Schaum

FÍSICA APLICADA

Segunda Edición

Arthur Beiser

McGraw Hill

FÍSICA APLICADA
Segunda Edición

FÍSICA APLICADA
Segunda Edición

Yolanda J. Francis Gómez
Licenciada en Física
Facultad de Ciencias. UNAM

REVISION TECNICA
María Concepción Ruíz Sánchez
Ingeníera en Comunicaciones y Electrónica
Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, 1PN
Maestría en Ingeniería Eléctrica
Centro de investigación y Estudios Avanzados del IPN

Francisco José Ruiz Sánchez
físico Facultad de Ciencias, UNAM
Instituto de Física, UNAM

Angelo G. F. Bombardieri Ghezzi
físico Facultad de Ciencia UNAM
Instituto de Astronomía, UNAM

McGRAW-HILL

MÉXICO • BOGOTÁ • BUENOS AIRES • CARACAS • GUATEMALA • LISBOA
MADRID • NUEVA YORK • PANAMÁ • SAN JUAN • SANTIAGO • SAO PAULO
AUCKLAND • HAMBURGO • LONDRES • MILÁN • MONTREAL • NUEVA DELHI
PARÍS • SAN FRANCISCO • SINGAPUR • ST. LOUIS
SIDNEY • TOKIO • TORONTO

ARTHUR BEISER recibió su Doctorado en la Universidad de Nueva York, donde posteriormente se desempeñó como asistente y profesor asociado de Física. El ha sido consultor de varias firmas y agencias gubernamentales, y es autor de más de una docena de libros de texto de física y matemáticas

Schaum's Outline of Applied Phisycs.

FÍSICA APLICADA

Atlacomulco 499-501, Fracc. Industrial San Andrés Atoto
53500 Naucalpan de Juárez, Edo. de México
Miembro de la Cámara Nacional de la Industria Editorial, Reg. Núm. 1890

ISBN 968-422-794-9
(ISBN 968-451-269-4 primera edición)

Traducido de la segunda edición en inglés de
SCHAUM'S OUTLINE OF APPLIED PHYSICS

ISBN 0-07-004379-5

1234567890 L. M. 90 9123456780
Impreso en México Printed in Mexico

Esta obra se terminó de
imprimir en noviembre de 1990
en Impresora y Maquiladora de Libros Mig, S. A. de C.V.
Venados 530
Col. Los Olivos
Del. Tláhuac
13210, México, D.F.

Se tiraron 6 000 ejemplares

Contenido

CONTENIDO

CONTENIDO

CONTENIDO

CONTENIDO

CONTENIDO

CONTENIDO

Prólogo

El propósito de este libro es ayudar a los estudiantes de física aplicada a comprender y manejar los principios físicos de la tecnología moderna. El libro presenta una amplia gama de temas, para que el lector pueda seleccionar aquéllos que correspondan a sus necesidades particulares. Se utilizan unidades del sistema internacional (SI) —métrico— y [en ocasiones] del sistema inglés.

Cada capítulo comienza con un esbozo del tema. Los problemas resueltos que le siguen son de dos tipos: los que muestran cómo obtener soluciones numéricas en problemas típicos, y los que repasan hechos e ideas importantes. Los problemas complementarios brindan al lector, por una parte, la oportunidad de practicar y, por otra, un medio de evaluar su progreso.

Al preparar la segunda edición de *Física aplicada,* se añadieron varios temas nuevos y se amplió el tratamiento dado a muchos de los ya existentes. Como resultado, la segunda edición contiene un 20 por ciento más de problemas resueltos *y* complementarios, con los cuales el libro resulta de mayor utilidad.

ARTHUR BEISER

Matemáticas útiles

1

ALGEBRA

El álgebra es la aritmética de los símbolos que representan números. No estando restringida a relaciones entre números específicos, el álgebra puede expresar relaciones más generales entre cantidades cuyos valores numéricos no requieren ser conocidos de antemano.

Las operaciones de suma, resta, multiplicación y división, poseen el mismo significado en álgebra que en aritmética. Por lo tanto, la fórmula

$$\frac{(a+b)c}{d} - e = x$$

significa que, para encontrar el valor de *x* primero debemos sumar a y b, después multiplicar por c, luego dividir entre *d* y finalmente, restar e.

Las reglas para multiplicar y dividir cantidades positivas y negativas son las siguientes: Si las cantidades son ambas positivas o ambas negativas, el resultado es positivo; si una es positiva y la otra negativa, el resultado es negativo. En forma simbólica,

$$(+a)(+b) = (-a)(-b) = +ab \qquad (-a)(+b) = (+a)(-b) = -ab$$

$$\frac{+a}{+b} = \frac{-a}{-b} = +\frac{a}{b} \qquad \frac{-a}{+b} = \frac{+a}{-b} = -\frac{a}{b}$$

ECUACIONES

Una ecuación constituye un enunciado de igualdad: lo que está en el lado izquierdo de cualquier ecuación siempre será igual a todo lo que está en el lado derecho. Normalmente, los símbolos contenidos en una ecuación algebraica no pueden poseer valores arbitrarios si es que se ha de cumplir la igualdad. *Resolver* una ecuación significa encontrar valores posibles de esos símbolos. La solución de la ecuación 5x - 1 0 = 20, es *x* = 6 porque solamente cuando la *x* tiene el valor 6, esta ecuación representa un enunciado verdadero.

Los procedimientos algebraicos que pueden utilizarse para resolver una ecuación se basan en el principio de que cualquier operación realizada en uno de los lados de la ecuación debe llevarse a cabo también en el otro lado. Por lo tanto, una ecuación sigue siendo válida cuando la misma cantidad se suma o resta en ambos lados, o bien se utiliza para multiplicar o dividir ambos lados. De la misma manera, otras operaciones, como elevar a una potencia u obtener cierta raíz, tampoco alteran la igualdad, siempre y cuando se haga la misma cosa en ambos lados.

Del principio antes señalado se derivan dos reglas muy útiles. Primero, cualquier término en un lado de la ecuación puede trasponerse al otro lado con sólo cambiar su signo. Por lo tanto, si a + b = *c,* entonces a = *c - b;* y si a = *d* = e, entonces *a=e + d.* Segundo, una cantidad que multiplica a uno de los lados de la ecuación puede trasponerse de manera que divida al otro lado y viceversa Por ende, si *ab - c,* entonces *a = c/b;* y si *a/d = e,* entonces a = *de.*

Cuando cada uno de los lados de la ecuación es una fracción, lo único que tenemos que hacer para eliminar las fracciones es realizar una *multiplicación cruzada*-

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow ad = bc$$

Lo que originalmente era el denominador (parte inferior) de cada fracción ahora multiplica al numerador (parte superior) del otro lado de la ecuación.

EXPONENTES

Existe una forma compacta especial de expresar una cantidad que se multiplica a si misma una o mas veces **Dentro** del **esquema, un** superindice numérico llamado exponente indica cuantas veces debe llevarse a cabo la automultiplicación, por lo que.

$$a = a^1 \quad (a)(a) = a^2 \quad (a)(a)(a) = a^3 \quad \text{y así sucesivamente}$$

La **cantidad** a^2 se lee "a cuadrada" porque es igual al área de un cuadrado cuyos lados tienen longitud a, y a^3 se lee "a cúbica" porque es igual al volumen de un cubo cuyos lados tienen longitud a Para exponentes mayores **que** 3, a^n se lee "a a la enésima potencia", de tal forma que a^5 es "a a la quinta potencia" El producto de dos potencias de la misma cantidad, digamos a^n y a^m es aquella cantidad elevada a la suma de los dos exponentes $(a^n)(a^m) = a^{n+m}$ Por lo tanto, $(a^2)(a^5) = a^7$

Las cantidades recíprocas se expresan de acuerdo al esquema anterior, pero con exponentes negativos

$$\frac{1}{a} = a^{1} \qquad \frac{1}{a^2} = a^{2} \qquad \frac{1}{a^3} = a^{3} \qquad \text{y asi sucesivamente}$$

En general, $1/a^n = (1/a)^n = a^{-n}$. Una cantidad elevada a la potencia cero, a° por ejemplo, siempre es igual a 1 **$a^0 = 1$.** Para ver por qué, obsérvese que a/a = 1 también puede escribirse *ala* = $(a^1)(a^{-1}) = a^{1-1} = a^0$

No es necesario que un exponente sea un número entero Un exponente fraccionario significa que se trata de una *raíz* de la cantidad que se tenga. La "raíz cuadrada de a", por lo general representada como $\sqrt{a}$, es aquella cantidad que multiplicada por si misma una vez, da como resultado a $(\sqrt{a})(-\sqrt{a}) = a$ Al utilizar exponentes, se escribe la raíz cuadrada de a como $\sqrt{a} = a^{1/2}$, ya que $(a^{1/2})(a^{1/2}) = a^{1/2+1/2} = a^1 = a$ En general, la raíz enésima de cualquier cantidad se indica por medio del exponente 1/n

A continuación, se explican algunas reglas relativas a los exponentes

$$(ab)^n = a^n b^n \qquad (a^n)^m = a^{nm} \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$\sqrt[m]{ab} = (\sqrt[m]{a})(\sqrt[m]{b}) \qquad \sqrt[m]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[m]{a}}{\sqrt[m]{b}} \qquad \sqrt[m]{a^n} = (a^n)^{1\ m} = a^{n\ m}$$

POTENCIAS DE 10

En ciencia e ingeniería son comunes los números muy pequeños y los números muy grandes, que se expresan mejor con la ayuda de las potencias de 10 Un numero en forma decimal puede escribirse como *un* numero entre 1 y 10, multiplicado por una potencia de 10

$$834 = 8\ 34 \times 10^2 \qquad 0\ 00072 = 7\ 2 \times 10^4$$

Las potencias de 10 del 10^{-6} al 10^{6} son como sigue:

$10^{0} = 1$ =1 con el punto decimal recorrido 0 lugares
$10^{-1} = 0.1$ =1 con el punto decimal recorrido 1 lugar a la izquierda
$10^{-2} = 0.01$ = 1 con el punto decimal recorrido 2 lugares a la izquierda
$10^{-3} = 0.001$ = 1 con el punto decimal recorrido 3 lugares a la izquierda
$10^{-4} = 0.0001$ = 1 con el punto decimal recorrido 4 lugares a la izquierda
$10^{-5} = 0.00001$ = 1 con el punto decimal recorrido 5 lugares a la izquierda
$10^{-6} = 0.000001$ = 1 con el punto decimal recorrido 6 lugares a la izquierda
$10^{\circ} = 1$ = 1 con el punto decimal recorrido 0 lugares
$10^{1} = 10$ = 1 con el punto decimal recorrido 1 lugar a la derecha
$10^{2} = 100$ = 1 con el punto decimal recorrido 2 lugares a la derecha
$10^{3} = 1000$ = 1 con el punto decimal recorrido 3 lugares a la derecha
$10^{4} = 10{,}000$ = 1 con el punto decimal recorrido 4 lugares a la derecha
$10^{5} = 100{,}000$ = 1 con el punto decimal recorrido 5 lugares a la derecha
$10^{6} = 1{,}000{,}0001$ = 1 con el punto decimal recorrido 6 lugares a la derecha

Cuando se desee sumar o restar números escritos en notación de potencias de 10, esos números deberán expresar en términos de la *misma* potencia de 10:

$$\mathbf{3 \times 10^2 + 4 \times 10^3 = 0.3 \times 10^3 + 4 \times 10^3 = 4.3 \times 10^3}$$

Para multiplicar dos potencias de 10 se suman sus exponentes; para dividir una potencia de 10 entre otra, se resta el exponente de ésta al de aquélla:

$$(10^n)(10^m) = 10^{n+m} \qquad \frac{10^n}{10^m} = 10^{n-m}$$

Los números recíprocos siguen la regla

$$\frac{1}{10^n} = 10^{-n}$$

Las reglas para encontrar potencias y raíces de potencias de 10 son

$$(10^n)^m = 10^{nm} \qquad \sqrt[m]{10^n} = (10^n)^{1/m} = 10^{n/m}$$

Al extraer la enésima raíz, debe escogerse la potencia de 10 de tal manera que ésta sea un múltiplo de *m.* Por lo tanto,

$$\sqrt{10^{15}} = (\sqrt{10})(\sqrt{10^{14}}) = \sqrt{10} \times 10^7 = 3.16 \times 10^7$$

UNIDADES

Las unidades son cantidades algebraicas y pueden multiplicarse y dividirse entre sí. Para convertir una cantidad expresada en determinada unidad, a su equivalente en una unidad diferente de la misma clase, se basa en el hecho de que multiplicar o dividir cualquier cosa por 1 no afecta su valor. Por ejemplo, si 1 m = 10 cm, entonces $\frac{1}{100}$ m/cm = 1, y podemos convertir una distancia s expresada en centímetros a su valor en metros con sólo multiplicar s por $\frac{1}{100}$ m/cm:

$$4 \text{ cm} = (4 \cancel{\text{cm}})\left(\frac{1}{100}\frac{\text{m}}{\cancel{\text{cm}}}\right) = \frac{4}{100} \text{ m} = .04 \text{ m}$$

Los factores de conversión para las unidades más comunes de los sistemas internacional (SI) -métrico- e inglés (I) se proporcionan en el apéndice B.

Los submúltiplos y los múltiplos de las unidades métricas se designan por medio de prefijos de acuerdo con las correspondientes potencias de 10

Prefijo	Potencia	Abreviatura	Ejemplo
pico-	10^{12}	P	1 pF = 1 picofarad = 10^{-12} farads (F)
nano-	10^{-9}	n	1 ns = 1 nanosegundo = 10^{-9} segundos (s)
micro-	10^{-6}	μ	1 μ A = 1 microampere = 10^{-6} amperes (A)
mili-	10^{-3}	m	1 mm = 1 milímetro 10^{-3} metros (m)
centi-	10^{-2}	c	1 cL = 1 centilitro = 10^{-2} litros (L)
kilo-	10^{3}	k	1 kg =1 kilogramo = 10^{3} gramos (g)
mega-	10^{6}	M	1 MW = 1 megawatt = 10^{6} watts (W)
giga-	10^{9}	G	1 GeV = 1 gigaelectrónvolt = 10^{9} electrónvolts (eV)-
tera-	10^{12}	T	1 TJ = terajoule = 10^{12} joules (J)

CIFRAS SIGNIFICATIVAS

Se da el nombre de *cifras significativas* de un número a los dígitos que se conocen con certeza más un dígito incierto. Los ceros al final de un número pueden ser significativos o indicar solamente la posición del punto decimal. Por ejemplo, si una longitud está dada como 563 m, entonces los tres dígitos, 5, 6 y 3 deben ser significativos. No obstante, si otra longitud está dada como 2950 m, no se tiene claro si las cuatro cifras son significativas o únicamente las tres primeras. La notación en potencias de 10 permite eliminar esta ambigüedad. Si las cifras significativas son únicamente 2, 9 y 5, se escribe

$$d = 2.95 \text{ x} 10^3 \text{ m}$$

Por otra parte, si el último cero también es significativo, esto puede indicarse escribiendo

$$d = 2.950 \text{ x } 10^3 \text{ m}$$

Cuando las cantidades se combinan aritméticamente, el resultado no puede ser más exacto que la cantidad que posee la menor certeza; por lo tanto,

$$82 \text{ kg} + 0.13 \text{ kg} = 82 \text{ kg}$$
$$82.0 \text{ kg} + 0.13 \text{ kg} = 82.1 \text{ kg}$$
$$82.00 \text{ kg} + 0.13 \text{ kg} = 82.13 \text{ kg}$$
$$82.000 \text{ kg} + 0.13 \text{ kg} = 82.13 \text{ kg}$$

De modo análogo, si un automóvil cubre 92.5 km en 1.9 h, su rapidez promedio es

$$\frac{92.5\ \text{km}}{1.9\ \text{h}} = 49\ \text{km/h}$$

a pesar de que 92.5/1.9 = 48.6842.... (La regla para redondear un número es la siguiente: Si el primer dígito a ser eliminado es menor que 5, simplemente se omite; si es igual o mayor que 5, el dígito que lo precede se aumenta en1.)

En cálculos con varias etapas, es recomendable conservar un dígito adicional en los pasos intermedios y redondear el resultado sólo hasta el final.

Problemas resueltos

1.1. Elimine los paréntesis de 2a - 3(a + 6) + 4(2a - 6).

Ya que 3(a + *b)* - 3a + 36 y 4(2a - *b)* - 8a - 46,

$$2a - 3(a + b) + 4(2a - b) = 2a - 3a - 3b + 8a - 4b = (2 - 3 + 8)(a) - (3 + 4)(b) = 7a - 7b = 7(a - b)$$

1.2. Encuentre el valor de

$$v = 5\left(\frac{x-y}{z}\right) + w$$

cuando x = 15, y- 3 , z - 4, y *w*- 10.

Proceda como sigue:

1. Réste y de x para obtener

$$x - y = 15 - 3 = 12$$

2. Divida x - y entre *z* para obtener

$$\frac{x-y}{z} = \frac{12}{4} = 3$$

3. Multiplique (x - *y)/z* por 5 para c

$$5\left(\frac{x-y}{z}\right) = (5)(3) = 15$$

$$v = 5\left(\frac{x-y}{z}\right) + w = 15 + 10 = 25$$

4. Sume w a 5(x - *y)/z* para obtener

1.3. Ejemplos de multiplicación y división:

$$(-3)\ (-5)\ =\ 15 \qquad \frac{-16}{-4} = 4$$

$$(2)(\ \ 4)=\ \ X \qquad \frac{10}{-5} = -2$$

$$(-12)(6)= -72 \qquad \frac{-24}{4} = -6$$

1.4. Determine el valor de

$$w = \frac{xy}{x+y}$$

cuando x - 5 y y = - 6.

Aquí, xy - (5) + (-6) - 30 y x + y - 5 + (-6) = 5 - 6 - 1. Por lo tanto,

$$w = \frac{xy}{x+y} = \frac{-30}{-1} = 30$$

1.5. Resuélvase 5x - 10 - 20 para x.

Se desea tener sólo a x del lado izquierdo de la ecuación. El primer paso consiste en trasponer el -10 al lado derecho, donde se convierte en +10:

$$5x - 10 = 20$$
$$5x = 20 + 10 = 30$$

Ahora se traspone el 5 de tal manera que divida al lado derecho:

$$5x = 30$$
$$x = \frac{30}{5} = 6$$

La solución es x - 6.

1.6. Ejemplos de multiplicación cruzada:

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{7} \qquad \frac{y}{8} = \frac{5}{x}$$

$$7x\ \ -2y \qquad xy\ \ = (5)(8) = 40$$

$$\frac{3x}{5} = \frac{4y}{3} \qquad \frac{y}{5} = \frac{3x+2}{4}$$

$$3(3x) -\ \ 5(4y) \qquad 4y\ \ = 5(2x + 2) = 15x + 10$$

$$9x\ \ = 20y$$

1.7. Resuelva la ecuación

$$\frac{5}{a+2} = \frac{3}{a-2}$$

para el valor de a.

Proceda como sigue:	
Realice la multiplicación cruzada	$5(a-2) = 3(a+2)$
Multiplique ambos lados	$5a - 10 = 3a + 6$
Trasponga -10 y 3a	$5a - 3a = 6 + 10$
Realice la suma y la resta	$2a = 16$
Divida ambos lados entre 2	$a = 8$

1.8. Resuelva la ecuación

$$\frac{16x-2}{8} = 3x$$

para el valor de x.

Realice la multiplicación cruzada	$16x - 2 = 8\,(3x) = 24x$
Trasponga -2 y 24x	$16x - 24x = 2$
Efectúe la resta de los términos semejantes	$-8x = 2$
Divida ambos lados entre -8	$x = -\frac{1}{4} = -0.25$

1.9. Resuelva la ecuación

$$\frac{4x-35}{3} = 9(1-x)$$

para el valor de x.

Realice la multiplicación cruzad	$4x - 35 = (3)\,[9(1-x)] = 27\,(1-x)$
Multiplique el lado derecho	$4x - 35 = 27 - 27x$
Trasponga -35 y -27x	$4x + 27x = 27 + 35$
Sume los términos semejantes	$31x = 62$
Divida ambos lados entre 31	$x = \frac{62}{31} = 2$

1.10. Ejemplos de exponentes:

$$a^2a^{-3} = a^{2-3} = a^{-1} \qquad (a^2)^{-4} = a^{(2)(-4)} = a^{-8} \qquad (a^3)^{-1/3} = a^{(-1/3)(3)} = a^{-1}$$

$$a^{-1}a^{-4} = a^{-1-4} = a^{-5} \qquad (a^{-3})^{-2} = a^{(-3)(-2)} = a^6 \qquad a^6a^{1/2} = a^{6+1/2} = a^{13/2}$$

$$(a^{-2})^4 = a^{(-2)(4)} = a^{-8} \qquad (a^{1/2})^6 = a^{(6)(1/2)} = a^3 \qquad (a^6)^{1/2} = a^{(1/2)(6)} = a^3$$

1.11. Ejemplos de notación con potencias de 10:

$$20 = 2 \times 10 = 2 \times 10^1$$
$$3043 = 3.043 \times 1000 = 3.043 \times 10^3$$
$$8\ 700\ 000 = 8.7 \times 1\ 000\ 000 = 8.7 \times 10^6$$
$$0.22 = 2.2 \times 0.1 = 2.2 \times 10^{-1}$$
$$0.000035 = 3.5 \times 0.00001 = 3.5 \times 10^{-5}$$

1.12. Ejemplos de suma y resta:

$$6 \times 10^2 + 5 \times 10^4 = 0.06 \times 10^4 + 5 \times 10^4 = 5.06 \times 10^4$$
$$2 \times 10^{-2} + 3 \times 10^{-3} = 2 \times 10^{-2} + 0.3 \times 10^{-2} = 2.3 \times 10^{-2}$$
$$7 + 2 \times 10^{-2} = 7 + 0.02 = 7.02$$
$$6 \times 10^4 - 4 \times 10^2 = 6 \times 10^4 - 0.04 \times 10^4 = 5.96 \times 10^4$$
$$3 \times 10^{-2} - 5 \times 10^{-3} = 3 \times 10^{-2} - 0.5 \times 10^{-2} = 2.5 \times 10^{-2}$$
$$7 \times 10^{-5} - 2 \times 10^{-4} = 0.7 \times 10^{-4} - 2 \times 10^{-4} = -1.3 \times 10^{-4}$$
$$6.23 \times 10^{-3} - 6.28 \times 10^{-3} = -0.05 \times 10^{-3} = -5 \times 10^{-5}$$

1.13. Ejemplos de multiplicación y división:

$$(10^5)(10^{-2}) = 10^{5-2} = 10^3 \qquad \frac{10^4}{10^{-3}} = 10^{4-(-3)} = 10^{4+3} = 10^7$$
$$\frac{10^3}{10^6} = 10^{3-6} = 10^{-3} \qquad \frac{(10^5)(10^{-7})}{10^2} = 10^{5-7-2} = 10^{-4}$$

1.14. Un ejemplo de cálculo:

$$\frac{(460)(0.00003)(100\ 000)}{(9000)(0.0062)} = \frac{(4.6 \times 10^2)(3 \times 10^{-5})(10^5)}{(9 \times 10^3)(6.2 \times 10^{-3})} = \left(\frac{4.6 \times 3}{9 \times 6.2}\right)\left(\frac{10^2 \times 10^{-5} \times 10^5}{10^3 \times 10^{-3}}\right)$$
$$= (0.25)\left(\frac{10^{2-5+5}}{10^{3-3}}\right) = (0.25)\left(\frac{10^2}{10^0}\right) = 25$$

1.15. Ejemplos de potencias de números:

$$(10^2)^4 = 10^{(2)(4)} = 10^8$$
$$(10^{-3})^5 = 10^{(-3)(5)} = 10^{-15}$$
$$(10^{-4})^{-3} = 10^{(-4)(-3)} = 10^{12}$$
$$(3 \times 10^3)^2 = 3^2 \times (10^3)^2 = 9 \times 10^6$$
$$(4 \times 10^{-5})^3 = 4^3 \times (10^{-5})^3 = 64 \times 10^{-15} = 6.4 \times 10^{-14}$$
$$(2 \times 10^{-2})^{-4} = \frac{1}{2^4} \times (10^{-2})^{-4} = \frac{1}{16} \times 10^8 = 0.0625 \times 10^8 = 6.25 \times 10^6$$

1.16. Ejemplos de raíces cuadradas:

$$\sqrt{20} = \sqrt{(4)(5)} = (\sqrt{4})(\sqrt{5}) = 2\sqrt{5}$$
$$(3\sqrt{2})(4\sqrt{5}) = [(3)(4)][(\sqrt{2})(\sqrt{5})] = 12\sqrt{10}$$
$$\sqrt{5x^4} = (\sqrt{5})(\sqrt{x^4}) = \sqrt{5}x^2$$
$$\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{15}{5}} = \sqrt{3}$$
$$\frac{\sqrt{6}}{5\sqrt{3}} = \frac{1}{5}\sqrt{\frac{6}{3}} = \frac{\sqrt{2}}{5}$$

Potencias pares de 10:

$$\sqrt{10^6} = 10^{6/2} = 10^3$$
$$\sqrt{5 \times 10^4} = \sqrt{5} \times \sqrt{10^4} = 2.24 \times 10^2$$

Potencias impares de 10:

$$\sqrt{3 \times 10^5} = \sqrt{30 \times 10^4} = \sqrt{30} \times \sqrt{10^4} = 5.48 \times 10^2$$
$$\sqrt{0.000025} = \sqrt{2.5 \times 10^{-5}} = \sqrt{25 \times 10^{-6}} = \sqrt{25} \times \sqrt{10^{-6}} = 5 \times 10^{-3}$$

1.17. Ejemplos de raíces cúbicas:

$$\sqrt[3]{27x^2} = (\sqrt[3]{27})(\sqrt[3]{x^2}) = 3x^{2/3}$$
$$\sqrt[3]{\frac{64a}{b^3}} = \frac{\sqrt[3]{64}(\sqrt[3]{a})}{\sqrt[3]{b^3}} = \frac{4\sqrt[3]{a}}{b}$$
$$\sqrt[3]{10^9} = 10^{9/3} = 10^3$$
$$\sqrt[3]{10^8} = \sqrt[3]{10^2 \times 10^6} = \sqrt[3]{100} \times \sqrt[3]{10^6} = 4.64 \times 10^2$$
$$\sqrt[3]{3.8 \times 10^{19}} = \sqrt[3]{38 \times 10^{18}} = \sqrt[3]{38} \times \sqrt[3]{10^{18}} = 3.36 \times 10^6$$
$$\sqrt[3]{2.7 \times 10^{-5}} = \sqrt[3]{27 \times 10^{-6}} = \sqrt[3]{27} \times \sqrt[3]{10^{-6}} = 3 \times 10^{-2}$$

1.18. Por carretera, Roma se encuentra a 1440 km de París. ¿Cuántas millas son?

Puesto que 1 km = 0.621 mi,

$$1440\ \text{km} = (1440\ \cancel{\text{km}})\left(0.621\ \frac{\text{mi}}{\cancel{\text{km}}}\right) = 894\ \text{mi}$$

1.19. La altura de un hombre es de 6 ft 2 in. ¿Cuánto representa esto en centímetros?

Como 1 ft =12 in y 1 in = 2.54 cm,

$$6\ \text{ft}\ 2\ \text{in.} = [(6)(12) + 2]\ \text{in.} = (74\ \cancel{\text{in.}})\left(2.54\ \frac{\text{cm}}{\cancel{\text{in.}}}\right) = 188\ \text{cm}$$

1.20. ¿Cuántos pies cuadrados hay en 1 m^2?

Ya que 1 m = 3.28 ft,

$$1\ \mathrm{m}^2 = (1\ \mathrm{m}^2)\left(3.28\ \frac{\mathrm{ft}}{\mathrm{m}}\right)^2 = 10.76\ \mathrm{ft}^2$$

1.21. Exprese una velocidad de 60 mi/h en pies por segundo.

En 1 mi hay 5280 ft y en 1 h hay 3600 s, por lo tanto,

$$60\ \frac{\mathrm{mi}}{\mathrm{h}} = \left(60\ \frac{\cancel{\mathrm{mi}}}{\cancel{\mathrm{h}}}\right)\left(5280\ \frac{\mathrm{ft}}{\cancel{\mathrm{mi}}}\right)\left(\frac{1}{3600\ \mathrm{s}/\cancel{\mathrm{h}}}\right) = 88\ \frac{\mathrm{ft}}{\mathrm{s}}$$

Problemas complementarios

1.22. Elimine los paréntesis de las siguientes ecuaciones y agrupe los términos semejantes:

a) $a + (b + c - d)$

b) $a - (b + c - d)$

c) $a + 2(b - 4)$

d) $a - 2(b - 4)$

e) $b + 3(b + 3)$

f) $b - 3(b + 3)$

g) $2a - 3b - 4(a - 2b)$

h) $3(a + b) - 3(a + 2b)$

i) $2(a + b) - 3(a - b) + 4(a + 2b - c)$

(j) $5(a + b + c) - 5(a - b - c)$

1.23. Evalúe lo siguiente:

a) $\dfrac{3(x + y)}{2}$ para $x = 5$ y $y = -2$

b) $\dfrac{1}{x - y} - \dfrac{1}{x + y}$ para $x = 3$ y $y = 2$

c) $\dfrac{4xy}{y + 3x} = 5$ para $x = 1$ y $y = -2$

d) $\dfrac{x + y}{2z} + \dfrac{z}{x - y}$ para $x = -2$, $y = 2$, y $z = 4$

e) $\dfrac{x + z}{y} - \dfrac{xy}{2}$ para $x = 2$, $y = 8$, y $z = 10$

f) $\dfrac{3(x + 7)}{y + 2}$ para $x = 3$ y $y = -6$

g) $\dfrac{5(3-x)}{2(x+y)}$ para $x = -5$ y $y = l$

h) $\dfrac{x^2+y^2}{2z} + \dfrac{z}{x-y}$ para $x=-2,$ $y=2,$ y $z = 4$

i) $\dfrac{(x+z)^2}{y} - \dfrac{xy}{2}$ para $x = 2,$ $y = 8,$ y $z = 10$

1.24. Resuelva para x cada una de las siguientes ecuaciones:l

$\dfrac{4x-35}{3} = 9(1-x)$

$\dfrac{3x-42}{9} = 2(7-x)$

$x^3 + 27 = 0$

$2x^4 - 32 = 0$

$3x^2 = 6x$

$(x+3)(x-y) = z^2 + x^2$

$y\sqrt{2x} = 12$

$z = \dfrac{x+y}{x-v}$

i) $\dfrac{x}{y} = \dfrac{4}{z}$

j) $\dfrac{y}{x} = \dfrac{x}{5}$

k) $\dfrac{1}{x+1} = \dfrac{1}{2x-1}$

l) $\dfrac{3}{x-1} = \dfrac{5}{x+1}$

m) $\dfrac{1}{3x+4} = \dfrac{2}{x+8}$

n) $\dfrac{8}{x} = \dfrac{1}{4-x}$

o) $\dfrac{x}{2x-1} = \dfrac{5}{7}$

p) $\dfrac{y}{x^2} = \dfrac{z}{x}$

q) $x^2 = \dfrac{8}{x}$

r) $\dfrac{2}{x} = \dfrac{18}{x^3}$

1.25. Evalúe lo siguiente:

a) a^2a^5

b) a^4a^{-2}

c) $a^{14}a^{-14}$

d) $\dfrac{a^6}{a^2}$

e) $\dfrac{a^2}{a^6}$

f) $\dfrac{a^5a^{-2}}{a^8}$

g) $\dfrac{a^3a^{-2}}{a^{-5}}$

h) $a^2 + a^2$

i) $a^2 - a^2$

j) $a^2 + a^5$

k) $a^{3/2}a^{1/2}$

l) $a^{1/2}a^{1/2}a^{1/2}$

m) $aa^{1/3}$

n) $a^6a^{-1/2}$

o) $\dfrac{a}{a^{1/2}}$

p) $\dfrac{a}{a^{-1/2}}$

q) $(a^4)^{1/2}$

r) $(a^4)^{-1/2}$

s) $(a^{-4})^{1/3}$

t) $a^5 + a^{1/2}$

u) $a^4(ab)^{-2}$

v) $(ab)^3(a^2b)^{-2}$

w) $7b^2\left(\dfrac{a^2}{b}\right)^3$

x) $(a^2b^4)^{1/2}\left(\dfrac{b^2}{a^3}\right)^3$

y) $2a\left(\dfrac{3a}{b}\right)^2\left(\dfrac{b^2}{a}\right)^3$

z) $(ab)^3\left(\dfrac{a^2}{b^8}\right)^{1/4}$

1.26. Exprese los siguientes números con notación de potencias de 10:

a) 720

b) 890 000

c) 0.02

d) 0.000062

e) 3.6

f) 0.4

g) 49,527

h) 0.002943

i) 0.0014

j) 49 000.000.000

k) 0.000000011

l) 1.4763

1.27. Exprese los siguientes números con notación decimal:

a) 3×10^{-4}
b) 7.5×10^{3}
c) 8.126×10^{-5}
d) 1.01×10^{8}
e) 5×10^{2}
f) 3.2×10^{-2}
g) 4.32145×10^{3}
h) 6×10^{6}
i) 5.7×10^{0}
j) 6.9×10^{-5}

1.28. Realice las siguientes sumas y restas:

a) $3 \times 10^{2} + 4 \times 10^{3}$
b) $2 \times 10^{4} + 5 \times 10^{6}$
c) $7 \times 10^{-2} + 2 \times 10^{-3}$
d) $4 \times 10^{-5} + 5 \times 10^{-3}$
e) $2 \times 10^{1} + 2 \times 10^{-1}$
f) $6.32 \times 10^{2} + 5$
g) $4 \times 10^{3} - 3 \times 10^{2}$
h) $5 \times 10^{7} - 9 \times 10^{4}$
i) $3.2 \times 10^{-4} - 5 \times 10^{-5}$
j) $7 \times 10^{4} - 2 \times 10^{5}$
k) $4.6 \times 10^{5} - 3.2 \times 10^{7}$
l) $3 \times 10^{5} - 2.98 \times 10^{5}$
m) $4.76 \times 10^{-3} - 4.81 \times 10^{-3}$
n) $7 \times 10^{3} + 5 \times 10^{2} - 9 \times 10^{2}$
o) $3 \times 10^{-4} + 6 \times 10^{-5} - 7 \times 10^{-3}$

1.29. Realice las siguientes multiplicaciones y divisiones utilizando notación de potencias de 10:

a) $(5000)(0.005)$
b) $\dfrac{5000}{0.005}$
c) $\dfrac{500\ 000(18\ 000)}{9\ 000\ 000}$
d) $\dfrac{30(80\ 000\ 000\ 000)}{0.0004}$
e) $\dfrac{30\ 000(0.0000006)}{1000(0.02)}$
f) $\dfrac{0.0001}{60\ 000(200)}$
g) $\dfrac{200(0.00004)}{400,000}$
h) $\dfrac{0.002(0.00000005)}{0.000004}$
i) $\dfrac{400(0.00006)}{0.2(20,000)}$
j) $\dfrac{0.06(0.0001)}{0.00003(40,000)}$

1.30. Evalúe lo siguiente y exprese los resultados con notación de potencias de 10:

a) $(4 \times 10^{9})^{3}$
b) $(2 \times 10^{7})^{2}$
c) $(2 \times 10^{7})^{-2}$
d) $(2 \times 10^{-2})^{5}$
e) $(3 \times 10^{-8})^{2}$
f) $(5 \times 10^{11})^{-2}$
g) $(3 \times 10^{-4})^{-3}$

1.31. Evalué lo siguiente y exprese los resultados con notación de potencias de 10. Observe que $\sqrt{4} = 2$, $\sqrt{40} = 6.3$, $\sqrt[3]{4} = 1.6$, $\sqrt[3]{40} = 3.4$ y $\sqrt[3]{400} = 7.4$.

a) $\sqrt{4 \times 10^{6}}$
b) $\sqrt{4 \times 10^{7}}$
c) $\sqrt{4 \times 10^{8}}$
d) $\sqrt{4 \times 10^{-4}}$
e) $\sqrt{4 \times 10^{-5}}$
f) $\sqrt[3]{4 \times 10^{12}}$
g) $\sqrt[3]{4 \times 10^{13}}$
h) $\sqrt[3]{4 \times 10^{14}}$
i) $\sqrt[3]{4 \times 10^{15}}$
j) $\sqrt[3]{4 \times 10^{-6}}$
k) $\sqrt[3]{4 \times 10^{-7}}$
l) $\sqrt[3]{4 \times 10^{-8}}$
m) $\sqrt[3]{4 \times 10^{-9}}$

1.32. La tierra se encuentra a una distancia promedio de 9.3 x 10^7 mi del Sol. ¿Cuál es esa distancia en kilómetros? ¿En metros?

1.33. ¿Cuántos pies cúbicos hay en un metro cúbico?

1.34. En muchos pueblos europeos el límite de velocidad es de 60 km/h. ¿Cuánto representa esto en millas por hora?

1.35. La velocidad de la luz es de 3.00 x 10^8 m/s. ¿Cuál es la velocidad de la luz en pies por segundo? ¿En millas por segundo? ¿En millas por hora?

1.36. Una milla náutica equivale a 6076 (ft), y un nudo (kn) es una unidad de velocidad que es igual a 1 milla náutica/h. Un barco lleva una velocidad de 8 kn. ¿Cuál es su velocidad en millas por hora? ¿En pies por segundo?

1.37. Utilícese el número adecuado de cifras significativas para expresar los resultados de las siguientes operaciones:

a) $93.2 + 8.56 - 12$

b) $(18.5)(2.32)/0.4163$

c) $(4.6 \times 10^5)(8.75 \times 10^3)$

d) $\dfrac{3.24 \times 10^3}{5.11 \times 10^{-2}} + 2.58 \times 10^2$

e) $\sqrt{43}$

Respuestas a los problemas complementarios

1.22. *a*) $a + b + c - d$ *b*) $a - b - c + d$ *c*) $a + 2b - 8$ *d*) $a - 2b + 8$ *e*) $4b + 9$ *f*) $-2b - 9$ *g*) $-2a + 5b$ *h*) $-3b$ *i*) $3a + 13b - 4c$ *j*) $10b + 10c$

1.23. *a*) 4.5 *b*) 0.8 *c*) -3 *d*) -1 *e*) -6.5 *f*) -7.5 *g*) 10 *h*) 0 *i*) 10

1.24. *a*) 2 *b*) 8 *c*) -3 *d*) 2 *e*) 2 *f*) $(z^2 + 3y)/(3 - y)$ *g*) $72/y^2$ *h*) $-y(1 + z)/(1 - z)$ *i*) $4y/z$ *j*) $\sqrt{5y}$ *k*) 2 *l*) 4 *m*) 0 *n*) $32/9$ *o*) $\frac{5}{3}$ *p*) y/z *q*) 2 *r*) 3

1.25. *a)* a^7 *b)* a^2 *c)* 1 *d)* a^4 *e)* a^{-4} *f)* a^{-5} *g)* a^6 *h)* $2a^2$ *i)* 0 *j)* $a^2 + a^5$ *k)* a^2 *l)* $a^{3/2}$ *m)* $a^{4/3}$ *n)* $a^{11/2}$ *o)* $a^{1/2}$ *p)* $a^{3/2}$ *q)* a^2 *r)* a^{-2} *s)* $a^{-4/3}$ *t)* $a^5 + a^{1/2}$ *u)* a^2/b^2 *v)* b/a *w)* $7a^6/b$ *x)* $(b/a)^8$ *y)* $18b^4$ *z)* $a^{7/2}b$

1.26. *a)* 7.2×10^2 *b)* 8.9×10^5 *c)* 2×10^{-2} *d)* 6.2×10^{-5} *e)* 3.6×10^0 *f)* 4×10^{-1} *g)* 4.9527×10^4 *h)* 2.943×10^{-3} *i)* 1.4×10^{-3} *j)* 4.9×10^{10} *k)* 1.1×10^{-8} *l)* 1.4763×10^0

1.27. *a)* 0.0003 *b)* 7500 *c)* 0.00008126 *d)* 101 000 000 *e)* 500 *f)* 0.032 *g)* 4321.45 *h)* 6 000 000 *i)* 5.7 *j)* 0.000069

1.28. *a)* 4.3×10^3 *b)* 5.02×10^6 *c)* 7.2×10^{-2} *d)* 5.04×10^{-3} *e)* 2.02×10^1 *f)* 6.37×10^2 *g)* 3.7×10^3 *h)* 4.991×10^7 *i)* 2.7×10^{-4} *j)* -1.3×10^5 *k)* -3.154×10^7 *l)* 2×10^3 *m)* -5×10^{-5} *n)* 6.6×10^3 *o)* -6.64×10^{-3}

1.29. *a)* 2.5×10^1 *b)* 10^6 *c)* 10^3 *d)* 6×10^{15} *e)* 9×10^{-4} *f)* 8.3×10^{-12} *g)* 2×10^{-8} *h)* 2.5×10^{-5} *i)* 6×10^{-6} *j)* 5×10^{-6}

1.30. *a)* 6.4×10^{28} *b)* 4×10^{14} *c)* 2.5×10^{-15} *d)* 3.2×10^{-9} *e)* 9×10^{-16} *f)* 4×10^{-24} *g)* 3.7×10^{10}

1.31. *a)* 2×10^3 *b)* 6.3×10^3 *c)* 2×10^4 *d)* 2×10^{-2} *e)* 6.3×10^{-3} *f)* 1.6×10^4 *g)* 3.4×10^4 *h)* 7.4×10^4 *i)* 1.6×10^5 *j)* 1.6×10^{-2} *k)* 7.4×10^{-3} *l)* 3.4×10^{-3} *m)* 1.6×10^{-3}

1.32. 1.5×10^8 km; 1.5×10^{11} m

1.33. 35.3 ft^3

1.34. 37 mi/h

1.35. 9.84×10^8 ft/s; 1.86×10^5 mi/s; 6.72×10^8 mi/h

1.36. 9.2 mi/h; 13.5 ft/s

1.37. *a)* 90 *b)* 103 *c)* 4.0×10^9 *d)* 6.37×10^4 *e)* 6.6

Vectores

2

CANTIDADES ESCALARES Y VECTORIALES

Una *cantidad escalar* sólo posee magnitud y la especifican un número y una unidad. Como ejemplos se tienen la masa (una piedra con una masa de 2 kg), el volumen (una botella con un volumen de 12 cm^3), y la frecuencia (la corriente eléctrica casera tiene una frecuencia de 60 Hz). Los símbolos de las cantidades escalares se imprimen en cursivas *(m* = masa, *v* = volumen). Las cantidades escalares de la misma clase se suman utilizando la aritmética ordinaria.

Una *cantidad vectorial* posee magnitud y dirección. Como ejemplos se tienen el desplazamiento (un avión que ha volado 200 km hacia el suroeste), la velocidad (un automóvil se mueve a 60 km/h hacia el norte) y la fuerza (una persona aplica una fuerza hacia arriba de 65 N a un paquete). Los símbolos de las cantidades vectoriales se imprimen en negritas v = velocidad. F = fuerza) v se expresan en letra manuscrita con flechas sobre las letras $(\vec{v}, \vec{F})$. La magnitud de una cantidad vectorial se imprime en cursivas (F es la magnitud de la fuerza F). Al sumar cantidades vectoriales deben considerarse sus direcciones.

SUMA DE VECTORES: MÉTODO GRÁFICO

Un *vector* es una línea en forma de flecha cuya longitud es proporcional a una cierta cantidad vectorial y cuya dirección indica la dirección de la cantidad. .

Para sumar el vector B al vector A, dibuje B de tal manera, que su origen coincida con la punta de A. La suma vectorial A + B es el vector R que une el origen de A con la punta de B (Figura 2-1). Normalmente, a R se le denomina la resultante de A y B.

El orden en que A y B se suman no importa; esto es, A + B - B + A (Figuras 2-1 y 2-2).

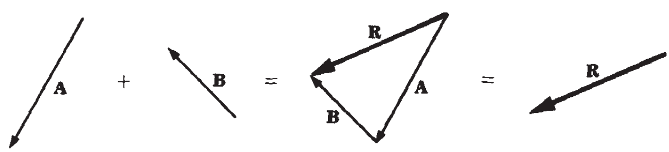


FIGURA 2-1

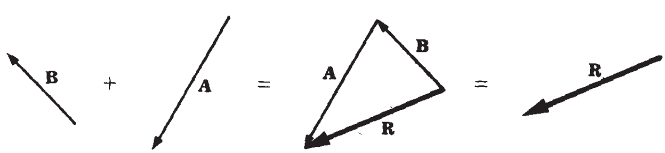


FIGURA 2-2

Se sigue exactamente el mismo procedimiento cuando se suman más de dos vectores de la misma clase. Los vectores se unen unos con otros uniendo la punta del uno con el origen de otro (se debe tener cuidado de conservar los tamaños y direcciones correctos), y la resultante R es el vector trazado a partir del origen del primer vector hasta la punta del último vector. No importa el orden en que se sumen los vectores (Figura 2-3).

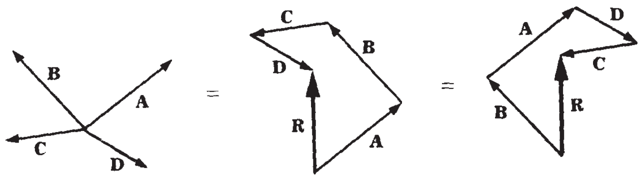


FIGURA 2-3

TRIGONOMETRÍA

Aun cuando es posible determinar gráficamente con regla y transportador la magnitud y dirección de la resultante de dos o más vectores de la misma clase, este procedimiento no es muy exacto. Para obtener resultados exactos, es necesario valerse de la trigonometría.

Un *triángulo rectángulo* es un triángulo con dos lados perpendiculares. La *hipotenusa* de un triángulo rectángulo es el lado opuesto al ángulo recto, como se muestra en la figura 2-4; la hipotenusa es siempre el lado más largo. Las tres funciones trigonométricas básicas —seno, coseno y tangente de un ángulo— están definidas en términos del triángulo rectángulo de la figura 2-4 como sigue

$$\text{sen}\,\theta = \frac{a}{c} = \frac{\text{lado opuesto}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\cos\theta = \frac{b}{c} = \frac{\text{lado adyacente}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\tan\theta = \frac{a}{b} = \frac{\text{lado opuesto}}{\text{lado adyacente}} = \frac{\text{sen}\,\theta}{\cos\theta}$$

$$\text{sen}\,\theta = \frac{a}{c}$$

$$\cos\theta = \frac{b}{c}$$

$$\tan\theta = \frac{a}{b}$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

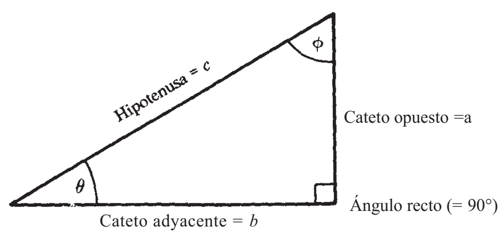


FIGURA 2-4

En el apéndice C se proporcionan tablas numéricas del seno, el coseno y la tangente de ángulos entre 0 y 90°. Es posible extender la definición de estas funciones, de tal manera que abarquen ángulos de 90 a 360°, y las tablas del apéndice C pueden utilizarse para dichos ángulos con la ayuda de las relaciones de la tabla 2-1.

Tabla 2-1

	θ	$90° + \theta$	$180° + \theta$	$270° + \theta$
seno	sen θ	cos θ	-sen θ	-cos θ
coseno	cos θ	-sen θ	-cos θ	sen θ
tangente	tan θ	$-\dfrac{1}{\tan\theta}$	tan θ	$-\dfrac{1}{\tan\theta}$

El *Inverso* de una función trigonométrica lo constituye el ángulo cuya función está dada. Por lo tanto, el inverso de sen *0* es el ángulo *0.* Los nombres* y abreviaturas de las funciones trigonométricas inversas son:

$$\text{sen}\,\theta = x$$
$$\theta = \text{arcsen}\,x = \text{sen}^{-1}x = \text{ángulo cuyo seno es } x$$
$$\cos\theta = y$$
$$\theta = \arccos y = \cos^{-1} y = \text{ángulo cuyo coseno es } y$$
$$\tan\theta = z$$
$$\theta = \arctan z = \tan^{-1}z = \text{ángulo cuya tangente es } z$$

Recuérdese que en trigonometría una expresión como sen $^{-1}$x no significa 1/sen *x,* aun cuando en álgebra el exponente -1 denota un recíproco.

TEOREMA DE PITÁGORAS

El *teorema de Pitágoras* establece que la suma de los cuadrados de los lados cortos (catetos) de un triángulo rectángulo es igual al cuadrado de su hipotenusa. Para el triángulo de la figura 2-4,

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Por lo tanto, siempre puede expresarse la longitud de uno de los lados del triángulo rectángulo en términos de las longitudes de los otros lados:

$$a = \sqrt{c^2 - b^2} \qquad b = \sqrt{c^2 - a^2} \qquad c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Otra relación útil es la que expresa que los ángulos interiores de cualquier triángulo suman 180°. Debido a que uno de los ángulos del triángulo recto mide 90°, la suma de los otros dos debe ser de 90°.
De ahí que, en la figura 2-4, $\theta + \Phi = 90°$.

SUMA DE VECTORES: MÉTODO TRIGONOMÉTRICO

Es muy sencillo aplicar la trigonometría para encontrar la resultante R de dos vectores A y R perpendiculares entre sí. La magnitud de la resultante, de acuerdo con el teorema de Pitágoras, es:

$$R = \sqrt{A^2 + B^2}$$

*Otros nombres que corresponden a las abreviaturas arcsen, arcos y arctan son arco seno, arco coseno y arco tangente, respectivamente *(N.* de la *T.)*

y el ángulo θ entre R y *A* (Figura 2-5) puede encontrarse a partir de

$$\tan\theta = \frac{B}{A}$$

al examinar una tabla de tangentes para encontrar el ángulo cuya tangente sea la más cercana en valor a *B/A*.

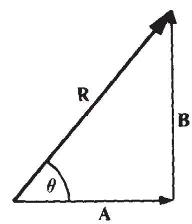


FIGURA 2-5

Cuando los vectores que se suman no son perpendiculares entre sí, puede utilizarse el método de suma por componentes descrito más adelante. Existen procedimientos trigonométricos para trabajar con triángulos oblicuos (la *ley de los senos* y la *ley de los cosenos),* pero no son necesarios, puesto que el método de las componentes tiene una aplicación completamente general.

DESCOMPOSICIÓN VECTORIAL

De la misma manera en que dos o más vectores pueden sumarse para dar origen a un solo vector resultante, es posible, también, descomponer un vector en dos o más vectores. Si los vectores A y B juntos equivalen a un vector C, entonces el vector C es equivalente a los dos vectores A y B (Figura 2-6). Cuando un vector es reemplazado por otros, sean dos o más vectores, el proceso se conoce como *descomposición* del vector, y los nuevos vectores se conocen como las *componentes* del vector inicial.

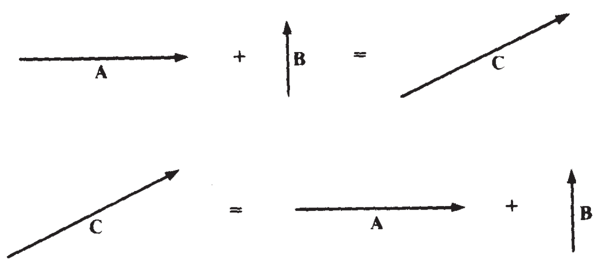


FIGURA 2-6

Las componentes en las que se descompone un vector se escogen casi siempre perpendiculares entre sí. La figura 2-7 muestra a un hombre que tira de un vagón con una fuerza F. Como el vagón sólo se desplaza horizontalmente, no toda la fuerza influye en su movimiento. La fuerza F puede descomponerse en dos componentes vectoriales F_x y F_y, donde

$$\mathbf{F}_x = \text{la componente horizontal de } \mathbf{F}$$
$$\mathbf{F}_x = \text{la componente vertical de } \mathbf{F}$$

Las magnitudes de estas componentes son

$$F_x = F\cos\theta \qquad\qquad F_y = F\,\text{sen}\,\theta$$

Evidentemente, la componente F_x es la responsable del movimiento del vagón y si estuviéramos interesados en hacer un estudio detallado de este movimiento necesitaríamos considerar únicamente a $\mathbf{F_x}$.

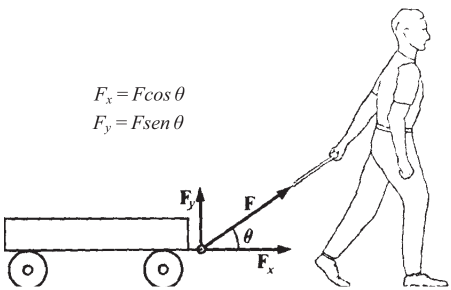


FIGURA 2-7

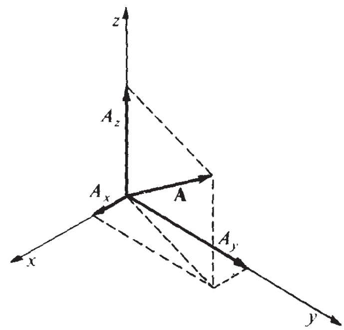


FIGURA 2-8

En la figura 2-7, la fuerza F se encuentra en un plano vertical, y las dos componentes F_x y F_y son suficientes para describirla. Sin embargo, por lo general se necesitan tres componentes perpendiculares entre sí para describir por completo la magnitud y la dirección de una cantidad vectorial. Es común referirse a las direcciones de dichas componentes como los ejes *x, y y z,* según muestra la figura 2-8. Las componentes de un vector A en estas direcciones se representan por A_x, A_y, A_z. Si una componente cae en la parte negativa de un eje, su magnitud se considera negativa. Por ello, si A_z apuntara hacia abajo en la figura 2-8, en lugar de hacia arriba, y su longitud fuera equivalente a, dígase, 12 libras se escribiría A_z = -12 libras.

SUMA VECTORIAL: MÉTODO DE LAS COMPONENTES

Para sumar dos o más vectores A, B, C, . . . por el método de las componentes, debe seguirse este procedimiento:

1. Descompónganse los vectores iniciales en sus componentes a lo largo de las direcciones *x, y y z.*
2. Súmense todas las componentes en la dirección x para obtener R_X, súmense todas las componentes en la dirección *y* para obtener R_y y súmense todas las componentes en la dirección *z* para obtener R_z. Es decir, las magnitudes de R_x, R_y y R_z están dadas, respectivamente, por:

$$R_x = A_x + B_x + C_x + \cdots$$
$$R_y = A_y + B_y + C_y + \cdots$$
$$R_z = A_z + B_z + C_z + \cdots$$

3. Calcúlense la magnitud y la dirección de la resultante R a partir de sus componentes R_x R_y y R_z.

En el caso de que los vectores que se van a sumar se encuentren en el mismo plano, solamente se consideran dos componentes.

Problemas resueltos

2.1. Una mujer camina 5 km hacia el este y luego 10 km en dirección norte. ¿A qué distancia se encuentra de su punto de partida? ¿Qué dirección habría tomado si hubiera caminado directamente a su destino?

De la figura 2-9, la longitud del vector resultante R corresponde a una distancia de 11.2 km y un transportador muestra que su dirección es 27° al este del norte.

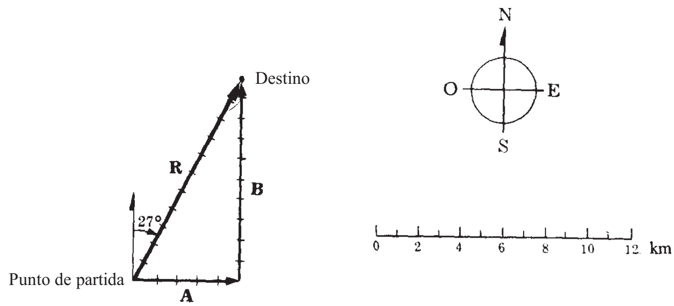


FIGURA 2-9

2.2. Dos remolcadores tiran de un barco. Cada uno ejerce una fuerza de 6×10^4 N, y el ángulo entre los cables de remolques de 60°. ¿Cuál es la fuerza resultante sobre el barco?

Para sumar los vectores de fuerza A y B, el vector B se desplaza paralelamente a sí mismo de tal manera que su origen coincida con la punta de A. La longitud de la resultante R corresponde a una fuerza de 10.4×10^4 N. (Véase figura 2-10.)

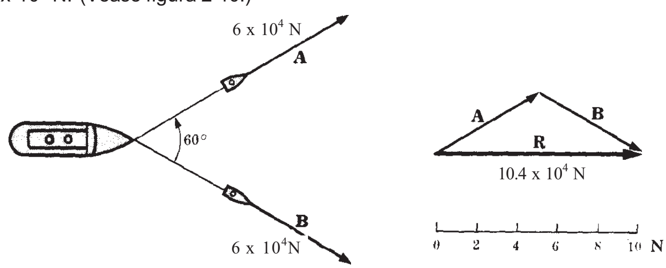


FIGURA 2-10

2.3. Un bote que se desplaza a 5 km/h cruza un río cuya corriente tiene una velocidad de 3 km/h. ¿En qué dirección debe avanzar el bote para alcanzar la otra orilla en un punto directamente opuesto al de partida?

En este caso, el procedimiento consiste en dibujar primero el vector que representa a la velocidad $V_{río}$ de la corriente. Posteriormente se ,dibuja el vector V_{bote} a partir de la punta del vector $v_{río}$ (Figura 2-11). Un transportador muestra que el ángulo entre $v_{río}$ y V_{bote} es de 53°.

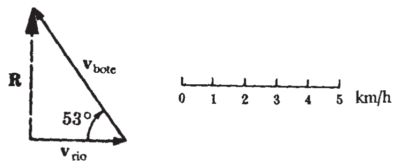


FIGURA 2-11

2.4. Al ir de una ciudad a otra, un conductor que tiende a perderse viaja en automóvil 30 km hacia el norte, luego 50 km en dirección oeste y finalmente 20 km hacia el sureste. ¿Cuál es la distancia aproximada entre las dos ciudades?

Los vectores de desplazamiento se unen de tal manera que la punta de uno coincide con el origen del otro y así se encuentra que la resultante es de 39 km (Figura 2-12).

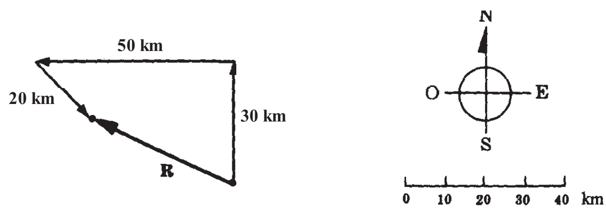


FIGURA 2-12

2.5. Encuentre los valores del seno, el coseno y la tangente del ángulo θ que se muestra en la figura 2-13.

$$\text{sen}\ \theta = \frac{a}{c} = \frac{\text{lado opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{3\text{ cm}}{5\text{ cm}} = 0.6$$

$$\cos\theta = \frac{b}{c} = \frac{\text{lado adyacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{4\text{ cm}}{5\text{ cm}} = 0.8$$

$$\text{sen}\ \theta = \frac{a}{b} = \frac{\text{lado opuesto}}{\text{lado adyacente}} = \frac{3\text{ cm}}{4\text{ cm}} = 0.75$$

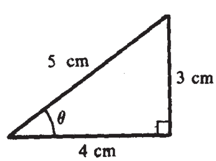


FIGURA 2-13

2.6. Las calculadoras electrónicas modernas facilitan encontrar las funciones trigonométricas. Sin embargo, no siempre es posible tener una calculadora a la mano, por ello resulta conveniente saber utilizar las tablas trigonométricas, como las del apéndice C. A continuación se proporcionan tres ejemplos con ángulos de más de 90°. a) Encuentre el valor del sen 120°. b) Encuentre el valor del cos 250°. c) Encuentre el valor de la tan 342°.

a) Comience por observar que 120° = 90 + 30°. De la tabla 2-1 se obtiene

$$\text{sen}\,(90° + \theta) = \cos\theta$$

y así $$\text{sen}\,120° = \text{sen}\,(90° + 30°) = \cos 30° = 0.866$$

b) Se advierte que 250° = 180° + 70°. De la tabla 2-1

$$\cos(180° + \theta) = -\cos\theta$$

y así $$\cos 250° = \cos(180° + 70°) = -\cos 70° = -0.342$$

c) Se advierte que 342° = 270° + 72°. De la tabla 2-1

$$\tan(270° + \theta) = -\frac{1}{\tan\theta}$$

y así $$\tan 342° = \tan(270° + 72°) = -\frac{1}{\tan 72°} = -\frac{1}{3.078} = -0.325$$

2.7. Encuentre el ángulo cuyo coseno es 0.952.

Con algunas calculadoras, el procedimiento consiste en teclear el número 0.952 y luego oprimir la tecla marcada con $\cos^{-1}$ (o arccos). El resultado obtenido es 17.8242, mismo que puede redondearse a 18°. Si se utiliza una tabla de cosenos como la del apéndice C, se busca el valor más cercano a 0.952 y luego se lee en ese mismo renglón hasta localizar el ángulo correspondiente. Se encontrará que cos 17° = 0.956 y que cos 18° = 0.951. Puesto que el 0.951 está más cerca del 0.952 que el 0.956, se obtiene que $\cos^{-1}0.952 = 18°$, aproximado al grado más cercano.

2.8. Utilice la trigonometría para resolver el problema 2.1.

A partir del diagrama vectorial de la figura 2-14, se observa que A y B son los lados de un triángulo recto y que R es la hipotenusa. De acuerdo con el teorema de Pitágoras, las magnitudes *A, B* y *R* se encuentran relacionadas entre sí por la expresión $R^2 = A^2 + S^2$. Por lo tanto, la magnitud *R* es igual a

$$R = \sqrt{A^2 + B^2} = \sqrt{(5\text{ km})^2 + (10\text{ km})^2} = \sqrt{25\text{ km}^2 + 100\text{ km}^2}$$
$$= \sqrt{125\text{ km}^2} = 11.2\text{ km}$$

Para encontrar la dirección de R, se observa que

$$\tan\theta = \frac{B}{A} = \frac{10\text{ km}}{5\text{ km}} = 2$$

En una tabla trigonométrica (la del apéndice C, por ejemplo), o con la ayuda de una calculadora, se encuentra que el ángulo cuya tangente se aproxima más a 2 es $\theta = 63°$. Para expresar la dirección de R con respecto al norte, en la figura 2-14, se observa que el ángulo Φ entre el norte y R, más el ángulo θ entre R y el este, es igual a 90°. Ya que $\Phi + \theta = 90°$,

$$\phi = 90° - \theta = 90° - 63° = 27°$$

La resultante R tiene una magnitud de 11.2 km y su dirección es de 27° al este del norte.

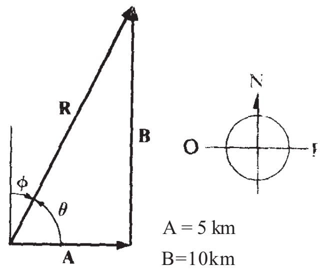


FIGURA 2-14

2.9. El hombre de la figura 2-7, ejerce sobre el vagón una fuerza de 10.0 N a un ángulo θ = 30° por encima de la horizontal. Encuentre las componentes horizontal y vertical de esta fuerza.

Las magnitudes de F_x y F_y son, respectivamente,

$$F_x = F\cos\theta = (10.0\text{ N})(\cos 30°) = 8.66\text{ N}$$
$$F_y = F\,\text{sen}\,\theta = (10.0\text{ N})(\text{sen } 30°) = 5.00\text{ N}$$

Se aprecia que $F_x + F_y$ = 13.66 N a pesar de que F posee una magnitud de F = 10.0 N. ¿Qué está mal? La respuesta es que nada está mal, porque F_x *y* F_y = son sólo las magnitudes de los vectores F_x y F_K, por lo que sumarlas carece de sentido. No obstante, sin duda alguna pueden sumarse los vectores F_x y F_y para encontrar la magnitud de su resultante F. Ya que F_x y F_y son perpendiculares,

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(8.66\text{ N})^2 + (5.00\text{ N})^2} = \sqrt{75.00\text{ N}^2 + 25.00\text{ N}^2} = \sqrt{100.00\text{ N}^2} = 10.0\text{ N}$$

como se esperaba que sucediera.

2.10. Un automóvil que pesa 13 000 N desciende por una carretera que forma un ángulo de 20° con la horizontal. Encuentre las componentes del peso del automóvil en las direcciones paralela y perpendicular a la carretera.

El peso de un objeto es la fuerza gravitacional con la cual lo atrae la Tierra, y esta fuerza siempre actúa verticalmente hacia abajo (Figura 2-15). Debido a que w es vertical y F_2 es perpendicular a la carretera, el ángulo θ entre w y F_2 es el mismo que el ángulo *d* entre la carretera y la horizontal. De ahí que

$$F_1 = w\,\text{sen}\,\theta = (13\,000\text{ N})(\text{sen } 20°) = (13\,000\text{ N})(0.342) = 4\,446\text{ N}$$
$$F_2 = w\cos\theta = (13\,000\text{ N})(\cos 20°) = (13\,000\text{ N})(0.940) \doteq 12\,220\text{ N}$$

2.11. Utilice el método de las componentes para la suma de vectores y resuelva el problema 2.2.

El ángulo entre la fuerza que cada uno de los remolcadores ejerce sobre el barco y la dirección del movimiento del barco es de 30°. Por lo tanto, cada fuerza tiene una componente en la dirección del movimiento del barco de

$$F_X = F\cos\theta = (6\times10^4\text{ N})(\cos 30°) = 5.2\times10^4\text{ N}$$

Como se trata de dos remolcadores, la fuerza resultante sobre el barco es

$$R = 2F_x = (2)(5.2\times10^4\text{ n}) = 10.4\times10^4\text{ N}$$

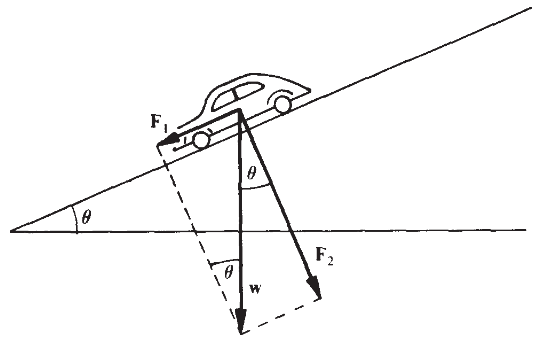


FIGURA 2-15

2.12. Un bote se dirige hacia el norte con una rapidez de 8.0 km/h. Sopla un viento fuerte cuya presión sobre la estructura del bote lo empuja hacia un lado en dirección oeste y con una rapidez de 2.0 km/h. También existe una corriente de marea que fluye en dirección 30° al sur del este y con una rapidez de 5.0 km/h. ¿Cuál es la velocidad del bote respecto a la superficie terrestre?

El primer paso a seguir, es establecer un sistema conveniente de ejes coordenados, como el de la figura 2-16a). Posteriormente, se dibujan los tres vectores velocidad A, B y C y se calculan las magnitudes de sus componentes x y *y.* Se encuentran los valores:

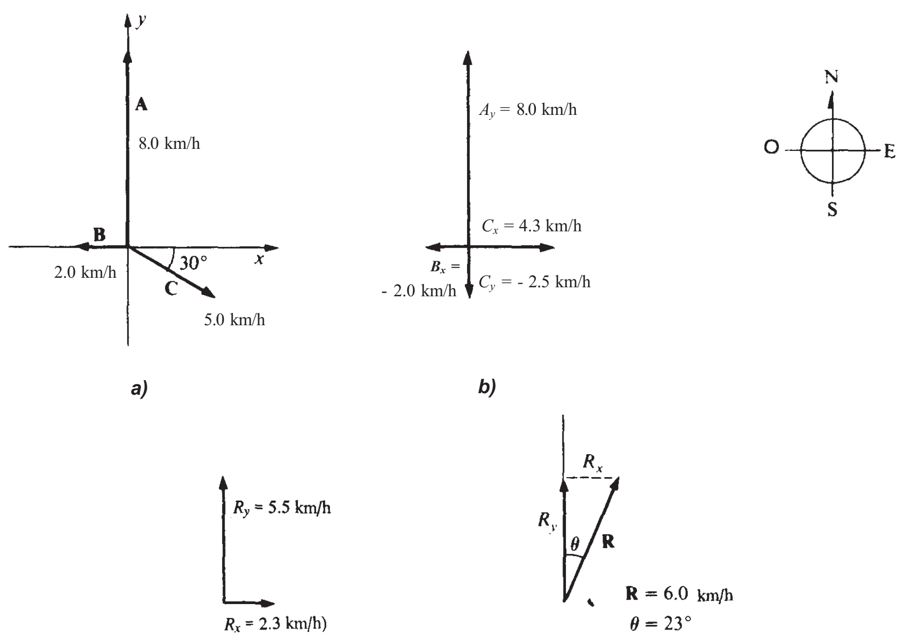


FIGURA 2-16 c) d)

componentes x	componentes y
$A_x = 0$	$Ay = 8.0$ km/h
$B_x = -2.0$ km/h	$B_y = 0$
$C_x = C \cos 30°$	$C_y = -C \text{ sen } 30°$
$= (5.0 \text{ km/h})(0.866)$	$= -(5.0 \text{ km/h})(0.500)$
$= 4.3$ km/h	$= -2.5$ km/h

Estas componentes se muestran en la figura 2-16b).

Ahora, sume los valores de las componentes x para obtener R_x y sume los valores de los componentes y para obtener R_y:

$$R_x = A_x + B_x + C_x = 0 - 2.0 \text{ km/h} + 4.3 \text{ km/h} = 2.3 \text{ km/h}$$
$$R_y = A_y + B_y + C_y = 8.0 \text{ km/h} + 0 - 2.5 \text{ km/h} = 5.5 \text{ km/h}$$

La magnitud de la resultante R es, por lo tanto,

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(2.3 \text{ km/h})^2 + (5.5 \text{ km/h})^2} = \sqrt{35.54} \text{ km/h} = 6.0 \text{ km/h}$$

La rapidez del bote respecto a la superficie terrestre es de 6.0 km/h.

La dirección del movimiento del bote relativa a la superficie terrestre puede obtenerse en términos del ángulo θ entre R y el eje + y, que apunta al norte. Debido a que

$$\tan \theta = \frac{R_x}{R_y} = \frac{2.3 \text{ km/h}}{5.5 \text{ km/h}} = 0.418 \qquad \theta = 23°$$

la dirección del movimiento del bote es, en realidad, de 23° hacia el este del norte, a pesar de que el bote se dirige al norte [Figura 2-16d)].

Problemas complementarios

2.13. Evalúe

a) sen 100° *c*) sen 300° *e*) cos 150° *g*) tan 170° *i*) tan 190°
b) sen 200° *d*) sen 360° *f*) cos 270° *h*) tan 180° *j*) tan 270°

2.14. Encuentre los siguientes ángulos que están entre 0 y 90°:

a) $\text{sen}^{-1}\, 0.720$ *d*) $\cos^{-1}\, 1.000$
b) $\cos^{-1}\, 0.000$ *e*) $\tan^{-1}\, 0.500$
c) $\cos^{-1}\, 0.254$ *f*) $\tan^{-1}\, 8.500$

2.15. Encuentre la longitud de la hipotenusa de un triángulo recto cuyos lados cortos (catetos) miden 483 y 620 cm de longitud.

2.16. La hipotenusa de un triángulo recto tiene una longitud de 28 cm, y uno de sus lados cortos mide 23 cm. Encuentre la longitud del otro cateto.

2.17. Dos fuerzas, una de 10 N y la otra de 6 N, actúan sobre un cuerpo. Se desconocen las direcciones de las fuerzas, a) ¿Cuál es la magnitud mínima de la resultante de estas fuerzas? *b)* ¿Cuál es la magnitud máxima?

2.18. Un hombre recorre en automóvil 10 km hacia el norte y, luego, 20 km hacia el este. ¿Cuáles son la magnitud y la dirección de su desplazamiento desde el punto de partida?

2.19. Encuentre la magnitud y la dirección de la fuerza resultante producida por una fuerza vertical de 40 N que apunta hacia arriba y una fuerza horizontal de 30 N.

2.20. Encuentre las componentes vertical y horizontal de una fuerza de 50 N cuya dirección es 50° por encima de la horizontal.

2.21. Una mujer empuja una segadora de pasto con una fuerza de 90 N. Si el mango de la segadora forma un ángulo de 40° con la horizontal, ¿qué fuerza vertical ejerce hacia abajo contra el piso?

2.22. Un avión se dirige hacia el noreste con una rapidez de 880 km/h. ¿Cuál es la componente de la velocidad en la dirección norte? ¿Cuál es la componente este?

2.23. Un bote navega a 10 km/h en dirección noroeste en un rio que fluye hacia el este a 3 km/h. ¿Cuáles son la magnitud y la dirección de la velocidad del bote con respecto a la superficie terrestre?

2.24. Un avión cuya rapidez en el aire es de 120 km/h acaba de despegar de la pista de aterrizaje. Un automóvil que viaja a 100km/h sobre la pista de aterizaje es capaz de mantenerse exactamented debajo del avión. ¿Con qué ángulo se eleva el avión?

2.25. Un bote que cruza un río se mueve a 12 km/h. La corriente fluye a 4 km/h. ¿Qué dirección debe seguir el bote si debe alcanzar el otro lado del río en un punto directamente enfrente del de partida?

2.26. Un avión vuela 400 km en dirección oeste para ir de la ciudad A a la ciudad B, luego recorre 300 km al noreste para llegar a la ciudad C y, finalmente, viaja 100 km al norte para arribar a la ciudad D. ¿Cuál es la distancia entre las ciudades A y D? ¿Que dirección debe tomar el avión para regresar directamente de la ciudad D a la ciudad A?

2.27. Encuentre la magnitud y dirección de la resultante de tres fuerzas de 5 N, 3N, y 7 N, cuyas direcciones forman respectivamente ángulos de 37°, 180° y 225° con el eje + x, en el sentido de las manecillas del reloj.

2.28. Encuentre la magnitud y dirección de la resultante de tres fuerzas de 60 N, 20 N y 40 N, cuyas direcciones forman respectivamente ángulos de 45°, 90° y 300° con el eje + *y,* en el sentido de las manecillas del reloj.

Respuestas a los problemas complementarios

2.13. *a)* 0.985 *c)* −0.866 *e)* −0.866 *g)* −0.176 *i)* 0.176
b) −0.342 *d)* 0 *f)* 0 *h)* 0 *j)* ∞ (infinito)

2.14. a) 46.1° b) 90° c) 75.3° d) 0° e) 26.6° f) 83.3°
2.15. 786 cm
2.16. 16 cm
2.17. a) 4N b) 16N
2.18. 22 km a 63° al este del norte
2.19. 50 N a 53° hacia arriba de la horizontal
2.20. 38.3 N; 32.1 N
2.21. 57.9 N
2.22. 622 km/h; 622 km/h
2.23. 8.2 km/h a 30° al oeste del norte
2.24. 34°
2.25. 19° río arriba de la línea que cruza perpendicularmente al río
2.26. 364 km a 31 ° al este del sur
2.27. 4.4 N, formando 206° con el eje + x, en el sentido de las manecillas del reloj
2.28. 68 N, formando 24° con el eje + y, en el sentido de las manecillas del reloj

Movimiento rectilíneo

3

VELOCIDAD

La *velocidad* de un cuerpo es una cantidad vectorial que describe, al mismo tiempo, la rapidez con que se mueve el cuerpo y la dirección de su movimiento.

En el caso de un cuerpo que viaja en línea recta, su velocidad es simplemente la distancia que recorre por unidad de tiempo. Si la distancia s recorrida en un tiempo f es proporcional a t, el cuerpo tiene una *velocidad constante* de

$$v = \frac{s}{t}$$

$$\text{velocidad} = \frac{\text{distancia}}{\text{tiempo}}$$

Dada la velocidad de un cuerpo, puede encontrarse la distancia que recorre en un intervalo f de la fórmula

$$s = vt$$

siempre y cuando la velocidad no cambie durante ese intervalo de tiempo.

ACELERACIÓN

Un cuerpo está *acelerado* cuando su velocidad cambia, es decir, cuando su velocidad aumenta, disminuye o cambia de dirección. Las aceleraciones que resultan de un cambio de dirección se discuten en el capítulo 8.

La *aceleración* de un cuerpo es la rapidez con la que cambia su velocidad. Si la velocidad del cuerpo al comienzo de un cierto intervalo de tiempo r es v_0 y la velocidad al final de dicho intervalo es v, entonces su aceleración es

$$a = \frac{v - v_0}{t}$$

$$\text{aceleración} = \frac{\text{cambio de velocidad}}{\text{tiempo}}$$

Una aceleración positiva significa que existe un incremento en la velocidad; una aceleración negativa indica una disminución en la velocidad. En este libro sólo se consideran aceleraciones constantes.

La velocidad tiene dimensiones de distancia dividida entre el tie'mpo. La aceleración tiene dimensiones de velocidad/tiempo o distancia/tiempo^2. Las unidades más comunes de la aceleración son metros por segundo al cuadrado y pies por segundo al cuadrado. Algunas veces se utilizan dos unidades de tiempo distintas; por ejemplo, la aceleración de un automóvil que parte del reposo hasta llegar a alcanzar 50 km/h en 10 s puede expresarse como a = 5 (km/h)/s.

DISTANCIA, VELOCIDAD Y ACELERACIÓN

Considérese un cuerpo cuya velocidad es v_0 cuando empieza a acelerarse uniformemente. Después del tiempo *t* la velocidad final del cuerpo será

$$v = v_0 + at$$

$$\bar{v} = \frac{v_0 + v}{2}$$

Tabla 3.1. Fórmulas para el movimiento con aceleración constante

Distancia	Velocidad final
$s = \left(\frac{v_0 + v}{2}\right)t$	$v = v_0 + at$
$s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$	$v^2 = v_0^2 + 2as$

y, por lo tanto

$$s = \bar{v}t = \left(\frac{v_0 + v}{2}\right)t$$

Como $v = v_0 + at$, otra forma de expresar la distancia recorrida en el tiempo t es

$$s = \left(\frac{v_0 + v_0 + at}{2}\right)t = v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2$$

Si el cuerpo se acelera a partir del reposo, $v_0 = 0$ y

$$s = \tfrac{1}{2}at^2$$

Otra fórmula útil proporciona la velocidad final de un cuerpo en términos de su velocidad inicial, su aceleración y la distancia recorrida durante el movimiento acelerado:

$$v^2 = v_0^2 + 2as$$

En el caso de un cuerpo que parte del reposo, $v_0 = 0$ y

$$v^2 = 2as \qquad v = \sqrt{2as}$$

Problemas resueltos

[En estos problemas se desprecia la resistencia del aire.]

3.1. Un barco recorre 9 km en 45 min. ¿Cuál es su rapidez* en kilómetros por hora?

Como 45 min = $\frac{3}{4}$ **h,**

$$v = \frac{s}{t} = \frac{9\text{ km}}{\frac{3}{4}\text{ h}} = 12 \text{ km h}$$

3.2. La velocidad del sonido en el aire al nivel del mar es de 335 m/s aproximadamente. Si una persona escucha el ruido de un trueno 4 s después de ver el relámpago, ¿a qué distancia se produjo éste?

La velocidad de la luz es tan grande comparada con la velocidad del sonido, que puede despreciarse el tiempo requerido para que la luz del relámpago llegue a la persona. Por lo tanto

$$s = vt = (335 \text{ m/s})(3\text{s}) = 1005 \text{ m}$$

3.3. La velocidad de ia luz es de 3 x 10^8 m/s. ¿Cuánto tiempo le toma a la luz del sol llegar a la tierra, si recorre una distancia de 1.5 x 10^{11} m?

$$t = \frac{s}{v} = \frac{1.5 \times 10^{11} \text{ m}}{3 \times 10^8 \text{ m/s}} = 500 \text{ s} = 8\tfrac{1}{3} \text{ min}$$

3.4. Un automóvil recorre 270 km en 4.5 h. a) ¿Cuál es su velocidad promedio? *b)* ¿Qué distancia recorrerá en 7 h a esta velocidad promedio? c) ¿En cuánto tiempo recorrerá 300 km a esta velocidad promedio?

a) $$v = \frac{s}{t} = \frac{270 \text{ km}}{4.5 \text{ h}} = 60 \text{ km/h}$$

b) $$s = vt = (60 \text{ km/h})(7 \text{ h}) = 420 \text{ km}$$

c) $$t = \frac{s}{v} = \frac{300 \text{ km}}{60 \text{ km/h}} = 5 \text{ h}$$

3.5. Un avión cuya velocidad en el aire es de 640 km/h tiene un viento de cola de 200 km/h. ¿Cuánto tiempo tardará en cubrir una distancia de 1600 km con respecto a la tierra?

La velocidad del avión con respecto a a la tierra es

$$v = 640 \text{ km/h} + 200 \text{ km/h} = 840 \text{ km/h}$$

Por lo tanto, el tiempo requerido para cubrir 1600 km sobre la tierra es

$$t = \frac{s}{v} = \frac{1600 \text{ km}}{840 \text{ km/h}} = 1.9 \text{ h}$$

3.6. Un automóvil viaja durante 2 h a 100 km/h, durante las siguientes 2 h viaja a 60 km/h y, finalmente, durante 1 h viaja a 80 km/h. ¿Cuál es la velocidad promedio del automóvil durante el viaje completo?

*La rapidez es una cantidad escalar (véase capítulo 2) que expresa la magnitud de la velocidad

La velocidad promedio del automóvil es igual a la distancia total que cubre dividida entre el tiempo total. Por lo tanto

$$\bar{v} = \frac{s_1 + s_2 + s_3}{t_1 + t_2 + t_3} = \frac{v_1 t_1 + v_2 t_2 + v_3 t_3}{t_1 + t_2 + t_3}$$

$$= \frac{(100\text{ km/h})(2\text{ h}) + (60\text{ km/h})(2\text{ h}) + (80\text{ km/h})(1\text{ h})}{2\text{ h} + 2\text{ h} + 1\text{ h}}$$

$$= \frac{400\text{ km}}{5\text{ h}} = 80\text{ km/h}$$

3.7. Un automóvil parte del reposo y en 10 s alcanza una velocidad de 40 m/s a) ¿Cuál es su aceleración? b) Si su aceleración permanece igual, ¿cuál será su velocidad después de 15 s?

Aquí $v_0 = 0$. Por lo tanto

a) $$a = \frac{v}{t} = \frac{40\text{ m/s}}{10\text{ s}} = 4\text{ m/s}^2$$

b) $$v = at = (4\text{ m/s}^2)(15\text{ s}) = 60\text{ m/s}$$

3.8. a) ¿Cuál es la aceleración de un automóvil que en 1.5 s aumenta su velocidad de 20 a 30 km/h? *b)* Con la misma aceleración, ¿cuánto tiempo le tomará al automóvil cambiar su velocidad de 30 a 36 km/h?

a) $$a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{30\text{ km/h} - 20\text{ km/h}}{1.5\text{ s}} = 6.7\text{ (km/h)/s}$$

b) $$t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{36\text{ km/h} - 30\text{ km/h}}{6.7\text{ (km/h)/s}} = 0.9\text{ s}$$

3.9. Un automóvil tiene una aceleración de 8 m/s^2. a) ¿Cuánto tiempo necesitará para alcanzar una velocidad de 24 m/s si parte del reposo? *b) ¿Qué* distancia recorre durante ese tiempo?

a) $$t = \frac{v}{a} = \frac{24\text{ m/s}}{8\text{ m/s}^2} = 3\text{ s}$$

b) Como el automóvil parte del reposo, $v_0 = 0$ y

$$s = \tfrac{1}{2}at^2 = (\tfrac{1}{2})(8\text{ m/s}^2)(3\text{ s})^2 = 36\text{ m}$$

3.10. Los frenos de cierto automóvil pueden producir una aceleración de 6 m/s^2. a) ¿Cuánto tiempo le llevará al automóvil detenerse por completo si lleva una velocidad de 30 m/s? o) ¿Qué distancia recorre el automóvil durante el tiempo en que aplica los frenos?

a) $$t = \frac{v}{a} = \frac{30\text{ m/s}}{6\text{ m/s}^2} = 5\text{ s}$$

b) Aquí, son importantes los signos de v_0 y a. La velocidad inicial del automóvil es $v_0 = +30$ m/s y su aceleración es -6 m/s^2, por lo que

$$s = v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2 = (30\text{ m/s})(5\text{ s}) - (\tfrac{1}{2})(6\text{ m/s}^2)(5\text{ s})^2 = 75\text{ m}$$

3.11. Un automóvil parte del reposo con una aceleración de 5 m/s^2. ¿Cuál es su velocidad después de haber recorrido 600 m?

$$v = \sqrt{2as} = \sqrt{(2)(5\ \mathrm{m/s^2})(600\ \mathrm{m})} = 77\ \mathrm{m/s}$$

3.12. Un avión debe tener una velocidad de 50 m/s para poder despegar. ¿Cuál deberá ser la aceleración del avión para que pueda despegar en una pista de 500 m de longitud?

Como $v^2 = 2as$,

$$a = \frac{v^2}{2s} = \frac{(50\ \mathrm{m/s})^2}{2(500\ \mathrm{m})} = 2.5\ \mathrm{m/s^2}$$

3.13. A un automóvil cuya velocidad inicial es de 30 m/s se le aplican los frenos, con lo que adquiere una aceleración de -2 m/s^2. ¿Qué distancia habrá recorrido cuando a) su velocidad haya disminuido a 15 m/s y *b)* alcance el reposo?

a) Como $v^2 = v_0^2 + 2as$,

$$s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{(15\ \mathrm{m/s})^2 - (30\ \mathrm{m/s})^2}{(2)(-2\ \mathrm{m/s^2})} = 169\ \mathrm{m}$$

b) En este caso v - 0, por lo que

$$s = \frac{0 - (30\ \mathrm{m/s})^2}{(2)(-2\ \mathrm{m/s^2})} = 225\ \mathrm{m}$$

Problemas complementarios

3.14. Un barco navega a una velocidad constante de 15 km/h. a) ¿Qué distancia recorre en un día ? *b)* ¿Cuánto tiempo tarda en recorrer 500 km?

3.15. Un automóvil viaja a 50 km/h durante 1/2 h y, luego, a 60 km/h durante 2 h. a) ¿Qué distancia recorrió? *b)* ¿Cuál fue la velocidad promedio del viaje completo?

3.16. Un avión cuya velocidad en el aire es de 500 km/h cubre una distancia de 1000 km en 21/2 h. ¿Cuál es la velocidad del viento de frente que tuvo que vencer el avión?

3.17. ¿Cuánto tiempo tarda en regresar el eco de una montaña hasta una mujer que se encuentra a 92 m de distancia? La velocidad del sonido es de 335 m/s aproximadamente.

3.18. Un lanzador tarda 0.1 s en lanzar una pelota de béisbol, que sale de su mano a una velocidad de 28 m/s. ¿Cuál es la aceleración de la pelota durante el lanzamiento?

3.19. Un automóvil que viaja a 30 m/s logra detenerse en 6 s. a) ¿Cuál es su aceleración? *b)* Con la misma aceleración, ¿cuánto tiempo le tomará al automóvil detenerse a partir de una velocidad de 40 m/s?

3.20. Los frenos de un automóvil pueden reducir su velocidad de 60 a 40 km/h en 2 s. ¿Cuánto tiempo se necesitará para detener el automóvil a partir de una velocidad inicial de 25 km/h, si se aplica la misma aceleración?

3.21. Un objeto inicialmente en reposo adquiere una aceleración de 10 m/s^2. a). ¿Qué distancia recorre en 0.5 s? *b)* ¿Cuál es su velocidad después de 0.5 s?

