen \ 2\pi 3000 \ t$$
 Ec 2-14

Se solicita que la precisión para la frecuencia mencionada sea del 99% y que la impedancia de entrada para alta frecuencia sea de $10[K\Omega]$. La amplitud pico de la cosenoidal obtenida deberá ser de Vip = 5[V].

b-Experimentar mediante el simulador la respuesta del circuito diseñado en el punto a- au mentando la frecuencia de la señal de entrada a 5000[Hz] y 40[KHZ].

c-Obtener mediante el simulador el diagrama de Bode del circuito diseñado.

Propuesta de solución:

a-Diseño: de la EC2-12b se puede escribir

$$Avf = \frac{Vo(t)}{Vi(t)} = -P R 2 C 1$$
 Ec 2-15

Luego la solución de la derivada será.

$$Vo(t) = -R2C1 \frac{dVi(t)}{dt} = -R2C1 \frac{dVip sen wt}{dt}$$



$$Vo(t) = -R 2C 1Vip w \cos wt$$
 Ec 2-16

Reemplazando numéricamente en la Ec2-16 se tendrá para el valor pico en la salida.

$$Vop = 5[V] = -R2C1w \ 2[V]$$
 de donde $R2C1w = 2.5$

Como se trata con derivadas la respuesta del circuito deberá caracterizase por su alta velocidad a la salida por lo que se deberá tener en cuenta que el parámetro slew rate del amplificador operacional debe ser elevado comparado con la velocidad de transición de la señal de entrada. De la hoja de datos del LF357 se puede ver que su slew rate es de $20[V/\mu s]$ lo que es superior a la velocidad de la señal a tratar por lo cual el operacional es aceptable. Como se puede observar el resto de los parámetros del operacional vistos en el ejemplo 1-4 son también apropiados para esta aplicación.

Para asegurar que la precisión del derivador sea del 99% la máxima frecuencia a derivar debe ser la de la Ec2-18.

$$fderiv = \frac{f \text{ max}}{10}$$
 o $f \text{ max} = fderiv \times 10 = 3[KHz] \times 10 = 30[KHz]$

Como se plantea que la frecuencia máxima esta definida por el polo R1 C1 visto en la Ec2-12a.

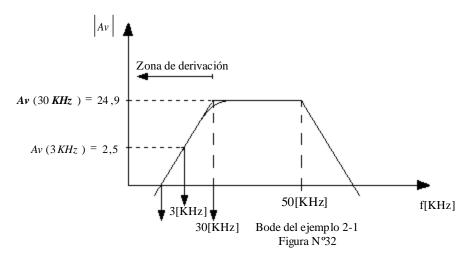
$$f_{\text{max}} = \frac{1}{2^{\pi} R 1 C 1} = 30 [\text{KHz}]$$
 Ec 2-18

Luego, como la impedancia de entrada es fijada por R1 y la misma es un dato de diseño, a través de la Ec2-19 se puede calcular el valor de C1.

$$C1 = \frac{1}{2\pi R1 f \text{ max}} = \frac{1}{2\pi 10000 30000} = 0.53[nF] \text{ valor comercial} \quad 0.56 [nf]$$
 Ec 2-19

Luego de la Ec2-17 se puede calcular el valor de R2. Como se ve en la Ec2-20

$$R2 = 2.5 \frac{2.5}{2\pi 3000 \ C1} = \frac{2.5}{2\pi 3000 \ 0.53 \ 10^{-9}} = 250243 \ [\Omega] \ valor \ comercial \ 249 \ [K\Omega]$$
 Ec 2-20



Luego con los valores comerciales la ganancia a la frecuencia de 3[KHz] será.

Ec 2-21



$$R2C1w = 249000 \quad 0.5610 \quad 0.5610 \quad 2\pi3000 = 2.64$$

Esto se podrá corregir ajustando por ejemplo el valor de R2.