3.22. Un automóvil tiene una velocidad inicial de 20 m/s cuando empieza a acelerara 5 m/s^2 a) ¿Cuánto tiempo tarda en alcanzar una velocidad de 50 m/s? *b)* ¿Qué distancia recorre en ese tiempo?

3.23. Se aplican los frenos a un automóvil que se desplaza a 14 m/s y el automóvil se detiene en 4 s. ¿Qué distancia recorre el automóvil mientras disminuye su velocidad de 14 a 10 m/s?

3.24. Un automóvil cuya velocidad es de 20 km/h tiene una aceleración de 5 (km/h)/s ¿Cuál será su velocidad después de recorrer 1/4 km?

3.25. Un automóvil deportivo tiene una aceleración de 3 m/s^2. ¿Qué distancia recorre mientras su velocidad aumenta de 0 a 9 m/s? ¿Y de 9 m/s a 30 m/s?

3.26. Encuentre la aceleración de un automóvil que logra detenerse a partir de una velocidad de 20 m/s después de recorrer una distancia de 40 m.

Respuestas a los problemas complementarios

3.14. a) 360 km b) 33 h

3.15. a) 145 km b) 58 km/h

3.16. 100 km/h

3.17. 0.55 s

3.18. 280 m/s^2

3.19. a) 5 m/s^2 b) 8 s

3.20. 2.5 s

3.21. a) 1.25 m b) 5 m/s

3.22. a) 6 s b) 210m

3.23. 13.7 m

3.24. 97 km/h

3.25. 13.5m; 13.6.5m

3.26. -5 m/s^2

Movimiento en un plano vertical

4

Aceleración de la gravedad

Todos los cuerpos en caída libre cerca de la superficie terrestre experimentan la misma aceleración dirigida hacia el centro de la Tierra cuya magnitud es

$$g = 9.8 \text{ m/s}^2 = 32 \text{ ft/s}^2$$

Por lo tanto, un cuerpo que cae en el vacio partiendo del reposo tiene una velocidad de 9.8 m/s al final de| primer segundo, una velocidad de 19.6 m/s al término del segundo siguiente, y así sucesivamente. La rapidez del cuerpo es mayor a medida que aumenta la distancia que ha descendido.

Un cuerpo en caída libre posee la misma aceleración hacia abajo ya sea que parte del reposo, o bien, que tenga una velocidad inicial en cualquier dirección.

La presencia de aire afecta al movimiento de los cuerpos que caen, en parte, debido al empuje hidrostático y en parte, a la resistencia del aire. De ahí que dos objetos diferentes que caigan en el aire desde la misma altura por lo general no llegarán al piso exactamente al mismo tiempo. Como la resistencia del aire aumenta con la velocidad, un cuerpo que cae alcanza a la larga una *velocidad terminal* que depende de su masa, tamaño y forma, y no puede rebasar esta velocidad.

CAÍDA LIBRE DE LOS CUERPOS

Cuando pueden despreciarse, el empuje y la resistencia del aire, un cuerpo cae con aceleración constante g y se aplican las fórmulas para el movimiento uniforme acelerado. Así, un cuerpo que se deja caer desde el reposo, después de un tiempo r posee una velocidad

$$v = gt$$

y ha recorrido una distancia vertical de

$$h = \tfrac{1}{2} g t^2$$

A partir de la última fórmula se observa que

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

y, por consiguiente, la velocidad del cuerpo y la distancia que ha descendido se rrelacionan por medio de la ecuación

$$v = \sqrt{2gh}$$

Para que un cuerpo lanzado hacia arriba alcance una cierta altura *h,* éste debe tener una velocidad inicial igual a la velocidad final que tendría un cuerpo que cayera desde esa altura, es decir: $v = \sqrt{2gh}$.

MOVIMIENTO DE UN PROYECTIL

En ausencia de la resistencia del aire, un proyectil que se lanza con un ángulo θ por encima de la horizontal, con una velocidad inicial v_0, tiene un alcance de

$$R = \frac{v_0^2}{g}\,\text{sen}2\theta$$

El tiempo de vuelo es

$$T = \frac{2v_0\,sen\,\theta}{g}$$

Si θ_1 es un ángulo distinto de 45° que corresponde a un alcance *R,* entonces existe otro ángulo θ_2 con el mismo alcance que se expresa por

$$\theta_2 = 90° - \theta_1$$

tal y como lo muestra la figura 4-1.

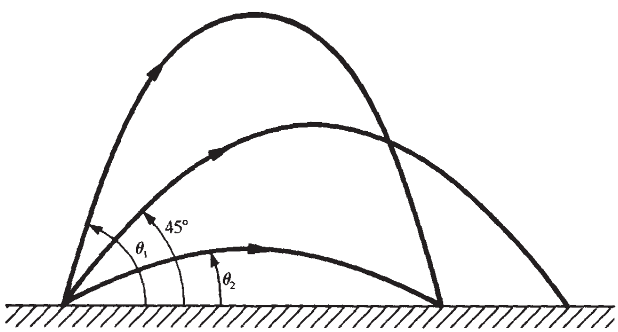


FIGURA 4-1

Problemas resueltos

[En estos problemas se desprecia la resistencia del aire.]

4.1. Desde un puente se deja caer una piedra que llega al agua 2.5 s después *a)* ¿Cuál es la velocidad final de la piedra en metros por segundo? b) ¿Cuál es la altura del puente?

a) $v = gt = (9.8\ \text{m/s}^2)(2.5\ \text{s}) = 24.5\ \text{m/s}$

b) $h = \frac{1}{2}gt^2 = (\frac{1}{2})(9.8\ \text{m/s}^2)(2.5\ \text{s})^2 = 30.6\ \text{m}$

4.2. Se deja caer una pelota desde una ventana que se encuentra a 19.6 m del piso. a) ¿Cuánto tiempo tarda la pelota en llegar al suelo? *b)* ¿Cuál es su velocidad final?

a) Como $h \frac{1}{2} gt^2$,

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{(2)(19.6\text{m})}{9.8\text{m/s}^2}} = \sqrt{4\ \text{s}^2} = 2\ \text{s}$$

b) $$v = gt = (9.8\ \text{m/s}^2)(2\ \text{s}) = 19.6\ \text{m/s}$$

4.3. ¿Con qué velocidad inicial debe lanzarse hacia arriba una pelota para que alcance una altura de 30 m?

La velocidad hacia arriba que la pelota debe tener es igual a la velocidad que una pelota tendría después de haber descendido en caída libre desde esa misma altura. Por lo tanto,

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{(2)(9.8\ \text{m/s}^2)(30\ \text{m})} = \sqrt{588\ \text{m}^2/\text{s}^2} = 24.2\text{m/s}$$

4.4. Se lanza una pelota hacia abajo con una velocidad inicial de 6 m/s. a) ¿Qué velocidad alcanza después de 2 s? b) ¿Qué distancia desciende en esos 2 s?

a) $$v = v_0 + gt = 6\ \text{m/s} + (9.8\ \text{m/s}^2)(2\ \text{s}) = 6\ \text{m/s} + 19.6\ \text{m/s} = 25.6\ \text{m/s}$$

b) $$s = v_0 t + \tfrac{1}{2} gt^2 = (6\ \text{m/s})(2\ \text{s}) + (\tfrac{1}{2})(9.8\ \text{m/s}^2)(2\ \text{s})^2$$

$$= 12\ \text{m} + 19.6\ \text{m} = 31.6\ \text{m}$$

4.5. Se lanza una pelota hacia arriba con una velocidad inicial de 6 m/s. a) ¿Cuáles son la magnitud y dirección de su velocidad después de transcurrido 1/2 s? b) Cuáles son la magnitud y dirección de su velocidad después de 2 s?

a) Se considera la dirección hacia arriba con signo + y la dirección hacia abajo con signo -. Por lo tanto, v_0 = + 6 m/s y g = -9.8 m/s^2, de tal manera que

$$v = v_0 + gt = 6\ \text{m/s} = (9.8\ \text{m/s}^2)\ (\tfrac{1}{2}\ \text{s}) = 6\ \text{m/s} - 4.9\ \text{m/s} = 1.1\ \text{m/s}$$

que es positiva y, por lo tanto, se dirige hacia arriba.

b) Después de 2 s

$$v = v_0 + gt = 6\ \text{m/s} - (9.8\ \text{m/s}^2)(2\ \text{s}) = 6\ \text{m/s} - 19.6\ \text{m/s} = -13.6\ \text{m/s}$$

que es negativa y, por lo tanto, se dirige hacia abajo.

4.6. Un hombre que se encuentra en un elevador cerrado y sin indicador de pisos, no sabe si el elevador está detenido, si sube a velocidad constante o si baja a velocidad constante. Para intentar averiguarlo, deja caer una moneda desde una altura de 1.80 m y mide el tiempo de caída con un cronómetro. ¿Qué tiempo mediría en cada caso?

Puesto que la moneda tiene exactamente la misma velocidad que el elevador en el momento de dejarla caer, este experimento daría el mismo valor del tiempo de caída en cada uno de los casos, es decir:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{(2)(1.80\ \text{m})}{9.8\ \text{m/s}^2}}\ \sqrt{0.367\ \text{s}^2} = 0.61\ \text{s}$$

Sin embargo, si el elevador estuviera *acelerado* hacia arriba o hacia abajo, el tiempo de caída sería, respectivamente, menor o mayor que éste.

4.7. Se lanza una pelota horizontalmente a 8 m/s. a) ¿Que rapidez tiene al cabo de 2 s? b) ¿En qué dirección se mueve?

a) Después de 2 s la velocidad de la pelota tiene una componente horizontal* v_x = 8 m/s y otra componente vertical

$$v_y = gt = (9.8 \text{ m/s}^2)(2 \text{ s}) = 19.6 \text{ m/s}$$

Por consiguiente, la magnitud de la velocidad final es

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(8 \text{ m/s})^2 + (19.6 \text{ m/s})^2} = 21.2 \text{ m/s}$$

b) De la figura 4.2, se ve que

$$\tan\theta = \frac{v_y}{v_x}$$

En consecuencia, el ángulo θ formado por la velocidad de la pelota por debajo de la horizontal es

$$\theta = \tan^{-1}\frac{v_y}{v_x} = \tan^{-1}\frac{19.6 \text{ m/s}}{8 \text{ m/s}} = 68°$$

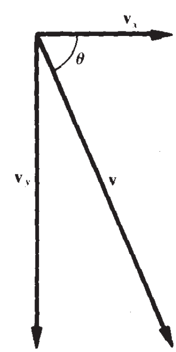


FIGURA 4-2

4.8. Un avión lanza una bomba cuando vuela horizontalmente a una altura de 1500 m y con una velocidad de 400 km/h. a) ¿Cuánto tiempo tarda la bomba en alcanzar el suelo? *b)* ¿Qué distancia horizontal recorre la bomba durante su caída? c) ¿Cuál será la velocidad de la bomba en el momento del impacto?

a) La componente horizontal de la velocidad de la bomba no afecta a su movimiento vertical (Figura 4-3). Por lo tanto, la bomba llega a la Tierra al mismo tiempo que una bomba que se dejara caer desde el reposo a una altura de 1500 m, es decir, transcurrido un tiempo

*La componente horizontal de la velocidad no se altera durante el vuelo de la pelota pues, además de que aquí se desprecia la resistencia del aire, no existe fuerza alguna que altere el movimiento en esa dirección. Esto mismo se aplica a casos semejantes (véase problema 4.8). (N.del T).

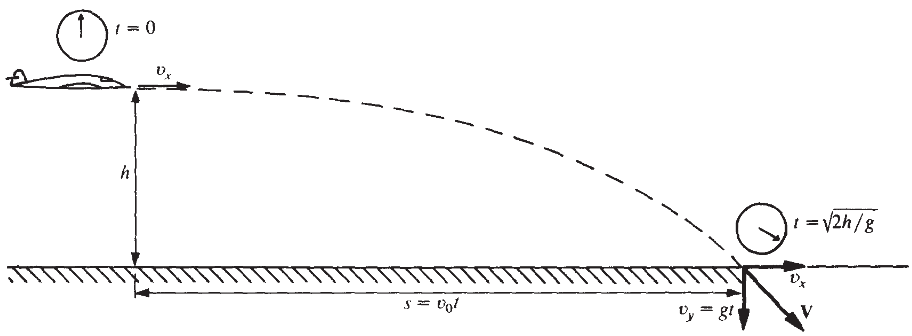


FIGURA 4-3

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{(2)(1500\text{ m})}{9.8\text{ m/s}^2}} = 17.5\text{ s}$$

b) Una relación de conversión útil es 3600 s/h = 1000 m/km, la cuál puede ser más fácil de recordar que 1 s/h = 0.28 m/km. La componente horizontal de la velocidad de la bomba es

$$v_x = (500\text{ km/h})\left(\frac{1000\text{ m/km}}{3600\text{ s/h}}\right) = 139\text{ m/s}$$

En un tiempo t = 17.5 s la bomba viajará una distancia horizontal

$$s = v_x t = (139\text{ m/s})(17.5\text{s}) = 2432\text{ m}$$

c) La velocidad final de la bomba tiene la componente horizontal v_x = 139 m/s y la componente vertical

$$v_y = gt = (9.8\text{ m/s}^2)(17.5\text{s}) = 171.5\text{ m/s}$$

Por lo tanto, la magnitud de la velocidad final es

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(139\text{m/s})^2 + (171.5\text{ m/s})^2} = 220.7\text{ m/s}$$

4.9. Una pelota de fútbol es lanzada con una velocidad de 10 m/s y a un ángulo de 30° por encima de la horizontal. a) ¿A qué distancia se debe colocar el jugador que debe recibirla? b) ¿Cuál es el tiempo de vuelo?

a) $$R = \frac{v_0^2}{g}\text{ sen } 2\theta = \left[\frac{(10\text{ m/s})^2}{9.8\text{ m/s}^2}\right](\text{sen } 60°) = 8.8\text{ m}$$

b) $$T = \frac{2v_0\text{ sen }\theta}{g} = \frac{(2)(10\text{ m/s})(\text{sen } 30°)}{9.8\text{ m/s}^2} = 1.02\text{ s}$$

4.10. Un rifle de juguete se dispara a 60° por encima de la horizontal. a) Si la velocidad inicial de la bala es de 12 m/s, ¿cuál es su alcance? b) ¿Cuál es el tiempo de vuelo?

a) En este caso 20 = 120°. Si se usa una calculadora no hay problema, pero las tablas trigonométricas cubren sólo ángulos de 0 a 90°. Sin embargo, se recordará de la tabla 2-1, que

$$\operatorname{sen}(90° + \phi) = \cos\phi$$

y así $$\operatorname{sen} 120° = \operatorname{sen}(90° + 30°) = \cos 30° = 0.866$$

Por lo tanto $$R = \frac{v_0^2}{g} = \operatorname{sen} 2\,\theta = \left[\frac{(12\text{ m/s})^2}{9.8\text{ m/s}^2}\right](0.866) = 12.7\text{ m}$$

b) $$T = \frac{2v_0 \operatorname{sen}\theta}{g} = \frac{(2)(12\text{ m/s})(\operatorname{sen} 60°)}{9.8\text{ m/s}^2} = 2.12\text{ s}$$

4.11. ¿Con qué ángulo deberá dispararse un proyectil para que su alcance sea máximo?

El alcance de un proyectil está dado por

$$R = \frac{v_0^2}{g}\operatorname{sen} 2\theta$$

El máximo valor que puede tener la función seno es 1. Puesto que sen 90° = 1, el alcance máximo ocurre cuando

$$2\theta = 90° \qquad \theta = 45°$$

Los ángulos con valores mayores o menores que 45° proporcionan alcances más cortos. Cuando *d* - 45°,

$$R_{max} = \frac{v_0^2}{g}$$

4.12. ¿Cuál es la velocidad inicial mínima que debe tener un proyectil para alcanzar un blanco que se encuentra a 160 km de distancia?

El alcance máximo de un proyectil con velocidad inicial v_0 es $R = v_0^2/g$. Al despejar v_0, se tiene que $v_0 = \sqrt{Rg}$. Como

$$R = (160\text{ km})(1000\text{ m/km}) = 1.6 \times 105\text{ m}$$

$$v_0 = \sqrt{Rg} = \sqrt{(1.6 \times 10^5\text{ m})(9.8\text{ m/s}^2)} = 1252\text{ m/s}$$

lo que equivale a $$v_0 = \left(1252\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)\left(\frac{3600\text{ s/h}}{1000\text{ m/km}}\right) = 4507\text{ km/h}$$

4.13. ¿Cuáles son los dos ángulos, por encima de la horizontal, con ios que se dispara un proyectil para que éste recorra una distancia igual a la mitad de su alcance máximo?

El alcance máximo está dado por $R_{máx} = v_0^2/g$, y aquí se busca que $R = R_{máx}/2 = v_0^2/(2\,g)$. El ángulo más pequeño θ_1 se encuentra de la siguiente manera:

$$R = \frac{v_0^2}{g}\operatorname{sen} 2\theta_1 = \frac{v_0^2}{2g}$$

y también,

$$\operatorname{sen} 2\theta_1 = \tfrac{1}{2} = 0.5$$
$$2\theta_1 = \operatorname{sen}^{-1} 0.5$$
$$\theta_1 = \tfrac{1}{2} \operatorname{sen}^{-1} 0.5 = 15°$$

El ángulo más grande θ_2 está dado por

$$\theta_2 = 90° - \theta_1 = 90° - 15° = 75°$$

Problemas complementarios

4.14. Se deja caer una piedra desde el borde de un acantilado. a) ¿Cuál es su velocidad después de transcurridos 3 s? b) ¿Qué distancia recorre en ese tiempo? c) ¿Qué distancia recorre en el segundo siguiente?

4.15. Una muchacha lanza verticalmente una pelota que alcanza una altura de 18m. a) ¿Cuánto tiempo tiene que esperar para atrapar la pelota a su regreso? b) ¿cuál es la velocidad inicial de la pelota? c) ¿Cuál es su velocidad final?

4.16. El Empire State tiene una altura de 449 m. a) ¿Cuánto tiempo tardaría en llegar al suelo un objeto que se dejara caer desde el extremo superior de ese edificio? *b)* ¿Cuál sería la velocidad final del objeto?

4.17. Un cuerpo en caída libre llega al piso en 5 s. a) ¿Desde qué altura, expresada en metros, se dejó caer? *b)* ¿Cuál es su velocidad final? c) ¿Qué distancia recorrió durante el último segundo de su descenso?

4.18. La aceleración de la gravedad sobre la superficie de Marte es de 3.7 m/s^2. Si una pelota se arroja verticalmente desde un acantilado en Marte, imprimiéndole una velocidad inicial hacia abajo de 10 m/s, ¿qué velocidad tendrá después de 1 s? ¿Después de 3 s?

4.19. Se lanza una pelota verticalmente hacia arriba con una velocidad de 12 m/s. a) ¿A qué altura se encontrará la pelota después de 1 s? *b)* ¿Después de 2 s? c) ¿Cuál es la altura máxima que alcanza la pelota?

4.20. Se lanza una pelota horizontalmente con una velocidad de 12 m/s. a) ¿Qué distancia ha descendido la pelota después de 1 s? *b)* ¿Después de 2 s?

4.21. Se lanza una pelota verticalmente hacia abajo con una velocidad de 12 m/s. a) ¿Qué distancia ha descendido la pelota después de 1 s? *b)* ¿Después de 2 s?

4.22. Se dispara un rifle cuyo cañón apunta horizontalmente a una altura de 1.5 m y la bala sale con una velocidad inicial de 200 m/s. a) ¿Cuánto tiempo permanece la bala en el aire? *b)* ¿A qué distancia del rifle golpea la bala el suelo c) Si la velocidad inicial de la bala fuera de 150 m/s, ¿serían diferentes estas respuestas?

4.23. Desde el borde de una mesa cuya altura es de 90 cm se lanza una pelota con velocidad horizontal 1.2 m/s. ¿Con qué velocidad golpea el piso?

4.24. Si se duplicara la velocidad inicial de un proyectil, ¿Cómo variaría el alcance máximo?

4.25. Se dispara un proyectil con una velocidad de 300 m/s formando un ángulo de 40° por encima de la horizontal. a) ¿Cuál es su alcance? b) ¿Cuál es su tiempo de vuelo?

4.26. Se lanza una pelota de golf a una velocidad de 30 m/s, en un ángulo de 55° por encima de la horizontal, a) ¿Cuál es su alcance? *b)* ¿cuál es su tiempo de vuelo?

4.27. La bala de un rifle sale disparada a una velocidad de 305 m/s. a) ¿Cuál es el ángulo al que debe colocarse el rifle para lograr el alcance máximo? *b)* ¿Qué valor tiene ese alcance máximo? c) ¿Cuál es el tiempo de vuelo para el alcance máximo?

4.28. Una flecha sale de un arco a 25 m/s. a) ¿Cuál es su alcance máximo? o) ¿Cuáles son los dos ángulos que la flecha debe formar por encima de la horizontal cuando es lanzada para que alcance un blanco a 50 m de distancia?

Respuestas a los problemas complementarios

4.14. *a)* *29.4* m/s *b)* 44.1 m *c)* 34.3 m
4.15. *a)* 3.8 *s b)* 18.8 M/s *c)* 18.8 m/s
4.16. *a)* 9.6 s *b)* 94 m/s
4.17. *a)* 123 m b)49 m/2 c)44 m
4.18. *a)* 13.7 m/s *b)* 43.3 m/s
4.19. *a)* 7.1 m *b)* 4.4 m *c)* 7.3 m
4.20. *a)* 4.9 m *b)* 19.6 m
4.21. *a)* 16.9 *m b)* 43.6 m
4.22. *a)* 0.56 s *b)*112 m
c) El tiempo no cambiaría ya que depende únicamente de la altura a la que se encuentra el rifle, pero la distancia se reduciría a 84 m.
4.23. 4.4 m/s
4.24. El alcance máximo sería 4 veces mayor.
4.25. *a)* 9.044 km *b)* 39 s
4.26. *a)* 86.3 m *b)* 5 s
4.27. *a)* 4.5° *b)* 9,492 m *c)* 44 s
4.28. *a)* 64 *mb)* 26°, 64°

Leyes del movimiento

5

PRIMERA LEY DEL MOVIMIENTO

De acuerdo con la primera ley del movimiento de Newton[t] un cuerpo que se encuentre en estado de reposo o de movimiento rectilíneo uniforme permanecerá en ese estado mientras no haya una fuerza real que actúe sobre él.

De esta ley se deriva la siguiente definición: una fuerza es cualquier influencia que pueda modificar la velocidad de un cuerpo. Para acelerar un cuerpo, debe aplicarse una fuerza neta sobre él. En forma recíproca, toda aceleración se debe a la acción de una fuerza neta. (Puesto que es posible que dos o más fuerzas que actúan sobre un cuerpo se anulen entre sí, es decir, que al sumar dichas fuerzas se obtenga un vector resultante cero, se requiere una "fuerza neta" o "fuerza no equilibrada".)

MASA

La propiedad de un cuerpo de oponerse a cualquier cambio en su estado de reposo o movimiento rectilíneo uniforme recibe el nombre de *inercia.* La inercia de un cuerpo se relaciona con lo que podría llamarse la "cantidad de materia" que contiene. La masa es una medida cuantitativa de la inercia: mientras más masa tenga un cuerpo, menor será su aceleración cuando una fuerza neta actúe sobre él.

SEGUNDA LEY DEL MOVIMIENTO

La segunda ley del movimiento de Newton[t] establece que la fuerza neta que actúa sobre un cuerpo es proporcional a la masa del cuerpo y a su aceleración; la fuerza tiene la misma dirección que la aceleración que el cuerpo experimenta.

En un sistema de unidades elegido adecuadamente, la proporcionalidad entre la fuerza y el producto de la masa por la aceleración constituye una igualdad, por lo que

$$F = ma$$

$$\text{Fuerza} = (\text{masa})(\text{aceleración})$$

La segunda ley del movimiento es la clave para comprender el comportamiento de los cuerpos en movimiento, puesto que relaciona la causa (la fuerza) con el efecto (la aceleración) en forma específica.

UNIDADES DE MASA Y FUERZA

En el sistema SI, la unidad de masa es el kilogramo (kg), y la unidad de fuerza es el newton (N); una fuerza neta de 1 N que actúa sobre una masa de 1 kg produce una aceleración de 1 m/s^2.

[t]Conocida simplemente como "primera ley de Newton", esta ley se llama también "principio de la inercia" (N. de la T.)
[t]Conocido simplemente como "segunda ley de Newton" (N. de la T.)

En el sistema inglés, la unidad de masa es el *slug,* y la unidad de fuerza es la *libra* (1 b); una fuerza neta de 11b que actúa sobre una masa de 1 slug produce una aceleración de 1 ft/s^2.

La segunda ley del movimiento en unidades de los sistemas SI e inglés queda expresada como sigue:

Sistema SI: F newtons = (m kilogramos)(a m/s^2)

Sistema inglés: F libras = (m slugs)(a ft/s^2)

PESO Y MASA

El *peso* de un cuerpo es la fuerza gravitacional con la que lo atrae la Tierra. Si una persona pesa[t] 700 N, significa que la Tierra ejerce una atracción sobre ella de 700 N. El peso es *distinto* a *la masa,* siendo ésta la medida de la respuesta de un cuerpo a una fuerza aplicada sobre él. El peso de un cuerpo varía según su proximidad a la Tierra (o a otro cuerpo astronómico), mientras que su masa es la misma en cualquier parte del universo.

El peso de un cuerpo es la fuerza que produce sobre éste una aceleración hacia abajo, cuyo valor es el de la aceleración de la gravedad *g.* Por lo tanto, de la segunda ley del movimiento, con $F = w$ y $a = g$,

$$w = mg$$

$$\text{Peso} = (\text{masa})(\text{aceleración de la gravedad})$$

Como g es constante cerca de la superficie terrestre, el peso de un cuerpo próximo a la Tierra es proporcional a su masa —una masa grande es más pesada que una pequeña.

Sistema de unidades	Para encontrar la masa m dado el peso w	Para encontrar el peso w dada la masa m
SI	$m \text{ kg} = \dfrac{w \text{ N}}{9.8 \text{ m/s}^2}$	w N = (m kg)(9.8 m/s^2)
Inglés	$m \text{ slugs} = \dfrac{w \text{ lb}}{32 \text{ ft/s}^2}$	w lb = (m slugs)(32 ft/s^2)

Conversión de **unidades**

1kg = 10^3g = 0.685 slug (**1 kg** corresponde a 2.21 1b en el sentido de que el *peso* de 1 kg es de 2.21 1b)

1 slug = 14.6 kg (1 slug corresponde a 32 Ib en el sentido de que el *peso* de 1 slug es de 32 Ib)

1 N = 0.225 Ib

1 Ib = 4.45 N

[t]En los países donde predomina el sistema SI se acostumbra hablar de "peso" en términos de kilogramos, cuando en realidad lo que se mide en kg es la masa. Por ejemplo, al decir que algo "pesa" 100 kg significa que una masa de 100 kg experimenta una fuerza de atracción gravitacional de 980 N, con g = 9.8 m/s (N. de la T.)

TERCERA LEY DEL MOVIMIENTO

La tercera ley del movimiento de Newton[t] establece que cuando un cuerpo ejerce una fuerza sobre otro cuerpo, éste ejerce sobre el primero una fuerza igual pero en dirección opuesta.

De este modo, para cada fuerza de acción existe una fuerza de reacción de igual magnitud pero en sentido contrario. Ninguna fuerza puede existir sólo por sí misma. Las fuerzas de acción y reacción nunca se equilibran ya que actúan sobre cuerpos *diferentes.*

Problemas resueltos

5.1. Un libro descansa sobre una mesa, a) muestre las fuerzas que actúan sobre la mesa y las fuerzas de reacción correspondientes, b) ¿Por qué las fuerzas que actúan sobre la mesa no provocan que ésta se mueva?

a) Vea la figura 5-1.

b) La suma vectorial de las fuerzas que actúan sobre la masa es nula, por lo tanto, no existe fuerza neta que actúe sobre ella.

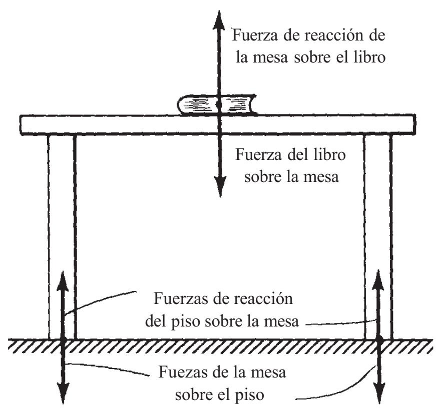


FIGURA 5-1

5.2. ¿Cuál es la fuerza que hace que una persona se mueva hacia adelante al caminar?

El pie de la persona ejerce sobre el piso, una fuerza dirigida hacia atrás; la fuerza de reacción hacia adelante, producida por el piso sobre el pie, ocasiona el movimiento hacia adelante.

[t]Conocida simplemente como tercera ley de Newton" (N. de la T.)

5.3. Un hombre de 100 kg se desliza verticalmente por una cuerda a velocidad constante. a) ¿Cuál es la fuerza mínima que debe soportar la cuerda para que no se rompa? b) Si la cuerda resiste sólo esa fuerza, ¿soportará al hombre si éste intenta ascender por ella?

a) Puesto que el hombre se desliza hacia abajo a velocidad constante, la cuerda debe soportar su peso, que es *mg* = 980 N.

b) Para que el hombre ascienda, necesita ejercer una fuerza adicional sobre la cuerda, por lo que ésta se romperá.

5.4. *a)* ¿Cuál es el peso de un objeto cuya masa es de 5 kg? *b)* ¿Qué aceleración experimenta cuando actúa sobre éste una fuerza neta de 100 N?

a)
$$w = mg = (5\ \mathrm{kg})(9.8\ \mathrm{m/s^2}) = 49\ \mathrm{N}$$

b) De la segunda ley del movimiento *F* = *ma,* se tiene

$$a = \frac{F}{m} = \frac{100\ \mathrm{N}}{5\ \mathrm{kg}} = 20\ \mathrm{m/s^2}$$

5.5. Una fuerza de 1 N actúa sobre a) un cuerpo cuya masa es de 1 kg y *b)* un cuerpo cuyo peso es de 1 N. Encuentre sus aceleraciones respectivas.

a)
$$a = \frac{F}{m} = \frac{1\ \mathrm{N}}{1\ \mathrm{kg}} = 1\ \mathrm{m/s^2}$$

b) La masa de un cuerpo cuyo peso es *w* es *m* = *w/g.* Por lo tanto, en general

$$a = \frac{F}{m} = \frac{F}{w/g} = \frac{F}{w}\ g$$

En este caso *F* = *w* = 1 N, por lo que la aceleración es a = *g* - 9.8 m/s^2.

5.6. Se observa que un cuerpo de 10 kg tiene una aceleración de 5 m/s^2 ¿Cuál es sobre él?

$$F = ma = (10\ \mathrm{kg})(5\ \mathrm{m/s^2}) = 50\ \mathrm{N}$$

5.7. Una fuerza de 80 N le produce una aceleración de 20 m/s^2 a un cuerpo de masa desconocida. ¿Cuál es su masa?

$$m = \frac{F}{a} = \frac{80\ \mathrm{N}}{20\ \mathrm{m/s^2}} = 4\ \mathrm{kg}$$

5.8. Una mujer de 60 kg se encuentra en un elevador cuya aceleración hacia arriba es de 2 m/s^2. ¿Qué fuerza ejerce la mujer sobre el piso del elevador?

La fuerza total es la suma de su peso, *mg,* y la fuerza de reacción hacia abajo que se opone a la fuerza *ma* que acelera hacia arriba.

Por consiguiente,

$$F = mg + ma = (60\ \text{kg})(9.8\ \text{m/s}^2) + (60\ \text{kg})(2\ \text{m/s}^2) = 708\ \text{N}$$

5.9. Sobre un carro de 1500 kg que se encuentra en reposo se aplica una fuerza de 3000 N. a) ¿Cuál es su aceleración? b) ¿Cuál será su velocidad después de 5 s?

$$a)\quad a = \frac{F}{m} = \frac{3000\ \text{N}}{1500\ \text{kg}} = 2\ \text{m/s}^2 \qquad b)\quad v = at = (2\ \text{m/s}^2)(5\ \text{s}) = 110\ \text{m/s}$$

5.10. Un camión vacio cuya masa es de 2000 kg posee una aceleración máxima de 1 m/s^2. ¿Cuál será su aceleración máxima cuando lleva una carga de 1000 kg?

La máxima fuerza disponible es

$$F = ma = (2000\ \text{kg})(1\ \text{m/s}^2) = 2000\ \text{N}$$

Cuando se aplica esta fuerza a la masa total del camión cargado, la cual es de 3000 kg, la aceleración resultante es

$$a = \frac{F}{m} = \frac{2000\ \text{N}}{3000\ \text{kg}} = \frac{2}{3}\ \text{m/s}^2$$

5.11. Un automóvil de 1000 kg cambia su velocidad de 10 a 20 m/s en 5 s. a) ¿Cuál es la fuerza que actúa sobre él? b) ¿Cuál es el origen de esta fuerza?

a)

$$a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{20\ \text{m/s} - 10\ \text{m/s}}{5\ \text{s}} = 2\ \text{m/s}^2$$

$$F = ma = (1000\ \text{kg})(2\ \text{m/s}^2) = 2000\ \text{N}$$

b) La fuerza de reacción de la carretera sobre las llantas del automóvil.

5.12. Una pelota de tenis de 60 g se aproxima a una raqueta a 15 m/s, permanece en contacto con ella durante 0.005 s, y luego a 20 m/s. Encuentre la fuerza promedio que la raqueta le aplicó a la pelota.

La velocidad final de la pelota de tenis es $v = -20$ m/s, debido a que su dirección cambió de sentido cuando la golpeó la raqueta. Por consiguiente, la aceleración de la pelota es

$$a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{-20\ \text{m/s} - 15\ \text{m/s}}{0.005\ \text{s}} = \frac{-35\ \text{m/s}}{0.005\ \text{s}} = -7 \times 10^3\ \text{m/s}$$

Puesto que la masa de la pelota es m - 60 g - 0.06 kg, la fuerza promedio ejercida sobre ella está dada por

$$F = ma = (0.06\ \text{kg})(-7 \times 10^3\ \text{m/s}^2) = -420\ \text{N}$$

El signo negativo significa que la fuerza tiene dirección opuesta a la de la pelota que se acercó a la raqueta. (En el sistema inglés de unidades 420 N equivalen a 94 lb.)

5.13. La fuerza que ejercen los frenos de un automóvil de 1000 kg sobre éste es de 3000 N. a) ¿Cuánto tiempo tardará el automóvil en detenerse desde una velocidad de 30 m/s? b) ¿Qué distancia recorrerá en ese tiempo?

a) La aceleración que pueden producir los frenos es

$$a = \frac{F}{m} = \frac{3000\ \text{N}}{1000\ \text{kg}} = 3\ \text{m/s}^2$$

En este caso, la velocidad inicial es v_0 = 30 m/s, la velocidad final es v = 0 y la aceleración es de -3 m/s^2, que es negativa puesto que el automóvil disminuye su velocidad. Por lo tanto,

$$v = v_0 + at$$

$$0 = 30\ \text{m/s} - (3\ \text{m/s}^2)(t)$$

$$t = \frac{30\ \text{m/s}}{3\ \text{m/s}^2} = 10\ \text{s}$$

$$s = v_0t + \tfrac{1}{2}at^2 = (30\ \text{m/s})(10\ \text{s}) - (\tfrac{1}{2})(3\ \text{m/s}^2)(10\ \text{s})^2 = 300\ \text{m} - 150\ \text{m} = 150\ \text{m}$$

5.14. Un bloque se desliza sobre un plano sin fricción cuya inclinación es de 30° con respecto a la horizontal. ¿Cuál es la aceleración del bloque?

La fuerza F que acelera al bloque es la componente de su peso w paralela al plano inclinado. De la figura 5-2 se ve que

$$F = w \text{ sen } d$$

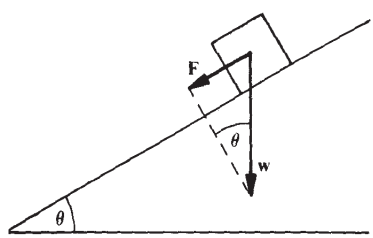


FIGURA 5-2

Por lo tanto, la aceleración del bloque es

$$a = \frac{F}{m} = \frac{F}{w/g} = \frac{w \text{ sen } \theta}{w/g} = g \text{ sen } \theta = (9.9\ \text{m/s}^2)(\text{sen } 30°) = 4.9\ \text{m/s}^2$$

5.15. a) ¿Cuál es el peso de un objeto cuya masa es de 90 kg? *b)* ¿Cuál es la masa de un objeto cuyo peso es de 90 N?

a)
$$w = mg = (90\ \text{kg})(9.8\ \text{m/s}^2) = 882\ \text{N}$$

b)
$$m = \frac{w}{g} = \frac{90\ \text{kg}}{9.8\ \text{m/s}^2} = 9.18\ \text{kg}$$

5.16. a) ¿Cuál es la masa de un hombre que pesa 700 N? *b)* ¿Con qué fuerza lo atrae la Tierra? c) ¿Cuál es la fuerza de reacción a esta fuerza? *d)* Si brinca desde un trampolín, ¿Cuál será su aceleración hacia abajo?

a)
$$m = \frac{w}{g} = \frac{700\ \text{N}}{9.8\ \text{m/s}^2} = 71.43\ \text{kg}$$

b) La fuerza de atracción que la Tierra ejerce sobre el hombre es precisamente su peso, 700 N.

c) La fuerza de reacción es una fuerza de 700 N, hacia arriba, que el hombre ejerce sobre la Tierra. Como la masa de la Tierra es mucho mayor que la del hombre, la presencia de esta fuerza de reacción no es evidente, aunque exista.

d) Su aceleración hacia abajo es la aceleración de la gravedad $g = 9.8\ \text{m/s}^2$.

5.17. Una fuerza neta de 75 N actúa sobre un cuerpo cuya masa es de 25 kg y que inicialmente está en reposo, a) Encuentre su aceleración. b) ¿A qué velocidad se moverá el cuerpo 12 s después?

a)
$$a = \frac{F}{m} = \frac{75\ \text{N}}{25\ \text{kg}} = 3\ \text{m/s}^2$$

b)
$$\upsilon = at\ (3\ \text{m/s}^2)(12\ \text{s}) = 36\ \text{m/s}$$

5.18. Una fuerza neta de 675 N actúa sobre un cuerpo cuyo peso es de 441. ¿Cuál es su aceleración?

La masa del cuerpo es

$$m = \frac{w}{g} = \frac{441\ \text{N}}{9.8\ \text{m/s}^2} = 45\ \text{kg}$$

Su aceleración es, por lo tanto,

$$a = \frac{F}{m} = \frac{675\ \text{N}}{45\ \text{kg}} = 15\ \text{m/s}^2$$

5.19. ¿Qué fuerza se necesita para hacer que un automóvil de 14000 N, inicialmente en reposo, alcance una velocidad de 16 m/s (57.6 km/h) en un tiempo de 8 s?

La masa del automóvil es

$$= \frac{w}{g} = \frac{14\,000\ \text{N}}{9.8\ \text{m/s}^2} = 1428.6\ \text{kg}$$

y su aceleración es

$$a = \frac{\upsilon}{t} = \frac{16\ \text{m/s}}{8\ \text{s}} = 2\ \text{m/s}^2$$

Por lo tanto,

$$F = ma = (1428.6\ \text{kg})(2\ \text{m/s}^2) = 2857.2\ \text{N}$$

5.20. Un automóvil, cuyo peso es de 10780 N, tiene unos frenos que pueden ejercer una fuerza máxima de 3300 N. a) ¿Cuál es el tiempo mínimo necesario para disminuir la velocidad del automóvil de 18 m/s a 6 m/s? b) ¿Qué distancia recorre el automóvil en ese tiempo?

a) La masa del automóvil es

$$m = \frac{w}{g} = \frac{10{,}780 \text{ N}}{9.8 \text{ m/s}^2} = 1100 \text{ kg}$$

Por lo tanto, su aceleración máxima es

$$a = \frac{F}{m} = \frac{3300 \text{ N}}{1100 \text{ kg}} = 3 \text{ m/s}^2$$

En este caso v_0 = 18 m/s, v = 6 m/s y a = -3 m/s^2. Debido a que $a = (v - v_0)/t$,

$$t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{6 \text{ m/s} - 18 \text{ m/s}}{-3 \text{ m/s}^2} = \frac{-12 \text{ m/s}}{-3 \text{ m/s}^2} = 4 \text{ s}$$

b) $$s = v_0 t + \tfrac{1}{2}at_2 = (18 \text{ m/s})(4 \text{ s}) - (\tfrac{1}{2})(3 \text{ m/s}^2)(4 \text{ s})^2 = 72 \text{ m} - 24 \text{ m} = 48 \text{ m}$$

5.21. La cabina de un elevador pesa 13 720 N y está sostenida por un cable cuya máxima resistencia a la tensión es de 17 080 N. a) ¿Cuál es la máxima aceleración hacia arriba a la que se puede someter la cabina del elevador? *b)* ¿Cuál es la máxima aceleración hacia abajo?

a) La masa de la cabina es

$$m = \frac{w}{g} = \frac{13\,720 \text{ N}}{9.8 \text{ m/s}^2} = 1400 \text{ kg}$$

La fuerza neta máxima hacia arriba que el cable puede ejercer es, precisamente la diferencia entre la tensión máxima de 17,080 N y el peso de la cabina de 13 720 N, cuyo resultado es 3360 N. De ahí que la máxima aceleración hacia arriba sea

$$a = \frac{F}{m} = \frac{3360 \text{ N}}{1400 \text{ kg}} = 2.4 \text{ m/s}^2$$

b) Como el cable es flexible, no puede empujar hacia abajo la cabina del elevador. En consecuencia, la máxima aceleración hacia abajo corresponde a la de caída libre, que es una aceleración de g - 9.8 m/s^2.

5.22. Un peso de 220 N y otro de 140 N se suspenden por medio de una cuerda en cada lado de una polea sin fricción (Figura 5-3). ¿Cuál es la aceleración de cada peso?

La fuerza neta que actúa sobre el sistema de los dos objetos está dada por la *diferencia* entre sus pesos:

$$F = 220 \text{ N} - 140 \text{ N} = 80 \text{ N}$$

La masa que experimentará la aceleración es la masa total del sistema, a saber:

$$m = \frac{w_1 + w_2}{g} = \frac{220 \text{ N} + 140 \text{ N}}{9.8 \text{ m/s}^2} = 36.7 \text{ kg}$$

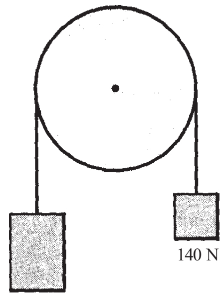


FIGURA 5-3

Por lo tanto, la aceleración del sistema es

$$a = \frac{F}{m} = \frac{80 \text{ N}}{36.7 \text{ kg}} = 2.2 \text{ m/s}^2$$

El peso de 220 N se mueve hacia abajo con esta aceleración y el peso de 140 N se mueve hacia arriba con la misma aceleración.

5.23. ¿Qué fuerza se necesita para deslizar hacia arriba un bloque de madera de 200 N que se encuentra en un plano sin fricción y cuya inclinación es de 20° con respecto a la horizontal, de tal manera que la aceleración del bloque a lo largo del plano sea de 3 m/s^2?

Para subir el bloque con una aceleración a a lo largo del plano, la fuerza aplicada F debe exceder en una cantidad ma al valor de la componente F_w del peso w del bloque, paralela al plano. De la figura 5-2, se tiene que $F_w = w$ sen θ, por lo tanto,

$$F = w \operatorname{sen} \theta + ma = w \operatorname{sen} \theta + \frac{w}{g} a$$

$$= (200 \text{ N})(\operatorname{sen} 20°) + \left(\frac{200 \text{ N}}{9.8 \text{ m/s}^2}\right)(3 \text{ m/s}^2) = 129.6 \text{ N}$$

Problemas complementarios

5.24. Puesto que las fuerzas de acción y reacción siempre son iguales en magnitud y opuestas en dirección, ¿cómo es posible que pueda acelerarse un cuerpo?

5.25. Un caballo está jalando una carreta. a) ¿Cuál es la fuerza que hace que el caballo se mueva hacia adelante? *b)* ¿Cuál es la fuerza que provoca el movimiento de la carreta hacia adelante?

5.26. ¿Es posible que un objeto experimente una aceleración hacia abajo mayor que *g?* De ser posible, ¿cómo puede lograrse esto?

5.27. a) Cuando sobre un cuerpo que se encuentra en una superficie sin fricción se aplica una fuerza horizontal igual que su peso, ¿qué aceleración experimenta? b) ¿Cuál sería su aceleración si la fuerza fuera aplicada verticalmente hacia arriba?

5.28. Compare la tensión que existe en la unión entre los dos primeros vagones de un tren con la tensión que existe en la unión de los dos últimos vagones, cuando a) la velocidad del tren es constante y b) el tren está acelerado.

5.29. a) ¿Cuál es el peso de 6 kg de papas? *b)* ¿Cuál es la masa de 6 N de papas?

5.30. Se aplica una fuerza de 10 N a) un cuerpo cuya masa es de 5 kg y *b)* un cuerpo que pesa 5 N. Encuentre sus aceleraciones.

5.31. a) ¿Cuál es el peso de 20 kg de salami? *b)* ¿Cuál es la masa de 20 N de salami?

5.32. a) ¿Qué fuerza se necesita ejercer hacia arriba para sostener en reposo un objeto de 20 kg? *b)* ¿Qué fuerza se necesita para imprimirle una aceleración hacia arriba de 2 m/s^2? c) ¿Qué fuerza se necesita para imprimirle una aceleración hacia abajo de 2 m/s^2?

5.33. ¿Cuál es la aceleración de un objeto de 5 kg que se encuentra suspendido de una cuerda, cuando se aplica sobre ésta una fuerza hacia arriba de a) 39 N, o) 49 N y c) 59 N?

5.34. ¿Qué fuerza se necesita aplicar para imprimirle a un objeto de 36 N a) una aceleración hacia arriba de 3 m/s^2 y *b)* una aceleración hacia abajo de 3 m/s^2? *c)* ¿En qué dirección deberá actuar esta última fuerza?

5.35. Una fuerza neta de 12 N proporciona a un objeto una aceleración de 4 m/s^2. a) ¿Cuál es la fuerza neta que se necesita para proporcionarle una aceleración de 1 m/s? *b)* ¿Cuál es la fuerza neta requerida para darle una aceleración de 10 m/s^2?

5.36. Cierta fuerza neta imprime en un objeto de 2 kg una aceleración de 0.5 m/s^2. ¿Qué aceleración produciría la misma fuerza aplicada sobre un cuerpo de 10 kg?

5.37. Desde un portaviones, una catapulta lanza un avión de 12 000 kg, acelerándolo de 0 a 200 km/h en 3 s. a) Exprese la aceleración del avión en términos de la aceleración de la gravedad. *b)* ¿Cuál es la fuerza promedio ejercida por la catapulta sobre el avión?

5.38. Cuando un rifle de peso 36 N dispara una bala de 0.09 N, ésta recibe una aceleración de 3×10^4 m/s^2 mientras se encuentra en el cañón. a) ¿Cuál es la magnitud de la fuerza que actúa sobre la bala? b) ¿Actúa alguna fuerza sobre el rifle? En caso afirmativo, ¿Cuál es su magnitud y dirección? c) La bala se acelera durante 0.007 s. ¿A qué velocidad sale del cañón del rifle?

5.39. ¿Qué fuerza se necesita aplicar para acelerar un tren cuya mesa es de 1000 toneladas métricas desde el reposo hasta una velocidad de 6 m/s en 2 min?

5.40. a) ¿Qué fuerza se requiere para aumentar la velocidad de un camión de 28 000 N de 6 a 9 m/s en un tiempo de 5 s? b) ¿Qué distancia recorre el camión en este tiempo?

5.41. a) ¿Que fuerza se requiere para disminuir la velocidad de un camión de 28 000 N de 9 a 6 m/s en un tiempo de 5 s? *b)* ¿Qué distancia recorre el camión en este tiempo?

5.42. Un automóvil choca contra un muro de piedra a una velocidad de 12 m/s (43.2 km/h). a) El automóvil está sólidamente construido y la conductora, que pesa 712 N, se detiene en 0.05 s. ¿Cuál es la fuerza que actúa sobre la mujer? b) En este caso el automóvil está construido de tal manera que su parte frontal se aplasta gradualmente y la conductora se detiene en 0.1 s. ¿Cuál es la fuerza que actúa sobre ella?

5.43. Un caracol de 0.05 kg parte del reposo hasta alcanzar una velocidad de 0.01 m/s en un tiempo de 5 s. a) ¿Cuál es la fuerza que ejerce el caracol? b) ¿Qué distancia recorre durante ese tiempo?

5.44. Una pelota de fútbol de 430 g que se mueve hacia un jugador con una velocidad de 8 m/s recibe una patada y vuela en dirección opuesta a 12 m/s. Si la pelota está en contacto con el pie del jugador durante 0.01 s. ¿Cuál es la fuerza promedio ejercida sobre la pelota?

5.45. Un cable que sostiene a un elevador de 2000 kg tiene una resistencia máxima a la tensión de 25 kg. ¿Cuál es la máxima aceleración que el elevador puede experimentar hacia arriba si la tensión en el cable no debe exceder esa cifra?

5.46. Un hombre de 80 kg está sobre una báscula en un elevador. Encontrar la lectura (en N) de la báscula cuando el elevador a) sube a una velocidad constante de 3 m/s, b) sube con una aceleración constante de 0.6 m/s^2, c) baja a una velocidad constante de 3 m/s^2, d) baja con una aceleración constante de 0.6 m/s^2 y e) está en caída libre debido a que el cable se rompió.

5.47. Una mujer de 80 kg está sobre una báscula en un elevador. Cuando el elevador se empieza a mover, la báscula marca 700 N. a) ¿En qué dirección se mueve el elevador? b) ¿Es constante su velocidad? En caso afirmativo. ¿cuál es su valor? En caso negativo, ¿cuál es su aceleración?

5.48. Dos bloques, cuyas masas son de 20 kg y 30 kg, se deslizan hacia abajo por un plano inclinado sin fricción, que forma un ángulo de 25° con la horizontal. Encuentre sus aceleraciones respectivas.

5.49. Se utiliza una fuerza de 200 N para tirar un canasto de 200 N de peso sobre un plano inclinado sin fricción que forma un ángulo de 30° con la horizontal. Encuentre la aceleración de la canasta.

Respuestas a los problemas complementarios

5.24. Las fuerzas de acción y reacción siempre actúan sobre cuerpos diferentes.

5.25. a) La fuerza de reacción que el piso ejerce sobre sus patas. b) La fuerza que el caballo ejerce sobre ella.

5.26. Sí, aplicando una fuerza hacia abajo que se sume a la fuerza de atracción gravitacional.

5.27. a) g b) 0

5.28. a) Las tensiones de las mismas.

b) La unión entre los dos primeros vagones se encuentra bajo mayor tensión debido a que existe una masa detrás mayor que debe ser acelerada.

5.29. a) 59 N b) 0.61 kg

5.30. a) 2 m/s^2 b) 19.6 m/s^2

5.31. a) 196 N b) 2.041 Kg.

5.32. a) 196 N b) 236 N c) 156 N

5.33. a) 2m/s^2 hacia abajo b) *0* c) 2 m/s^2 hacia arriba

5.34. a) 47 N b) 25 N c) Hacia arriba

5.35. a) 3 N b) 30 N

5.36. 0.1 m/s^2

5.37 a) 1.89g b) 222 kN

5.38. a) 27.5.5 N b) 275.5 N hacia atrás c) 210 m/s

5.39. 5×10^4 N

5.40. a) 1714.3 N b) 37.5m

5.41. a) 1716.3 N b) 37.5m

5.42. a) 17 437 N b) 8718N

5.43. a) 10^{-4} N b) 0.025 m

5.44. 860 N

5.45. 2.7 m/s^2

5.46. a) 784 N b) 832N c) 784
d)736 N e) 0

5.47. a) Hacia abajo b) No; 1.05 m/s^2

5.48. 4.14 m/s^2; 4.14 m/s^2

5.49. 4.9 m/s^2

Fricción

6

FRICCIÓN ESTÁTICA Y FRICCIÓN CINÉTICA

Las fuerzas de fricción actúan de tal manera que se oponen al movimiento relativo entre superficies que están en contacto. Tales fuerzas actúan en dirección paralela a las superficies.

La *fricción estática*[t] tiene lugar entre superficies que se encuentran en estado de reposo relativo entre sí. Al aumentar la fuerza aplicada sobre un objeto que se encuentra en reposo sobre una superficie, la fricción estática también aumenta inicialmente, para Impedir el movimiento. Finalmente, cuando se alcanza una cierta fuerza aplicada limite, cuyo valor no puede ser superado por la fricción estática, el objeto empieza a moverse. Una vez que el objeto está en movimiento, la fuerza de *fricción cinética* (o *de deslizamiento)*[t] permanece constante con un valor que es, normalmente menor que el valor máximo alcanzado por la fricción estática.

COEFICIENTE DE FRICCIÓN

La fuerza de fricción entre dos superficies depende de la fuerza normal (perpendicular) N que las mantiene en contacto, así como de la naturaleza de las superficies. Este último factor se expresa cuantitativamente por medio del *coeficiente de fricción μ* (letra griega *mu)*[§], cuyo valor depende de los materiales en contacto. Se ha encontrado experimentalmente que la fuerza de fricción está dada por la fórmula

$$F_f = \mu N$$

Fuerza de fricción = (coeficiente de fricción)(fuerza normal)

En el caso de la fricción estática, el coeficiente corresponde a su valor máximo. El coeficiente de fricción estática M_S es mayor que el coeficiente de fricción cinética *μ,* excepto en superficies lisas y muy bien lubricadas, para las que son casi iguales. De esta forma, los valores característicos para madera sobre madera de μ_s y *M* son 0.5 y 0.3, respectivamente, mientras que ambos coeficientes pueden ser de 0.03 para superficies metálicas separadas por una película de aceite.

FRICCIÓN POR RODAMIENTO

En condiciones ideales no existe fricción por rodamiento,* ya que no hay movimiento relativo entre las superficies en contacto. En realidad, cuando una rueda o una pelota descansan sobre una superficie, sufren una ligera deformación, además de que dicha superficie es en sí ligeramente áspera. Cuando una rueda o pelota se mueven aparece una fuerza de resistencia, en parte porque la rueda o pelota y la superficie se

[t]Conocida también como *rozamiento estático (N. de la T)*

[t]Conocida también como fuerza de *rozamiento cinético {N de la T)*

[t]También se le da el nombre de *coeficiente do rozamiento* y es importante notar que es un número que no tiene dimensiones *(N. de la T).*

*También se le da el nombre de *rozamiento por rodamiento* o rodadura.

deforman continuamente, y en parte porque existe cierto movimiento relativo entre ellas debido a la deformación. No obstante, las coeficientes de fricción por rodamiento son mucho menores que los de la fricción cinética; por ejemplo, para una llanta de hule que rueda sobre una carretera de concreto, *M* es de aproximadamente 0.04, mientras que para la misma llanta, cuando se desliza por esa carretera, el coeficiente de fricción cinética es de 0.7.

Problemas resueltos

6.1. ¿Qué fuerza se necesita para mantener un automóvil de 12 000 N moviéndose con velocidad constante sobre una carretera de concreto nivelada? Suponga que el automóvil se mueve muy lentamente de tal manera que la resistencia del aire es despreciable, y utilice μ = 0.04 como coeficiente de fricción por rodamiento.

La fuerza normal es el peso del automóvil, que es de 12 000 N. Por lo tanto

$$F = \mu N = \mu w = (0.04)(12\ 000\ \text{N}) = 480\ \text{N}$$

6.2. Para empezar a mover un bloque de acero de 50 kg sobre un piso de madera es suficiente una fuerza de 200 N. Encuentre el coeficiente de fricción estática.

La fuerza normal es el peso *mg* del bloque. Por lo tanto

$$\mu_s = \frac{F}{N} = \frac{F}{mg} = \frac{200\ \text{N}}{(50\ \text{kg})(9.8\ \text{m/s}^2)} = 0.41$$

6.3. Se empuja una caja de madera de 100 N a lo largo de un piso de madera con una fuerza de 40 N. Si *M* = 0.3, encuentre la aceleración de la caja.

La fuerza de fricción se opone a la fuerza aplicada *FA* = 40 N es de

$$F_f = \mu N = \mu w = (0.3)(100\ \text{lb}) = 30\ \text{lb}$$

Por lo tanto, la fuerza neta sobre la caja es

$$F = F_A - F_f = 40\ \text{lb} - 30\ \text{lb} = 10\ \text{lb}$$

La masa de la caja es

$$m = \frac{w}{g} = \frac{100\ \text{N}}{9.8\ \text{m/s}^2} = 10.204\ \text{kg}$$

y su aceleración es por consiguiente,

$$a = \frac{F}{m} = \frac{10\ \text{N}}{10.204\text{kg}} = 0.98\ \text{m/s}^2$$

6.4. Una bola de boliche, cuya velocidad inicial es de 3 m/s, rueda 50 m a lo largo de un piso a nivel antes de detenerse. ¿Cuál es el coeficiente de fricción por el rodamiento?

Empezamos por encontrar la aceleración de la bola. Del capítulo 3 se tiene que $v^2 = v_0^2 + 2as$. En este caso $v = 0$, $v_0 = 3$ m/s y s = 50 m, por lo que

$$a = -\frac{v_0^2}{2s} = -\frac{(3 \text{ m/s})^2}{(2)(50 \text{ m})} = -0.09 \text{ m/s}^2$$

El signo negativo significa que la velocidad está disminuyendo, y puede ser ignorado. La fuerza correspondiente a esta aceleración es *ma* la cual es igual a la fuerza de fricción *MM* = *μmg.* Por lo tanto

$$\mu mg = ma \qquad \mu = \frac{a}{g} = \frac{0.09 \text{ m/s}^2}{9.8 \text{ m/s}^2} = 0.0092$$

6.5. El coeficiente de fricción cinética entre una llanta de hule y una carretera húmeda de concreto es 0.5. a) Encuentre el tiempo mínimo que emplearía un automóvil en detenerse en dicha carretera si su velocidad inicial es de 60 km/h. b) ¿Qué distancia recorrería el automóvil en ese tiempo?

a) La máxima fuerza de fricción se tiene es MN = *μmg,* así que

$$F_f = \mu mg = ma$$

$$a = \mu g = (0.5)(9.8 \text{ m/s}^2) = 4.9 \text{ m/s}^2$$

Puesto que v = at y dado que

$$v = (60 \text{ km/h})\left(0.2778 \frac{\text{m/s}}{\text{km/h}}\right) = 16.7 \text{ m/s}$$

el tiempo requerido para que el automóvil se detenga es

$$t = \frac{v}{a} = \frac{16.7 \text{ m/s}}{4.9 \text{ m/s}^2} = 3.4 \text{ s}$$

b) Como a = -4.9 m/s^2, la distancia recorrida por el automóvil antes de detenerse es

$$s = v_0t + \tfrac{1}{2}at^2 = (16.7 \text{ m/s})(3.4 \text{ s}) - (\tfrac{1}{2})(4.9 \text{ m/s}^2)(3.4 \text{ s})^2 = 28.5 \text{ m}$$

Otra forma de obtener este resultado consiste en usar la fórmula $v^2 = 2as$:

6.6. Un bloque que se encuentra en reposo sobre un plano inclinado ajustable empieza a moverse cuando el ángulo entre el plano y la horizontal alcanza un cierto valor e, el cual se conoce como *ángulo límite o ángulo de reposo.* ¿cuál es la relación entre este ángulo y el coeficiente de fricción estática entre el bloque y el plano?

El peso w del bloque puede descomponerse en una componente F_w paralela al plano y en otra componente N perpendicular al plano. De la figura 6-1 se tiene que las magnitudes de F_w y N son

$$F_w = w \operatorname{sen} \theta \qquad N = w \cos \theta$$

En el momento en que el bloque empieza a moverse, la fuerza F_w hacia abajo a lo largo del plano debe ser igual a la fuerza máxima μ_sW de la fricción estática,

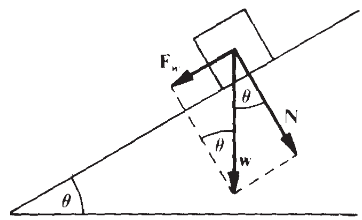


FIGURA 6-1

de tal forma que

$$F_w = \mu_s N$$

$$w \operatorname{sen} \theta = \mu_s w \cos \theta$$

$$\mu_s = \frac{\operatorname{sen} \theta}{\cos \theta} = \tan \theta$$

Por lo tanto, el coeficiente de fricción estática es igual a la tangente del ángulo de reposo. Aquí, el peso del bloque carece de importancia.

6.7. Un torno montado sobre una base de madera debe deslizarse sobre un par de rampas colocadas en la parte posterior de un camión. a) Si el coeficiente de fricción cinética es 0.28, ¿qué ángulo deben formar las rampas con el piso para que el torno pueda deslizarse a velocidad constante? b) Cuando las rampas estén inclinadas con ese ángulo, ¿empezará a deslizarse el torno por sí mismo?

a) De acuerdo con la primera ley del movimiento de Newton, no existe una fuerza neta sobre el torno cuando éste se mueve a velocidad constante. Por lo tanto, la fuerza hacia abajo debida al peso del torno se equilibra exactamente con la fuerza retardadora de la fricción cinética y, del razonamiento del problema 6.6, se tiene que

$$\tan \theta = \mu = 0.28 \qquad \theta = 16°$$

b) Como el coeficiente de fricción estática es mayor que el de fricción cinética, deberá dársele un empujón al torno para iniciar su movimiento.

6.8. Una mujer cuyos zapatos tienen suelas y tacones de cuero, puede permanecer de pie sin resbalarse sobre una superficie de madera que forma un ángulo de 25° con la horizontal. ¿Cuál es el mínimo coeficiente de fricción estática para el cuero sobre madera?

Puesto que el ángulo de reposo es de 25° por lo menos,

$$\mu_s \geq \tan 25° = 0.47$$

El símbolo $\geq$ significa "mayor o igual que".

6.9. Un barco de 5000 toneladas descansa sobre unos parales que entran en el agua formando un ángulo de 10°. Si el coeficiente de fricción cinética es 0.18. ¿qué fuerza se necesita para deslizar el barco por los parales e introducirlo en el agua?

La fuerza de fricción que debe vencerse es

$$F_f = \mu N = \mu w \cos\theta = (0.18)(5000\text{ ton})(\cos 10°) = 886\text{ ton}$$

La componente del peso del barco en la dirección paralela a las formas es

$$F_w = w\,\text{sen}\,\theta = (5000\text{ ton})\,(\text{sen } 10°) = 868\text{ ton}$$

Por consiguiente, se necesita una fuerza adicional de

$$F_f - F_w = 886\text{ ton} - 868\text{ ton} = 18\text{ ton}$$

es requerido.

Problemas complementarios

6.10. Sobre un piso horizontal de madera descansa una caja de madera de 300 N. Si el coeficiente de fricción estática es 0.5, ¿qué fuerza se requiere para poner la caja en movimiento?

6.11. Para mantener una caja de madera de 100 kg en movimiento a velocidad constante sobre un piso de madera. Es suficiente una fuerza de 300 N ¿Cuál es el coeficiente de fricción cinética?

6.12 Se aplica una fuerza de 1000 N a un automóvil de 1200 kg. Si el coeficiente de fricción por rodamiento es 0.04, ¿cuál es la aceleración del automóvil?

6.13. Los coeficientes de fricción estática y de fricción cinética para piedra sobre madera son 0.5 y 0.4, respectivamente. Si se empuja una estatua de piedra de 70 kg sólo con la fuerza suficiente para ponerla en movimiento sobre un piso de madera y, posteriormente, esa misma fuerza continúa actuando sobre ella, encuentre la aceleración de la estatua.

6.14. Se aplican los frenos a un automóvil que viaja a 80 km/h y éste se detiene después de patinar 60 m. Encuentre el coeficiente de fricción cinética.

6.15. Un camión que se desplaza a 100 km/h transporta una viga de acero sobre su piso de madera. ¿Cuál es el tiempo mínimo que le tomará al camión detenerse sin que la viga se mueva hacia adelante? El coeficiente de fricción estática entre el acero y la madera es 0.5.

6.16. Un automóvil con los frenos puestos permanecerá en reposo sobre un plano inclinado de concreto seco cuando el ángulo entre el plano y la horizontal sea inferior a 45°. ¿Cuál es el coeficiente de fricción estática para llantas de hule sobre concreto seco?

6.17. Se va a construir una rampa de acero para deslizar bloques de hielo desde una planta de refrigeración hasta el nivel del suelo. Si M = 0.05, encuentre el ángulo que debe formar la rampa con la horizontal para que el hielo se deslice a una velocidad constante.

6.18. Una caja se desliza por un plano inclinado de 8 m de longitud que forma un ángulo de 30° con la horizontal. Si la caja parte del reposo y μ = 0.25, encuentre a) la aceleración de la caja, *tí)* su velocidad al final del plano y c) el tiempo que tarda en llegar al final del plano.

6.19. Si la caja del problema 6.18 tiene una masa de 60 **kg, ¿qué fuerza se necesita para subirla por el plano** a) velocidad constante y b) con una aceleración de 2 m/s^2?

6.20. Un esquiador se encuentra de pie sobre una pendiente de 5°. Si el coeficiente **de fricción estática es 0.1** ¿empezará a deslizarse?

Respuesta a los problemas complementarios

6.10. 150 N

6.11. 0.306

6.12. 0.44 m/s^2

6.13. 0.98 m/s^2

6.14. 0.420

6.15. 5.67 s

6.16. 1.0

6.17. 3°

6.18. *a)* 2.78 m/s^2 *b)* 6.67 m/s c) 2.40 s

6.19. *a)* 421 N *b)* 541 N

6.20. No

Equilibrio

7

EQUILIBRIO TRASLACIONAL

Un cuerpo se encuentra en *equilibrio traslacional* cuando no actúa una fuerza neta sobre él. Dicho cuerpo no está acelerado y permanece en su estado inicial de reposo o de movimiento rectilíneo a velocidad constante.

Es posible que sobre un cuerpo en equilibrio traslacional actúen fuerzas, pero su suma vectorial debe ser cero. Por lo tanto, la condición para el equilibrio traslacional de un cuerpo está expresada por

$$\sum F = 0^*$$

donde el símbolo ∑ (letra griega *sigma)* significa "suma de" y F se refiere a las diversas fuerzas qué actúan sobre el cuerpo.

El procedimiento más sencillo para analizar el equilibrio de un cuerpo consiste normalmente en establecer un sistema de ejes coordenados y encontrar las componentes de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo a lo largo de estos ejes. De este modo, la ecuación vectorial $\sum F = 0$ se sustituye por las tres ecuaciones escalares

$$\text{Suma de las componentes } x \text{ de las fuerzas} = \sum F_x = 0$$

$$\text{Suma de las componentes } y \text{ de las fuerzas} = \sum F_y = 0$$

$$\text{Suma de las componentes z de las fuerzas} = \sum F_z = 0$$

Con frecuencia, la adecuada elección de las direcciones de los ejes simplifica los cálculos. Por ejemplo, cuando todas las fuerzas se encuentran en un plano, el sistema coordenado puede elegirse de tal manera que los ejes x y y estén sobre ese plano; así, las dos ecuaciones $\sum F_x = 0$ y $\sum F_y = 0$ son suficientes para expresar la condición de equilibrio traslacional.

MOMENTO DE TORSIÓN

Cuando las líneas de acción de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo en equilibrio traslacional se intersectan en un punto, las fuerzas no tienden a hacer girar el cuerpo. Tales fuerzas se denominan *concurrentes.* Cuando las líneas de acción no se intersectan, las fuerzas son *no concurrentes* y actúan de tal forma que hacen girar el cuerpo aún cuando la resultante de dichas fuerzas sea cero (Figura 7-1).

El *momento de torsión* τ (letra griega *tau)* ejercido por una fuerza sobre un cuerpo constituye una medida de su eficacia para qirar al cuerpo alrededor de un punto. El brazo *de palanca* de una fuerza F alrededor de un punto O es la distancia perpendicular *L* entre la línea de acción de la fuerza y O (Figura 7-2). El momento de torsión r ejercido por la fuerza alrededor de 0 es de magnitud

$$T = FL$$

$$\text{momento de torsión} = (\text{fuerza})\ (\text{brazo, de palanca})$$

*Se trata del vector cero 0, cuya magnitud es el escalar 0 *(N.* de la T.).

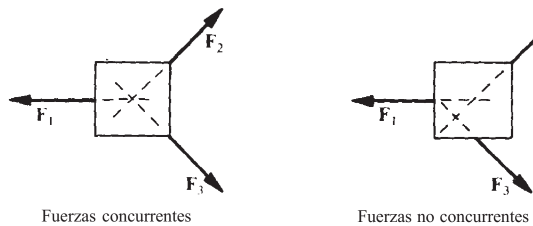


FIGURA 7-1

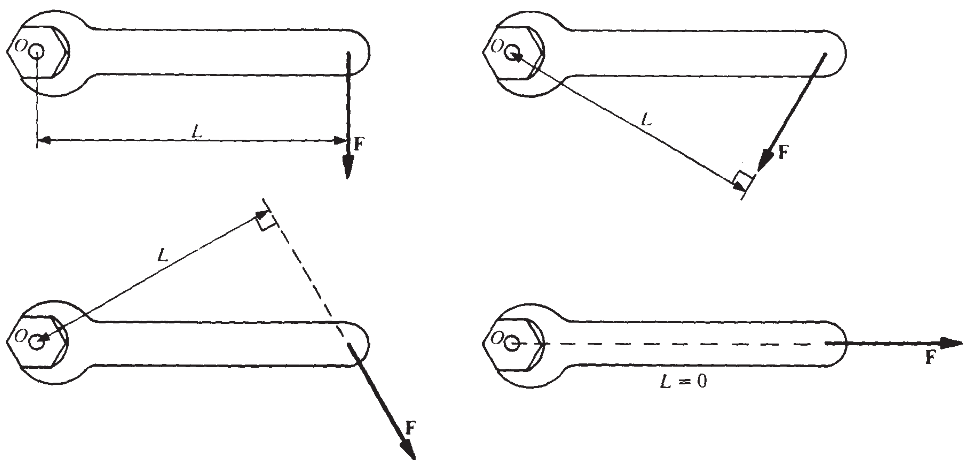


FIGURA 7-2

El momento de torsión se conoce también como *torca* o momento de una fuerza.* Una fuerza cuya línea de acción pasa por 0 no produce un momento de torsión alrededor de 0 porque su brazo de palanca es cero.

Un momento de fuerza que tiende a generar una rotación en sentido contrario al de las manecillas del reloj se considera positivo; un momento de fuerza que tiende a generar una rotación en el sentido de las manecillas del reloj se considera negativo (Figura 7-3).

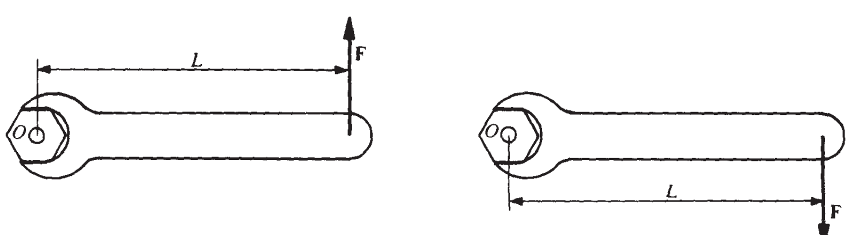


FIGURA 7-3 $T = +FL$ $T = -FL$

*En inglés se denomina "torque" y en español se usan, como sinónimos de momento de fuerza, los términos *torca* y torque (N. del T.).

EQUILIBRIO ROTACIONAL

Un cuerpo se encuentra en *equilibrio rotacional* cuando no actúa sobre el momento de fuerza neto. Dicho cuerpo permanece en su estado rotacional inicial, ya sea de no rotación o de rotación con rapidez constante. Por lo tanto, la condición para el equilibrio rotacional de un cuerpo puede expresarse como

donde $\Sigma\tau$ se refiere a la suma de los momentos de fuerza que actúan sobre el cuerpo con respecto a cualquier punto.

Al indagar sobre el equilibrio rotacional de un cuerpo, es posible utilizar como punto de apoyo cualquier punto conveniente con el fin de calcular el momento de fuerza; si la suma de los momentos de fuerza que actúan sobre un cuerpo en equilibrio traslacional es cero con respecto a algún punto, la suma también será cero con respecto a cualquier otro punto.

CENTRO DE GRAVEDAD

El *centro de gravedad** de un cuerpo es el punto en el cual puede considerarse que se concentra todo su peso. Un cuerpo puede suspenderse de su centro de gravedad, con cualquier orientación, sin que tienda a girar. Al analizar el equilibrio de un cuerpo, puede considerarse su peso como una fuerza dirigida hacia abajo que actúa sobre su centro de gravedad.

El centro de gravedad (CG) de un objeto de forma regular y composición uniforme se localiza en su centro geométrico. En el caso de un objeto complejo, la manera de encontrar su centro de gravedad consiste en considerar al objeto como un sistema de partículas separadas y luego encontrar el punto de equilibrio del sistema. Un ejemplo de esto es la barra sin masa de la figura 7-4, a la cual se añadieron tres partículas m_1, m_2, y m_3. El CG del sistema se encuentra a una distancia X de uno de los extremos de la barra de tal manera que el momento

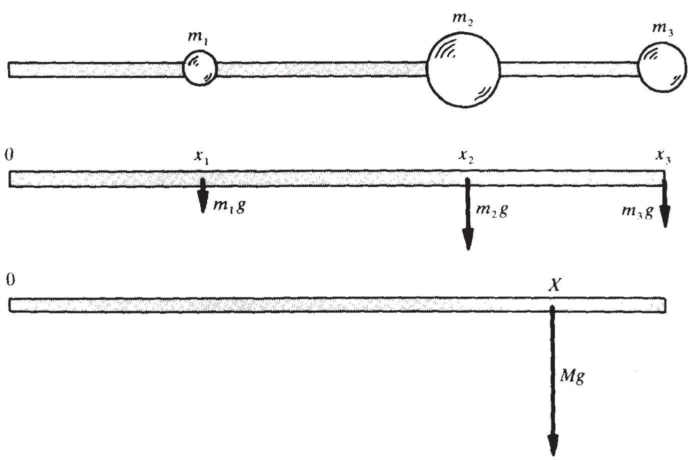


FIGURA 7-4

*El centro de gravedad de un cuerpo coincide con su *centro de masa* o *centro de inercia* {*N.* de la *T.).*

de fuerza, producido por una sola partícula de masa M = $m_1 + m_2 + m_3$, en el punto *X,* es igual a la suma de los momentos de fuerza producidos por las partículas en sus ubicaciones respectivas x_1, x_2 y x_3. Por lo tanto,

$$m_1gx_1 + m_2gx_2 + m_3gx_3 = MgX = (m_1 + m_2 + m_3)gX$$

$$X = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

Esta fórmula puede generalizarse para cualquier número de partículas. Si el objeto complejo posee dos o tres dimensiones en lugar de tener sólo una, se aplica el mismo procedimiento a lo largo de dos o tres ejes coordenados para encontrar X y Yo, bien, *X, Y y Z,* que son las coordenadas del centro de gravedad.

Problemas resueltos

7.1. ¿Cuáles son las unidades del momento de fuerza en los sistemas de unidades inglés e internacional SI (métrico)?

En el sistema inglés la unidad del momento de fuerza es la libra-pie (1b. ft); en el sistema SI es el newton-metro (N. m)

7.2. Un peso está suspendido de la parte media de una cuerda. Los extremos de la cuerda se encuentran a la misma altura. ¿Es posible que la tensión en la cuerda sea lo suficientemente grande como para evitar que la cuerda se cuelgue?

La cuerda debe colgarse para que su tensión proporcione una componente hacia arriba que soporte el peso. A mayor tensión, la cuerda se cuelga menos, pero es imposible que permanezca perfectamente horizontal.

7.3. a) ¿Bajo qué circunstancias se hace necesario considerar los momentos de fuerza al analizar una situación de equilibrio? b) ¿Con respecto a qué punto deben, cuando es necesario, calcularse los momentos de fuerza?

a) Deben considerarse los momentos de fuerza cuando las diversas fuerzas que actúan sobre un cuerpo son no concurrentes, esto' es, cuando sus líneas de acción no se intersectan en un punto común.

b) Los momentos de fuerza pueden calcularse con respecto a un punto cualquiera con el fin de determinar el equilibrio de un cuerpo. Por lo tanto, tiene sentido escoger un punto que haga mínimo el trabajo requerido. Generalmente es aquél por el que pasa el máximo número de líneas de acción se debe a que una fuerza cuya línea de acción pasa por un punto, no ejerce momento de fuerza con respecto a dicho punto.

PROBLEMAS EN LOS QUE INTERVIENEN FUERZAS CONCURRENTES

7.4. Una caja que pesa 100 N está suspendida de dos cuerdas que forman, cada una de ellas, un ángulo de 40° con la vertical Encuentre la tensión en cada una de las cuerdas.

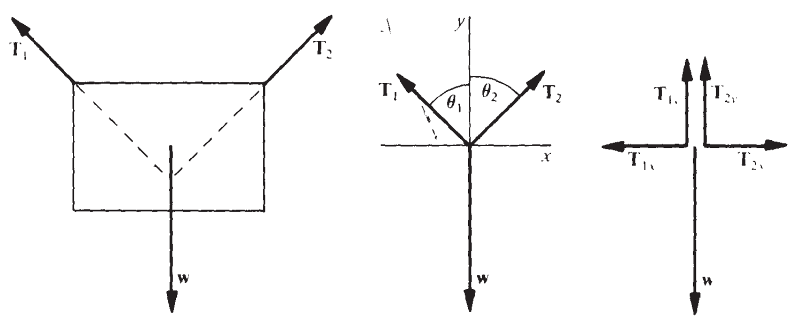
Las fuerzas que actúan sobre la caja son

T_1 = tensión en la cuerda de la izquierda
T_2 = tensión en la cuerda de la derecha
w = peso de la caja, el cual actúa hacia abajo desde su centro de gravedad

Tal y como se muestra en la Figura 7-5 a), éstas fuerzas son concurrentes, por lo que sólo se necesita considerar el equilibrio traslacional.

El procedimiento para trabajar con un problema de equilibrio es el que intervienen fuerzas concurrentes consta de tres pasos:

1. Dibujar un diagrama de las fuerzas que actúan *sobre* el cuerpo; éste recibe el nombre de diagrama de "cuerpo libre".
2. Elegir un sistema de ejes coordenados y descomponer las diversas fuerzas en sus componentes a lo largo de esos ejes.
3. Hacer cero la suma de los componentes de las fuerzas a lo largo de cada uno de los ejes, de tal forma que $\sum F_X = 0$, $\sum F_y = 0$ y $\sum F_Z = 0$. Luego, resolver las ecuaciones desconocidas.



a) *b)* *c)*

FIGURA 7-5

El diagrama de cuerpo libre para este problema se muestra en la figura 7-5 *b)* junto con un sistema conveniente de ejes coordenados. Como todas las fuerzas descansan en un mismo plano, sólo se necesitan los ejes x y *y*. En la figura 7-5 c) se han descompuesto las fuerzas en sus componentes x y y, cuyas magnitudes son las siguientes:

$$T_{1x} = -T_1 \text{ sen } \theta_1 = -T_1 \text{ sen } 40° = -0.643T_1$$

$$T_{1y} = T_1 \cos \theta_1 = T_1 \cos 40° = 0.766T_1$$

$$T_{2x} = T_2 \text{ sen } \theta_2 = T_2 \text{ sen } 40° = 0.643T_2$$

$$T_{2y} = T_2 \cos \theta_2 = T_2 \cos 40° = 0.766T_2$$

$$w = -100 \text{ N}$$

Debido a que T_{1x} y w se encuentran en las direcciones -x y -y, respectivamente, ambos tienen magnitudes negativas.

Ahora se está listo para el paso 3. Primero se suman las componentes x de las fuerzas se iguala a cero la suma. Esto da como resultado

$$\Sigma F_x = T_{1x} + T_{2x} = 0$$
$$-0.643T_1 + 0.643T_2 = 0$$
$$T_1 = T_2 = T$$

Evidentemente, la tensión en las dos cuerdas es la misma. A continuación se hace lo mismo para las componentes y:

$$\Sigma F_y = T_{1y} + T_{2y} + w = 0$$
$$0.766T_1 + 0.766T_2 - 100 \text{ lb} = 0$$
$$0.766(T_1 + T_2) = 100 \text{ lb}$$
$$T_1 + T_2 = \frac{100 \text{ lb}}{0.766} = 130.5 \text{ lb}$$

Ya que $T_1 = T_2 = T$,

$$T_1 + T_2\, 2T = 130.5 \text{ N}$$
$$T = 65 \text{ N}$$

La tensión en cada cuerda es de 65 N.

7.5. Un peso de 500 kg está suspendido del extremo de una barra horizontal, como lo muestra la figura 7-6 a). El ángulo entre la barra y el cable que la sostiene de su extremo es de 45°. Suponiendo que la masa de la barra puede despreciarse en comparación con la del peso, encuentre a) la tensión en el cable y b) la fuerza que la barra ejerce sobre la pared.

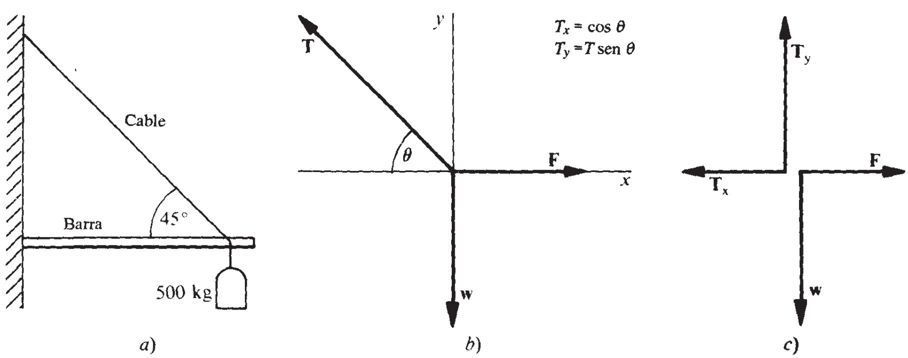


FIGURA 7-6

a) Las tres fuerzas que actúan sobre el extremo de la barra son el peso w de la carga, la tensión T en el cable y la fuerza F ejercida por la barra en dirección opuesta a la pared. En la figura 7-6 *b)* se muestra el diagrama de cuerpo libre de dichas fuerzas concurrentes. Las componentes x y y de estas fuerzas son de magnitudes

$$T_x = -T\cos\theta = -T\cos 45° = -0.707T$$

$$T_x = T\,\text{sen}\,\theta = T\,\text{sen}\,45° = 0.707T$$

$$w = -mg = -(500\text{ kg})\,(9.8\text{ m/s}^2) = -4900\text{ N}$$

$$F = ?$$

De la condición de equilibrio traslacional en la dirección *y* (vertical):

$$\Sigma F_y = T_y + w = 0$$

$$0.707T - 4900\text{ N} = 0$$

$$T = \frac{4900\text{ N}}{0.707} = 6930\text{ N}$$

b) Para encontrar la fuerza que ejerce la barra sobre la pared, se comienza con la condición de equilibrio en la dirección x (horizontal):

$$\Sigma F_x = T_x + F = 0$$

$$-0.707T + F = 0$$

$$F = 0.707T = (0.707)(6930\text{ N}) = 4900\text{ N}$$

La fuerza sobre la pared debe tener la misma magnitud que la fuerza *F* ejercida por la barra; en dirección opuesta por lo tanto, la fuerza ejercida sobre la pared también es igual a 4900 N.

7.6. Una caja de 50 N está suspendida del techo por medio de una cuerda. Si se aplica una fuerza horizontal de 20 N sobre la caja, ¿cuál es el ángulo que forma la cuerda con la vertical?

En la figura 7-7 a) se muestra un diagrama de cuerpo libre de las fuerzas que actúan sobre la caja y en la figura 7-7 b) las fuerzas se han descompuesto en sus componentes. Las componentes x y y de las fuerzas son

$$T_x = -T\,\text{sen}\,\theta \qquad T_y = T\cos\theta$$

$$F = 20\text{ N} \qquad w = -50\text{ N}$$

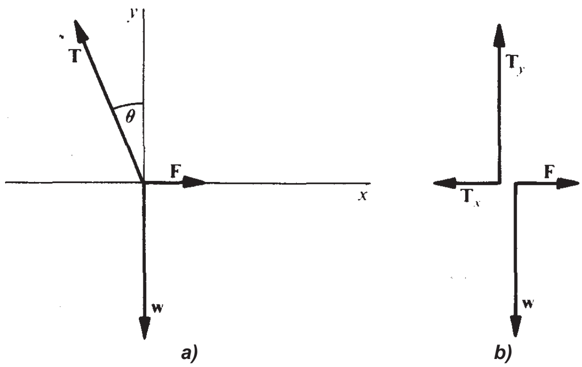
Al aplicar las condiciones de equilibrio se tiene:

$$\Sigma F_x = T_x + F = 0 \qquad -T\,\text{sen}\,\theta + 20\text{ N} = 0 \qquad \text{sen}\,\theta = \frac{20\text{ N}}{T}$$

$$\Sigma F_y = T_y + w = 0 \qquad T\cos\theta - 50\text{ N} = 0 \qquad \cos\theta = \frac{50\text{ N}}{T}$$

Si se divide la expresión para sen θ entre cos θ, la T se cancela y resulta

$$\frac{\text{sen}\,\theta}{\cos\theta} = \tan\theta = \frac{20\text{ N}/T}{50\text{ N}/T} = \frac{20\text{ N}}{50\text{ N}} = 0.40$$



$T_x = -T \text{ sen } \theta$
$T_y = T \cos \theta$

FIGURA 7-7

El ángulo cuya tangente se aproxima más a 0.40 es 22°, por lo que $\theta = 22°$.

7.7. Para mover un bloque pesado sobre el piso, se ata al bloque el extremo de una cuerda, cuyo otro extremo se ha fijado a una pared que se encuentra a 9 m de distancia del bloque. Al aplicarse una fuerza de 400 N sobre el punto medio de la cuerda, ésta se estira de tal forma que su punto medio se desplaza, 0.6m. hacia un lado ¿Cuál es la fuerza que actúa sobre el bloque?

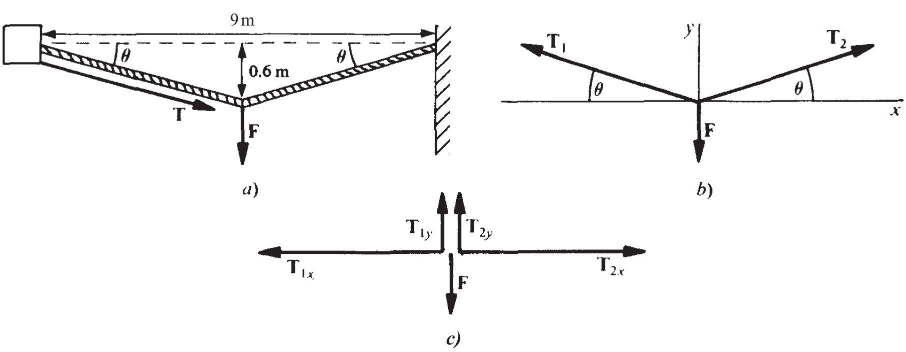


FIGURA 7-8

El primer paso consiste en encontrar el ángulo θ entre uno de los extremos de la cuerda y la línea recta que une el centro del bloque con el punto de unión de la cuerda con la pared. Con la ayuda de la figura 7-8 a) se encuentra que

$$\tan\theta = \frac{0.6\ \text{m}}{4.5\ \text{m}} = 0.133 \qquad \theta = 7.6°$$

En la figura 7-8 b) se muestra un diagrama de cuerpo libre de las fuerzas que actúan sobre el punto medio de la cuerda; T_1 y T_2 son las tensiones en las dos partes de la cuerda, y F = -400 N, puesto que está dirigida en la dirección negativa del eje y, es la fuerza aplicada. La descomposición de estas fuerzas se muestra en la figura 7-8 *c).* Como $T_1 = T_2 = T$,

$$T_{1y} = T_{2y} = T\,\text{sen}\,\theta = T\,\text{sen}\,7.6° = 0.132T$$

En equilibrio,

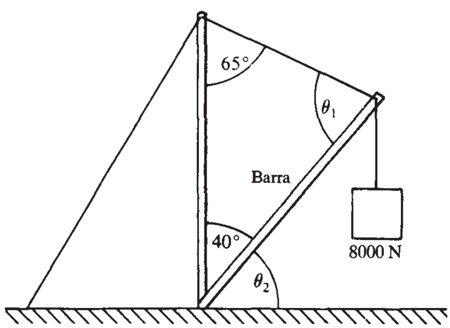
$$\Sigma F_y = T_{1y} + T_{2y} + F = 0 \qquad (2)(0.132T) - 400\ \text{N} = 0 \qquad T = 1515\ \text{N}$$

La tensión en la cuerda suministra la fuerza aplicada sobre el bloque. Se observa que la fuerza actúa sobre el bloque es mayor que la fuerza aplicada a la cuerda, motivo por el cual se usa la cuerda de este modo en lugar de aplicar simplemente una fuerza de 400 N directamente al bloque.

7.8. Para levantar un peso de 8000 N, se utiliza una barra articulada en la base de un mástil vertical, tal y como se muestra en la figura 7-9 a). Encuentre la tensión en el cable que une los extremos superiores del mástil y la barra.

Comience por encontrar los ángulos θ_1 y θ_2. Puesto que la suma de los ángulos interiores de un triángulo siempre es igual a 180°,

$$\theta_1 = 180° - 40° - 65° = 75°$$



a)

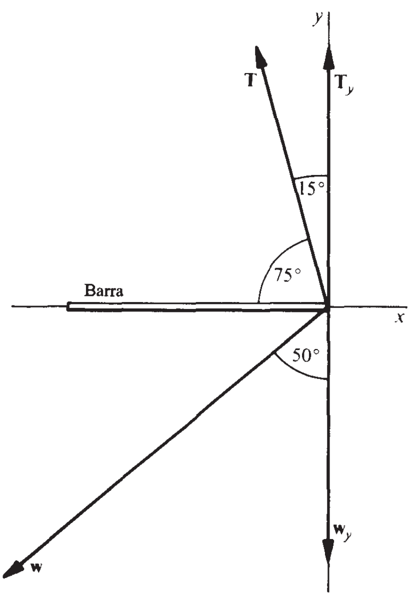


FIGURA 7-9 **b)**

Debido a que el mástil está en posición vertical, éste forma un ángulo de 90° con el piso, así que

$$\theta_2 = 90° - 40° = 50°$$

Ahora haga que el eje x coincida con la dirección de la barra, con el eje y perpendicular a ésta, como se muestra en la figura 79 b). Como la barra es rígida, sólo se requiere considerar el equilibrio traslacional del extremo superior de la barra en la dirección y. El ángulo que forman T y el eje y es de 90° - 75° = 15°, y así

$$T_y = T \cos 15° = 0.966T$$

La componente del peso w en la dirección y es

$$w_y = -(8000\text{ N})(\cos 50°) = -5142\text{ N}$$

En equilibrio,

$$\Sigma F_y = T_y + w_y = 0 \qquad 0.966T - 5142\text{ N} = 0 \qquad T = 5323\text{ N}$$

PROBLEMAS EN LOS QUE INTERVIENEN FUERZAS NO CONCURRENTES

7.9. Una viga de 3 m de largo tiene un peso de 200 N en un extremo y otro peso de 80 N en el extremo opuesto. El peso de la viga en sí es despreciable. Encuentre el punto de equilibrio de la viga.

Cuando la viga se apoya en su punto de equilibrio, los momentos de fuerza debidos a los dos pesos se cancelan y la viga no tiene tendencia a rotar. La fuerza de apoyo *F* no ejerce momentos de fuerza ya que su línea de acción pasa por el punto de equilibrio. Si este punto está a una distancia x medida desde el peso de 200 N, como indica la figura 7-10 entonces está a una distancia de 3m -x del peso de 80 N. Puesto que la viga es horizontal, los brazos de palanca de los pesos son respectivamente, x y 3 m - x, y los momentos de fuerza que los pesos ejercen sobre el punto de equilibrio 0 son

$$\tau_1 = w_1 L_1 = 200x\text{N} \qquad \tau_2 = -w_2 L_2 = -80(3\text{m} - x)\text{N}$$

El momento de fuerza τ_1 es positivo porque tiende a producir una rotación en sentido contrarío al de las manecillas del reloj; el momento de fuerza T_2 es negativo por que tiende a producir una rotación en el sentido de las manecillas del reloj.

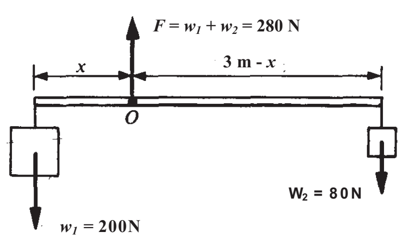


FIGURA 7-10

De la condición de equilibrio rotacional se tiene

$$\Sigma\tau = \tau_1 + \tau_2 = 0$$

$$200x \text{ N} - 80(3 \text{ m} - x) \text{ N} = 0$$

$$200x \text{ N} = 240 \text{ N} \cdot \text{m} - 80x \text{ N}$$

$$280x \text{ N} = 240 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$x = 0.86 \text{ m}$$

7.10. Una plataforma de madera de 3.6 m está suspendida del techo de una casa por medio de dos cuerdas que la sostienen de sus extremos. Un pintor que pesa 700 N está de pie a 1.2 m de distancia del extremo izquierdo de la plataforma, cuyo peso es de 175 N. Encuentre la tensión en cada una de las cuerdas.

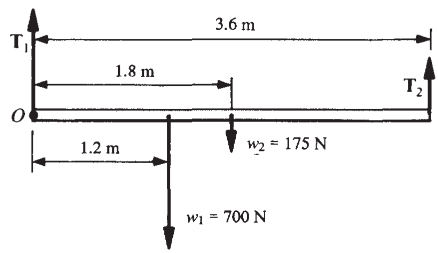


FIGURA 7-11

Si se considera al extremo izquierdo de la plataforma como el punto de apoyo (Figura 7-11), de la condición de equilibrio rotacional

$$\Sigma\tau = -w_1L_1 - w_2L_2 + T_2L_3 = 0$$

$$-(700 \text{ N})(1.2 \text{ m}) - (175 \text{ N})(1.8 \text{ m}) + 3.6T_2 \text{ m} = 0$$

$$3.6T_2 \text{ m} = 840 \text{ N} \cdot \mu + 315 \text{ N} \cdot \text{m} = 1155 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$T_2 = 321 \text{ N}$$

Para encontrar T_1 se procede de la siguiente manera:

$$T_1 + T_2 = w_1 + w_2 \qquad T_1 = 700 \text{ N} + 175 \text{ N} - 321 \text{ N} = 554 \text{ N}$$

7.11. Un *cantilever* es una viga que se proyecta más allá de sus soportes, como en el caso de un trampolín. En la figura 7-12, se muestra un trampolín de 30 kg que mide 3.6 m de longitud y sobre el cual una mujer de 50 kg permanece de pie en su extremo. Los soportes del trampolín están separados 1.0 m. Encuentre la fuerza que ejerce cada uno de los soportes.

Primero se calcula que la fuerza que actúa hacia abajo sobre el soporte del lado izquierdo. La manera más sencilla de hacerlo es calculando los momentos de fuerza con respecto al otro soporte, ya que todavía no se conoce el valor de F_2. Si el trampolín es uniforme, su centro de gravedad está en su centro,

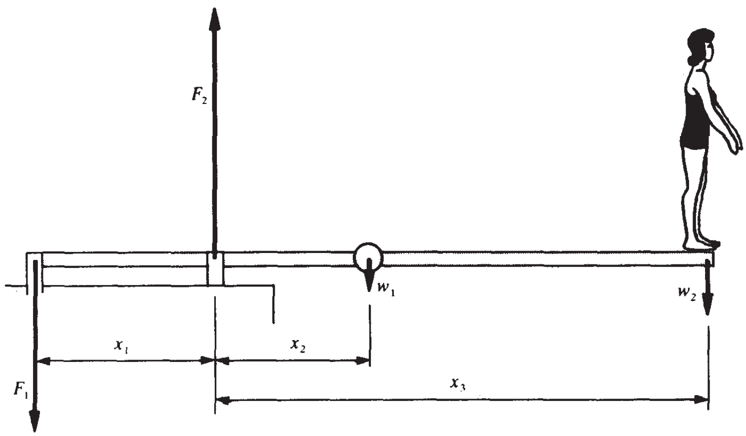


FIGURA 7-12

así que

$$x_1 = 1.0 \text{ m} \qquad w_1 = m_1 g = (30 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2) = 294 \text{ N}$$
$$x_2 = 0.8 \text{ m} \qquad w_2 = m_2 g = (50 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2) = 490 \text{ N}$$
$$x_3 = 2.8 \text{ m}$$

Los tres momentos de fuerza que actúan sobre el soporte derecho son

$$\tau_1 = +F_1 x_1 = +(F_1)(1.0 \text{ m}) = 1.0 F_1 \text{ m}$$
$$\tau_2 = -w_1 x_2 = -(294 \text{ N})(0.8 \text{ m}) = -235 \text{ N} \cdot \text{m}$$
$$\tau_3 = -w_2 x_3 = -(490 \text{ N})(2.8 \text{ m}) = -1372 \text{ N} \cdot \text{m}$$

De la condición de equilibrio rotacional se tiene que

$$\Sigma\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 = 0$$
$$1.0F_1 \text{ m} - 235 \text{ N} \cdot \text{m} - 1372 \text{ N} \cdot \text{m} = 0$$
$$F_1 = \frac{1607 \text{ N} \cdot \text{m}}{1.0 \text{ m}} = 1607 \text{ N}$$

Para encontrar F_2, la fuerza hacia arriba que ejerce el soporte de la derecha, se considera el equilibrio traslacional del sistema formado por el trampolín y la mujer:

$$\Sigma F = -F_1 + F_2 - w_1 - w_2$$
$$F_2 = F_1 + w_1 + w_2 = 1607 \text{ N} + 294 \text{ N} + 490 \text{ N} = 2391 \text{ N}$$

7.12. Uno de los extremos de una barra horizontal de 3 m de longitud está pegado a la pared y la barra se encuentra sostenida de su extremo libre por medio de un cable que forma un ángulo de 30° con la barra.

La barra pesa 250 N y en su extremo libre se le añadió una carga de 2000 N. Encuentre a) la tensión en el cable y b) la fuerza de compresión en la barra.

a) Sobre la barra actúan cuatro fuerzas, como lo indica la figura 7-13: el peso W_1 de la carga en su extremo libre, el propio peso w_2 de la barra que actúa su centro, la tensión T en el cable y la fuerza F que la pared ejerce sobre el extremo de la barra unido a ella. Al calcular los momentos de fuerza con respecto al extremo de la barra que está unido a la pared se puede despreciar F.* Los cálculos se facilitan si en lugar de T se usa la componente vertical T_y de la tensión en el cable, puesto que el brazo de palanca de T_y la longitud L_1 de la barra. La componente horizontal T_x de la tensión no ejerce momento de fuerza con respecto a 0 por que su línea de acción pasa por 0. Los momentos de fuerza ejercidos por el peso w_1 de la carga, el peso w_2 de la barra y la componente vertical de la tensión, **TV,** son

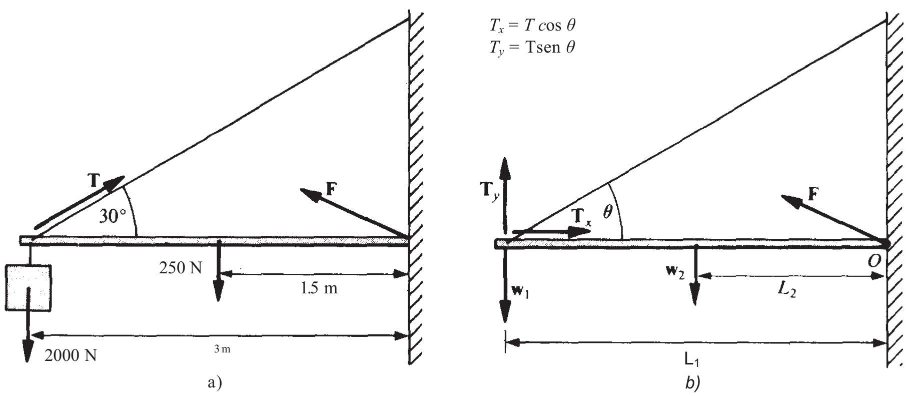


FIGURA 7-13

respectivamente:

$$\tau_1 = w_1L_1 = (2000\text{ N})(3\text{ m}) = 6000\text{ N}\cdot\text{m}$$

$$\tau_2 = w_2L_2 = (250\text{ N})\,(1.5\text{ m}) = 375\text{ N}\cdot\text{m}$$

$$\tau_3 = -T_yL_1 = -3T\text{sen }30°\text{ m} = -1.5T\text{m}$$

Para que la barra esté en equilibrio,

$$\Sigma\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 = 0$$

$$6000\text{ N}\cdot\text{m} + 375\text{ N}\cdot\text{m} - 1.5\,T\text{M} = 0$$

$$T = \frac{6375\text{ N}\cdot\text{m}}{1.5\text{ m}} = 4250\text{ N}$$

*Puesto que el momento de fuerza producido por F con respecto al punto de unión de la barra y la pared es nulo *(N. de la T.).*

b) La fuerza de compresión F_x en la barra es igual en magnitud a la componente horizontal de la tensión T del cable. Por lo tanto,

$$F_x = T\cos\theta = (4250\text{ N})(\cos 30°) = 3681\text{ N}$$

7.13. Un portón que mide 1.8 m de ancho y 1.2 m de altura tiene dos bisagras en un lado, una en su extremo superior y la otra en el inferior, a) Si todo el peso del portón, que es de 300 N, lo soporta la bisagra inferior, encuentre la fuerza que el portón ejerce sobre la bisagra superior. b) Encuentre la fuerza que el portón ejerce sobre la bisagra inferior.

a) El peso del portón actúa en su centro de gravedad, el cual supuestamente coincide con su centro geométrico, como lo muestra la figura 7-14 a). El portón ejerce una fuerza hacia abajo y hacia la derecha sobre la bisagra inferior, la que a su vez, ejerce una fuerza de reacción F_2 sobre el portón, dirigida hacia arriba y a la izquierda. El portón ejerce una fuerza hacia la izquierda sobre la bisagra superior, la cual ejerce una fuerza de reacción F_1 hacia la derecha sobre el portón. Para encontrar la magnitud de F_1, resulta más sencillo calcular los momentos de fuera con respecto a la bisagra inferior. Los momentos de fuerza ejercidos sobre el portón por la bisagra superior y su propio peso son, respectivamente,

$$\tau_1 = -F_1L_1 = -1.2F_1\text{ m}$$
$$\tau_3 = wL_3 = (300\text{ N})(0.9\text{ m}) = 270\text{ N}\cdot\text{m}$$

Por lo tanto,

$$\Sigma\tau = \tau_1 + \tau_3 = 0$$
$$-1.2F_1\text{ m} + 270\text{ N}\cdot\text{m} = 0$$
$$F_1 = 225\text{ N}$$

La fuerza ejercida por el portón sobre la bisagra superior tiene la misma magnitud.

b) Para que el portón se encuentre en equilibrio traslacional, F_{2x} debe ser igual y opuesta a F_1, y F_{2y} debe ser igual y opuesta a w.

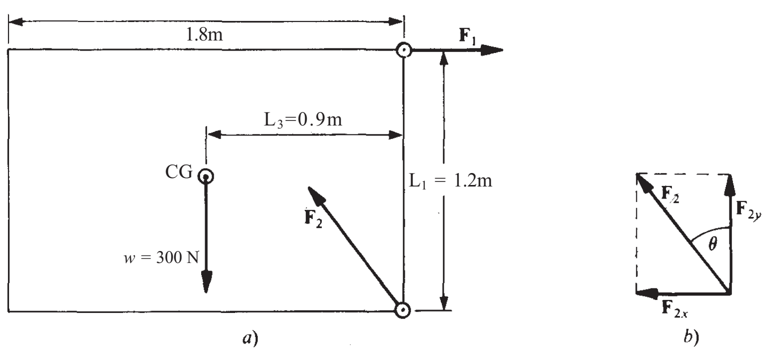


FIGURA 7-14

Por lo tanto,

$$F_{2x} = 225 \text{ N} \qquad F_{2y} = 300 \text{ N}$$

Ya que F_{2x} y F_{2Y} son perpendiculares, la magnitud de F es

$$F = \sqrt{F_{2x}^2 + F_{2y}^2} = 375 \text{ N}$$

Si θ es el ángulo entre F_2 y la vertical, como en la figura 7-14 b).

$$\tan\theta = \frac{F_{2x}}{F_{2y}} = 0.75 \qquad \theta = 37°$$

La fuerza que el portón ejerce sobre la bisagra inferior es igual y opuesta a F_2, por consiguiente, actúa hacia abajo formando un ángulo de 37° con la vertical hacia la derecha.

7.14. Una escalera de 3 m que pesa 220 N descansa sobre una pared sin fricción, apoyada en un punto que se encuentra 2.5 m del suelo. ¿qué fuerza ejerce la escalera a) sobre el suelo y *b)* sobre la pared?

a) Las fuerzas que actúan sobre la escalera son su peso w ejercido hacia abajo en su centro, la fuerza de reacción horizontal F_1 de la pared (no existe componente vertical de la fuerza debido a que la pared no tiene fricción), y la fuerza de reacción F_2 sobre el suelo, la cual tiene tanto componente vertical como horizontal. Puesto que F_{2y} y w son las únicas fuerzas verticales,

$$F_{2y} = w = 220 \text{ N}$$

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{2.5 \text{ m}}{3 \text{ m}} = 0.833 \qquad \theta = 56°$$

Ahora se calculan los momentos de fuerza producidos por F_{2y}, F_{2x} y w, respecto del extremo superior de la escalera:

$$\tau_1 = -F_{2y}L_1 = -(220 \text{ N})(3 \text{ m})(\cos 56°) = -369 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$\tau_2 = F_{2x}L_2 = (F_{2x})(2.5 \text{ m}) = 2.5F_{2x}\text{m}$$

$$\tau_3 = wL_3 = (220 \text{ N})(1.5 \text{ m})(\cos 56°) = 184.5 \text{ N}$$

Al aplicar la condición de equilibrio rotacional se tiene

$$\Sigma\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 = 0$$

$$-369 \text{ N}\cdot\text{m} + 2.5\, F_{2x}\,\text{m} + 184.5 \text{ N} = 0$$

$$F_{2x} = 73.8 \text{ N}$$

La fuerza total que el piso ejerce sobre la escalera es

$$F_2 = \sqrt{F_{2x}^2 + F_{2x}^2} = 232 \text{ N}$$

La fuerza que la escalera ejerce sobre el piso tiene la misma magnitud.

b) La fuerza que la escalera ejerce sobre la pared es igual en magnitud a F_{2x}, a saber: 73.8 N.

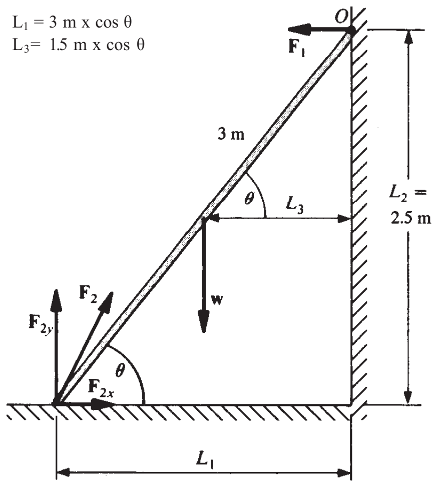


Figura 7-15

7.15. Las llantas delanteras de un camión soportan un peso de 8900 N y las traseras soportan 15 600 N. Los ejes se encuentran a una distancia de 3.7 m. ¿Dónde se ubica el centro de gravedad del camión?

Sea *x* la distancia entre el eje delantero y el centro de gravedad, como se indica en figura 7-16; al calcular los momentos de fuerza con respecto al centro de gravedad se obtiene

$$\Sigma\tau = w_1 x - w_2(3.7\text{ m} - x) = 0$$

$$8900x\text{ N} - 15{,}600\ (3.7\text{ m} - x)\text{ N} = 0$$

$$24\,500x\text{ N} = 57\,720\text{ N}\cdot\text{m}$$

$$x = 2.36\text{ m}$$

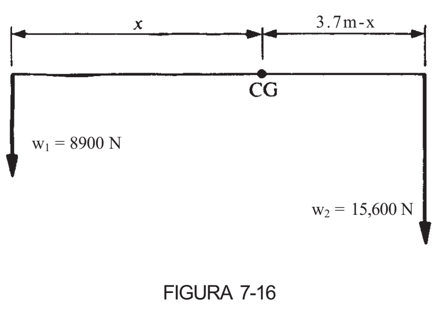


FIGURA 7-16

7.16. Encuentre la ubicación del centro de gravedad de la pieza de madera contrachapada que tiene forma de *L* y que se muestra en la figura 7-17.

Considere que la pieza de madera contrachapada formada por secciones, una que consiste en un rectángulo de 3 m de longitud y 1 m de ancho y la otra que es un cuadrado cuyos lados miden 1 m. Los centros de gravedad de estas secciones se localizan en sus centros geométricos, como lo indica la figura 7-17 b). Si la madera contrachapada tiene una masa m_0 por metro cuadrado, la sección 1 tiene una masa de $3m_0$ y la sección 2 tiene una masa de m_0, ya que sus áreas respectivas son de 3 m^2 y 1 m^2. Por lo tanto, las coordenadas x y *y* del centro de gravedad de la pieza completa de madera contrachapada son

$$X = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2} = \frac{(3m_0)(0.5\text{ m}) + (m_0)(1.5\text{ m})}{3m_0 + m_0} = 0.75\text{ m}$$

$$Y = \frac{m_1y_1 + m_2y_2}{m_1 + m_2} = \frac{(3m_0)(1.5\text{ m}) + (m_0)(0.5\text{ m})}{3m_0 + m_0} = 1.25\text{ m}$$

$$m_1 = 3m_0 \qquad m_2 = m_0$$
$$x_1 = 0.5\text{ m} \qquad x_2 = 1.5\text{ m}$$
$$y_1 = 1.5\text{ m} \qquad y_2 = 0.5\text{ m}$$

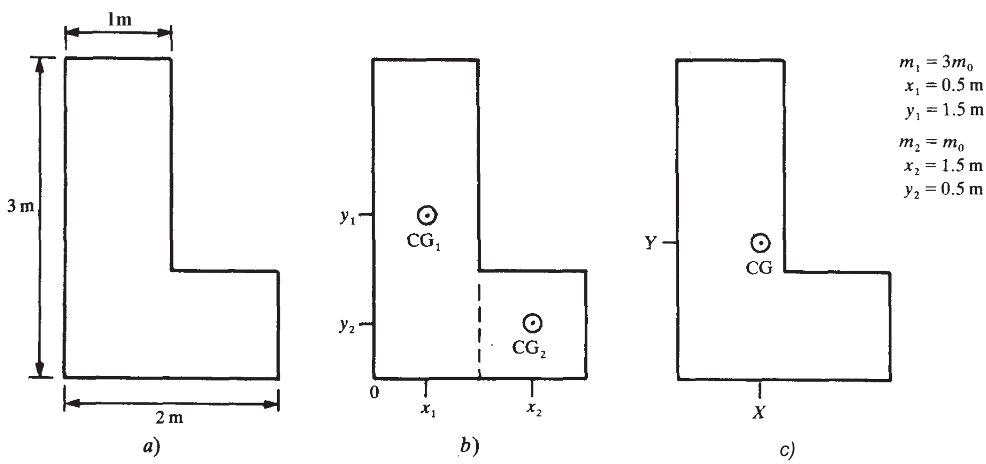


FIGURA 7-17

Problemas complementarios

7.17. Un par consta de dos fuerzas iguales que actúan a lo largo de lineas de acción paralelas y en direcciones opuestas. Si cada una de las fuerzas en un par tiene magnitud *F* y sus líneas de acción están separadas por una distancia *d*, encuentre el momento de fuerza ejercido por el par.

7.18. Las llantas de cierto camión están separadas una distancia de 2 m, y el camión se voltea cuando se inclina 45° hacia un lado. ¿A qué distancia del suelo se encuentra el centro de gravedad del camión?

7.19. Una caja de 180 N está suspendida por medio de dos cuerdas, cada una de las cuales forma un ángulo de 45° con la vertical. ¿Cuál es la tensión en cada cuerda?

7.20. Una caja de 100 kg está suspendida por medio de dos cuerdas; la de la izquierda forma un ángulo de 20° con la vertical y la otra forma un ángulo de 40°. ¿Cuál es la tensión en cada cuerda?

7.21. Una carga de peso desconocido se encuentra suspendida del extremo de una barra horizontal cuyo propio peso es despreciable. El ángulo que forma la barra con el cable que sostiene su extremo es de 30° y la tensión en el cable es de 1800 N. Encuentre el peso de la carga.

7.22. Por medio de una grúa se levanta una barra de acero de 9000 N y para colocarla en su posición sobre un puente en construcción se tira de ella con una cuerda horizontal. ¿Cuál es la tensión en la cuerda cuando el cable que soporta a la barra forma un ángulo de 15° con la vertical?

7.23. Una paloma de 1 kg está parada en el punto medio de una cuerda de tendedero cuyos puntos de apoyo distan 10 m. La cuerda desciende 1 m. Si el peso de la cuerda es despreciable, encuentre la tensión en ella.

7.24. A una viga uniforme de 2 m cuyo peso es de 90 N se la ha añadido a uno de sus extremos un peso de 130 N. ¿Cuál es el punto de equilibrio del sistema?

7.25. Una cubeta de agua va a ser transportada por un hombre y un niño, quienes sostienen, cada uno, el extremo de una vara de 18.2 m de longitud que pasa por el asa de la cubeta. ¿En que punto a lo largo de la vara deberá colocarse la cubeta para que el hombre soporte el doble del peso que soporta el niño? Desprecie el peso de la vara.

7.26. Dos niños, uno de 20 kg y otro de 30 kg se sientan en los extremos opuestos de un sube y baja que mide 4 m de longitud y que está apoyado en su centro. ¿Dónde deberá sentarse otro niño de 20 kg para equilibrar el sube y baja?

7.27. Los ejes de un automóvil de 1200 kg están separados por una distancia de 2m. Si el centro de gravedad del automóvil está 0.9m atrás del eje delantero, ¿cuál es el peso que soporta cada una de las llantas del automóvil?

7.28. a) Una barra horizontal de 50 kg y 4 m de longitud está articulada en mástil vertical y su extremo libre se encuentra sostenido por un cable atado al mástil a una altura de 3 m por encima del punto de articulación. Encuentre la tensión en el cable. b) Se coloca una carga de 200 kg en el extremo libre de la barra. Encuentre la nueva tensión en el cable.

7.29. Resuelva el problema 7.8, considerando el equilibrio rotacional de la barra y utilizando el extremo inferior de la barra como punto de apoyo, con respecto al cual deben calcularse los momentos de fuerza.

7.30. Una puerta de 2 m de altura y 1 m de ancho tiene una bisagra en cada extremo de cada uno de sus lados. La puerta pesa 180 N y la mitad de ese peso la soporta cada bisagra. Encuentre las componentes horizontales de la fuerza que la puerta ejerce sobre cada bisagra.

7.31. Una escalera de 4.8 m que pesa 267 N descansa contra una pared sin fricción, formando un ángulo de 60° con el piso. Sobre la escalera, a tres cuartos de distancia medida a partir de su extremo superior, se encuentra parado un hombre de 68 kg. ¿Cuál es la fuerza que ejerce la parte superior de la escalera sobre la pared?

7.32. Una escalera de 15 kg y 3 m de longitud descansa contra una pared sin fricción en un punto que dista 2.4 m del suelo. Encuentre las componentes vertical y horizontal de la fuerza que la escalera ejerce sobre el piso.

7.33. Un extremo de un tubo de acero de 2 m de longitud está soldado a otro tubo de acero del mismo tipo, de 1 m de longitud, de tal manera que ambos forman una T. ¿Dónde se encuentra el centro de gravedad de este objeto?

Respuestas a los problemas complementarios

7.17. Fd

7.18. 1m

7.19. 127 N en cada cuerda.

7.20. La tensión en la cuerda izquierda es de 727 N y la tensión en la cuerda derecha es de 387 N.

7.21. 900 N

7.22. 2412 N

7.23. 25 N

7.24. El punto de equilibrio está a 41 cm del peso de 130 N.

7.25. La cubeta debe colocarse a 0.6 m del hombre.

7.26. El tercer niño debe sentarse a 1 m del niño de 20 kg.

7.27. Cada una de las llantas delanteras soporta un peso de 3234 N y cada una de las traseras soporta un peso de 2646 N.

7.28. *a)* 408 N *b)* 3675 N

7.29. 5323 N

7.30. 45 N; 45 N

7.31. 173 N

7.32. 147 N; 55 N

7.33. A 67 cm del tubo atravesado.

Movimiento circular y gravitación

8

MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME

Se dice que un cuerpo está en *movimiento circular uniforme* cuando se mueve sobre una trayectoria circular con una velocidad cuya magnitud es constante.

ACELERACIÓN CENTRÍPETA

Aunque la magnitud de la rapidez de un cuerpo en movimiento circular uniforme sea constante, su dirección cambia continuamente. Por lo tanto, el cuerpo está acelerado. La dirección de esta *aceleración centrípeta* apunta hacia el centro del círculo sobre el cual se mueve, y su magnitud es

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

$$\text{Aceleración centrípeta} = \frac{(\text{rapidez del cuerpo})^2}{\text{radio de la trayectoria circular}}$$

Como la aceleración es perpendicular a la trayectoria que sigue el cuerpo, su velocidad cambia sólo de dirección, no de magnitud.

FUERZA CENTRÍPETA

A la fuerza hacia adentro que debe aplicarse sobre un cuerpo para que siga moviéndose en círculo se le llama *fuerza centrípeta.* Sin la fuerza centrípeta no puede existir el movimiento circular. Como $F = ma$, la magnitud de la fuerza centrípeta que actúa sobre un cuerpo en movimiento circular uniforme es

$$\text{Fuerza centrípeta} = F_c = \frac{mv^2}{r}$$

GRAVITACIÓN

De acuerdo con la *ley de la gravitación universal* de Newton, todos los cuerpos en el universo se atraen unos a otros con una fuerza que es directamente proporcional a cada una de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa. En forma de ecuación,

$$\text{Fuerza gravitacional} = F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

donde m_1 y m_2 son las masas de dos cuerpos cualesquiera, r es la distancia entre ellos, y G es una constante cuyo valor en los sistemas de unidades SI e inglés es, respectivamente,

Unidades SI: $G = 6.67 \times 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2/kg^2}$

Unidades inglesas: $G = 3.44 \times 10^{-8}\ \mathrm{lb \cdot ft^2/slug^2}$

La gravitación suministra las fuerzas centrípetas que mantienen a los planetas en sus órbitas alrededor del sol, y a la luna en su órbita alrededor de la Tierra. Un cuerpo esférico se comporta gravitacionalmente como si toda su masa estuviera concentrada en su centro.

Problemas resueltos

8.1. Se hace girar una pelota sobre un círculo horizontal de 50 cm de radio a razón de 1 revolución (r) cada 2 s. Encuentre la aceleración centrípeta de la pelota.

La distancia que la pelota viaja por cada revolución es

$$s = 2\pi r = (2\pi)(0.5\ \mathrm{m}) = 3.14\mathrm{m}$$

y por consiguiente, como cada revolución requiere de 2 s, su rapidez es

$$v = \frac{s}{t} = \frac{3.14\ \mathrm{m}}{2\ \mathrm{s}} = 1.57\ \mathrm{m/s}$$

Por lo tanto, la aceleración centrípeta de la pelota es

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{(1.57\ \mathrm{m/s})^2}{0.5\ \mathrm{m}} = 4.93\ \mathrm{m/s^2}$$

8.2. ¿Cuál es la fuerza centrípeta que se necesita aplicar para hacer que una piedra de 0.5 kg siga moviéndose en un círculo horizontal de 1 m de radio con una rapidez de 4 m/s?

$$F_c = \frac{mv^2}{r} = \frac{(0.5\ \mathrm{kg})(4\ \mathrm{m/s})^2}{1\ \mathrm{m}} = 8\ \mathrm{N}$$

8.3. Se usa una fuerza centrípeta de 1 N para mantener a un yo-yo de 1 kg moviéndose en un círculo horizontal de 0.7 m de radio. ¿Cuál es la rapidez del yo-yo?

Puesto que $F_c = mv^2/r$,

$$v = \sqrt{\frac{F_c r}{m}} = \sqrt{\frac{(1\ \mathrm{N})(0.7\ \mathrm{m})}{0.1\ \mathrm{kg}}} = \sqrt{7}\ \mathrm{m/s} = 2.6\ \mathrm{m/s}$$

8.4. ¿Cuál es la fuerza centrípeta que se necesita para que un patinador de 72 kg siga moviéndose en un círculo de 6 m de radio con una rapidez de 3 m/s?

$$F_c = \frac{mv^2}{r} = \frac{(72\text{ kg})(3\text{ m/s})^2}{6\text{ m}} = 108\text{ N}$$

8.5. Un automóvil de 1000 kg describe una curva circular de 30 m de radio con una rapidez de 9 m/s. a) ¿Cuál es la fuerza centrípeta requerida? b) ¿De donde proviene esta fuerza?

a)
$$F_c = \frac{mv^2}{r} = \frac{(1000\text{ kg})(9\text{ m/s})^2}{30\text{ m}} = 2700\text{ N}$$

o) La fuerza centrípeta que actúa sobre un automóvil que describe una curva en una carretera plana proviene de la fricción producida por la carretera sobre las llantas del automóvil.

8.6. La fuerza máxima que una carretera puede ejercer sobre las llantas de un automóvil de 1400 kg es de 8800 N. ¿Cuál es la rapidez máxima a la que un automóvil puede tomar una cuerva de 97 m de radio?

Despejando v la fórmula $F_c = mv^2/r$, se tiene

$$v = \sqrt{\frac{F_c r}{m}} = \sqrt{\frac{(8800\text{ N})(97\text{ m})}{1{,}400\text{ kg}}} = \sqrt{610}\text{ m/s} = 24.7\text{ m/s}$$

que equivale a

$$(24.7\text{ m/s})\left(3.6\,\frac{\text{km/h}}{\text{m/s}}\right) = 89\text{ km/h}$$

8.7. Un automóvil viaja a 30 km/h en una carretera a nivel donde el coeficiente de fricción estática entre las llantas y la carretera es de 0.8. Encuentre el radio mínimo de la curva que el automóvil puede tomar sin que derrape.

La fuerza máxima que la fricción puede proporcionar en este caso es

$$F_f = \mu N = \mu w = \mu mg$$

Por lo tanto,

$$\text{Fuerza centrípeta} = \text{fuerza de fricción}$$

$$\frac{mv^2}{r} = \mu mg$$

$$r = \frac{v^2}{\mu g}$$

La rapidez del automóvil es

$$v = (30\text{ km/h})\left(0.2778\,\frac{\text{m/s}}{\text{km/h}}\right) = 8.3\text{ m/s}$$

y así, el radio mínimo de la curva para este caso es

$$r = \frac{v^2}{\mu g} = \frac{(8.3\text{ m/s})^2}{(0.8)(9.8\text{ m/s}^2)} = 8.8\text{ m}$$

8.8. Las curvas de las carreteras normalmente están *peraltadas* (inclinadas hacia adentro) con un ángulo θ, tal que la componente horizontal de la fuerza de reacción que la carretera ejerce sobre un automóvil que viaja a una velocidad predeterminada, es igual a la fuerza centrípeta requerida. Encuentre el ángulo de peralte adecuado para un automóvil que toma una cuerva de radio r con una rapidez v.

En ausencia de fricción, la fuerza de reacción F que la carretera ejerce sobre el automóvil es perpendicular a la superficie da la carretera. La componente vertical F_y de esta fuerza soporta el peso w del automóvil, y su componente horizontal F_x suministra la fuerza centrípeta mv^2/r. De la figura 8-1 se tiene

$$F_x = F \operatorname{sen} \theta = \frac{mv^2}{r}$$

$$F_y = F \cos \theta = w = mg$$

Dividiendo a F_x entre F_y

$$\frac{F \operatorname{sen} \theta}{F \cos \theta} = \frac{mv^2}{mgr} \qquad \tan \theta = \frac{v^2}{gr}$$

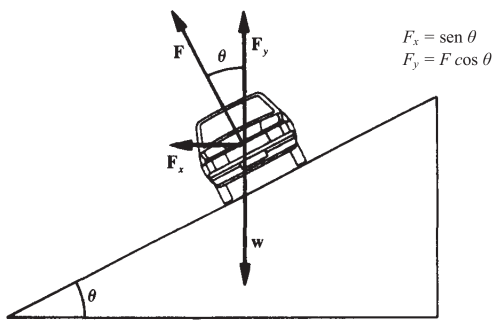


Figura 8-1

El ángulo de peralte *d,* adecuado depende únicamente de *v* y r, y no de la masa del automóvil. Si un automóvil toma una cuerva peraltada a una velocidad menor que la que corresponde a ese peralte, la fricción tiende a evitar que resbale hacia abajo por la pendiente de la carretera; si el automóvil viaja más rápido, la fricción tiende a evitar que patine hacia afuera. Si la rapidez del automóvil es demasiada, la fricción no será suficiente como para mantenerlo sobre la carretera.

8.9. *a)* Encuentre el ángulo de peralte adecuado para automóviles que viajan a 80 km/h al tomar una curva de 300 m de radio. *b)* Si la curva no estuviera peraltada, ¿Cuál sería el coeficiente de fricción que se necesitaría entre las llantas y la carretera?

a) En este caso v = (80 km/h) [0.2778(m/s)(km/h)] = 22.2 m/s, así, de la solución del problema 8.8,

$$\tan \theta = \frac{v^2}{gr} = \frac{(22.2 \text{ m/s})^2}{(9.8 \text{ m/s}^2)(300 \text{ m})} = 0.168 \qquad \theta = 9.6°$$

b) De la solución del problema 8.7, $r = v^2/(\mu g)$. Por lo tanto,

$$\mu = \frac{v^2}{gr} = 0.168$$

8.10. Se utilizan una cuerda de 0.5 m de longitud para hacer que una piedra de 1 kg describa un círculo vertical con una rapidez uniforme de 5 m/s. ¿Cuál es la tensión en la cuerda a) cuando la piedra está en la parte superior del circulo y o) cuando la piedra está en la parte inferior del círculo?

a) La fuerza centrípeta necesaria para mantener a la piedra moviéndose a 5 m/s es

$$F_c = \frac{mv^2}{r} = \frac{(1\ \text{kg})(5\ \text{m/s})^2}{0.5\ \text{m}} = 50\ \text{N}$$

En la parte superior del círculo el peso de la piedra representa una fuerza hacia abajo que actúa sobre ella hacia el centro del círculo:

$$w = mg = (1\ \text{kg})(9.8\ \text{m/s}^2) = 9.8\ \text{N}$$

De la figura 8-2 a), la tensión en la cuerda es

$$T = F_c - w = 50\ \text{N} - 9.8\ \text{N} = 40.2\ \text{N}$$

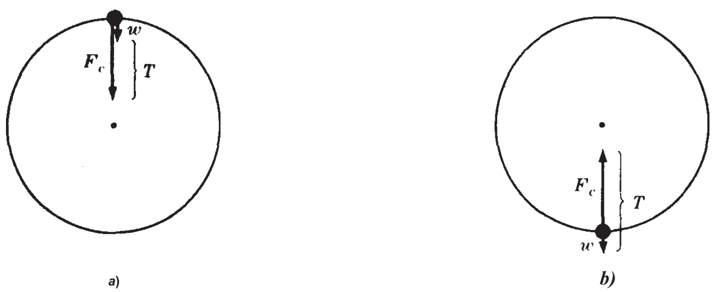


FIGURA 8-2

b) En la parte inferior del círculo, el peso de la piedra actúa en dirección opuesta al centro del círculo, por lo que la cuerda debe suministrar una fuerza igual a *w* más F_c como se indica en la figura 8-2 *b).* Por lo tanto.

$$T = F_c + w = 50\ \text{N} + 9.8\ \text{N} = 59.8\ \text{N}$$

8.11. ¿Cuál es la fuerza gravitacional que una esfera de plomo de 1 tm (tonelada métrica) ejerce sobre otra esfera idéntica que se encuentra a 3 m de distancia?

La masa de cada esfera es

$$m = \text{tm} = 1000\ \text{kg}$$

Por consiguiente

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2} = \left(6.67 \times 10^{-11}\ \frac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{kg^2}}\right)\left[\frac{(1000\ \mathrm{kg})(1000\ \mathrm{kg})}{(3\ \mathrm{m})^2}\right] = 7.4 \times 10^{-6}\ \mathrm{N}$$

que es una fuerza menor que la que resultaría al soplar suavemente sobre una de las esferas.

8.12. Una muchacha pesa 550 N sobre la superficie de la Tierra. a) ¿Cuánto pesará a una altura por encimé de la superficie de la Tierra equivalente a un radio terrestre? b) ¿Cuál será su masa ahí?

a) Como la fuerza gravitacional que la Tierra ejerce sobre un objeto que se encuentra a una distancia r de su centro varía según $1/r^2$, la fuerza gravitacional sobre la muchacha respecto a su valor mg en la superficie terrestre (donde $r = r_t$

$$F = \left(\frac{r_e}{r}\right)^2 mg$$

Cuando la muchacha está a una distancia r_t por encima de la tierra, $r = 2r_t$ y

$$F = \left(\frac{r_t}{r}\right)^2 mg = \left(\frac{r_t}{2r_t}\right)^2 w = (\tfrac{1}{4})(550\ \mathrm{N}) = 137.5\ \mathrm{N}$$

b) La masa de la muchacha $m = w/g$ = 550 N/9.8 m/s^2 - 56 kg es la misma en todas partes.

8.13. Encuentre la aceleración de la gravedad a una altitud de 1000 km.

La fuerza gravitacional $Gm_t m/r^2$ que la Tierra ejerce sobre un objeto de masa m que este distancia r del centro terrestre es igual al peso mg del objeto a esa distancia, donde m_t es la mas Tierra. Por consiguiente,

$$\frac{Gm_t m}{r^2} = mg \qquad\qquad g = \frac{Gm_t}{r^2}$$

Sobre la superficie de la Tierra, donde $g = g_0$ = 9.8 m/s^2 y $r = r_t$ = 6400 km,

$$g_0 = \frac{Gm_t}{r_t^2}$$

Por lo tanto, a una distancia r del centro de la Tierra la aceleración de la gravedad es

$$g = \left(\frac{r_t}{r}\right)^2 g_0$$

Para $r = r_t + h$ = 6400 km + 1000 km = 7400 km,

$$g = \left(\frac{6400\ \mathrm{km}}{7400\ \mathrm{km}}\right)^2 (9.8\ \mathrm{m/s^2}) = 7.3\ \mathrm{m/s^2}$$

8.14. Encuentre la velocidad que debe tener un satélite artificial para ponerse en órbita circular alrededor de la Tierra exactamente arriba de su superficie.

En una órbita estable, la fuerza gravitacional *mg* sobre el satélite debe ser igual a la fuerza centrípeta mv^2/r. Por lo tanto,

$$\frac{mv^2}{r} = mg$$

$$v^2 = rg.$$

$$v = \sqrt{rg}$$

La masa del satélite es irrelevante. Para encontrar v, debe utilizarse el radio de la Tierra r, para *r* y la aceleración de la gravedad en la superficie terrestre para *g.* Esto produce

$$v = \sqrt{r_t g} = \sqrt{(6.4 \times 10^6 \text{ m})(9.8 \text{ m/s}^2)} = 7.9 \times 10^3 \text{ m/s}$$

que equivale aproximadamente a 28,400 km/s. Con una velocidad menor que ésta, un vehículo espacial proyectado horizontalmente por encima de la Tierra caería sobre su superficie; con una velocidad mayor, recorrería una órbita elíptica en lugar de una circular.

8.15. Un satélite con una *órbita geoestacionaria* gira alrededor de la Tierra en un periodo de exactamente 1 día, de tal forma que todo el tiempo permanece sobre un punto específico. La mayoría de los satélites en tales órbitas funcionan como retransmisores para radiocomunicaciones, en particular para llamadas telefónicas intercontinentales. Encuentre la altitud para una órbita geoestacionaría.

Un satélite que se mueve en una órbita circular de radio *r* cubre una distancia de *2nr* en un período *T.* Por consiguiente, su velocidad es $v = 2\pi r/T$. De la solución del problema 8.14, se obtiene otra fórmula para la velocidad del satélite que es $v = \sqrt{rg}$. Igualando estas dos fórmulas se puede eliminar *v.*

$$\frac{2\pi r}{T} = \sqrt{rg}$$

De la solución del problema 8.13, $g = (r_t r)^2 g_0$, así que

$$\frac{2\pi r}{T} = \sqrt{\frac{r_t^2 g_0}{r}}$$

Al elevar ambos lados al cuadrado se tiene

$$\frac{4\pi^2 r^2}{T^2} = \frac{r_t^2 g_0}{r}$$

Multiplicando ambos lados por *r* resulta

$$\frac{4\pi^2 r^3}{T^2} = r_t^2 g_0$$

Despejando *r* se obtiene

$$r = \left(\frac{r_t^2 g_0 T^2}{4\pi^2}\right)^{1/3}$$

Puesto que en este caso $T = 1$ día = (24 h)(60 min/h)(60 s/min) = 8.64×10^4 s,

$$r = \left[\frac{(6.4 \times 10^6 \text{ m})^2 (9.8 \text{ m/s}^2)(8.64 \times 10^4 \text{ s})^2}{4\pi^2} \right]^{1/3} = 4.23 \times 10^7 \text{ m}$$

La altitud sobre la superficie terrestre que corresponde es

$$h = r - r_t = (4.23 - 0.64) \times 10^7 \text{ m} = 3.59 \times 10^7 \text{ m} = 35{,}900 \text{ Km.}$$

Problemas complementarios

8.16. ¿Puede moverse un cuerpo en una trayectoria curva sin estar acelerado?

8.17. ¿Bajo que condiciones, si es el caso, cambian g y G al aumentar la altura sobre la superficie de la Tierra?

8.18. La masa de la luna es de aproximadamente el 1 por ciento de la masa de la Tierra. ¿Cómo es la fuerza gravitacional que ejerce la Tierra sobre la luna, comparada con la que ejerce la luna sobre la Tierra?

8.19. Se perfora un pozo que llega hasta el centro de la Tierra y se deja caer en él una piedra cuya masa en la superficie terrestre es de 1 kg. ¿Cuál es la masa de la piedra cuando está en el centro de la Tierra? ¿Cuál es su peso?

8.20. Se hace girar una cuerda de tal manera que su extremo quede libre describe un círculo horizontal de 1.5 m de radio. Si cada revolución de la cuerda tarda 4 s, encuentre la aceleración centrípeta de su extremo.

8.21. Se hace girar en un círculo horizontal una pelota de 0.02 kg atada al extremo de una cuerda de 0.5 m de longitud, cuya resistencia a la ruptura es de 1 N. Despreciando la gravedad, ¿cuál es la máxima velocidad que puede adquirir la pelota?

8.22. ¿Cuál es la fuerza centrípeta que se necesita para lograr que una esfera de hierro que pesa 17 N se mantenga en movimiento o girando en un círculo horizontal de 1.5 m de radio a una velocidad de 4.5 m/s?

8.23. Un avión de 5000 kg da una vuelta horizontal de radio 1 km a una velocidad de 50 m/s. ¿Cuál es la fuerza centrípeta requerida?

8.24. Una motocicleta empieza a patinarse al tomar una curva de 15 m de radio a una velocidad de 12 m/s. ¿Cuál es la velocidad máxima con la que puede tomar una curva de 30 m de radio?

8.25. ¿Cuál es el coeficiente mínimo de fricción estática que necesita un automóvil que viaja a 60 km/h para tomar una curva a nivel (sin peralte) de 40 m de radio?

8.26. El coeficiente de fricción estática entre las llantas de un automóvil y cierta carretera de concreto es igual a 1.0 cuando la carretera está seca y 0.7 cuando está mojada. Si el automóvil puede dar una vuelta a 40 km/h, sin peligro, en un día seco, ¿cuál es la velocidad máxima que se necesita para dar esa misma vuelta en un día lluvioso?

8.27. Un avión que viaja a 500 km/h se inclina lateralmente-en un ángulo de 40°. Si no se usa el timón, ¿cuál es el radio de la curva que describe el avión?

8.28. La curva de una autopista, cuyo radio es de 250 m, está peraltada en un ángulo de 14°. ¿Para qué velocidad está diseñada la curva?

8.29. Se utiliza una cuerda de 1 m de longitud para hacer girar en un círculo vertical a una pelota de masa desconocida. ¿Cuál es la velocidad mínima que la pelota debe tener para que la cuerda esté tensa cuando la pelota se encuentre en el punto más alto del círculo?

8.30. Una mujer hace girar una cubeta de agua en un círculo vertical de 1 m de radio. a) Si el agua no debe derramarse, ¿cuál es la velocidad mínima que la cubeta debe tener? *b)* ¿Cual es el tiempo por revolución para esta velocidad?

8.31. ¿Cuál es la fuerza gravitacional entre un hombre de 80 kg y una mujer de 50 kg que están separados a 2 m de distancia?

8.32. ¿Cuál es la fuerza gravitacional entre dos elefantes de 1500 kg cuando están a 6 m de distancia?

8.33. La aceleración de la gravedad sobre la superficie de Marte es de 0.4g ¿Cuánto pesaría una persona en la superficie de Marte si su peso en la superficie terrestre es de 800 N?

8.34. Un hombre pesa 800 N en la superficie de la Tierra. a) ¿Cuál sería su peso a una distancia del centro de la Tierra igual a 3 veces el radio de la Tierra? b) ¿Cuál sería su masa ahí?

8.35. Un simio de 10 kg se encuentra a 10^6 m sobre la superficie terrestre. a) ¿Cuál es su peso ahí? *b)* ¿Cuál es su masa ahí?

8.36. Encuentre el peso de una persona de 80 kg sobre la superficie de la Tierra y a 2000 km de altitud.

8.37. ¿A qué altitud tendrá una persona la mitad del peso que tiene sobre la superficie terrestre?

8.38. Encuentre la velocidad en metros por segundo que debe tener un satélite artificial terrestre para mantener una órbita circular a una altitud de la mitad de un radio terrestre.

8.39. Encuentre el radio de la órbita de un satélite, cuyo periodo es de 12 h.

Respuestas a los problemas complementarios

8.16. No.

8.17. El valor de g disminuye; el valor de G es el mismo en cualquier parte del universo.

8.18. Son iguales.

8.19. 1kg; 0

8.20. 3.7 m/s^2

8.21. 5 m/s

8.22. 23.4 N

8.23. 1.25×10^4 N

8.24. 17 m/s

8.25. 0.71

8.26. 33.5 km/h

8.27. 2.35 km

8.28. 24.7 m/s

8.29. 3.1 m/s

8.30. a) 3.1 m/s b) 2 s

8.31. 6.67×10^{-8} N

8.32. 4.17×10^{-6} N

8.33. 320 N

8.34. a) 89 N b) 81.6 kg

8.35. a) 73 N b) 10 kg

8.36. 784 N; 455 N

8.37. 2650 km

8.38. 6.5×10^{3} m/s

8.39. 2.67×10^{7} m

Energía

9

TRABAJO

El *trabajo* es una medida de la cantidad de cambio (en sentido general) que una fuerza produce cuando actúa sobre un cuerpo. El cambio puede producirse en la velocidad del cuerpo, en su posición, en su tamaño o forma, etc.

Por definición, el trabajo realizado por una fuerza que actúa sobre un cuerpo es igual al producto de la fuerza por la distancia en la que la fuerza actúa, siempre y cuando F y s estén en la misma dirección. Es decir,

$$W = Fs$$

$$\text{Trabajo} = (\text{fuerza})(\text{distancia})$$

El trabajo es una cantidad escalar; no se le asocia dirección.

Si F y s no son paralelas, pero forman un ángulo *d* entre si, entonces

$$W = Fs \cos d$$

Puesto que cos 0 = 1, esta fórmula se convierte en W = *Fs* cuando F es paralela a s. Cuando F es perpendicular a s, $\theta = 90°$ y cos 90° = 0. En este caso, no se realiza trabajo.

La unidad de trabajo es el producto de una unidad de fuerza y una unidad de longitud. En el sistema de unidades SI, la unidad de trabajo es el *joule* (J).

Unidades SI:	1 joule (J) = 1 newton-metro = 0.738 ft · lb
Unidades inglesas:	1 pie-libra (ft · Ib) = 1.36 J

POTENCIA

La *potencia* es la rapidez con la cual una fuerza realiza un trabajo. Por consiguiente,

$$P = \frac{W}{t}$$

$$\text{Potencia} = \frac{\text{trabajo realizado}}{\text{tiempo}}$$

Entre mayor sea la potencia de un objeto, mayor, será el trabajo que pueda realizar en un tiempo dado.

Las dos unidades especiales de potencia que se utilizan son el *watt* y el *caballo de potencia,* donde

$$1 \text{ watt (W)} = 1 \text{ J/s} = 1.34 \times 10^{-3} \text{ hp}$$

$$1 \text{ caballo de potencia (hp)} = 550 \text{ ft} \cdot \text{lb/s} = 746 \text{ W}$$

Un *kilowatt* (kW) es igual a 10^3 W, o 1.34 hp. Un *kilowatt-hora* es el trabajo realizado en 1 h por un agente que produce una potencia de 1 kW; así 1 kWh = 3.6×10^6 J.

ENERGÍA

La *energía* es una propiedad asociada con la capacidad de realizar trabajo. Entre más energía posea un objeto, mayor será el trabajo que pueda realizar. Toda energía cae dentro de una de las tres categorías generales: energía cinética, energía potencial y energía de la masa en reposo.

Las unidades de energía son las mismas que las de trabajo, es decir: el joule y el pie-libra.

ENERGÍA CINÉTICA

A la energía que un cuerpo posee en virtud de su movimiento se le llama *energía cinética.* Si la masa del cuerpo es *m* y su velocidad *v,* la energía cinética es

$$\text{Energía cinética} = \text{EC} = \tfrac{1}{2}mv^2$$

ENERGÍA POTENCIAL

La energía que un cuerpo posee en virtud de su posición se llama *energía potencial.* Un libro tiene energía potencial gravitacional cuando se sostiene a determinada altura sobre el piso, porque puede realizar trabajo sobre otro cuerpo cuando cae; un clavo colocado cerca de un imán tiene energía potencial magnética puesto que puede realizar trabajo al acercarse al imán; el resorte de la cuerda de un reloj posee energía potencial elástica porque puede realizar trabajo cuando se desenrolla.

La energía potencial gravitacional de un cuerpo de masa *m* y que está a una altura *h* por encima de un determinado nivel de referencia es

$$\text{Energía potencial gravitacional} = \text{EP} = mgh$$

donde *g* es la aceleración de la gravedad. En términos del peso *w* del cuerpo,

$$\text{EP} = wh$$

ENERGÍA DE LA MASA EN REPOSO

La materia puede convertirse en energía y la energía en materia. La *energía de la masa en reposo* de un cuerpo es la energía que el cuerpo posee en virtud de su masa. De ahí que la masa pueda considerarse como una forma de energía. Un cuerpo tiene energía por su masa en reposo además de la EC o EP que pueda poseer.

Si m_0 es la masa de un cuerpo cuando éste se encuentra en reposo, la energía de su masa en reposo es

$$\text{Energía de la masa en reposo} = E_0 = m_0C^2$$

En esta fórmula c es la velocidad de la luz, cuyo valor es

$$c = 3.00 \times 10^8 \text{ m/s} = 9.83 \times 10^8 \text{ ft/s} = 186{,}000 \text{ mi/s}$$

Se hace mención específica de la masa en reposo m_0 porqué la masa de un cuerpo en movimiento aumenta con la velocidad. Sin embargo, el aumento se hace apreciable sólo cuando las velocidades son extremadamente altas.

CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA

De acuerdo con la ley de la *conservación de la energía,* la energía no puede crearse ni destruirse, aunque una forma de energía sí puede transformarse en otra. La cantidad total de energía en el universo es constante. La caída de una piedra constituye un ejemplo simple: a medida que la piedra cae, su energía potencial inicial se va convirtiendo en energía cinética conforme aumenta la velocidad hasta que, finalmente cuando golpea el piso toda la energía potencial (EP) se ha convertido en energía cinética (EC). Entonces, la EC de la piedra se transfiere al piso con el impacto.

En general,

$$\begin{matrix}\text{Trabajo realizado} \\ \text{sobre un cuerpo}\end{matrix} = \begin{matrix}\text{cambio en la EC} \\ \text{del objeto}\end{matrix} + \begin{matrix}\text{cambio de la EP} \\ \text{del objeto}\end{matrix} + \begin{matrix}\text{trabajo realizado} \\ \text{por el objeto}\end{matrix}$$

El trabajo realizado por un objeto contra la fricción se convierte en calor, hecho que se explica en capítulos posteriores.

Problemas resueltos

9.1. Una fuerza neta actúa sobre un cuerpo en movimiento. ¿Realiza esta fuerza trabajo sobre el objeto?

La fuerza no realiza trabajo sobre el objeto si su dirección es perpendicular a la dirección del movimiento del objeto.

9.2. Se utiliza una fuerza de 60 N al empujar una caja de 150 N una distancia de 10 m sobre el piso horizontal de un almacén. a) ¿Cuál es el trabajo realizado? b) ¿Cuál es el cambio en la energía potencial de la caja?

a) En este caso no importa el peso de la caja puesto que la altura no cambia. El trabajo realizado es:

$$W = Fs = (60\text{ N})(10\text{ m}) = 600\text{ J}$$

b) Como la altura de la caja no cambia, su energía potencial permanece igual.

9.3. a) ¿Qué trabajo necesita realizarse para subir la cabina de un elevador que pesa 8000 N hasta una altura de 25 m? *b)* ¿Cuál es la energía potencial de la cabina en su nueva posición?

a) La fuerza que se necesita es igual al peso de la cabina. Por lo tanto,

$$W = Fs = wh = (8000\text{ N})(25\text{ m}) = 2 \times 10^5\text{ J}$$

b)

$$\text{EP} = wh = 2 \times 10^5\text{ J}$$

9.4. a) ¿Qué trabajo se realiza al levantar un libro de 2 kg desde el piso a una altura de 1.5 m? b) ¿Cuál es la energía potencial del libro en su nueva posición?

a) $$W = Fs = mgh = (2\ \text{kg})(9.8\ \text{m/s}^2)(1.5\ \text{m}) = 29.4\ \text{J}$$

b) $$\text{EP} = mgh = 29.4\ \text{J}$$

9.5. a) ¿Qué fuerza debe aplicarse para sostener un libro de 2 kg a una altura de 1.5 m por encima del piso? *b)* ¿Cuál es el trabajo realizado si se sostiene en ese lugar durante 10 min?

a) La fuerza necesaria es igual al peso del libro

$$w = mg = (2\ \text{kg})(9.8\ \text{m/s}^2) = 19.6\ \text{N}$$

b) No se realiza trabajo ya que el libro se mueve.

9.6. Cuando se levanta una estatua de bronce de 200 kg se realiza un trabajo de 10,000 J. ¿A qué altura se levantó?

Puesto que *W = Fs = mgh,*

$$h = \frac{W}{mg} = \frac{10^4\ \text{J}}{(200\ \text{kg})(9.8\ \text{m/s}^2)} = 5.1\ \text{m}$$

9.7. Una mujer de 65 kg sube corriendo por una escalera y llega a una altura de 3 m en 5 s. Encuentre la mínima potencia que desarrolla.

La fuerza mínima hacia abajo que las piernas de la mujer deben ejercer tendrá que ser igual a su peso $w = mg$ = (65 kg) (9.8 m/s^2) = 637 N. Por consiguiente

$$P = \frac{W}{t} = \frac{Fs}{t} = \frac{(637\ \text{N})(3\ \text{m})}{5\ \text{s}} = 382\ \text{W}$$

Como 1 hp = 746 W,

$$P = \frac{382\ \text{W}}{746\ \text{W/hp}} = 0.51\ \text{hp}$$

9.8. Un hombre empuja una caja con una fuerza horizontal de 200 N para subirla por una rampa de 8 m de longitud que forma un ángulo de 20° por encima de la horizontal. a) ¿Qué trabajo realiza el hombre? *b)* Si tarda 12 s en subirla, ¿qué potencia desarrolla en watts y en caballos de potencia?

a) $$W = Fs\cos\theta = (200\ \text{N})(8\ \text{m})(\cos 20°) = 1504\ \text{J}$$

b) $$P = \frac{W}{t} = \frac{1504\ \text{J}}{12\ \text{s}} = 125\ \text{W}$$

Puesto que 1 hp = 746 W,

$$P = \frac{125\ \text{W}}{746\ \text{W/hp}} = 0.17\ \text{hp}$$

9.9. Al levantar un bloque de concreto de 500 kg hasta una altura de 80 m se usa una grúa impulsada por un motor de 20 hp. Si la eficiencia es del 80 por ciento, ¿cuánto tiempo tarda?

La fuerza hacia arriba F que se requiere es igual al peso del bloque, $mg = (500\ \text{kg})(9.8\ \text{m/s}^2) = 4900$ N. La potencia disponible es

$$P = (0.80)(20\ \text{hp})(746\ \text{W/hp}) = 1.19 \times 10^4\ \text{W}$$

Como $P = W/t = Fs/t$,

$$t = \frac{Fs}{P} = \frac{(4900\ \text{N})(80\ \text{m})}{1.19 \times 10^4\ \text{W}} = 32.9\ \text{s}$$

9.10. Una lancha del motor necesita 80 hp para moverse a una velocidad constante de 16 km/h. ¿Cuál es la fuerza de resistencia del agua sobre el bote a esta velocidad?

Puesto que $\upsilon = s/t$, $P = W/t = Fs/t = F\upsilon$. En este caso,

$$\upsilon = (16\ \text{km/h})\left(0.2778\ \frac{\text{m/s}}{\text{km/h}}\right) = 4.44\ \text{m/s}$$

y

$$P = (80\ \text{hp})\left(746\ \frac{\text{W}}{\text{hp}}\right) = 59{,}680\ \text{W}$$

En consecuencia,

$$F = \frac{P}{\upsilon} = \frac{59{,}680\ \text{W}}{4.44\ \text{m/s}} = 13{,}441\ \text{N}$$

9.11. Un caballo desarrolla una potencia de 1 hp cuando tira de una carreta con una fuerza de 300 N. ¿Cuál es la velocidad de la carreta?

Como $P = 1\ \text{hp} = 746\ \text{W} = F\upsilon$, $\upsilon = P/F = 746\ \text{W}/300\ \text{N} = 2.5\ \text{m/s}$.

9.12. Un automóvil de 1100 kg sube a 50 km/h por una pendiente inclinada 10° por encima de la horizontal. Si la eficiencia neta es del 70 por ciento, ¿cuál es la potencia que desarrolla el motor del automóvil?

En la figura 9-1, el peso w del automóvil tiene una componente F dirigida a lo largo de la pendiente y de magnitud

$$F = w \operatorname{sen} \theta = mg \operatorname{sen} \theta = (1100\ \text{kg})(9.8\ \text{m/s}^2)(\operatorname{sen} 10°) = 1873\ \text{N}$$

$F = w$ sen 0.

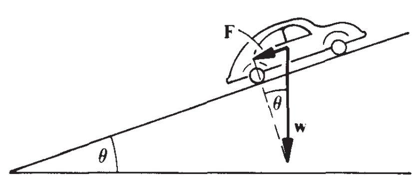


FIGURA 9-1

La fuerza suministrada por el motor del automóvil debe ser igual a esta cantidad. La velocidad del automóvil es

$$v = (50 \text{ km/h})\left(0.2778 \frac{\text{m/s}}{\text{km/h}}\right) = 13.9 \text{ m/s}$$

y así, como $P = Fv$, la potencia requerida a una eficiencia del 100 por ciento es

$$P = Fv = (1872 \text{ N})(13.9 \text{ m/s}) = 2.6 \times 10^4 \text{ W}$$

Como 1 hp = 746 W

$$P = \frac{2.6 \times 10^4 \text{ W}}{746 \text{ W/hp}} = 34.9 \text{ hp}$$

Con una eficiencia del 70 por ciento se tiene que

$$P = \frac{34.9 \text{ hp}}{0.70} = 49.9 \text{ hp}$$

9.13. Calcule la energía cinética de un automóvil de 1000 kg que viaja a 20 m/s.

$$\text{EC} = \tfrac{1}{2}mv^2 = (\tfrac{1}{2})(1000 \text{ kg})(20 \text{ m/s})^2 = 2 \times 10^5 \text{ J}$$

9.14. ¿Cuál es la velocidad de un objeto de 1 kg que posee una energía cinética de 1 J?

Como EC = $\tfrac{1}{2}mv^2$

$$v = \sqrt{\frac{2(\text{EC})}{m}} = \sqrt{\frac{2(1 \text{ J})}{1 \text{ kg}}} = \sqrt{2} \text{ m/s} = 1.4 \text{ m/s}$$

9.15. Una mujer de 58 kg patina a una velocidad de 5 m/s. ¿Cuál es la energía cinética?

$$\text{EC} = \tfrac{1}{2}mv^2 = (\tfrac{1}{2})(58 \text{ kg})(5 \text{ m/s})^2 = 725 \text{ J}$$

9.16. ¿Cuál es la energía cinética de un automóvil que pesa 11,000 N si viaja a 65 km/h?

La masa del automóvil es

$$m = \frac{w}{g} = \frac{11{,}000 \text{ N}}{9.8 \text{ m/s}^2} = 1122.4 \text{ kg}$$

y su velocidad es

$$v = (65 \text{ km/h})\left(0.2778 \frac{\text{m/s}}{\text{km/h}}\right) = 18 \text{ m/s}$$

Por lo tanto, la energía cinética del automóvil es

$$\text{EC} = \tfrac{1}{2}mv^2 = (\tfrac{1}{2})(1122.4 \text{ kg})(18 \text{ m/s})^2 = 1.82 \times 10^5 \text{ J}$$

9.17. Una niña que se mece en un columpio alcanza el punto más alto a 2 m por encima del suelo, y el punto más bajo a 90 cm. ¿Cuál es la velocidad máxima de la niña.?

La niña alcanza la velocidad máxima *v* en el punto más bajo. La energía cinética ahí es igual a la pérdida de energía potencial al descender una altura h = 2 m - 0.9 m = 1.1 m. Por consiguiente,

$$\text{EC} = \text{EP}$$

$$\tfrac{1}{2}mv^2 = mgh$$

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{(2)(9.8\ \text{m/s}^2)(1.1\ \text{m})} = \sqrt{21.56}\ \text{m/s} = 4.6\ \text{m/s}$$

Este resultado no depende de la masa de la niña.

9.18. Un hombre desciende en esquíes por una pendiente de 200 m de altura. Si la velocidad al final de la pendiente es de 20 m/s, ¿qué porcentaje de energía potencial inicial se perdió por la fricción y la resistencia del aire?

$$\frac{\text{EC final}}{\text{EP inicial}} = \frac{\frac{1}{2}mv^2}{mgh} = \frac{v^2}{2gh} = \frac{(20\ \text{m/s})^2}{(2)(9.8\ \text{m/s}^2)(200\ \text{m})} = 0.102 = 10.2\ \%$$

lo que significa que se perdió el 89.8 por ciento de la EP inicial.

9.19. Se usa un martillo de 1.5 kg para introducir un clavo en una tabla de madera. Si el martillo se mueve con una velocidad de 4.5 m/s cuando golpea el clavo y éste penetra 1 cm en la tabla, encuéntrese la fuerza promedio que el martillo ejerce sobre el clavo.

Para encontrar la fuerza F que el martillo ejerce sobre el clavo se procede como sigue, con s = 1 cm = 0.01 m:

$$\text{EC del martillo} = \text{trabajo realizado sobre el clavo}$$

$$\tfrac{1}{2}mv^2 = Fs$$

$$F = \frac{mv^2}{2s} = \frac{(1.5\ \text{kg})(4.5\ \text{m/s})^2}{(2)(0.01\ \text{m})} = 1520\ \text{N}$$

9.20. Por una rampa de 15 m de longitud y 2 m de altura se jala una caja de 30 kg con una fuerza constante de 100 N. La caja parte del reposo y llega a la parte superior de la rampa con una velocidad de 2 m/s. ¿Cuál es la fuerza de fricción entre la caja y la rampa?

De la conservación de la energía,

$$W = \Delta\text{EC} + \Delta\text{EP} + W_f$$

Trabajo realizado por la fuerza aplicada sobre la caja	=	cambio en la EC de la caja	+	cambio en EP de la caja	+	trabajo realizado contra la fricción

(Δ es la letra mayúscula griega *delta,* que se usa con frecuencia como símbolo para expresar "el cambio en".) Puesto que la longitud de la rampa es s = 15 m y su altura es h = 2 m,

$$W = Fs = (100\ \text{N})\ (15\ \text{m}) = 1500\ \text{J}$$

$$\Delta\text{EC} = \text{EC}_{\text{final}} - \text{EC}_{\text{inicial}} = \tfrac{1}{2}mv^2\ (\tfrac{1}{2})(30\ \text{kg})(2\ \text{m/s})^2 = 60\ \text{J}$$

$$\Delta\text{EP} = \text{EP}_{\text{final}} - \text{EP}_{\text{inicial}} = mgh = (30\ \text{kg})(9.8\ \text{m/s}^2)(2\ \text{m}) = 588\ \text{J}$$

Por lo tanto, el trabajo realizado contra la fricción es

$$W_f = W - \Delta EC - \Delta EP = 1500 \text{ J} - 60 \text{ J} - 588 \text{ J} = 852 \text{ J}$$

Si F_f es la fuerza de fricción, entonces $W_f = F_f s$ y

$$F_f = \frac{W_f}{s} = \frac{852 \text{ J}}{15 \text{ m}} = 56.8 \text{ N}$$

9.21. En el sol, aproximadamente 4 x 10^9 kg de materia se convierten en energía cada segundo. ¿Cuál es la potencia producida por el sol?

La energía que el sol produce por segundo es

$$E_0 = m_0 c^2 = (4 \times 10^9 \text{ kg})(3 \times 10^8 \text{ m/s})^2 = 3.6 \times 10^{26} \text{ J}$$

Por consiguiente, la potencia que se produce es

$$P = \frac{E_0}{t} = \frac{3.6 \times 10^{26} \text{ J}}{1 \text{ s}} = 3.6 \times 10^{26} \text{ W}$$

9.22. ¿Qué cantidad de masa se convierte en energía cada día en una planta nucleoeléctrica cuya potencia de operación es de 100 megawatts (100 x 10^6 W)?

Hay 60 x 60 x 24 = 86,400 s/día, de manera que la energía liberada por día es

$$E_0 = Pt = (10^8 \text{ W})(8.64 \times 10^4 \text{ s}) = 8.64 \times 10^{12} \text{ J}$$

Como $E_0 = m_0 c^2$,

$$m_0 = \frac{E_0}{c^2} = \frac{8.64 \times 10^{12} \text{ J}}{(3 \times 10^8 \text{ m/s})^2} = 9.6 \times 10^{-5} \text{ kg}$$

Problemas Complementarios

9.23. La Tierra ejerce una fuerza gravitacional de 2 x 10^{20} N sobre la luna, y la luna recorre 2.4 x 10^9 m cada vez que da una vuelta alrededor de la Tierra. ¿Cuál es el trabajo que la Tierra realiza sobre la luna en cada vuelta?

9.24. ¿Qué trabajo debe realizarse para levantar 2 m sobre el piso un automóvil de 1100 kg?

9.25. Se levanta un objeto de 9 kg a una altura de 12 m sobre el piso, a) ¿Cuánto trabajo se realizó? *b)* ¿Cuál es la energía potencial del objeto? c) Si se deja caer el objeto. ¿cuál será su energía cinética poco antes de golpear el piso?

9.26. Un niño jala un vagón con una fuerza de 60 N por medio de una cuerda que forma un ángulo de 40° con el piso. ¿Qué trabajo realiza para mover el vagón una distancia de 15 m?

9.27. Un caballo ejerce una fuerza de 900 N al jalar un trineo una distancia de 5 km. a) ¿Cuánto trabajo realiza el caballo? *b)* Si el viaje tarda 30 min, ¿cuál es la potencia desarrollada por el caballo en caballos de potencia?

9.28. La población mundial en 1970 era de alrededor de 3.5×10^9, y cerca de 2×10^{20} J de trabajo se realizó bajo control humano. Calcule el consumo promedio de potencia por persona en watts y en caballos de potencia (1 año = 3.15×10^7 s).

9.29. Un alpinista de 80 kg desarrolla una potencia promedio de 0.1 hp. a) ¿Cuánto trabajo realiza al escalar una montaña de 2000 m de altura? *b)* ¿Qué tiempo le lleva escalar la montaña? c) ¿Cuál es su energía potencial en la cima?

9.30. Un hombre utiliza una cuerda y un sistema de poleas para levantar una caja de 90 kg a una altura de 3 m. Aplica una fuerza de 270 N a la cuerda y saca un total de 12 m de cuerda por las poleas. a) ¿Qué trabajo realiza el hombre? b) ¿Cuál es el incremento en la energía potencial de la caja? c) Si estas respuestas son diferentes, ¿cuál es el motivo?

9.31. Los cuatro motores de un avión DC-18 desarrollan una potencia total de 30,000 hp cuando su velocidad es de 240 m/s. ¿Cuál es la fuerza que ejercen los motores?

9.32. Sin tomar en cuenta la fricción y la resistencia del aire, ¿en qué caso se necesita realizar más trabajo, al acelerar un automóvil de 10 a 20 km/h o de 20 a 30 km/h?

9.33. Un automóvil de 1500 kg tiene un motor que puede suministrar 60 kW a las ruedas traseras. ¿Cuál es la velocidad máxima a la que el automóvil puede subir una pendiente de 15° (de inclinación?)

9.34. Calcule la energía cinética de un insecto de 2 g (0.002 kg) cuando vuela a 0.4 m/s.

9.35. Los electrones en un tubo de televisión, cuyos impactos en la pantalla producen los puntos luminosos que forman la imagen, tienen una masa de 9.1×10^{-31} kg y velocidades típicas de 3×10^7 m/s. ¿Cuál es la energía cinética de estos electrones?

9.36. a) ¿Cuál es la energía cinética de un automóvil de 1500 kg que viaja a 30 m/s (108 km/h)? o) Si el automóvil puede alcanzar esta velocidad en 12 s partiendo del reposo, ¿Cuál es la potencia que desarrolla su motor?

9.37. a) ¿Cuál es la velocidad de un objeto de 1 kg cuando su energía cinética es de 1 J? *b)* ¿Cuál es la velocidad de un objeto 1 N cuando su energía cinética es de 1 J?

9.38. Se deja caer una piedra desde una altura de 30 m. ¿A qué altura su energía es mitad cinética y mitad potencial?

9.39. ¿Desde qué altura debe caer un automóvil al piso de manera que realice el mismo trabajo (o sea, que sufra el mismo daño) que un automóvil que se estrella contra un muro a 27 m/s (97.2 km/h)?

9.40. Una bala de 10 g tiene una velocidad de 600 m/s cuando sale del cañón del rifle. Si el cañón tiene 60 cm de longitud, determínese la fuerza promedio sobre la bala mientras está en el cañón.

9.41. Una bala de cañón de 7 kg tiene una velocidad de 600 m/s cuando abandona el cañón. Si la longitud del cañón es de 3 m, obtenga la fuerza promedio sobre la bala mientras está en el cañón.

9.42. Para introducir clavos horizontalmente en una pared se utiliza un martillo de 1 kg. Para penetrar en la pared se necesita aplicar una fuerza de 1000 N, y se requiere que por cada martillazo el clavo penetre 1 cm en la pared. ¿Cuál debe ser la velocidad del martillo en el momento de golpear el clavo?

9.43. a) Una fuerza de 8 N empuja una pelota de 0.5 kg una distancia de 3 m sobre una mesa horizontal, a partir del reposo. Si no hay fricción, ¿cuál es la EC final de la pelota? b) Se usa la misma fuerza al levantar la pelota 3 m a partir del reposo. ¿Cuál es su EC final en este caso?

9.44. Un automóvil de 800 kg que viaja a 6 m/s empieza a descender por una colina de 40 m de altura con el motor apagado. El conductor utiliza los frenos de manera que la velocidad del automóvil al final de la colina es de 20 m/s. ¿Cuánta energía se perdió debido a la fricción?

9.45. Este libro pesa aproximadamente 7 N. ¿Cuál es su energía de reposo en pie-libras? ¿En joules?

9.46. Cuando explotan 0.45 kg de dinamita, se liberan alrededor de 5 400 000 J de energía. ¿Qué cantidad de materia se convierte en energía en este proceso?

9.47. Una persona sedentaria consume energía en un promedio aproximado de 70 W. a) ¿Cuál es el consumo diario de energía en joules de esta persona? *b)* Esta energía se origina en el sol. ¿Cuál es la cantidad diaria de materia que se convierte en energía para abastecer a tal persona?

Respuestas a los problemas complementarios

9.23. No realiza trabajo debido a que la fuerza que actúa sobre la luna es perpendicular a la dirección de su movimiento.

9.24. 2.16×10^4 J

9.25. *a)* 1058 J *b)* 1058 J c) 1058 J

9.26. 689 J

9.27. *a)* 4.5×10^6 J *b)* 3.4 hp

9.28. 1800 W; 2.4 hp

9.29. *a)* 1.57×10^6 J *b)* 5 h 50 min c) 1.57×10^6 J

9.30. *a)* 3240 J *b)* 2646 J c) Se gastaron 594 J en realizar trabajo contra las fuerzas de fricción en las poleas.

9.31. 9.3×10^4 N

9.32. De 20 a 30 km/h

9.33. 15.8 m/s = 56.9 km/h

9.34. 1.6×10^{-4} J

9.35. 4.1×10^{-16} J

9.36. *a)* 6.75×10^5 J *b)* 5.63×10^4 W = 75.5 hp

9.37. *a)* 1.4 m/s *b)* 4.4 m/s

9.38. 15 m

9.39. 37.2 m

9.40. 3000 N

9.41. 4.2×10^5 N

9.42. 4.47 m/s

9.43. 24 J; 9.3 J

9.44. 1.68×10^5 J

9.45. 4.5×10^{16} J

9.46. 6×10^{-11} kg

9.47. *a)* 6.05×10^6 J *b)* 6.72×10^{-11} kg

Momento lineal

10

MOMENTO LINEAL

El trabajo y la energía son cantidades escalares que carecen de dirección. Cuando dos o más cuerpos interactúan entre sí o cuando un cuerpo explota y da lugar a otros, no pueden relacionarse entre sí las diversas direcciones del movimiento, a partir de consideraciones de energía solamente. Las cantidades vectoriales denominadas *momento lineal** e *impulso* son importantes en el análisis de tales eventos.

El momento lineal (conocido por lo común como *momento)* de un cuerpo de masa *m* y velocidad v es igual al producto de m y v:

$$\text{Momento lineal} = mv$$

Las unidades del momento lineal son el kilogramo metro por segundo y el slug pie por segundo. La dirección del momento de un cuerpo coincide con la dirección del movimiento del cuerpo.

Entre mayor sea el momento lineal de un cuerpo, mayor será su tendencia a continuar en movimiento. Por consiguiente, es más difícil detener una pelota de béisbol que ha sido golpeada por un bat *(v* mayúscula) que una pelota de béisbol lanzada con la mano *(v* minúscula), así como es más difícil detener un proyectil de hierro *(m* minúscula), que una pelota de béisbol *(m* minúscula) que se mueven a la misma velocidad.

IMPULSO

Una fuerza F que actúa durante un tiempo f sobre un cuerpo le proporciona a éste un *impulso* Fr:

$$\text{Impulso} = Ft = (\text{fuerza})(\text{intervalo de tiempo})$$

Las unidades de impulso son el newton • segundo y la libra • segundo.

Cuando una fuerza actúa sobre un cuerpo con el fin de producir un cambio en su momento lineal, el cambio de momento $m(v_2 - v_1)$ es igual al impulso suministrado por la fuerza. Así,

$$Ft = m(v_2 - v_1)$$
$$\text{Impulso} = \text{cambio del momento lineal}$$

CONSERVACIÓN DEL MOMENTO LINEAL

Según la ley de conservación del momento, el momento lineal total de un sistema de cuerpo aislado del resto del universo permanece constante sin importar lo que suceda dentro del sistema. El momento total del sistema

*Este concepto físico también se conoce como "ímpetu", "cantidad de movimiento" o "momentum lineal", del latín *momentum (N.* de la *T.).*

es la suma vectorial de los momentos lineales de los diferentes cuerpos que forman parte del sistema; "aislado" significa que sobre el sistema no actúa ninguna fuerza de origen externo.

PROPULSIÓN DE COHETES

El funcionamiento de un cohete se basa en la conservación del momento lineal. El momento de un cohete antes de despegar es nulo. Cuando inicia la combustión, los gases son expulsados hacia abajo y el cohete se eleva para equilibrar el momento lineal de los gases, de manera que el momento total se mantiene igual a cero. Un cohete no "se apoya" en la Tierra ni en la atmósfera y, de hecho, es más eficiente en el espacio, donde no hay aire que produzca fricción.

La velocidad final de un cohete depende de la velocidad de los gases de escape y de la cantidad de combustible que puede transportar. Cuando se necesitan velocidades muy grandes, como en el caso de la exploración espacial, resulta más eficiente usar cohetes de dos o más etapas. La primera de ellas tiene como carga útil otro cohete más pequeño. Una vez que se quema el combustible de la primera etapa, la segunda etapa se libera del casco de la primera y se enciende. Como el cohete ya se mueve rápido y ya no lleva la carga del motor y los tanques de combustible de la primera etapa, la segunda etapa puede alcanzar una velocidad final mucho mayor. Este proceso puede repetirse varias veces, según sea la velocidad que se requiera.

COLISIONES

El momento lineal también se conserva en las colisiones. Si una bola de billar golpea a otra que se encuentra en reposo, ambas se moverán de modo que la suma vectorial de sus momentos sea igual al momento inicial de la primera bola (Figura 10-1). Esto se cumple aunque las bolas de billar se muevan en direcciones distintas.

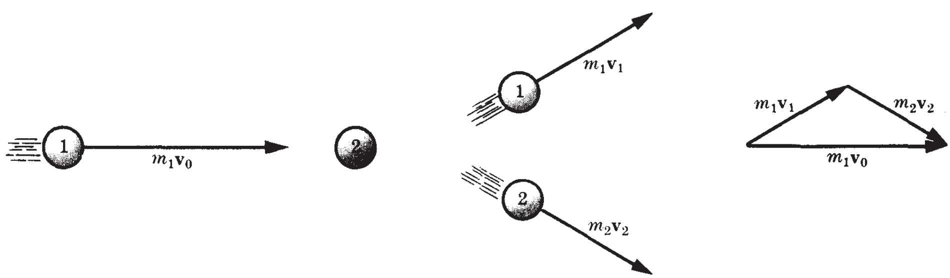


FIGURA 10-1

Una colisión perfectamente *elástica* es aquélla en la que los cuerpos después de chocar se separan de manera que la energía cinética y el momento lineal se conservan. En una colisión perfectamente *inelástica,* los cuerpos que chocan permanecen unidos después de la colisión y se produce la máxima pérdida posible de energía cinética compatible con la conservación del momento lineal. La mayoría de las colisiones están entre estos dos extremos.

El *coeficiente de restitución e* se define como la razón entre la velocidad relativa de separación $v'_2 - v'_1$ después de una colisión entre dos cuerpos y la velocidad relativa con que se acercan $v_2 - v_1$:

$$\text{Coeficiente de restitución} = e = \frac{\upsilon_2 - \upsilon_1}{\upsilon_1 - \upsilon_2}$$

Los valores de e varían entre 0 y 1. En una colisión perfectamente elástica, e - 1 y la velocidad relativa después de la colisión es la misma que la velocidad relativa antes de la colisión. En una colisión perfectamente inelástica, e = 0.

Problemas resueltos

10.1. Un cohete explota en el aire. ¿Cómo afecta esto a a) su momento lineal total y b) su energía cinética total?

a) El momento lineal sigue siendo el mismo porqué no actuaron fuerzas externas sobre el cohete.

b) Hay un aumento en la energía cinética total debido a que los fragmentos del cohete recibieron una EC adicional de la explosión.

10.2. Se duplica la velocidad de un avión. a) ¿Qué ocurre con su momento lineal? ¿Se obedece la ley de conservación del momento? b) ¿Qué ocurre con su energía cinética? ¿Se obedece la ley de conservación de la energía?

a) También se duplica el momento lineal *mv* del avión. Se conserva el momento lineal puesto que el aumento en la velocidad del avión va acompañado del movimiento hacia atrás del aire producido por la acción de los motores, por lo que el momento total del avión más el del aire permanece igual, teniendo en cuenta que sus direcciones son opuestas.

b) La energía cinética $1/2mv^2$ del avión aumenta cuatro veces. La energía se conserva puesto que la EC adicional proviene de la energía potencial química liberada en los motores del avión.

10.3. Calcule el momento lineal de un niño de 50 kg que corre a 6 m/s.

$$m\upsilon = (50\ \text{kg})(6\ \text{m/s}) = 300\ \text{kg}\cdot\text{m/s}$$

10.4. Una mujer de 70 kg corre 2 km en 6 min. ¿Cuál es su momento inicial promedio?

La masa *m* de la mujer y la velocidad promedio v son, respectivamente

$$m = \frac{w}{g} = \frac{70\ \text{kg}}{9.76\ \text{m/s}^2} = 7\ \text{slugs} \qquad \bar{\upsilon} = \frac{(2\ \text{km})(100\ \text{m/km})}{(6\ \text{min})(69\ \text{s/min})} = 5.6\ \text{m/s}$$

Por lo tanto, su momento lineal promedio es $m\bar{\upsilon} = (70\ \text{kg})(5.6\ \text{m/s}) = 392\ \text{kg}\cdot\text{m/s}$.

10.5. Un avión DC-9 tiene una masa de 50 000 kg y una velocidad de crucero de 700 km/h. Los motores desarrollan un empuje total de 70 000 N. Si se ignoran la resistencia del aire, el cambio en altitud y el consumo de combustible, ¿qué tiempo tarda el avión en alcanzar su velocidad de crucero partiendo del reposo?