Finalmente con el objetivo de eliminar ruidos en la parte alta del espectro se establese que la frecuencia de corte superior del circuito se fija en 50[KHz]. De esta suposición y haciendo uso de la Ec2-22 se puede calcular el valor del capacitor C2.

$$fc = \frac{1}{2\pi R^2 C^2} = 50 [KHz]$$
 Ec 2-22

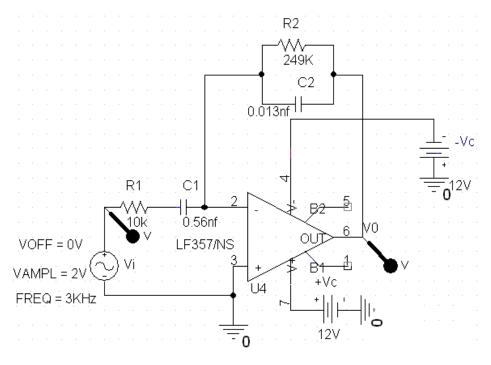
De donde C2 será.

$$C2 = \frac{1}{2\pi R 2 fc} = \frac{1}{2\pi (250243) 510^4} = 0,0127 [nf] valor comercial 0,013 [nf]$$
 Ec 2-23

De la Ec2-13 la ganancia a frecuencias medias Av(30KHz) será Ec2-24

$$Av(30 \text{ KHz}) = \frac{R2}{R1} = \frac{249}{10} = 24.9$$
 Ec 2-24

En la figura N°33 se presenta el circuito esquemático definitivo para la simulación.

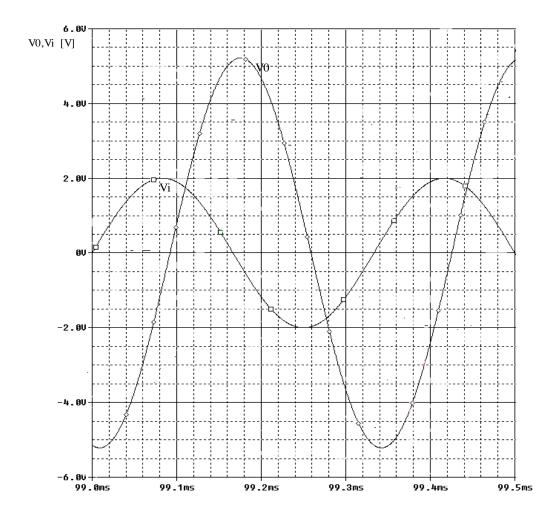


Esquemático a simular (drerivador1) Figura N°33



En la figura N°34 se observa la captura de la pantalla del simulador en la que se representa las tensiones de entrada Vi y salida V0. Se puede notar que si bien la derivada del sen wt es w cos wt la fase cambia debido a la inversión de la configuración de amplificador operacional.

La ganancia de tensión determinada con los valores comerciales coincide con buena aproximación con el valor predeterminado Av(3[KHz] = 2,63.



Captura de pantalla para 3000Hz. Figura N°34

t[ms]

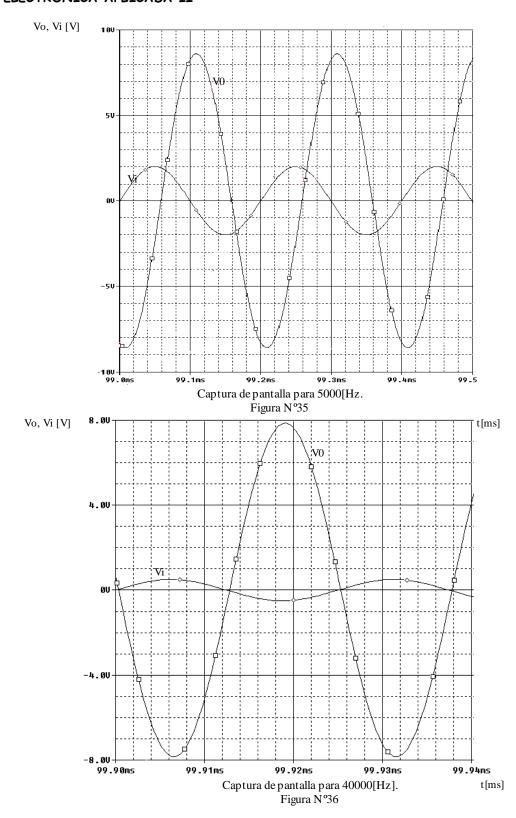
b-Respuesta para un frecuencia de entrada de 5000[Hz] y de 40[KHz].