La velocidad inicial del avión es $v_t = 0$, y su velocidad final es

$$\upsilon_2 = (700\ \text{km/h})\left(0.278\ \frac{\text{m/s}}{\text{km/h}}\right) = 195\ \text{m/s}$$

Por consiguiente,

$$\text{Impulso} = \text{cambio del momento lineal}$$

$$Ft = m(v_2 - v_1) = mv_2$$

$$t = \frac{mv_2}{F} = \frac{(50{,}000\ \text{kg})(195\ \text{m/s})}{70{,}000\ \text{N}} = 139\ \text{s} = 2\ \text{min}\ 19\ \text{s}$$

10.6. Un automóvil de 9800 N choca contra una barda a 10 m/s (36 km/h) y se detiene en 1 s. ¿Cuál es la fuerza promedio que actúa sobre el automóvil?

Las velocidades inicial y final del automóvil son 10 m/s y 0, respectivamente. Así

$$\text{Impulso} = \text{cambio del momento lineal}$$

$$Ft = m(v_2 - v_1) = \frac{w}{g}(v_2 - v_1)$$

$$F = \frac{w(v_2 - v_1)}{gt} = \frac{(9800\ \text{N})(0 - 10\ \text{m/s})}{(9.8\ \text{m/s}^2)(1\ \text{s})} = -10\,000\ \text{N}$$

El signo menos significa que la fuerza que actuó para detener al automóvil tiene dirección opuesta a la de su velocidad inicial.

10.7. Un automóvil de 1000 kg que viaja a 80 km/h choca de frente contra otro de 1500 kg que se desplaza a 30 km/h, y ambos permanecen unidos. ¿En que dirección se mueven los restos?

Después del choque los automóviles pegados se mueven en la dirección original del automóvil de 1000 kg puesto que éste tenia el mayor momento lineal inicial.

10.8. Un rifle de 5 kg dispara una bala de 15 g (0.015 kg) que sale del cañón con una velocidad de 600 m/s. Encuentre la velocidad de retroceso del rifle.

De la conservación del momento lineal, $m_r v_r = m_b V_b$, por lo que

$$v_r = \left(\frac{m_b}{m_r}\right)(v_b) = \left(\frac{0.015\ \text{kg}}{5\ \text{kg}}\right)(600\ \text{m/s}) = 1.8\ \text{m/s}$$

10.9. Un astronauta que está en el espacio se encuentra en reposo respecto de una nave espacial en órbita. el peso total del astronauta es de 1250 N y arroja una llave inglesa de 5 N a una velocidad de 5 m/s respecto a la nave espacial. ¿Con qué velocidad se desplaza el astronauta en dirección opuesta?

A partir de la conservación del momento lineal,

$$m_a v_a = m_{11} v_{11}$$

$$\left(\frac{w_a}{g}\right)(v_a) = \left(\frac{w_{11}}{g}\right)(v_{11})$$

$$v_a = \left(\frac{w_{11}}{w_a}\right)(v_{11}) = \left(\frac{5\ \text{N}}{1250\ \text{N}}\right)(5\ \text{m/s}) = 0.02\ \text{m/s}$$

Se observa que la g se cancela, por lo que no fue necesario encontrar primero los valores de las masas; la razón de dos masas siempre es igual a la razón de sus pesos.

10.10. El *empuje* de un cohete es la fuerza producida por la expulsión de sus gases de escape. a) Determínese el empuje de un cohete que quema 30 kg/s de combustible y cuyos gases escapan a una velocidad de 3 km/s. *b)* Si la masa inicial del cohete es de 5000 kg, de los cuales 3500 kg corresponden al combustible, obtenga las aceleraciones inicial y final del cohete.

a) Cuando una masa Δm de gases de escape abandona un cohete en un intervalo de tiempo Δt, su cambio de momento lineal $\Delta(mv)$ es

$$\Delta(mv) = v\,\Delta m$$

Puesto que el impulso Ft proporcionado al cohete es igual al cambio en el momento de los gases de escape,

$$F\,\Delta t = \Delta(mv)$$

$$F = \frac{\Delta(mv)}{\Delta t} = v\,\frac{\Delta m}{\Delta t}$$

El empuje de un cohete es igual al producto de la velocidad de escape y la rapidez con la que consume el combustible. En este caso, v **= 3 km/s = 3000 m/s y** $\Delta m/\Delta t$ **= 30 kg/s**, así que

$$F = v\,\frac{\Delta m}{\Delta t} = (3000\text{ m/s})(30\text{ kg/s}) = 9\times 10^4\text{ N} = 90\text{ kN}$$

b) La masa inicial del cohete es m_0 = 5000 kg, y la fuerza inicial disponible para acelerarlo es F-m_0g. Por consiguiente,

$$a_0 = \frac{F - m_0 g}{m_0} = \frac{9\times 10^4\text{ N} - (5000\text{ kg})(9.8\text{ m/s}^2)}{5000\text{ kg}} = 8.2\text{ m/s}^2$$

La masa final del cohete es de 1500 kg. Por lo tanto, su aceleración final antes de terminarse el combustible es

$$a = \frac{F - mg}{m} = \frac{9\times 10^4\text{ N} - (1500\text{ kg})(9.8\text{ m/s}^2)}{1500\text{ kg}} = 50.2\text{ m/s}^2$$

10.11. Una bola de nieve de 0.5 kg que se desplaza a 20 m/s choca y se adhiere a un hombre de 70 kg que se encuentra parado sobre la superficie sin fricción de un estanque congelado. ¿Cuál es la velocidad final del hombre?

Sea v_1 = velocidad de la bola de nieve y v_2 = velocidad final del hombre y la bola de nieve unidos. Por consiguiente,

Momento lineal inicial de la bola de nieve = momento final del hombre + la bola de nieve

$$m_b v_1 = (m_h + m_b)v_2$$

$$v_2 = \left(\frac{m_b}{m_h + m_b}\right)(v_1) = \left(\frac{0.5\text{ kg}}{70.5\text{ kg}}\right)(20\text{ m/s}) = 0.14\text{ m/s}$$

10.12. Un patinador de 40 kg que viaja a 4 m/s alcanza a otro patinador de 60 kg que se desplaza a 2 m/s en la misma dirección, y choca con él. a) Si los dos patinadores permanecen en contacto, ¿cuál es su velocidad final? *b)* ¿Cuánta energía cinética se perdió?

a) Sea v_1= velocidad inicial del patinador de 40 kg, v_2 = velocidad inicial del patinador de 60 kg, y v_3 = velocidad final de los dos patinadores. Por consiguiente,

Momento total inicial = momento total final

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v_3$$

$$v_3 = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \frac{(40 \text{ kg})(4 \text{ m/s}) + (60 \text{ kg})(2 \text{ m/s})}{40 \text{ kg} + 60 \text{ kg}} = 2.8 \text{ m/s}$$

b)
$$\text{EC inicial} = \tfrac{1}{2} m_1 v_1^2 + \tfrac{1}{2} m_2 v_2^2$$

$$= (\tfrac{1}{2})(40 \text{ kg})(4 \text{ m/s})^2 + (\tfrac{1}{2})(60 \text{ kg})(2 \text{ m/s})^2 = 440 \text{ J}$$

$$\text{EC final} = (\tfrac{1}{2})(m_1 + m_2) v_3^2 = (\tfrac{1}{2})(100 \text{ kg})(2.8 \text{ m/s})^2 = 392 \text{ J}$$

Por lo tanto, se perdieron 48 J de energía, el 11 por ciento de la cantidad original.

10.13. Los patinadores del problema 10.12 se desplazan en direcciones opuestas y chocan de frente. a) Si permanecen en contacto, ¿cuál es su velocidad final? b) ¿Cuánta energía cinética se perdió?

a) Las direcciones opuestas del movimiento se toman en cuenta al considerar v_1 = + 4 m/s y v_2 = -2 m/s. Por consiguiente,

$$v_3 = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \frac{(40 \text{ kg})(4 \text{ m/s}) - (60 \text{ kg})(2 \text{ m/s})}{40 \text{ kg} + 60 \text{ kg}} = +0.4 \text{ m/s}$$

Como v_3 es igual a + 0.4 m/s, los dos patinadores se desplazan en la misma dirección original del patinador de 40 kg; lo que es de esperarse puesto que poseía el momento lineal inicial mayor.

b) EC inical = 440 J (igual en el problema 10.12)

$$\text{EC final} = \tfrac{1}{2}(m_1 + m_2) v_3^2 0 = (\tfrac{1}{2})(100 \text{ kg})(0.4 \text{ m/s})^2 = 8 \text{ J}$$

Por lo tanto, se perdieron 432 J de energía, el 98 por ciento de la cantidad original. Por esta razón, los choques frontales de los automóviles ocasionan más daños que los que se producen cuando un automóvil alcanza a otro.

10.14. Un objeto de masa m'_1 y velocidad inicial v_1, sufre un choque frontal elástico con otro objeto de masa m_2 que está en reposo. ¿En qué forma los resultados de la colisión dependen de las masas m_1 y m_2?

Sean v'_1 y v'_2 las velocidades finales de los objetos. De la conservación del momento lineal,

$$m_1 v_1 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2$$

El coeficiente de restitución para una colisión elástica es e = 1, así se tiene que, con v_2 = 0,

$$v_1 = v'_2 - v'_1 \qquad v'_2 = v_1 + v'_1$$

Al sustituir a v'_2 en la primera ecuación se tiene

$$m_1 v_1 = m_1 v'_1 + m_2 v_1 + m_2 v'_1$$

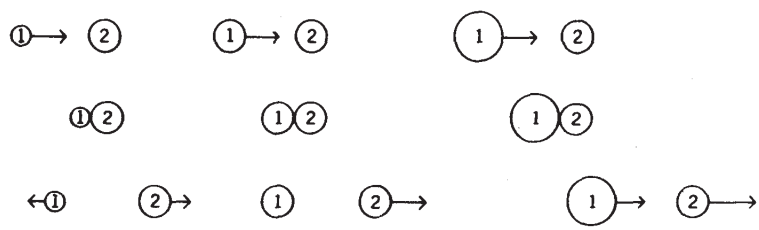
$$(m_1 + m_2)(v'_1) = (m_1 - m_2)(v_1)$$

$$v'_1 = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)(v_1)$$

De manera similar se encuentra que

$$v'_2 = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right)(v_1)$$

A partir de estos resultados se elaboran las siguientes conclusiones, que la figura 10-2 ilustra en forma esquemática.



$m_1 < m_2$ *a*) $m_1 = m_2$ *b*) $m_1 > m_2$ *c*)

FIGURA 10-2

a) Para $m_1 < m_2$: en este caso u'_1 es opuesta de dirección a la de v'_1 así que el objeto más ligero, que es el que se acerca, rebota contra el más pesado. Si $m_1 \ll m_2$, por ejemplo, como una pelota que golpea una pared, entonces $v'_1 \approx -v'_1$.

b) Para $m_1 = m_2$: Ahora $v_1 = 0$ y $v_2 = v'_1$ así que el objeto m 1, que es el que se acerca, se detiene por completo al chocar y el objeto golpeado m_2 se aleja con la misma velocidad inicial que tenía m_1.

c) Para $m_1 > m_2$: El objeto incidente m_1, después del choque, tiene una velocidad menor, mientras que el objeto golpeado m_2 se aleja delante de m_1 con una velocidad mayor. Un ejemplo de esto es el servicio de tenis. Si $m_1 \gg m_2$, entonces $v'_2 \approx 2v_1$.

10.15. Un automóvil de 1000 kg que se dirige hacia el norte a 15 m/s choca contra un automóvil de 1400 kg que viaja hacia el oeste a 9 m/s. Si después de la colisión los automóviles permanecen pegados, ¿con qué velocidad y en qué dirección se desplazan?

El momento lineal debe conservarse por separado en ambas direcciones, norte-sur y este-oeste, a las que se les denomina los ejes y y x, respectivamente, según se muestra la figura 10.3 a). Por lo tanto, se obtiene que

momento lineal antes del choque = momento lineal después del choque

dirección x: $$m_A v_{Ax} + m_B v_{Bx} = m_{AB} v_{ABx}$$

dirección y: $$m_A v_{Ay} + m_B v_{By} = m_{AB} v_{ABy}$$

En este caso $m_A = 1000$ kg $\quad m_B = 1400$ kg

$$m_{AB} = m_A + m_B = 2400 \text{ kg}$$

$v_{Ax} = 0 \qquad v_{Bx} = -9$ m/s $\qquad v_{ABx} = ?$

$v_{Ay} = 15$ m/s $\qquad v_{By} = 0 \qquad v_{ABy} = ?$

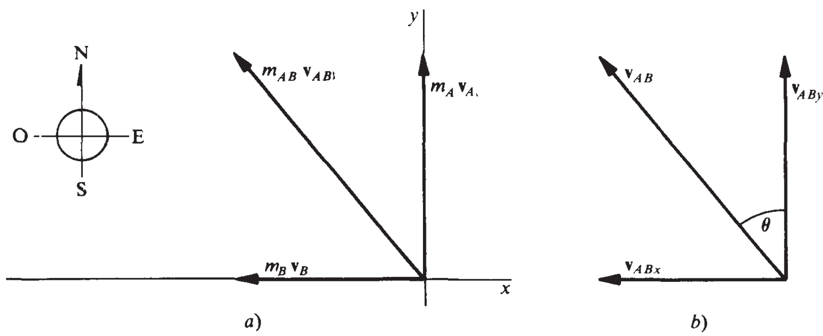


FIGURA10-3

En la dirección x se tiene

$$v_{ABx} = \frac{m_A v_{Ax} + m_B v_{Bx}}{m_{AB}} = \frac{0 + (1400 \text{ kg})(-9 \text{ m/s})}{2400 \text{ kg}} = -5.3 \text{ m/s}$$

y en la dirección y se tiene

$$v_{ABy} = \frac{m_A v_{Ay} + m_B v_{By}}{m_{AB}} = \frac{(1000 \text{ kg})(15 \text{ m/s}) + 0}{2400 \text{ kg}} = 6.3 \text{ m/s}$$

Por lo tanto, la magnitud V_{AB} de la velocidad es

$$v_{AB} = \sqrt{v_{ABx}^2 + v_{ABy}^2} = \sqrt{(-5.3\ m/s)^2 + (6.3\ m/s)^2} = 8.2 \text{ m/s}$$

La dirección de v_{AB} puede especificarse por medio del ángulo θ entre la dirección +y, que apunta al norte, y V_{AB}. A partir de la figura 10-3b), e ignorando el signo de V_{ABX}, se obtiene

$$\tan\theta = \frac{v_{ABx}}{v_{ABy}} = \frac{5.3 \text{ m/s}}{6.3 \text{ m/s}} = 0.841 \qquad \theta = 40°$$

Después del choque, los automóviles se desplazan a 8.2 m/s en dirección 40° al oeste del norte.

10.16. Se deja caer una pelota al suelo desde una altura de 1.5 m, y al rebotar alcanza 0.85 m de altura. ¿Cuál es el coeficiente de restitución?

Como el suelo no se mueve, $v_2 = v'_2 = 0$. Se considera la dirección hacia arriba con signo + y hacia abajo con signo -. La velocidad de la pelota después de haber caído desde una altura inicial h es $v_1 = -1\sqrt{2gh}$. La velocidad que la pelota necesita para alcanzar una altura de h' después de rebotar en el suelo $v'_1 = +\sqrt{2gh'}$. En consecuencia,

$$e = \frac{v'_2 - v'_1}{v_1 - v_2} = \frac{0 - v'_1}{v_1 - 0} = \frac{-\sqrt{2gh'}}{-\sqrt{2gh}} = \sqrt{\frac{h'}{h}}$$

y así, en este caso

$$e = \sqrt{\frac{h'}{h}} = \sqrt{\frac{0.85 \text{ m}}{1.5 \text{ m}}} = 0.75$$

10.17. Una pelota de 1 kg que viaja a 5 m/s y choca con otra de 2 kg que se desplaza en dirección opuesta a 4 m/s. Si el coeficiente de restitución es de 0.7, cuáles son las velocidades de las dos pelotas después del impacto?

En este caso,

$$\begin{array}{lll} m_1 = 1 \text{ kg} & v_1 = 5 \text{ m/s} & v'_1 = ? \\ m_2 = 2 \text{ kg} & v_3 = -4 \text{ m/s} & v'_2 = ? \end{array}$$

Primero se basa en el hecho de que e = 0.7:

$$e = \frac{v'_2 - v'_1}{v_1 - v_2}$$

$$v'_2 - v'_1 = e(v_1 - v_2) = 0.7[5 \text{ m/s} - (-4 \text{ m/s})] = 6.3 \text{ m/s}$$

$$v'_2 = v'_1 + 6.3 \text{ m/s}$$

De la conservación del momento lineal se tiene

$$\text{Momento antes} = \text{momento después}$$

$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v'_1 + m_2v'_2$$

$$(1 \text{ kg})(5 \text{ m/s}) - (2 \text{ kg})(4 \text{ m/s}) = (1 \text{ kg})(v'_1) + (2 \text{ kg})(v'_2)$$

$$v'_2 = \frac{-3 \text{ kg}\cdot\text{m/s} - v'_1 \text{ kg}}{2 \text{ kg}}$$

Ahora se igualan las dos expresiones para v'_2 y se despeja v'_1:

$$v'_1 + 6.3 \text{ m/s} = \frac{-3 \text{ kg} \cdot \text{m/s} - v'_1 \text{ kg}}{2 \text{ kg}}$$

$$v'_1(1 + 0.5) = \frac{-3 \text{ kg} \cdot \text{m/s}}{2 \text{ kg}} - 6.3 \text{ m/s} = -7.8 \text{ m/s}$$

$$v'_1 = -5.2 \text{ m/s}$$

El signo negativo significa que la pelota de 1 kg se aleja en dirección opuesta a la inicial. Para encontrar v'_2 lo más sencillo es usar $v'_2 = v'_1 + 6.3$ m/s:

$$v'_2 = -5.2 \text{ m/s} + 6.3 \text{ m/s} = 1.1 \text{ m/s}$$

La pelota de 2 kg también invierte su dirección como resultado del choque.

Problemas complementarios

10.18. Determine el momento lineal de un avestruz de 100 kg que corre a 15 m/s.

10.19. Calcule el momento lineal de un automóvil de 1500 kg que viaja a 90 km/h (25 m/s).

10.20. Un objeto en reposo explota y se divide en dos partes que salen disparadas. ¿Deben moverse en direcciones opuestas?

10.21. Un objeto en movimiento choca con otro en reposo. Después de la colisión, ¿deben moverse en la misma dirección?, ¿en direcciones opuestas?

10.22. Un camión de 2500 kg que viaja a 40 km/h choca contra un muro y se detiene en 0.5 s. ¿Cuál es la fuerza promedio sobre el camión?

10.23. Un rifle de 4 kg y otro de 5 kg disparan balas idénticas don la misma velocidad. Compare los momentos lineales de retroceso y las velocidades de retroceso de los dos rifles.

10.24. Un camión de basura vacio viaja por una carretera a nivel con el motor apagado en el momento en que empieza a llover. Si se desprecia la fricción, qué sucede (si es que algo debe suceder) con la velocidad del camión?

10.25. Una mujer de 75 kg se lanza horizontalmente al agua, desde una lancha de 300 kg, con una velocidad de 2 m/s. ¿Cuál es la velocidad de retroceso de la lancha?

10.26. Cuatro niñas de 50 kg se zambullen al mismo tiempo y horizontalmente, con una velocidad de 2.5 m/s desde el mismo lado de una lancha que retrocede con una velocidad de 0.1 m/s. ¿Cuál es la masa de la lancha?

10.27. Los motores de una nave espacial suministran un empuje total de 1.5 MN. Si la velocidad de los gases de escape es de 2.5 km/s, ¿cuál es la rapidez con que se consume el combustible?

10.28. Un cohete cuyo peso inicial es de 44,000 N consume 23 kg/s de combustible que expele a 2500 m/s. calcule la aceleración inicial del cohete.

10.29. Un automóvil desocupado de 1100 kg recorre una carretera a nivel a 13 m/s con el motor apagado después de haber descendido por una colina. Para detenerlo, un camión de 5500 kg que viaja en dirección opuesta, choca de frente con él. ¿Cuál debe ser la velocidad del camión para que ambos vehículos se detengan después de la colisión?

10.30. Un niño de 50 kg en reposo sobre patines de ruedas atrapa una pelota de 0.6 kg que se mueve hacia él a 30 m/s. Con qué velocidad se desplaza el niño hacia atrás?

10.31. Un automóvil de 1200 kg que viaja a 10 m/s alcanza a otro de 1000 kg que se desplaza a 8 m/s, y choca contra él. a) Si los dos automóviles permanecen unidos después del choque, ¿cuál es su velocidad final? *b)* ¿Cuánta energía cinética se perdió? ¿Qué porcentaje de la EC original representa esta pérdida?

10.32. Los automóviles del problema 10.31 viajan en direcciones opuestas y chocan de frente. *a)* Si permanecen unidos, ¿cuál es su velocidad final? *b)* ¿Cuánta energía cinética se perdió? ¿Qué porcentaje de la EC original representa esta pérdida?

10.33. Una piedra de 0.5 kg se desplaza hacia el sur a 3 m/s y choca contra un pedazo de arcilla de 2.5 kg que viaja hacia el oeste a 1 m/s y se incrusta en él. Calcule la velocidad (magnitud y dirección) del cuerpo compuesto.

10.34. Una pelota de 5 kg se desplaza a 6 m/s y choca con otra pelota de 3 kg inicialmente en reposo. La pelota de 5 kg continúa su movimiento en la misma dirección a una velocidad de 2 m/s. a) Determine la velocidad y dirección de la pelota de 3 kg. *b)* Obtenga el coeficiente de restitución.

10.35. Una pelota de 2 kg se mueve hacia la derecha a 3 m/s, alcanza y choca con una pelota de 4 kg que también se dirige a la derecha a 2.4 m/s Calcule las velocidades finales de las dos pelotas si el coeficiente de restitución es de 0.8.

10.36. Se deja caer una pelota de goma sobre el piso desde una altura de 2 m. Si el coeficiente de restitución es 0.7. ¿Qué altura alcanza la pelota en el rebote?

10.37. Se deja caer una pelota desde una altura de 3 m y al rebotar alcanza 1 m de altura. Encuéntrese el coeficiente de restitución.

Respuestas a los problemas complementarios

10.18. 1500 kg.m/s

10.19. 37,500 kg.m/s

10.20. Sí.

10.21. No; no; pueden moverse en cualquier dirección siempre y cuando la suma vectorial de sus momentos sea igual al momento inicial del primer objeto.

10.22. 55,600 N

10.23. Los momentos lineales de retroceso son los mismos, sin embargo, el rifle más ligero tiene una velocidad de retroceso mayor.

10.24. La velocidad del camión disminuye a medida que se acumula el agua en él, puesto que el momento lineal total debe permanecer constante a pesar del incremento de la masa.

10.25. 0.5 m/s

10.26. 5000 kg

10.27. 600 kg/s

10.28. 3 m/s^2

10.29. 2.6 m/s

10.30. 0.36 m/s

10.31. a) 9.09 m/s b)1100 J; 1.2%

10.32. a) 1.82 m/s b) 88,356 J; 96%

10.33. 0.97 m/s a 31 ° al sur del oeste

10.34. a) 6.67 m/s en la misma dirección que la pelota de 5 kg *b)* 0.78

10.35. 2.28 m/s; 2.76 m/s

10.36. 0.98 m

10.37. 0.58

Movimiento rotacional

11

MEDIDA ANGULAR

En la vida diaria, los ángulos se miden en grados, y 360° equivalen a una vuelta completa. Una medida más adecuada para propósitos técnicos es el *radián* (rad). Si se dibuja un círculo cuyo centro está en el vértice de un ángulo cualquiera (Figura 11-1), el ángulo θ (letra griega theta) en radianes es igual al cociente del arco s subtendido por el ángulo y el radio *r* del círculo:

$$\theta = \frac{s}{r}$$

$$\text{Ángulo en radianes} = \frac{\text{longitud de arco}}{\text{radio}}$$

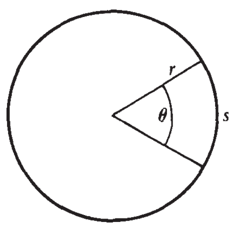


FIGURA 11-1

Debido a que la circunferencia de un círculo de radio *r* es 2 πr, hay 2Π rad en una revolución (r) completa. Por consiguiente,

$$1\ \text{r} = 360° = 2\pi\ \text{rad}$$

y así $$1° = 0.01745\ \text{rad} \qquad 1\ \text{rad} = 57.30°$$

VELOCIDAD ANGULAR

La *velocidad angular* de un cuerpo describe la rapidez con que gira alrededor de un eje. Si el cuerpo gira un ángulo *d* en un tiempo f, su velocidad angular ω (letra griega *omega)* se ilustra en seguida

Esto es

$$\omega = \frac{\theta}{t}$$

$$\text{Velocidad angular} = \frac{\text{desplazamiento angular}}{\text{tiempo}}$$

La velocidad angular se expresa, en general, en radianes por segundo (rad/s), revoluciones por segundo (r/s)* y revoluciones por minuto (r/min),t donde

$$1\ \text{r/s} = 2\pi\ \text{rad/s} = 6.28\ \text{rad/s}$$
$$1\ \text{r/min} = \frac{2\pi}{60}\ \text{rad/s} = 0.105\ \text{rad/s}$$

La velocidad lineal v de una partícula que se mueve en un círculo de radio r con una velocidad angular uniforme ω está dada por

$$v = = \omega r$$

Velocidad lineal = (velocidad angular)(radio del círculo)

Esta fórmula es válida sólo cuando ω se expresa en términos de radianes.

ACELERACIÓN ANGULAR

Un cuerpo en movimiento rotacional cuya velocidad angular cambia de ω_0 a ω_t en un intervalo de tiempo t posee una *aceleración angular* α (letra griega *alfa)* dada por

$$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_0}{t}$$

$$\text{Aceleración angular} = \frac{\text{cambio de la velocidad angular}}{\text{tiempo}}$$

Si el valor de a es positivo, significa que la velocidad angular está aumentando; un valor negativo expresa que está disminuyendo. Aquí sólo se consideran aceleraciones constantes.

Las fórmulas que relacionan el desplazamiento, la velocidad y la aceleración angulares de un cuerpo que rota con aceleración constante son análogas a las fórmulas dadas en el capítulo 3 que relacionan el desplazamiento, la velocidad y la aceleración lineales. Si un cuerpo tiene una velocidad angular inicial ω_0, su velocidad angular ω_t después de un tiempo t durante el cual su aceleración angular es a será

$$\omega_f = \omega_0 + \alpha t$$

y en este tiempo el cuerpo habrá tenido un desplazamiento angular de

$$\theta = \omega_0 + \tfrac{1}{2}\alpha t^2$$

[t]Con frecuencia se usa la abreviatura "rps" (N., de la *T.)*

[t]Es muy común el uso de la abreviatura "rpm" *(N.* de la T.).

Algunas veces resulta útil una relación que no incluya al tiempo *t*:

$$\omega_f^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta$$

MOMENTO DE INERCIA

El análogo rotacional de la masa es una cantidad llamada *momento de inercia.* Entre mayor sea el momento de inercia de un cuerpo, mayor será su resistencia a un cambio de velocidad angular. El valor del momento de inercia / de un cuerpo con respecto a un eje de rotación particular depende no sólo de la masa del cuerpo sino también de la forma en que ésta se distribuye alrededor del eje.

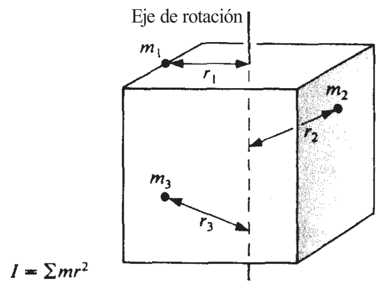


FIGURA 11-2

Imagínese un cuerpo rígido dividido en un gran número de partículas pequeñas cuyas masas son m_1, m_2, m_3, . . . y cuyas distancias al eje de rotación son r_1, r_2 r_3, . . . , respectivamente (Figura 11.2). El momento de inercia de este cuerpo está dado por

$$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \cdots = \Sigma mr^2$$

donde el símbolo ∑ (letra mayúscula griega *sigma)* significa, como ya se señaló en otro capítulo, "suma de". Entre mayor sea la distancia de una partícula al eje de rotación, mayor será su contribución al momento de inercia. Las unidades de / son kg . m^2 y slug . ft^2. En la figura 11 -13, se ¡lustran algunos ejemplos de momentos de inercia de cuerpos de masa *M.*

MOMENTO DE UNA FUERZA

El momento de una fuerza desempeña el mismo papel en movimiento rotacional que la fuerza en el movimiento lineal. Cuando una fuerza neta *F* actúa sobre un cuerpo de masa *m* le imprime una aceleración lineal *a* de acuerdo con la segunda ley del movimiento de Newton, *F* = *ma.* En forma similar, cuando un momento de fuerza neto r actúa sobre un cuerpo con momento de inercia *I* le imprime una aceleración angular *α* (en rad/s^2) de acuerdo con la fórmula

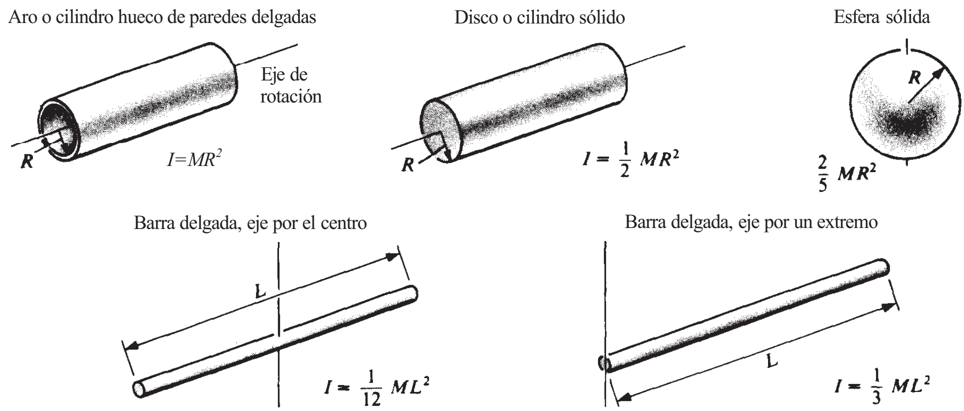


FIGURA 11-3

$$\tau = I\alpha$$

Momento de fuerza = (momento de inercia)(aceleración angular)

ENERGÍA ROTACIONAL Y TRABAJO

La energía cinética de un cuerpo con momento de inercia / cuya velocidad angular es ω (en rad/s) queda expresada por

$$\text{EC} = \tfrac{1}{2} I\omega^2$$

Energía cinética = ($\frac{1}{2}$)(momento de inercia)(velocidad angular)

El trabajo realizado por un momento de fuerza constante τ que actúa sobre un cuerpo mientras éste experimenta un desplazamiento angular de *d* rad es

$$W = \tau\theta$$

Trabajo = (momento de fuerza)(desplazamiento angular)

La rapidez con la que un momento de fuerza T realiza trabajo al actuar sobre un cuerpo que rota con una velocidad angular ω **(rad/s)** constante es

$$P = \tau\omega$$

Potencia = (momento de fuerza)(velocidad angular)

MOMENTO ANGULAR

El equivalente del momento lineal en el movimiento rotacional es el *momento angular*[1]. La magnitud del momento angular L de un cuerpo en rotación es

$$L = I\omega$$

Momento angular = (momento de inercia)(velocidad angular)

A mayor momento angular de un cuerpo que gira, como es el caso de un trompo, mayor es la tendencia del cuerpo a continuar girando.

A la par que el momento lineal, el momento angular es una cantidad vectorial con dirección y magnitud. La dirección del momento angular de un cuerpo que rota está dada por la regla de la mano derecha (Figura 11 -4): cuando los dedos de la mano derecha se curvan en la dirección de la rotación, el pulgar apunta en la dirección L.

De acuerdo con el principio de *conservación del momento angular,* el momento angular total de un sistema de cuerpos permanece constante en ausencia de un momento de fuerza neto, sin importar lo que suceda dentro del sistema. Los patinadores al girar hacen uso de la conservación del momento angular. Empiezan a girar con los brazos y una-pierna extendidos y luego los acercan al cuerpo para distribuir la masa del cuerpo lo más cerca

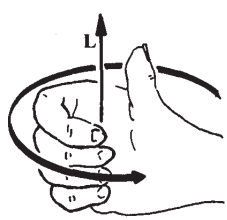


FIGURA 11-4

TABLA 11-1 Comparación de cantidades lineales y angulares

Cantidad lineal		Cantidad angular	
Distancia	$s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$	**Ángulo**	$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$
	$s = \left(\frac{v_0 + v_f}{2}\right)t$		$\theta = \left(\frac{\omega_0 + \omega_f}{2}\right)t$
Rapidez	$v = v_0 + at$	Rapidez angular	$\omega = \omega_0 + \alpha t$
	$v^2 = v_0^2 + 2as$		$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta$
Aceleración	$a = \Delta v/\Delta t$	Aceleración angular	$\alpha = \Delta\omega/\Delta t$
Masa	m	Momento de inercia	I
Fuerza	$F = ma$	Momento de fuerza	$\tau = I\alpha$
Momento lineal	$p = mv$	Momento angular	$L = I\omega$
Trabajo	$W = Fs$	Trabajo	$W = \tau\theta$
Potencia	$P = Fv$	Potencia	$P = \tau\omega$
Energía cinética	$EC = \frac{1}{2}mv^2$	Energía cinética	$EC = \frac{1}{2}\omega^2$

[1] También conocido como "momento cinético" (N. del T.).

posible del eje de rotación, con lo cual disminuyen su momento de inercia *I*. Puesto que *L* debe permanecer constante, la velocidad angular ω aumenta.

Como el momento angular es una cantidad vectorial, su conservación implica que la dirección del eje de rotación tiende a permanecer inalterada. Por esta razón un trompo que gira se mantiene vertical, mientras que uno que no gira se cae de inmediato.

Problemas resueltos

11.1. ¿Por qué los helicópteros tienen dos hélices?

Si tuviera una sola hélice, el helicóptero tendría que rotar en dirección opuesta para conservar el momento angular.

11.2. a) Exprese θ r en radianes. *b)* ¿Cuántas revoluciones equivalen a 10 rad? c) ¿Cuántas revoluciones equivalen a *π/2* rad?

a) $$\theta = (6\text{ r})(2\pi\text{ rad/r}) = 12\pi\text{ rad} = 37.7\text{ rad}$$

b) $$\theta = \frac{10\text{ rad}}{2\pi\text{ rad/r}} = 1.6\text{ r}$$

c) $$\theta = \frac{\pi/2\text{ rad}}{2\pi\text{ rad/r}} = \frac{1}{4}\text{ r}$$

11.3. a) Exprese 8° en radianes. *b)* Exprese 2.5 rad en grados. c) Exprese π rad en grados.

a) $$\theta = (8^\circ)(0.01745\text{ rad}/^\circ) = 0.14\text{ rad}$$

b) $$\theta = (2.5\text{ rad})(57.3^\circ/\text{rad}) = 143\text{ rad}$$

c) $$\theta = (\pi\text{ rad})\left(\frac{360^\circ}{2\pi\text{ rad}}\right) = 180^\circ$$

11.4. Un disco fonográfico de 30 cm de diámetro gira un ángulo de 200°. ¿Qué distancia recorre un punto situado en el borde del disco?

El primer paso consiste en encontrar el equivalente de 200° en radianes, que es

$$\theta = (200^\circ)(0.01745\text{ rad}/^\circ) = 3.49\text{ rad}$$

El radio del disco mide 15 cm. Puesto que $\theta = s/r$, un punto sobre su borde recorre una distancia

$$s = r\theta = (15\text{ cm})(3.49\text{ rad}) = 52.4\text{ cm}$$

cuando gira un ángulo de 200°.

11.5. Una rueda de 80 cm de diámetro gira a 120 r/min. a) ¿Cuál es la velocidad angular de la rueda en radianes por segundo? *b)* ¿Cuál es la velocidad lineal de un punto situado al borde de la rueda, expresada en metros por segundo?

a) La velocidad angular de la rueda es

$$\omega = (120 \text{ r/min})\left(0.105 \frac{\text{rad/s}}{\text{r/min}}\right) = 12.6 \text{ rad/s}$$

b) Como el radio de la rueda es r = 40 cm = 0.4 m, un punto sobre su borde tiene la velocidad lineal

$$v = \omega r = (12.6 \text{ rad/s})(0.4 \text{ m}) = 5.04 \text{ m/s}$$

11.6. Un cilindro de acero de 12 cm de diámetro debe ser trabajado en un torno. Si se desea que la superficie del cilindro tenga una velocidad lineal de 0.7 m/s, ¿a cuántas revoluciones por minuto debe girar?

De la fórmula $v = \omega r$, con r = 6 cm = 0.06 m, se obtiene

$$\omega \frac{v}{r} = \frac{0.7 \text{ m/s}}{0.06 \text{ m}} = 11.7 \text{ rad/s}$$

y como 1 r/min = 0.105 rad/s, resulta

$$\omega = \frac{11.7 \text{ rad/s}}{0.105(\text{rad/s})/(\text{r/min})} = 111 \text{ r/min}$$

11.7. El eje de un motor gira a 1800 r/min. ¿Cuántos radianes gira en 18 s?

La velocidad angular en rad/s correspondiente a 1800 r/min es

$$\omega = (1800 \text{ r/min})\left(0.105 \frac{\text{rad/s}}{\text{r/min}}\right) = 189 \text{ rad/s}$$

Puesto que $\omega = \theta/t$, en 18 s el eje gira

$$\theta = \omega t = (189 \text{ rad/s})(18 \text{ s}) = 3402 \text{ rad}$$

11.8. Un motor requiere 5 s para pasar desde velocidad en vacío de 600 r/min hasta 1200 r/min. a) ¿Cuál es su aceleración angular? *b)* ¿Cuántas revoluciones realizan en ese tiempo?

a) Las velocidades inicial y final del motor son, respectivamente,

$$\omega_0 = (600 \text{ r/min})\left(0.105 \frac{\text{rad/s}}{\text{r/min}}\right) = 63 \text{ rad/s}$$

$$\omega_f = (1200 \text{ r/min})\left(0.105 \frac{\text{rad/s}}{\text{r/min}}\right) = 126 \text{ rad/s}$$

y así, su aceleración angular es

$$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_0}{t} = \frac{126 \text{ rad/s} - 63 \text{ rad/s}}{5 \text{ s}} = 12.6 \text{ rad/s}^2$$

b) El ángulo que gira el motor es

$$\theta = \omega_0 t + \tfrac{1}{2}\alpha t^2 = (63\ \text{rad/s})(5\ \text{s}) + (\tfrac{1}{2})(12.6\ \text{rad/s}^2)(5\ \text{s})^2$$
$$= 472.5\ \text{rad}$$

Como hay 2π rad en 1 r,

$$\theta = \frac{472.5\ \text{rad}}{2\pi\ \text{rad/r}} = 75.2\ \text{r}$$

11.9. La platina de un fonógrafo cuya rapidez inicial de rotación es 3.5 rad/s, da tres vueltas completas antes de detenerse. a) ¿Cuál es su aceleración angular? b) ¿Cuánto tiempo tarda en detenerse?

a) El ángulo en radianes que corresponde a 3 r es

$$\theta = (3\ \text{r})(2\pi\ \text{rad/r}) = 6\pi\ \text{rad}$$

A partir de la fórmula $\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta$ obtenga

$$\alpha = \frac{\omega_f^2 - \omega_0^2}{2\theta} = \frac{0 - (3.5\ \text{rad/s})^2}{(2)(6\pi\ \text{rad})} = -0.325\ \text{rad/s}^2$$

b) Puesto que $\omega_f = \omega_0 + \alpha t$, encuentre

$$t = \frac{\omega_f - \omega_0}{\alpha} = \frac{0 - 3.5\ \text{rad/s}}{-0.325\ \text{rad/s}^2} = 10.8\ \text{s}$$

11.10. a) Encuentre el momento de inercia de la platina de un tocadiscos de 1 kg de masa y 34 cm de diámetro. *b)* ¿Cuál es su energía cinética cuando gira a 45 r/min?

a) El radio de la platina es R = 17 cm = 0.17 m. Si se supone que la platina es un disco sólido, observe que su momento de inercia es

$$I = \tfrac{1}{2}MR^2 = (\tfrac{1}{2})(1\ \text{kg})(0.17\ \text{m})^2 = 0.0145\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$$

b) La velocidad angular de la platina es

$$\omega = (45\ \text{r/min})\left(0.105\ \frac{\text{rad/s}}{\text{r/min}}\right) = 4.73\ \text{rad/s}$$

así que su energía cinética es

$$\text{RC} = \tfrac{1}{2}I\omega^2 = (\tfrac{1}{2})(0.0145\ \text{kg}\cdot\text{m}^2)(4.73\ \text{rad/s})^2 = 0.162\ \text{J}$$

(Note que 1 kg · m^2/s^2 = 1 N · m = 1 J.)

11.11. El *radio de giro de un cuerpo* con respecto a un eje particular es la distancia desde el eje a un punto donde puede considerarse que se concentra toda la masa del cuerpo. Por lo tanto, el momento de inercia de un cuerpo de masa M y radio de giro k es $I = Mk^2$. a) El radio de giro de una esfera hueca de radio R y masa M es $k = \sqrt{\frac{2}{3}}R$. ¿Cuál es su momento de inercia? *b)* Encuentre el radio de giro de una esfera sólida.

a)
$$I = Mk^2 = M(\sqrt{\tfrac{2}{3}}R)^2 = \tfrac{2}{3}MR^2$$

b) A partir de la figura 11 -13, el momento de inercia de una esfera sólida es $I = \frac{2}{5}MR^2$. Por consiguiente, su radio de giro es

$$k = \sqrt{\frac{I}{M}} = \sqrt{\frac{2}{5}\frac{MR^2}{M}} = \sqrt{\frac{2}{5}}R$$

11.12. El radio de giro de un volante de 800 N es de 3 m. Encuentre su momento de inercia.

La masa del volante es $M = w/g = 800\ \text{N}/(9.8\ \text{m/s}^2) = 82\ \text{kg}$, por lo que su momento de inercia es

$$I = Mk^2 = (82\ \text{kg})(3\ \text{m})^2 = 738\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$$

11.13. Un cilindro sólido que parte del reposo rueda sin resbalar por un plano inclinado de 1.2 m de altura. ¿Cuál es su velocidad lineal al llegar a la base del plano?

La energía potencial del cilindro en la parte superior del plano inclinado es EP = mgh. En la base del plano tiene tanto energía cinética de traslación $\frac{1}{2}mv^2$ como energía cinética de rotación $\frac{1}{2}I\omega^2$, y su EC total es igual a su EP inicial:

$$\text{EP} = \text{EC}$$
$$mgh = \tfrac{1}{2}mv^2 + \tfrac{1}{2}I\omega^2$$

Puesto que el cilindro rueda sin resbalar, sus velocidades lineal y angular se relacionan por la expresión $v = \omega R$, así que $\omega = v/R$. El momento de inercia de un cilindro sólido es $I = \frac{1}{2}mR^2$. Por consiguiente,

$$\tfrac{1}{2}I\omega^2 = \tfrac{1}{2}\left(\tfrac{1}{2}mR^2\right)\left(\frac{v}{R}\right)^2 = \tfrac{1}{4}mv^2$$

y la ecuación de energía toma la forma

$$mgh = \tfrac{1}{2}mv^2 + \tfrac{1}{4}mv^2 = \tfrac{3}{4}mv^2$$

Por lo tanto, 2/3 de la EC del cilindro residen en su movimiento traslacional y 1/3 en su movimiento rotacional. Al despejar v se tiene

$$v = \sqrt{\frac{4}{3}gh} = \sqrt{\frac{4}{3}(9.8\ \text{m/s}^2)(1.2\ \text{m})} = 3.96\ \text{m/s}$$

11.14. La cuerda de arranque de un motor fuera de borda se enrolla en una polea de 18 cm de diámetro. ¿Cuál es el momento de la fuerza que se aplica al cigüeñal al jalar la cuerda con fuerza de 50 N?

En este caso, el brazo de palanca de la fuerza es el radio de la polea, r - 9 cm - 0.09 m. De ahí que el momento de la fuerza sea

$$\tau = Fr = (50\ \text{N})(0.09\ \text{m}) = 4.5\ \text{N}\cdot\text{m}$$

11.15. El motor diesel de un bote desarrolla 120 hp a 2000 r/m¡n. a) ¿Cuál es el momento de fuerza (en 1 lb-ft y en N-m) que el motor puede ejercer a esta velocidad? *b)* El motor desarrolla su potencia por medio de un engranaje de 46 cm de diámetro. Si dos de los dientes del engranaje transmiten un momento de fuerza a otro engranaje en un instante determinado, obtenga la fuerza en newtons que actúa sobre cada diente del engranaje.

a) En este caso, la veloci(

$$\omega = (2000\ \mathrm{r/min})\left(0.105\ \frac{\mathrm{rad/s}}{\mathrm{r/min}}\right) = 210\ \mathrm{rad/s}$$

En unidades inglesas,

$$P = (120\ \mathrm{hp})\left(550\ \frac{\mathrm{ft\text{-}lb/s}}{\mathrm{hp}}\right) = 66{,}000\ \mathrm{ft\text{-}lb/s}$$

y puesto que P = *TΩ,*

$$\tau = \frac{P}{\omega} = \frac{66{,}000\ \mathrm{ft\text{-}lb/s}}{210\ \mathrm{rad/s}} = 314\ \mathrm{lb\text{-}ft}$$

En unidades del SI (unidades métricas),

$$P = (120\ \mathrm{hp})(746\ \mathrm{W/hp}) = 89{,}520\ \mathrm{W}$$

y

$$\tau = \frac{P}{\omega} = \frac{89{,}520\ \mathrm{W}}{210\ \mathrm{rad/s}} = 426\ \mathrm{N \cdot m}$$

b) Como T = *Fr* y *r* = 23 cm = 0.23 m, en este caso se tiene

$$F = \frac{\tau}{r} = \frac{426\ \mathrm{N \cdot m}}{0.23\ \mathrm{m}} = 1850\ \mathrm{N}$$

Cada uno de los dientes en contacto con el otro engranaje ejerce la mitad de esta fuerza, es decir 925 N.

11.16. Un motor eléctrico de 1800 r/min mueve una compresora de aire por medio de una transmisión de banda en V. La polea del motor tiene 16 cm de diámetro y la tensión en uno de los lados de la banda es de 130 N, mientras que en el otro es de 40 N. Determine la potencia del motor en HP.

Puesto que *r* = 8 cm = 0.08 m y la fuerza neta sobre la banda es la diferencia entre las dos tensiones, el momento de la fuerza ejercido por el motor sobre la banda es

$$\tau\mathrm{i} = Fr = (130\ \mathrm{N} - 40\ \mathrm{N})(0.08\ \mathrm{m}) = 7.2\ \mathrm{N\text{-}m}$$

La velocidad angular del motor es

$$\omega = (1800\ \mathrm{r/min})\left(0.105\ \frac{\mathrm{rad/s}}{\mathrm{r/min}}\right) = 189\ \mathrm{rad/s}$$

entonces la potencia que desarrolla es

$$P = \tau\omega = (7.2 \text{ N-m})(189 \text{ rad/s}) = 1360 \text{ W}$$

en caballos de potencia,

$$P = \frac{1361 \text{ W}}{746 \text{ W/hp}} = 1.82 \text{ hp}$$

11.17. El tambor en el que se enrolla el cable de un elevador tiene 1m de diámetro. a) ¿A cuántas r/min debe girar el tambor para subir la cabina del elevador con una velocidad de 150 m/min? *b)* Si la carga total es de 2 toneladas, ¿cuál es el momento de la fuerza que se requiere? c) Ignorando la fricción, ¿cuántos caballos de fuerza debe desarrollar el motor?

a) Puesto que

$$\upsilon = \frac{150 \text{ m/min}}{60 \text{ s/min}} = 2.5 \text{ m/s}$$

la velocidad angular del tambor debe ser

$$\omega = \frac{\upsilon}{r} = \frac{2.5 \text{ m/s}}{0.5 \text{ m}} = 5 \text{ rad/s}$$

b) Como 1 ton = 1000 kg y F = *mg,* el momento de la fuerza que se necesita es

$$\tau = Fr = mgr = (2000 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)(0.5 \text{ m}) = 9800 \text{ N-m}$$

c) La potencia que se requiere puede calcularse a partir de P = Fv o a partir de *P* = TΩ:

$$P = F\upsilon = (19\,600 \text{ N})(2.5 \text{ m/s}) = 4.9 \times 10^4 \text{ W}$$

$$P = \tau\omega = (9800 \text{ N-m})(5 \text{ rad/s}) = 4.9 \times 10^4 \text{ W}$$

Como 1 hp = 746 W,

$$P = \frac{4.9 \times 10^4 \text{ W}}{746 \text{ W/hp}} = 65.7 \text{ hp}$$

11.18. Un volante cuyo momefíto de inercia es de 6 kg-m^2 experimenta un momento de fuerza constante de 50 N-m. a) ¿Cuál es su aceleración angular? *b)* ¿Cuánto tiempo tarda en elevar su velocidad a 90 rad/s partiendo del reposo? c) ¿Cuál es su energía cinética a esta velocidad?

a) $$\alpha = \frac{\tau}{I} = \frac{50 \text{ N-m}}{6 \text{ kg-m}^2} = 8.33 \text{ rad/s}^2$$

b) $$t = \frac{\omega_f - \omega_0}{\alpha} = \frac{90 \text{ rad/s}}{8.33 \text{ rad/s}^2} = 10.8 \text{ s}$$

c) $$\text{EC} = \tfrac{1}{2}I\omega_f^2 = \tfrac{1}{2}(6 \text{ kg-m}^2)(90 \text{ rad/s})^2 = 2.43 \times 10^4 \text{ J}$$

11.19. Un volante cuyo momento de inercia es de 14 kg-m^2 gira a 90 rad/s. a) ¿Cuál es el momento de fuerza constante que se necesita para disminuir su velocidad a 40 rad/s en 20 s? *b)* ¿Cuál es el desplazamiento angular del volante en ese tiempo? c) ¿Cuánta energía cinética perdió el volante?

a) $$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_0}{t} = \frac{(40 - 90)\ \text{rad/s}}{20\ \text{s}} = -2.5\ \text{rad/s}^2$$

El signo negativo significa que ω está disminuyendo. El momento de la fuerza que se necesita es

$$\tau = I\alpha = (14\ \text{kg-m}^2)(-2.5\ \text{rad/s}^2) = -35\ \text{N-m}$$

b) Puede utilizarse $\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$ o $\omega_f^2 = \omega_0^2 + 2\ \alpha\theta$ para encontrar 0. A partir de la primera fórmula,

$$\theta = \omega_0 t + \tfrac{1}{2}\alpha t^2 = (90\ \text{rad/s})(20\ \text{s}) - \tfrac{1}{2}(2.5\ \text{rad/s}^2)(20\ \text{s})^2 = 1300\ \text{rad}$$

c) La pérdida de EC del volante aparece como trabajo realizado contra el momento de fuerza aplicado. Por consiguiente,

$$\Delta\text{EC} = W = \tau\theta = -(35\ \text{N}\cdot\text{m})(1300\ \text{rad}) = -4.55 \times 10^4\ \text{N-m}$$

Para verificar esto puede encontrarse ΔEC directamente:

$$\Delta\text{EC} = \text{EC}_0 - \text{EC}_f = \tfrac{1}{2}I(\omega_f^2 - \omega_0^2)$$
$$= \tfrac{1}{2}(14\ \text{kg-m}^2)[(40\ \text{rad/s})^2 - (90\ \text{rad/s})^2] = -4.55 \times 10^4\ \text{N}\cdot\text{m}$$

11.20. Una patinadora gira a 1 r/s con los brazos extendidos de manera que su momento de inercia es de 2.4 kg-m . Luego acerca los brazos a los lados del cuerpo, lo cual reduce su momento de inercia a 1.2 kg-m^2. a) ¿Cuál es su nueva velocidad angular? b) ¿Cuánto trabajo realizó al acercar los brazos al cuerpo?

a) De la conservación del momento angular,

$$I_1\omega_1 = I_2\omega_2$$
$$\omega_2 = \frac{I_1}{I_2}\ \omega_1 = \left(\frac{2.4\ \text{kg-m}^2}{1.2\ \text{kg-m}^2}\right)(1\ \text{r/s}) = 2\ \text{r/s}$$

La patinadora gira dos veces más rápido que antes.

b) El trabajo realizado es igual a la diferencia entre las energías cinéticas de rotación inicial y final. Con el objeto de encontrar los valores de la EC, debe expresarse en rad/s la velocidad angular. Se tiene

$$\omega_1 = (1\ \text{r/s})(2\pi\ \text{rad/r}) = 2\pi\ \text{rad/s}$$
$$\omega_2 = (2\ \text{r/s})(2\pi\ \text{rad/r}) = 4\pi\ \text{rad/s}$$

y entonces,

$$\text{EC}_1 = \tfrac{1}{2}I_1\omega_1^2 = \tfrac{1}{2}(2.4\ \text{kg}\cdot\text{m}^2)(2\pi\ \text{rad/s})^2 = 47\ \text{J}$$
$$\text{EC}_2 = \tfrac{1}{2}I_2\omega_2^2 = \tfrac{1}{2}(1.2\ \text{kg}\cdot\text{m}^2)(4\pi\ \text{rad/s})^2 = 95\ \text{J}$$

Por lo tanto, el trabajo realizado es

$$W = \text{EC}_2 - \text{EC}_1 = 95\ \text{J} - 47\ \text{J} = 48\ \text{J}$$

Problemas complementarios

11.21. a) Exprese 12.5 r en radianes. b) Exprese 0.2 rad en revoluciones. c) Exprese *3Π* rad en revoluciones.

11.22. a) Exprese 32° en radianes. b) Exprese 4.8 rad en grados. c) Exprese *Π/8* rad en grados.

11.23. El minutero de un reloj mide 40 cm de longitud. ¿Cuántos centímetros recorre su punta en 25 min?

11.24. La broca de un taladro que mide 1/2 pulgada de diámetro gira a 400 r/min. a) ¿Cuál es su velocidad angular en radianes por segundo? *b)* ¿Cuál es la velocidad lineal en metros por segundo de un punto situado en el borde de la circunferencia?

11.25. Los dientes de una hoja de sierra circular se mueven a 15 m/s. Si el radio de la hoja es de 0.6 m, ¿a cuántas revoluciones por minuto gira?

11.26. Un automóvil cuyas llantas tienen un radio de 50 cm viaja a 20 km/h. ¿Cual es la velocidad angular de las llantas?

11.27. El radio de la Tierra es de 6.4 x 10^6 m. a) ¿Cuántos radianes gira la Tierra en un año? *b)* ¿Qué distancia recorre en un año un punto situado en el ecuador a causa de esta rotación?

11.28. Un esmeril que rota a 2000 r/min necesita 50 s para detenerse después de apagar su motor. a) Calcule la aceleración angular del esmeril. b) ¿Cuantos radianes gira antes de detenerse? c) ¿Cuántas revoluciones gira antes de detenerse?

11.29. Se aplica un momento de fuerza constante durante 12 s con objeto de llevar hasta el reposo una rueda que gira a 20 r/s. ¿Cuántas revoluciones gira en este tiempo?

11.30. La hélice de un barco gira 300 r mientras su rapidez aumenta de 200 a 500 r/min. a) ¿Cuál es su aceleración angular? b) ¿Cuánto tiempo requirió el aumento de la rapidez?

11.31. La masa y el radio de la Tierra son de 6 x 10^{24} kg y 6.4 x 10^6 m, respectivamente. Suponiendo que la Tierra fuera una esfera de densidad uniforme (lo cual no es cierto, puesto que el centro metálico de la Tierra tiene mayor densidad que el manto rocoso que lo rodea), determine su momento de inercia.

11.32. El momento de inercia de un esmeril de 45 kg es de 5 kg . m^2. Encuentre su radio de giro.

11.33. Dos cilindros, uno sólido y otro hueco, que tienen la misma masa y el mismo diámetro parten del reposo y ruedan desde el extremo superior del mismo plano inclinado sin detenerse, a) ¿Cuál de los dos llega primero al final del plano inclinado? b) ¿Cómo se comparan sus energías cinéticas en la base del plano?

11.34. Una bola de boliche que rueda a 8 m/s empieza a subir por un plano inclinado. ¿Qué altura alcanza?

11.35. Cierto motor desarrolla 40 hp a 1000 r/min y 65 hp a 1600 r/min. ¿A qué velocidad angular produce el momento de fuerza máximo?

11.36. El alternador del motor de un camión produce 350 W de potencia eléctrica cuando rota a 4000 r/min. Si su eficiencia es del 95 por ciento, ¿cuál es la diferencia en las tensiones de los dos lados de la banda de transmisión en V? El diámetro de la polea del alternador es de 10 cm.

11.37. El cabrestante de un buque debe arrastrar una carga de 1700 N a 1 m/s. a) ¿Cuántos caballos de fuerza se necesitan? b) Si el tambor del cabrestante tiene 20 cm de diámetro, ¿cuántas revoluciones por minuto debe girar? c) ¿Cuál es el momento de la fuerza que desarrolla el tambor?

11.38. Una turbina que inicialmente gira a 120 rad/s se detiene en 80 s al aplicarle un momento de fuerza constante por fricción con valor 200 N.m. ¿Cuál es el momento de inercia de la turbina?

11.39. Una rueda cuyo momento de inercia es de 2 kg. m^2 tiene una velocidad angular inicial de 50 rad/s. a) Si sobre la rueda actúa un momento de fuerza constante de 10 N. m, ¿cuánto tiempo tarda en alcanzar una velocidad de 80 rad/s? b) ¿En cuánto se incrementa su energía cinética?

11.40. Una rueda cuyo momento de inercia es de 0.54 kg . m^2 gira a 1500 r/min. a) Qué momento de fuerza constante se requiere para elevar su velocidad angular a 2000 r/min en 8 s? *b)* ¿Cuánto trabajo se realiza sobre la rueda?

Respuestas a los problemas complementarios

11.21. a) 78.5 rad b) 0.032 c) 1.5 r

11.22. a) 0.558 rad b) 275° c) 22.5°

11.23. 105 cm

11.24. a) 42 rad/s b) 0.27 m/s

11.25. 239 r/min

11.26. 11.1 rad/s

11.27. a) 2293 rad b) 1.47 x 10^{10} m

11.28. a) -4.2 rad/s^2 b) 5250 rad c) 836 r

11.29. 120 r

11.30. a) 0.614 rad/s^2 b) 51.3 s

11.31. 9.8 .10^{37} kg .m^2

11.32.. 33 cm

11.33. El cilindro sólido llega primero a la base del plano inclinado porque su energía cinética de rotación es menor que su energía cinética total. Las energías cinéticas totales de los cilindros en la base del plano son iguales porqué tenían la misma energía potencial en la parte superior.

11.34. 4.57 m

11.35. 1600 r/min

11.36. 17.5 N

11.37. a) 2.28 hp b) 95.5 r/min c) 170 N • m

11.38. 133 kg m^2

11.39. a) 6 s b) 3900 J

11.40. a) 3.5 N.m b) 233 r c) 5.1 x 10^3 J

11.41. a) 50 rad/s b) 2500 J

Máquinas simples

12

MAQUINAS

Una *máquina* es un mecanismo o aparato que cambia la magnitud, dirección o modo de aplicación de una fuerza o de su momento al transmitirlos con un propósito particular. Existen sólo tres máquinas básicas a partir de las cuales se desarrollan las demás: la palanca, el plano inclinado y la prensa hidráulica. La prensa hidráulica se describe en el capítulo 16.

VENTAJA MECÁNICA

La *ventaja mecánica real* (VMR) de una máquina es la razón entre la fuerza F_m que ejerce la máquina y la fuerza F_a que se le aplica:

$$\text{VMR} = \frac{F_m}{F_a}$$

$$\text{Ventaja mecánica real} = \frac{\text{fuerza ejercida por la máquina}}{\text{fuerza aplicada a la máquina}}$$

Una VMR mayor que 1 indica que F_m es mayor que F_a; una VMR menor que 1 significa que F_m es menor que F_a.

La *ventaja mecánica teórica* (VMT) de una máquina es su ventaja mecánica en ausencia de fricción. Si la fuerza aplicada a la máquina actúa a lo largo de una distancia s, cuando la fuerza ejercida por la máquina actúa a lo largo de una distancia s_m, entonces de acuerdo con el principio de conservación de la energía,

$$\text{Entrada de trabajo} = \text{salida de trabajo}$$

$$F_a s_a = F_m s_m$$

y así

$$\frac{F_m}{F_a} = \frac{s_a}{s_m}$$

cuando no hay fricción. Puesto que la fricción actúa de manera que el cociente F_m/F_B, disminuye en una máquina real, pero no se altera el cociente s_a/s_m, es común definir la ventaja mecánica teórica en términos de la última razón:

$$\text{VMT} = \frac{s_a}{s_m}$$

$$\text{Ventaja mecánica teórica} = \frac{\text{distancia que actúa la fuerza aplicada a la máquina}}{\text{distancia que actúa la fuerza ejercida por la máquina}}$$

EFICIENCIA

La *eficiencia* (ef) de una máquina es igual a la razón máquina entre sus ventajas mecánicas real y teórica:

$$\text{ef} = \frac{\text{VMR}}{\text{VMT}} = \frac{\text{salida de trabajo}}{\text{entrada de trabajo}} = \frac{\text{salida de potencia}}{\text{entrada de potencia}}$$

LA PALANCA

La VMT de una *palanca* es la razón entre sus brazos de palanca L_a y L_m (Figura 12-1):

$$\text{VMT} = \frac{L_a}{L_m}$$

La rueda y el eje, las transmisiones por bandas y por engranajes y los sistemas de poleas se basan en la palanca.

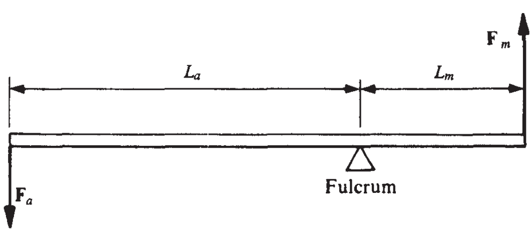


FIGURA 12-1

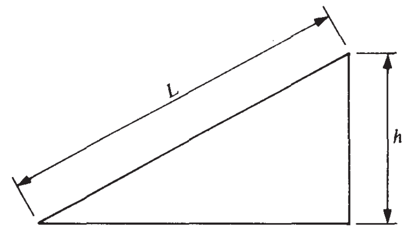


FIGURA 12-2

EL PLANO INCLINADO

La VMT **de** un *plano inclinado* es igual a la razón entre su longitud y su altura (Figura 12-2):

$$\text{VMT} = \frac{L}{h}$$

Las cuñas, levas y tornillos se basan en el plano inclinado.

Un *tornillo* es un plano inclinado con forma de hélice que envuelve a un cilindro. El *paso p* de un tornillo, también llamado paso de rosca, es la distancia entre dos espiras contiguas de la hélice (Figura12-3). Si se gira la cabeza de un tornillo por medio de una fuerza tangencial aplicada a una distancia L de su eje, la fuerza aplicada recorre una distancia $s_a = 2\pi L$, mientras que el tornillo avanza $s_m = p$. Por lo tanto, la VMT de un tornillo es

$$\text{VMT} = \frac{s_a}{s_m} = \frac{2\pi L}{p}$$

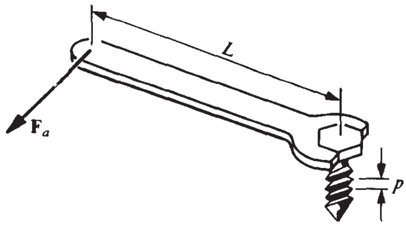


FIGURA 12-3

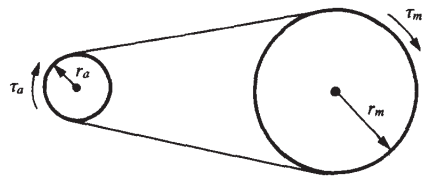


FIGURA 12-4

TRANSMISIÓN DEL MOMENTO DE UNA FUERZA

Las transmisiones por bandas y por engranajes hacen posible transferir los momentos de las fuerzas de un eje al otro (Figura 12-14). La ventaja mecánica real de cualquier sistema de este tipo es

$$\mathrm{VMR} = \frac{\tau_m}{\tau_a} = \frac{\text{momento de la fuerza ejercido por la transmisión}}{\text{momento de la fuerza aplicado sobre la transmisión}}$$

La ventaja mecánica teórica de un sistema de poleas es igual a la razón entre el radio r_m de la polea impulsada (que ejerce el momento τ_m) y el radio r_a de la polea impulsora, que es igual a la razón de sus diámetros:

$$\mathrm{VMT} = \frac{r_m}{r_a} = \frac{d_m}{d_a}$$

En el caso de la transmisión por engranajes, puesto que el número de dientes de un engrane es proporcional a su radio y

$$\mathrm{VMT} = \frac{N_m}{N_a} = \frac{\text{número de dientes del engranaje impulsado}}{\text{número de dientes del engranaje impulsador}}$$

En cualquier sistema de transmisión del momento de una fuerza, la razón entre las velocidades angulares es igual al inverso de la VMT:

$$\frac{\text{velocidad angular de la polea o engranaje impulsado}}{\text{velocidad angular de la polea o engranaje impulsador}} = \frac{\omega_m}{\omega_a} = \frac{d_a}{d_m} = \frac{1}{\mathrm{VMT}}$$

Un aumentoen el momento de la fuerza va acompañado de una disminución en la rapidez de rotación, y viceversa.

Problemas resueltos

[En cada caso la eficiencia es del 100%, excepto cuando se indique lo contrario.]

12.1. Se pretende levantar del piso uno de los extremos de una caja de 200 kg utilizando un tablón de 3 m como palanca. Si la fuerza máxima que puede aplicarse al tablón es de 350 N, ¿dónde debe colocarse el apoyo? Suponga que el contenido de la caja está distribuido uniformemente, de manera que la masa que debe levantarse es de 100 kg.

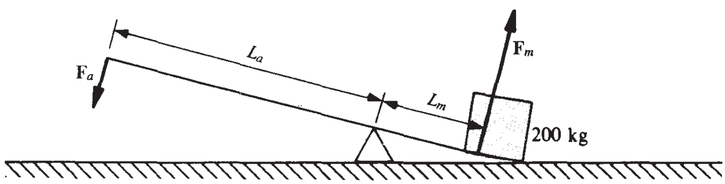


FIGURA 12-5

El peso de una masa de 100 kg es

$$w = mg = (100\ \text{kg})(9.8\ \text{m/s}^2) = 980\ \text{N}$$

Puesto que el tablón mide 3 m de longitud (Figura 12-5),

$$L_a + L_m = 3 \qquad\qquad L_a = 3\ \text{m} - L_m$$

En ausencia de fricción,

$$\frac{F_m}{F_a} = \frac{L_a}{L_m}$$

$$\frac{980\ \text{N}}{350\ \text{N}} = \frac{3\ \text{m} - L_m}{L_a}$$

$$3.8L_m = 3\ \text{m} \qquad\qquad L_m = 0.79\ \text{m}$$

El apoyo debe localizarse a 79 cm del extremo de la caja.

12.2. El sistema formado por una *rueda y un eje* (Figura 12-6) es una derivación de la palanca que permite un movimiento continuo. a) ¿Dónde está el punto de apoyo? *b)* ¿Cuál es la VMT de la rueda y el eje?

a) El centro del eje actúa como punto de apoyo.

b) La fuerza aplicada al sistema actúa tangencialmente sobre el borde de la rueda, mientras que la fuerza ejercida por el sistema actúa tangencialmente sobre el borde del eje. Cuando el sistema realiza una vuelta completa, un punto situado sobre la rueda recorre una distancia 's = $2\pi R$ y un punto localizado sobre el eje se desplaza una distancia $s_m = 2\pi r$. Por lo tanto,

$$\text{VMT} = \frac{s_a}{s_m} = \frac{2\pi R}{2\pi r} = \frac{R}{r}$$

Entre mayor es el radio de la rueda con respecto al del eje, mayor es la ventaja mecánica.

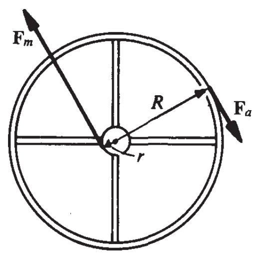


FIGURA 12-6

12.3. Encuentre la VMT del sistema de poleas (también llamado polipasto o aparejo) que se ilustra en la figura 12-7.

Al elevar la carga una distancia *h,* debe sacarse del sistema de poleas una longitud total de cuerda igual a 4 h debido a que son cuatro tramos de cuerda los que sostienen la carga. Por consiguiente,

$$\text{VMT} = \frac{s_a}{s_m} = \frac{4h}{h} = 4$$

Como regla general, la VMT de un sistema de poleas es igual al número de tramos de cuerda que sostienen la carga. La cuerda que sale de la polea superior de la figura 12-7 no ayuda a sostener la carga y es por eso que no se toma en cuenta al determinar la VMT del sistema.

12.4. Calcule la VMT del sistema de poleas que se ilustra en la figura 12-8.

Este sistema de poleas es igual al de la figura 12-7, pero está invertido. Como resultado, ahora son cinco los tramos de cuerda que sostienen la carga y la VMT es, por consiguiente, 5.

12.5. Encuentre la VMT del sistema de poleas que se ilustra en la figura 12-9.

En realidad aquí se trata de dos sistemas de poleas. Los dos tramos de cuerda, 1 y 2, que pasan por la polea A, sostienen inicialmente la carga, así que la $\text{VMT}_1 = 2$. A la tensión en la cuerda 2 la soportan los tramos 3 y 4 de otra cuerda que pasa por la polea B, así que la $\text{VMT}_2 = {}_2$. La polea C sólo cambia la dirección de la cuerda y el tramo 5 no ayuda a sostener la carga. De ahí que

$$\text{VMT} = (\text{VMT}_1)(\text{VMT}_2) = (2)(2) = 4$$

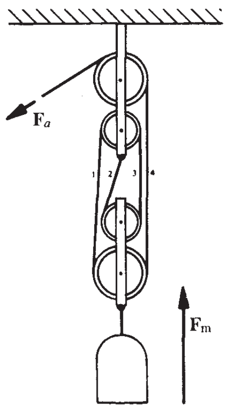


FIGURA 12-7

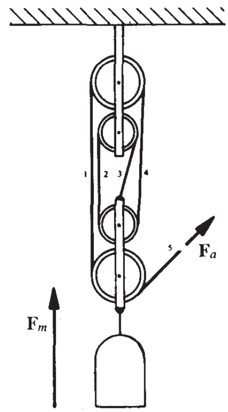


FIGURA 12-8

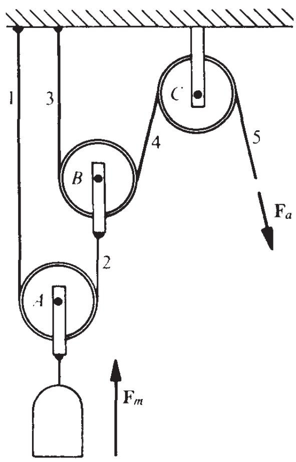


FIGURA 12-9

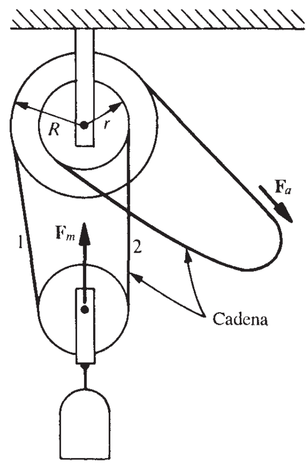


FIGURA 12-10

12.6. Una mujer aplica una fuerza de 80 N para levantar una carga de 280 N a una altura de 0.5 m con la ayuda de un sistema de poleas. Si saca del sistema un total de 2 m de cuerda, ¿cuál es su eficiencia?

La VMT y la VMR del sistema son, respectivamente,

$$\text{VMT} = \frac{s_a}{s_m} = \frac{2\ \text{m}}{0.5\ \text{m}} = 4$$

$$\text{VMR} = \frac{F_m}{F_a} = \frac{280\text{ N}}{80\text{ N}} = 3.5$$

Por lo tanto, la eficiencia es

$$\text{ef} = \frac{\text{VMR}}{\text{VMT}} = \frac{3.5}{4} = 0.875 = 87.5\%$$

12.7. En la figura 12.10, aparece una *polea diferencial* (a menudo denominada *polipasto o aparejo de cadena* porqué se emplea una cadena que corre sobre poleas estriadas a fin de evitar el deslizamiento). Cuando se jala la parte suelta de la cadena, como se indica en la figura, el tramo 1 de la cadena que sostiene la polea móvil se acorta mientras que el tramo 2 se alarga. Puesto que el tramo 1 se acorta más de lo que el tramo 2 se alarga, la carga se eleva. Al jalar el otro tramo suelto de la caena, se hace descender la carga. *a)* Determine la VMT de la polea diferencial. b) Si las poleas superiores del polipasto son de 27 y 30 cm de diámetro y el sistema tiene una eficiencia del 75 por ciento, ¿de qué peso puede ser la carga si debe levartarse con una fuerza de 180 N? c) Si la carga debe elevarse a una altura de 5 m, ¿qué longitud de cadena debe sacarse por las poleas?

a) El radio de la polea superior grande es R, y el de la pequeña es r. En una vuelta completa de las poleas superiores, la fuerza F_a aplicada a la máquina actúa a lo largo de una distancia igual a la circunferencia de la polea grande, así que $s_a = 2\pi R$. En esta rotación, el tramo 1 se acorta $2\pi R$, mientras que el tramo 2 se alarga $2\pi r$, de manera que la disminución total en la longitud es $2\pi R - 2\pi r = 2\pi(R-r)$. como la disminución en longitud se reparte entre los tramos 1 y 2, la polea móvil se eleva una distancia igual a la mitad de la cantidad anterior, y $s_m = \pi(R-r)$. Por consiguiente, la VMT del sistema es

$$\text{VMT} = \frac{s_a}{s_m} = \frac{2\pi R}{\pi(R-r)} = \frac{2R}{R-r}$$

b) Como R = 15 cm y r = 13.5 cm, la VMT del montacarga es

$$\text{VMT} = \frac{2R}{R-r} = \frac{(2)(15\text{ cm})}{15\text{ cm} - 13.5\text{ cm}} = \frac{30\text{ cm}}{1.5\text{ cm}} = 20$$

Con una eficiencia del 75 por ciento,

$$\text{VMR} = (\text{ef})(\text{VMT}) = (0.75)(20) = 15$$

y así, una fuerza aplicada de 180 N puede levantar una carga de

$$F_m = (\text{VMR})(F_a) = (15)(180\text{ N}) = 2700\text{ N}$$

c) Dado que s_m = 1.5 m y la VMT = 20, se tiene

$$s_A = (\text{VMT})(s_m) = (20)(1.5\text{ M}) = 30\text{ m}$$

2.8. Una rampa inclinada de 24 m de largo desciende a 1.5 m hasta la orilla de un lago. ¿Qué fuerza se necesita para jalar un bote de 3500 N usando un tractor que pesa 800 N si la fricción en las llantas del tractor reduce la eficiencia al 90 por ciento?

La VMT de la rampa es

$$\text{VMT} = \frac{L}{h} = \frac{24\ \text{m}}{1.5\ \text{m}} = 16$$

y su VMH es

$$\text{VMR} = (\text{ef})(\text{VMT}) = (0.90)(16) = 14.4$$

La fuerza ejercida por la rampa es igual a la suma de los pesos del bote y el tractor, de manera que la fuerza aplicada es

$$F_a = \frac{F_m}{\text{VMR}} = \frac{4300\ \text{N}}{14.4} = 299\ \text{N}$$

12.9. El tornillo de una prensa tiene un paso de rosca de $\frac{3}{16}$ pulgada y una palanca de 20 cm de longitud. Si la eficiencia es del 40 por ciento, ¿qué fuerza se desarrolla entre las piezas de la mordaza de la prensa cuando se aplica una fuerza de 45 N al extremo de la palanca?

Como 1 pulgada = 2.54 cm, el paso de rosca del tornillo es

$$p = (\tfrac{3}{16}\ \text{pulgada})(2.54\ \text{cm/pulgada}) = 0.48\ \text{cm}$$

Por consiguiente, la VMT de la prensa es

$$\text{VMT} = \frac{2\pi L}{p} = \frac{(2\pi)(20\ \text{cm})}{0.48\ \text{cm}} = 262$$

y su VMR es

$$\text{VMR} = (\text{ef})(\text{VMT}) = (0.40)(262) = 105$$

Así, la fuerza desarrollada entre la mordaza de la prensa es

$$F_m = (F_a)(\text{VMR}) = (45\ \text{N})(105) = 4725\ \text{N}$$

12.10. Un gato de tornillo con paso de 5 mm y una palanca de 60 cm de longitud requiere de una fuerza de 50 N para levantar una carga de 700 kg. Obtenga la eficiencia del gato.

Las VMT y VMR del gato son, respectivamente,

$$\text{VMT} = \frac{2\pi L}{p} = \frac{(2\pi)(60\ \text{cm})}{0.5\text{cm}} = 754$$

$$\text{VMR} = \frac{F_m}{F_a} = \frac{mg}{F_a} = \frac{(700\ \text{kg})(9.8\ \text{m/s}^2)}{50\ \text{N}} = 137$$

La eficiencia del gato es

$$\text{ef} = \frac{\text{VMR}}{\text{VMT}} = \frac{137}{754} = 0.18 = 18\%$$

12.11. Un motor de 1200 revoluciones por minuto (r/min) se conecta a una sierra de hoja circular de 30 cm de diámetro por medio de una banda en V y un par de poleas de paso (Figura 12-11). a) Si los diámetros de las poleas en cada juego son 10,12 y 15 cm, obtenga las posibles velocidades angulares de la sierra, en revoluciones por minuto. *b)* Calcule las velocidades lineales correspondientes de los dientes de la sierra, en metros por minuto.

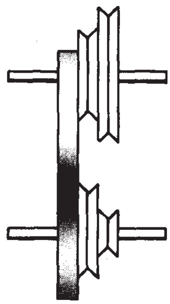


FIGURA 12-11

a) Las tres posibles razones entre los diámetros de las poleas son $\frac{2}{3}$, 1 y $\frac{3}{2}$. Debido a que

$$\omega_m = \omega_a \frac{d_a}{d_m}$$

las tres posibles velocidades angulares de la sierra son

$$\omega_1 = (1200\ \text{r/min})(\tfrac{2}{3}) = 800\ \text{r/min}$$
$$\omega_2 = (1200\ \text{r/min})(1) = 1200\ \text{r/min}$$
$$\omega_3 = (1200\ \text{r/min})(\tfrac{3}{2}) = 1800\ \text{r/min}$$

b) La relación entre la velocidad lineal *v* de los dientes de la sierra, el radio *r* de la sierra y su velocidad angular *ω es v = ωr,* donde *ω* debe expresarse en radianes por unidad de tiempo. Ya que hay *2π* radianes en una revolución, las velocidades angulares anteriores pueden expresarse también como

$$\omega_1 = \left(2\pi\ \frac{\text{rad}}{\text{r}}\right)(800\ \text{r/min}) = 5027\ \text{rad/min}$$

$$\omega_2 = \left(2\pi\ \frac{\text{rad}}{\text{r}}\right)(1200\ \text{r/min}) = 7540\ \text{rad/min}$$

$$\omega_3 = \left(2\pi\ \frac{\text{rad}}{\text{r}}\right)(1800\ \text{r/min}) = 11{,}310\ \text{rad/min}$$

El radio de la sierra es r = 15 cm = 0.15 m, por lo que las velocidades lineales posibles de los dientes son

$v_1 = \omega_1 r = 754$ m/min $\quad v_2 = \omega_2 r = 1131$ m/min $\quad v_3 = \omega_3 r = 1697$ m/min

12.12. Una máquina desarrolla 8 hp a 4000 rpm. ¿Cuál es la razón de los engranes necesaria para aplicar un momento de fuerza de 57 N-m a una carga?

Puesto que

$$P = (8\ \text{hp})\left(746\ \frac{\text{W}}{\text{hp}}\right) = 5968\ \text{W}$$

$$\omega = (4000\ \text{r/min})\left(0.105\ \frac{\text{rad/s}}{\text{r/min}}\right) = 420\ \text{rad/s}$$

el momento de la fuerza del motor es

$$\tau\ \frac{P}{\omega} = \frac{5968\ \text{N-m/s}}{420\ \text{rad/s}} = 14.21\ \text{N-m}$$

Por consiguiente, la razón de los engranajes que se necesita es

$$\frac{N_m}{N_a} = \frac{\tau_m}{\tau_a} = \frac{57\ \text{N-m}}{14.21\ \text{N-m}} = 4$$

Problemas complementarios

12.13. ¿Qué fuerza se necesita para levantar un peso 90 N con la palanca de la figura 12-12?

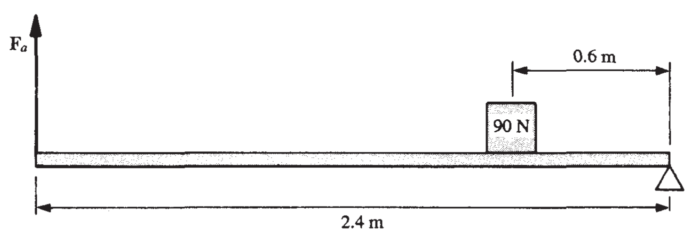


FIGURA 12-12

12.14. la mordaza de un alicate sostiene un perno. Si el perno está a 2.5 cm del pasador y se aplica una fuerza de 3 N a cada uno de los brazos a una distancia de 15 cm del pasador, encuentre la fuerza total de compresión sobre el perno.

12.15. Determine la VMT del sistema de poleas de la figura 12-13.

12.16. Encuentre la VMT del sistema de poleas de la figura 12-14.

12.17. Obtenga la VMT del sistema de poleas de la figura 12-15.

12.18. ¿Cuál es la VMT máxima que puede obtenerse con un sistema de dos poleas?

12.19. Las poleas superiores de un polipasto de cadena miden 10 y 11 cm de radio. a) Si la eficiencia del polipasto es del 80 por ciento, ¿qué fuerza se necesita para levantar una carga de 890 N? *b)* ¿Qué longitud total de cadena debe sacarse por las poleas para levantar la carga 0.5 m?

12.20. Para levantar un motor de 180 kg a una altura de 1.2 m, se usa un polipasto de cadena, al que se aplica una fuerza de 100 N a la cadena, de la cual se sacan por las poleas 30 m. ¿Cuál es la eficiencia del polipasto?

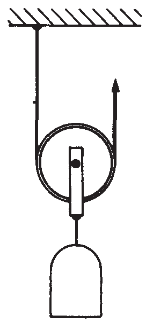


FIGURA 12-13

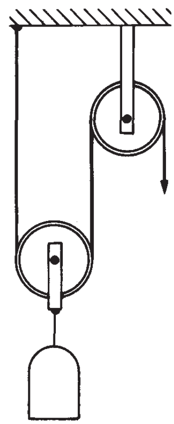


FIGURA 12-14

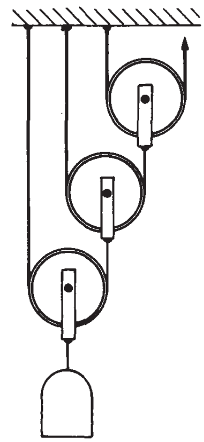


FIGURA 12-15

12.21. Se pretende empujar un piano de 1800 N montado sobre ruedas sin fricción con el fin de subirlo por una rampa de 6 m hasta una plataforma que está a 0.9 m del piso. ¿Qué fuerza se necesita?

12.22. a) ¿Qué tipo de máquina simple es un desarmador? *b)* El mango de un desarmador mide 3 cm de diámetro, y su punta plana es de 6 mm de ancho. ¿Cuál es su ventaja mecánica?

12.23. Con el fin de apretar un perno que tiene 9 vueltas por centímetro, se usa un desarmador cuyo mango mide 2.5 cm de diámetro. Si la eficiencia es del 8 por ciento, calcule la fuerza que se ejerce sobre la tuerca al aplicar una fuerza de 13 N al mango.

12.24. Un motor que gira a 600 r/min opera una compresora de aire que gira a 200 r/min a través de una transmisión de banda en V. Si la polea del motor mide 15 cm de diámetro, ¿cuál debe ser el diámetro de la polea de la compresora?

12.25. La rueda dentada unida al eje trasero de una bicicleta tiene 20 cm de diámetro y la rueda dentada unida a los pedales mide 10 cm de diámetro. El diámetro de las ruedas de la bicicleta es de 66 cm. ¿A cuántas revoluciones por minuto deben girar los pedales para viajar a 16 km/h?

Respuestas a los problemas complementarios

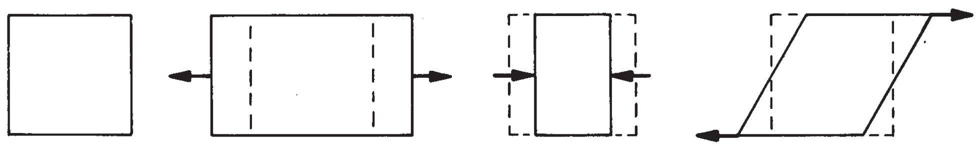
12.13. 22.5 N
12.14. 54 N
12.15. 2
12.16. 2
12.17. 8
12.18. 3
12.19. a)50.6 b) 11 m
12.20. 71%
12.21. 270 N
12.22. *a)* rueda y el eje *b)* 5
12.23. 73 N
12.24. 45 cm
12.25. 64r/min

Elasticidad

13

ESFUERZO Y DEFORMACIÓN

El *esfuerzo a* que se somete un cuerpo cuando actúa sobre éste una fuerza deformadora es igual a la magnitud de la fuerza, F, dividida entre el área *A* de la sección transversal sobre la cual actúa. La unidad de esfuerzo en el sistema SI es el newton por metro cuadrado (N/m^2), que se conoce como *pascal* (Pa). En el sistema inglés se acostumbra el uso de libras por pulgada cuadrada (lb/in^2). Los tres tipos de esfuerzo: *tensión, compresión y esfuerzo cortante** aparecen ejemplificados en la figura 13-1.



Sin esfuerzo Tensión Compresión Esfuerzo cortante

FIGURA 13-1

Al cambio relativo en el tamaño o forma de un cuerpo debido a la aplicación de un esfuerzo, se le denomina *deformación unitaria.* La deformación unitaria es una cantidad que carece de dimensiones; por ejemplo, la deformación unitaria longitudinal que sobre un cuerpo produce la tensión es igual al cambio en longitud AL dividido entre la longitud original Lo, lo cual es un número adimensional.

ELASTICIDAD

El *límite elástico*[t] de un material es el esfuerzo máximo que puede aplicarse a un cuerpo sin ocasionar una deformación permanente. Para esfuerzos inferiores al límite elástico, el material muestra un comportamiento *elástico:* cuando el esfuerzo cesa de actuar, el cuerpo regresa a su tamaño y forma originales.

Por debajo del límite elástico, se encuentra que la deformación unitaria es proporcional al esfuerzo. A esta relación se le conoce como *ley de Hooke.* En el caso de la tensión, por ejemplo, al duplicar la fuerza aplicada sobre el cuerpo, se duplica su alargamiento. El *módulo de elasticidad* o *módulo elástico* de un material sujeto a alguna clase particular de esfuerzo inferior a su límite elástico, se define por medio de su relación

[t]Al "esfuerzo cortante" se le conoce también como "esfuerzo de cizalladura" (N. de la *T.).*

[t]Se conoce también como "límite de elasticidad" (N. de la T".).

$$\text{Módulo de elasticidad} = \frac{\text{esfuerzo}}{\text{deformación unitaria}}$$

El *límite de ruptura* de un material es el esfuerzo máximo que puede soportar sin romperse. En muchos materiales, el límite de ruptura es mucho mayor que el límite elástico. Cuando se aplica a dichos materiales un esfuerzo mayor que su límite elástico, pero menor que su límite de ruptura, el resultado es una deformación permanente. Un ejemplo de esto es cuando se dobla una pieza de metal.

MODULO DE YOUNG

Cuando sobre un cuerpo de longitud L_0 y área A de la sección transversal actúa una fuerza de compresión F (Figura 13-2), el resultado es un cambio ΔL. en longitud. Por debajo del límite elástico, la razón entre el esfuerzo y la deformación unitaria, para este caso, se denomina *módulo de Young:*

$$Y = \frac{F/A}{\Delta L/L_0}$$

$$\textbf{Módulo de Young} = \frac{\text{esfuerzo longitudinal}}{\text{deformación unitaria longitudinal}}$$

El valor del módulo de Young depende sólo de la composición del objeto, no de su tamaño o forma. Las unidades usuales de Y son newtons por metro cuadrado (N/m^2) y libras por pulgada cuadrada (1lb/in^2).

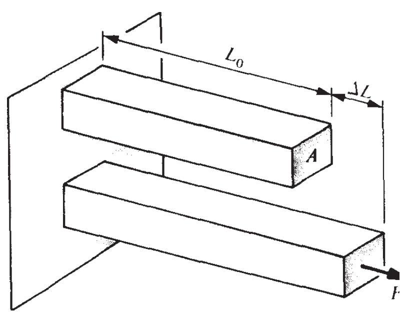


FIGURA 13-2

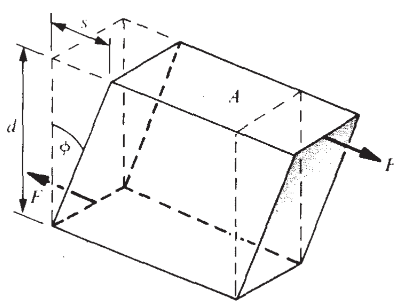


FIGURA 13-3

MODULO CORTANTE

Un esfuerzo cortante cambia la forma de un objeto, pero no su volumen. La figura 13-3 muestra un bloque rectangular sobre el cual actúan fuerzas cortantes *F.* El esfuerzo cortante es igual a *FIA,* y la deformación unitaria cortante es igual al ángulo de deformación cortante *Φ** expresado en radianes. Puesto que *Φ* siempre es pequeño, su valor puede aproximarse por el cociente *s/d,* donde s es el desplazamiento de las caras del bloque y d la distancia entre ellas. Por debajo del límite elástico hay, por consiguiente, dos expresiones equivalentes para el *módulo cortante*** (o *módulo de rigidez):*

$$s = \frac{F/A}{\phi} = \frac{F/A}{s/d}$$

$$\text{Módulo cortante} = \frac{\text{esfuerzo cortante}}{\text{deformación unitaria cortante}}$$

MODULO VOLUMÉTRICO

Cuando sobre toda la superficie de un cuerpo actúan fuerzas de comprensión, su volumen disminuye. Si la -fuerza de comprensión por unidad de área *F/A* es uniforme, el *módulo volumétrico* está dado por

$$B = -\frac{F/A}{\Delta V/V_0}$$

$$\text{Módulo volumétrico} = \frac{\text{esfuerzo volumétrico}}{\text{deformación unitaria volumétrica}}$$

Se incluye el signo negativo porque un aumento en el esfuerzo volumétrico produce una disminución en el volumen.

Los esfuerzos volumétricos ocurren cuando los objetos se sumergen en líquidos, debido a que un liquido ejerce una fuerza uniforme perpendicular a cualquier superficie en su interior. Como se analiza en el capítulo 16, el esfuerzo *FIA* ejercido por un líquido se llama *presión y se indica* por p, de manera que también puede escribirse

$$B = -\frac{p}{\Delta V/V_0}$$

Problemas resueltos

13.1. Una cuerda de nylon trenzada de 1 cm de diámetro tiene una resistencia a la ruptura de 20.000 N. Encuentra la resistencia a la ruptura de 20,000 N. Encuentre la resistencia a la ruptura de cuerdas similares de a) $\frac{1}{2}$ cm y b)2 cm de diámetro.

Puesto que el esfuerzo de ruptura *F/A* es el mismo para todas las cuerdas, sus resistencias a la ruptura *F* son proporcionales a las áreas A de la sección transversal. El área de la sección transversal de un cilindro de diámetro *d* es $A = \pi r^2 = \pi d^2/4$, por lo que en cada caso *F* varia en proporción directa a d^2

*Al que también se le da el nombre de "ángulo de deslizamiento" o "ángulo de corte" *(N.* de la *T.).*

**También, "módulo de esfuerzo cortante o de cizalladura" (*N.* de la *T.).*

a) Una cuerda de 1/2 cm de diámetro tiene un área $(\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$ del área de una cuerda de 1 cm de diámetro; por lo tanto, su resistencia a la ruptura es igual a la cuarta parte de la resistencia a la ruptura de la cuerda de 1 cm de diámetro, es decir 5000 N.

b) Una cuerda de 2 cm de diámetro tiene un área $2^2 = 4$ veces el área de una cuerda de 1 cm de diámetro; por lo tanto, su resistencia a la ruptura es cuatro veces la resistencia a la ruptura de la cuerda de 1 cm de diámetro, es decir, 80 000 N.

13.2. Un alambre de 3 m de longitud y con sección transversal de área 0.06 cm^2, se alarga 0.12 cm cuando se le suspende un peso de 480 N. Encuentre el esfuerzo sobre el alambre, la deformación unitaria resultante y el valor del módulo de Young para el material del alambre.

$$\text{Esfuerzo} = \frac{F}{A} = \frac{480\ \text{N}}{6 \times 10^{-6}\ \text{m}^2} = 8 \times 10^7\ \text{Pa}$$

$$\text{Deformación} = \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{1.2 \times 10^{-3}\ \text{m}}{3\ \text{m}} = 4 \times 10^{-4}$$

$$Y = \frac{F/A}{\Delta L/L_0} = \frac{8 \times 10^7\ \text{N/m}^2}{4 \times 10^{-4}} = 2 \times 10^{11}\ \text{Pa}$$

13.3. Se usa un alambre de aluminio de 3 mm de diámetro y 4 m de longitud para sostener una masa de 50 kg. ¿Cuánto se alarga el alambre? El módulo de Young para el aluminio es de 7 x 10^{10} Pa.

El área de la sección transversal de un alambre de radio r = 1.5 mm = 1.5 x 10^{-3} m es

$$A = \pi r^2 = (\pi)(1.5 \times 10^{-3}\ \text{m})^2 = 7.07 \times 10^{-6}\ \text{m}^2$$

La fuerza aplicada es

$$F = mg = (50\ \text{kg})(9.8\ \text{m/s}^2) = 490\ \text{N}$$

y así, el alargamiento del alambre es

$$\Delta L = \frac{L_0}{Y}\frac{F}{A} = \frac{(4\ \text{m})(490\ \text{N})}{(7 \times 10^{10}\ \text{N/m}^2)(7.07 \times 10^{-6}\ \text{m}^2)} = 3.96 \times 10^{-3}\ \text{m} = 3.96\ \text{mm}$$

13.4. El límite elástico del aluminio es de **1.3 × 10^8 Pa.** ¿Cuál es la masa máxima que puede sostener el alambre del problema 13.3, sin exceder el límite elástico?

Debido a que el área de sección transversal del alambre es $A = 7.07 \times 10^{-6}\ \text{m}^2$ y puesto que

$$\left(\frac{F}{A}\right)_{\text{máx}} = 1.3 \times 10^8\ \text{N/m}^2$$

la fuerza máxima es

$$F_{\text{máx}} = (1.3 \times 10^8\ \text{N/m}^2)(7.07 \times 10^{-6}\ \text{m}^2) = 919\ \text{N}$$

que corresponde a una masa de

$$m = \frac{w}{g} = \frac{F_{máx}}{g} = \frac{919 \text{ N}}{9.8 \text{ m/s}^2} = 94 \text{ kg}$$

13.5. Un tubo de acero de 4 m de longitud sirve para soportar un piso combado. El diámetro interior del tubo es de 8 cm, el exterior de 10 cm y $Y = 2.1 \times 10^{11}$ Pa. Un aparato sensible a la deformación indica que la longitud del tubo disminuyó 0.01 cm. ¿Cuál es la magnitud de la carga que sostiene el tubo?

El área de la sección transversal del tubo (Figura 13-4) es

$$A = \pi(R^2 - r^2) = \pi[(5 \text{ cm})^2 - (4 \text{ cm})^2] = 28.3 \text{ cm}^2$$

Como $L_0 = 4 \text{ m} = 400 \text{ cm}$,

$$F = YA\frac{\Delta L}{L_0} = \left(2.1 \times 10^{11} \frac{\text{N}}{\text{m}^2}\right)(28.3 \times 10^{-4} \text{ m}^2)\left(\frac{0.01 \text{ cm}}{400 \text{ cm}}\right) = 14{,}800 \text{ N}$$

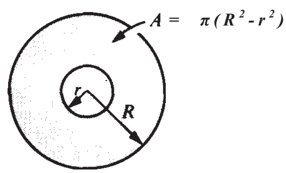


FIGURA 13-4

13.6. ¿Cuánto puede estirarse un alambre de acero de 3 m de longitud y 2 mm de diámetro antes de exceder su límite elástico? El módulo de Young para el alambre es 2×10^{11} Pa, y su límite elástico es 2.5×10^8 Pa.

El área de la sección transversal de un alambre de radio $r = 1$ mm $= 10^{-3}$ m es

$$A = \pi r^2 = 3.14 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

La fuerza máxima que puede aplicarse sin exceder el límite elástico es, por lo tanto,

$$F = \left(\frac{F}{A}\right)_{máx}(A) = (2.5 \times 10^8 \text{ N/m}^2)(3.14 \times 10^{-6} \text{ m}^2) = 785 \text{ N}$$

Al aplicar esta fuerza, el alambre se estira en

$$\Delta L = \frac{L_0}{Y}\frac{F}{A} = \frac{(3 \text{ m})(785 \text{ N})}{(2 \times 10^{11} \text{ N/m}^2)(3.14 \times 10^{-6} \text{ m}^2)} = 3.75 \times 10^{-3} \text{ m} = 3.75 \text{ mm}$$

13.7. Para sostener la cabina de un elevador que pesa 22,000 N se utiliza un cable de acero con sección transversal de 6 cm² de área. Si el esfuerzo en el cable no debe exceder del 20 por ciento de su límite elástico, con valor de 2.5×10^8 Pa, determine la aceleración máxima permitida hacia arriba.

La fuerza que corresponde a un esfuerzo máximo en el cable de (0.20)(2.5×10^8 N/m^2) = 5.0×10^7 N/m^2 es

$$F = \left(\frac{F}{A}\right)_{\text{máx}}(A) = (5.0 \times 10^7\ \text{N/m}^2)(6 \times 10^{-4}\ \text{m}^2) = 30{,}000\ \text{N}$$

Esta fuerza es igual al peso *w* de la cabina más la fuerza *ma* que la acelera hacia arriba, de manera que

$$F = w + ma \qquad a = \frac{F - w}{m}$$

Puesto que *m = wlg,*

$$a = \frac{g(F - w)}{w} = \frac{(9.8\ \text{m/s}^2)(30{,}000\ \text{N} - 22{,}000\ \text{N})}{22{,}000\ \text{N}} = 3.6\ \text{m/s}^2$$

13.8. ¿Qué fuerza se requiere para hacer una perforación de 1 cm de diámetro en una lámina de acero de 0.3 cm de espesor cuya resistencia al corte es de 2.8 x10 Pa?

El esfuerzo cortante se ejerce sobre la superficie cilindrica que forma la pared de la perforación (Figura 13-5).

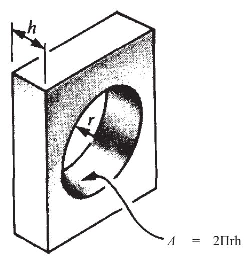


FIGURA 13-5

El área de esta superficie es

$$A = 2\pi rh = (2\pi)(0.5\ \text{cm})(0.3\ \text{cm}) = 0.94\ \text{cm}^2$$

Debido a que el esfuerzo cortante mínimo necesario para romper el acero es

$$\left(\frac{F}{A}\right)_{\text{mín}} = 2.8 \times 10^8\ \text{N/m}^2$$

la fuerza que se requiere es

$$F = \left(\frac{F}{A}\right)_{\text{mín}}(A) = \left(2.8 \times 10^8 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}\right)(9.4 \times 10^{-5}\ \text{m}^2) = 26{,}300\ \text{N}$$

13.9. La resistencia al corte de cierta aleación de acero es de 2.5 x 10^8 N/m^2. Para fijar una ménsula a la pared, se utilizan dos clavos de 5 mm de diámetro de esta aleación. ¿Cuál es la carga máxima que la ménsula puede soportar sin que ios clavos se partan?

En este caso, el esfuerzo cortante se ejerce en forma perpendicular a cada clavo, de manera que para cada clavo $A = \pi r^2$ y, puesto que r = 0.0025 m,

$$F = \left(\frac{F}{A}\right)_{\text{máx}}(A) = (2.5 \times 10^8\ \text{N/m}^2)(\pi)(0.0025\ \text{m})^2 = 4.9\ \text{kN}$$

La carga máxima que puede soportar la ménsula es dos veces esta fuerza; es decir, 9.8 kN. La masa correspondiente es 1000 kg.

13.10. La presión a 300 m de profundidad en el océano excede a la presión atmosférica a nivel del mar en 3 x 10 Pa. ¿Cuánto disminuye el volumen de un objeto de aluminio de 8x$10^{-4}$$m^3$ cuando se sumerge a esa profundidad? El módulo volumétrico del aluminio es de 7 x 10^{10} N/m^2.

$$\Delta V = \frac{pV_0}{B} = \frac{(-3 \times 10^6\ \text{N/m}^2)(8 \times 10^{-4}\text{m}^3)}{7 \times 10^{10}\text{mN/m}^2} = -3.4 \times 10^{-8}\ \text{m}^3 = -3.4 \times 10^{-2}\ \text{cm}^3$$

El signo negativo significa que el volumen del objeto disminuye.

13.11. La *compresibilidad k* de un líquido es el recíproco del módulo volumétrico 8, así que *k*= 1/B. El módulo volumétrico del agua es 2.3 x 10^9 Pa. a) Encuentre su compresibilidad por atmósfera de presión, donde 1 atm = 1.013 x 10^5 Pa es la presión que la atmósfera de la Tierra ejerce al nivel del mar. b) ¿Cuánta presión, expresada en atmósferas, se necesita para comprimir en 0.1 por ciento una muestra de agua?

a) En atmósferas, el módulo volumétrico del agua es

$$B = \frac{2.3 \times 10^9\ \text{Pa}}{1.013 \times 10^5\ \text{Pa/atm}} = 2.27 \times 10^4\ \text{atm}$$

así que, la compresibilidad es

$$k = \frac{1}{B} = \frac{1}{2.27 \times 10^4\ \text{atm}} = 4.4 \times 10^{-5}\ \text{atm}^{-1}$$

b) En este caso $\Delta V/V_0 = -0.1$ por ciento = -0.001. Por consiguiente, la presión que se requiere es

$$p = -\frac{1}{k}\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{0.001}{4.4 \times 10^{-5}\ \text{atm}^{-1}} = 23\ \text{atm}$$

Problemas complementarios

13.12. La longitud de un cable se reduce a la mitad de la original, a) ¿Cómo varía su alargamiento si se le aplica la misma carga? *b)* ¿De qué manera varía la carga máxima que puede soportar sin sobrepasar su límite elástico?

13.13. Se reemplaza un cable por otro de la misma longitud y material pero del doble de diámetro, a) ¿Cómo varía su alargamiento si se le aplica la misma carga? b) ¿De qué manera varia la carga máxima que puede soportar sin sobrepasar su límite elástico

13.14. Un alambre de 5 m de longitud y 4 mm de diámetro sostiene una carga de 80 kg. Si el alambre se estira 2.6 mm, encuentre el valor del módulo de Young del material del alambre.

13.15. Un alambre de acero ($y = 2 \times 10^{11}$ Pa) de 2 m de longitud y 0.013 cm^2 de área de la sección transversal sostiene una carga de 70 N. a) ¿Cuál es su alargamiento? *b)* ¿Cuál sería su alargamiento si la carga se duplicara a 140 N?

13.16. Un cubo de latón de 2 cm de arista se sujeta entre las mordazas de una prensa de tornillo con una fuerza de 3600 N. ¿Cuánto se comprime el cubo? El módulo de Young del latón es de 0.9×10^{11} N/m^2.

13.17. El límite de ruptura de cierta clase de acero sometido a tensión es de 4.8×10^8 Pa. ¿Cuál es la tensión máxima que puede soportar una varilla hecha de este acero y de 2.5 cm de diámetro?

13.18. Un elevador cuya cabina pesa 13,350 N está diseñado para una aceleración máxima hacia arriba de 4 m/s^2. Si el esfuerzo a que puede ser sometido el cable no debe exceder 4×10^7 Pa, ¿Cuál debe ser el diámetro del cable?

13.19. Un cable de acero cuya área de la sección transversal es de 2.5 cm^2, sostiene un elevador de 1000 kg. El límite elástico del cable es de 3×10^8 Pa. Si el esfuerzo en el cable no debe exceder del 20 por ciento del límite elástico, encuentre la aceleración máxima hacia arriba del elevador.

13.20. Dos vigas se remachan para formar una sola viga larga usando ocho remaches de 1 cm de diámetro. Si se aplica una fuerza de tensión de 52,800 N a la nueva viga, ¿Cuál es el esfuerzo cortante sobre los remaches? ¿Cómo se compara esto con su resistencia al corte, que es de 2.8 x 10 Pa?

13.21. Calcule la fuerza necesaria para hacer una perforación cuadrada de 2.5 cm de lado en una lámina de acero de 0.13 cm de espesor, cuya resistencia al corte es de 3.5×10^8 Pa.

13.22. Una prensa perforadora que ejerce una fuerza de 20 kN realiza perforaciones cuadradas de 1 cm de lado en una lámina de aluminio. Si la resistencia al corte del aluminio es de 70 MPa, ¿cuál es el espesor máximo de la lámina de aluminio que puede perforarse con la prensa?

13.23. Cuando se aplica una presión de 2×10^6 Pa a una muestra de mercurio, ésta se contrae en un 0.008 por ciento. Obtenga módulo volumétrico del mercurio.

Respuesta a los problemas complementarios

13.12. *a)* Su alargamiento será igual a la mitad del anterior. *b)* No cambia.

13.13. a) Su alargamiento será igual a la cuerta parte del anterior. *b)* La carga máxima será cuatro veces mayor.

13.14. 1.2×10^{11} Pa

13.15. a) 5.4×10^{-2} cm b) 0.11 cm

13.16. $2 x 10^{-4} cm$
13.17. $2.36 x 10^{5} N$
13.18. 2.45 cm
13.19. 5.2 m/s^2
13.20. 8.4 x 10^7 Pa, 30%
13.21. 45,500 N
13.22. 7.1 mm
13.23. $2.5 x 10^{10} Pa$

Movimiento armónico simple

14

FUERZA RESTAURADORA

Cuando se estira o comprime un objeto elástico como un resorte, aparece una *fuerza restauradora* que trata de hacer que el objeto recobre su longitud normal. Para que el objeto se deforme, esta fuerza restauradora es la fuerza que debe vencer la fuerza externa. A partir de la ley de Hooke, la fuerza restauradora *F* es proporcional al desplazamiento s siempre y cuando no se rebase el límite elástico.

$$F_r = -ks$$

Fuerza restauradora = -(constante de fuerza)(desplazamiento)

Se requiere el signo negativo porqué la fuerza restauradora actúa en dirección opuesta al desplazamiento. Entre mayor sea la constante de fuerza *k,* mayor será la fuerza restauradora para un desplazamiento dado y mayor la fuerza aplicada $F = ks$ necesaria para producir el desplazamiento.

ENERGÍA POTENCIAL ELÁSTICA

Puesto que para estirar o comprimir un objeto la fuerza aplicada debe realizar trabajo, el objeto posee *energía potencial elástica* como resultado de ello, donde

$$\text{EP} = \tfrac{1}{2}ks^2$$

Cuando se libera un objeto elástico deformado, su energía potencial elástica se convierte en energía cinética o en trabajo realizado sobre algún otro cuerpo.

MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE

Un cuerpo en *movimiento periódico* repite un cierto movimiento continuamente, de forma que siempre regresa a su posición inicial después de un intervalo de tiempo constante para luego empezar un nuevo ciclo. El *movimiento armónico simple* es un movimiento periódico que ocurre cuando la fuerza restauradora que actúa sobre un cuerpo desplazado de su posición de equilibrio es proporcional al desplazamiento y apunta en dirección opuesta. Una masa *m* unida a un resorte experimenta un movimiento armónico simple cuando se libera el resorte después de estirarlo. La EP del resorte se convierte en EC cuando la masa empieza a moverse, y la EC de la masa se convierte de nuevo en EP porqué el momento lineal de la masa causa que el resorte exceda su posición de equilibrio y se comprima (Figura 14-1).

La *amplitud A* de un cuerpo que experimenta movimiento armónico simple constituye el valor máximo de su desplazamiento a un lado u otro de la posición de equilibrio.

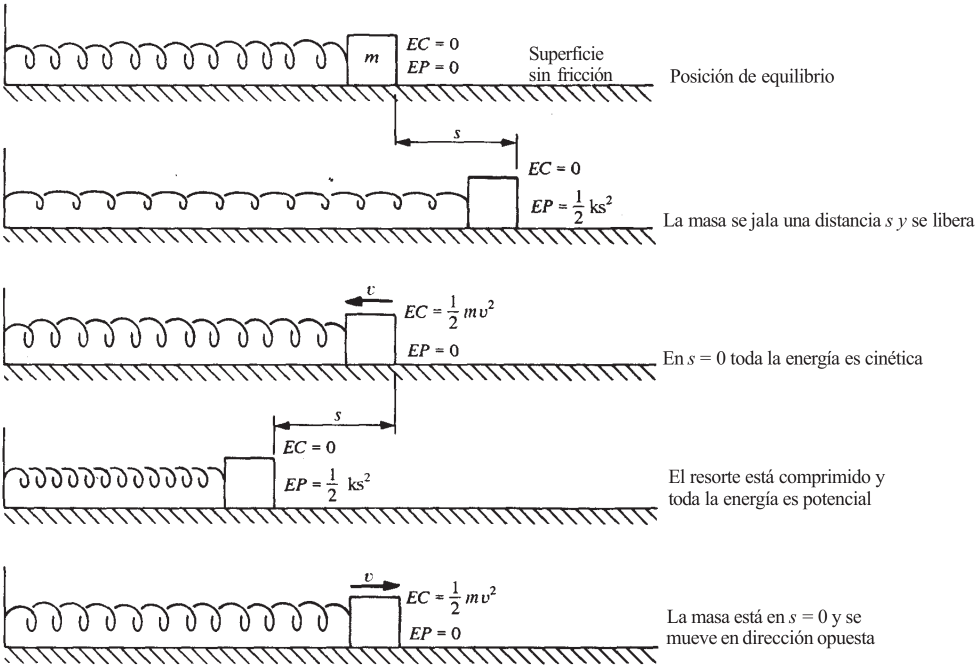


FIGURA 14-1

PERIODO Y FRECUENCIA

El *periodo* T de un cuerpo que efectúa movimiento armónico simple es el tiempo comprendido en cada ciclo completo; T es independiente de la amplitud A. Si la aceleración de un cuerpo es a cuando su desplazamiento es s,

$$T = 2\pi\sqrt{-\frac{s}{a}}$$

$$\text{Periodo} = 2\pi\sqrt{-\frac{\text{desplazamiento}}{\text{aceleración}}}$$

En el caso de un cuerpo de masa m unido a un resorte con constante de fuerza k, $F_r = -ks = ma$; por lo que $-s/a = m/k$. En consecuencia,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad \text{resorte y masa}$$

La *frecuencia f* de un cuerpo que efectúa movimiento armónico simple es el número de ciclos que realiza por segundo, de manera que

$$f = \frac{1}{T}$$

$$\text{Frecuencia} = \frac{1}{\text{periodo}}$$

La unidad de frecuencia es el *hertz* (Hz), donde 1 Hz = 1 ciclo/s.

DESPLAZAMIENTO, VELOCIDAD Y ACELERACIÓN

Si un cuerpo que efectúa movimiento armónico simple se encuentra en su posición de equilibrio s = 0 al tiempo t = 0 y se mueve en la dirección en que aumenta s, entonces su desplazamiento para cualquier tiempo t posterior es

$$s = A \operatorname{sen} 2\pi ft$$

A menudo, esta ecuación se escribe como

$$s = A \operatorname{sen} \omega t$$

donde w = 2πf es la *frecuencia angular* del movimiento expresada en radianes por segundo. (Si al tiempo t = 0 el cuerpo se encuentra en s = + A, entonces $s = A \cos 2\pi ft = A \cos \omega t$.) La figura 14-2 es una gráfica de s contra f.

La velocidad del cuerpo al tiempo f es

$$v = 2\pi fA \cos 2\pi ft = \omega A \cos \omega t$$

Cuando *v* es positiva, el cuerpo se mueve en la dirección en que s aumenta; cuando *v* es negativa, se mueve en la dirección en que s disminuye. En términos del desplazamiento s, la magnitud de la velocidad es

$$v = 2\pi f\sqrt{A^2 - s^2}$$

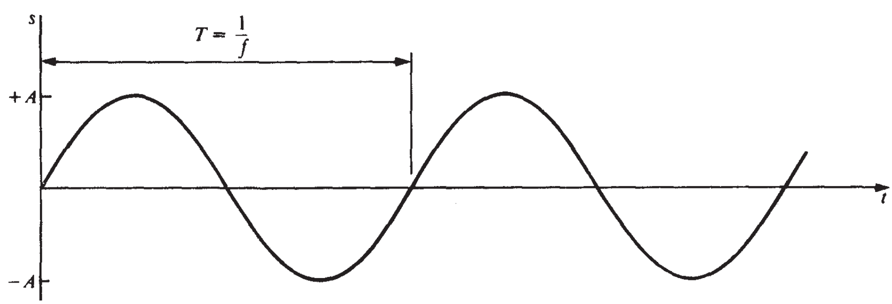


FIGURA 14-2

La aceleración del cuerpo al tiempo t es

$$a = -4\pi^2 f^2 A \text{ sen } 2\pi ft = -\omega^2 A \text{ sen } \omega t$$

En términos del desplazamiento s, la aceleración es

$$a = 4\pi^2 f^2 s$$

PÉNDULOS

Toda la masa de un *péndulo simple* está concentrada en el extremo de una cuerda, como se ilustra en la figura 14-3 a), y efectúa un movimiento armónico simple siempre y cuando el arco que recorra sea de unos cuantos grados. El periodo de un péndulo simple de longitud L es

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \qquad \text{péndulo simple}$$

El *péndulo físico* de la figura 14-3 *b)* es un objeto de cualquier clase suspendido de manera que pueda oscilar libremente. Si el momento de inercia del objeto con respecto al eje de rotación que pasa por el punto de suspensión O es *I*, su masa es *m* y la distancia de su centro de gravedad al punto de suspensión o pivote es *h,* entonces su periodo es

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgh}} \qquad \text{péndulo físico}$$

Un *péndulo de torsión* consiste de un cuerpo suspendido por medio de un alambre o una varilla delgada, como ilustra la figura 14-3 c), el cual experimenta oscilaciones armónicas simples rotacionales. A partir de la ley de Hooke, el momento de la fuerza T, que se necesita para hacer girar el objeto un ángulo *0* es

$$\tau = K\theta$$

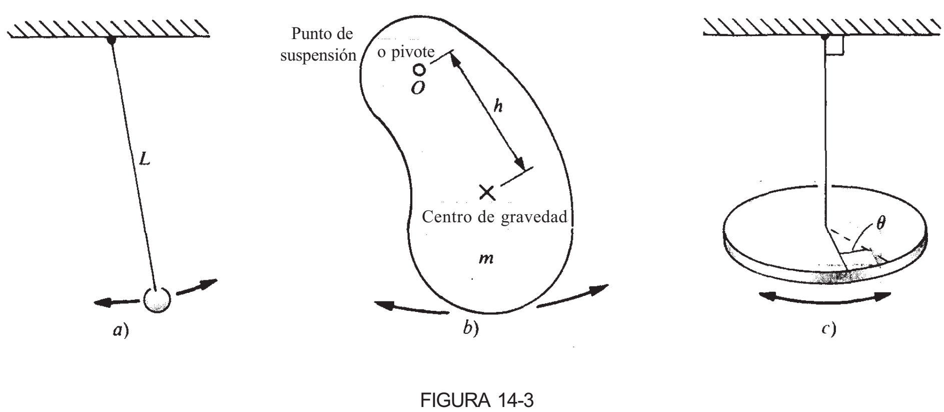


FIGURA 14-3

siempre que no se exceda el límite elástico, donde *K* es una constante que depende del material y las dimensiones del alambre. Si *I* es el periodo de las oscilaciones es

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{K}} \qquad \text{péndulo de torsión}$$

Problemas resueltos

14.1. Se duplica la amplitud de un oscilador armónico simple. ¿De qué forma varíaa) el periodo, *b)* la energía total, y c) la velocidad máxima del oscilador?

a) El periodo del oscilador armónico simple no depende de la amplitud de su movimiento; por lo tanto, *T* no cambia.

b) La energía total del oscilador es igual a la energía potencial elástica $\frac{1}{2}KA^2$ en cualquiera de los extremos de su movimiento, cuando $v = 0$. Por lo tanto, duplicar *A* significa que la energía total se cuadruplica.

c) La velocidad máxima ocurre en s = 0, que es la posición de equilibrio, cuando toda la energía del oscilador es EC. Puesto que $EC = \frac{1}{2}mv^2$ y la energía total es 4 veces mayor a la original, $v_{máx}$ será el doble de la velocidad original.

14.2. a) Un reloj de péndulo se encuentra en un elevador que desciende a una velocidad constante. ¿Señala la hora correcta? *b)* El mismo reloj está en un elevador en caída libre. ¿Señala la hora correcta?

a) El movimiento de la pesa del péndulo no se ve afectado por el movimiento a velocidad constante de su soporte, por lo que el reloj señala la hora correcta.

b) En caída libre, el soporte del péndulo tiene la misma aceleración *g* dirigida hacia abajo que la pesa, por lo que no hay oscilaciones y el reloj no funciona.

14.3. A un resorte se le aplica una fuerza de 5 N y se comprime 5 cm. a) Encuentre la constante de fuerza del resorte. *b)* Calcule la energía potencial elástica del resorte comprimido.

a)
$$k = \frac{F}{s} = \left(\frac{5\text{ N}}{5\text{ cm}}\right)\left(100\ \frac{\text{cm}}{\text{m}}\right) = 100\text{ N/m}$$

b)
$$\text{EP} = \tfrac{1}{2}ks^2 = (\tfrac{1}{2})(100\text{ N/m})(0.05\text{ m})^2 = 0.125\text{ J}$$

14.4. Un resorte cuya constante de fuerza es 180 N/m se comprime 7.6 cm. Se coloca una pelota de 45 g contra el extremo del resorte, el que a continuación se libera. ¿Cuál es la velocidad de la pelota cuando abandona el resorte?

La energía cinética de la pelota es igual a la energía potencial elástica del resorte comprimido. Por lo tanto,

$$\text{EC} = \text{EP}$$

$$\tfrac{1}{2}mv^2 = \tfrac{1}{2}ks^2$$

$$v^2 = \frac{ks^2}{m}$$

$$v = \sqrt{\frac{k}{s}}\, s = \sqrt{\frac{180 \text{ N/m}}{0.045 \text{ kg}}}(0.076 \text{ m}) = 4.8 \text{ m/s}$$

14.5. Dos resortes, uno con constante de fuerza k_1 y el otro con constante de fuerza k_2, se unen uno con otro, a) Obtenga la constante de fuerza *k* de la combinación. b) Si k_1 = 5 N/m y k_2 = 10 N/m, determine *k.*

a) Al aplicarse la fuerza F a la combinación, ésta actúa sobre cada uno de los resortes. Por consiguiente, los alargamientos respectivos de los resortes son

$$s_1 = \frac{F}{k_1} \qquad s_2 = \frac{F}{k_2}$$

y el alargamiento total de la combinación es

$$s = s_1 + s_2 = \frac{F}{k_1} + \frac{F}{k_2} = \frac{F(k_1 + k_2)}{k_1 k_2}$$

Puesto que $F=ks$ para la combinación,

$$k = \frac{F}{s} = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$$

b)

$$k = \frac{(5 \text{ N/m})(10 \text{ N/m})}{5 \text{ N/m} + 10 \text{ N/m}} = 3.33 \text{ N/m}$$

La constante de fuerza de la combinación de los dos resortes es más pequeña que cualquiera de las constantes de fuerza individuales.

14.6. Un objeto de 100 g se suspende de un resorte cuya constante de fuerza es 50 N/m. a) ¿Cuánto se estira el resorte? b) ¿Cuál es el periodo de oscilación del sistema? c) ¿Cuál es la frecuencia?

a) Aquí, $F = mg = (0.1 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2) = 0.98$ N;

$$s = \frac{F}{k} = \frac{0.98 \text{ N}}{50 \text{ N/m}} = 0.0196 \text{ m} = 1.96 \text{ cm}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0.1 \text{ kg}}{50 \text{ N/m}}} = 0.281 \text{ s}$$

c)

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.281 \text{ s}} = 3.56 \text{ s}^{-1} = 3.56 \text{ Hz}$$

14.7. Un objeto de masa desconocida se suspende de un resorte que, en consecuencia, se estira 10 cm. Si se hace oscilar el sistema, ¿cuál será su frecuencia?

La fuerza *F* que causa que el resorte se estire una distancia s = 10 cm 0.1 m es, precisamente, el peso *mg* de la masa desconocida, de manera que la constante de fuerza del resorte es

$$k = \frac{F}{s} = \frac{mg}{0.1 \text{ m}} = 10mg \text{ m}^{-1}$$

El periodo de oscilación del sistema es, por lo tanto,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{10mg\ \text{m}^{-1}}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{(10\ \text{m}^{-1})(9.8\ \text{m/s}^2)}} = 0.635\ \text{s}$$

y la frecuencia es $f = 1/T = 1.58$ Hz.

14.8. Un objeto oscila en movimiento armónico simple con una amplitud de 15 cm y un periodo de 2 s. Calcule el valor de su velocidad y de su aceleración cuando el desplazamiento con respecto a su posición de equilibrio es a) s = 0, *b)* s = +7.5 cm, y c) s = -15 cm.

a) La frecuencia de las oscilaciones es $f = 1/T$ -0.5 s^{-1}. En s = 0,

$$\upsilon = 2\pi f\sqrt{A^2 - s^2} = 2\pi f A = (2\pi)(0.5\ \text{s}^{-1})(0.15\ \text{m}) = 0.47\ \text{m/s}$$

$$a = -4\pi^2 f^2 s = 0$$

b) En $s = +7.5$ cm $= +0.075$ m,

$$\upsilon = 2\pi f\sqrt{A^2 - s^2} = (2\pi)(0.5\ \text{s}^{-1})\sqrt{(0.15\ \text{m}^2) - (0.075\ \text{m}^2)} = 0.41\ \text{m/s}$$

$$a = -4\pi^2 f^2 s = -(4\pi^2)(0.5\ \text{s}^{-1})^2(0.075\ \text{m}) = -0.74\ \text{m/s}^2$$

c) En $s = -15$ cm $= -0.15$ m $= -A$,

$$\upsilon = 2\pi f\sqrt{A^2 - s^2} = 0$$

$$a = -4\pi^2 f^2 s = -(4\pi^2)(0.5\ \text{s}^{-1})^2(-0.15\ \text{m}) = +1.48\ \text{m/s}^2$$

14.9. ¿Cuál es la velocidad máxima de un cuerpo que efectúa en movimiento armónico simple? ¿Cuál es el desplazamiento que corresponde a esa velocidad?

Para un cuerpo en movimiento armónico simple, $\upsilon = 2\pi f\sqrt{A^2 - s^2}$, y es máxima cuando s - 0. Por lo tanto,

$$\upsilon_{\text{máx}} = 2\pi f\sqrt{A^2 - 0} = 2\pi f A$$

Esta fórmula sólo proporciona la magnitud de $v_{máx}$

14.10. ¿Cuál es la aceleración máxima de un cuerpo que describe un movimiento armónico simple? ¿Cuál es el desplazamiento que corresponde a esa aceleración?

Para un cuerpo en movimiento armónico simple, $a = -4\pi^2 f^2 s$, la cual alcanza su máximo valor absoluto cuando $s = \pm A$, donde A es la amplitud. Por lo tanto,

$$a_{\text{máx}} = \pm 4\pi^2 f^2 A$$

La aceleración es negativa cuando s = $+A$, y positiva cuando s - $-A$.

14.11. Cada uno de los pistones de un motor de automóvil pesa 9 N y tiene una "carrera" (distancia total recorrida) de 10 cm. Cuando el motor trabaja a 3000 r/min, indique a) la velocidad máxima de cada pistón, b) su aceleración máxima y c) la fuerza que actúa sobre él.

a) La frecuencia de oscilación para cada pistón es de 3000 ciclos/min, que equivale a

$$f = \frac{3000 \text{ ciclos/min}}{60 \text{ s/min}} = 50 \text{ Hz}$$

La amplitud del movimiento es la mitad del recorrido total, por lo que A = 5 cm = 0.05 m. Por lo tanto, la velocidad máxima es

$$v_{máx} = 2\pi fA = (2\pi)(50 \text{ s}^{-1})(0.05 \text{ m}) = 15.7 \text{ m/s}$$

b) La aceleración máxima es

$$a_{máx} = 4\pi^2 f^2 A = (4\pi^2)(50 \text{ s}^{-1})^2(0.05 \text{ m})^2 = 4.9 \times 10^3 \text{ m/s}^2$$

c) La masa de cada pistón es $m = w/g = 9 \text{ N}/(9.8 \text{ m/s}^2) = 0.92 \text{ kg}$ y la fuerza sobre el pistón es, por lo tanto,

$$F = ma = (0.92 \text{ kg})(4.9 \times 10^3 \text{ m/s}^2) = 4508 \text{ N}$$

14.12. Desde un techo alto se suspende una lámpara por medio de un cordón de 4 m de longitud. Encuentre el periodo de oscilación.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{4 \text{ m}}{9.8 \text{ m/s}^2}} = 4 \text{ s}$$

14.13. Encuentre la longitud de un péndulo cuyo periodo es de 2 s.

El primer paso consiste en despejar *L* de la fórmula $T\ 2\pi\sqrt{L/g}$. Se procede de la manera siguiente:

$$T^2 = \frac{4\pi^2 L}{g} \qquad L = \frac{gT^2}{4\pi^2}$$

Ahora se sustituye $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ y 7 - 2 s, y se obtiene

$$L = \frac{(9.8 \text{ m/s}^2)(2 \text{ s})^2}{4\pi^2} = 0.993 \text{ m}$$

14.14. Un palo de escoba de 1.5 m de largo se suspende de uno de sus extremos y se hace oscilar. a) ¿Cuál es su periodo de oscilación? (El momento de inercia de una varilla delgada que pivotea de uno de sus extremos es $I = \frac{1}{3}mL^2$.) *b)* ¿Cuál será la longitud de un péndulo simple que tenga el mismo periodo?

a) La distancia *h* entre el punto de pivoteo y el centro de gravedad del palo de escoba es L/2. Por lo tanto,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgh}} = 2\pi\sqrt{\frac{mL^2/3}{mgL/2}} = 2\pi\sqrt{\frac{2L}{3g}} = 2\pi\sqrt{\frac{(2)(1.5 \text{ m})}{(3)(9.8 \text{ m/s}^2)}} = 2.01 \text{ s}$$

b) A partir de la solución del problema 14.13,

$$L = \frac{gT^2}{4\pi^2} = \frac{(9.8 \text{ m/s}^2)(2.01 \text{ s})^2}{4\pi^2} = 1.0 \text{ m}$$

14.15. Cierto péndulo de torsión consta de un disco de aluminio de 2.7 kg y 30 cm de diámetro que está suspendido de su centro por medio de un alambre. El disco rota 15° cuando se le aplica un momento de fuerza de 1.4 N. m. Calcule la frecuencia de oscilación del disco.

Puesto que 1° = 0.01745 rad y 15° = 0.262, la constante de torsión del alambre de suspensión es

$$K = \frac{\tau}{\theta} = \frac{1.4 \text{ N} \cdot \text{m}}{0.262 \text{ rad}} = 5.34 \text{ N} \cdot \text{m/rad}$$

De la figura 11 -3, el momento de fuerza del disco es

$$I = \tfrac{1}{2}MR^2 = \frac{(2.7 \text{ kg})(0.15 \text{ m})^2}{2} = 0.03 \text{ kg-m}^2$$

El periodo de oscilación es, por lo tanto,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{K}} = 2\pi\sqrt{\frac{0.03 \text{ kg}= -\text{m}^2}{5.34 \text{ N} \cdot \text{m/rad}}} = 0.47 \text{ s}$$

La frecuencia es $f = 1/T = 1/0.47$ s = 2.1 Hz

14.16. Con el fin de determinar el momento de inercia de un aro de latón con respecto a un diámetro, se suspende de un alambre cuya constante de torsión es K = N. m/rad. El aro efectúa 6 oscilaciones por segundo. ¿Cuál es su momento de inercia?

A partir de la fórmula $T = 2\pi\sqrt{I/K}$ para el periodo de un péndulo de torsión, se obtiene $I = T^2K/(4\pi^2)$. Como $T = 1/f$, el momento de inercia del aro es

$$I = \frac{K}{4\pi^2 f^2} = \frac{25 \text{ N} \cdot \text{m/rad}}{(4\pi^2)(6 \text{ s}^{-1})^2} = 0.0176 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Problemas complementarios

14.17. ¿Cuál es el cambio de masa que se necesita para duplicar la frecuencia de un oscilador armónico?

14.18. Se duplica la energía total de un oscilador armónico. ¿Qué efecto tiene esto a) en la amplitud de las oscilaciones y *b)* en su frecuencia?

14.19. Desde una altura de 2 m se deja caer un objeto de 0.5 kg sobre un resorte vertical. Si la compresión máxima del resorte es la de 10 cm, encuentre su constante de fuerza.

14.20. Un cañón de juguete utiliza un resorte cuya constante de fuerza es de 100 N/m para disparar una pelotita de goma de 8 g. Si el resorte se comprime 5 cm al accionar el gatillo, ¿cuál es la velocidad inicial de la pelotita?

14.21. De un resorte con constante de fuerza 600 N/m se suspende un objeto de 2.5 kg. Calcule a) el alargamiento del resorte, b) la energía potencial elástica del resorte estirado y c) el periodo de oscilación del sistema.

14.22. De un resorte cuya constante de fuerza es de 20 N/m se suspende una masa de 30 g. Determine a) el alargamiento del resorte, *b)* la energía potencial elástica del resorte estirado y c) el periodo de oscilación del sistema.

14.23. Una planta generadora portátil de 90 kg que funciona con gasolina se coloca sobre cuatro resortes que se comprimen 1.3 cm. ¿Cuál es la frecuencia natural de oscilación de este sistema?

14.24. Un resorte tiene un periodo de oscilación de 0.3 s cuando se suspende de éste un peso de 30 N. ¿Cuánto se alarga el resorte si se coloca un peso de 50 N en sustitución del de 30 N?

14.25. Para estudiar los efectos de la aceleración en equipo electrónico se utiliza una mesa vibrante que realiza movimiento armónico simple con una amplitud de 20 mm. ¿A qué frecuencia la aceleración máxima tendrá el valor de 10 g?

14.26. Un objeto oscila en movimiento armónico simple con una amplitud de 1 cm y un periodo de 0.2 s. Calcule las magnitudes de su velocidad y aceleración cuando su desplazamiento de la posición de equilibrio es 0.3 cm.

14.27. El pistón del compresor de un refrigerador pesa 4.5 N y tiene una carrera de 8 cm. Cuando el compresor funciona a 600 r/min, obtenga la velocidad y aceleración máximas del pistón así como la fuerza máxima que actúa sobre él.

14.28. Encuentre la frecuencia de un péndulo simple de 20 cm de longitud.

14.29. ¿Cuál es la longitud de un péndulo simple cuyo periodo es de 1 s?

14.30. Un péndulo de 1.00 m de longitud oscila 30.0 veces por minuto en cierto lugar. ¿Cual es el valor de *g* ahí?

14.31. Los brazos de un diapasón vibran con una frecuencia de 440 Hz (nota musical la) y una amplitud de 0.5 mm en los extremos. Calcule la velocidad máxima de los extremos.

14.32. Una varilla uniforme de acero de 6.10 m de longitud está suspendida de uno de sus extremos. ¿Cual es el periodo de sus oscilaciones?

14.33. De un alambre se suspende una esfera de madera de 24 kg y 40 cm de diámetro. Se encuentra que un momento de fuerza de 0.5 N .m produce una rotación de 10° en la esfera. Calcule el periodo de oscilación de la esfera.

14.34. De una varilla delgada se suspende un disco cuyo momento de inercia es de 0.7 kg-m^2. Cuando se gira el disco unos cuantos grados y a continuación se suelta, oscila dos veces por segundo. Encuentre la constante de torsión de la varilla.

Respuestas a los problemas complementarios

14.17. La masa debo reducirse a la cuarta parte de su valor original.

14.18. *a)* $\sqrt{2}$ veces mayor *b)* No hay cambio

14.19. 2058 N/m

14.20. 5.6 m/s

14.21. a) 4.1 cm b) 0.5 J e) 0.41

14.22. a) 1.5 cm b) 2.2×10^{-3} J c) 0.24 s

14.23. 2.21 Hz

14.24. 37 mm

14.25. 11 Hz

14.26. 0.300 m/s; 2.96 m/s^2

14.27. 2.5 m/s; 158 m/s^2; 72.5 N

14.28. 1.11 Hz

14.29. 24.8 cm

14.30. 9.87 m/s^2

14.31. 1.38 m/s

14.32. 4.05 s

14.33. 5.14 s

14.34. 111N-m/rad

Ondas y sonido

15

ONDAS

Una onda es, en general, una perturbación que se propaga en un medio. Una onda transporta energía, pero no hay transporte de materia. En una onda *periódica,* se siguen pulsos de la misma clase unos a otros en una sucesión regular.

En una *onda transversal,* las partículas del medio oscilan perpendiculares a la dirección de propagación de la onda. Las ondas que viajan a lo largo de una cuerda tensa cuando se sacude uno de sus extremos son transversales (Figura 15-1).

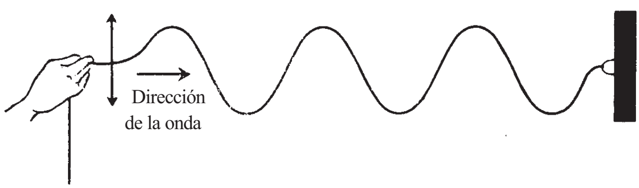


FIGURA 15-1

En una *onda longitudinal,* las partículas del medio oscilan en la misma dirección que la propagación de la onda. Las ondas que viajan a lo largo de un resorte cuando se jala uno de sus extremos y después se libera, son longitudinales (Figura 15-2).

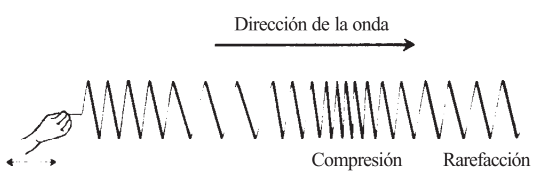


FIGURA 15-2

Las ondas que viajan en el agua son una combinación de ondas longitudinales y transversales. Cada partícula cerca de la superficie se mueve en una órbita circular, como lo ilustra la figura 15-3, de modo que aparece una sucesión de crestas y valles. En una cresta, la superficie del agua se mueve en la dirección de propagación de la onda; en un valle, se mueve en dirección opuesta. Al igual que en todo tipo de movimiento ondulatorio, no existe movimiento neto de materia de un lugar a otro.

PROPIEDADES DE LAS ONDAS

El *periodo T* de una onda es el tiempo que tarda una onda completa en pasar por un punto dado. La *frecuencia f* es el número de ondas que pasan por ese punto en un segundo [Figura 15-4 a)], de manera que

$$f = \frac{1}{T}$$

$$\text{Frecuencia} = \frac{1}{\text{periodo}}$$

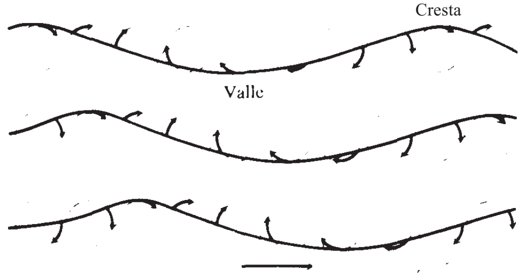


FIGURA 15-3

La *longitud de onda λ.* (letra griega *lambda)* de una onda periódica es la distancia entre dos crestas adyacentes de la onda [Figura 15-4 *b)].* La frecuencia y la longitud de onda se relacionan con la velocidad de propagación de la onda por medio de la ecuación

$$v = f\lambda$$

Velocidad de propagación = (Frecuencia) (longitud de onada)

La *amplitud A* expresa el desplazamiento máximo de las partículas del medio en que se propaga la onda, a un lado u otro de sus posiciones de equilibrio. En una onda transversal, la amplitud es la mitad de la distancia entre la cima de una cresta y la parte más baja de un valle (Figura 15-4).

La *intensidad I* de una onda es la rapidez con la cual transporta energía por unidad de área perpendicular a la dirección de su movimiento. La intensidad de una onda mecánica (aquélla que necesita un medio material para propagarse, a diferencia de una onda electromagnética) es proporcional a f^2. el cuadrado de su frecuencia, y a A^2, el cuadrado de su amplitud.

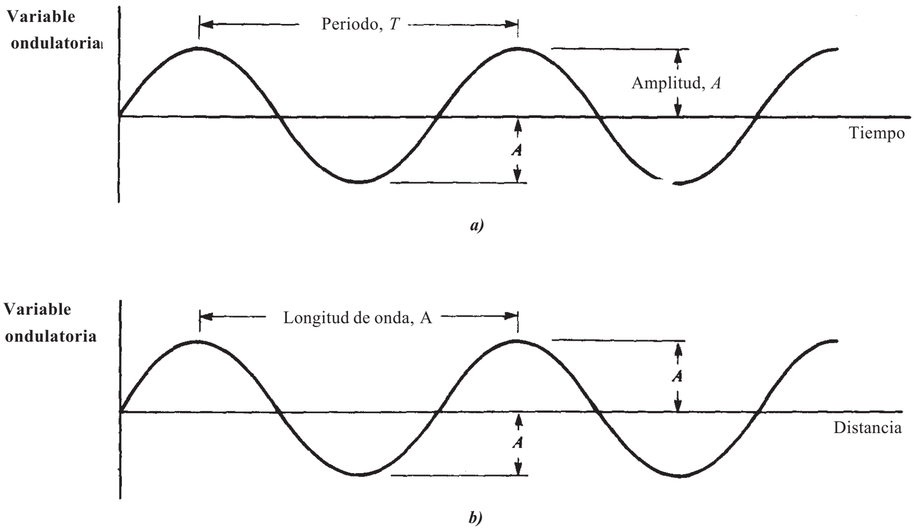


FIGURA 15-4

SONIDO

Las *ondas sonoras* son ondas longitudinales en las que se alternan regiones de compresión y rarefacción que se alejan de una fuente. Las ondas sonoras pueden propagarse en sólidos, líquidos y gases. La velocidad del sonido es una constante para cada material en particular a una presión y temperatura dadas; en el aire, a una presión de 1 atm y a 20 °C, la velocidad del sonido es de 343 m/s = 1125 ft/s.

Cuando las ondas sonoras se distribuyen uniformemente en el espacio, su intensidad disminuye según el inverso del cuadrado de la distancia *R* a su fuente. Por lo tanto, si la intensidad de un sonido determinado es *h* a una distancia R_2, su intensidad I_2 a una distancia R_2 puede encontrarse a partir de

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{R_1^2}{R_2^2}$$

La respuesta del oído humano a la intensidad del sonido no es proporcional a la intensidad, por lo que duplicar la intensidad real de un sonido no provoca la sensación de un sonido dos veces más fuerte o más sonoro, sino la de uno ligeramente más fuerte que el original. Por esta razón, se utiliza la escala de *decibeles* (dB) para la intensidad del sonido. A una intensidad de 10^{-12}W/m^2, que corresponde a un sonido apenas audible, se le asigna el valor de 0 dB; a un sonido 10 veces más intenso se le da el valor de 10 dB a un sonido 10^2 veces más intenso que el que corresponde a 0 dB se le da el valor de 20 dB; a un sonido 10^3 veces más intenso que el que corresponde a 0 dB se le da un valor de 30 dB; y asi sucesivamente. De manera más explícita, la intensidad / dB de una onda sonora cuya intensidad es I w/m^2 está dada por

$$I \text{ dB} = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

donde $I_0 = 10^{-12}$ W/m^2. La intensidad de una conversación normal puede ser de unos 60 dB, el ruido del tránsito de una ciudad puede ser de 90 dB, un avión jet es capaz de producir un sonido de 140 dB (que daña el oído) a una distancia de 30 m. La exposición prolongada a niveles de intensidad superiores a los 85 dB producen, por lo común, lesiones permanentes de la audición.

Si la potencia de entrada a un amplificador o a algún otro aparato de procesamiento de señales se indica por P_e y la potencia de salida del aparato por P_s, la *ganancia de potencia G* del sistema expresada en decibeles se define como

$$G \text{ dB} = 10 \log \frac{P_s}{P_e}$$

Un cambio de 1 dB es la potencia de salida de sonido cercana al mínimo que puede detectar una persona con buen oído; para que el cambio se haga evidente éste generalmente debe ser de 2 ó 3 dB.

LOGARITMOS

Aunque los logaritmos tienen muchos otros usos, su utilización principal en física aplicada se relaciona con los decibeles. Por lo tanto, aquí se presentan los logaritmos sólo en la medida requerida para este propósito.

El *logaritmo* de un número N es la potencia n a la cual debe elevarse el número 10 de manera que $10^n = N$. Esto es,

$$N = 10^n \qquad \text{por lo que} \qquad \log N = n$$

(Los logaritmos no se limitan a la base 10, pero los logaritmos de base 10 son los más comunes y son los que se necesitan aquí.) Por ejemplo,

$$1000 = 10^3 \qquad \text{por lo que} \qquad \log 1000 = 3$$

$$0.01 = 10^{-2} \qquad \text{por lo que} \qquad \log 0.01 = -2$$

Los logaritmos no se limitan a potencias de 10 de números enteros. Por ejemplo,

$$5 = 10^{0.669} \qquad \text{por lo que} \qquad \log 5 = 0.669$$

$$240 = 10^{2.380} \qquad \text{por lo que} \qquad \log 240 = 2.380$$

Los logaritmos están definidos sólo para números positivos: la cantidad 10^n es positiva ya sea que n sea negativo, positivo o 0; y como n es el logaritmo de 10^n, sólo puede describir números positivos.

El *antilogarítmo* de una cantidad n es aquel número N cuyo logaritmo es precisamente n. Esto es,

$$\text{Si} \qquad \log N = n \qquad \text{entonces} \qquad \text{antilog } n = N$$

Para encontrar un antilogaritmo con una calculadora, se introduce el valor del logaritmo y se presiona la tecla 10^x (en algunas calculadoras INV LOG). Por ejemplo,

$$\text{Si} \qquad \log 5 = 0.669 \qquad \text{entonces} \qquad \text{antilog } 0.669 = 5$$

Debido a la forma en que se definen los logaritmos, se tiene que el logaritmo de un producto es igual a la suma de los logaritmos de los factores:

$$\log xy = \log x + \log y$$

Otras relaciones útiles son:

$$\log \frac{x}{y} = \log x - \log y$$

$$\log x^n = n \log x$$

EFECTO DOPPLER

Cuando existe movimiento relativo entre la fuente de ondas y un observador, la frecuencia aparente de las ondas es diferente de su frecuencia f_f en la fuente. A este cambio en la frecuencia se le denomina *efecto Doppler.* Cuando la fuente se aproxima al observador (o viceversa), la frecuencia observada es mayor; cuando la fuente se aleja del observador (o viceversa), la frecuencia observada es menor. En el caso de ondas sonoras, la frecuencia f que el observador escucha está dada por la ecuación

$$f = f_f\left(\frac{v + v_0}{v + v_f}\right) \qquad \text{sonido}$$

En esta fórmula v es la velocidad del sonido, *VQ* es la velocidad del observador (la cual se considera positiva cuando su movimiento se dirige hacia la fuente y negativa cuando se aleja de la fuente), v_t es la velocidad de la fuente (que se considera positiva cuando su movimiento se dirige hacia el observador y negativa cuando se aleja de él).

El efecto Doppler, en el caso de las ondas electromagnéticas (la luz y las ondas de radio son ejemplos de ellas), sigue la fórmula

$$f = f_f\left(\frac{1 + v/c}{1 - v/c}\right) \qquad \text{ondas electromagnéticas}$$

Aquí, c es la velocidad de la luz (3.00×10^8 m/s) y *v* es la velocidad relativa entre la fuente y el observador (que se considera positiva si se acercan y negativa si se alejan). Los astrónomos usan el efecto Doppler en la luz para determinar el movimiento de las estrellas; la policía utiliza el efecto en las ondas de radar para determinar la velocidad de los vehículos.

Problemas resueltos

15.1. Al girar un disco en un tocadiscos, uno de sus surcos pasa por debajo de la aguja a 25 cm/s. Si las oscilaciones del surco están separadas una distancia de 0.1 mm, ¿cuál es la frecuencia del sonido que resulta?

En este caso, la longitud de onda de las oscilaciomes es λ = 0.1 mm = 10^{-4} m, de manera que pasan por la aguja con una frecuencia

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{0.25 \text{ m/s}}{10^{-4} \text{ m}} = 2500 \text{ Hz}$$

Por consiguiente, esta es la frecuencia del sonido de las ondas generadas por el sistema electrónico del tocadiscos.

15.2. La velocidad del sonido en el agua de mar es de 1530 m/s. Encuentre la longitud de onda que tendría en el agua de mar una onda sonora cuya frecuencia es de 255 Hz.

$$\lambda = \frac{\upsilon}{f} = \frac{1530\ \text{m/s}}{255\ \text{Hz}} = 6\ \text{m}$$

15.3. Se observa que un bote anclado se eleva y cae una distancia total de 2 m cada 4 s al pasar, por donde se encuentra, ondas cuyas crestas están separadas una distancia de 30 m. Determine a) la frecuencia de las ondas, *b)* su velocidad, c) su amplitud y *d)* la velocidad de una partícula individual de agua en la superficie.

a) $$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{4\ \text{s}} = 0.25\ \text{Hz}$$

b) $$\upsilon = f\lambda = (0.25\ \text{Hz})(30\ \text{m}) = 7.5\ \text{m/s}$$

c) La amplitud es la mitad de la distancia total que el bote describe al elevarse y descender; por lo tanto,

d) Al pasar una onda, las partículas de agua en la superficie describen órbitas circulares de radio *r - A -* 1 m (véase la figura 15-3). El perímetro de estas órbitas es

$$s = 2\pi r = (2\pi)(1\ \text{m}) = 6.28\ \text{m}$$

Las ondas tienen un periodo de 4 s, lo que significa que cada partícula de agua en la superficie debe escribir su órbita de 6.28 m en 4 s. Por lo tanto, la velocidad de la partícula es

$$V = \frac{s}{T} = \frac{6.28\ \text{m}}{4\ \text{s}} = 1.57\ \text{m/s}$$

Note que la velocidad de la *onda* es, en este caso, de 7.5 m/s; es decir, casi 5 veces mayor que la de la partícula. Esto significa que el movimiento de una onda puede ser mucho más rápido que el de las partículas individuales del medio en que se propaga la onda.

15.4. En un tanque de agua se coloca un diapasón que vibra con una frecuencia de 300 Hz. a) Obtenga la frecuencia y la longitud de onda de las ondas sonoras en el agua. b) Encuentre la frecuencia y longitud de onda de las ondas sonoras producidas por las vibraciones de la superficie del agua en el aire que se encuentra sobre el tanque. La velocidad del sonido en el agua es de 1497 m/s y en el aire es de 343 m/s.

a) En el agua, la frecuencia de las ondas sonoras es de 300 Hz, que es la frecuencia de la fuente, y su longitud de onda es

$$\lambda_1 = \frac{\upsilon_1}{f} = \frac{1497\ \text{m/s}}{300\ \text{Hz}} = 4.99\ \text{m}$$

b) En el aire, la frecuencia de las ondas sonoras es la misma que la frecuencia de su fuente, que es la superficie vibrante de agua. Por consiguiente, *f* = 300 Hz. Sin embargo, la longitud de onda es distinta:

$$\lambda_2 = \frac{v_2}{f} = \frac{343 \text{ m/s}}{300 \text{ Hz}} = 1.14 \text{ m}$$

15.5. ¿Cuántas veces más intenso es un sonido de 50 dB que uno de 40 dB? ¿Y que uno de 20 dB?

Cada intervalo de 10 dB representa un cambio en la intensidad del sonido por un factor de 10. Por consiguiente, un sonido de 50 dB es 10 veces más intenso que uno de 40 dB y 10 x 10 x 10 = 1000 veces más intenso que un sonido de 20 dB.

15.6. ¿Cuál es la intensidad en watts por metro cuadrado de un ruido de 70 dB producido por un camión?

Una intensidad de 0 dB es equivalente a 10^{-2} W/m^2. Puesto que un sonido de 70 dB es 10^7 veces más intenso, es equivalente a un flujo de energía de

$$I = (10^7)(10^{-12} \text{ W/m}^2) = 10^{-5} \text{ W/m}^2$$

15.7. Cierta persona, al hablar normalmente, produce una intensidad sonora de 40 dB a una distancia de 90 cm. Si el umbral de intensidad para una audibilidad razonable es de 20 dB, ¿desde qué distancia puede ser escuchada?

Un cambio de 20 dB en la intensidad del sonido es equivalente a una razón de 10 x 10 = 100. Por lo tanto,

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{R_1^2}{R_2^2}$$

$$R_2 = R_1\sqrt{\frac{I_1}{I_2}} = (0.9 \text{ m})(\sqrt{100}) = 9 \text{ m}$$

15.8. Calcule la ganancia de potencia de un amplificador cuya potencia de entrada es de 0.2 W y cuya potencia de salida es de 80 W.

$$G \text{ dB} = 10 \log \frac{P_s}{P_e} = 10 \log \frac{80 \text{ W}}{0.2 \text{ W}} = 10 \log 400 = 10(2.60) = 26 \text{ dB}$$

15.9. La pastilla de un tocadiscos tiene una salida de 0.002 μW. ¿Cuál es la potencia de salida cuando se le conecta a un amplificador de 100 dB?

Se comienza con la definición

$$G \text{ dB} = 10 \log \frac{P_s}{P_e}$$

y se dividen ambos lados entre 10 para obtener

$$\frac{G \text{ dB}}{10} = \log \frac{P_S}{P_e}$$

Ahora se toman los antilogaritmos en ambos lados:

$$\text{antilog} \frac{G \text{ dB}}{10} = \frac{P_S}{P_e}$$

Por consiguiente,

$$\begin{aligned} P_S &= P_e \text{ antilog} \frac{G \text{ dB}}{10} = (2 \times 10^{-9} \text{ W})\left(\text{antilog} \frac{100}{10}\right) \\ &= (2 \times 10^{-9} \text{ W})(\text{antilog } 10) = (2 \times 10^{-9} \text{ W})(10^{10}) = 2 \times 10^{1} \text{ W} = 20 \text{ W} \end{aligned}$$

15.10. Un cable coaxial RG-58/U tiene una atenuación de la señal de 7 dB por cada 30 m a una frecuencia de 160 mHz. Se utilizan 15 m de este cable para conectar a una antena un transmisor de radio VHF de 25 W, el cual funciona a 160 mHz. ¿Cuál es la potencia que llega a la antena?

La palabra *atenuación* se refiere a una pérdida de potencia, por lo que la ganancia de potencia de un cable de este tipo es de -7 dB por cada 30 m. Como en este caso la longitud del cable es de 15 m, la ganancia de la potencia es -7 dB/2 = -3.5 dB. A partir de la solución del problema 15.9,

$$\begin{aligned} P_s &= P_e \text{ antilog} \frac{G \text{ dB}}{10} = (25 \text{ W})\left(\text{antilog} \frac{-3.5}{10}\right) \\ &= (25 \text{ W})(0.447) = 11.2 \text{ W} \end{aligned}$$

Menos de la mitad de la potencia llega a la antena.

15.11. Se construye un sistema de sonido con los siguientes componentes y sus respectivas ganancias de potencia: preamplificador, +35 dB; atenuador, -10 dB; amplificador, +70 dB. ¿Cuál es la ganancia total del sistema?

Puesto que las ganancias de potencia en decibeles son cantidades logarítmicas, la ganancia total en decibeles de un sistema construido con diferentes dispositivos es igual a la suma de las ganancias individuales en decibeles de los aparatos:

$$G \text{ (total)} = G_1 + G_2 + G_3 + \cdots$$

$$G \text{ (total)} = +35 \text{ dB} - 10 \text{ dB} + 70 \text{ dB} = +95 \text{ dB}$$

15.12. La sirena de un camión de bomberos tiene una frecuencia de 500 Hz. a) El camión de bomberos se acerca a un automóvil estacionado con una velocidad de 20 m/s. ¿Cuál es la frecuencia que escucha una persona en el interior del automóvil? b) El camión de bomberos se detiene y el automóvil se aleja de él a una velocidad de 20 m/s. ¿Cuál es la frecuencia que ahora escucha la persona en el automóvil?

a) En este caso f_f = 500 Hz, v_f = 343 m/s, v_f = +20 m/s y v_0 = 0. Por lo tanto, la frecuencia de la sirena que se percibe es

$$f_o = f_f\left(\frac{\upsilon + \upsilon_0}{\upsilon + \upsilon_f}\right) = (500 \text{ Hz}) \frac{343 \text{ m/s}}{(343 - 20) \text{ m/s}} = 531 \text{ Hz}$$

b) En este caso $v_1 = 0$ y $v_0 = -20$ m/s. La frecuencia de la sirena que se percibe es

$$f_O = f_f\left(\frac{\upsilon + \upsilon_0}{\upsilon + \upsilon_f}\right) = (500\ \text{Hz})\,\frac{(343 - 20)\ \text{m/s}}{343\ \text{m/s}} = 471\ \text{Hz}$$

Problemas complementarios

15.13. ¿Cuál es la cantidad física que todas las ondas transportan desde su fuente hasta el lugar donde finalmente se absorben?

15.14. Encuentre la longitud de onda en el aire de una onda sonora cuya frecuencia es de **440** Hz.

15.15. En un tanque de agua se sumerge un diapasón que vibra con una frecuencia de 600 Hz, y se encuentra que las ondas sonoras resultantes en el agua tienen una longitud de onda de 2.5 m. ¿Cuál es la velocidad del sonido en el agua?

15.16. Una onda de frecuencia f_1 y longitud de onda λ_1, pasa de un medio en el cual su velocidad es v a otro medio en donde su velocidad es $2v$. Determine la frecuencia y la longitud de onda en el segundo medio.

15.17. ¿Cuántas veces más intenso es el sonido de 100 dB de una segadora eléctrica que el sonido de 60 dB de una persona que habla en voz alta?

15.18. Las ondas sonoras cuyas intensidades exceden, aproximadamente, 1 W/m^2 producen lesiones en el oído. ¿A cuántos decibeles corresponde esta intensidad?

15.19. Un avión jet produce un sonido de 140 dB de intensidad a una distancia de 30 m. ¿A qué distancia la intensidad es de 90 dB?

15.20. ¿Cuál es la ganancia de potencia en decibles de un amplificador cuya potencia de entrada es de 0.15 W y la potencia de salida es de 6 W?

15.21. ¿Cuál es la razón entre las potencias de salida y de entrada de un amplificador de 30 dB?

15.22. Un amplificador de 60 dB tiene una potencia de salida de 25 W. ¿Cuál es su potencia de entrada?

15.23. Un transmisor de radio de 1.2 kW se conecta a una antena por medio de un cable cuya atenuación es de 1.8 dB. ¿Qué potencia llega a la antena?

15.24. Un preamplificador cuya ganancia es de 20 dB funciona con un amplificador de 50 dB. ¿Cuál es la ganancia total del sistema?

15.25. El silbato de un tren tiene una frecuencia de 800 Hz. El tren viaja hacia el sur a 120 km/h y, por una carretera paralela, un automóvil viaja hacia el norte en dirección del tren a 80 km/h. ¿Qué frecuencia escucha la gente que va en el automóvil?

15.26. El automóvil y el tren del problema 15.25 se pasan y continúan viajando con las mismas velocidades. ¿Qué frecuencia escucha ahora la gente en el automóvil?

Respuestas a los problemas complementarios

15.13. La energía.

15.14. 78 cm

15.15. 1500 m/s

15.16. $f_2 = f_1$, $\lambda_2 = 2\lambda_1$

15.17. 10^4 = 10,000 veces más intenso

15.18. 120 dB

15.19. 9.5 km

15.20. 16 dB

15.21. 1000

15.22. 25 μW

15.23. 793 W

15.24. 70 dB

15.25. 939 Hz

15.26. 678 Hz

16

Fluidos en reposo

DENSIDAD

La *densidad d* de una substancia es su masa por unidad de volumen. La unidad de densidad en el sistema SI es el kilogramo por metro cúbico (kg/m^3); la densidad del aluminio es, por ejemplo, 2700 kg/m^3 Otra unidad de densidad muy común es el gramo por centímetro cúbico (g/cm^3). Puesto que 1 kg = 1000 g y 1 $m^3 = (100\ cm)^3 = 10^6 cm^3$,

$$1\ g/cm^3 = 10^3\ kg/m^3$$

Por lo tanto, la densidad del aluminio también puede expresarse como 2.7 g/cm^3.

En unidades del sistema inglés, la densidad se expresa en slugs por pies cúbicos. La densidad del aluminio en estas unidades es de 5.3 $slugs/ft^3$. Puesto que en este sistema es más frecuente especificar el peso en lugar de la masa, se acostumbra utilizar la cantidad *peso específico.* El peso específico de una sustancia es su peso por unidad de volumen. Por lo tanto, el peso específico del aluminio es de 170 lb/ft^3. No existe un símbolo especial para representar el peso específico y se puede utilizar w / V o dg al referirse a él.

GRAVEDAD ESPECIFICA

La *gravedad específica* (o *densidad relativa)* de una sustancia es su densidad relativa a la del agua pura, la cual es

$$d(\text{agua}) = 1000\ kg/m^3 = 1.00\ g/cm^3 = 1.94\ slugs/ft^3$$

El peso específico del agua es

$$dg(\text{agua}) = 9800\ N/m^3 = 62\ lb/ft^3$$

Puesto que la densidad del agua es de 1 g/cm^3, la gravedad específica de una sustancia es igual al valor numérico de su densidad dada en gramos por centímetro cúbico. Por consiguiente, la gravedad específica del aluminio es 2.7.

PRESIÓN

Cuando una fuerza actúa perpendicularmente a una superficie, la *presión* que ejerce es igual a la razón entre la magnitud de la fuerza y el área de la superficie:

$$p = \frac{F}{A}$$

$$\text{Presión} = \frac{\text{fuerza}}{\text{área}}$$

Las unidades apropiadas de la presión son el pascal Pa (1 Pa =1 N/m^2) o las libras por pie cuadrado, aunque también se usan con frecuencia otras unidades:

$$1 \text{ lb/in}^2 = 144 \text{ lb/ft}^2$$

1 atmósfera (attn) = presión promedio que la atmósfera terrestre ejerce al nivel del mar

$$= 1.013 \times 10^5 \text{ Pa} = 14.7 \text{ lb/in}^2$$

1 bar = 10^5 Pa (ligeramente menor que 1 atm)

1 milibar (mb) = 100 Pa (se usa ampliamente en meteorología)

1 torr = 133 Pa (se usa ampliamente en medicina para presiones sanguíneas)

PRESIÓN EN UN FLUIDO

La presión es una cantidad muy útil en el estudio del comportamiento de los fluidos (gases y líquidos), debido a sus siguientes propiedades:

1. Las fuerzas que un fluido ejerce sobre las paredes del recipiente que lo contiene, y aquéllas que las paredes ejercen sobre el fluido, siempre actúan perpendicularmente a las paredes.
2. La fuerza que la presión ejerce sobre un fluido es la misma en todas direcciones a una profundidad determinada.
3. Cuando se ejerce una presión externa sobre un fluido, la presión se transmite de manera uniforme por todo el fluido. Esto no significa que las presiones en un fluido sean las mismas en todas partes, puesto que el mismo peso del fluido ejerce presión, la cual aumenta con la profundidad. La presión a una profundidad *h* en un fluido de densidad *d* debida al peso del fluido que está arriba de esa profundidad es

$$p = dgh$$

Por lo tanto, la presión total a esa profundidad es

$$P = P_{\text{externa}} + dgh$$

Cuando un fluido se encuentra en un recipiente abierto, la atmósfera ejerce una presión externa sobre él.

PRESIÓN MANOMETRICA

Los manómetros miden la diferencia entre una presión desconocida y la presión atmosférica. Lo que miden se conoce como *presión manométrica,* y la presión real se conoce como *presión absoluta:*

$$P = P_{\text{manométrica}} + Patm$$

Presión absoluta = presión manométrica + presión atmosférica

Una llanta cuya presión manométrica es de 2 atm contiene aire a una presión absoluta de 3 atm, debido a que la presión atmosférica al nivel del mar es de 1 atm.

PRINCIPIO DE ARQUIMEDES

Sobre un objeto sumergido en un fluido actúa una fuerza hacia arriba porqué la presión en un fluido aumenta con la profundidad. Por lo tanto, la fuerza hacia arriba sobre la parte inferior del cuerpo es mayor que la fuerza hacia abajo que actúa sobre su parte superior. La diferencia entre las dos, denominada *fuerza de flotación*[1], es igual al peso de una cantidad de fluido con un volumen igual al del objeto. Esto se resume en el *principio de Arquímedes:* La fuerza de flotación de un cuerpo sumergido es igual al peso del fluido que el objeto desplaza.

Si la fuerza de flotación es menor que el peso del objeto, éste se hunde; si la fuerza de flotación es igual al peso del objeto, éste flota en equilibrio a cualquier profundidad dentro del fluido; si la fuerza de flotación es mayor que el peso del objeto, éste flota con parte de su volumen por encima de la superficie.

PRENSA HIDRÁULICA

La *prensa hidráulica* es una máquina básica que se basa en el hecho de que una presión externa aplicada sobre un fluido se transmite de manera uniforme por todo el fluido. En una prensa hidráulica, un pistón de área A_a se mueve una distancia L_a debido a una fuerza aplicada, y el fluido en el cilindro transmite la presión aplicada a un pistón de área A_m que se desplaza una distancia L_m. La ventaja mecánica teórica (VMT) del sistema es

$$\text{VMT} = \frac{L_a}{L_m} = \frac{A_m}{A_a}$$

Puesto que el área de un pistón es proporcional al cuadrado de su diámetro, por ejemplo, una razón de 5 entre los diámetros de los pistones dará una VMT de 25.

Problemas resueltos

16.1. Un bloque de madera se encuentra en el fondo de un tanque en el momento de verter agua en él. El contacto entre el bloque y el tanque es tan bueno que el agua no se introduce entre ellos. ¿Existe fuerza de flotación sobre el bloque?

No existe fuerza de flotación puesto que no hay agua debajo del bloque que ejerza una fuerza hacia arriba sobre él.

16.2. La gravedad específica del oro es 19. ¿Cuál es la masa de 1 cm^3 de oro?

Puesto que la densidad del agua es de 1 g/cm^3' la densidad del oro es de 19 g/cm^3 y 1 cm^3 tiene una masa de 19 g.

16.3. Una viga de roble de 10 cm por 20 cm por 4 m tiene una masa de 58 kg. a) Encuentre la densidad y la gravedad específica del roble. *b)* ¿Flota el roble en agua?

[1] Algunos autores le llaman "empuje" o "fuerza de empuje" (N. del T.).

a) El volumen de la viga es $V = (0.1 \text{ m})(0.2 \text{ m})(4 \text{ m}) = 0.08 \text{ m}^3$, y su densidad es

$$d = \frac{m}{V} = \frac{58 \text{ kg}}{0.08 \text{ m}^3} = 725 \text{ kg/m}^3$$

Puesto que la densidad del agua es de 1000 kg/m^3, la gravedad específica (gr esp) del roble es

$$\text{gr esp} = \frac{d_{\text{roble}}}{d_{\text{agua}}} = \frac{725}{1000} = 0.725$$

b) Cualquier material cuya gravedad específica sea menor que 1 flota en agua; por lo tanto, el roble flota.

16.4. ¿Cuánto pesa el aire en una habitación cuadrada de 4 m de lado y 3 m de altura? El peso específico del aire a nivel del mar es de 12.6 N/m^3.

El volumen de la habitación es $V = (4 \text{ m})(4 \text{ m})(3 \text{ m}) = 48 \text{ m}^3$. Por consiguiente, el peso del aire es

$$w = (dg)V = (12.6 \text{ N/m}^3)(48 \text{ m}^3) = 604.8 \text{ N}$$

16.5. La densidad de los mamíferos es aproximadamente igual a la del agua. Obtenga el volumen de un león de 2200 N.

$$V = \frac{w}{dg} = \frac{2200 \text{ N}}{9800 \text{ N/m}^3} = 0.22 \text{ m}^3$$

16.6. Una mujer de 59 kg se mantiene en equilibrio sobre el tacón de su zapato derecho que tiene 2.5 cm de radio. ¿Qué presión ejerce sobre el piso? ¿Cómo se compara esa presión con la atmosférica?

El área del tacón es $A = \pi r^2 = (3.14)(2.5 \text{ cm})^2 = 19.6 \text{ cm}^2$, así que la presión es

$$p = \frac{F}{A} = \frac{mg}{A} = \frac{(59 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)}{19.6 \text{ cm}^2}(10^4 \text{ cm}^2/\text{m}^2) = 2.95 \times 10^5 \text{ Pa}$$

Como $p_{atm} = 1.013 \times 10^5$ Pa, la presión es 2.9 veces mayor.

16.7. El peso de un automóvil se distribuye por igual sobre sus cuatro llantas. La presión manométrica del aire en las llantas es de 2.0 bar y cada llanta tiene un área de 140 cm^2 en contacto con el piso. ¿Cuál es la masa del automóvil?

La carga sobre cada una de las llantas consiste de una cuarta parte del peso del automóvil más el peso de la columna de aire que está directamente sobre el área de la llanta en contacto con el piso, ya que esta parte de la llanta no tiene aire debajo de ella que suministre una fuerza igual hacia arriba. Por lo tanto, la única presión que actúa para soportar el peso del automóvil es la presión manométrica del aire en las llantas, que es el exceso de presión sobre la atmosférica, Como $p_{\text{manométnca}} = (2.0 \times 10^5$ Pa, cada llanta carga un peso

$$w = mg = p_{\text{manométrica}} A = (2.0 \times 10^5 \text{ Pa})(140 \text{ cm}^2)(10^{-4} \text{m}^2/\text{cm}^2) = 2800 \text{ N}$$

El peso del automóvil completo es de 4w y su masa es

$$M = \frac{4w}{g} = \frac{(4)(2800 \text{ N})}{9.8 \text{ m/s}^2} = 1143 \text{ kg}$$

16.8. ¿Cuál es la presión en el fondo de una alberca de 2 m de profundidad que está llena de agua dulce?

$$p = p_{\text{atm}} + (dg)h$$

$$= 1.013 \times 10^5 \text{ N/m}^2 + (9800 \text{ N/m}^3)(2 \text{ m}) = 1.209 \times 10^5 \text{ Pa}$$

16.9. El interior de un submarino que está en el océano a 50 m de profundidad, se mantiene a una presión igual a la presión atmosférica al nivel del mar. Determine la fuerza que actúa sobre una ventana cuadrada de 20 cm de lado. La densidad del agua de mar es 1.03 x 10^3 kg/m^3.

La presión fuera del submarino es p= p_{atm} + *dgh,* y la presión en el interior es p_{atm}. Por lo tanto, la presión neta p' que actúa sobre la ventana es

$$p' = dgh = (1.03 \times 10^3 \text{ kg/m}^3)(9.8 \text{ m/s}^2)(50 \text{ m}) = 5.05 \times 10^5 \text{ Pa}$$

Como el área de la ventana es A = (0.2 m)(0.2 m) = 0.04 m^2, la fuerza que actúa sobre ella es

$$F = p'A = (5.05 \times 10^5 \text{ Pa})(4 \times 10^{-2} \text{ m}^2) = 2.02 \times 10^4 \text{ N}$$

16.10. Un ancla de hierro pesa 890 N en el aire. ¿Qué fuerza se necesita para sostener el ancla cuando se sumerge en el mar? El peso específico del hierro es 76,440 N/m^3 y el del agua de mar es 10,030 N/m^3.

Como $dg = w/V$, el volumen del ancla es

$$V = \frac{w}{dg} = \frac{890 \text{ N}}{76{,}440 \text{ N/m}^3} = 1.2 \times 10^{-2} \text{ m}^3$$

El peso del agua desplazada por el ancla es

$$w = (dg)V = (10{,}030 \text{ N/m}^3)(1.2 \times 10^{-2} \text{ m}^3) = 120 \text{ N}$$

Por lo tanto, la fuerza de flotación sobre el ancla es de 120 N, y la fuerza neta que se necesita para sostenerla es

$$890 \text{ N} - 120 \text{ N} = 770 \text{ N}$$

16.11. Una persona de 70 kg salta de una balsa cuadrada de 2 m de lado, la cual está sobre un lago de agua dulce. ¿Cuánto se levanta la balsa?

El volumen de agua que la balsa debe desplazar para soportar al hombre es

$$V = \frac{m}{d} = \frac{70 \text{ kg}}{10^3 \text{ kg/m}^3} = 0.07 \text{ m}^3$$

El área de la balsa es A = (2 m)(2 m) = 4 m^2. Como el volumen - (altura)(área), la balsa se levanta una distancia

$$h = \frac{V}{A} = \frac{0.07 \text{ m}^3}{4 \text{ m}^2} = 0.018 \text{ m} = 1.8 \text{ cm}$$

16.12. La densidad del hielo es 920 kg/m^3 y la del agua del mar es 1030 kg/m^3. ¿Qué porcentaje del volumen de un iceberg está sumergido?

Cuando un iceberg de volumen V flota, su peso $d_{hielo}gV$ se equilibra debido a la fuerza de flotación que actúa sobre él, la cual es igual al peso del agua desplazada. Si V_{sum} es el volumen del iceberg que está sumergido, el peso del agua desplazada es $d_{agua}gV_{sum}$. Por lo tanto,

$$\text{Peso del iceberg} = \text{peso del agua desplazada}$$

$$d_{hielo}gV = d_{agua}V_{sum}$$

$$\frac{V_{sum}}{V} = \frac{d_{hielo}}{d_{agua}} = \frac{920 \text{ kg/m}^3}{1030 \text{ kg/m}^3} = 0.89 = 89\%$$

El ochenta y nueve por ciento del volumen de un iceberg está bajo la superficie del agua.

16.13. Un tanque de acero de 0.4 m^3 pesa 222 N cuando está vacío. ¿Flotará en el mar cuando se llena con gasolina? El peso específico de la gasolina es de 6600 N/m y el del agua de mar es de 10,030 N/m .

El peso total del tanque cuando se llena de gasolina es

$$w = 222 \text{ N} + (dg)_{gasolina}V = 222 \text{ N} + (6600 \text{ N/m}^3)(0.4\text{m}^3)$$

$$= 222 \text{ N} + 2640 \text{ N} = 2862 \text{ N}$$

La máxima fuerza de flotación sobre el tanque se ejerce cuando éste se encuentra completamente sumergido. Por consiguiente,

$$F_{máx} = (dg)_{agua}V = (10{,}030 \text{ N/m}^3)(0.4 \text{ m}^3) = 4012 \text{ N}$$

Puesto que el peso del tanque es menor que 4012 N, flotará.

16.14. Una prensa hidráulica tiene un cilindro de entrada de 2.5 cm de diámetro y un cilindro de salida de 15 cm de diámetro. a) Si se supone el 100 por ciento de eficiencia, encuentre la fuerza que el pistón de salida ejerce cuando sobre el pistón de entrada actúa una fuerza de 40 N. b) Si se recorre el pistón de entrada una distancia de 10 cm, ¿cuánto se recorre el pistón se salida?

a) A una eficiencia del 100 por ciento, la ventaja mecánica real (VMR) es igual a la VMT, y

$$F_m/F_a = A_m/A_a$$

Como $A = \pi r^2 = \pi d^2/4$,

$$F_m = F_a\left(\frac{d_m^2}{d_b^2}\right) = (40 \text{ N})\frac{(15 \text{ cm})^2}{(2.5 \text{ cm})^2} = 1440 \text{ N}$$

b)

$$L_m = L_a\left(\frac{A_a}{A_m}\right) = L_a\left(\frac{d_a^2}{d_m^2}\right) = (10 \text{ cm})\frac{(2.5 \text{ cm})^2}{(15 \text{ cm})\text{sup2}} = 0.28 \text{ cm}$$

Problemas complementarios

16.15. Un bote de vela tiene una quilla de plomo que lo mantiene derecho a pesar de la presión que el viento ejerce sobre sus velas. ¿Cuál es la diferencia, si la hay, entre la estabilidad del bote en agua dulce y en agua de mar?

16.16. Las presas A y B son idénticas en tamaño y forma, y los niveles de agua en ambas están a la misma altura por encima de su base. La presa A retiene un lago que contiene 4 km^3 de agua, y la presa B retiene un lago que contiene 8 km^3 de agua. ¿Cuál es la razón entre la fuerza total ejercida sobre la presa A y la de la ejercida sobre la presa B?

16.17. En un vaso lleno de agua se deja caer una pulsera de oro de 50 g y se derraman 2.6 cm^3 de agua. ¿Cuál es la densidad del oro? ¿Cuál es su gravedad específica?

16.18. El peso específico del hielo es dé 9020 N/m^3. ¿Cuál es su gravedad específica?

16.19. ¿Cuánto pesa el agua de una alberca de 6 m de largo, 3 m de ancho y 2 m de profundidad?

16.20. La densidad del hierro es de 7.8 x 10^3 kg/m^3. a) ¿Cuál es la gravedad específica del hierro? *b)* ¿Cuántos metros cúbicos ocupa una tonelada métrica de hierro?

16.21. Un clavo de 2 mm de diámetro está encajado en una llanta cuya presión manométrica es de 1.8 bar. ¿Cuál es la fuerza que tiende a empujar al clavo hacia afuera?

16.22. Un hombre de 70 kg usa zapatos cuyas suelas tienen un área de 200 cm^2 cada una. ¿Qué presión ejerce sobre el piso?

16.23. La aguja de un tocadiscos, cuya punta tiene 0.1 mm (10^{-4} m) de radio, ejerce una fuerza hacia abajo de 0.02 N. ¿Cuál es la presión sobre el surco del disco? ¿Cuántas atmósferas representa esto?

16.24. ¿Cuál es la presión a 100 m de profundidad en el océano? ¿Cuántas atmósferas representa esto? La densidad del agua de mar es de 1.03 x 10^3 kg/m^3.