Como la máxima frecuencia de derivación es de 30[KHz] la señal senoidal de 5000[Hz] será derivada, por lo cual su ganancia se calcula mediante la Ec 2-17.

$$R \ 2C \ 1 \ w = 249000 \ 0.5610^{-9} \ 2\pi \ 5000 = 4.38$$
 Ec 2-25

Si luego se simula, se puede comprobar en la figura $N^{\circ}35$ que efectivamente está derivando y que se verifica la ganancia calculada (la simulada es de Av(5000) = 4,295).





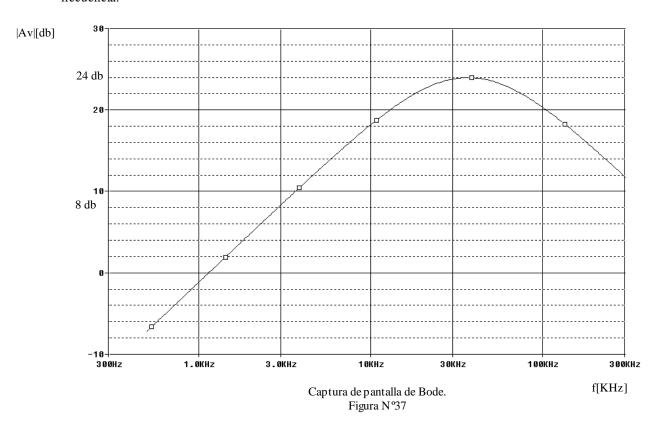
Para el caso en el que la frecuencia de la señal senoidal de entrada Vi es de 40000[Hz] se debería esperar que no se derive y que la ganancia del circuito sea de 24,9.



Como se puede apreciar cuando se simula en la figura $N^{\circ}36$ si bien el circuito no deriva la diferencia respecto al cálculo de la ganancia resulta ser sensiblemente menor dado que la medición arroja un valor de Av(40000Hz) = 16. Esta cuestión será aclarada en el siguiente punto mediante el trazado de la grafica de Bode.

c-Obtención del diagrama de Bode del circuito diseñado.

Si se reemplaza en el esquemático de la figura N°33 el generador Vi de frecuencia única por un generador barredor de frecuencia y además se reformulan las condiciones iniciales, se puede obtener la grafica de Bode de la figura N°37. En la misma se muestra la variación del modulo de la función de transferencia en función de la frecuencia.



En la figura N°28 se puede verificar que la ganancia para Vi(3000Hz) es la prevista de $8,35[db] \approx 2,61$, para Vi(5000Hz) la ganancia calculada también se verifica o sea $12,65[db] \approx 4,29$, y mientras que para Vi(40000Hz) también se verifica que la ganancia es de $24[db] \approx 16$ la cual no coincide como antes se vió con el valor calculado. Este problema se explica por la proximidad de los polos conformados por R1C1 y R2C2 lo cual provoca que se interfieran entre ellos y la grafica de Bode se deforme en la zona de las frecuencias medias, razón por la cual no se alcance la ganancia calculada según la grafica de Bode linealizada (asintótica) de la figura N°32 que se utilizo en el diseño original. De todos modos este problema casi no interfiere con la zona de derivación del circuito salvo en la zona próxima a la frecuencia de 30000[Hz]. Si se desea corregir esto bastaria con elegir una frecuencia de corte superior para el circuito bastante más grande (por eje mplo 700[KHz]).



REFERENCIAS BIBLIOGRAFÍAS

Malvino A y Bates D, Principios de Electrónica, Ed. Mc. Graw Hill, 2007

Fiore J, Amplificadores Operacionales Y Circuitos Integrados Lineales, Ed.Thomson, 2002

Rashid M, Circuitos Microelectrónicos análisis y diseño, Ed.International Thomson Editores, 2000

Marchais J, El amplificador Operacional y sus Aplicaciones, Ed.Marcombo, 1974

Piskunov N, Calculo Diferencia e Integral, Ed. Montaner y Simon, 1973

Stata R, Operational Integrators, Ed. Analog Devices, 1967