16.25. ¿Cuál es la presión sobre un buzo que se encuentra a 3 m bajo la superficie de un lago de agua dulce?

16.26. a) ¿Qué fuerza se necesita para elevar un bloque de concreto de 1000 kg hasta la superficie de un lago de agua dulce? *b)* ¿Qué fuerza se necesita para sacarlo del agua? La densidad del concreto es de 2.3 x 10^3 kg/m^3.

16.27. Una barra de aluminio pesa 76 N en el aire. ¿Qué fuerza se necesita para sostener la barra cuando se sumerge en gasolina? El peso específico del aluminio es de 26,660 N/m^3 y el de la gasolina es de 6600 N/m^3.

16.28. Una balsa de 2.4 m de ancho, 3.6 m de longitud y 0.6 de altura está hecha de madera sólida de balsa *(dg* = 1255 N/m^3). ¿Qué peso puede soportar en agua de mar *(dg* = 10,030 N/m^3)?

16.29. La gente tiene más o menos la misma densidad que el agua dulce. Encuentre la fuerza de flotación que la atmósfera ejerce sobre una mujer de 50 kg al nivel del mar, donde la densidad del aire es de 1.3 kg/m^3.

16.30. Un globo de 100 kg tiene una capacidad de 1000 m^3. Si se llena de hidrógeno, ¿cuál es la carga máxima que puede soportar? Al nivel del mar, el hidrógeno tiene una densidad de 0.09 kg/m^3 y el aire de 1.3 kg/m^3.

16.31. Se utiliza una palanca con ventaja mecánica 10 para aplicar una fuerza al pistón de entrada de un gato hidráulico cuyo pistón de entrada tiene 2.5 cm de diámetro y cuyo pistón de salida tiene 10 cm de diámetro. a) Si el gato es 90 por ciento eficiente, ¿qué peso puede levantar al aplicarle a la palanca una fuerza de 222.5 N? *b)* Si en cada recorrido la palanca hace que el pistón de entrada se mueva 7.6 cm, ¿cuántos recorridos se necesitan para elevar el pistón de salida una distancia de 0.3m?

Respuestas a los problemas complementarios

16.15. El bote es más estable en agua dulce porqué la fuerza de flotación de la quilla de plomo es menor allí.

16.16. Las fuerzas son iguales.

16.17. 19 g/cm^3; 19

16.18. 0.92

16.19. 3.5×10^5 N

16.20. *a)* 7.8 *b)* 0.128 m^3

16.21. 0.565 N

16.22. 1.72×10^4 Pa

16.23. 6.37×10^5 Pa, 6.3 atrn

16.24. 1×10^6 Pa; 10 atm

16.25. 1.3×10^5 Pa

16.26. *a)* 5539 N *b)* 9800 N

16.27. 57 N

16.28. 47,800 N

16.29. 0.64 N

16.30. 1110 kg

16.31. *a)* 32,040 N *b)* 65 recorridos

17

Fluidos en movimiento

FLUJO DE FLUIDOS

En el *flujo laminar* de un fluido, la dirección del movimiento de las partículas individuales es la misma que la del fluido en su conjunto. Cada una de las partículas del fluido que pasa por cualquier punto sigue la misma trayectoria que las partículas que pasaron por ese punto con anterioridad. Por otra parte, el *flujo turbulento* se caracteriza por la presencia de giros irregulares y remolinos; ocurre a velocidades altas y cuando hay cambios bruscos en la trayectoria del fluido, por ejemplo, cerca de una obstrucción.

La tasa a la cual un fluido con velocidad v fluye a través de un tubo o canal de área A de sección transversal es

$$R = vA$$

$$\text{Tasa de flujo} = (\text{velocidad})(\text{área de sección transversal})$$

Es muy común expresar R en litros por segundo (1/s) y galones por minuto (gal/min) en lugar de las unidades adecuadas que son los metros cúbicos por segundo (m^3/s) y los pies cúbicos por segundo **(ft^3/s) (1 litro = 10^{-3} m^3** = 10^3 cm^3 y 1 galón estadounidense - **0.134 ft^3).**

Cuando un fluido es incompresible, lo cual es cierto para la mayoría de los líquidos, su tasa de flujo R es constante aunque el tamaño del tubo o canal varíe. Por consiguiente, si la velocidad de un líquido es v_1, cuando el área de sección transversal es A_1 y v_2 cuando el área de sección transversal es A_2, entonces

$$v_1 A_1 = v_2 A_2$$

ECUACIÓN DE BERNOULLI

La *ecuación de Bernoulli* se aplica al flujo laminar de un fluido incompresible de densidad d con viscosidad (fricción interna) despreciable. Según esta ecuación, que se deriva de la ley de conservación de la energía, la cantidad $p + dhg + \frac{1}{2}dv^2$ posee el mismo valor en todos los puntos en el movimiento de un fluido así, donde p es la presión absoluta, h es la altura por encima de un nivel de referencia arbitrario y v es la velocidad del fluido. Por lo tanto, en los puntos 1 y 2 se tiene

$$p_1 + dgh_1 + \tfrac{1}{2}dv_1^2 = p_2 + dgh_2 + \tfrac{1}{2}dv_2^2$$

La cantidad dgh es la energía potencial del fluido por unidad de volumen y $\frac{1}{2}dv^2$ es la energía cinética por unidad de volumen. Cada uno de los términos de esta ecuación tiene unidades de presión.

Otra forma de la ecuación de Bernoulli se obtiene al dividir cada término de la ecuación anterior entre dg, lo cual da

$$\frac{p_1}{dg} + \frac{v_1^2}{2g} + h_1 = \frac{p_2}{dg} + \frac{v_2^2}{2g} + h_2$$

Cada término de esta ecuación tiene dimensiones de longitud y se le denomina *cabeza,* donde

$\frac{p}{dg}$ = cabeza de presión $\qquad$ $\frac{v^2}{2g}$ = cabeza de velocidad $\qquad$ h = cabeza de elevación

TEOREMA DE TORRICELLI

En el caso de un líquido que fluye hacia afuera de un tanque sin tapa, a través de un orificio que se encuentra a una distancia h por debajo de la superficie del líquido, como lo ilustra la figura 17-1, la presión sobre el líquido es la misma en la superficie y en el orificio, y la velocidad hacia abajo de la superficie del fluido es despreciable comparada con la velocidad con que sale el fluido. En este caso, la ecuación de Bernoulli se reduce a

que es el *teorema de Torricelli.* Esta es la misma velocidad que tendría originalmente en reposo un objeto, si se dejara caer desde una altura *h.*

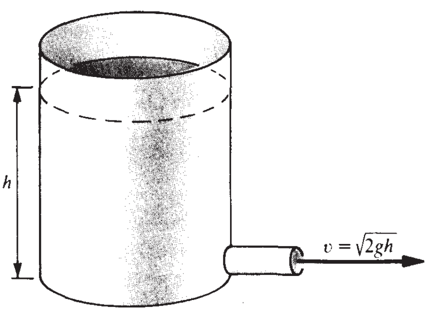


FIGURA 17-1

PRESIÓN Y VELOCIDAD

Cuando el flujo horizontal, de manera que $h_1 = h_2$, la ecuación de Bernoulli se transforma en

$$p_1 + \tfrac{1}{2}dv_1^2 = p_2 + \tfrac{1}{2}dv_2^2$$

La presión del fluido es mayor donde su velocidad es menor, y la presión es menor donde la velocidad es mayor. Un ejemplo de esto es la fuerza ascendente que experimenta el ala de un avión: el aire que circula a través de la superficie superior curva del ala se desplaza más rápido que el aire que circula a través de la superficie inferior porque debe cubrir una distancia mayor. Por lo tanto, la presión en la superficie superior es menor y el resultado neto es una fuerza hacia arriba sobre el ala.

El mecanismo de la figura 17-2, al que se conoce como *tubo de venturi* (o *medidor venturi),* proporciona un método conveniente para determinar la tasa de flujo *R* de un líquido que circula a través de un tubo, en términos de la diferencia de altura h entre los niveles del líquido de los tubos verticales (denominados *manómetros).* A partir de la ecuación anterior y del hecho de que $P_1 - P_2 = dgh$ es la diferencia de presión entre los puntos 1 y 2 del tubo, es posible demostrar que de la ecuación anterior y del hecho de que $P_1 - P_2 = dgh$ es la diferencia de presión entre los puntos 1 y 2 del tubo, es posible demostrar que

$$R = A_1\sqrt{\frac{2gh}{(A_1/A_2)^2 - 1}}$$

donde A_1 y A_2 son las áreas de sección transversal del tubo en los dos puntos.

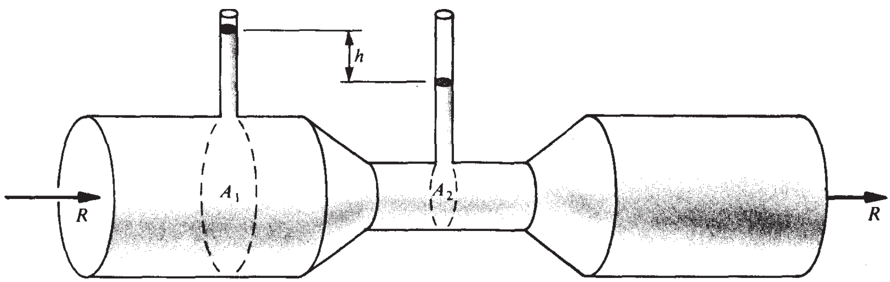


FIGURA 17-2

VISCOSIDAD

La *viscosidad* de un fluido es la fricción interna que evita que capas adyacentes de un fluido se deslicen libremente una sobre la otra. El símbolo de la viscosidad es η, letra griega *eta,* y su unidad en el sistema de unidades SI es el poiseuille (Pl), donde 1 Pl =1 N.s/m^2. La viscosidad de los líquidos disminuye con la temperatura; la de los gases aumenta.

La tasa de flujo de un líquido que circula por un tubo obedece la *ley de Poiseuille*

$$R = \frac{\pi r^4 \, \Delta p}{8\eta L}$$

donde L es la longitud del tubo, r su radio, A p la diferencia de presión entre los extremos del tubo, y η es la viscosidad del líquido. Es evidente que la tasa de flujo depende en mayor medida del radio del tubo.

NUMERO DE REYNOLDS

La naturaleza del flujo de un fluido en una situación particular (como en el caso de un flujo laminar o turbulento) depende de la densidad d y la viscosidad η del fluido, de su velocidad promedio v y de una dimensión D característica del sistema de acuerdo con el *número de Reynolds NR* dado por

$$N_R = \frac{dvD}{\eta}$$

El número de Reynolds carece de unidades. En el caso de un flujo de fluido en un tubo, D es el diámetro del tubo. En un tubo, *NR* < 2000 corresponde a un flujo laminar y *NR* > 3000 corresponde a un flujo turbulento. Si *NR* está entre 2000 y 3000, el flujo puede ser de una u otra clase y puede regresar de una clase a otra.

El número de Reynolds constituye una cantidad importante porqué proporciona una base para realizar experimentos que utilizan un sistema modelo pequeño en sustitución de uno de tamaño normal. Si N_R es el mismo para ambos, entonces se dice que son *dinámicamente similares,* y el patrón de flujo del fluido será el mismo para ambos. Las pruebas de paso de aire en modelos de aviones y las pruebas de tanques de remolque en modelos de barcos proporcionan resultados útiles sólo cuando se cumple la semejanza dinámica.

Problemas resueltos

17.1. La ecuación de Bernoulli se cumple para fluidos incompresibles, sin viscosidad. ¿De qué manera cambia la relación cuando la viscosidad de un fluido no es despreciable?

El efecto de la viscosidad, que es un tipo de fricción, consiste en disipar energía mecánica en calor. Por consiguiente, la cantidad $p + dgh + \frac{1}{2}dv^2$ disminuye a lo largo de la dirección del flujo de un fluido sin viscosidad.

17.2. Un avión cuya masa es de 40 000 kg y cuyas alas tienen un área total de 120 m^2 vuela horizontalmente. ¿Cuál es la diferencia de presión entre las superficies superior e inferior de sus alas?

El levantamiento desarrollado por las alas en un vuelo horizontal es igual al peso del avión. Por lo tanto,

$$F = w = mg = (4 \times 10^4 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2) = 3.92 \times 10^5 \text{ N}$$

La diferencia de presión es

$$\Delta p = \frac{F}{A} = \frac{3.92 \times 10^5 \text{ N}}{120 \text{ m}^2} = 3.27 \times 10^3 \text{ Pa}$$

que es igual a 0.032 atm (0.47 lb/pulg^2).

17.3. a) De una bomba sale un fluido a una tasa de flujo *R* y a velocidad v. ¿Cuál es la potencia de salida de la bomba? *b)* El corazón de una corredora bombea 25 l/min de sangre a una presión promedio de 140 torr. ¿Cuál es la potencia de salida del corazón?

a) Una bomba realiza trabajo sobre un fluido que pasa a través de ella a una razón de $P = Fv$, donde *F* es la fuerza aplicada sobre el fluido. Puesto que $F = pA$, donde p es la presión del fluido,

$$P = Fv = pAv$$

pero $R - vA$ es la tasa de flujo; por lo tanto,

$$P = pR$$

$$\text{Potencia} = (\text{presión})(\text{tasa de flujo})$$

b) La tasa de flujo es

$$R = \left(25 \frac{\text{l}}{\text{min}}\right)\left(20^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{l}}\right)\left(\frac{1}{60 \text{ s/min}}\right) = 4.17 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$$

y la presión es

$$p = (140 \text{ torr})(133 \text{ Pa/torr}) = 1.86 \times 10^4 \text{ Pa}$$

Por consiguiente, la potencia de salida del corazón de la corredora es

$$P = pR = (1.86 \times 10^4 \text{ Pa})(4.17 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}) = 7.8 \text{ W}$$

17.4. Un barril de 80 cm de altura se llena con queroseno. Al abrir la tapa del fondo del barril, ¿a qué velocidad sale el queroseno?

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{(2)(9.8 \text{ m/s}^2)(0.8 \text{ m})} = 3.96 \text{ m/s}$$

17.5. Un bote se estrella contra una roca que está bajo el agua, la cual le hace una perforación de 5 cm de diámetro en el casco a 1.5 m por debajo de la superficie del agua. ¿Con qué rapidez en litros por minuto entra el agua por el casco?

A partir del teorema de Torriceli, la velocidad con la cual el agua entra por el casco es $v = \sqrt{2gh}$. Puesto que la tasa de flujo a través de un orificio de área A es $R = vA$ cuando la velocidad del fluido es v, $R = A\sqrt{2gh}$. En este caso, el radio del orificio es $r = 2.5$ cm = 0.025 m, por lo tanto,

$$A = \pi r^2 = (\pi)(0.025 \text{ m})^2 = 1.96 \times 10^{-3} \text{m}^2$$

Por consiguiente, el agua entra a razón de

$$R = A\sqrt{2gh} = (2 \times 10^{-3} \text{m}^2)\sqrt{(2)(9.8 \text{ m/s}^2)(1.5 \text{ m})} = 1.06 \times 10^{-2} \text{m}^3/\text{s}$$

Para convertir esta cifra a litros por minuto, nótese que

$$1 \text{ litro} = 10^{-3} \text{ m}^3 \qquad \text{y} \qquad 1 \text{ min} = 60 \text{ s}$$

de manera que

$$R = \frac{(1.06 \times 10^{-2} \text{ m}^3/\text{s})(60 \text{ s/min})}{10^{-3} \text{ m}^3/\text{l}} = 688.79 \text{ l/min}$$

17.6. Una manguera de jardín tiene un diámetro interior de 1.5 cm y el agua fluye a través de ella a 2.4 m/s. a) ¿Qué diámetro debe tener la boquilla de la manguera para que el agua salga a 9 m/s? b) ¿Cuál es al tasa de flujo con la que el agua abandona la boquilla?

a) La razón entre las áreas de sección transversal de la manguera y 1a boquilla es igual a la razón entre los cuadrados de sus diámetros, ya que $A = \pi r^2 = \pi d^2/4$. A partir de $v_1 A_1 = V_2 A_2$ se obtiene

$$v_1 d_1^2 = v_2 d_2^2$$

$$d_2 = d_1 \frac{v_1}{v_2} = (1.5 \text{ cm})\sqrt{\frac{2.4 \text{ m/s}}{9 \text{ m/s}}} = 0.77 \text{ cm}$$

b) Puesto que $r_1 = 0.75$ cm $= 7.5 \times 10^{-3}$ m,

$$R = \upsilon_1 A_1 = \upsilon_1 \pi r^2 = (2.4 \text{ m/s})(\pi)(7.5 \times 10^{-3}\text{m})^2 = 4.24 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$$

Se obtiene el mismo resultado a partir de $R = \upsilon_2 A_2$.

17.7. De la boquilla de una manguera que se sostiene a 1.2 m por encima del piso, sale horizontalmente a 10 m/s. ¿Hasta dónde llega el chorro de agua?

Del capítulo 4, el tiempo que el agua necesita para golpear el piso desde una altura h es $t = \sqrt{2h/g}$. Durante este tiempo, el agua recorrerá una distancia horizontal

$$s = \upsilon_0 t = \upsilon_0 \sqrt{\frac{2h}{g}} = \left(10 \ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)\sqrt{\frac{(2)(1.2 \text{ m})}{9.8 \text{ m/s}^2}} = 4.9 \text{ m}$$

17.8. ¿A qué velocidad debe salir el agua de la boquilla de una manguera para incendios si debe alcanzar una altura de 24 m cuando sostenga verticalmente, apuntando hacia arriba?

La velocidad necesaria para alcanzar una altura h es la misma que la velocidad $\upsilon = \sqrt{2hg}$ que adquiriría el agua en caída libre a partir de esa misma altura. Por lo tanto,

$$\upsilon = \sqrt{2hg} \ \sqrt{(2)(9.8 \text{ m/s}^2)(24 \text{ m})} = = 21.7 \text{ m/s}$$

17.9. La bomba de un barco debe levantar 0.4 m^3/min de agua de mar a una altura de 1.5 m. Si la eficiencia total es del 50 por ciento, ¿cuál deberá ser la potencia del motor de la bomba? La densidad del agua de mar es de 1.03×10^3 kg/m^3.

El trabajo que se realiza para levantar a una altura de 1.5 m un volumen $V = 0.4$ m^3 de agua de mar es

$$W = mgh = dVgh = (1.03 \times 10^3 \text{ kg/m}^3)(0.4 \text{ m}^3)(9.8 \text{ m/s}^2)(1.5 \text{ m}) = 6056 \text{ J}$$

Puesto que t = 1 min = 60 s para este caso, la potencia que se requiere a una eficiencia del 50 por ciento es

$$P = \left(\frac{1}{\text{ef}}\right)\left(\frac{W}{t}\right) = \frac{6056 \text{ J}}{(0.5)(60 \text{ s})} = 202 \text{ W}$$

17.10. Para hacer funcionar la bomba de un camión de bomberos se usa un motor de 100 hp. Si la eficiencia es del 60 por ciento, ¿cuántas toneladas de agua por minuto es posible lanzar a una altura de 30 m?

La potencia disponible es

$$P = (0.6)(100 \text{ hp})\left(745.7 \frac{w}{\text{hp}}\right) = 44.742 \ w$$

La potencia que se necesita para elevar un peso w a una altura h en un tiempo t es

$$P = \frac{W}{t} = \frac{wh}{t}$$

y así, con t = 1 min = 60 s,

$$w = \frac{Pt}{h} = \frac{(44{,}742\ \text{W})(60\ \text{s})}{30\ \text{m}} = 89{,}484\ \text{N}$$

Puesto que 1 tonelada fuerza - 9800 N*,

$$w = \frac{89{,}489\ \text{N}}{9800\ \text{N/ton}} = 9.13\ \text{ton}$$

17.11. Por la boquilla de 5 cm de diámetro de una manguera, sale agua a una tasa de 13 l/s. a) Encuentre la fuerza con la que debe sostenerse la boquilla. *b)* El agua choca contra la ventana de una casa y luego cae paralela a la ventana. Calcule la fuerza que el agua ejerce sobre la ventana.

a) La tasa de flujo es

$$R = 13\ \text{l/s}$$

Por lo tanto, la masa de agua que fluye a través de la boquilla cada segundo es

$$\frac{m}{t} = dR = \left(1\ \frac{\text{kg}}{1}\right)\left(13\ \frac{1}{\text{s}}\right) = 13\ \text{kg/s}$$

Como $R = vA$ y $A = \pi r^2$, la velocidad del chorro de agua es

$$v\ \frac{R}{A} = \frac{R}{\pi r^2} = \frac{(13\ \text{l/s})(10^{-3}\ \text{m}^3/\text{l})}{\pi(2.5 \times 10^{-2}\ \text{m})^2} = 6.62\ \text{m/s}$$

Al igualar el impulso *Ft* con el cambio de momento lineal del agua se obtiene

$$Ft = mv$$

$$F = \frac{mv}{t} = (13\ \text{kg/s})(6.62\ \text{m/s}) = 86.07\ \text{N}$$

b) El cambio de momento lineal por segundo del chorro de agua es el mismo que el de a); por consiguiente, la fuerza sobre la ventana también es de 85.8 N.

17.12. ¿A qué velocidad sale el agua del orificio de un tanque a) en el cual la presión manométrica es de 3 x 10^5 Pa y *b)* en el cual la presión manométrica es de 2.8×10^4 Pa? ($d_{agua} = 10^3\ \text{kg/m}^3$.)

a) Considérese el punto 1 en el orificio y el punto 2 dentro del tanque al mismo nivel que el punto 1. En esta situación, $h_1 = h_2$ y $v_2 = 0$ (en forma muy aproximada). Al sustituir en la ecuación de Bernoulli se tiene

$$p_1 + \tfrac{1}{2} d v_1^2 = p_2 \qquad v_1 = \sqrt{\frac{2(p_2 - p_1)}{d}}$$

*Una tonelada fuerza significa que una masa de una tonelada experimenta una fuerza de 9800 N en condiciones estándares de gravedad (g = 9.8 m/s^2)(N.de la T.).

La cantidad $p_2 - p_1$ es la presión manométrica de 3 x 10^5 Pa, puesto que p_1 es la presión atmosférica. Por lo tanto,

$$v_1 = \sqrt{\frac{(2)(3 \times 10^5 \text{ Pa})}{10^3 \text{ kg/m}^3}} = 24.5 \text{ m/s}$$

b) Aquí se sigue el mismo procedimiento; por consiguiente,

$$v_1 = \sqrt{\frac{(2)(2.8 \times 10^4 \, Pa)}{10^3 \text{ kg/m}^3}} = 7.5 \text{ m/s}$$

17.13. Un tubo horizontal de 2.5 cm de radio se une a otro de 10 cm de radio, como lo ilustra la figura 17-3. a) Si la velocidad del agua de mar (d = 1.03 x 10^3 kg/m^3) en el tubo pequeño es de 6 m/s y la presión ahí es de 2 x 10^5 Pa, obtenga la velocidad y la presión en el tubo grande. *b)* ¿Cuál es la tasa de flujo a través de los tubos expresada en N/min?

a) La razón entre las áreas de sección transversal de los tubos es igual a la razón entre los cuadrados de sus radios, ya que $\boldsymbol{A = \pi r^2}$. A partir de $v_1A_1 = v_2A_2$ se obtiene

$$v_2 = v_1 \frac{A_1}{A_2} = v_1 \frac{r_1^2}{r_1^2} = \left(6 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \frac{(2.5 \text{ cm})^2}{(10 \text{ cm})^2} = = 0.38 \text{ m/s}$$

$$p_2 = p_1 + \tfrac{1}{2}d(v_1^2 - v_2^2) = 2 \times 10^5 \left(\frac{\text{N}}{\text{m}^2}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)\left(1.03 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right)\left[\left(6 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 - \left(0.38 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2\right]$$

$$= 2.18 \times 10^5 \text{ Pa}$$

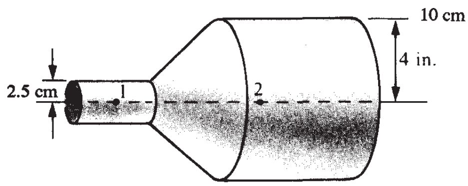


FIGURA 17-3

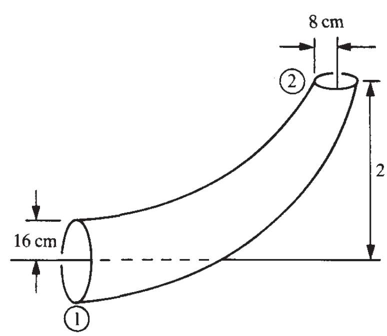


FIGURA 17-4

la cual es

$$p_2 = \frac{1037.96 \text{ gr/cm}^2}{0.4392 \text{ m/cm}^2} = 66.6 \text{ gr}$$

b) $$R = v_1A_1 = (v_1)(\pi r^2) = (6\text{ m/s})(\pi)(0.025\text{ m})^2 = 1.18\times10^{-2}\text{ m}^3\text{/s}$$

Puesto que dg = 10,094 N/m^3 y 1 min - 60 s, la tasa de flujo en las unidades requeridas es

$$(1.18\times10^{-2}\text{ m}^3\text{/s})(10{,}094\text{ N/m}^3)(60\text{ s/min}) = 7135\text{ N/min}$$

17.14. A través del tubo de la figura 17-4, fluye agua a una tasa de 80 l/s. Si la presión en el punto 1 es de 180 kPa, determine a) la velocidad en el punto 1, b) la velocidad en el punto 2 y c) la presión en el punto 2.

a) Como $A = \pi r^2$ y $R = v_1A_1$,

$$v_1 = \frac{R}{A_1} = \frac{R}{\pi r_1^2} = \frac{(80\text{ l/s})(10^{-3}\text{ m}^3\text{/l})}{\pi(0.16\text{ m})^2} = 0.99\text{ m/s}$$

b) *A* partir de $v_1A_1 = v_2A_2$ se tiene

$$v_2 = v_1\frac{A_1}{A_2} = v_1\frac{r_1^2}{r_2^2} = (0.99\text{ m/s})\frac{(0.16\text{ m})^2}{(0.08\text{ m})^2} = 3.96\text{ m/s}$$

c) Ahora se sustituyen las cantidades conocidas de P_1, v_1 y v_2 con $h_1 = 0$ y $h_2 = 2$ m en la ecuación de Bemoulli

$$p_1 + dgh_1 + \tfrac{1}{2}dv_1^2 = p_2 + dgh_2 + \tfrac{1}{2}dv_2^2$$

De esto se obtiene

$$\begin{aligned} p_2 &= p_1 + \tfrac{1}{2}d(v_1^2 - v_2^2) - dgh_2 \\ &= 1.8\times10^5\text{ Pa} + \tfrac{1}{2}(10^3\text{ kg/m}^3)[(0.99\text{ m/s})^2 - (3.96\text{ m/s})^2] - (10^3\text{ kg/m}^3)(9.8\text{ m/s}^2)(2\text{ m}) \\ &= 1.53\times10^5\text{ Pa} \end{aligned}$$

17.15. Fluye aceite a través de un tubo de venturi cuyas áreas de sección transversal son de 0.06 m^2 y 0.02 m^2 Calcule la tasa de flujo cuando la diferencia en las alturas manométricas es de 8 cm.

En este caso, A_1 = 0.06 m^2, A_1 =0.02 m^2 y h = 8 cm = 0.08 m. Por consiguiente, la tasa de flujo es

$$R = A_1\sqrt{\frac{2gh}{(A_1/A_2)^2 - 1}} = 0.06\text{ m}^2\sqrt{\frac{(2)(9.8\text{ m/s}^2)(0.08\text{ m})}{(0.06\text{ m}^2/0.02\text{ m}^2)^2 - 1}} = 2.65\times10^{-2}\text{ m}^3\text{/s}$$

17.16. El engrasador de un balero tiene un agujero de 1 mm de diámetro y 5 mm de longitud. La grasa que se utiliza tiene una viscosidad de 80 Pl. ¿Qué presión se necesita para inyectar 0.2 cm^3 de grasa en el engrasador en un lapso de 5 s?

En este caso r = 0.5 mm = 5 x 10^{-4} m, L = 6 mm = 6 x10^{-3} m y

$$R = \frac{(0.2\text{ cm}^3)}{(10^6\text{ cm}^3\text{/m}^3)(5\text{ s})} = 4\times10^{-8}\text{ m}^3\text{/s}$$

Por consiguiente, la presión que se necesita es

$$p = \frac{8\eta LR}{\pi r^4} = \frac{(8)(80\ \text{Pl})(6 \times 10^{-3}\ \text{m})(4 \times 10^{-8}\ \text{m}^3/\text{s})}{\pi(5 \times 10^{-4})^4} = 7.8 \times 10^5\ \text{Pa}$$

Esto representa 7.7 atm aproximadamente.

17.17. A través de un tubo cuyo diámetro interior es de 3 mm fluye agua a 20 °C con una rapidez de 1.5 m/s. La viscosidad del agua a esta temperatura es de 1.0 x 10^{-3} Pl. a) Determine la naturaleza del flujo en el tubo calculando el número de Reynolds. *b)* Calcúlese la velocidad máxima para el caso de un flujo laminar en el tubo.

a) En este caso, el número de Reynolds es

$$N_R = \frac{dvD}{\eta} = \frac{(1.0 \times 10^3\ \text{kg/m}^3)(1.5\ \text{m/s})(3 \times 10^{-3}\ \text{m})}{1.0 \times 10^{-3}\ \text{Pl}} = 4500$$

Como 1 Pl = 1 N = s/m^2 = 1 kg/(m . s) las unidades se cancelan para dar lugar a un número adicional. Debido a que aquí N_R es mayor que 3000, el movimiento del agua en el tubo es turbulento.

b) La velocidad máxima para un flujo laminar corresponde a un número de Reynolds de 2000, de ahí que

$$v_{\text{máx}} = \frac{\eta N_R}{dD} = \frac{(1.0 \times 10^{-3}\ \text{Pl})(2000)}{(1.0 \times 10^3\ \text{kg/m}^3)(3 \times 10^{-3}\ \text{m})} = 0.67\ \text{m/s}$$

Problemas complementarios

17.18. Las alas de un avión están diseñadas para tener una diferencia de presión de 2800 Pa entre las superficies superior e inferior. Si el área de las alas es de 28 m^2, ¿cuál es el peso que debe tener el avión cuando esté completamente cargado?

17.19. Un tanque de agua se encuentra sobre el techo de un edificio. En la planta baja se abre una llave de agua que está 40 m abajo del nivel del agua del tanque, y no hay resistencia por fricción en la tubería. ¿A qué velocidad saldrá el agua de la llave?

17.20. ¿Qué presión manométrica se necesita en una fuente si el chorro de agua debe alcanzar a) 6 m de altura y *b)* 20 m de altura?

17.21. De la boquilla de una manguera sale agua con una velocidad de 12 m/s. a) Si la boquilla se mantiene vertical, ¿qué altura alcanza el agua? b) Si la boquilla se mantiene horizontal a 1.5 m por encima del piso, ¿qué distancia recorre el chorro de agua antes de golpear el piso?

17.22. De una llave de 5 mm de diámetro, sale agua con una rapidez de 2 m/s. a) Si el tubo que está unido a la llave es de 3 cm de diámetro, encuentre la velocidad del agua en el tubo. *b)* ¿Con qué tasa de flujo sale el agua de la llave?

17.23. En una manguera con diámetro interior de 20 mm fluye agua a 5 m/s. a) ¿Qué diámetro debe tener la boquilla para que el agua salga con una velocidad de 15 m/s? b) Determine la tasa de flujo del agua que pasa por la manguera, expresada en litros por minuto. c) Calcule la fuerza que se necesita para sostener la boquilla.

7.24. A través de una turbina pasa agua a una tasa de 3 m^3/s. Si el agua entra a la turbina con una velocidad de 6 m/s y sale con una velocidad de 1.5 m/s, encuentre la fuerza promedio sobre las paletas de la turbina.

7.25. La presión manométrica de un sistema de suministro de agua es de 175,900 N/m^2 cuando no fluye agua y de 234, 515 N/m^2 cuando se abre una toma: ¿Cuál es la velocidad de flujo?

7.26. Un tanque de gasolina tiene en su base una grieta de 1mm de ancho y 5 cm de longitud. Si el nivel del líquido está a 2 m por encima de la base, encuentre la tasa, en metros cúbicos por segundo y en litros por segundo, con la que la gasolina se escapa.

7.27. ¿Cuántos kilogramos de leche por hora puede transferir la bomba de 1/3 hp de una lechería de un tanque a otro que tiene un nivel de líquido 10 m más alto. Considere un 70 por ciento de eficiencia.

17.28. La bomba de una estación de gasolina necesita enviar gasolina *(dg* - 6594 N/m^3) a una tasa de 113 l/min. Si debe llevar la gasolina a una altura de 1.89 m y la eficiencia es del 75 por ciento, calcule la potencia mínima que necesita el motor de la bomba.

7.29. De la válvula de seguridad de una caldera sale agua con una velocidad de 30.5 m/s. ¿Cuál es la presión manométrica en la caldera?

17.30. Un tubo horizontal de 15 cm de diámetro tiene un estrangulamiento de 8 cm. Si la velocidad del agua en el estrangulamiento es de 9 m/s, establezca la diferencia entre la presión ahí y la del resto del tubo. ¿Qué presión es mayor?

17.31. Por la parte izquierda del tubo de la figura 17-5 entra agua con una velocidad de 3 m/s y a una presión de 15 x 10^4 Pa. Calcule a) la velocidad con la que el agua abandona el tubo por el lado derecho, *b)* la presión ahí y c) la tasa de flujo del agua que circula en el tubo, expresada en newtons por minuto.

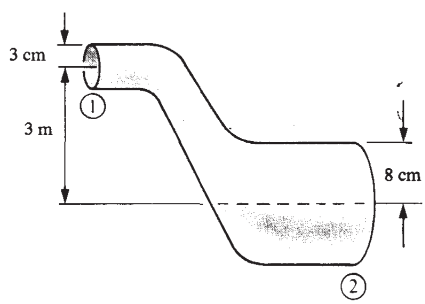


FIGURA 17-5

17.32. Un tubo horizontal con área de sección transversal de 10 cm^2 se conecta a otro tubo horizontal cuya área de sección transversal es de 50 cm^2. Por el tubo pequeño fluye agua a 6 m/s y una presión de 200 kPa. obtenga la velocidad del agua en el tubo grande, así como la presión ahí y la tasa de flujo.

17.33. Por un tubo de venturi, cuyo tubo principal tiene 4 cm de diámetro y cuyo estrangulamiento es de 1 cm de diámetro, circula agua. Calcule la tasa de flujo en litros por minuto cuando la diferencia en las alturas manométricas es de 8 cm.

17.34. Un vaso capilar sanguíneo típico tiene 1 *μm* de longitud y 2 μm de radio. Si la diferencia es presión entre sus extremos es de 20 torr, ¿cuál es la velocidad del flujo sanguíneo a través del capilar? A la temperatura del cuerpo humano la viscosidad de la sangre es de unos 2 x 10^{-3} Pl.

17.35. Determine si el flujo del agua en la manguera del problema 17.23 es laminar o turbulento al calcular su número de Reynolds.

Respuestas a los problemas complementarios

17.18. 78,036 N

17.19. 28.0 M/S

17.20. a) 58,800 Pa *b)* 1.96 x 10^5 N/m^2

17.21. *a)* 7.35 m *b)* 6.63 m

17.22. *a)* 0.556 m/s *b)* 3.93 x 10^{-5} m^3/s

17.23. *a)* 11.54 mm *b)* 94.24 1/min c) 23.56 N

17.24. 13.500N

17.25. 1.6 m/s

17.26. 3.13 x 10^{-4} m^3/s; 0.313 1/s

17.27. 6394 kg

17.28. 33.12w

17.29. 4.65x10^5Pa

17.30. 41359 Pa; la presión en la parte más ancha del tubo es mayor.

17.31. *a)* 0.34 m/s *b)* 170.581 c) 3534.29 N/min

17.32. *a)* 1.2 m/s *b)* 217 Pa c) 6 1/s

17.33. 5.91/min

17.34. 0.67 mm/s

17.35. *NR* = 10^5 , por lo que el flujo es turbulento

18

Calor

ENERGÍA INTERNA

Todo cuerpo, ya sea sólido, líquido o gas, está compuesto por átomos o moléculas que se encuentran en movimiento rápido. Las energías cinéticas de estas partículas constituyen la *energía interna* del cuerpo. La *temperatura* del cuerpo es una medida de la energía cinética promedio de sus partículas. El *calor* puede considerarse como energía interna en tránsito. Cuando a un cuerpo se le suministra calor, su energía interna aumenta y su temperatura se eleva; cuando a un cuerpo se el extrae calor, su energía interna disminuye y su temperatura baja.

TEMPERATURA

La temperatura es una propiedad de los cuerpos, que, entre ciertos límites, puede sentirse por medio del tacto. La temperatura indica la dirección del flujo de energía interna: cuando dos objetos están en contacto, la energía interna pasa del cuerpo de mayor temperatura al de menor temperatura, independientemente de la cantidad total de energía interna que posea cada uno. De esta forma, si se vierte café caliente en una taza fría, el café se enfría y la tasa se calienta.

El *termómetro* es un dispositivo que sirve para medir la temperatura. Por lo general, la materia se dilata cuando se calienta y se contrae cuando se enfría; por tanto, la cantidad relativa de cambio es diferente para sustancias distintas. Este comportamiento constituye la base para la mayoría de los termómetros, los cuales indican la temperatura haciendo uso de las diferentes tasas de dilatación del mercurio y el vidrio, o de dos alambres unidos.

ESCALAS DE TEMPERATURA

La escala *Celsius* (o *centígrada)* de temperatura, asigna 0 °C al punto de fusión del agua y 100 °C a su punto de ebullición. En la escala *Fahrenheit* estos puntos son 32° y 212 °F, respectivamente. Por lo tanto, el intervalo de temperatura correspondiente a un grado Fahrenheit es cinco novenos del intervalo correspondiente a un grado Celsius. Las siguientes fórmulas proporcionan un procedimiento para convertir una temperatura expresada en una escala a su valor correspondiente en la otra:

$$T_F = \tfrac{9}{5} T_C + 32°$$

$$T_C = \tfrac{5}{9}(T_F - 32°)$$

CALOR

El calor es una forma de energía que al suministrarse a un cuerpo aumenta su contenido de energía interna y con ello, eleva su temperatura. El símbolo que se usa para el calor es Q.

Puesto que el calor es una forma de energía, la unidad adecuada en el sistema SI para el calor es el joule. No obstante, algunas veces se usa la *kilocaloría* con el sistema SI: 1 kilocaloría (kcal) es la cantidad de calor necesaria para elevar 1 °C la temperatura de 1 kg de agua. La caloría es la cantidad de calor necesaria para elevar la temperatura de 1 g de agua; por consiguiente 1 kcal = 1000 cal. (La caloría a que se refieren los dietistas para medir el contenido energético de los alimentos es la kilocaloría.)

La unidad de calor en el sistema inglés es la *unidad térmica inglesa (Btu):* 1 Btu es la cantidad de calor necesaria para elevar la temperatura de 1 lb de agua en 1 °F. Una cantidad de calor dada en el sistema de unidades puede expresarse en el otro si se advierte que:

$$1\ \text{J} = 2.39 \times 10^{-4}\ \text{kcal} = 9.48 \times 10^{-4}\ \text{Btu}$$
$$1\ \text{kcal} = 3.97\ \text{Btu} = 4185\ \text{J} = 3077\ \text{ft} \cdot \text{lb}$$
$$1\ \text{Btu} = 0.252\ \text{kcal} = 778\ \text{ft} \cdot \text{lb} = 1054\ \text{J}$$

Aunque en el sistema inglés se especifica el peso en lugar de la masa cuando se trabaja con calor, en la práctica esto no afecta al realizar los cálculos. Siempre que aparezca m en las ecuaciones de calor, deberá entenderse que se refiere a la masa en kg, en el caso en que se usen unidades métricas, y que se refiere al peso en lb cuando se usen unidades del sistema inglés.

CALOR ESPECIFICO

Las diferentes sustancias responden de manera distinta cuando se les suministra o quita calor. Por ejemplo, la temperatura de 1 kg de agua aumenta 1 °C cuando se le suministra 1 kcal de calor, pero la temperatura de 1 kg de aluminio aumenta 4.5 °C cuando se le suministra la misma cantidad de calor. *Calor específico* de una sustancia es la cantidad de calor necesaria para cambiar en 1° la temperatura de una cantidad unitaria de dicha sustancia. El símbolo de calor específico es c; sus unidades en el sistema SI son el J/(kg.°C) [aunque algunas veces se usa la kcal/(kg .°C)], y en el sistema inglés es la Btu/(1b.°F).

Entre los materiales comunes, el agua que posee el mayor calor específico, a saber:

$$c_{\text{agua}} = 4185\ \text{J/(kg} \cdot {}^\circ\text{C)} = 1.00\ \text{kcal/(kg} \cdot {}^\circ\text{C)} = 1.00\ \text{Btu/(lb} \cdot {}^\circ\text{F)}$$

El hielo y el vapor poseen calores específicos más bajos que el agua:

$$c_{\text{Hielo}} = 2090\ \text{J/(kg} \cdot {}^\circ\text{C)} = 0.50\ \text{kcal/(kg} \cdot {}^\circ\text{C)} = 0.50\ \text{Btu/(lb} \cdot {}^\circ\text{F)}$$

$$c_{\text{Vapor}} = 2090\ \text{J/(kg} \cdot {}^\circ\text{C)} = 0.50\ \text{kcal/(kg} \cdot {}^\circ\text{C)} = 0.50\ \text{Btu/(lb} \cdot {}^\circ\text{F)}$$

Los metales tienen, por lo general, calores específicos bajos; así, el plomo y el hierro poseen calores específicos c = 130 y 460 J/(kg.°C), respectivamente.

Cuando se transfiere una cantidad de calor Q a la masa m de una sustancia, o de una masa m a otra y el calor específico de la sustancia es c, el cambio de temperatura ΔT de la masa m, se relaciona con Q, m y c por medio de la fórmula:

$$Q = mc\,\Delta T$$

Calor transferido = (masa)(calor específico)(cambio de temperatura)

CAMBIO DE ESTADO

Cuando a un sólido se le suministra calor continuamente, el sólido se calienta cada vez más hasta que finalmente empieza a fundirse. Mientras se está fundiendo, el material permanece a la misma temperatura y el calor que absorbe modifica su estado de sólido a líquido. Después de que el sólido se ha fundido, la temperatura del líquido resultante aumenta conforme se le suministra más calor, hasta que entra en ebullición. Ahora, el material permanece otra vez a temperatura constante hasta convertirse todo en gas, después de lo cual la temperatura del gas aumenta.

Se llama calor de fusión a la cantidad que debe suministrarse a una cantidad unitaria (1 kg o 1 lb) de una sustancia que está en su punto de fusión, para pasar de estado sólido a líquido, L_f. Para convertirse en sólido, la cantidad unitaria de sustancia líquida debe ceder la misma cantidad de calor.

Se llama *calor de vaporización,* L_v a la cantidad de calor que debe suministrarse a una cantidad unitaria de una sustancia en su punto de ebullición para cambiarla de líquido a gas. La cantidad unitaria de sustancia gaseosa en el estado de ebullición debe ceder la misma cantidad de calor para convertirse en líquido.

El calor de fusión del agua es L_l=335 kJ/kg = 80 kcal/kg = 144 Btu/lb, y su calor de vaporización es L_v = 2260 kJ/kg = 540 kcal/kg = 972 Btu/lb.

PRESIÓN Y PUNTO DE EBULLICIÓN

El punto de ebullición de un líquido depende de la presión a la que esté sometido: a mayor presión corresponde un punto de ebullición mayor. Por consiguiente, el agua a 2 atm de presión hierve a 121 °C en lugar de a 100 °C, como sucede a presión atmosférica a nivel del mar. A grandes alturas, donde la presión atmosférica es menor que al nivel del mar, el agua hierve a una temperatura inferior a los 100 °C. Por ejemplo, a una altura de 2000 m, la presión atmosférica es de unas tres cuartas partes de su valor al nivel del mar y el agua hierve ahí a 93 °C.

Problemas resueltos

18.1. Una persona se encuentra insatisfecha con el tiempo que tardan en cocerse los huevos en una olla de agua hirviendo. ¿Se cocerán más rápido si la persona a) aumenta la llama del gas o b) si utiliza una olla de presión?

a) No. La temperatura máxima que el agua puede tener mientras se encuentra en estado líquido es la del punto de ebullición. Aumentar la tasa de suministro de calor a la olla de agua incrementa la tasa a la cual se produce vapor, pero no eleva la temperatura del agua más allá de los 100 °C (212 °F).

b) Si. En la olla de presión, la presión es mayor que la presión atmosférica normal, lo cual eleva el punto de ebullición y los huevos se cuecen más rápido.

18.2. ¿Cuál es el equivalente de 80 °F en la escala Celsius?

$$T_C = \tfrac{5}{9}(T_F - 32°) = \tfrac{5}{9}(80° - 32°) = 26.7°\text{C}$$

18.3. ¿Cuál es el equivalente de 80 °C en la escala Fahrenheit?

$$T_F = \tfrac{9}{5}T_C + 32° = (\tfrac{9}{5})(80°) + 32° = 176°\text{F}$$

18.4. El oxígeno se congela a -362 °F. ¿Cuál es el equivalente en grados Celsius de esta temperatura?

$$T_C = \tfrac{5}{9}(T_F - 32°) = \tfrac{5}{9}(-362° - 32°) = -219°\text{C}$$

18.5. El nitrógeno se congela a -210 °C. ¿Cuál es el equivalente en grados Fahrenheit de esta temperatura?

$$T_C = \tfrac{5}{9}(T_F - 32°) = \tfrac{5}{9}(-362° - 32°) = -219°\text{C}$$

18.6. ¿Cuánto calor se le debe suministrar a 3 kg de agua para elevar su temperatura de 20 a 80 °C?
El cambio de temperatura es $\Delta T = 80\ °\text{C} - 20\ °\text{C} = 60\ °\text{C}$. Por lo tanto,

$$Q = mc\,\Delta T = (3\text{ kg})[4185\text{ J/(kg}\cdot°\text{C)}](60°\text{C}) = 7.53 \times 10^5\text{ J}$$

18.7. Un bloque de hielo de 25 kg, inicialmente tiene una temperatura de -4 °C y cede 50 kcal de calor. ¿Cuál es su temperatura final $[c_{hielo} = 0.5\text{ kcal/(kg}\cdot°\text{C)}]$?

$$Q = mc\,\Delta T$$

$$\Delta T = \frac{Q}{mc} = \frac{50\text{ kcal}}{(25\text{ kg})[0.5\text{ kcal/(kg}\cdot°\text{C)}]} = 4\ °\text{C}$$

Por lo tanto, la temperatura final es -4 °C - 4 °C = - 8 °C.

18.8. Se suministran 10 kcal de calor a una muestra de madera de 1 kg y se encuentra que su temperatura se eleva de 20 a 44 °C. ¿Cuál es el calor específico de la madera?

$$Q = mc\,\Delta T$$

$$c = \frac{Q}{m\,\Delta T} = \frac{10\text{ kcal}}{(1\text{ kg})(24°\text{C})} = 0.42\text{ kcal/(kg}\cdot°\text{C)}$$

18.9. A 2.5 kg de agua a 4 °C se le agregan 1.5 kg de agua a 30 °C. ¿Cuál es la temperatura final de la mezcla?

Si T es la temperatura final, entonces los 2.5 kg de agua inicialmente a 4 °C experimentan un cambio de temperatura $\Delta T_1 = T - 4\ °\text{C}$ y los 1.5 kg de agua inicialmente a 30°C sufren un cambio de temperatura $\Delta T_2 = 30\ °\text{C} - T$. Se procede como sigue:

Calor absorbido = calor cedido

$$m_1c_1\Delta T_1 = m_2c_2\Delta T_2$$

$$(2.5\text{ kg})[1\text{ kcal/(kg}\cdot°\text{C)}](T - 4\ °\text{C}) = (1.5\text{ kg})\ 1\text{ kcal/(kg}\cdot°\text{C)}(30\ °\text{C} - T)$$

$$(2.5T - 10)\text{kcal} = 945 - 1.5T)\text{kcal}$$

$$4T = 55$$

$$T = 13.75\ °\text{C}$$

18.10. Al preparar té, se vierten 600 g de agua a 90 °C en una tetera de porcelana china $[c_{tetera} = 840\text{ J/(kg}\cdot°\text{C)}]$ de 200 g que está a una temperatura de 20 °C. ¿Cuál es la temperatura final del agua?

Calor absorbido por al tetera = calor cedido por el agua

$$m_{tetera}\,c_{tetera}\,\Delta T_{tetera} = m_{agua}\,c_{agua}\,\Delta T_{agua}$$

$$
\begin{aligned}
(0.2\text{ kg})[840\text{ J}/(\text{kg}\cdot{}^\circ\text{C})](T-20^\circ\text{C}) &= (0.6\text{ kg})[4185\text{ J}/(\text{kg}\cdot{}^\circ\text{C})](90^\circ\text{C}-T)\\
168T-3360 &= 225{,}990-2511T\\
2679T &= 222{,}630\\
T &= 83^\circ\text{C}
\end{aligned}
$$

18.11. Para elevar la temperatura de 5 kg de agua de 20 a 30 °C se calienta una barra de hierro de 2 kg y se sumerge en el agua. ¿Qué temperatura debe tener la barra [C_{hierro} = 0.11 kcal/(kg. °C)]?

Sea T la temperatura de la barra de hierro. El cambio de temperatura del agua es $\Delta T_a = 30\ ^\circ\text{C} - 20\ ^\circ\text{C} = 10\ ^\circ\text{C}$ y el cambio de temperatura de la barra es $\Delta T_{hierro} = T - 30\ ^\circ\text{C}$. Se procede de la manera acostumbrada:

Calor absorbido por el agua = calor cedido por la barra

$$m_a c_a \Delta T_a = m_{hierro} c_{hierro} \Delta T_{hierro}$$

$$
\begin{aligned}
(5\text{ kg})[1\text{ kcal}/(\text{kg}\cdot{}^\circ\text{C})](10^\circ\text{C}) &= (2\text{ kg})[0.11\text{ kcal}/(\text{kg}\cdot{}^\circ\text{C})](T-30^\circ\text{C})\\
50\text{ kcal} &= (0.22T-6.6)\text{ kcal}\\
0.22T &= 56.6\\
T &= 257^\circ\text{C}
\end{aligned}
$$

18.12. ¿Qué cantidad de calor debe suministrarse a 100 kg de plomo que se encuentra a 21 °C si se pretende fundirlos? El calor específico del plomo es de 0.03 kcal/(kg.°C), se funde a 330 °C y su calor de fusión es de 5.9 kcal/kg.

En este caso, $\Delta T = 330\ ^\circ\text{C} - 21\ ^\circ\text{C} = 309\ ^\circ\text{C}$. Por lo tanto,

$$
\begin{aligned}
Q &= mc\,\Delta T + mL_f\\
&= (110\text{ kg})[0.03\text{ kcal}/(\text{kg}\cdot{}^\circ\text{C})](309\ ^\circ\text{C}) + (100\text{ kg})(5.9\text{ kcal/kg})\\
&= 927\text{ kcal} + 590\text{ kcal} = 1517\text{ kcal}
\end{aligned}
$$

18.13. Se vierten 5 kg de agua a 40 °C sobre un largo bloque de hielo que se encuentra a 0 °C ¿Qué cantidad de hielo se funde?

Calor cedido por el agua = calor absorbido por el hielo

$$m_a c\Delta T = m_{hielo} L_f$$

$$(5\text{ kg})[1\text{ kcal}/(\text{kg}\cdot{}^\circ\text{C})](40^\circ\text{C}) = (m_{hielo})(80\text{ kcal/kg})$$

$$m_{hielo} = \frac{200}{80}\text{ kg} = 2.5\text{ kg}$$

18.14. Se suministra 500 kcal de calor a 2 kg de agua que se encuentra a 80 °C. ¿Cuánto vapor se produce?

El calor necesario para elevar la temperatura del agua de 80 °C a la de su punto de ebullición de 100 °Ces:

$$Q_1 = m_1 c\,\Delta T = (2\text{ kg})[1\text{ kcal}/(\text{kg}\cdot{}^\circ\text{C})](20^\circ\text{C}) = 40\text{ kcal}$$

Por lo tanto, Q_2 = 500 kcal - 40 kcal = 460 kcal de calor se encuentran disponibles para convertir agua a 100 °C en vapor a la misma temperatura. Puesto que $Q_2 = m_{vapor}L_v$, la cantidad de vapor producido es:

$$m_{vapor} = \frac{Q_2}{L_v} = \frac{460 \text{ kcal}}{540 \text{ kcal/kg}} = 0.85 \text{ kg}$$

18.15. Encuentre la cantidad mínima de hielo a -10 °C que se necesita para cambiar la temperatura de 500 g de agua de 20 °C a 0 °C.

En este caso, $\Delta T_{hielo} = 10$ °C y $\Delta T_{agua} = 20$ °C. Por lo tanto,

Calor absorbido por el hielo = calor cedido por el agua

$$m_{hielo}c_{hielo}\,\Delta T_{hielo} + m_{hielo}L_{f\,hielo} = m_{agua}c_{agua}\,\Delta T_{agua}$$

$$m_{hielo} = \frac{m_{agua}c_{agua}\,\Delta T_{agua}}{c_{hielo}\,\Delta T_{hielo} + L_{f\,hielo}} = \frac{(0.5 \text{ kg})[4.185 \text{ kJ/(kg}\cdot{}^\circ\text{C)}](20^\circ\text{C})}{[2.09 \text{ kJ/(kg}\cdot{}^\circ\text{C)}](10^\circ\text{C}) + 335 \text{ kJ/kg}}$$

$$= 0.12 \text{ kg} = 120 \text{ g}$$

18.16. Un cubo de hielo de 30 g que se encuentra a 0 °C se deja caer en 200 g de agua a una temperatura de 30 °C. ¿Cuál es la temperatura final?

Si T es la temperatura final, entonces $\Delta T_{hielo} = T - 0$ °C y $\Delta T_{agua} = 30$ °C $- T$. Por consiguiente,

Calor absorbido por el hielo = calor cedido por el agua

$$m_{hielo}L_f + m_{hielo}c_{agua}\,\Delta T_{hielo} = m_{agua}c_{agua}\,\Delta T_{agua}$$

$$(0.03 \text{ kg})\left(80\,\frac{\text{kcal}}{\text{kg}}\right) + (0.03 \text{ kg})\left(1\,\frac{\text{kcal}}{\text{kg}\cdot{}^\circ\text{C}}\right)(T - 0^\circ\text{C}) = (0.2 \text{ kg})\left(1\,\frac{\text{kcal}}{\text{kg}\cdot{}^\circ\text{C}}\right)(30^\circ\text{C} - T)$$

$$(2.4 + 0.03T) \text{ kcal} = (6 - 0.2T) \text{ kcal}$$

$$0.23T = 3.6$$

$$T = 15.7^\circ\text{C}$$

18.17. ¿Qué cantidad de vapor a 140 °C se requiere para fundir 0.5 kg de hielo a 0 °C?

En este caso, $\Delta T_1 = 140$ °C $- 100$ °C $= 40$ °C y $\Delta T_2 = 100$ °C $- 0$ °C $= 100$ °C. Por lo tanto, si m_v es la masa del vapor, entonces

Calor absorbido por el hielo = calor cedido por el vapor

$$m_{hielo}L_f = m_v c_v \Delta T_1 + m_v L_v = m_v c_{agua}\Delta T_2$$

$$(0.5 \text{ kg})(80 \text{ kcal/kg}) = m_v[0.48 \text{ kcal/(kg}\cdot{}^\circ\text{C)}](40\,^\circ\text{C}) + (m_v)(540 \text{ kcal/kg})$$
$$+ (m_v)[1 \text{ kcal/(kg}\cdot{}^\circ\text{C)}](100\,^\circ\text{C})$$

$$40 \text{ kcal} = (19.2 + 540 + 100)m_v \text{ kcal/kg}$$

$$m_v = \frac{40}{659.2} \text{ kg} = 0.06 \text{ kg}$$

18.18. Sobre el piso se deja caer un cubo de hielo que se encuentra a 0°C y se funde en agua 0 °C. Si toda la energía cinética del hielo se invirtió en fundirse, ¿desde qué altura se dejó caer?

(masa del hielo)(calor de fusión) = energía potencial inicial del hielo

$$mL_f = mgh$$

$$h = \frac{L_f}{g} = \frac{3.35 \times 10^5 \text{ J/kg}}{9.8 \text{ m/s}^2} = 3.4 \times 10^4 \text{ m}$$

18.19. En una olla eléctrica de 1 kW se coloca un total de 0.8 kg de agua que se encuentra a 20 °C. ¿Cuánto tiempo se necesita para elevar la temperatura del agua a 100 °C?

El calor que se necesita es

$$Q = mc\,\Delta T = (0.8 \text{ kg})[4185 \text{ J/(kg}\cdot\text{°C)}](100\text{°C} - 20\text{°C}) = 2.68 \times 10^5 \text{ J}$$

Puesto que $P = E/t$ y $P = 1$ kW $= 10^3$ J/s, el tiempo que se necesita es

$$t = \frac{E}{P} = \frac{2.68 \times 10^5 \text{ J}}{10^3 \text{ J/s}} = 2.68 \times 10^2 \text{ s} = 268 \text{ s} = 4.5 \text{ min}$$

Problemas complementarios

18.20. Se agita el agua de un vaso y luego se espera a que el agua se deje de mover. ¿Qué sucedió con la energía cinética del agua en movimiento?

18.21. ¿Por qué es más efectivo un cubo de hielo a 0 °C para enfriar una bebida que la misma masa de agua a 0°C?

18.22. El alcohol etílico se funde a -114 °C y entra en ebullición a 78 °C ¿Cuáles son los equivalentes de esas temperaturas en grados Fahrenheit?

18.23. El bromo se funde 19 °F y entra en ebullición a 140 °F. ¿Cuáles son los equivalentes de esas temperaturas en grados Celsíus?

18.24. ¿Qué cantidad de calor debe extraerse de 2 kg de agua a 90 °C para reducir su temperatura a 10 °C?

18.25. ¿Cuántos joules de calor deben extraerse de 2 kg de agua a 90 °C para reducir su temperatura a 20 °C?

18.26. ¿Qué cantidad de calor debe suministrarse a un bloque de hielo de 20 kg para elevar su temperatura de -20 a -5 °C [c_{hielo} = 0.50 kcal/(kg.°C]?

18.27. ¿Qué cantidad de calor pierde una cuchara de plata de 50 g cuando se enfría de 20 a 0 °C [c_{plata}= 0.056 kcal/(kg. °C)]?

18.28. A una estatua de mármol de Isaac Newton que pesa 100 kg se le suministran 700 kcal de calor cuando está a una temperatura de 18 °C. ¿Cuál es su temperatura final [$c_{mármol}$ = 0.21 kcal/(kg. °C)]?

18.29. A un vaso de vidrio de 250 g se le suministran 0.5 kcal de calor cuando está a una temperatura de 21 °C y se observa que ésta se eleva a 32 °C. ¿Cuál es el calor específico del vidrio?

18.30. A 100 kg de agua que se encuentra 80 °C se le agregan 10 kg de agua a 5 °C. Cuál es la temperatura final de la mezcla?

18.31. Un plato de cobre de 600 g contiene 1500 g de agua 120 °C. Se deja caer en el agua una barra de hierro de 100 g que se encuentra a 120 °C. ¿Cuál es la temperatura final del agua [C_{cobre} = 0.093 kcal/(kg.°C); C_{hierro}=0.11 kcal/(kg.°C]?

18.32. Se vierten 2 kg de sopa a 60 °C en una sopera de porcelana de 2kg que posee una temperatura de 21 °C. ¿Cuál es la temperatura final de la sopa [c_{sopa} = 0.9 kcal/(kg . °C); c_{sopera} = 0.2 kcal/(kg. °C)]?

18.33. ¿Qué cantidad de agua a 20 °C debe agregarse a 5 kg de ponche a 70 °C, el cual está en una ponchera de plata de 1.5 kg, si se desea bajar su temperatura a 60 °C [c_{ponche} = 2.93 kJ/(kg. °C); c_{plata} = 0.234 kg/(kg.°C)]?

18.34. ¿Que cantidad de calor debe extraerse de 200 g de agua a 30 °C de agua a 30 °C para convertirla en hielo a 0 °C?

18.35. Se vierten 1.5 kg de agua a 38 °C sobre un gran bloque de hielo a °C. ¿Cuánto hielo se funde?

18.36. A 10 kg de zinc que se encuentran a una temperatura de 70 °C se le suministran 500 kcal de calor. ¿Cuánto zinc se funde? El calor específico del zinc es de 0.092 kcal (kg.°C), se funde a los 420 °C y su calor de fusión es de 24 kcal/kg.

18.37. ¿Cuánto hielo a 0 °C debe agregarse a 200 g de agua a 30 °C si se desea bajar su temperatura a 20 °C?

18.38. Se mezclan 10 kg de hielo a 0 °C con 2 kg de vapor a 100 °C. Encuentre la temperatura del agua resultante.

18.39. A 1.5 kg de agua que se encuentra a 3 °C se le suministran 756 kcal de calor. ¿Cuánto vapor se produce? ¿Cuál es la temperatura del vapor?

18.40. Se utiliza agua de río a 10 °C para condensar el vapor a 120 °C de una planta de energía eléctrica y así obtener agua a 50 °C. Si el agua de enfriamiento sale del condensador a una temperatura de 30 °C, ¿cuántos kilogramos de agua de río se necesitan por cada kilogramo de vapor utilizado?

18.41. a) ¿Cuantas kilocalorías por hora proporciona un foco de luz de 100 W? b) ¿Cuántos Btu por hora?

18.42. Una gota de pegamento típico contiene 35 kcal de energía. Si esta energía se usara para levantar a una persona de 80 kg por encima del piso, ¿qué altura alcanzaría esa persona?

18.43. Una bala de plomo que viaja a 200 m/s golpea un árbol y luego se detiene. Si la mitad del calor producido se queda en la bala, cuánto aumenta su temperatura [c_{plomo} = 0.13 kJ/(kg. °C)]?

18.44. Sobre una parrilla eléctrica de 2 kW se coloca una olla de aluminio de 300 g con 1.5 kg de agua a 10 °C. ¿Cuál es la temperatura del agua después de 3 min [$c_{aluminio}$ = 0.92 kJ/(kg. °C)]?

Respuestas a los problemas complementarios

18.20. La energía cinética del agua en movimiento disipa en energía interna; por lo tanto, el agua posee mayor temperatura que antes de agitarse.

18.21. El hielo absorbe calor de la bebida con el fin de fundirse en agua a 0 °C.

18.22. -173°F;172°F

18.23. -7 °C; 60 °C

18.24. 160 kcal

18.25. 586 kJ

18.26. 150 kcal

18.27. 0.056 kcal

18.28. 51 °C

18.29. 0.182 kcal/(kg·°C)

18.30. 73 °C

18.31. 20.7 °C

18.32. 59.9 °C

18.33. 0.62 kg

18.34. 22 kcal

18.35. 0.71 kg

18.36. 7.4 kg

18.37. 20 g

18.38. 40 °C

18.39. 1.42 kg; 253.5 °C

18.40. 30 kg

18.41. *a)* 86 kcal *b)* 342 Btu

18.42. 187 m

18.43. 80 °C

18.44. 65 °C

Dilatación de sólidos, líquidos y gases

19

DILATACIÓN LINEAL

Un cambio de temperatura ΔT produce en la mayoría de los sólidos, un cambio de longitud ΔL (o de otra dimensión lineal) ΔL proporcional a la longitud original Lo y a ΔT:

$$\Delta L = aL_0 \Delta T$$

Cambio de longitud = (a)(longitud original)(cambio de temperatura)

La cantidad a es una constante que depende de la naturaleza del material; se denomina *coeficiente de dilatación lineal.*

DILATACIÓN VOLUMÉTRICA

El cambio de volumen ΔV de un sólido o líquido cuyo volumen original es V_0 cuando su temperatura cambia una cantidad ΔT es

$$\Delta V = bV_0 \Delta T$$

Cambio de volumen = (b)(volumen original)(cambio de temperatura)

La cantidad *b* es el *coeficiente de dilatación volumétrica.* Generalmente, b = 3a para un material determinado.

LEY DE BOYLE

A temperatura constante, el volumen de una muestra de gas es inversamente proporcional a la presión absoluta aplicada al gas. A mayor presión, menor volumen. Esta relación se conoce como *ley de Boyle.* Si p_1 es la presión del gas cuando su volumen es V_1 y p_2 es su presión cuando su volumen es v_2, entonces la ley de Boyle establece que:

$$p_1V_1 = p_2V_2 \qquad T = \text{constante}$$

ESCALAS ABSOLUTAS DE TEMPERATURA

Cuando se hace variar la temperatura de una muestra de gas y se mantiene constante la presión sobre éste, su volumen cambia en 1/273 de su volumen a 0 °C por cada cambio de temperatura de 1 °C. Si fuera posible enfriar una muestra de gas hasta -273 °C, su volumen disminuiría hasta cero. Este experimento no puede llevarse a cabo puesto que todos los gases se condensan a temperaturas superiores a los -273 °C, sin embargo, -273 °C es una temperatura importante.

En la *escala absoluta de temperatura,* se fija el punto cero en -273 °C. Las temperaturas en esta escala se expresan en *kelvins* (K); estas unidades son iguales a los grados Celsíus. Por lo tanto,

$$T_K = T_C + 273$$

El punto de fusión del agua en la escala absoluta corresponde a 273 K y su punto de ebullición a 373 K.

La *escala Rankine* es una escala absoluta de temperatura que se basa en la escala Fahrenheit. El cero absoluto en la escala Rankine corresponde a los -460 °F y

$$T_R = T_F + 460°$$

El punto de fusión del agua en la escala Rankine es 460 °R y su punto de ebullición es 672 °R.

LEY DE CHARLES

Por la forma en que se definen las escalas absolutas de temperatura, la relación entre la temperatura y el volumen de una muestra de gas a presión constante puede expresarse de la siguiente manera:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \qquad p = \text{constante}$$

En esta fórmula, que se llama, *ley de Charles,* V_1 es el volumen de la muestra a la temperatura absoluta T_1, y V_2 es su volumen a la temperatura absoluta T_2; la fórmula es válida sólo cuando las temperaturas se expresan en escala absoluta.

LEY DEL GAS IDEAL

La ley de Boyle y la ley de Charles pueden combinarse para dar lugar a la *ley del gas ideal:*

$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}$$

Todos los gases obedecen esta ley con bastante exactitud dentro de un rango amplio de presiones y temperaturas. Un *gas ideal* es aquél para el cual se cumple pV/T = constante bajo cualquier circunstancia. A pesar de que un gas de este tipo no existe en realidad, el hecho de que un gas real se comporte aproximadamente como un gas ideal proporciona elementos específicos para las teorías del estado gaseoso.

La ley del gas ideal se estudiará más adelante, en el capítulo 20.

Problemas resueltos

19.1. La cinta métrica de acero de un topógrafo se calibra a 18 °C. Se encuentra una lectura de 61 m al medir con ella el ancho de un terreno cuando la temperatura es de -12 °C. ¿Cuál es el error introducido por la diferencia de temperatura? El coeficiente de dilatación lineal de acero es de 1.2×10^{-5}/°C.

Puesto que $\Delta T = 18\ °C - (-12\ °C) = 30\ °C$, una longitud de 60 m de la cinta métrica de acero se contrae

$$\Delta L = aL_0\Delta T + (1.2 \times 10^{-5}/°C)(61\ m)(30\ °C) = 0.022\ m = 2.2\ cm$$

19.2. La rueda de madera de un vagón mide 120 cm de diámetro exterior. La llanta de acero para esta rueda deliberadamente se construye más pequeña, de manera que al colocarla sobre la rueda pueda contraerse para lograr un buen ajuste. Si el diámetro interior de la llanta es de 119.6 cm a una temperatura de 20 °C, encuentre la temperatura a la cual debe calentarse para colocarla sobre la rueda. El coeficiente de dilatación lineal del acero es de 1.2 x 10^{-5}/°C.

En este caso, L_0 = 119.6 y $\Delta L = 0.4$ cm. Por consiguiente,

$$\Delta T = \frac{\Delta L}{aL_0} = \frac{0.4\ cm}{(1.2 \times 10^{-5}/°C)(119.6\ cm)} = 279°C$$

La temperatura que se requiere es de 20 °C + 279 °C - 299 °C.

19.3. El plomo tiene un coeficiente de dilatación lineal de $3 \times 10^{-5}/°C$, y su densidad a 20 °C es de 11.0 g/cm^3. Determine la densidad del plomo a 200 °C.

Puesto que b = 3a, el coeficiente de dilatación volumétrica es:

$$b = (3)(3 \times 10^{-5}/°C) = 9 \times 10^{-5}/°C$$

A 20 °C el volumen de una masa m de plomo es $V_0 = m/d_0$, y a 200 °C es:

$$V = \frac{m}{d} = V_0 + \Delta V = V_0 + bV_0\,\Delta T$$

Al sustituir $V_0 = m/d_0$ se tiene:

$$\frac{m}{d} = \frac{m}{d_0} + \frac{bm\,\Delta T}{d_0} = \frac{m}{d_0}(1 + b\,\Delta T)$$

$$d = \frac{d_0}{1 + b\,\Delta T}$$

En este caso, $\Delta T = 200\ °C - 20\ °C = 180\ °C$, y así:

$$d = \frac{11\ g/cm^3}{1 + (9 \times 10^{-5}/°C)(180°C)} = 10.8\ g/cm^3$$

19.4. ¿Cuánta agua se derrama cuando se calienta a 90 °C una vasija de pyrex llena hasta el borde con 1 litro (1000 cm^3) de agua a 20 °C? Los coeficientes de dilatación volumétrica del pyrex y del agua son 9 x $10^{-6}/°C$ y $2.1 \times 10^{-4}/°C$, respectivamente.

Una cavidad en un objeto se expande o contrae en la misma cantidad en que lo haría un cuerpo sólido con la misma composición e igual volumen que el de la cavidad. Por lo que el volumen de agua que se derrama es:

$$\begin{aligned} V_a - V_p &= b_aV_0\,\Delta T - b_PV_0\,\Delta T = (b_a - b_P)V_0\,\Delta T \\ &= (210 \times 10^{-6}/°C - 9 \times 10^{-6}/°C)(1000\ cm^3)(70°C) \\ &= 14.1\ cm^3 \end{aligned}$$

19.5. Determine la fuerza asociada con la dilatación de una barra de acero cuya área de sección transversal es de 645 cm^2, cuando su temperatura aumenta de 10 a 35 °C. El módulo de Young para el acero es Y = 2 x 10^7 N/cm^2 y a = 1.2 x 10^{-5}/°C.

El cambio en la longitud ΔL de la barra debido a la dilatación térmica es:

$$\Delta L = aL_0\,\Delta T$$

Para obtener el mismo cambio de longitud por métodos mecánicos, se necesitaría aplicar una fuerza F tal que:

$$F = \frac{YA\,\Delta L}{L_0}$$

de conformidad con el capítulo 13. Por lo tanto, la fuerza asociada con la dilatación es:

$$F = \frac{YA\,\Delta L}{L_0} = \frac{YA(aL_0\,\Delta T)}{L_0} = YaA\,\Delta T$$

La fuerza depende de la sección transversal de la barra, pero no de su longitud. Para la bara en cuestión:

$$F = YaA\Delta T = \left(2 \times 10^7\,\frac{\text{N}}{\text{cm}^2}\right)(1.2 \times 10^{-5}/°\text{C})(645\ \text{cm}^2)(25\ °\text{C})$$

$$= 3.9 \times 10^6\ \text{N}$$

lo que representa aproximadamente 40 toneladas fuerza.

19.6. Una muestra de 1 litro de nitrógeno a 0 °C y 1 atm de presión se comprime a 0.5 l. Si no se cambia la temperatura, ¿qué sucede con la presión de la muestra?

Puesto que $p_2 = p_1 V_1/V_2$ y que en este caso V_1/V_2 = 2, la presión se duplica a 2 atm.

19.7. Un cilindro de acero contiene $8.5 \times 10^{-2}\ \text{m}^3$ de aire a una presión manométrica de 138 N/cm^2. ¿Qué volumen ocuparía esta cantidad de aire a la presión atmosférica a nivel del mar, que es de 10.3 N/cm^2?

La presión absoluta del aire en el tanque es:

P_1 = presión manométrica + presión atmosférica = $138\ \text{N/cm}^2 + 10.3\ \text{N/cm}^2$

= 148.3 N/cm^2

y su volumen es V_1 = 8.5 x 10^{-2} m^3. Cuando p_2 = 10.3 N/cm^2,

$$V_2 = \frac{p_1V_1}{p_2} = \frac{(148.3\ \text{N/cm}^2)(8.5 \times 10^{-2}\ \text{m}^3)}{10.3\ \text{N/cm}^2} = 1.2\ \text{m}^3$$

19.8. ¿Qué volumen adicional de aire a presión atmosférica debe bombearse en el tanque del problema 19.7, para elevar la presión manométrica a 207 N/cm^2?

Cuando la presión absoluta del aire en el tanque es:

$$p_1 = 207\ \text{N/cm}^2 + 10.3\ \text{N/cm}^2 = 217.3\ \text{N/cm}^2$$

$$p_2 = 10.3\ \text{N/cm}^2$$

el volumen equiva

$$V_2 = \frac{p_1 V_1}{p_2} = \frac{(217.3\ \text{N/cm}^2)(8.5 \times 10^{-2}\ \text{m}^3)}{10.3\ \text{N/cm}^2} = 1.8\ \text{m}^3$$

Por consiguiente, el volumen adicional de aire es $1.8\ \text{m}^3 - 1.2\ \text{m}^3 = 0.6\ \text{m}^3$.

19.9. La temperatura de ebullición del nitrógeno es -196 °C. ¿Cuál es el valor de esta temperatura en la escala absoluta?

$$T_K = T_C + 273 = -196 + 273 = 77\ \text{K}$$

19.10. La temperatura en la superficie del sol es de alrededor de 6000 K. ¿Cuál es el equivalente de esta temperatura en grados Celsius?

$$T_C = T_K - 273 = 5727°\text{C}$$

19.11. La temperatura de fusión del alcohol etílico es de -173 °F y su temperatura de ebullición de 172 °F. ¿Cuáles son los valores de estas temperaturas en la escala Rankine?

$$T_R = T_F + 460° = -173° + 460° = 287°\text{R}$$
$$T_R = 172° + 460° = 632°\text{R}$$

19.12. ¿A qué temperatura debe calentarse una muestra de gas que inicialmente está a 0 °C y a presión atmosférica, si su volumen debe duplicarse mientras que su presión se mantiene constante?

Puesto que T_1 = 0 °C =273 K y $V_2 = 2V_1$, de la ley de Charles,

$$T_2 = \frac{T_1 V_2}{V_1} = \frac{(273\ \text{K})(2V_1)}{V_1} = 546\ \text{K} = 273°\text{C}$$

19.13. La llanta de un automóvil contiene aire a una presión absoluta de 24 N/cm^2 cuando su temperatura es de 10 °C. Si el volumen de la llanta no cambia, ¿cuál es la presión cuando la temperatura es de 49 °C?

El primer paso consiste en convertir las temperaturas a sus equivalentes en la escala Rankine:

$$T_1 = 10\ °\text{C} + 273 = 283\ \text{K} \qquad T_2 = 49\ °\text{C} + 273 = 322\ \text{K}$$

Puesto que p_1 = 24 N/cm^2 y $V_1 = V_2$, de la ley del gas ideal, $p_1V_1/T_1 = p_2V_2/T_2$, se tiene,

$$p_2 = \frac{T_2 p_1}{T_1} = \frac{(322\ \text{K})(24\ \text{N/cm}^2)}{(283\ \text{K})} = 27.3\ \text{N/cm}^2$$

19.14. Un tanque cuya capacidad es de 0.1 m^3 contiene helio a una presión absoluta de 10 atm y a 20 °C de temperatura. Con este helio se infla un globo metereológico de caucho. a) El gas se enfría al expandirse, y cuando la presión del helio en el globo es de 1 atm, su temperatura es de -40 °C Calcule el volumen del globo. *b)* Con el tiempo, el helio en el globo absorbe calor del aire circundante y recobra la temperatura de 20 °C. Determine el volumen del globo en este momento.

a) En este caso, $T_1 = 20\ °C = 293$ K, $T_2 = -40\ °C = 233$ K, $V_1 = 0.1\ m^3$, $p_1 = 10$ atm, P2 - 1 atm. A partir de la ley del gas ideal,

$$V_2 = \frac{T_2 p_1 V_1}{T_1 p_2} = \frac{(233\ K)(10\ atm)(0.1\ m^3)}{(293\ K)(1\ atm)} = 0.8\ m^3$$

Por consiguiente, el volumen del globo es de 0.7 m^3 en este momento, puesto que el tanque retiene 0.1 m^3 del helio después de la dilatación.

b) Ahora, $p_1 =$ 10 atm, p_3 = 1 atm, V_1 = 0.1 m^3 y, puesto que $T_1 = T_3$, puede usarse la ley de Boyle. Asi, se tiene:

$$V_3 = \frac{p_1 V_1}{p_2} = \frac{(10\ atm)(0.1\ m^3)}{1\ atm} = 1\ m^3$$

Por lo tanto, el volumen del globo es de 0.9 m^3, considerando que el tanque aún permanece unido a él.

19.15. Una muestra de gas ocupa un volumen de 0.1 m^3 a 16 °C a presión atmosférica. a) Determine su volumen a 93 °C y a una presión manométrica de 34.5 N/cm^2. *b)* Calcule su presión manométrica cuando se comprime a 0.03 m^3 y la temperatura disminuye a -18 °C.

a) En este caso, $T_1 = 16\ °C = 289$ K, $V_1 = 0.1\ m^3$ y $p_1 = 10.3$ N/cm^2. Cuando

$T_2 = 93\ °C = 366\ °K$ y $p_2 = 34.5\ N/cm^2 + 10.3\ N/cm^2 = 44.8\ N/cm^2$

el volumen V_2 es:

$$V_2 = \frac{T_2 p_1 V_1}{T_1 p_2} = \frac{(366\ K)(10.3\ N/cm^2)(0.1\ m^3)}{(289\ K)(44.8\ N/cm^2)} = 2.91 \times 10^{-2}\ m^3$$

b) Ahora, T_2 = -18 °C = 255 K y V_2 = 0.03 m^3. Por lo tanto, la nueva presión absoluta es:

$$p_2 = \frac{T_2 p_1 V_1}{T_1 V_2} = \frac{(255\ K)(10.3\ N/cm^2)(0.1\ m^3)}{(289\ K)(0.03\ N/cm^3)} = 30.3\ N/cm^2$$

La nueva presión manométrica es $30.3\ N/cm^2 - 10.3\ N/cm^2 = 20\ N/cm^2$.

19.16. La densidad del aire a 0 °C y a 1 atm de presión es de 1.293 kg/m^3. Determine su densidad a 100 °C y 2 atm de presión.

A una presión p_1 = 1 atm y a una temperatura absoluta $T_1 = 0 + 273 = 273$ K, la masa de un volumen V_1 de aire de densidad d_1 es $m = d_1 V_1$ · A $p_2 = 2$ atm y $T_2 = 100 + 273 = 373$ K, el volumen V_2 es

$$V_2 = \frac{m}{d_2} = \frac{T_2 p_1 V_1}{T_1 p_2}$$

Puesto que $m = d_1V_1$

$$\frac{d_1V_1}{d_2} = \frac{T_2p_1V_1}{T_1p_2}$$

y así:

$$d_2 = \frac{d_1T_1p_2}{T_2p_1} = \frac{(1.293\ \mathrm{kg/m^3})(273\ \mathrm{K})(2\ \mathrm{atm})}{(373\ \mathrm{K})(1\ \mathrm{atm})} = 1.893\ \mathrm{kg/m^3}$$

Problemas complementarios

19.17. Un puente de acero mide 500 m de longitud a 0 °C. ¿Cuánto se dilata cuando su temperatura alcanza los 35 °C? El coeficiente de dilatación lineal del acero es de 1.2×10^{-5}/°C.

19.18. Una varilla de bronce de 1.2 m de longitud se dilata 0.16 cm cuando se calienta de 21 °C a 93 °C. Determine el coeficiente de dilatación lineal del bronce.

19.19. ¿Qué cantidad de mercurio ($b = 1.8 \times 10^{-4}$/C se derrama cuando se calienta a 75 °C una vasija de vidrio *(b* = 2×10^{-5}/°*C)* llena hasta el borde con 50 cm^3 de mercurio a 15 °C?

19.20. La densidad del mercurio es de 13,000 kg/m^3 a 21 °C. Obtenga su densidad a -18 °C. El coeficiente de dilatación volumétrica del mercurio es de 1.8×10^{-4}/°C.

19.21. Sobre una barra vertical de acero de 5 m de altura y cuya área de sección transversal es de 30 cm^2, se coloca una carga de 2000 kg. La temperatura es de 20 °C. a) ¿Cuánto se comprime la barra? b) ¿A qué temperatura regresará la barra a su altura original? Para el acero, $Y = 2 \times 10^{11}$ Pa y a = 1.2×10^{-5}/°C; 1 m^2 = 10^4 cm^2.

19.22. El aluminio tiene coeficiente de dilatación lineal de 2.34×10^{-5}/°C y su módulo de Young es 6.9 x k10^{10} N/m^2; para el acero, los valores respectivos son 1.2×10^{-5}/°C y 2×10^{11} Pa. Si dos barras idénticas de los dos metales experimentan el mismo cambio de temperatura, ¿a qué barra corresponde la mayor fuerza asociada con su cambio en longitud?

19.23. Una compresora bombea 50 litros de aire a la presión de 1 atm en el interior de un tanque de 8 l. ¿Cuál es la presión absoluta (en atmósferas) del aire en el tanque?

19.24. ¿Qué cantidad de aire a una presión de 1 atm puede almacenarse en un tanque de 2 m^3, el cual puede soportar sin peligro una presión de 5×10^5 Pa?

19.25. ¿Cuál es el valor en grados Celsius de 500 K?

19.26. ¿Cuál es el valor en grados Kelvin de 500 °C?

19.27. ¿Cuál es el valor en grados Fahrenheit de 500 °R?

19.28. ¿Cuál es el valor en grados Rankine de 500 °F?

19.29. Una llanta contiene 0.03 m^3 de aire a una presión manométrica de 19.0 N/cm^2. ¿Cuánto aire adicional a presión atmosférica debe bombearse en la llanta para elevar su presión a 25 N/cm^2 a la misma temperatura?

19.30. Una llanta contiene aire a una presión manométrica de 19.0 N/cm^2 a una temperatura de 16 °C. Si el volumen de la llanta no cambia, ¿cuál será la presión manométrica cuando su temperatura sea de 38 °C?

19.31. El peso específico del bióxido de carbono es de 19.39 N/m^3 a 0 °C y 1 atm de presión. Establezca su peso específico a 26.7 °C y 10 atm de presión.

19.32. Una muestra de gas ocupa un volumen de 4 m^3 a una presión absoluta de 2×10^5 Pa y a 320 K de temperatura. Calcule su volumen a) a la misma presión y a 400 k de temperatura y b) a la misma temperatura y a una presión de 4×10^4 Pa.

19.33. Una muestra de gas ocupa un volumen de 1 m^3 a una temperatura de 27 °C a la presión de 1 atm. Encuentre su volumen a) a 127 °C y 0.5 atm; *b)* a 127 °C y 2 atm; c) a -73 °C y 0.5 atm; y *d)* a -73 °C y 2 atm.

Respuestas a los problemas complementarios

19.17. 21 cm

19.18. 1.85×10^{-5}/°C

19.19. 0.48 cm^3

19.20. 13,092 kg/m^3

19.21. *a)* 0.163 mm b) 22.7 °C

19.22. A la barra de acero.

19.23. 6.25 atm

19.24. 9.87 m^3

19.25. 227 °C

19.26. 773 K

19.27. 40 °F

19.28. 960 °R

19.29. $2.28 \times 10^{-2} m^3$

19.30. 20.44 N/cm^2

19.31. 176.62 N/m^3

19.32. a) 5 m^3 b) 20 m^3

19.33. a)2.67m^3 b)0.67m^3
c) 1.33 m^3 *d)* 0.33 m^3

Teoría cinética de la materia

20

TEORÍA CINÉTICA DE LOS GASES

La *teoría cinética de los gases* sostiene que un gas se compone de partículas muy pequeñas, denominadas *moléculas,* las cuales se encuentran en movimiento aleatorio constante. Las moléculas están separadas por una distancia muy grande comparada con sus dimensiones y no interactúan entre si, excepto cuando chocan.

La presión que un gas ejerce se debe a los impactos de sus moléculas; incluso en una pequeña muestra de gas hay tantas moléculas que los impactos individuales producen el efecto de una fuerza continua. La ley de Boyle puede comprenderse fácilmente en términos de la teoría cinética de los gases. Expandir una gas significa que sus moléculas deben recorrer una distancia mayor entre impactos sucesivos contra las paredes del contenedor y que los impactos se distribuyen sobre un área mayor. Por lo tanto, un aumento en volumen significa una disminución en la presión y viceversa.

ENERGÍA MOLECULAR

Según la teoría cinética de los gases, la energía cinética promedio de las moléculas de un gas es proporcional a la temperatura absoluta del gas. Esta relación se expresa, por lo general, en la forma:

$$EC_{prom} = \tfrac{3}{2}kT$$

donde k = constante de Boltzmann = 1.38×10^{-23} J/K. Las energías moleculares reales tienen valores considerablemente mayores, o menores que la EC_{prom}.

En el cero absoluto, 0 °K, las moléculas de un gas deberían estar en reposo, lo que explica la importancia de esa temperatura. A cualquier temperatura, todos los gases poseen la misma energía molecular promedio. Por lo tanto, en un gas cuyas moléculas son pesadas, las moléculas se mueven, en promedio, con mayor lentitud que las moléculas más livianas de un gas a la misma temperatura.

La ley de Charles se deriva directamente de la anterior interpretación de la temperatura. Al comprimir un gas se produce un aumento en su temperatura, debido a que las moléculas rebotan contra las paredes y se mueven hacia el interior del contenedor con una energía mayor, lo mismo que una bola de tenis rebota con más energía al ser golpeada por una raqueta. De la misma forma, cuando se expande un gas, su temperatura desciende porque sus moléculas rebotan con menos energía contra las paredes que se mueven hacia el exterior.

SÓLIDOS Y LÍQUIDOS

Las moléculas de un sólido están los suficientemente próximas como para ejercer unas sobre otras fuerzas que las mantienen unidas y que les permiten conservar la forma y el tamaño definido del sólido. En el caso de un gas, las moléculas están en constante movimiento, pero vibran alrededor de posiciones fijas en lugar de moverse en forma aleatoria. Las moléculas de un líquido se mueven continuamente deslizándose unas sobre otras con mayor o menor libertad, lo cual permite que el líquido fluya, pero la distancia entre ellas no cambia y, de este modo no varía el volumen de una muestra dada de líquido.

Cuando se funde un sólido, el arreglo ordenado original de sus moléculas se transforma en el arreglo aleatorio de un líquido. Para lograr el cambio, las moléculas deben separarse actuando en contra de las fuerzas que las mantienen en su lugar, lo cual requiere de energía. El calor de fusión de un solido representa esta energía. Cuando hierve un líquido, el calor de vaporización representa la energía necesaria para separar sus moléculas y permitir que unas se libren por completo de otras, para que se forme un gas.

HUMEDAD RELATIVA

La *humedad* del aire se refiere a la cantidad de vapor de agua que éste contiene. El aire está *saturado* cuando contiene la cantidad máxima de vapor de agua posible; entre mayor sea la temperatura, mayor será la densidad de vapor de agua en la saturación, como indica la figura 20-1. La *humedad relativa* de un volumen de aire describe el grado de saturación. Una humedad relativa de 0, significa que el aire está perfectamente seco; el 50 por ciento, significa que el aire contiene la mitad del máximo vapor de agua posible; el 100 por ciento, significa que el aire está saturado.

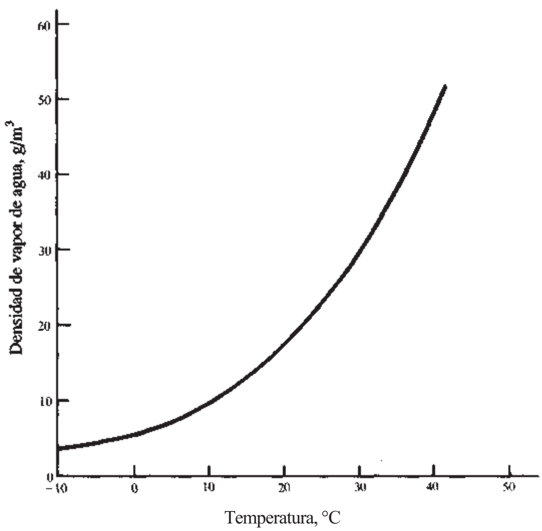


FIGURA 20-1

ÁTOMOS Y MOLÉCULAS

Los *elementos* son las sustancias fundamentales a partir de las cuales se compone toda la materia. Existen 105 elementos conocidos, de los cuales algunos no se encuentran en la naturaleza pero han sido preparados en el laboratorio. Los elementos no pueden transformarse unos en otros por métodos químicos o físicos ordinarios, pero dos o más elementos pueden combinarse para formar un *compuesto,* que consiste en una sustancia cuyas propiedades son diferentes a las de sus elementos constitutivos.

Las partículas primarias de un elemento se denominan *átomos,* y las de un compuesto que existe en estado gaseoso se denominan "moléculas". Las moléculas de un compuesto constan de los átomos de los elementos que lo componen, y están unidas en un arreglo especifico. Cada molécula de agua, por ejemplo, contiene dos átomos de hidrógeno y uno de oxígeno, como su símbolo H_2O lo indica. Muchos compuestos en los estados sólido y líquido no constan de moléculas individuales, como se verá más adelante. Los gases elementales pueden constar de átomos (helio, He; argón, Ar) o de moléculas (hidrógeno, H_2; oxígeno, 0_2).

Las masas de los átomos y moléculas se expresan en *unidades de masa atómica* (u), donde:

$$1 \text{ unidad de masa atómica} = 1 \text{ u} = 1.660 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

La masa *m* de una molécula es la suma de las masas de los átomos de que está compuesta; por lo tanto, $m(H_20)$ $= 2m(H) + m(O)$.

EL MOL

Las muestras de materia que se usan, tanto en la industria como en el laboratorio, contienen tantos átomos o moléculas que contarlos carece de sentido. En lugar de ello, se utiliza la masa de una muestra particular como una medida de la cantidad de átomos o moléculas presentes en ella y, para lograrlo, es necesario relacionar la masa con el número de átomos y moléculas en la muestra.

Cuando las masas de dos muestras de sustancia distintas se encuentran en la misma proporción que sus masas moleculares, dichas muestras contienen el mismo número de moléculas. Para aprovechar este hecho, el mol se define como sigue: Un *mol* de cualquier sustancia es aquella cantidad de esa sustancia, cuya masa es igual a su masa molecular expresada en gramos, en lugar de unidades de masa atómica. Por consiguiente, un mol de agua tiene una masa de 18 g, puesto que una molécula de agua tiene una masa de 18 u. Un mol de una sustancia elemental que consta de átomos individuales en lugar de moléculas es la cantidad de esa sustancia cuya masa es igual a su masa atómica expresada en gramos. En unidades del sistema SI, se toma como unidad básica la cantidad de una sustancia que corresponde a un mol y se expresa como 1 mol.

El número de moléculas en un mol de cualquier sustancia es el *número de Avogadro N,* cuyo valor es:

$$N = 6.023 \times 10^{23} \text{ moléculas/mol}$$

El número de moléculas en una muestra de una sustancia es el número de moles que contiene, multiplicado por *N.*

VOLUMEN MOLAR

Volúmenes iguales de todos los gases, bajo las mismas condiciones de temperatura y presión, contienen el mismo número de moléculas y, en consecuencia, el mismo número de moles. Esta observación resulta más útil si se enuncia en sentido inverso: bajo condiciones dadas de temperatura y presión, el volumen de un gas es proporcional al número de moles presentes.

Por conveniencia, se considera una temperatura de 0 °C (273 °K) y una presión de 1 atm (1.013×10^5 N/m^2 = 14.7 1 b/in^2) como la presión y temperatura estándares (PTE); las leyes de Charles y Boyle permiten que las mediciones que se realizan a otras temperaturas y presiones se reduzcan a sus equivalentes en PTE. Experimentalmente, se encuentra que 1 mol de cualquier gas a PTE ocupa un volumen de 22.4 l. Por lo tanto, el *volumen molar* de un gas es de 22.4 litros a PTE. Esta observación hace posible trabajar con volúmenes de gas en reacciones químicas. Si se sabe que una reacción determinada produce 2.5 moles de un gas, sabemos, por ejemplo, que a PTE el volumen del gas será:

$$V = (\text{moles del gas})(\text{volumen molar}) = (2.5\ \text{mol})(22.4\ \text{l/mol}) = 56\ \text{l}$$

CONSTANTE UNIVERSAL DE LOS GASES

De acuerdo con la ley del gas ideal (capítulo 19), la presión, el volumen y la temperatura de una muestra de gas cumplen con la relación p V/T = constante. Puede encontrarse el valor de la constante en términos del número de moles *n* del gas en una muestra basándose en el hecho de que el volumen molar a PTE es de 22.4 l. A PTE se tiene que $T = 0\ °C = 273\ K$, $p = 1$ atm y $V = n \times 22.4$ l/mol, de manera que:

$$\frac{pV}{T} = \frac{(n)(1\ \text{atm})(22.4\ \text{l/mol})}{273\ \text{K}} = nR$$

donde *R*, la *constante universal de los gases*, tiene el valor:

$$R = 0.0821\ \text{atm} \cdot \text{l}/(\text{mol} \cdot \text{K})$$

$$R = 0.0821\ \text{atm} \cdot \text{l}/(\text{mol} \cdot \text{K})$$

$$R = 8.31\ \text{J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$$

En unidades SI, donde p se expresa en newtons por metro cuadrado y *V* en metros cúbicos,

$$R = 8.31\ \text{J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$$

$$pV = nRT$$

La ley completa del gas ideal se escribe, por lo regular:

$$pV = nRT$$

Problemas resueltos

20.1. Las moléculas de los gases tienen velocidades comparables a las de las balas de un rifle, sin embargo, se sabe que un gas de olor fuerte, como el amoniaco, tarda varios segundos en difundirse en una habitación. ¿Por qué?

Las moléculas de los gases chocan frecuentemente unas con otras, lo que significa que una molécula particular siga una trayectoria larga y muy complicada al ir de un lugar a otro.

20.2. Explique la evaporación de un líquido a una temperatura menor que la de su punto de ebullición sobre la base de la teoría cinética de la materia.

En todo momento, algunas moléculas en un líquido se mueven más rápido y otras más lentamente que el promedio. Las más rápidas pueden escapar de la superficie del líquido a pesar de las fuerzas de atracción que las otras moléculas ejercen; esto constituye la evaporación. Entre más caliente esté el líquido, mayor será el número de moléculas muy rápidas y mayor la rapidez de evaporación. Puesto que las moléculas que permanecen en el líquido son las más lentas, el líquido tiene una temperatura más baja que antes (a menos que se le agregue calor de una fuente externa durante el proceso).

20.3. Encuentre la densidad del vapor de agua del aire a 25 °C, cuya humedad relativa es del 50 por ciento.

A partir de la figura 20-1, se observa que la densidad de vapor de agua saturado a 25 °C es de alrededor de 23 g/m^3. Ya que

$$\text{Humedad relativa} = \frac{\text{densidad real de vapor}}{\text{densidad de vapor de saturación}}$$

se tiene para este caso:

$$\text{Densidad real de vapor} = (\text{humedad relativa})(\text{densidad de vapor de saturación})$$
$$= (0.50)(23\ \text{g/m}^3) = 11.5\ \text{g/m}^3$$

20.4. El *punto de rocío* es la temperatura en la cual el aire, con cierta densidad de vapor de agua, se saturaría y la humedad empezaría a condensarse. El punto de rocío es útil para predecir la niebla: cuando la temperatura del aire se acerca del punto de rocío y va en disminución, es probable que aparezca la niebla. ¿Cuál es el punto de rocío de aire a 25 °C cuya humedad relativa es del 50 por ciento?

La densidad del vapor de agua del aire es 11.5 g/m^3, como se encontró en el problema 20.3. A partir de la figura 20-1, el aire con esta densidad de vapor está saturado a 13 °C aproximadamente, por lo que esta temperatura corresponde, aquí, al punto de rocío.

20.5. Determine la masa de a) la molécula de agua H_2O y *b)* la molécula de alcohol etílico C_2H_6O. Las masas atómicas de H, C y O son, respectivamente, 1.008,12.01 y 16.00 u.

a)
$$\begin{aligned} 2(\text{H}) &= (2)(1.008)\ \text{u} = 2.02\ \text{u} \\ 1(\text{O}) &= (1)(16.00)\ \text{u} = \underline{16.00\ \text{u}} \\ &\qquad\qquad\qquad\quad 18.02\ \text{u} \end{aligned}$$
$$m(\text{H}_2\text{O}) = (18.02\ \text{u})(1.66 \times 10^{-27}\ \text{kg/u}) = 2.99 \times 10^{-26}\ \text{kg}$$

b)
$$\begin{aligned} 2(\text{C}) &= (2)(12.01)\ \text{u} = 24.02\ \text{u} \\ 6(\text{H}) &= (6)(1.008)\ \text{u} = 6.05\ \text{u} \\ 1(\text{O}) &= (1)(16.00)\ \text{u} = \underline{16.00\ \text{u}} \\ &\qquad\qquad\qquad\quad 46.07\ \text{u} \end{aligned}$$
$$m(\text{C}_2\text{H}_6\text{O}) = (46.07\ \text{u})(1.66 \times 10^{-27}\ \text{kg/u}) = 7.65 \times 10^{-26}\ \text{kg}$$

20.6. ¿Cuántas moléculas de H_2O hay en 1 kg de agua?

$$\text{Moléculas de H}_2\text{O} = \frac{\text{masa de H}_2\text{O}}{\text{masa de moléculas de H}_2\text{O}}$$
$$= \frac{1\ \text{kg}}{2.99 \times 10^{-26}\ \text{kg}} = 3.34 \times 10^{25}\ \text{moléculas}$$

20.7. ¿Cuál es la energía cinética promedio de las moléculas de cualquier gas a 100 °C?

La temperatura absoluta que corresponde a 100 °C es:

$$T_K = T_C + 273 = 373 \text{ K}$$

La energía cinética promedio a esta temperatura es

$$\text{EC}_{\text{prom}} = \tfrac{3}{2}kT = (\tfrac{3}{2})(1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K})(373 \text{ K}) = 7.72 \times 10^{-21} \text{ J}$$

20.8. ¿Cuál es la velocidad promedio de las moléculas de una muestra de oxígeno a 100 °C? La masa de una molécula de oxígeno es de 5.3×10^{-26} kg.

Puesto que $\text{EC}_{\text{prom}} = \frac{1}{2}mv^2_{\text{prom}} = \frac{3}{2}kT$,

$$v_{\text{prom}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

En este caso, T = 100 °C = 373 K, y así:

$$v_{\text{prom}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{(3)(1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K})(373 \text{ K})}{5.3 \times 10^{-26} \text{ kg}}} = \sqrt{29.1 \times 10^4} \text{ m/s}$$

$$= 5.4 \times 10^2 \text{ m/s} = 540 \text{ m/s}$$

20.9. Un tanque contiene 1 g de hidrógeno a 0 °C y otro tanque idéntico contiene 1 g de oxígeno a 0 °C. La masa de una molécula de oxígeno es 16 veces mayor que la de una molécula de hidrógeno. a) ¿Qué tanque contiene más moléculas? ¿Cuántas más? *b)* ¿Qué gas ejerce mayor presión? ¿Cuántas veces mayor? c) ¿En cuál de los gases las moléculas tienen una energía promedio mayor? ¿Cuántas veces mayor? *d)* ¿En cuál de los gases las moléculas tienen una velocidad promedio mayor? ¿Cuántas veces mayor?

a) Hay 16 veces más moléculas de hidrógeno.

b) La presión del hidrógeno es 16 veces mayor, por qué existen 16 veces más moléculas que ejercen fuerza sobre las paredes del contenedor.

c) La energía molecular promedio es la misma en ambos gases, por qué sus temperaturas son las mismas.

d) La velocidad promedio de las moléculas de hidrógeno es $\sqrt{16} = 4$ veces mayor que la de las moléculas de oxígeno, por qué las moléculas de hidrógeno son 16 veces más ligeras y $v_{\text{prom}} = \sqrt{3kT/m}$.

20.10. a) ¿Qué volumen ocupa 1 g de amoniaco (NH3) a PTE? b) ¿Qué volumen ocupa a 100 °C y a una presión de 1.2 atm?

a) La masa molecular de NH3 es

$$\begin{aligned} 1(\text{N}) &= (1)(14.01) \text{ u} = 14.01 \text{ u} \\ 3(\text{H}) &= (3)(1.008) \text{ u} = \underline{\ 3.02 \text{ u}} \\ &\qquad 17.03 \text{ u} = 17.03 \text{ g/mol} \end{aligned}$$

por lo que el número de moles en 1 g de NH3 es:

$$\text{Moles de } NH_3 = \frac{\text{masa de } NH_3}{\text{masa molecular de } NH_3} = \frac{1 \text{ g}}{17.03 \text{ g/mol}} = 0.0587 \text{ mol}$$

Por lo tanto, el volumen a PTE es:

$$\text{Volumen de } NH_3 = (\text{moles de } NH_3)(\text{volumen molar})$$

$$= (0.0587 \text{ mol})(22.4 \text{ l/mol}) = 1.32 \text{ l}$$

b) De la ley del gas ideal,

$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2} \quad \text{o} \quad V_2 = \frac{p_1V_1T_2}{p_2T_1}$$

En este caso, $p_1 = 1$ atm, $V_1 = 1.32$ l, $T_1 = 0$ °C $= 273$ K y $p_2 = 1.2$ atm, $V_2 = ?$, $T_2 = 100$ °C $= 373$ K. Por consiguiente,

$$V_2 = \frac{(1 \text{ atm})(1.32 \text{ l})(373 \text{ K})}{(1.2 \text{ atm})(273 \text{ K})} = 1.50 \text{ l}$$

20.11. ¿Cuál es la masa de 40 l de hexafluoruro de uranio (UF_6) A 500 °C y 4 atm de presión?

La forma más directa de resolver este problema es usar la ley del gas ideal para encontrar el número de moléculas de UF_6 en la muestra. Puesto que $pV = nRT$ y $T = 500$ °C = 773 K, se tiene:

$$n = \frac{pV}{RT} = \frac{(4 \text{ atm})(40 \text{ l})}{[0.0821 \text{ atm} \cdot \text{l}/(\text{mol} \cdot \text{K})](773 \text{ K})} = 2.52 \text{ mol}$$

La masa molecular de UF_6 es:

$$\begin{aligned} 1(\text{U}) &= (1)(238.03) \text{ u} = 238.03 \text{ u} \\ 6(\text{F}) &= (6)(19.00) \text{ u} = \underline{114.00 \text{ u}} \\ & \qquad\qquad\qquad\quad 352.03 \text{ u} = 352.03 \text{ g/mol} \end{aligned}$$

así, la masa de UF_6 es:

$$\text{Masa de } UF_6 = (\text{moles de } UF_6)(\text{masa molecular de } UF_6)$$

$$= (2.52 \text{ mol})(352.03 \text{ g/mol}) = 887 \text{ g}$$

20.12. Determine la densidad del etileno (C2H4), en gramos por litro a PTE.

A PTE, un mol de cualquier gas ocupa 22.41. La masa molecular de C_2H_4 es:

$$\begin{aligned} 2(\text{C}) &= (2)(12.01) \text{ u} = 24.02 \text{ u} \\ 4(\text{H}) &= (4)(1.008) \text{ u} = \underline{\ 4.03 \text{ u}} \\ & \qquad\qquad\qquad\quad 28.05 \text{ u} = 28.05 \text{ g/mol} \end{aligned}$$

Por consiguiente, un mol de C2H4 tiene una densidad a PTE de:

$$d = \frac{m}{V} = \frac{28.05 \text{ g}}{22.4 \text{ l}} = 1.25 \text{ g/l}$$

20.13. ¿Cuál es la densidad del oxígeno a 20 °C y 5 atm de presión?

En este caso, resulta más sencillo usar la ley del gas ideal para encontrar la masa de 1 litro de O_2 bajo las condiciones especificadas. El número de moles en 1 litro de **O_2 a T = 20 °C a T = 20 °C = 293 K** y p = 5 atm es, a partir de $pV = nRT$,

$$n = \frac{pV}{RT} = \frac{(5\text{ atm})(1\text{ l})}{[0.0821\text{ atm}\cdot\text{l}/(\text{mol}\cdot\text{K})](293\text{ K})} = 0.208\text{ mol}$$

Puesto que la masa molecular de O_2 es (2)(16.00) u = 32.00 u = 32.00 g/mol, la masa en este caso,

$$\text{Masa de } O_2 = (\text{moles de } O_2)(\text{masa molecular de } O_2)$$

$$= (0.208\text{ mol})(32.00\text{ g/mol}) = 6.66\text{ g}$$

Por consiguiente, la densidad del gas es:

$$g = \frac{m}{V} = \frac{6.66\text{ g}}{1\text{ l}} = 6.66\text{ g/l}$$

Hay 10^3 gramos por kilogramo y 10^3 litros por metro cúbico, lo que significa que la densidad en unidades SI es de 6.66 kg/m^3.

20.14. Una muestra de un gas desconocido tiene una masa de 28.1 g y ocupa un volumen de 4.81 a PTE. ¿Cuál es su masa molecular?

Ya que 1 mol de cualquier gas ocupa 22.41 a PTE, esa muestra debe constar de:

$$\frac{4.8\text{ l}}{22.4\text{ l/mol}} = 0.214\text{ mol}$$

Por lo tanto,

$$\text{Masa molecular} = \frac{\text{masa de la muestra}}{\text{moles de muestra}} = \frac{28.1\text{ g}}{0.214\text{ mol}} = 131\text{ g/mol} = 131\text{ u}$$

Problemas complementarios

20.15. El volumen de una muestra de gas aumenta. ¿Por qué disminuye la presión que ejerce el gas?

20.16. La temperatura de una muestra de gas aumenta. ¿Por qué aumenta la presión que ejerce el gas?

20.17. a) Determine la humedad relativa de aire a 20 °C, cuya densidad de vapor de agua es de 8 g/m^3. ò) ¿Cuál es su punto de rocío?

20.18. El aire a 25 °C tiene un punto de rocío de 15 °C. ¿Cuál es su humedad relativa?

20.19. Obtenga la masa de una molécula de propano C_3H_8 y la de una molécula de glucosa $C_6H_{12}O_6$.

20.20. La masa atómica del cobre es de 63.54 u. Encuentre el número de átomos presentes en 100 g de cobre.

20.21. Se calienta una muestra de gas que inicialmente está a 0 °C hasta que la energía promedio de sus moléculas se duplica. ¿Cuál es su nueva temperatura?

20.22. Se caliente una muestra de gas que inicialmente está a 0 °C hasta que la velocidad promedio de sus moléculas se duplica. ¿Cuál es su nueva temperatura?

20.23. A temperatura ambiente, las moléculas de oxígeno tienen una velocidad promedio de unos 1609 km/h. a) ¿Cuál es la velocidad promedio de las moléculas de hidrógeno, cuyas masas son 1/16 de las moléculas del oxígeno a esa temperatura? *b)* ¿Cuál es la velocidad promedio de las moléculas de bióxido de azufre, cuyas masas son dos veces mayores que las de las moléculas de oxígeno a esa temperatura?

20.24. El mercurio a 500 °C es un gas. a) ¿Cuál es la energía promedio de los átomos de mercurio a esta temperatura? *b)* ¿Cuál es la velocidad promedio de los átomos de mercurio a esta temperatura? La masa de un átomo de mercurio es de 3.3×10^{-25} kg.

20.25. a) ¿Qué volumen ocupan 8.2 moles de flúor F_2 a PTE? *b)* ¿Qué volumen ocupan a 40 °C y a 2.5 atm de presión?

20.26. a) ¿Qué volumen ocupan 5 g de metano CH_4 a PTE? *b)* ¿Qué volumen ocupan a 0 °C y a 0.5 atm de presión? c) ¿Qué volumen ocupan a 80 °C y a 2 atm de presión?

20.27. a) ¿Qué volumen ocupan 20 g de CO_2 a PTE? b) ¿Qué volumen ocupan a -20 °C y a 4 atm de presión?

20.28. ¿Cuál es la masa de 4 litros de amoniaco NH_3 a PTE?

20.29. a) Determine la masa de 12 litros de cloro Cl_2 a 40 °C y 0.8 atm de presión. *b)* ¿Cual es su densidad bajo esas condiciones?

20.30. Se llena un globo con 50 m^3 (5×10^4) de hidrógeno a PTE. ¿Cuál es la masa del hidrógeno?

20.31. Obtenga la densidad del bióxido de azufre SO_2 a PTE.

20.32. Calcule la densidad del nitrógeno N_2 a 120 °C y a una presión de 66,600 Pa.

20.33. Un litro de un gas desconocido tiene una masa de 2.9 g a PTE. Encuentre su masa molecular.

Respuestas a los problemas complementarios

20.15. La presión disminuye, en parte, porque las moléculas del gas deben recorrer ahora una distancia mayor entre choques sucesivos contra las paredes del contenedor y, en parte, debido a que estos choques se distribuyen ahora en un área mayor.

20.16. La presión aumenta en parte porque las moléculas del gas se mueven más rápido que antes y, por lo tanto, golpean las paredes con mayor frecuencia, y también porque cada choque produce una fuerza mayor que antes.

20.17. a) 46 por ciento *b)* 7 °C

20.18. 56 por ciento

20.19. 7.32×10^{-26} kg;
2.99×10^{-25} kg

20.20. 9.48×10^{23} átomos

20.21. 273 °C

20.22. 819 °C

20.23. a) 6437 km/h *b)* 1138 km/h

20.24. a) 1.6×10^{-20} J b) 311 m/s

20.25. a) .1841 *b)* 84.41

20.26. a) 6.98 1 b) 13.961 c) 4.511

20.27. a) 10.2 1 b) 2.36 1

20.28. 3.04 g

20.29. a)26.5 b) 2.21 g/l = 2.21 kg/m^3

20.30. 4.5 kg

20.31. 2.86 g/l =2.86 kg/m^3

20.32. 0.571 kg/m^3

20.33. 65 u

Termodinámica

21

MAQUINAS TÉRMICAS

Convertir energía interna en energía mecánica resulta mucho más difícil que hacer lo contrario, y la eficiencia perfecta es imposible. *Una máquina térmica* es un dispositivo o sistema que puede llevar a cabo esta conversión; el cuerpo humano y la atmósfera terrestre son máquinas térmicas, así como los motores de gasolina y diesel, los motores de un avión jet y las turbinas de vapor.

Todas las máquinas térmicas funcionan al absorber calor de un depósito que se encuentra a una temperatura alta, realizan trabajo, y más tarde, ceden calor a un depósito que permanece a una temperatura más baja (Figura 21-1). De acuerdo con el principio de conservación de la energía, el trabajo realizado en un ciclo completo que hace que la máquina regrese a su estado original al igual a la diferencia entre el calor absorbido y el calor cedido; enunciado constituye la *primera ley de la termodinámica*.

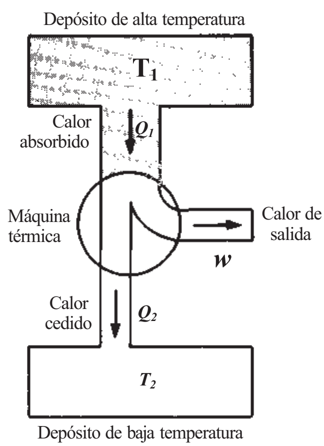


FIGURA 21-1

SEGUNDA LEY DE LA TERMODINÁMICA

La energía interna reside en las energías cinéticas de los átomos y moléculas que se mueven aleatoriamente, mientras que la energía liberada por una máquina térmica se manifiesta en el movimiento ordenado de un pistón o una rueda. Puesto que todos los sistemas físicos en el universo tienden a ir en dirección opuesta, del orden al desorden, no existe máquina térmica capaz de convertir completamente calor en energía mecánica o, en general, en trabajo. Este principio fundamental conduce a la *segunda ley de la termodinámica:* Es imposible construir una máquina que funcione de manera continua y que absorba calor de una fuente y realice una cantidad exactamente equivalente de trabajo.

Debido a que una parte del calor que entra en una máquina térmica se pierde, y puesto que el calor fluye de un depósito caliente a uno frío, todas las máquinas térmicas deben tener un depósito de baja temperatura al cual ceder calor, así como un depósito de alta temperatura de donde provenga el calor que más tarde será absorbido.

EFICIENCIA DE UNA MAQUINA

La eficiencia de una máquina térmica ideal (denominada con frecuencia *máquina de Carnot),* en la cual no existen pérdidas debidas a dificultades prácticas tales como la fricción, depende sólo de las temperaturas con las cuales el calor es absorbido o cedido. Si se absorbe una cantidad de calor Q_1 a una temperatura absoluta T_1 y se cede una cantidad Q_2 de calor a una temperatura absoluta T_2, entonces $Q_1/Q_2 = T_1/T_2$ en esa máquina. Por lo tanto, su eficiencia es:

$$\text{Eficiencia (ideal)} = \frac{\text{trabajo realizado}}{\text{calor absorbido}} = \frac{W}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

Entre menor sea la razón entre T_2 y T_1, más eficiente será la máquina. Puesto que no hay depósito que pueda existir a una temperatura de 0 °K o 0 °R, que es el cero absoluto, no existe máquina térmica que sea 100 por ciento eficiente.

REFRIGERACIÓN

Un *refrigerador* es una máquina térmica que funciona de manera inversa; extrae calor de un depósito de baja temperatura y lo transfiere a un depósito de alta temperatura (Figura 21 -2). Debido a que la tendencia natural del calor es fluir de una región caliente a una fría, debe suministrarse energía a un refrigerador para invertir el flujo y esta energía aumenta el calor cedido por el refrigerador.

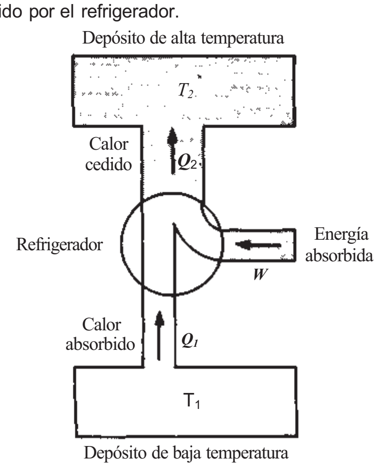


FIGURA 21-2

Si un refrigerador absorbe una cantidad de calor Q_1 a la temperatura absoluta T_2 y cede una cantidad de calor Q_2 a la temperatura absoluta T_2, su *coeficiente de rendimiento* (CR) está dado por

$$\text{CR} = \frac{\text{calor absorbiodo}}{\text{trabajo realizado}} = \frac{Q_1}{W} = \frac{Q_1}{Q_2 - Q_1}$$

En un refrigerador ideal, que es una máquina de Carnot que funciona en sentido inverso, $Q_1/Q_2 = T_1/T_2$ y

$$\text{CR (ideal)} = \frac{T_1}{T_2 - T_1}$$

La unidad inglesa de capacidad de refrigeración es la *tonelada,* que es la tasa de extracción de calor que puede convertir 1 ton de agua a 0 °C en hielo a 0 °C por día. Puesto que el calor de fusión del agua es de 144 Btu/lb (80 kcal/kg),

$$1 \text{ tonelada de refrigeración} = 12{,}000 \text{ Btu/h} = 3{,}024 \text{ kcal/h}$$

Problemas resueltos

21.1. Con el propósito de enfriar una cocina durante el verano, se deja abierta la puerta del refrigerador y se cierran las ventanas y la puerta de la cocina-. ¿Qué sucederá?

Ya que no existe refrigerador que pueda ser completamente eficiente, el refrigerador cede a la cocina más calor del que absorbe de ella. El efecto neto es, por lo tanto, aumentar la temperatura de la cocina.

21.2. ¿Cuáles son los procesos isobárico, isotérmico y adiabático?

Un proceso *isobárico* es aquél que tiene lugar a presión constante. Un proceso *isotérmico* es el que tiene lugar a temperatura constante. Un proceso *adiabático* es aquél que tiene lugar en un sistema tan aislado de sus alrededores, que durante el proceso no entra ni sale calor del sistema.

21.3. La hipotética máquina de Carnot sólo hace uso de procesos isotérmicos y adiabáticos en su ciclo de funcionamiento. ¿Por qué?

Una máquina tiene eficiencia máxima cuando todos los procesos que ocurren durante su funcionamiento son reversibles sin que se efectúe trabajo, puesto que cualesquiera otros procesos implicarían necesariamente un gasto de energía. El flujo de calor de un depósito caliente a uno más frío no es reversible en este sentido puesto que la dirección natural del flujo de calor es de lo caliente a lo frío (de hecho, esto constituye un enunciado alternativo de la segunda ley de la termodinámica). No obstante, en un proceso isotérmico, el flujo de calor tiene lugar a temperatura constante, por lo que el proceso puede invertirse sin pérdida de trabajo. Un proceso adiabático también es reversible en el mismo sentido porque durante tal proceso no entra ni sale calor del sistema. Por lo tanto, una máquina que haga uso sólo de los procesos isotérmicos y adiabático tiene la mayor eficiencia posible.

21.4. Una muestra de gas se expande de V_1 a V_2. El trabajo realizado por el gas es mayor cuando la expansión es a) isobárica, *b)* isotérmica o c) adiabática? ¿Cómo varía la temperatura durante cada expansión?

a) A presión constante p, el trabajo realizado es $p(V_2 - V_1)$ y es el mayor de las tres expansiones. La temperatura debe aumentar durante la expansión con el fin de mantener la presión constante a pesar del incremento de volumen.

b) Ya que pV/T = constante, durante la expansión a temperatura constante la presión debe disminuir a medida que V aumenta y, por consiguiente, el trabajo realizado es menor que en a).

c) En una expansión adiabática, la temperatura debe disminuir puesto que todo el trabajo realizado es a expensas de la energía interna del gas. La presión final es, por lo tanto, más baja que en a) o *b)* y en este proceso se realiza la menor cantidad de trabajo.

21.5. A 100 °C y a presión atmosférica, el calor de vaporización del vapor es $L_v = 2260$ kJ/kg, la densidad del agua es 10^3 kg/m^3, y la densidad del vapor es 0.6 kg/m^3. ¿Qué proporción de L_v representa el trabajo realizado para transformar agua en vapor contra la presión atmosférica?

Los volúmenes de 1 kg de agua y 1 kg de vapor a 100 °C y a presión atmosférica son, respectivamente,

$$V_{agua} = \frac{m}{d_{agua}} = \frac{1\ \text{kg}}{10^3\ \text{kg/m}^3} = 0.001\ \text{m}^3$$

$$V_{vapor} = \frac{m}{d_{vapor}} = \frac{1\ \text{kg}}{0.6\ \text{kg/m}^3} = 1.667\ \text{m}^3$$

La presión atmosférica es p = 1.013 $\times 10^5$ Pa. Por consiguiente, el trabajo realizado en la transformación o expansión es:

$$W = p(V_{vapor} - V_{agua}) = (1.013 \times 10^5\ \text{Pa})(1.667 - 0.001)\ \text{m}^3$$
$$= 1.69 \times 10^5\ \text{J} = 169\ \text{kJ}$$

Esto es

$$\frac{W}{L_v} = \frac{169\ \text{kJ}}{2260\ \text{kJ}} = 0.075 = 7.5\%$$

del calor de vaporización del agua. El sobrante del calor de vaporización se invierte en separar las moléculas del agua para crear un gas a partir de un líquido y así se convierte en energía interna del vapor.

21.6. Una planta generadora de 1 MW (10^6 W) tiene una eficiencia total del 40 por ciento. ¿Cuánto aceite, cuyo calor de combustión es de 11,000 kcal/kg, consume la planta al día?

En 1 día, la planta produce

$$W = Pt = (10^6\ \text{W})(3600\ \text{s/h})(24\ \text{s/h})(24\ \text{h/día}) = 8.64 \times 10^{10}\ \text{J}$$

de energía eléctrica. Puesto que su eficiencia es 0.4 y ef = trabajo realizado/calor absorbido, se tiene:

$$\text{Calor absorbido} = \frac{\text{trabajo realizado}}{\text{ef}} = \frac{8.64 \times 10^{10}\ \text{J}}{0.4} = 2.16 \times 10^{11}\ \text{J}$$

Para convertir el calor absorbido a su equivalente en kilocalorías, se divide entre 4185 j/kcal con el fin de obtener:

$$\text{Calor absorbido} = \frac{2.16 \times 10^{11}\ \mathrm{J}}{4.185 \times 10^{3}\ \mathrm{J/kcal}} = 5.16 \times 10^{7}\ \mathrm{kcal}$$

El combustible necesario para suministrar esta cantidad de calor es:

$$m = \frac{5.16 \times 10^{7}\ \mathrm{kcal}}{1.1 \times 10^{4}\ \mathrm{kcal/kg}} = 4.7 \times 10^{3}\ \mathrm{kg}$$

21.7. El vapor que entra a una turbina a una velocidad de 800 m/s sale de ella a 120 m/s. Si a través de la turbina pasan 20 toneladas de vapor cada hora, determine su potencia de salida si la eficiencia mecánica es del 100 por ciento.

El trabajo realizado por la turbina en un tiempo determinado es igual a la diferencia entre la energía cinética del vapor cuando entra y la energía cinética cuando sale. Puesto que $m = w/g$ y w = 20 ton métricas = 20,000 kg, el trabajo realizado por hora es:

$$W = \tfrac{1}{2}mv_1^2 - \tfrac{1}{2}mv_2^2 = \frac{w}{2g}(v_1^2 - v_2^2)$$

$$= \frac{20{,}000\ \mathrm{kg}}{2}[(800\ \mathrm{m/s})^2 - (120\ \mathrm{m/s})^2] = 6.26 \times 10^{9}\ \mathrm{J}$$

Como en 1 h hay 3600 s,

$$P = \frac{W}{t} = \frac{6.26 \times 10^{9}\ \mathrm{J}}{3600\ \mathrm{s}} = 1.74 \times 10^{6}\ \mathrm{W}$$

21.8. Demuestre que la potencia de salida de cada uno de los cilindros de una máquina de émbolo de cualquier clase (vapor, gasolina, diesel) se expresa por medio de la fórmula

$$P(\mathrm{W}) = pLAn$$

donde p = presión media efectiva sobre el pistón durante cada recorrido en $\mathrm{N/m^2}$

L = distancia recorrida por el pistón en m

A = área del pistón en $\mathrm{m^2}$

n = número de recorridos del pistón por segundo

En general, $P = Fs/t$. Donde F es la fuerza que se ejerce sobre el pistón durante un recorrido como producto de la presión media efectiva p, de modo que $p = F/A$, $F = pA$. La distancia recorrida por el pistón en cada recorrido es L y la distancia que cubre por segundo es $s/t = Ln$. Por consiguiente,

$$\mathrm{P(W)} = \frac{Fs}{t} = pLAn$$

21.9. Los seis cilindros del motor de gasolina de cuatro ciclos de una automóvil tienen pistones de 10 cm de diámetro cuyo recorrido (distancia recorrida) es de 0.12 m. Si la presión media efectiva sobre los pistones durante un recorrido es de 5 x 10^5 N/m^2, obtenga el número de watts de potencia que el motor desarrolla cuando funciona a 2400 r/m.

El área de cada pistón es

$$A = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{(\pi)(0.1\ \text{m})^2}{4} = 7.85 \times 10^{-3}\ \text{m}^2$$

y su recorrido es L = 0.12 m. En un motor de cuatro ciclos, un recorrido efectivo sucede en cada cilindro cada dos revoluciones, así que n = 1200 r/min = 20 r/s. Puesto que hay seis cilindros, la potencia de salida es:

$$\begin{aligned} P(\text{W}) &= (6)(pLAn) = (6)(5 \times 10^5\ \text{N/m}^2)(0.12\ \text{m})(7.85 \times 10^{-3}\ \text{m}^2)(20\ \text{r/s}) \\ &= 5.65 \times 10^4\ \text{W} \end{aligned}$$

21.10. Una máquina de Carnot absorbe 1 MJ de calor de un depósito a 300 °C y cede calor a un depósito que está a 150 °C. Determine el trabajo que realiza.

Las temperaturas de los depósitos al absorber y ceder calor son, respectivamente, T_1 = 300 °C + 273 = 573 K y T_2 = 150 °C + 273 = 423 K. La eficiencia de la máquina es

$$\text{ef} = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{423\ \text{K}}{573\ \text{K}} = 1 - 0.74 = 0.26$$

y así, el trabajo realizado es:

$$W = (\text{ef})(\text{calor absorbido}) = (0.26)(10^6\ \text{J}) = 2.6 \times 10^5\ \text{J}$$

21.11. De tres diseños propuestos para una máquina que debe funcionar entre los 500 y 300 k, se pretende que la máquina del diseño A produzca 3000 J de trabajo por kilocaloría de calor absorbido, la del B 2000 J y el C 1000 J. ¿Qué diseño escogería usted?

La eficiencia de una máquina ideal que funciona entre T_1 = 500 K y T_2 = 300 K es:

$$\text{eff} = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{300\ \text{K}}{500\ \text{K}} = 0.40 = 40\%$$

Puesto que 1 kcal = 4185 J, las eficiencias de las máquinas propuestas son:

$$\text{ef (A)} = \frac{\text{trabajo realizado}}{\text{calor absorbido}} = \frac{3000\ \text{J}}{4185\ \text{J}} = 0.72 = 72\%$$

$$\text{ef (B)} = \frac{2000\ \text{J}}{4185\ \text{J}} = 0.48 = 48\%$$

$$\text{ef (C)} = \frac{1000\ \text{J}}{4185\ \text{J}} = 0.24 = 24\%$$

Tanto A como B proponen eficiencias mayores a la de una máquina ideal y, por lo tanto, no pueden funcionar como se pretende. El diseño C es la única elección posible.

21.12. Se piensa construir una máquina de vapor que usaría vapor a 200 °C y tendría una eficiencia del 20 por ciento. Establezca la temperatura máxima con la cual puede salir de la máquina del vapor utilizado.

La temperatura de entrada es T_2 = 200 °C + 273 = 473 k. Se procede como sigue:

$$\text{ef} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \qquad \frac{T_2}{T_1} = 1 - \text{ef}$$

$$T_2 = T_1(1 - \text{ef}) = (473\ \text{K})(1 - 0.20) = 378.4\ \text{K}$$

Por lo tanto, la temperatura máxima de salida es **T_2 = 378.4 K – 273 = 105.4 °C.**

21.13. Un refrigerador de 1 kW cuyo coeficiente de rendimiento es 2.0, extrae calor de un congelador que está a -20 °C y cede calor a 40 °C. a) ¿De qué forma se puede comparar su CR con el de un refrigerador ideal? b) ¿A qué tasa quita el refrigerador calor del congelador?

a) En este caso, T_1 = -20 °C + 273 = 253 K y T_2 = 40 °C + 273 = 313 K. El CR de un refrigerador ideal que funciona entre estas temperaturas es:

$$\text{CR} = \frac{T_1}{T_2 - T_1} = \frac{253\ \text{K}}{313\ \text{K} - 253\ \text{K}} = 4.2$$

La eficiencia del refrigerador real es del 2.0/4.2 - 0.48 = 48 por ciento la del refrigerador ideal,

b) Puesto que $P = W/t$ y Q_1 = (CR)(W)

$$\frac{Q_1}{t} = (\text{CR})\left(\frac{W}{t}\right) = (\text{CR})(P) = (2.0)(1\ \text{kW}) = 2\ \text{kW}$$

Por cada joule de energía que se suministra al refrigerador, éste quita 2 J de calor del congelador.

21.14. Un refrigerador cuya eficiencia es la mitad de la de un refrigerador ideal, extrae calor de una cámara de almacenamiento a -17 °C y lo cede a 37 °C. ¿Cuánto trabajo en joules por kcal de calor extraído requiere este refrigerador?

Se empieza por encontrar el coeficiente de rendimiento del refrigerador ideal. Puesto que:

$$T_1 = -17\ °\text{C} + 273 = 256\ \text{K} \qquad T_2 = 37\ °\text{C} + 273 = 310\ \text{K}$$

$$\frac{Q_1}{W} = \frac{T_2}{T_2 - T_1} = \frac{310\ \text{K}}{310\ \text{K} - 256\ \text{K}} = 5.7$$

En este caso, Q_1 = 1 kcal = 4185 J

$$W = \frac{Q_1}{5.7} = \frac{4185\ \text{J}}{5.7} = 734.2\ \text{J}$$

Como la eficiencia de este refrigerador es la mitad de la eficiencia de un refrigerador ideal, el trabajo que se requiere por kcal es el doble, o sea, 1468. 4 J.

21.15. El refrigerador del problema 21.14 tiene una capacidad de 2 tons. ¿Qué potencia se requiere para hacer funcionar su compresor?

Puesto que el refrigerador necesita 1468.4 J de trabajo por kcal de calor extraído,

$$P = \frac{W}{t} = (2 \text{ tons})\left(3024\,\frac{\text{kcal/h}}{\text{ton}}\right)\left(1468.4\,\frac{\text{J}}{\text{kcal}}\right)\left(\frac{1}{3600 \text{ s/h}}\right) = 2467 \text{ W}$$

En términos de caballos de fuerza,

$$P = \frac{1853 \text{ ft}\cdot\text{lb/s}}{550\ (\text{ft}\cdot\text{lb/s})/\text{hp}} = 3.37 \text{ hp}$$

21.16. Una fábrica de hielo produce 1 ton de hielo por hora a -10 °C. Si el agua que llega a la fábrica se encuentra a 16 °C, calcule la capacidad de refrigeración de la fábrica, suponiendo que no haya pérdidas de calor.

Como una tonelada inglesa = 908 kg,

Q_1 = calor extraído por hora para enfriar el agua de 16 °C a 0 °C

$$= mc_a\,\Delta T = (908 \text{ kg})\,[1 \text{ kcal/(kg}\cdot{}^\circ\text{C)}](16\ {}^\circ\text{C}) = 14{,}528 \text{ kcal}$$

Q_2 = calor extraído por hora para congelar agua a 0 °C

$$= mL_f = (908 \text{ kg})(80 \text{ kcal/kg}) = 72{,}640 \text{ kcal}$$

Q_3 = calor extraído por hora para enfriar hielo de 0 °C a -10 °C

$$= mc_{\text{hielo}}T = (908 \text{ kg})[0.5 \text{ kcal/(kg}\cdot{}^\circ\text{C)}]\ (10\ {}^\circ\text{C}) = 4{,}540 \text{ kcal}$$

Por lo tanto, la cantidad total de calor a extraerse por hora es:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 9.17 \times 10^4 \text{ kcal}$$

Como 1 ton de refrigeración - 3024 kcal/h, la capacidad requerida es:

$$\frac{9.17 \times 10^4 \text{ kcal/h}}{3024\ (\text{kcal/h})/\text{ton}} = 30.3 \text{ tons}$$

Problemas complementarios

21.17. ¿Por qué es imposible que un barco use la energía interna del agua del mar para hacer funcionar su motor?

21.18. Se agrega un kilojoule de calor a un gas al expandirse de 8 a 10 litros a presión constante de 2 bares. ¿Cuál es el cambio en la energía interna del gas?

21.19. Una locomotora diesel de 1.8 x 10^6 W consume 640 litros de combustible por hora. Si el calor de combustión del aceite diesel que se utiliza es de 7560 kcal/litro, determine la eficiencia de la máquina.

21.20. En una turbina entra vapor a 550 °C y sale a 90 °C. La máquina cuenta con una eficiencia total real del 35 por ciento. ¿Qué porcentaje de su eficiencia ideal representa esto?

21.21. Una máquina absorbe 500 kcal de calor a 600 k y cede 300 kcal de calor a 300 K. a) ¿Cuál es su eficiencia? *b)* Si fuera una máquina ideal, ¿cual sería su eficiencia y cuánto calor cedería?

21.22. ¿A qué temperatura debe absorber calor una máquina ideal si su eficiencia es del 33 por ciento y cede calor a 121.1 °C?

21.23. Un motor diesel de doble recorrido y tres cilindros tiene pistones de 10.8 cm de diámetro y su recorrido es de 12.7 cm. Si el motor desarrolla 63,410 W a 1800 r/m, calcule la presión efectiva sobre el pistón durante cada recorrido.

21.24. En una turbina de 7.46 x 10^7 W entra vapor a 793 m/s y sale a 91.5 m/s. Suponiendo una ciencia mecánica perfecta, ¿cuánto vapor pasa a través de la turbina por minuto?

21.25. ¿A cuántos watts equivale una tonelada de refrigeración? El calor de fusión del agua es de 80 kcal/kg.

21.26. La *razón de eficiencia de energía* (REE) de un refrigerador o de un aparato de aire acondicionado es la razón entre el calor extraído por hora en Btu y la potencia que emplea la máquina en watts. Determine la relación entre REE y el coeficiente de rendimiento.

21.27. ¿Qué potencia en hp necesita el motor de un aire acondicionado de 5 tons cuyo coeficiente de rendimiento es 2.5?

21.28. ¿Cuánto trabajo debe realizar un refrigerador ideal para producir 1 kg de hielo a -10 °C a partir de 1 kg de agua a 20 °C, cuando la temperatura de salida es también 20 °C

21.29. Un refrigerador ideal extrae calor de un congelador a -20 °C y cede calor a 50 °C. ¿Cuántas kilocalorías de calor extrae por joule de trabajo realizado?

21.30. El calor específico del helado es de 0.78 kcal/(kg . °C) cuando está líquido y de 0.45 kcal/(kg. °C) cuando se congela. El helado se congela a -2.22 °C y tiene un calor de fusión de 69.9 kcal/kg. Determine la capacidad de refrigeración que se necesita para producir 1 ton de helado por día a -12.22 °C partir de una mezcla que está inicialmente a 18.33 °C.

Respuesta a los problemas complementarios

21.17. No habría un depósito de baja temperatura adecuado para absorber el calor cedido por la máquina.

21.18. La energía inicial aumenta 600 J.

21.19. 32 por ciento

21.20. 63 por ciento

21.21. *a)* 40 por ciento *b)* 50 por ciento; 250 kcal

21.22. 315.6 °C

21.23. $6.1 \times 10^5 N/m^2$

21.24. 14,387 kg/min

21.25. 3515.4 W

21.26. REE = (3.42)(CR)

21.27. 9.43 hp

21.28. 50 kJ

21.29. 0.0011 kcal/J

21.20. 1.13 tons

Transferencia de calor

22

CONDUCCIÓN

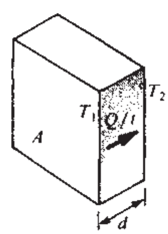
Las tres formas por medio de las cuales puede transferirse calor de un lugar a otro son: la conducción, la convección y la radiación.

En la *conducción,* el calor se transporta por medio de los choques entre las moléculas que se mueven rápidamente en el extremo caliente de un cuerpo y las moléculas lentas del extremo frío del cuerpo. Parte de la energía cinética de las moléculas rápidas se transfiere a las moléculas lentas y el resultado de los choques sucesivos es un flujo de calor a través del cuerpo. Todos los sólidos, líquidos y gases conducen calor. La conducción en los gases es más pobre debido a que sus moléculas están relativamente separadas unas de otras y, en consecuencia, interactúan con menor frecuencia que en los sólidos y líquidos. Los metales son los mejores conductores de calor porque algunos de sus electrones pueden moverse con relativa facilidad y recorrer, entre choque y choque, varias veces la distancia interatómica.

La rapidez con la que se conduce calor a través de una lámina de un material determinado es proporcional al área *A* de la lámina y a la diferencia de temperatura ΔT entre sus caras, e inversamente proporcional al espesor *d* de la lámina (Figura 22-1). La cantidad de calor Q que fluye a través de la lámina en un tiempo t está dada por:

$$\text{Rapidez de conducción de calor} = \frac{Q}{t} = \frac{kA\,\Delta T}{d}$$

donde *k,* la *conductividad térmica* del material es una medida de su capacidad para conducir calor. En el sistema SI, la unidad apropiada de *K* es el W/(m .°C), pero también se usa con frecuencia la kcal/(m · s · °C). En el sistema inglés, la unidad adecuada para *k* es el Btu/(ft² · h · °F/in) puesto que *A* se expresa generalmente, en pies cuadrados y *d* en pulgadas.



$T_1 - T_2 = \Delta T$

FIGURA 22-1

RESISTENCIA TÉRMICA

La *resistencia térmica R* de una capa de material con espesor *d* y conductividad térmica *k* está dada por:

$$R = \frac{d}{k}$$

$$\text{Resistencia térmica} = \frac{\text{espesor}}{\text{conductividad térmica}}$$

Entre mayor sea el valor de *R,* mayor será la resistencia al flujo de calor. En unidades inglesas, la resistencia térmica tiene unidades de $ft^2 \cdot °F/(Btu/h)$, aunque es muy común establecer los valores de *R* en unidades. Por consiguiente, un valor de *R* de 1.5 $m^2 \cdot °C/W$ se especificaría normalmente, como "*R* - 1.5". En términos de *R,* la rapidez de conducción de calor es:

$$\frac{Q}{t} = \frac{A\,\Delta T}{R}$$

Una ventaja de usar la resistencia térmica radica en que el valor *R* para un intercalado de dos o más capas de material es sólo la suma de los valores de *R* de las capas individuales del material:

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \ldots$$

CONVECCIÓN

En la *convección,* un volumen de fluido caliente (gas o líquido) pasa de una región a otra, transportando con él energía interna. Por ejemplo, cuando se calienta sobre una estufa un recipiente de agua, el agua caliente al fondo se expande ligeramente, de manera que su densidad disminuye y el empuje de esta agua la hace subir a la superficie, mientras que el agua más fría y densa desciende al fondo.

RADIACIÓN

En la *radiación,* el transporte de energía se realiza por medio de las *ondas electromagnéticas* emitidas por cada cuerpo. Las ondas electromagnéticas, entre las cuales pueden citarse como ejemplo la luz y los rayos X, viajan a la velocidad de la luz (3×10^8 m/s = 186,000 mi/s) y no necesitan de un medio material para propagarse. Entre mejor absorba un cuerpo la radiación, mejor la emitirá. Un absorbedor perfecto de radiación se denomina *cuerpo negro* y es, en consecuencia, el mejor radiador.

La tasa a la cual emite radiación un objeto cuya superficie tiene un área A y cuya temperatura es *T,* está dada por la *ley de Stefan-Boltzmann:*

$$R = \frac{P}{A} = e\sigma T^4$$

La constante σ (letra griega *sigma)* tiene el valor $5.67 \times 10^{-8}\ W/(m^2 \cdot K^4)$. La *emisividad* e tiene un valor entre 0 (para un reflector perfecto, por consiguiente, no radiador) y 1 (para un cuerpo negro), dependiendo de la naturaleza de la superficie radiante.

Con el aumento de temperatura, disminuye la longitud de onda predominante en la radiación que emite un cuerpo. Por lo tanto, un cuerpo caliente al rojo vivo está a menor temperatura que uno que emite luz blanco-azulada, puesto que la luz roja tiene una longitud de onda mayor que la luz azul (véase capítulo 30). A temperatura ambiente, un cuerpo emite una radiación que se encuentra primordialmente en la parte infrarroja del espectro, la cual no es visible para el ojo.

Problemas resueltos

22.1. Si todos los objetos irradian energía electromagnética, ¿por qué los objetos que nos rodean en la vida diaria no se hacen cada vez más fríos?

Cada objeto absorbe también energía electromagnética del medio que lo rodea, y si tanto el objeto como el medio que lo rodea se encuentran a la misma temperatura, se emite y absorbe energía en la misma proporción. Cuando un objeto posee una temperatura mayor a la del medio que lo rodea y no se le suministra calor, el objeto irradia más energía de la que absorbe y su temperatura disminuye hasta alcanzar la del medio que lo rodea.

22.2. La conductividad térmica del ladrillo y la madera de pino son de 0.6 y 0.13 W/(m.°C), respectivamente. ¿Qué espesor debe tener el ladrillo para tener la misma capacidad aislante que 5 cm de madera de pino?

Cuando el radio *k/d* es el mismo para los materiales, sus propiedades de aislamiento serán también las mismas. Por lo tanto,

$$d_{\text{ladrillo}} = \left(\frac{k_{\text{ladrillo}}}{k_{\text{pino}}}\right)(d_{\text{pino}}) = \left(\frac{0.6}{0.13}\right)(5\ \text{cm}) = 23\ \text{cm}$$

22.3. La conductividad térmica del hielo es de 5.2×10^4 kcal/(m. s.°C). ¿A qué tasa pierde calor el agua en una alberca al aire libre de 6 m por 10 m, que está cubierta por una capa de hielo de 1 cm de espesor, si el agua está a una temperatura de 0 °C y el aire que la rodea tiene una temperatura de -10 °C?

En este caso, A = (6m)(10m) = 60 m^2, d = 0.01 m y ΔT = 10 °C. Por consiguiente,

$$\frac{Q}{t} = \frac{kA\,\Delta T}{d} = \left(5.2 \times 10^{-4}\ \frac{\text{kcal}}{\text{m} \cdot \text{s} \cdot {}^\circ\text{C}}\right)\left[\frac{(60\ \text{m}^2)(10^\circ\text{C})}{0.01\ \text{m}}\right] = 31.2\ \text{kcal/s}$$

22.4. La manija de la puerta de un congelador cuyo espesor de 10 cm está unida por medio de dos pernos de latón de 6 mm de diámetro que atraviesan la puerta y se aseguran en el interior por medio de tuercas. El interior del congelador se mantiene a -18 °C y la temperatura ambiente es de 18 °C; la conductividad térmica del latón es de 2.53×10^{-2} kcal/(m · s · °C). Encuentre la pérdida de calor por horas a través de los pernos.

El área total de sección transversal de los dos pernos es

$$A = (2)(\pi)(r^2) = (2)(\pi)(3 \times 10^{-3}\ \text{m})^2 = 5.65 \times 10^{-5}\ \text{m}^2$$

y su longitud es d = 10 cm = 0.1 m. Puesto que $\Delta T = 18\,°C - (-18\,°C) = 36\,°C$,

$$\frac{Q}{t} = \frac{kA\Delta T}{d} = \left(2.53 \times 10^{-2}\,\frac{\text{kcal}}{\text{m}\cdot\text{s}\cdot°\text{C}}\right)\left[\frac{(5.65 \times 10^{-5}\,\text{m}^2)(36\,°\text{C})}{0.1\,\text{m}}\right] = 5.15 \times 10^{-4}\,\text{kcal/s}$$

22.5. Se construye una caja para hielo de 1 m por 1 m por 0.5 m con madera contrachapada de *R* - 0.4 en el interior y exterior, y se coloca espuma de plástico, con *R* - 1, como aislante entre las capas de madera. Si se llena la caja con hielo a 0 °C y la temperatura en el exterior es de 29 °C, ¿qué cantidad de hielo se derrite por hora?

La resistencia térmica de las paredes de la caja es:

$$R = R_1 + R_2 + R_3 = 0.4 + 1 + 0.4 = 1.8$$

El área de las paredes de la caja es:

$$A = (2)(1\text{ m})(1\text{ m}) + (4)(1\text{ m})(0.5\text{ m}) = 4\text{ m}^2$$

y la diferencia de temperatura es ΔT 29 °C. Por lo tanto, el flujo de calor es:

$$\frac{Q}{t} = \frac{A\Delta T}{R} = \frac{(4\,\text{m}^2)(29\,°\text{C})}{1.8\,\text{m}^2\cdot°\text{C/W}} = 64.4\,\text{W}$$

Como $1\,\text{W} = 2.4 \times 10^{-4}\,\text{kcal/s}$,

$$\frac{Q}{t} = (64.4\,\text{W})[2.4 \times 10^{-4}\,(\text{kcal/s})/\text{W}] = 1.55 \times 10^{-2}\,\text{kcal/s}$$

y puesto que el calor de fusión del agua es de 80 kcal/kg, la tasa a la cual se derrite el hielo en la casa es:

$$\frac{m}{t} = \frac{Q/t}{L_f} = \frac{1.55 \times 10^{-2}\,\text{kcal/s}}{80\,\text{kcal/kg}} = 1.93 \times 10^{-4}\,\text{kg/s}$$

$$= \left(1.93 \times 10^{-4}\,\frac{\text{kg}}{\text{s}}\right)\left(3600\,\frac{\text{s}}{\text{h}}\right) = 0.69\,\text{kg/h}$$

22.6. Según *la ley de enfriamiento de Newton,* la tasa a la cual un objeto caliente cede calor por convección al aire que lo rodea es aproximadamente proporcional a la diferencia de temperatura entre el objeto y el aire. Si se enfría una taza de café de 66 a 60 °C en 1 min dentro de una habitación a 21 °C, ¿cuánto tiempo tardará en enfriarse de 38 a 32 °C?

La diferencia promedio de temperatura entre el café y el aire durante el primer periodo de enfriamiento es 63 °C - 21 °C = 42 °C, y durante el segundo periodo es 35 °C - 21 °C = 14 °C. Puesto que la diferencia de temperatura del segundo periodo es igual a una tercera parte de la del primero, la tasa de enfriamiento será un tercio de la primera y el café tardará 3 min en enfriarse de 38 a 32 °C.

22.7. En un horno se calienta a 400 °C una esfera de cobre de 2 cm de radio. Si su emisividad es 0.3, ¿a qué tasa irradia energía?

El área de la superficie de la esfera es:

$$A = 4\pi r^2 = (4\pi)(0.02\text{ m})^2 = 0.005\text{ m}^2$$

y su temperatura absoluta es $T = 400\ °C + 273 - 673$ K. Por lo tanto,

$$P = e\sigma A T^4 = (0.3)[5.67 \times 10^{-8}\text{ W/(m}^2\cdot\text{K}^4)](0.005\text{ m}^2)(673\text{ K})^4 = 17.4\text{ W}$$

22.8. El sol irradia energía desde su superficie a una tasa de 6.5×10^7 W/m2. Suponiendo que el sol irradie como un cuerpo negro (lo cual es aproximadamente cierto), encuentre la temperatura de su superficie.

La emisividad de un cuerpo negro es e = 1. A partir de $R = \sigma T^4$, se tiene:

$$T = \sqrt[4]{\frac{R}{\sigma}} = \sqrt[4]{\frac{6.5 \times 10^7\text{ W/m}^2}{5.67 \times 10^{-8}\text{ W/(m}^2\cdot\text{K}^4)}} = 5800\text{ K}$$

22.9. En el funcionamiento de un *termógrafo,* la radiación que emite cada pequeña área de la piel de una persona se mide y muestra por medio de sombras diferentes de gris o diferentes colores que aparecen en un *termograma.* Puesto que la piel que se encuentra sobre un tumor es más caliente que en otros lugares, se ha difundido mucho el uso de los termogramas para investigar el cáncer de seno. ¿Cuál es la diferencia porcentual entre las tasas de radiación emitidas por la piel a 34 y 35 °C?

La emisividad de la piel es la misma para ambas temperaturas; por lo tanto, $R_1/T_1^4 = R_2/T_2^4$. En este caso, $T_1 = 34\ °C + 273 = 307$ K y $T_2 = 35\ °C + 273 = 308$ K. Por consiguiente,

$$\frac{R_2 - R_1}{R_1} = \frac{T_2^4 - T_1^4}{T_1^4} = \frac{(308\text{ K})^4 - (307\text{ K})^4}{(307\text{ K})^4} = 0.013 = 1.3\%$$

lo cual es suficientemente grande como para detectarse.

Problemas complementarios

22.10. ¿Por qué una pieza de metal se siente más fría que una de madera en invierno, al aire libre?

22.11. ¿Por qué es aconsejable cubrir con pintura de aluminio las tuberías para agua caliente?

22.12. Una caja para hielo, cuyas paredes son de madera de pino de 10 cm de espesor, se reemplaza por una caja más moderna que tiene fibra de vidrio como aislante entre las paredes interna y externa de pino, las cuales tienen 1 cm de espesor. ¿Qué espesor de fibra de vidrio proporcionará el mismo grado de aislamiento que el anterior? La conductividad térmicas del pino y la fibra de vidrio son 3.1×10^{-5} y 1.0×10^{-5} kcal/(m. s. °C), respectivamente.

22.13. Un yate tiene un casco de aluminio de 5 mm de espesor, cuya área sumergida es de 100 m^2. ¿Cuánto calor por hora conduce el interior del yate al agua si el interior está a una temperatura de 20 °C y el agua a 12 °C? La conductividad térmica del aluminio es 0.057 kcal/(m. s. °C).

22.14. ¿Cuántas kcal se conducen al día a través de una ventana de vidrio de 1.5 m por 2.5 m por 8 mm, cuyas caras interna y externa están a 18 °C y 4 °C, respectivamente? La conductividad térmica del vidrio es 2.1 $\times 10^{-4}$ kcal/(m.s.°C).

22.15. Una hoja de cartón yeso de *R* - 0.06 tiene 0.95 cm de espesor. ¿Cuál es la conductividad térmica del cartón yeso?

22.16. Los dos vidrios de una ventana de doble cristal están separados por una capa de aire. Para saber por qué ésta es una buena idea, calcule la resistencia térmica de dos cristales de vidrio de 0.5 cm de espesor a) cuando están en contacto y b) cuando están separados por una distancia de 0.8 cm. Las conductividades térmicas del vidrio y el aire son 2.1 x 10^{-4} kcal/ m. s. °C) y 6.6 x 10^{-6} kcal/(m. s. °C), respectivamente.

22.17. Un trozo de 3 kg de carne de res necesita 13 min para calentarse de 40 a 45 °C en un horno que se mantiene a 200 °C. ¿Cuánto tiempo tardará en calentarse de 60 a 65 °C el mismo trozo de carne en el mismo horno?

22.18. Un pequeño orificio en una cavidad se comporta como cuerpo negro ya que cualquier radiación que llega a él queda atrapada dentro de la cavidad por múltiples reflexiones hasta que es absorbida. ¿Cuántos watts se irradian a través de un orificio de 1 cm de diámetro que está en la pared de un horno cuya temperatura interior es de 650 °C?

22.19. Un cuerpo negro está a una temperatura de 500 °C. ¿Cuál debe ser su temperatura con el fin de que irradie dos veces más energía por segundo?

22.20. Las manchas solares se ven obscuras a pesar de que en realidad están muy calientes (5000 k aproximadamente) debido a que el resto de la superficie solar se encuentra más caliente aún (cerca de 6000 K). Encuentre la razón entre la tasa de radiación de las manchas solares y la de la superficie solar normal.

Respuestas a los problemas complementarios

22.10. Los metales son mucho mejores conductores de calor que la madera y, en consecuencia, absorben el calor de la mano con mayor rapidez.

22.11 Esa pintura proporciona un acabado que refleja la mayor parte de la luz que incide sobre la tubería. Puesto que un cuerpo que absorbe mal la radiación también es un mal emisor de radiación, una tubería recubierta de este modo irradia calor a la tasa mínima.

22.12. 2.58 cm

22.13. 3.28 x 10^7 kcal

22.14. 1.19 x 10^5 kcal

22.15. 0.16kcal/(m.s . °C)

22.16. *a) R* - 47.62 *b) R* - 1259.74

22.17. 15 min

22.18. 3.23 W

22.19. 646.25 °C

22.20. $R_{manchas}/R_{sol} = 0.48$

Electricidad

23

CARGA ELÉCTRICA

La *carga eléctrica,* al igual que la masa, es una de las propiedades básicas de ciertas partículas elementales de las cuales se compone toda la materia. Existen dos tipos de carga, la *carga positiva* y la *carga negativa.* En la materia común, los *protones* transportan la carga positiva y los *electrones* la negativa. Las cargas del mismo signo se repelen y las de signos contrarios se atraen.

La unidad de carga es el *coulomb* (C). La carga del protón es de + 1.6×10^{-19} C y la del electrón de - 1.6×10^{-19} C. Todas las cargas en la naturaleza existen en múltiplos de $\pm e = \pm 1.6 \times 10^{-19}$ C.

De acuerdo con el principio de la *conservación de la carga,* la carga eléctrica neta en un sistema aislado siempre permanece constante. (Carga neta significa la carga positiva total menos la carga negativa total.) Cuando se crea materia a partir de energía, siempre surgen cantidades iguales de carga positiva y negativa, y cuando la materia se transforma en energía, desaparecen cantidades iguales de carga positiva y negativa.

LEY DE COULOMB

La fuerza que una carga ejerce sobre otra, está dada por la ley de Coulomb:

$$\text{Fuerza eléctrica} = F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

donde q_1 y q_2 son las magnitudes de las cargas, r es la distancia entre ellas y k es una constante cuyo valor en el vacío es:

$$k = 9.0 \times 10^9 \, \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$$

El valor de k en el aire es ligeramente mayor. Algunas veces, la constante k se reemplaza por

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

donde ε_0, la *permitividad del vacío,* tiene el valor:

$$\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \, \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2}$$

(e es la letra griega épsilon.)

ESTRUCTURA ATÓMICA

Un átomo de cualquier elemento consta de un *núcleo* pequeño cargado positivamente, con cierto número de electrones situados a una determinada distancia de él. El núcleo se compone de protones (carga +e, masa = 1.673 x 10^{-27} kg) y neutrones (sin carga, masa = 1.675 x 10^{-27} kg). El número de protones en el núcleo es, por lo común, igual al número de electrones que lo rodean, de manera que el átomo en su conjunto es eléctricamente neutro. Las fuerzas entre los átomos que los mantienen unidos formando sólidos y líquidos son de origen eléctrico. La masa del electrón es de 9.1 x 10^{-31} kg.

IONES

Bajo ciertas circunstancias, un átomo puede perder uno o más electrones y convertirse en un *ion positivo,* o puede ganar uno o más electrones y convertirse en un *ion negativo.* Muchos sólidos constan de iones positivos y negativos más que de átomos o moléculas. Un ejemplo de ello es la sal de mesa, la cual se compone de iones positivos de sodio (Na^+) y de iones negativos de cloro (Cl^-). Las soluciones en agua de dichos sólidos también contienen iones. Las chispas, las llamas y los rayos X son algunas de las influencias que pueden ionizar a los gases. En un gas, los iones de signo contrario se unen tan pronto se forman y el exceso de electrones en los iones negativos pasa a los positivos para formar moléculas neutras. Puede mantenerse un gas en estado ionizado al pasar a través de él una corriente eléctrica (como en un anuncio de neón) o al bombardearlo con rayos X o luz ultravioleta (como en la parte superior de la atmósfera terrestre, donde la radiación proviene del sol).

CAMPO ELÉCTRICO

Un *campo eléctrico* es una región del espacio en la cual una carga sufre la acción de una fuerza eléctrica. Un campo eléctrico puede producirse por la acción de una o más cargas, y puede ser uniforme o variar en magnitud y/o dirección de un lugar a otro.

Si una carga *q* que se localiza en un punto determinado sufre la acción de una fuerza F, el campo eléctrico E en ese punto se define como la razón entre F y *q:*

$$E = \frac{F}{q}$$

$$\text{Campo eléctrico} = \frac{\text{fuerza}}{\text{carga}}$$

El campo eléctrico es una cantidad vectorial cuya dirección coincide con la dirección de la fuerza sobre una carga positiva. La unidad de E es el newton/coulomb (N/C) o su equivalente más común, el volt/metro (V/m).

La ventaja de conocer el campo eléctrico de un punto radica en que inmediatamente puede establecerse la fuerza sobre *cualquier* carga *q* localizada ahí, por medio de:

$$F = qE$$

$$\text{Fuerza} = (\text{carga})(\text{campo eléctrico})$$

LINEAS DE FUERZA ELÉCTRICA

Las *líneas de fuerza* son una forma de describir un campo de fuerza, por ejemplo, un campo eléctrico, al usar líneas imaginarias para indicar la dirección y magnitud del campo. La dirección de una línea de fuerza eléctrica en un punto cualquiera es la dirección en la cual se movería una carga positiva si se colocara en ese punto; las líneas de fuerza se dibujan más próximas donde el campo es fuerte y más separadas donde el campo es débil (Figura 23-1).

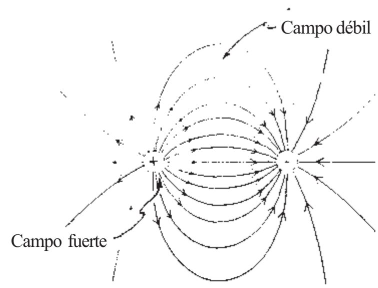


FIGURA 23-1

DIFERENCIA DE POTENCIAL

La diferencia de potencial V entre dos puntos en un campo eléctrico es la cantidad de trabajo que se necesita para llevar una carga de 1 C de uno de los puntos al otro. Por lo tanto,

$$V = \frac{W}{q}$$

$$\text{Diferencia de potencial} = \frac{\text{trabajo}}{\text{carga}}$$

La unidad de diferencia de potencial es el *volt* (V):

$$1 \text{ volt} = 1 \frac{\text{joule}}{\text{coulomb}}$$

La diferencia de potencial entre dos puntos en un campo eléctrico uniforme E es igual al producto E y la distancia 5 entre los puntos en una dirección paralela a E:

$$V=Es$$

Puesto que un campo eléctrico se produce por lo general, al aplicar una diferencia de potencial entre dos placas metálicas separadas una distancia s, esta ecuación resulta más útil en la forma:

$$E = \frac{V}{s}$$

$$\text{Campo eléctrico} = \frac{\text{diferencia de potencial}}{\text{distancia}}$$

Una pila utiliza reacciones químicas para producir una diferencia de potencial entre sus terminales; un generador emplea la inducción electromagnética (capítulo 28) para este mismo propósito.

Problemas resueltos

23.1. Sobre un objeto de metal se coloca una carga eléctrica Q. ¿Cómo se distribuye la carga sobre el objeto?

Los metales son buenos conductores de electricidad, de ahí que las repulsiones mutuas de las cargas individuales que forman Q, hacen que éstas se distribuyan por toda la superficie del objeto de manera que se encuentren lo más lejos posible.

23.2. a) Cuando dos objetos se atraen eléctricamente, ¿deben ambos poseer carga?

b) Cuando dos objetos se repelen eléctricamente, ¿están ambos cargados, necesariamente?

a) No. Un objeto cargado puede producir una separación de carga en un objeto cercano sin carga debido a que los electrones atómicos pueden cambiar de posición hasta cierto punto, incluso sin abandonar sus átomos. La figura 23-2 ilustra la forma en que un peine afecta un pequeño pedazo de papel después de que se ha cargado negativamente al frotarlo con el cabello de una persona. Las fuerzas eléctricas varían inversamente con la distancia. Por lo tanto, la atracción entre el peine y las cargas positivas adyacentes del papel es mayor que la repulsión entre el peine y las cargas negativas más lejanas. Como resultado, el papel se mueve hacia el peine. De este modo, sólo se puede producir una pequeña cantidad de separación de carga y, en consecuencia, sólo pueden recogerse objetos muy ligeros; se ha exagerado mucho la separación de carga que ilustra la figura 23-2.

b) Sí.

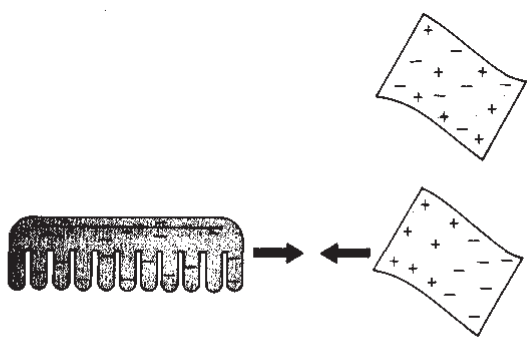


FIGURA 23-2

23.3. Un átomo de hierro tiene 26 protones en su núcleo. a) ¿Cuántos electrones tiene este átomo? b) ¿Cuántos electrones tiene el ion Fe^{3+}?

a) Puesto que un átomo normal es eléctricamente neutro, el número de los electrones cargados negativamente que posee es igual al número de los protones cargados positivamente de su núcleo. Por lo tanto, el átomo de hierro tiene 26 electrones.

b) El símbolo Fe^{3+} representa un átomo de hierro que posee una carga neta de + 3e, lo que significa que perdió tres de sus electrones. Por consiguiente, el ion Fe^{3+} tiene 23 electrones.

23.4. Una estera tiene carga de $+10^{-12}$ C. a) ¿Contiene un exceso o una deficiencia de electrones en comparación con su estado normal de neutralidad eléctrica? *b)* ¿A cuántos electrones corresponde?

a) Ya que la esfera está cargada positivamente, posee menos electrones de los necesarios para equilibrar la carga positiva de sus protones nucleares.

b) La carga de un electrón es $e = 1.6 \times 10^{-19}$ C. Por consiguiente,

$$\text{Número de electrones} = \frac{q}{e} = \frac{10^{-12}\ \text{C}}{1.6 \times 10^{-19}\ \text{C/electrón}} = 6.25 \times 10^{6}\ \text{electrones}$$

23.5. ¿Cuál es la magnitud y la dirección de una fuerza que actúa sobre una carga de $+4 \times 10^{-9}$ C y que se encuentra a 5 cm de distancia de una carga de $+5 \times 10^{-8}$ C?

Puesto que 5 cm = 5×10^{-2} m, a partir de la ley de Coulomb se obtiene:

$$F = k\,\frac{q_1 q_2}{r^2} = \frac{(9 \times 10^{9}\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2)(4 \times 10^{-9}\ \text{C})(5 \times 10^{-8}\ \text{C})}{(5 \times 10^{-2}\ \text{m})^2} = 7.2 \times 10^{-4}\ \text{N}$$

La fuerza se dirige hacia afuera de la carga $+5 \times 10^{-8}$ C ya que ambas cargas son positivas.

23.6. Dos cargas, una de $+5 \times 10^{-7}$ C y otra de -2×10^{-7} C, se atraen con una fuerza de 100 N. ¿Qué distancia las separa?

De la ley de Coulomb se obtiene:

$$r = \sqrt{\frac{kq_1q_2}{F}} = \sqrt{\frac{(9 \times 10^{9}\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2)(5 \times 10^{-7}\ \text{C})(2 \times 10^{-7}\ \text{C})}{10^2\ \text{N}}}$$

$$= \sqrt{90 \times 10^{-7}}\ \text{m} = \sqrt{9 \times 10^{-6}}\ \text{m} = 3 \times 10^{-3}\ \text{m} = 3\ \text{mm}$$

23.7. Dos cargas se repelen con una fuerza de 10^{-5} N cuando se encuentran separadas por una distancia de 20 cm. a) ¿Cuál es la fuerza que actúa sobre ambas cuando están separadas por una distancia de 5 cm? *b)* ¿Cuál es la fuerza cuando la distancia es de 100 cm?

a) Ya que *F* es proporcional a $1/r^2$, la fuerza aumenta al acercarse las cargas $(20/5)^2 = 16$ veces la distancia anterior, a saber: a 1.6×10^{-4} N.

b) La fuerza disminuye cuando las cargas se alejan $(20/100)^2 = 0.04$ veces la distancia anterior, a saber: a 4×10^{-7} N.

23.8. ¿Bajo qué circunstancias, si es que existen, la atracción gravitacional entre dos protones es igual a su repulsión eléctrica?

Puesto que la masa del protón es de 1.67 x 10^{-27} kg, la fuerza gravitacional entre los protones se encuentran separados por una distancia *r* es:

$$F_{grav} = \frac{Gm_1m_2}{r^2} = \frac{(6.67 \times 10^{-11}\ N \cdot m^2/kg^2)(1.67 \times 10^{-27}\ kg)^2}{r^2} = \frac{1.86 \times 10^{-64}}{r^2}\ N$$

La fuerza eléctrica entre los protones es:

$$F_{eléc} = \frac{kq_1q_2}{r^2} = \frac{(9 \times 10^9\ N \cdot m^2/C^2)(1.6 \times 10^{-19}\ C)^2}{r^2} = \frac{2.3 \times 10^{-28}}{r^2}\ N$$

Para toda separación *r,* la fuerza eléctrica entre los protones es mayor que la tuerza gravítacional entre ellos en un factor superior a 10^{36}; las fuerzas nunca son iguales.

23.9. Se coloca una carga de prueba de +1 x 10^{-6} C entre dos cargas, una de +5 x 10^{-6} C y otra de +3 x 10^{-6} C, a la mitad de la distancia que las separa que es de 20 cm (Figura 23-3). Encuentre la magnitud y dirección de la fuerza sobre la carga de prueba.

FIGURA 23-3

La fuerza que la carga q_1 ejerce sobre la carga de prueba *q* es:

$$F_1 = \frac{kqq_1}{r_1^2} = \frac{(9 \times 10^9\ N \cdot m^2/C^2)(1 \times 10^{-6}\ C)(5 \times 10^{-6}\ C)}{(0.1\ m)^2} = +4.5\ N$$

Se considera esta fuerza como negativa porque actúa hacia la izquierda. La fuerza neta sobre la carga de prueba *q* es:

$$F_2 = \frac{kqq_2}{r_2^2} = \frac{(9 \times 10^9\ N \cdot m^2/C^2)(1 \times 10^{-6}\ C)(3 \times 10^{-6}\ C)}{(0.1\ m)^2} = -2.7\ N$$

Se considera esta fuerza como negativa porque actúa hacia la izquierda. La fuerza neta sobre la carga de prueba *q* es:

$$F = F_1 + F_2 = +4.5\ N - 2.7\ N = +1.8\ N$$

y actúa hacia la derecha, es decir, hacia la carga de + 3 x 10^{-6} C.

23.10. a) ¿Cuál es el campo eléctrico a una distanciar de una carga *q? b)* ¿Cuál es el campo eléctrico que actúa sobre un electrón en un átomo de hidrógeno, que está a 5.3 x 10^{-11} m del protón que se encuentra en el núcleo del átomo?

a) La fuerza *F* que una carga *q* ejerce sobre una carga de prueba q_0 cuando se encuentra a una distancia *r* de ella es $F = kqq_0/r^2$. De la definición de campo eléctrico se tiene:

$$E = \frac{F}{q_0} = k\,\frac{q}{r^2}$$

b) En este caso, q = e = 1.6 x 10^{-19} C y así:

$$E = k\,\frac{q}{r^2} = \frac{(9 \times 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2/C^2})(1.6 \times 10^{-19}\ \mathrm{C})}{(5.3 \times 10^{-11}\ \mathrm{m})^2} = 5.1 \times 10^{11}\ \mathrm{V/m}$$

23.11. El campo eléctrico de un anuncio de neón es de 5000 V/m. a) ¿Qué fuerza ejerce este campo sobre un ion de neón con masa de 3.3 x 10^{-26} kg y carga + e? *b)* ¿Cuál es la aceleración del ion?

a) La fuerza sobre el ion de neón es:

$$F = qE = eE = (1.6 \times 10^{-19}\ \mathrm{C})(5 \times 10^3\ \mathrm{V/m}) = 8 \times 10^{-16}\ \mathrm{N}$$

b) De conformidad con la segunda ley del movimiento, $F = ma$ *y,* así, para este caso:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{8 \times 10^{-16}\ \mathrm{N}}{3.3 \times 10^{-26}\ \mathrm{kg}} = 2.4 \times 10^{10}\ \mathrm{m/s^2}$$

23.12. ¿Qué tan fuerte debe ser un campo eléctrico para ejercer sobre un protón una fuerza igual a su peso al nivel del mar?

La fuerza eléctrica sobre el protón es F = eE y su peso es *mg.* De ahí que $eE = mg$ *y*

$$E = \frac{mg}{e} = \frac{(1.67 \times 10^{-27}\ \mathrm{kg})(9.8\ \mathrm{m/s^2})}{1.6 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}} = 1.02 \times 10^{-7}\ \mathrm{V/m}$$

23.13. La diferencia de potencial entre una nube de tormenta y la tierra es de 7 x 10^6 V. Encuentre la energía que se disipa cuando de la nube a la tierra se transfiere una carga de 50 C en un relámpago.

$$W = qV = (50\ \mathrm{C})(7 \times 10^6\ \mathrm{V}) = 3.5 \times 10^8\ \mathrm{J}$$

23.14. Se aplica una diferencia de potencial de 20 V entre dos placas de metal paralelas y se produce un campo eléctrico de 500 V/m. ¿Cuál es la distancia de separación de las placas?

Puesto que E = *V/s,* en este caso:

$$s = \frac{V}{E} = \frac{20\ \mathrm{V}}{500\ \mathrm{V/m}} = 0.04\ \mathrm{m} = 4\ \mathrm{cm}$$

23.15. a) ¿Qué diferencia de potencial debe aplicarse entre dos placas de metal separadas una distancia de 15 cm si el campo eléctrico entre ellas es de 600 V/m? *b)* ¿Cuál es la fuerza sobre una carga de 10^{-10} C en este campo? c) ¿Qué energía cinética tendrá una carga después de recorrer 5 cm en el campo, a partir del reposo?

a) $$V = Es = (600\ \text{V/m})(0.15\ \text{m}) = 90\ \text{V}$$

b) $$F = qE = (10^{-10}\ \text{C})(600\ \text{V/m}) = 6 \times 10^{-8}\ \text{N}$$

c) Puesto que la EC de la carga es igual al trabajo realizado sobre ella por el campo eléctrico cuando viaja 0.05 m,

$$\text{EC} = W = Fs = (6 \times 10^{-8}\ \text{N})(0.05\ \text{m}) = 3 \times 10^{-9}\ \text{J}$$

23.16. ¿Qué diferencia de potencial debe aplicarse para producir un campo eléctrico que pueda acelerar un electrón a una velocidad de 10^7 m/s?

La energía cinética de un electrón así es:

$$\text{EC} = \tfrac{1}{2}mv^2 = (\tfrac{1}{2})(9.1 \times 10^{-31}\ \text{kg})(10^7\ \text{m/s})^2 = 4.6 \times 10^{-17}\ \text{J}$$

Esta EC es igual al trabajo W que el campo eléctrico debe realizar sobre el electrón y así, puesto que W = qV en general, se tiene:

$$V = \frac{W}{q} = \frac{\text{EC}}{e} = \frac{4.6 \times 10^{-17}\ \text{J}}{1.6 \times 10^{-19}\ \text{C}} = 2.9 \times 10^2\ \text{V} = 290\ \text{V}$$

23.17. Se carga una batería de 12 V a una tasa de 15 C/s. a) ¿Qué potencia se está usando para cargar la batería? b) ¿Cuánta energía se almacena en la batería si se carga a esta tasa durante 1 h?

a) El trabajo que se realiza al transferir la carga q de un conjunto a otro de electrodos de la batería, contra la diferencia de potencial *V.es W= Vq.* Puesto que la potencia es la tasa a la cual se realiza trabajo, en este caso:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{Vq}{t} = (12\ \text{V})(15\ \text{C/s}) = 180\ \text{W}$$

b) El trabajo realizado en t = 1 h = 3600 s es:

$$W = Pt = (180\ \text{W})(3600\ \text{s}) = 6.48 \times 10^5\ \text{J}$$

Si el proceso de carga es perfectamente eficiente, esta cantidad de energía se almacenará en la batería como resultado.

Problemas complementarios

23.18. Un átomo de oxígeno tiene 8 protones en su núcleo. a) ¿Cuántos electrones tiene este átomo? *b)* ¿Cuántos electrones tiene un ion O^{2-}?

23.19. ¿Qué información proporciona el diagrama de las líneas de fuerza de un campo eléctrico?

23.20. ¿Por qué es imposible que las lineas de una fuerza de un campo eléctrico se crucen?

23.21. Se coloca una varilla con carga + *q* en uno de sus extremos y -*q* en el otro en un campo eléctrico uniforme cuya dirección es paralela a la varilla. ¿Cómo se comporta la varilla?

23.22. Se coloca la varilla del problema 23.21 en un campo eléctrico uniforme cuya dirección es perpendicular a la varilla. ¿Cómo se comporta la varilla?

23.23. A una esfera eléctricamente neutra se le agregan mil millones $(10)^9$ de electrones. ¿Cuál es su carga?

23.24. ¿Cuál es la fuerza entre dos cargas de +1 C separadas por una distancia de 1 m?

23.25. ¿Cuál es la magnitud y cuál la dirección de la fuerza sobre una carga de $+ 2 \times 10^{-7}$ C que está a 0.3 m de una carga de $- 5 \times 10^{-7}$ C?

23.26. Dos electrones se repelen con una fuerza de 10^{-8} N. ¿Qué distancia los separa?

23.27. Dos cargas se atraen con una fuerza de 10^{-6} N cuando están a 1 cm una de la otra. ¿Qué distancia debe separarlas para que la fuerza entre ellas sea a) de 10^{-4} N y *b)* de 10^{-8} N?

23.28. Se coloca una carga de prueba de $+2 \times 20^{-7}$ C a 5 cm a la derecha de una carga de $+1 \times 10^{-6}$ C y a 10 cm a la izquierda de una carga de -1×10^{-6} C. Las tres cargas se encuentran sobre una misma línea recta. Encuentre la fuerza sobre la carga de prueba.

23.29. Una carga de $+1 \times 10^{-7}$ C y otra de $+3 \times 10^{-7}$ C están separadas por una distancia de 40 cm. a) ¿En qué punto sobre la línea que une a estas cargas deberá colocarse una carga +*q* de manera que no actúe fuerza neta sobre ella? b) ¿En qué punto deberá colocarse una carga -*q* para que ocurra lo mismo?

23.30. ¿Qué fuerza ejerce un campo eléctrico de 50 V/m sobre una carga de 10^{-6} C?

23.31. En un campo eléctrico de 10^4 V/m se encuentra un electrón. a) Determine la fuerza sobre el electrón *b)* Encuentre la aceleración del electrón.

23.32. Dos cargas de $+10^{-6}$ C están separadas por una distancia de 1 cm. a) ¿Cuál es la fuerza sobre una carga de $+10^{-8}$ C que está a la mitad de la distancia entre ellas? *b)* ¿Cuál es la fuerza sobre una carga de -10^{-8} C en ese mismo lugar? c) ¿Qué puede afirmarse de la magnitud del campo eléctrico en un punto que se encuentra a la mitad de la distancia entre las dos cargas de $+ 10^{-6}$ C?

23.33. Se aplica una diferencia de potencial de 100 V a dos placas de metal separadas por una distancia de 5 cm con la ayuda de una batería. a) ¿Cuál es el campo eléctrico entre las placas? *b)* ¿Qué fuerza experimenta una carga de $+10^{-8}$ C en ese campo? c) ¿Qué energía cinética adquiere esta carga al ir de la placa positiva a la negativa?

23.34. Una carga de -2×10^{-9} C que se encuentra en un campo eléctrico entre dos placas paralelas separadas una distancia de 4 cm experimenta una fuerza de 10^{-4} N. a) ¿Cuál es la magnitud del campo? b) ¿Cuál es la diferencia de potencial entre las placas?

23.35. Un protón experimenta una aceleración debida a una diferencia de potencial de 15,000 V. ¿Cuál es su energía cinética?

23.36. Una partícula con cargas de 10^{-12} C empieza a desplazarse a partir del reposo en un campo eléctrico de 500 V/m. a) ¿Cuál es la fuerza que actúa sobre la partícula? *b)* ¿Qué energía cinética tendrá cuando se haya desplazado 1 cm en ese campo?

23.37. Al cargar cierta batería de 12 V se transfiere un total de 10^5 C de un conjunto de sus electrodos al otro. Determine la energía almacenada en la batería.

Respuestas a los problemas complementarios

23.18. a) 8 electrones b) 6 electrones

23.19. Ese diagrama ilustra la forma en que la magnitud y dirección del campo varían en el espacio. En un punto determinado, la dirección del campo está dada por la dirección de las líneas de fuerza más próximas a dicho punto y la magnitud relativa del campo se indica por medio de la cercanía entre las líneas de fuerza en la vecindad del punto en cuestión.

23.20. Por definición, una línea de fuerza representa la trayectoria que seguiría una partícula cargada positivamente en un campo eléctrico y esa partícula sólo puede viajar en una dirección en cada punto dado.

23.21. La fuerza que la carga - q experimenta debido al campo es igual y opuesta a la fuerza que experimenta la carga + q, por lo que la varilla no se mueve puesto que las dos fuerzas tienen la misma línea de acción.

23.22. Las fuerzas iguales y opuestas que experimentan las cargas ahora ocasionan que la varilla rote hasta alcanzar una posición paralela al campo eléctrico.

23.23. -1.6×10^{-10} C

23.24. 9×10^{9} N; repulsiva

23.25. 10^{-2} N dirigida hacia la otra carga

23.26. 1.5×10^{-10} m

23.27. a) 0.1 m b) 10 cm

23.28. 0.9 N dirigida hacia la derecha

23.29. a) a 14.6 cm de la carga de $+1 \times 10^{-7}$ C b) En el mismo punto

23.30. 5×10^{-5} N

23.31. a) 1.6×10^{-15} N b) 1.8×10^{15} m s^{2}

23.32. a) 0 b) 0 c) E = 0

23.33. a) 2000 V b) 2×10^{-5} N c) 10^{-6} J

23.34. a) 5×10^{4} V/m b 2000 V

23.35. 2.4×10^{-15} J

23.36. a) 5×10^{-10} N b) 5×10^{-12} J

23.37. 1.2×10^{6} J

Corriente eléctrica

24

CORRIENTE ELÉCTRICA

Un flujo de carga que va de un lugar a otro constituye una *corriente eléctrica.* Por convención, la dirección de una corriente se considera como aquélla en que debería moverse una carga positiva para producir los mismos efectos que la corriente real. Por lo tanto siempre se supone que la corriente viaja de la terminal positiva de una batería o generador a su terminal negativa.

Un *conductor* es un material a través del cual puede fluir la carga con facilidad, y un *aislante* es un material a través del cual la carga sólo puede fluir con gran dificultad. Los metales, muchos líquidos y los plasmas (gases cuyas moléculas están cargadas) son conductores; los sólidos no metálicos, algunos líquidos y los gases cuyas moléculas son elétricamente neutras, son aislantes. Diversos materiales, a los que se les llama *semiconductores,* se encuentran en un punto intermedio en cuanto a su capacidad para conducir carga.

Las corrientes eléctricas en los alambres metálicos se producen siempre por el flujo de electrones; se supone que tales corrientes se producen en dirección opuesta a la del movimiento de los electrones. Puesto que una carga positiva que viaja en una dirección es equivalente, en la mayoría de los casos, a una carga negativa que viaja en dirección opuesta; esta suposición carece de importancia práctica. En el caso de una corriente en un conductor líquido o gaseoso, se mueven tanto las cargas positivas como las negativas.

Si una cantidad de carga *q* pasa a través de un punto determinado en un conductor, en un intervalo de tiempo t, las corriente en el conductor es:

$$I = \frac{q}{t}$$

$$\text{Corriente eléctrica} = \frac{\text{carga}}{\text{intervalo de tiempo}}$$

La unidad de corriente eléctrica es el *ampere* (A), donde

$$1 \text{ ampere} = 1 \frac{\text{coulomb}}{\text{segundo}}$$

ELECTRÓLISIS

La liberación de los elementos libres de los líquidos a través de los cuales se hacen pasar corrientes eléctricas se denomina *electrólisis.* Las leyes de Faraday acerca de la electrólisis, establecen que la masa m de un elemento liberado en cualquiera de los electrodos es proporcional a dos cantidades:

1. La carga total Q que pasa a través del líquido, la cual es igual al producto *It* de la corriente / y el tiempo *t*
2. La masa molar A del elemento dividida entre el número *v* de cargas de electrones (positivas o negativas) en sus iones.

Las leyes de Faraday pueden combinarse por medio de la fórmula

$$m = \frac{QA}{Fv} = \frac{ItA}{Fv}$$

La constante *F,* denominada *faraday,* es igual a 96 500 C y representa la carga total de 1 mol de electrones. Por consiguiente, el paso de 1 F de carga liberará 1 mol del elemento X de una solución que contenga X^+ o X^- iones, $\frac{1}{2}$ mol del elemento *Y* de una solución que contenga Y^{2+} *o* Y^{2-} iones,1/3 de mol del elemento Z de una solución que contenga Z^{3+} o Z^{3-} iones, y así sucesivamente.

LEY DE OHM

Para que se produzca una corriente en un conductor debe existir una diferencia de potencial entre sus extremos, de la misma manera que es necesaria una diferencia de altura entre el manantial y el punto de salida del agua para que exista la corriente de un río. En el caso de un conductor metálico, la corriente es proporcional a la diferencia de potencial aplicada: al duplicar *V* se duplica I, al triplicar *V* se triplica / y así sucesivamente. Esta relación se conoce como la *ley de Ohm* y se expresa de la forma:

$$I = \frac{V}{R}$$

$$\text{Corriente eléctrica} = \frac{\text{diferencia de potencial}}{\text{resistencia}}$$

La cantidad *R* es una constante para un conductor dado y se denomina *resistencia* del conductor. La unidad de resistencia es el *ohm (Ω),* donde:

$$1 \text{ ohm} = 1 \frac{\text{volt}}{\text{ampere}}$$

Entre mayor sea la resistencia de un conductor, menor será la corriente que circule por él al aplicársele una diferencia de potencial.

La ley de Ohm no constituye un principio físico sino una relación experimental que obedece la mayoría de los metales dentro de un amplio intervalo de valores *deVel.*

RESISTIVIDAD

La resistencia de un conductor que obedece la ley de Ohm está dada por:

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

donde *L* es la longitud del conductor, *A* es su área de sección transversal y *p* (letra griega *rho)* es la *resistividad* del material del conductor. En el sistema SI, la unidad de resistividad es el ohm-metro.

En la práctica de la ingeniería se acostumbra, al trabajar con unidades inglesas, usar como unidad de área de un conductor circular el *milésimo de pulgada circular o mil circular* (cmil). El *mil o* milésimo de pulgada es una unidad de longitud igual a 0.001 in, o sea $\frac{1}{1000}$ in. El milésimo de pulgada circular es una unidad área igual al área de un círculo cuyo diámetro es de 1 milésimo de pulgada, como ilustra la figura 24-1. El área A_m en cmils de un círculo cuyo diámetro en mils es D_m es igual a D_m^2:

$$A_{cm} = D_m^2$$

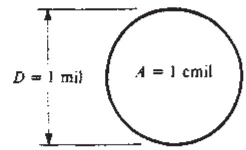


FIGURA 24-1

La ventaja de usar el cmil como unidad de área consiste en que evita la multiplicación y división por π. Cuando la longitud de un conductor se especifica en pies y su área en cmils, la unidad de resistividad es el (ohm-cmil)/pie.

Las resistividades de la mayoría de los materiales varían con la temperatura. Si R es la resistencia de un conductor a una temperatura particular, entonces el cambio en su resistencia ΔR cuando la temperatura cambia en ΔT es aproximadamente proporcional tanto a R como a ΔT, de manera que:

$$\Delta R = \alpha R \, \Delta T$$

La cantidad *a* es el *coeficiente de variación de la resistencia con la temperatura* del material.

POTENCIA ELÉCTRICA

La rapidez con que se realiza trabajo para mantener una corriente eléctrica, se expresa por medio del producto de la corriente / y la diferencia de potencial *V:*

$$P = IV$$

$$\text{Potencia} = (\text{corriente})(\text{diferencia de potencial})$$

Cuando se da / en amperes y *V* en volts, P se expresa en watts.

Si el conductor o dispositivo a través del cual circula corriente obedece la ley de Ohm, la potencia consumida puede expresarse en las formas alternativas

$$P = IV = I^2R = \frac{V^2}{R}$$

Aquí se muestra un resumen de las diferentes fórmulas para la diferencia de potencial *V,* la corriente /, la resistencia *R* y la potencia P, que obedecen la ley de Ohm / = *V/R* y derivan de la fórmula *P* = VI.

Cantidad desconocida	Cantidades conocidas					
	V, I	I, R	V, R	P, I	P, V	P, R
$V =$		IR		P/I		$\sqrt{PR}$
$I =$			V/R		P/V	$\sqrt{P/R}$
$R =$	V/I			P/I^2	V^2/P	
$P =$	VI	I^2R	V^2/R			

Problemas resueltos

24.1. Puesto que una corriente eléctrica es un flujo de carga, ¿por qué se utilizan dos alambres en lugar de uno sólo para transportar corriente?

Si se usara un solo alambre, la carga de un signo o del otro (dependiendo de la situación) se transferiría permanentemente de la fuente de corriente al aparato que está en el otro extremo del alambre. En un tiempo corto se habría transferido tanta carga que la fuente no podría transladar más carga contra la fuerza repulsiva de la carga almacenada en el aparato. Por consiguiente, un sólo alambre no puede transportar corriente de manera continua. Sin embargo, el uso de dos alambres permite que la carga circule de la fuente al aparato de regreso, de manera que tiene lugar un flujo de energía en una dirección.

24.2. ¿Cuáles sólidos son buenos conductores eléctricos y cuáles son buenos aislantes? ¿Qué tan bien conducen el calor estas sustancias?

Todos los metales son buenos conductores eléctricos. Todos los sólidos no metálicos son buenos aislantes, por ejemplo, el vidrio, la madera, los plásticos, el caucho. En general, los sólidos que son buenos conductores de electricidad son también buenos conductores de calor y los sólidos que son buenos aislantes eléctricos son malos conductores de calor. Los metales son buenos conductores de calor y electricidad porque ambos se transfieren a través de los metales gracias a los electrones que se mueven libremente, lo cual constituye una de las características peculiares de su estructura.

24.3. Por un alambre circular una corriente de 1 A. ¿Cuántos electrones pasan cada segundo por cualquier punto de un alambre?

La carga del electrón es de magnitud e $=1.6 \times 10^{-19}$ C, así que una corriente de 1 A = 1 C/s corresponde a un flujo de:

$$\frac{1\ \text{C/s}}{1.6 \times 10^{-19}\ \text{C/electrones}} = 6.3 \times 10^{18}\ \text{electrones/s}$$

24.4. A través de una celda electrolítica circula una corriente de 12 A, en la cual el ánodo (electrodo positivo) es una barra de zinc y el electrólito contiene Zn^{2+} iones. ¿Cuánto zinc se deposita en cátodo (electrodo negativo) después de 2 h?

La masa molar del zinc es de 65.37 g y $v = 2$, puesto que el ion Zn^{2+} porta una carga de + 2e. Dos horas = (2)(60 s/min)(60 min/h) = 7200 s, y así la masa de zinc que se deposita es:

$$m = \frac{ItA}{Fv} = \frac{(12\ \text{A})(7200\ \text{s})(65.37\ \text{g})}{(96{,}500\ \text{C})(2)} = 29.3\ \text{g}$$

24.5. Se pretende recubrir con 0.02 mm de cobre una hoja de acero de 1 m de longitud y 30 cm de anchura. La densidad del cobre es de 8.9 g/cm^3. ¿Cuánto tiempo debe permanecer la hoja de un baño electrolítico que contiene iones Cu^{2+} y en el cual la corriente es de 100 A?

El área de cada uno de los lados de la hoja de acero es de (100 cm)(30 cm) = 3000 cm^2. Puesto que son dos lados, el área total es de 6000 cm^2. El volumen del recubrimiento de cobre es el área multiplicada por el grosor de! recubrimiento de 0.02 mm = 0.002 cm, y asi V = (6000 cm^2)(0.002 cm) = 12 cm^3. La masa de cobre que se necesita es:

$$m = dV = (8.9\ \text{g/cm}^3)(12\ \text{cm}^3) = 106.8\ \text{g}$$

La masa molar del cobre es de 63.54 g y $v = 2$ puesto que se trata de iones Cu^{2+}. A partir de m = *ItAI(Fv)* se tiene:

$$t = \frac{mFv}{IA} = \frac{(106.8\ \text{g})(96{,}500\ \text{C})(2)}{(100\ \text{A})(63.54\ \text{g})} = 3244\ \text{s} = 54\ \text{min}\ \ 4\ \text{s}$$

24.6. Se hace pasar una corriente de 50 A a través de un baño de NaCl fundido, el cual contiene iones Na^+ y Cl^-. a) ¿Cuántos gramos de sodio metálico se producen cada hora? b) ¿Cuántos litros de gas de cloruro a PTE evolucionan cada hora?

a) La masa molar de Na es $A = 22.99$ g: el NaCl fundido contiene iones Na^+, así $v = 1$; / = 50 A; t = 1 h = 3600 s; y F = 96,500 C. Por lo tanto,

$$m = \frac{ItA}{Fv} = \frac{(50\ \text{A})(3600\ \text{s})(22.99\ \text{g})}{(96{,}500\ \text{C})(1)} = 43\ \text{g}$$

b) El número de moles de Cl que evolucionan por hora es:

$$\text{Moles} = \frac{It}{Fv} = \frac{(50\ \text{A})(3600\ \text{s})}{(96{,}500\ \text{C})(1)} = 1.86$$

Hay dos gramos-átomo de Cl por mol de Cl_2; por consiguiente, **($\frac{1}{2}$)(1.86 moles) = 0.93** de mol de Cl_2 evolucionan por hora. Ya que 1 mol de cualquier gas ocupa 22.4 litros a PTE, el volumen de Cl_2 que evoluciona por hora es:

$$V = (0.93\ \text{mol})(22.4\ \text{l/mol}) = 20.8\ \text{l}$$

Note que no fue necesario conocer la masa atómica del cloruro para encontrar este resultado.

24.7. Un tostador de 120 V tiene una resistencia de 12 Ω. ¿Cuál debe ser el amperaje mínimo del fusible de un circuito eléctrico para poder conectar el tostador a ese circuito?

La corriente en el tostador es:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{120\ \text{V}}{12\ \Omega} = 10\ \text{A}$$

Por lo que éste debe ser el amperaje del fusible.

24.8. Por un calentador eléctrico de 120 V circula una corriente de 25 A. ¿Cuál es su resistencia?

$$R = \frac{V}{I} = \frac{120\ \text{V}}{25\ \text{A}} = 4.8\ \Omega$$

24.9. ¿Cuál es la resistencia de un alambre de cobre de 0.5 mm de diámetro y 20 m de longitud? La resistividad del cobre es de 1.7×10^{-8} Ω. m.

El área de sección transversal del alambre es πr^2, donde $r = 0.25$ mm - 2.5×10^{-4} m. Por lo tanto,

$$R = \rho\,\frac{L}{A} = \frac{(1.7 \times 10^{-8}\ \Omega \cdot \text{m})(20\ \text{m})}{(\pi)(2.5 \times 10^{-4}\ \text{m})^2} = 1.73\ \Omega$$

24.10. Un alambre de platino de 80 cm de longitud debe tener una resistencia de 0.1 Ω. ¿Cuál deberá ser su diámetro? La resistividad del platino es de 1.1 x 10^{-7} Ω. m.

Ya que $R = pL/A = pLI\pi r^2$,

$$r = \sqrt{\frac{\rho L}{\pi R}} = \sqrt{\frac{(1.1\times10^{-7}\ \Omega\cdot\text{m})(0.8\ \text{m})}{(\pi)(0.1\ \Omega)}} = 5.3\times10^{-4}\ \text{m} = 0.53\ \text{mm}$$

Por lo que el diámetro del alambre deberá ser $2r$ = 1.06 mm.

24.11. La resistividad del cobre es de 1.7 x 10^{-8} Ω m, la cual se usa para alambres eléctricos. Determine la resistencia de 457 m de alambre de cobre cuyo diámetro es de 0.2 cm.

El área de sección transversal del alambre *es* $A = \pi r^2$, donde r = 0.1 Gm = 0.001 m. Así:

$$R = \frac{\rho L}{A} = \frac{1.7\times10^{-8}\ \Omega\cdot\text{m})(457\ \text{m})}{(\pi)(0.001\ \text{m})^2} = 2.47\ \Omega$$

24.12. La resistividad del nicromel es de 9.8 x 10^{-7} Ω/m Ω. cmil/ft. ¿Qué longitud debe tener un alambre de nicromel de 0.051 cm de diámetro para poseer una resistencia de 5 Ω?

El área de sección transversal del alambre es:

$$A_{cm} = D^2 = \left(\frac{5.1\times10^{-4}\text{m}}{2}\right)^2 \pi = \frac{8.17\times10^{-7}}{4} = \text{m}^2$$

Posteriormente, se resuelve para / y se sustituye p = 9.8 x 10^{-7} Ω/m R = 5Ω, y A = 8.17 x 10^{-7} m^2 para determinar el valor de la longitud /:

$$l = \frac{RA}{\rho} = \frac{(5\ \Omega)(8.17\times10^{-7}\text{m}^2)}{4(9.8\times10^{-7}\Omega\cdot\text{m})} = \frac{4.17\text{m}}{4} = 1.04\ \text{m}$$

24.13. Un alambre de cobre tiene una resistencia de 10.0 Ω a 20 °C. a) ¿Qué resistencia tendrá a 80 °C? *b)* ¿A 0 °C? El coeficiente de variación de la resistencia con la temperatura del cobre es de 0.004/ °C.

a) En este caso, $R = 10.0\ \Omega$ **y** $\Delta T = 60\ °\text{C}$. Por lo tanto, el cambio de resistencia del alambre es:

$$\Delta R = \alpha R\,\Delta T = (0.004/°\text{C})(10.0\ \Omega)(60°\text{C}) = 2.4\ \Omega$$

y la resistencia a 80 °C será $R + \Delta R = 12.4\ \Omega$.

b) Aquí, $\Delta T = -20°\text{C}$ y así:

$$\Delta R = \alpha R\,\Delta T = (0.004/°\text{C})(10.0\ \Omega)(-20°\text{C}) = -0.8\ \Omega$$

La resistencia a 0 °C será $R + \Delta R = 9.2\ \Omega$.

24.14. Un *termómetro de resistencia* emplea la variación de la resistencia de un conductor con la temperatura. Si la resistencia de tal termómetro con un elemento de platino es de 5 Ω a 20 °C y de 9 Ω cuando se le introduce en un horno, encuentre la temperatura del horno. El valor a para el platino es de 0.0036/°C.

En este caso, $R = 5\ \Omega$ y $\Delta R = 9\ \Omega - 5\ \Omega = 4\ \Omega$. Puesto que $\Delta R = \alpha R \Delta T$,

$$\Delta T = \frac{\Delta R}{\alpha R} = \frac{4\ \Omega}{(0.0036/°C)(5\ \Omega)} = 222°C$$

La temperatura del horno es $T + \Delta T = 20\ °C + 222\ °C = 242\ °C$.

24.15. La corriente que circula a través de una resistencia de 50 Ω es de 2 A. ¿Qué potencia disipa en forma de calor?

$$P = I^2R = (2\ A)^2(50\ \Omega) = 200\ W$$

24.16. Un calentador de agua de 2 kW se conecta a una línea de potencia de 240 V cuyo interruptor automático funciona cuando la corriente que circula es de 10 A. ¿Se abrirá el interruptor al encender el calentador?

Por el calentador circula una corriente de:

$$I = \frac{P}{V} = \frac{2000\ W}{240\ V} = 8\tfrac{1}{3}\ A$$

Puesto que esta corriente es menor que 10 A, el interruptor no se abrirá.

24.17. Un motor de arranque diesel que desarrolla 12 hp hace circular una corriente de 30 A a una diferencia de potencial de 240 V. ¿Cuál es la eficiencia del generador?

Puesto que 1 hp = 746 W y $P = IV$,

$$\text{Potencia de entrada} = (12\ hp)(746\ W/hp) = 8952\ W$$

$$\text{Potencia de salida} = (30\ A)(240\ V) = 7200\ W$$

La eficiencia del generador es, por lo tanto,

$$ef = \frac{\text{salida}}{\text{entrada}} = \frac{7200\ W}{8952\ W} = 0.80 = 80\%$$

24.18. Se carga una batería de 12 V con una corriente de 20 A que circula durante 1 h. a) ¿Qué potencia se necesita para cargar la batería a esta tasa? b) ¿Cuánta energía se suministra durante el proceso?

a) $$P = IV = (20\ A)(12\ V) = 240\ W$$

b) $$W = Pt = (240\ W)(3600\ s) = 8.64 \times 10^5\ J$$

24.19. El kilowatt-hora (kWh) es una unidad de energía igual a la energía transferida por una fuente cuya potencia es de 1 kW durante 1 h de funcionamiento. ¿Cuánta energía en kilowatt-horas gasta una secadora de ropa de 240 V y 15 A durante 45 min de funcionamiento?

La potencia de la secadora es:

$$P = IV = (15\ A)(240\ V) = 3600\ W = 3.6\ kW$$

y el intervalo de tiempo es:

$$t = \frac{45\ min}{60\ min/h} = 0.75\ h$$

Por lo tanto,

$$W = Pt = (3.6 \text{ kW})(0.75 \text{ h}) = 2.7 \text{ kWh}$$

24.20. La batería de 12 V de cierto automóvil tiene una capacidad de 80 A-h, lo que significa que puede suministrar 80 A durante 1 h, una corriente de 40 A durante 2 h, y así sucesivamente. a) ¿Cuánta energía se almacena en la batería? *b)* Si las luces del automóvil requieren 60 W de potencia, ¿durante cuánto tiempo puede la batería mantenerlas encendidas cuando no está funcionando el motor (y por lo tanto el generador)?

a) La capacidad de la batería de 80 A-h es una forma de expresar la cantidad de carga que puede transferir de uno de sus bornes al otro. En este caso, la cantidad de carga es

$$q = (80 \text{ Ah})(3600 \text{ s/h}) = 2.88 \times 10^5 \text{ A} \cdot \text{s} = 2.88 \times 10^5 \text{ C}$$

y así la energía que la batería puede suministrar es:

$$W = qV = (2.88 \times 10^5 \text{ C})(12 \text{ V}) = 3.46 \times 10^6 \text{ J}$$

b) Puesto que $P = W/t$,

$$t = \frac{W}{P} = \frac{3.46 \times 10^6 \text{ J}}{60 \text{ W}} = 5.8 \times 10^4 \text{ s} = 16 \text{ h}$$

Problemas complementarios

24.21. En los codos de una tubería el flujo de agua se retarda. ¿Aumentan los dobleces la resistencia eléctrica de un alambre?

24.22. ¿Cuántos electrones pasan cada segundo a través del filamento de un foco de 75 W y 120 V?

24.23. ¿Cuál de los siguientes metales se depositará en mayor cantidad cuando se hace pasar una carga de 1 C a través de celdas electrolíticas adecuadas? Aluminio, cromo, níquel, plata. Los iones de estos metales en soluciones son Al^{+3}, Cr^{3+}, Ni^{2+} y Ag^{+}, respectivamente; sus masas atómicas son 26.98, 52.00, 58.7 y 107.9, respectivamente.

24.24. A través de una celda electrolítica circula una corriente de 20 A; el ánodo es una barra de hierro y el electrólito contiene iones Fe^{3+}. ¿Cuánto hierro se deposita en el cátodo en 40 min? La masa atómica del hierro es 55.85.

24.25. En un baño de cromo, en el que el electrólito contiene iones Cr^{3+}, se usa como cátodo un plato cuya área superficial total es de 0.15 m^2. La corriente es de 5 A y se deja el plato en el baño durante 3 h. ¿Qué espesor tendrá la capa de cromo en el plato? La densidad del cromo es de 7.2 g/cm^3 y su masa atómica es 52.00.

24.26. Se pretende colocar un recubrimiento de plata de 0.01 mm de espesor en una cuchara cuya área superficial total es de 140 cm^2. La corriente de platinado es de 1.2 A y la plata es de 10.5 g/cm^3 y su masa atómica es 107.9. ¿Durante cuánto tiempo deberá permanecer la cuchara en el baño electrolítico?

24.27. Calcule la corriente que circula por una resistencia de 20 Ω cuando se le aplica una diferencia de potencial de 40 V.

24.28. Por un calentador eléctrico de agua circula una corriente de 10 A que proviene de una línea de potencia de 240 V. ¿Cuál es su resistencia?

24.29. La resistencia de un alambre de hierro de 0.051 cm con longitud de 3 es de 1.8 Ω ¿Cuál es la resistividad del hierro?

24.30. Determine la resistencia de 8 m de alambre de aluminio de 0.1 mm de diámetro. La resistencia del aluminio es de 2.6×10^{-8} Ω-m.

24.31. Cuál debe ser la longitud de un alambre de cobre de 0.4 mm de diámetro para que tenga una resistencia de 10 Ω? La resistividad del cobre es 1.7×10^{-8} Ω . m.

24.32. El diámetro de un alambre del No. 14 es de 0.06408 in. a) Encuentre el área de sección transversal en mil circulares. b) El área del alambre del No. 10 es de 10380 cmil. ¿Cómo se compara la resistencia del alambre del No. 14 de cierta longitud con la del alambre del No. 10 de la misma longitud?

24.33. La resistividad del hierro es de 72 Ω .cmil/ft. Encuentre la resistencia de 250 ft de alambre de hierro cuyo diámetro es de 1/16 in.

24.34. El coeficiente de variación de la resistencia con la temperatura del carbón es -0.0005/°C. Si la resistencia de una resistencia de carbón es de 1000 Ω a 0 °C, determine su resistencia a 120 °C.

24.35. Un alambre de hierro tiene una resistencia de 0.20 Ω a 20 °C y una resistencia de 0.30 Ω a 110 °C. Determínese el coeficiente de variación de la resistencia con la temperatura del hierro empleado en el alambre.

24.36. ¿Cuál es la resistencia de una plancha eléctrica de 750 W y 120 V?

24.37. ¿Qué potencia desarrolla un motor eléctrico por el cual circula una corriente de 4 A cuando se opera a 240 V? ¿A cuántos caballos de potencia equivale esto?

24.38. ¿Qué corriente circula a través de un foco de 100 W cuando funciona con una diferencia de potencial de 120V?

24.39. Se deja permanentemente encendido el foco de 75W de un pasillo A $270.00 por kilowatt-hora, encuentre el costo por semana.

24.40. Una batería de 32 V tiene una capacidad de 10^6 J. ¿Durante cuánto tiempo puede suministrar una corriente de 5 A?

24.41. La batería de 12 V de un automóvil debe ser capaz de hacer funcionar la marcha de un motor, cuya potencia es de 1.5 kW, durante un tiempo de por lo menos 10 min. a) ¿Cuál debe ser la capacidad mínima de la batería (en ampere-hora)? *b)* ¿Cuánta energía se almacena en esa batería?

24.42. Un foco cuya potencia es de 100 W cuando se hace funcionar con una diferencia de potencial de 240 V se conecta a una fuente de 120 V. a) ¿Qué corriente circula por el foco? *b)* ¿Qué potencia disipa?

24.43. A través de dos resistencias circula una corriente de 5 A; una de las resistencias está sujeta a una diferencia de potencial de 100 V y la otra a una de 300 V. a) Compare la rapidez con la que fluye carga a través de cada resistencia. *b)* Compare la tasa con la que se disipa energía en cada resistencia.

Repuestas a los problemas complementarios

24.21. Los dobleces de un alambre no tienen efectos sobre la resistencia eléctrica debido a que los electrones, cuyos movimientos producen la corriente eléctrica, son extremadamente pequeños y tienen poca masa, por lo que pueden cambiar de dirección rápidamente.

24.22. 3.9×10^{18} electrones

24.23. La plata.

24.24. 9.26 g

24.25. 0.0090 mm

24.26. 18 minios

24.27. 0.2 A

24.28. 24 Ω

24.29. 1.22×10^{-3} Ωm

24.30. 26.5 Ω

24.31. 74 m

24.32. a) 4106 cmil b) Es 2.53 veces más grande

24.33. 4.6 Ω

24.34. 940 Ω

24.35. 0.0056/°C

24.36. 19.2 Ω

24.37. 960 W; 1.3 hp

24.38. 0.83 A

24.39. $3,402.00

24.40. 6250 s = 1 h 44 min l0s

24.41. a) 21 Ah b) 9.0×10^5 J

24.42. a) 0.21 A b) 24 W

24.43. a) Puesto que las corrientes son las mismas, la carga fluye con la misma rapidez a través de cada una de las resistencias. b) Ya que $P = IV$, la segunda resistencia disipa energía tres veces más rápido que la primera.

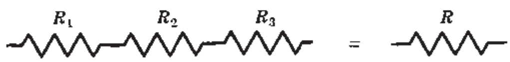
Circuitos de corriente eléctrica

25

RESISTENCIAS EN SERIE

La resistencia equivalente a un conjunto de resistencias depende de la forma en la cual se conectan, así como de sus valores individuales. Si las resistencias se unen en *serie,* esto es, una tras otra (Figura 25-1), la resistencia equivalente de la combinación, R es la suma de resistencias individuales:

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \cdots \qquad \text{resistencias en serie}$$



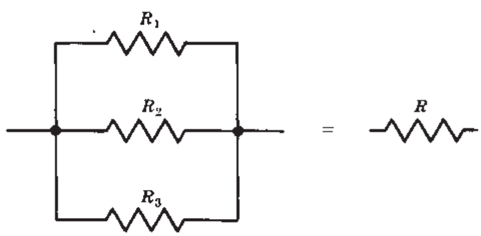
$$R = R_1 + R_2 + R_3$$

FIGURA 25-1

RESISTENCIAS EN PARALELO

En un conjunto *paralelo* de resistencias se conectan las terminales de las resistencias correspondientes (Figura 25-2). El recíproco *MR* de la resistencia equivalente de la combinación es la suma de los recíprocos de las resistencias individuales:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \cdots = \text{resistencias en paralelo}$$



$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

FIGURA 25-2

Sí se conectan sólo dos resistencias en paralelo.

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} \qquad \text{y así} \qquad R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

FEM Y RESISTENCIA INTERNA

El trabajo realizado por coulomb sobre la carga que pasa a través de una batería, un generador o cualquier otra fuente de energía eléctrica se denomina *fuerza electromotriz,* o *fem,* de la fuente. La fem es igual a la diferencia de potencial entre las terminales de la fuente cuando no circula la corriente. Cuando fluye una corriente /, esta diferencia de potencial es menor que la fem debido a la *resistencia interna* de la fuente. Si *r* es la resistencia interna, entonces se produce una caída de potencial *Ir* en la fuente. Por lo tanto, el voltaje *V* entre las terminales de una fuente de fem V_e, cuya resistencia interna es *r* cuando suministra una corriente / es:

$$V = V_e - Ir$$

Voltaje entre las terminales = fem - caída de potencial debida a la resistencia interna

Cuando una batería o un generador de fem V_e se conecta a una resistencia externa *R,* la resistencia total del circuito es $R + r$ y la corriente que fluye es:

$$I = \frac{V_e}{R + r}$$

$$\text{Corriente} = \frac{\text{fem}}{\text{resistencia externa} + \text{resistencia interna}}$$

BATERÍAS

La fem de un conjunto de batería conectadas en serie es la suma de las fems de las celdas individuales. La resistencia interna de un conjunto es la suma de las resistencias internas individuales. Por consiguiente,

$$V_{e,\text{serie}} = V_{e,1} + V_{e,2} + V_{e,3} + \cdots$$

$$r_{\text{serie}} = r_1 + r_2 + r_3 + \cdots$$

Las baterías en paralelo siempre tienen la misma fem, de lo contrario, las corrientes circularían por las baterías y se perdería energía. Si V_e es la fem de cada una de las baterías, la fem del conjunto de baterías conectadas en paralelo también es V_e. La resistencia del conjunto es:

$$\frac{1}{r_{\text{paralelo}}} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} + \cdots$$

LEYES DE KIRCHHOFF

La corriente que circula por cada una de las ramas de un circuito puede encontrarse aplicando al circuito las *leyes de Kirchhoff.* La primera regla se aplica a los *nodos,* que son las uniones de tres o más elementos (Figura 25-3) y es una consecuencia de la conservación de la carga. La segunda se aplica a *mallas,* que constituyen trayectorias cerradas de conducción en el circuito y es una consecuencia de la conservación de la energía. Las leyes son:

1. La suma de las corrientes que llegan a un nodo (o unión) es igual a la suma de las corrientes que salen del nodo.
2. La suma de las fems en una malla es igual a la suma de las caídas de potencial *IR* a lo largo de ella.

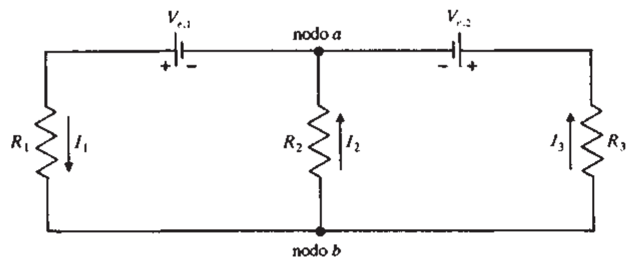


FIGURA 25-3

El procedimiento para aplicar las leyes de Kirchhoff es el siguiente: Primero, se escoge una dirección arbitraria para la corriente en cada resistencia, como ilustra la figura 25-3. Si la elección es correcta, la corriente que se encuentre será positiva; si se encontrara que la corriente es negativa, entonces la corriente real circula en dirección opuesta. Segundo, al recorrer una malla (lo cual puede hacerse ya sea en el sentido en que giran las manecillas del reloj o bien en sentido contrario) una fem se considera positiva si la terminal - de su fuente se encuentra primero y negativa si la terminal + está primero. Tercero, una caída de potencial *IR* se considera positiva si la corriente que circula por la resistencia *R* tiene la misma dirección que la trayectoria que se ha seguido y negativa si la dirección es opuesta a la trayectoria.

En el caso del circuito de la figura 25-3, de la primera ley de Kirchhoff, aplicada al nodo a o al nodo *b,* se obtiene:

$$I_1 = I_2 + I_3$$

De la segunda ley, al aplicarse a la malla 1 de la figura 25-4 a), y procediendo otra vez en sentido contrario al que giran las manecillas del reloj, se obtiene:

$$V_{e,1} = I_1R_1 + I_2R_2$$

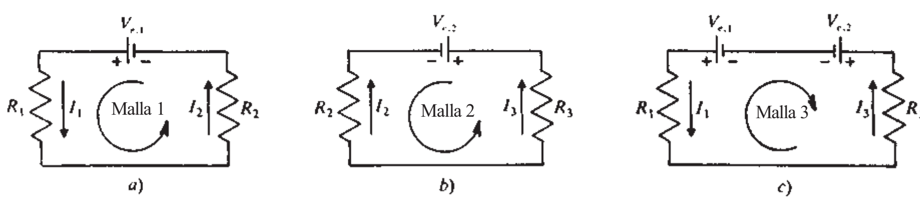


FIGURA 25-4

Al aplicar la ley de la malla 2 de la figura 25-4 ò), y procediendo otra vez en sentido contrario al que giran las manecillas del reloj se obtiene:

$$-V_{e,2} = -I_2R_2 + I_3R_3$$

Se tiene una tercera malla, ilustrada en la figura 25-4 c), que también debe obedecer la segunda ley de Kirchhoff. Ahora, sólo para variar, se procede en el sentido en que giran las manecillas del reloj y se obtiene:

$$-V_{e,1} + V_{e,2} = -I_3R_3 - I_1R_1$$

Nótese que esta última ecuación no es más que la suma negativa de las dos ecuaciones anteriores. Por consiguiente, puede usarse la ecuación de los nodos y *cualquiera* de las dos ecuaciones de mallas para encontrar las corrientes desconocidas I_1, I_2 e I_3.

AMPERÍMETROS Y VOLTÍMETROS

Un *amperímetro* es un instrumento que mide la corriente. Entre menor sea la resistencia interna de un amperímetro, mejor medirá la corriente, ya que esta resistencia afecta al circuito cuya corriente se desea medir. En la práctica, el amperímetro (por lo general un *galvanómetro,* en el que las fuerzas magnéticas producidas por una corriente hacen rotar un indicador) se conecta internamente en paralelo a una resistencia baja denominada *resistencia en derivación* (o *shunt),* la cual porta casi toda la corriente, permitiendo que pase únicamente una pequeña fracción a través de la resistencia del medidor que es más alta.

Un *voltímetro* es un instrumento que mide la diferencia de potencial. Entre mayor sea la resistencia de un voltímetro, mejor medirá la diferencia de potencial, ya que al conectarlo en un elemento de un circuito, reduce la corriente que circula a través de dicho elemento y en consecuencia cambia la diferencia de potencial que se pretende medir. En la práctica, el voltímetro (de igual manera, por lo general un galvanómetro) se conecta internamente a una resistencia alta en serie.

Problemas resueltos

25.1. ¿Cuáles son las ventajas de conectar un conjunto de baterías en paralelo?

a) La reducción de la resistencia interna del conjunto permite que circula más corriente en la carga.

b) La capacidad de amperes-hora del conjunto es la suma de las capacidades de las baterías individuales, y de ahí que sea mayor que la de cualquiera de ellas.

25.2. Muestre que la resistencia equivalente de tres resistencias dispuestas en serie es $R = R_1 + R_2 + R_3$.

Con el fin de encontrar la resistencia equivalente, se parte del hecho de que la diferencia de potencial V de todo el conjunto es la suma de las diferencias de potencial de cada una de las resistencias individuales:

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

Como / es la corriente en cada resistencia, las diferencias de potencial en ellas son:

$$V_1 = IR_1 \qquad V_2 = IR_2 \qquad V_3 = IR_3$$

La diferencia de potencial en la resistencia equivalente *R* es:

$$V = IR$$

Al sustituir en $V = V_1 + V_2 + V_3$ las diferencias de potencial en función de la corriente / y de las resistencias se tiene:

$$IR = IR_1 + IR_2 + IR_3$$

Ahora se divide ambos lados de esta ecuación entre / y se encuentra que:

$$R = R_1 + R_2 + R_3$$

25.3. Muestre que la resistencia equivalente de tres resistencias dispuestas en paralelo se expresa por medio de la ecuación $1/R = 1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3$.

Con el fin de encontrar la resistencia equivalente, se parte del hecho de que la corriente total / es igual a la suma de las corrientes que circulan en las resistencias por separado:

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

Puesto que la diferencia de potencial *V* es la misma en todas las resistencias, sus corrientes respectivas son:

$$I_1 = \frac{V}{R_1} \qquad I_2 = \frac{V}{R_2} \qquad I_3 = \frac{V}{R_3}$$

Entre menor sea la resistencia, mayor será la corriente que circula a través de una resistencia en un arreglo en paralelo. La corriente total se da en términos de la resistencia equivalente *R* por medio de la expresión:

$$I = \frac{V}{R}$$

Al sustituir en $I = I_1 + I_2 + I_3$ las corrientes en función de la diferencia de potencial *V* y las resistencias se tiene:

$$\frac{V}{R} = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \frac{V}{R_3}$$

Ahora se dividen ambos lados de esta ecuación entre *V:*

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

25.4. Se desea limitar a 10 A la corriente en una resistencia de 50 Ω cuando se conecta a una fuente de 600 V. a) ¿Cómo debe conectarse al circuito una resistencia auxiliar y cuál debe ser el valor de la resistencia? *b)* ¿Cuál es la caída de voltaje en cada resistencia?

a) Para una corriente de 10 A, la resistencia total del circuito debe ser:

$$R = \frac{V}{I} = \frac{600\ \text{V}}{10\ \text{A}} = 60\ \Omega$$

Por lo tanto, debe conectarse una resistencia de 10 Ω en serie con la de 50 Ω para dar un total de 60 Ω.

b) $$V_1 = IR_1 = (10\ \text{A})(50\ \Omega) = 500\ \text{V} \qquad V_2 = IR_2 = (10\ \text{A})(10\ \Omega) = 100\ \text{V}$$

25.5. a) ¿Cuál es la resistencia equivalente de tres resistencias de 5 Ω conectadas en serie? *b)* Si se aplica una diferencia de potencial de 60 V a la combinación de resistencias, ¿cuál es la corriente que circula en cada resistencia?

a) $$R = R_1 + R_2 + R_3 = 5\ \Omega + 5\ \Omega + 5\ \Omega = 15\ \Omega$$

b) La corriente en el circuito completo es:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{60\ \text{V}}{15\ \Omega} = 4\ \text{A}$$

Puesto que las resistencias están en serie, esta corriente circula por cada una de ellas.

25.6. Una resistencia de 2000 Ω y otra de 5000 Ω se encuentran dispuestas en serie como parte de un circuito más grande. Un voltímetro muestra una diferencia de potencial de 2 V en la resistencia de 2000 Ω Determine la corriente en cada resistencia y la diferencia de potencial en la resistencia de 5000 Ω.

a) La corriente en la resistencia de 2000 Ω es:

$$I = \frac{V_1}{R_1} = \frac{2\ \text{V}}{2000\ \Omega} = 0.001\ \text{A}$$

Esta corriente fluye también por la otra resistencia,

b) La diferencia de potencial en R_2 es:

$$V_2 = IR_2 = (0.001\ \text{A})(5000\ \Omega) = 5\ \text{V}$$

25.7. a) ¿Cuál es la resistencia equivalente de tres resistencias de 5 Ω conectadas en paralelo? *b)* Si se aplica una diferencia de potencial de 60 V en la combinación, ¿cuál es la corriente que circula por cada resistencia?

a) $$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{5\ \Omega} + \frac{1}{5\ \Omega} + \frac{1}{5\ \Omega} = \frac{3}{5\ \Omega}$$

$$R = \tfrac{5}{3}\ \Omega = 1.67\ \Omega$$

b) Puesto que en cada resistencia hay una diferencia de potencial de 60 V, la corriente en cada una de ellas es:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{60\ \text{V}}{5\ \Omega} = 12\ \text{A}$$

25.8. Se pretende conectar dos focos de 240 Ω a una fuente de 120 V. Con el fin de determinar si serán más luminosos al conectarse a) en serie o b) en paralelo, calcule la potencia que disipan en cada arreglo.

a) La resistencia equivalente de los dos focos en serie es:

$$R = R_1 + R_2 = 240\ \Omega + 240\ \Omega = 480\ \Omega$$

La corriente en el circuito es, por tanto,

$$I = \frac{V}{R} = \frac{120\ \text{V}}{480\ \Omega} = 0.25\ \text{A}$$

Puesto que los focos están en serie, esta corriente circula en ambos. La potencia que cada foco disipa es:

$$P = I^2R = (0.25\ \text{A})^2(240\ \Omega) = 15\ \text{W}$$

b) Cuando los focos están en paralelo, la diferencia de potencial en cada uno de ellos es de 120 V. Por consiguiente, la potencia que cada foco disipa es:

$$P = \frac{V^2}{R} = \frac{(120\ \text{V})^2}{240\ \Omega} = 60\ \text{W}$$

Los focos serán más luminosos si se conectan en paralelo.

25.9 Un circuito tiene una resistencia de 50 Ω. ¿Cómo puede reducirse a 20 Ω?

Para obtener una resistencia equivalente R = 20 Ω, debe conectarse una resistencia R_2 en paralelo con el circuito de resistencia R_1= 50 Ω. Con el fin de encontrar R_2, se procede como sigue:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \qquad \frac{1}{R_2} = \frac{1}{R} - \frac{1}{R_1} = \frac{R_1 - R}{R_1 R}$$

$$R_2 = \frac{R_1 R}{R_1 - R} = \frac{(50\ \Omega)(20\ \Omega)}{50\ \Omega - 20\ \Omega} = 33.3\ \Omega$$

25.10. Encuentre la resistencia equivalente del circuito que se ilustra en la figura 25-5 a).

La figura 25-5 *b)* ilustra cómo se descompone el circuito original en sus partes series en paralelo**,** cada una de las cuales se analiza por separado. La resistencia equivalente de R_1y R_2 es:

$$R' = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{(10\ \Omega)(10\ \Omega)}{10\ \Omega + 10\ \Omega} = 5\ \Omega$$

Esta resistencia equivalente está en serie con *R3,* por lo que;

$$R'' = R' + R_3 = 5\ \Omega + 3\ \Omega = 8\ \Omega$$

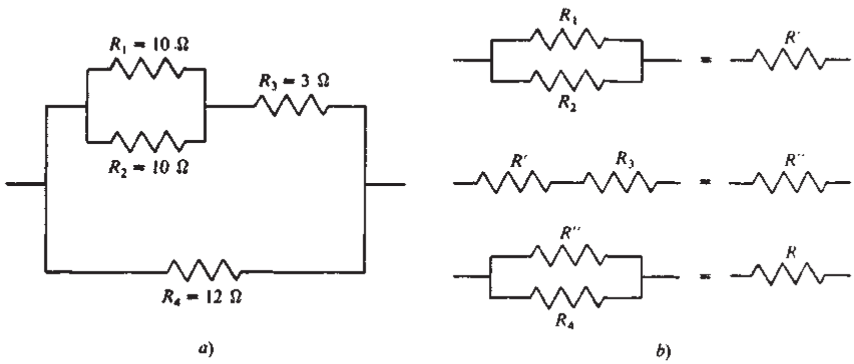


FIGURA 25-5

Finalmente, R'' está en paralelo con R_4, por lo tanto, la resistencia equivalente del circuito completo es:

$$R = \frac{R''R_4}{R'' + R_4} = \frac{(8\ \Omega)(12\ \Omega)}{8\ \Omega + 12\ \Omega} = 4.8\ \Omega$$

25.11. Una diferencia de potencial de 20 V se aplica al circuito de la figura 25-5. Determine la corriente que circula en cada resistencia y la corriente en todo el circuito.

Ya que la resistencia R_4 tiene toda la diferencia de potencial de 20 V,

$$I_4 = \frac{V}{R_4} = \frac{20\ \text{V}}{12\ \Omega} = 1.67\ \text{A}$$

A partir de la figura 25-6, se observa que la corriente I_3 también circula por toda la rama superior del circuito, cuya resistencia equivalente es $R'' = 8\ \Omega$ Por lo tanto,

$$I_3 = \frac{V}{R''} = \frac{20\ \text{V}}{8\ \Omega} = 2.5\ \text{A}$$

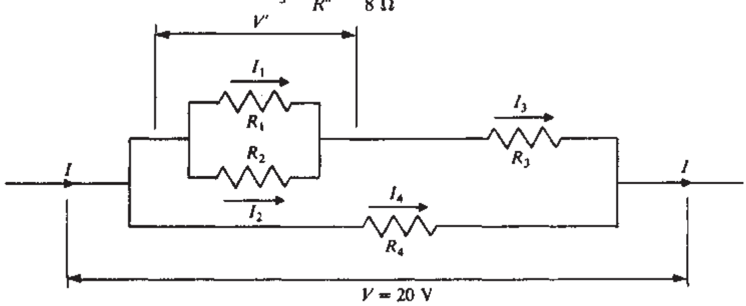


FIGURA 25-6

La diferencia de potencial V en R_1 y R_2 es:

$$V' = V - I_3R_3 = 20\ \text{V} - (2.5\ \text{A})(3\ \Omega) = 12.5\ \text{A}$$

Por consiguiente, la corriente /1 es:

$$I_1 = \frac{V'}{R_1} = \frac{12.5\ \text{V}}{10\ \Omega} = 1.25\ \text{V}$$

y la corriente fe es:

$$I_2 = \frac{V'}{R_2} = \frac{12.5\ \text{V}}{10\ \Omega} = 1.25\ \text{A}$$

La corriente en todo el circuito es:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{20\ \text{V}}{4.8\ \Omega} = 4.17\ \text{A}$$

Se observa que / = $I_3 + I_4$ y que $I_3 = I_1 + I_2$, como debe ser.

25.12. El *Puente de Wheatstone* (Figura 25-7) es un medio muy preciso para determinar una resistencia desconocida R_x con la ayuda de las resistencias fijas R_1, y R_2, y la resistencia variable calibrada *R3.* Se varía la resistencia *R3* hasta que el galvanómetro G no muestra desviación, situación que se describe diciendo que el puente está *balanceado.* Determine el valor de R_x en términos de R_1, R_2 y R_3.

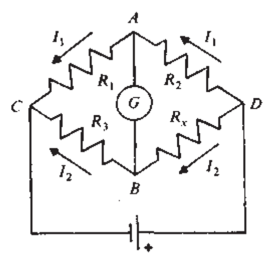


FIGURA 25-7

Cuando el puente está balanceado, no hay paso de corriente a través del galvanómetro, por lo que pasa la misma corriente /1 por R_1 y R_2 y la misma corriente fe por R_3 y R_x. Asimismo, no debe haber diferencia de potencial entre los puntos *A* y 6, por lo tanto, *VAC =VBc* y *VBD* = **VED.** Ya que:

$$V_{AC} = I_1R_1 \qquad V_{AD} = I_1R_2$$
$$V_{BC} = I_2R_3 \qquad V_{BD} = I_2R_x$$

se tienen las ecuaciones:

$$V_{AC} = V_{BC} \qquad V_{AD} = V_{BD}$$
$$I_1R_1 = I_2R_3 \qquad I_1R_2 = I_2R_x$$

Al dividir la última ecuación de la primera columna entre la última ecuación de la segunda columna, se tiene:

$$\frac{I_1R_1}{I_1R_2} = \frac{I_2R_3}{I_2R_x}$$

Se cancelan las corrientes I_1 e I_2 y así:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_x} \qquad R_x = \frac{R_2R_3}{R_1}$$

25.13. Una pila seca de 1.5 V de fem y con resistencia interna de 0.05 Ω se conecta al foco de una linterna cuya resistencia es de 0.4 Ω. Encuentre la corriente en el circuito.

$$I = \frac{V_e}{R + r} = \frac{1.5\text{ V}}{0.4\ \Omega + 0.05\ \Omega} = 3.33\text{ A}$$

25.14. Una batería con 45 V de fem se conecta a una resistencia de 20 Ω y circula una corriente de 2.1 A. a) Determine la resistencia interna de la batería. *b)* Encuentre el voltaje entre las terminales de la batería.

a) A partir $I = V_e/(R + r)$ se obtiene:

$$r = \frac{V_e}{I} - R = \frac{45\text{ V}}{2.1\text{ A}} - 20\ \Omega = 21.4\ \Omega - 20\ \Omega = 1.4\ \Omega$$

ti)
$$V = V_e - Ir = 45\text{ V} - (2.1\text{ A})(1.4) = 42\text{ V}$$

25.15. Tres baterías, en cada una de ellas con 12 V de fem y resistencia interna de 0.1 Ω, se conectan en serie a una carga de 2 Ω. ¿Qué corriente circula por la carga?

La fem del conjunto de baterías es:

$$V_e = 12\text{ V} + 12\text{ V} + 12\text{ V} = 36\text{ V}$$

y su resistencia interna es:

$$r = 0.1\ \Omega + 0.1\ \Omega + 0.1\ \Omega = 0.3\ \Omega$$

Por lo tanto, la corriente en la carga es:

$$I = \frac{V_e}{R + r} = \frac{36\text{ V}}{(2 + 0.3)\ \Omega} = 15.7\text{ A}$$

25.16. Las baterías del problema 25.15 se conectan en paralelo a la misma carga. ¿Qué corriente circula por la carga?

La fem del conjunto de baterías de 12 V y su resistencia interna se determina como sigue:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{0.1\ \Omega} + \frac{1}{0.1\ \Omega} + \frac{1}{0.1\ \Omega} = \frac{3}{0.1\ \Omega}$$

$$r = \frac{0.1\ \Omega}{3} = 0.033\ \Omega$$

La corriente en la carga es:

$$I = \frac{V_e}{R + r} = \frac{12\ \text{V}}{(2 + 0.033)\ \Omega} = 5.9\ \text{A}$$

25.17. Un generador tiene una fem de 120 V y una resistencia interna de 0.2 Ω. a) ¿Cuánta corriente suministra el generador cuando el voltaje entre las terminales es de 115 V? *b)* ¿Cuánta potencia suministra? c) ¿Cuánta potencia se disipa en el generador?

a) A partir de $V = V_e - Ir$ obtenemos

$$I = \frac{V_e - V}{r} = \frac{120\ \text{V} - 115\ \text{V}}{0.2\ \Omega} = 25\ \text{A}$$

b) $$P = IV = (25\ \text{A})(115\ \text{V}) = 2875\ \text{W}$$

c) $$P = I^2 r = (25\ \text{A})^2(0.2\ \Omega) = 125\ \text{W}$$

25.18. Cuando una fuente de fem con resistencia interna *r* se conecta a una carga externa con resistencia *R,* la potencia suministrada a *R* es máxima cuando *R=r.* Verifique esta afirmación calculando la potencia que suministra una batería de 10 V de fem y resistencia interna de 0.5 Ω cuando se conecta a resistencias de a) 0.25 Ω, *b)* 0.5 Ω y c) 1 Ω

a) $$I_1 = \frac{V_e}{R_1 + r} = \frac{10\ \text{V}}{0.25\ \Omega + 0.5\ \Omega} = 13.3\ \text{A}$$

$$P_1 = I_1^2 R_1 = (13.3\ \text{A})^2(0.25\ \Omega) = 44\ \text{W}$$

b) $$I_2 = \frac{V_e}{R_2 + r} = \frac{10\ \text{V}}{0.5\ \Omega + 0.5\ \Omega} = 10\ \text{A}$$

$$P_2 = I_2^2 R_2 = (10\ \text{A})^2(0.5\ \Omega) = 50\ \text{W}$$

c) $$I_3 = \frac{V_e}{R_3 + r} = \frac{10\ \text{V}}{1\ \Omega + 0.5\ \Omega} = 6.7\ \text{A}$$

$$P_3 = I_3^2 R_3 = (6.7\ \text{A})^2(1\ \Omega) = 44\ \text{W}$$

25.19. ¿Qué diferencia de potencial debe tener una fuente para cargar una batería de V_e = 6 V y r = 0.1 Ω con una corriente de 10 A?

La diferencia de potencial requerida debe ser igual a la fem de la batería *más* la caída *Ir* en su resistencia interna. Por consiguiente,

$$V_{\text{aplicada}} = V_e + Ir = 6\ \text{V} + (10\ \text{A})(0.1\ \Omega) = 7\ \text{V}$$

25.20. Dos baterías en paralelo, una de 6 V de fem y resistencia interna de 0.5 Ω. y la otra de 8 V de fem y resistencia interna de 0.6 Ω, se conectan a una resistencia externa de 10 Ω, como ilustra la figura 25-8 a). Determine la corriente en la resistencia externa.

Las direcciones de las corrientes I, I_1 e I_2se eligen como se observa en la figura 25-8 a). En el nodo a, de la primera ley de Kirchhoff se tiene:

$$I_2 = I + I_1$$

Para la malla de la figura 25-8 b), la cual se recorre en sentido contrario al de las manecillas del reloj,

$$V_{e,1} = IR - I_1 r_1$$

y para la malla de la figura 25-8 c), la cual se recorre también en sentido contrario al de las manecillas del reloj,

$$V_{e,2} = IR + I_2 r_2$$

Puesto que $I_2 + I + I_1$,

$$V_{e,2} = IR + Ir_2 + I_1 r_2$$

Ahora se resuelve esta ecuación y la ecuación de la primera malla para despejar I_1, se igualan las dos expresiones para I_1 y luego se despeja I1:

$$I_1 = \frac{IR - V_{e,1}}{r_1} \qquad \text{y} \qquad I_1 = \frac{V_{e,2} - IR - Ir_2}{r_2}$$

$$\frac{IR - V_{e,1}}{r_1} = \frac{V_{e,2} - IR - Ir_2}{r_2}$$

$$I(Rr_2 + Rr_1 + r_2 r_1) = V_{e,2} r_1 + V_{e,1} r_2$$

$$I = \frac{V_{e,2} r_1 + V_{e,1} r_2}{Rr_2 + Rr_1 + r_2 r_1} = \frac{(8\ \text{V})(0.5\ \Omega) + (6\ \text{V})(0.6\ \Omega)}{(10\ \Omega)(0.6\ \Omega) + (10\ \Omega)(0.5\ \Omega) + (0.6\ \Omega)(0.5\ \Omega)} = 0.673\ \text{A}$$

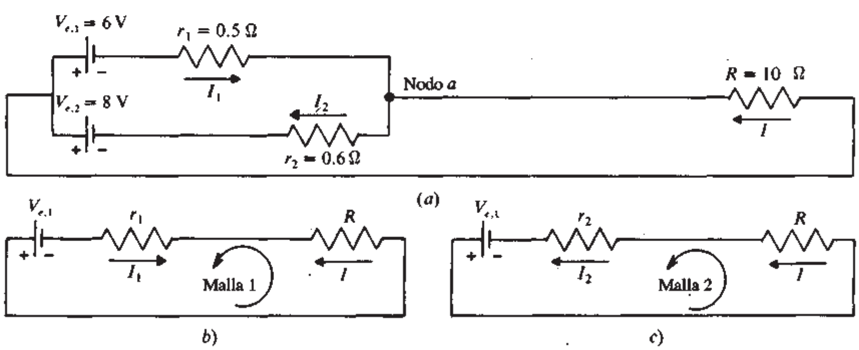


FIGURA 25-8

25.21. Encuentre las corrientes que circulan en las tres resistencias del circuito de la figura 25-9 a). Las resistencias internas de las fuentes de fem se incluyen en R_1 y en R3.

Se supone que las direcciones de las corrientes son como se muestra en la figura. Al aplicar la primera ley de Kirchhoff al nodo a se tiene:

$$I_3 = I_1 + I_2$$

Enseguida, se analizan las dos mallas internas con la ayuda de la segunda ley de Kirchhoff. Procediendo en sentido contrario al de las manecillas del reloj, en la malla 1 se tiene que:

$$V_{e,1} = I_1R_1 - I_2R_2$$

y procediendo en sentido contrario al de las manecillas del reloj, en la malla 2 se tiene que:

$$V_{e,2} = I_2R_2 + I_3R_3$$

Ahora se tienen tres ecuaciones que relacionan las incógnitas I_1, I_2 e I_3. Una forma de proceder (hay otras igualmente adecuadas) consiste en sustituir $I_3 = I_1 + I_2$ en la ecuación de la segunda malla, lo cual da:

$$V_{e,2} = I_2R_2 + I_1R_3 + I_2R_3$$

$$I_1 = \frac{V_{e,2} - I_2R_2 - I_2R_3}{R_3}$$

A partir de la ecuación de la primera malla,

$$I_1 = \frac{V_{e,1} + I_2R_2}{R_1}$$

Puesto que estas dos expresiones deben ser ¡guales,

$$\frac{V_{e,1} + I_2R_2}{R_1} = \frac{V_{e,2} - I_2R_2 - I_2R_3}{R_3}$$

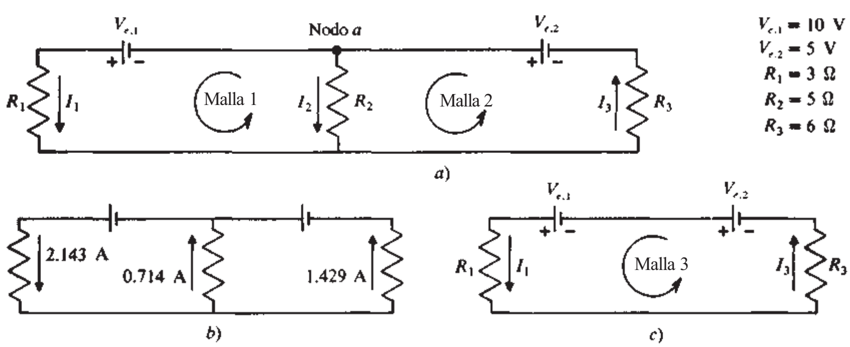


FIGURA 25-9

En este punto, se sustituyen los valores de las diferentes fems y resistencias para determinar el valor de I_2. Esta sustitución también puede llevarse a cabo antes o después, cuando resulte más conveniente. El cálculo procede como sigue:

$$\frac{10\text{ V} + (5\ \Omega)(I_2)}{3\ \Omega} = \frac{5\text{ V} - (5\ \Omega)(I_2) - (6\ \Omega)(I_2)}{6\ \Omega}$$

$$\frac{10\text{ V}}{3\ \Omega} + \left(\frac{5\ \Omega}{3\ \Omega}\right)I_2 = \frac{5\text{ V}}{6\ \Omega} - \left(\frac{5\ \Omega}{6\ \Omega}\right)I_2 - \left(\frac{6\ \Omega}{6\ \Omega}\right)I_2$$

$$\left(\frac{5}{3} + \frac{5}{6} + \frac{6}{6}\right)I_2 = \left(\frac{5}{6} - \frac{10}{3}\right)\text{ A}$$

$$I_2 = -0.714\text{ A}$$

El signo negativo indica que la corriente I_2 circula en dirección opuesta a la que ilustra la figura. A partir de la ecuación de la primera malla,

$$I_1 = \frac{V_{e,1} + I_2R_2}{R_1} = \frac{10\text{ V} - (0.714\text{ A})(5\ \Omega)}{3\ \Omega} = 2.143\text{ A}$$

Finalmente, se encuentra I_3 a partir de la ecuación del nodo:

$$I_3 = I_1 + I_2 = 2.143\text{ A} - 0.714\text{ A} = 1.429\text{ A}$$

Las corrientes reales se muestran en la figura 25-9 *b).*

Como una forma de comprobar este cálculo puede aplicarse la segunda ley de Kirchhoff a la malla externa del circuito que aparece en la figura 25-9 c). Procediendo en sentido contrario al de las manecillas del reloj, se obtiene que:

$$\begin{aligned} V_{e,2} + V_{e,1} &= I_1R_1 + I_3R_3 \\ 5\text{ V} + 10\text{ V} &= (2.143\text{ A})(3\ \Omega) + (1.429\text{ A})(6\ \Omega) \\ 15\text{ V} &= 15\text{ V} \end{aligned}$$

25.22. Encuentre las corrientes que circulan en las tres resistencias del circuito de la figura 25-10 a). Las resistencias internas de las fuentes de fem se incluyen en las resistencias que aparecen en la figura.

Trabajemos ahora directamente a partir de los valores numéricos de las fems y sus resistencias de la figura. Al aplicar la primera ley de Kirchhoff al nodo a, con las direcciones de las corrientes como se ilustra, se tiene:

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

Obviamente, una o dos direcciones de la corriente son incorrectas, pero no importa ya que el resultado es negativo en esos casos. Luego, se aplica la segunda ley de Kirchhoff a la malla 1 y se procede en el sentido en que giran las manecillas del reloj:

$$-2\text{ V} - 6\text{ V} = (10\ \Omega)(I_2) - (4\ \Omega)(I_1)$$

Las fems se consideran negativas porque se topa primero con las terminales +. Al resolver para I_2 se obtiene:

$$I_2 = \frac{-8\text{ V}}{10\ \Omega} + \left(\frac{4\ \Omega}{10\ \Omega}\right)(I_1) = -0.8\text{ A} + 0.4I_1$$

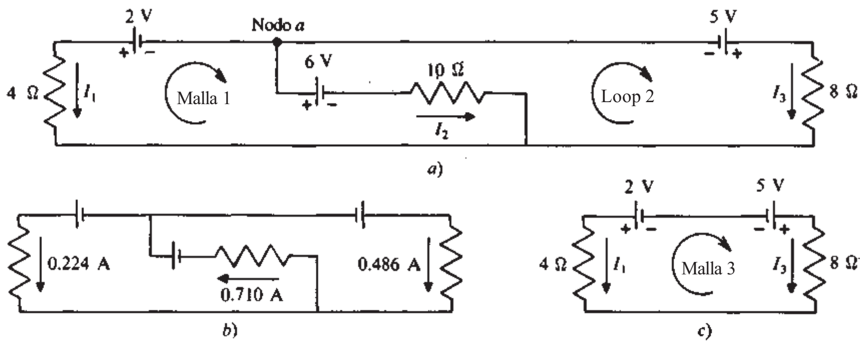


FIGURA 25-10

Ahora, se procede en el sentido en que giran las manecillas del reloj en la malla 2 y se obtiene:

$$6\text{ V} + 5\text{ V} = (8\ \Omega)(I_3) - (10\ \Omega)(I_2)$$

Al sustituir $I_3 = -I_1 - I_2$ y resolver para I_2 se tiene que:

$$11\text{ V} = -(8\ \Omega)(I_1) - (8\ \Omega)(I_2) - (10\ \Omega)(I_2)$$

$$I_2 = \frac{-11\text{ V}}{18\ \Omega} - \left(\frac{8\ \Omega}{18\ \Omega}\right)(I_1) = -0.611\text{ A} - 0.444 I_1$$

Al igualar las dos expresiones de I_2 y resolver para I_1, se encuentra:

$$-0.8\text{ A} + 0.4 I_1 = -0.611\text{ A} - 0.444 I_1$$

$$0.844 I_1 = 0.189\text{ A}$$

$$I_1 = 0.224\text{ A}$$

A partir de la ecuación de la primera malla:

$$I_2 = -0.8\text{ A} + 0.4 I_1 = -0.710\text{ A}$$

y así

$$I_3 = -I_1 - I_2 = -0.224\text{ A} + 0.710\text{ A} = 0.486\text{ A}$$

Las corrientes reales aparecen en la figura 25-10 b).

Nuevamente se comprueban los resultados usando la malla extema del circuito como muestra la figura 25-10 c). Procediendo en el sentido en que giran las manecillas del reloj se tiene que:

$$-2\ \mathrm{V} + 5\ \mathrm{V} = (8\ \Omega)(0.486\ \mathrm{A}) - (4\ \Omega)(0.224\ \mathrm{A})$$
$$3\ \mathrm{V} = 3\ \mathrm{V}$$

25.23. Un galvanómetro que mide corrientes entre 0 y 1 mA (1 mA =1 miliampere = 0.001 A) tiene una resistencia de 40 Ω. ¿De qué forma puede utilizarse este galvanómetro para medir corrientes entre 0 y 1 A?

Lo que se necesita en este caso es una resistencia en derivación (o shunt) que porte 0.999 A cuando la corriente total sea de 1.000 A (Figura 25-11). Con el fin de encontrar el valor de la resistencia en derivación, se nota que la diferencia de potencial V a través de R_{galv} y R_{shunt} es la misma, de ahí que:

$$V = I_{galv}R_{galv} = I_{shunt}R_{shunt}$$

Puesto que la corriente en el medidor debe ser de 0.001 A cuando $I_{shunt} = 0.999$ A,

$$R_{shunt} = \frac{I_{galv}}{I_{shunt}} \times R_{galv}$$
$$= \left(\frac{0.001\ \mathrm{A}}{0.999\ \mathrm{A}}\right) = (40\ \Omega) = 0.04\ \Omega$$

Una resistencia de 0.04 Ω en paralelo con el medidor hará posible que mida corrientes de 0 a 1 A.

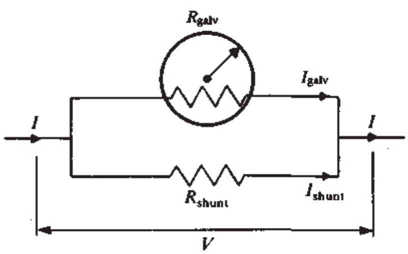


FIGURA 25-11

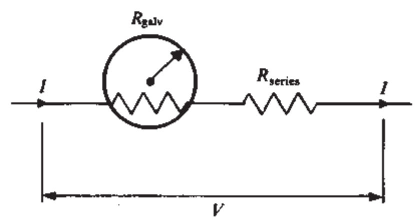


FIGURA 25-12

25.24. Se pretende usar el galvanómetro del problema 25.23 para medir diferencias de potencial entre 0 y 1 V. ¿Cómo puede lograrse esto?

Lo que ahora se necesita es una resistencia en serie con el medidor que limite el paso de corriente a 0.001 A al aplicarse la diferencia de potencial de 1 V (Figura 25-12). La resistencia equivalente del medidor y la resistencia debe ser:

$$R = R_{galv} + R_{serie} = \frac{V}{I}$$

y así

$$R_{serie} = \frac{V}{I} - R_{galv} = \frac{1\ \mathrm{V}}{0.001\ \mathrm{A}} - 40\ \Omega = 960\ \ \Omega$$

Una resistencia de 960 Ω conectada en serie con el medidor permitirá la medición de diferencias de potencial de 0 a 1 V.

25.25. Un voltímetro de resistencia de 1000 Ω se conecta a la resistencia y la combinación se conecta en serie a un amperímetro (Figura 25-13). Al aplicarse una diferencia de potencial, el voltímetro indica 40 V y el amperímetro 0.05 A. ¿Qué valor tiene la resistencia?

A primera vista podría parecer que la resistencia es simplemente:

$$R' = \frac{V}{I} = \frac{40\ \text{V}}{0.05\ \text{A}} = 800\ \Omega$$

No obstante, la propia resistencia del voltímetro es importante en este caso, ya que parte de la corriente en el circuito circula por ella y $R' = 800$ *Si* es, en realidad, la resistencia de R y R_{galv} en paralelo. Por lo tanto,

$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R_{\text{galv}}} \qquad \frac{1}{R} = \frac{1}{R'} - \frac{1}{R_{\text{galv}}} = \frac{R_{\text{galv}} - R'}{R_{\text{galv}}R'}$$

$$R = \frac{R_{\text{galv}}R'}{R_{\text{galv}} - R'} = \frac{(1000\ \Omega)(800\ \Omega)}{1000\ \Omega - 800\ \Omega} = 4000\ \Omega$$

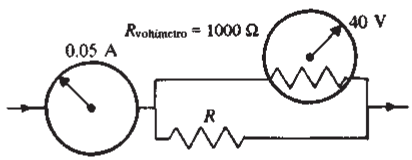


FIGURA 25-13

Problemas complementarios

25.26. Se necesita que circule a una corriente de 20 A por una resistencia de 5 Ω cuando se conecta a una batería de 80 V. ¿Existe alguna forma de conectar al circuito una resistencia auxiliar que aumente la corriente a ese valor en la resistencia de 5 Ω? En caso afirmativo, ¿cuál debe ser su valor?

25.27. a) Encuentre la resistencia equivalente de cuatro resistencias de 60 Ω conectadas en serie. b) Si se aplica una diferencia de potencial de 12 V a la combinación, ¿qué corriente circula en cada resistencia?

25.28. a) Encuentre la resistencia equivalente de cuatro resistencias de 60 Ω conectadas en paralelo. *b)* Si se aplica una diferencia de potencial de 12 V a la combinación, ¿qué corriente circula en cada resistencia?

25.29. Se tienen tres resistencias de 2 Ω. Haga una lista de las diferentes resistencias que puede formar con ellas.

25.30. Se conecta una resistencia de 100 Ωy otra de 200 Ωen serie con una fuente de 40 V. a) ¿Qué corriente circula en cada resistencia? b) ¿Qué potencia disipa cada una?

25.31. Se conecta una resistencia de 100 Ω y otra de 200 Ω en paralelo con una fuente de 40 V. a) ¿Qué corriente circula en cada resistencia? *b)* ¿Qué potencia disipa cada una?

25.32. ¿Qué resistencia debe conectarse en paralelo con una resistencia de 1000 Ω para producir una resistencia equivalente de 200 Ω?

25.33. Una resistencia de 5 Ω se conecta en paralelo con una resistencia de 15 Ω. Si se aplica una diferencia de potencial a la combinación, ¿por lo cuál de las resistencias circulará una corriente mayor? ¿Cuál es la relación entre las corrientes?

25.34. En un circuito se encuentran dispuestas en serie unas resistencias de 25, 40 y 50 Ω, de manera que el voltaje a través de la resistencia dé 25 Ω es de 18 V. Encuentre el voltaje en las otras dos resistencias y la corriente en cada una.

25.35. a) Determine la resistencia equivalente del circuito de la figura 25-14. b) Si se aplica al circuito una diferencia de potencial de 20 V, encuentre la corriente en cada resistencia.

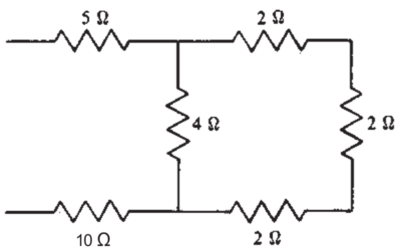


FIGURA 25-14

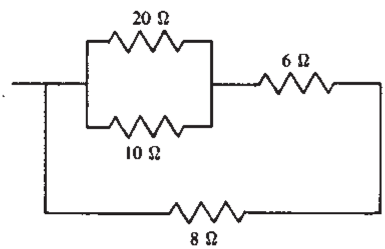


FIGURA 25-15

25.36. a) Encuentre la resistencia equivalente del circuito de la figura 25-15. *b)* Si se aplica al circuito una diferencia de potencial de 100 V, encuentre la corriente en cada resistencia.

25.37. a) Encuentre la resistencia equivalente del circuito de la figura 25-16. *b)* Se conecta al circuito una batería de 6 V con una resistencia interna de 1 Ω. Encuentre la corriente en cada resistencia.

25.38. Dos baterías en paralelo, cada una de ellas de 10 V de fem y resistencia interna de 0.5 Ω, se conectan a una resistencia externa de 20 Ω. Encuentre la corriente en la resistencia externa.

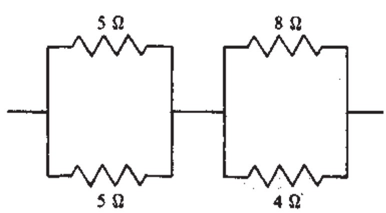


FIGURA 25-16

25.39. Una pila seca tiene 1.5 V de fem y una resistencia interna de 0.08 Ω. a) Determine la corriente cuando las terminales de la pila se conectan. *b)* Encuentre la corriente cuando la pila se conecta a una resistencia de 5 Ω

25.40. Cierto acumulador de "12 V" en realidad tiene una fem de 13.2 V y una resistencia interna de 0.01 Ω. ¿Cuál es el voltaje entre las terminales del acumulador cuando suministra 80 A a la marcha del motor de un automóvil?

25.41. Cuando se conecta una batería de 24 V de fem a una carga de 10 Ω circula una corriente de 2.2 A. Encuentre a) la resistencia interna de la batería y b) su voltaje entre los terminales.

25.42. Dos baterías de 12 V, una con 0.05 Ω de resistencia interna y otra con 0.15 Ω, se conectan en paralelo a una carga de 0.5 Ω. Determine la corriente en la carga.

25.43. Las baterías del problema 25.42 se conectan en serie a la misma carga. Encuentre la corriente en la carga.

25.44. Un generador cuya fem es de 240 V tiene un voltaje de 220 V entre sus terminales cuando suministra una corriente de 50 A. a) Encuentre la resistencia interna del generador. b) Encuentre la potencia que suministra el generador. c) Determine la potencia que se disipa dentro del generador.

25.45. Se pretende cargar 20 A un acumulador de 34 V de fem y 0.1 Ω de resistencia interna, por medio de una fuente de 110 V. ¿Qué resistencia en serie necesita el circuito?

25.46. Encuentre las corrientes en las resistencias del circuito de la figura 25-17. Las resistencias internas de las fuentes de fem se incluyen en las resistencias externas.

25.47. Determine la corriente en las resistencias del circuito de la figura 25-18. Debe tomarse en consideración las resistencias internas de las fuentes de fem.

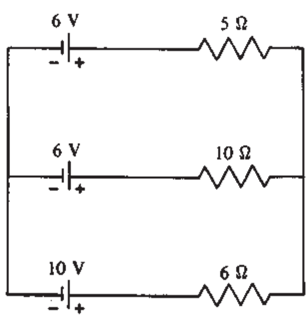


FIGURA 25-17

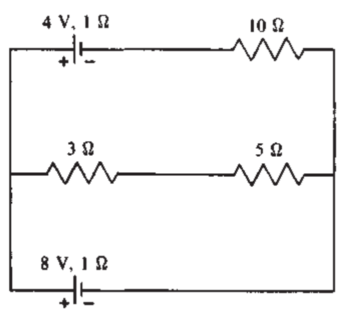


FIGURA 25-18

25.48. Encuentre las corrientes en las resistencias del circuito de la figura 25-19. Las resistencias internas de las fuentes de fem se incluyen en las resistencias externas.

25.49. Determine las corrientes en las resistencias del circuito de la figura 25-20. Las resistencias internas de las fuentes de fem se incluyen en las resistencias externas.

25.50. a) Determine la corriente en la resistencia de 5 Ω del circuito de la figura 25-21. *b)* Encuentre la diferencia de potencial entre los puntos *A* y B. Debe considerarse las resistencias internas de las fuentes de fem.

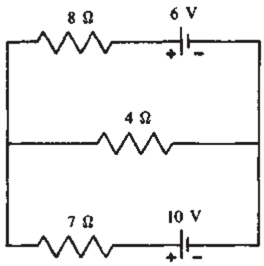


FIGURA 25-19

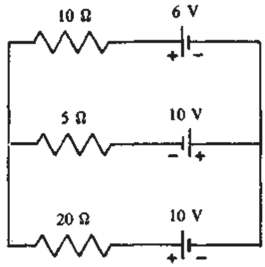


FIGURA 25-20

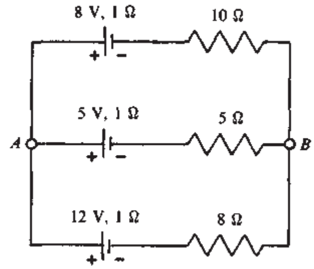


FIGURA 25-21

25.51. Un galvanómetro tiene una resistencia de 20 Ω y puede medir corrientes entre 0 y 5 mA. a) ¿Qué resistencia de derivación (o shunt) se necesita para convertir el medidor en un amperímetro que mida entre 0 y 100 mA? *b)* ¿Qué resistencia en serie se necesita para convertir el medidor en un volímetro que mida de 0 a 10 V?

25.52. Un amperímetro con capacidad de 0 a 0.5 A tiene una resistencia equivalente de 0.1 *Ω.* a) Si este medidor se usa como voltímetro, ¿qué valores de diferencia de potencial puede medir? *b)* ¿Qué resistencia en serie se necesita para que el voltímetro mida entre 0 y 1000 V?

25.53. Se tiene un galvanómetro que mide entre 0 y 10 mA con una resistencia de 20 *Ω* y, además, se tiene una resistencia de 20 Ω por separado. ¿Cuáles son los valores máximos que pueden lograrse en un amperímetro y un voltímetro construidos a partir del galvanómetro y la resistencia?

25.54. Un voltímetro cuya resistencia es de 2000 Ω tiene una lectura de 10 V cuando se encuentra en paralelo con una resistencia de valor desconocido. Al mismo tiempo, la lectura de un amperímetro conectado en serie con la combinación indica 0.1 A. Encuentre el valor de la resistencia desconocida.

Respuestas a los problemas complementarios

25.26. No hay forma en que pueda conectarse una resistencia auxiliar para aumentar la corriente.

25.27. a) 240 Ω b) 0.5 A

25.28. a) 15 Ω b) 0.2 A

25.29. 0.67 Ω; 1 Ω; 2 Ω; 3 Ω; 4 Ω; 6 Ω

25.30. a) 0.133 A; 0.133 A b) 1.78 W; 3.55 W

25.31. a) 0.4 A; 0.2 A b) 16W; 8 W

25.32. 250 Ω

25.33. La resistencia de 5 *Ω* transportará una corriente tres veces mayor que la de la resistencia de 15 *Ω*.

25.34. 28.8 V en la resistencia de 40 Ω; 43.2 V en la resistencia de 60 Ω. La corriente en cada resistencia es de 0.72 A.

25.35. *a)* La resistencia equivalente es de 17.4 Ω. *b)* La corriente en las resistencias de 5 y 10 Ω es de 1.15 A; en las tres resistencias de 0.2 Ω es de 0.46 A; y en la resistencia de 4 Ω es de 0.69 A.

25.36. *a)* La resistencia equivalente es de 4.90 Ω. *b)* La corriente en la resistencia de 20 Ω es de 2.63 A; en la resistencia de 10 Ω, es de 5.26 A; en la resistencia de 6 Ω, es 7.89 A; y en la resistencia de 8 Ω, es de 12.50 A.

25.37. *a)* La resistencia equivalente es de 54.167 Ω. *b)* La corriente en cada una de las resistencias de 5 Ω es de 0.581 A; en la resistencia de 8 Ω, es de 0.387 A; y en la resistencia de 4 Ω, es de 0.774 A.

25.38. 0.494 A

25.39. a) 19 A b) 0.3 A

25.40. 12.4 V

25.41. *a)* 0.9 Ω b) 22 V

25.42. 22.3 A

25.43. 34.3 A

25.44. a) 0.4 Ω b) 11 kW c) 1 kW

25.45. 3.7 Ω

25.46. La corriente en la resistencia de 5 Ω es de 0.286 A dirigida a la izquierda, la corriente en la resistencia de 10 Ω es de 0.143 A dirigida a la izquierda, y la corriente en la resistencia de 6 Ω es de 0.429 A dirigida a la derecha.

25.47. La corriente en la resistencia de 10 Ω es de 0.935 A dirigida a la izquierda, y las corrientes en las resistencias de 3 Ω y 5 Ω son ambas de 0.785 A dirigidas a la izquierda.

25.48. La corriente en la resistencia de 8 Ω es de 0.22 A dirigida a la izquierda, la corriente en la resistencia de 4 Ω es de 1.05 A dirigida a la derecha, y la corriente en la resistencia de 7 Ω es de 0.83 A dirigida a la izquierda.

25.49. La corriente en la resistencia de 10 Ω es de 0.857 A dirigida a la izquierda, la corriente en la resistencia de 5 Ω es de 1.486 A dirigida a la derecha, y la corriente en la resistencia de 20 Ω es de 0.629 A dirigida a la izquierda.

25.50. a) 0.475 hacia derecha b) 7.85 V

25.51. a) 1.05 Ω b) 1980 Ω

25.52. a) 0 a 0.05 V *b)* 1999.9 Ω

25.53. 0 a 20mA; 0 a 0.4V

25.54. 105 Ω

Capacitancia

26

CAPACITANCIA

Un *capacitor* es un sistema que almacena energía en forma de un campo eléctrico. En su forma más simple, un capacitor consta de un par de placas metálicas paralelas separadas por aire u otro material aislante.

La diferencia de potencial V entre las placas del capacitor es directamente proporcional a la carga 0 sobre cualquiera de ellas, por lo que la relación Q/V siempre es la misma para un capacitor particular. Esta razón recibe el nombre de *capacitancia C* del capacitor:

$$C = \frac{Q}{V}$$

$$\text{Capacitancia} = \frac{\text{carga sobre cualquier placa}}{\text{diferencia de potencial entre las placas}}$$

La unidad de capacitancia es el *farad* (F), donde 1 farad = 1 coulomb/volt. Puesto que el farad es una unidad muy grande para propósitos prácticos, se usan con frecuencia el *microfarad* y el *picofarad,* donde:

$$1 \text{ microfarad} = 1\ \mu\text{F} = 10^{-6}\ \text{F}$$
$$1 \text{ picofarad} = 1\ p\text{F} = 10^{-12}\ \text{F}$$

Una carga de 10^{-6} C sobre cada placa de un capacitor de 1 /MF producirá entre las placas una diferencia de potencial $V = Q/C = 1$ V.

CAPACITOR DE PLACAS PARALELAS

Un capacitor que consta de placas paralelas, cada una de las cuales con área A, separadas por una distancia *d,* tiene una capacitancia de:

$$C = K\varepsilon_0 \frac{A}{d}$$

La constante ε_0 es la permitividad del vacío que se mencionó en el capitulo 23; su valor es:

$$\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}\ \text{C}^2/(\text{N}\cdot\text{m}^2) = 8.85 \times 10^{-12}\ \text{F/m}$$

La cantidad K es la *constante dieléctrica* del material que se encuentra entre las placas del capacitor; entre mayor sea K, más eficaz será el material para disminuir un campo eléctrico. Para el vacio, $K = 1$; para el aire, $K = 1.0006$; un valor típico para el vidrio es $K = 6$; y en el caso del agua, $K = 80$.

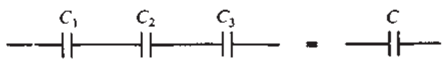
CAPACITORES EN COMBINACIÓN

La *capacitancia equivalente* de un conjunto de capacitores conectados entre sí, es la capacitancia de un solo capacitor que pueda sustituir al conjunto sin cambiar las propiedades del circuito del que forma parte. La capacitancia equivalente de un conjunto de capacitores unidos en serie (Figura 26-1) es:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \cdots \qquad \text{capacitores en serie}$$

Si sólo hay dos capacitores en serie,

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2} \qquad \text{y así} \qquad C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$



$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

FIGURA 26-1

$$C = C_1 + C_2 + C_3$$

FIGURA 26-2

En un conjunto de capacitores en paralelo (Figura 26-2), la capacitancia equivalente es la suma de las capacitancias individuales:

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \cdots \qquad \text{capacitores en paralelo}$$

ENERGÍA DE UN CAPACITOR CARGADO

Con el fin de producir un campo eléctrico en un capacitor cargado, debe realizarse trabajo para separar las cargas positivas y negativas. Este trabajo se almacena en el capacitor en forma de energía potencial eléctrica. La energía potencial *W* de un capacitor con capacitancia C cuya carga es Q y cuya diferencia de potencial es *V* se expresa por medio de:

$$W = \tfrac{1}{2}QV = \tfrac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{Q^2}{C}\right)$$

CARGA DE UN CAPACITOR

Cuando se carga un capacitor en un circuito como el de la figura 26-3, en cualquier momento, el voltaje *QIC* en él tiene dirección opuesta al voltaje *V* de la batería y, en consecuencia, tiende a oponerse al flujo de carga adicional. Por esta razón, el capacitor no adquiere su carga final en el instante en que se conecta a una batería o a otra fuente de fem. Por lo tanto, la diferencia de potencial neta cuando la carga en el capacitor es Q es *V* - *Q/C,* y asi la corriente es:

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{V - Q/C}{R}$$

Conforme Q aumenta, su tasa de aumento $I = \Delta Q/\Delta t$ disminuye. La figura 26-4, ilustra cómo varía *Q* con respecto al tiempo, en el periodo de carga de un capacitor; el interruptor de la figura 26-3, está cerrado al tiempo $t = 0$.

El producto *RC* de la resistencia en el circuito y la capacitancia C rige la tasa a la cual el capacitor alcanza su final $Q_0=CV$. El producto *RC* se conoce con el nombre de *constante de tiempo T* del circuito. Después de un tiempo igual a *T,* la carga en el capacitor alcanza el 63 por ciento de su valor final.

La fórmula que rige el aumento de la carga en el circuito de la figura 26-3, es:

$$Q = Q_0(1 - e^{-t/T})$$

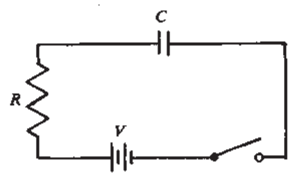


FIGURA 26-3

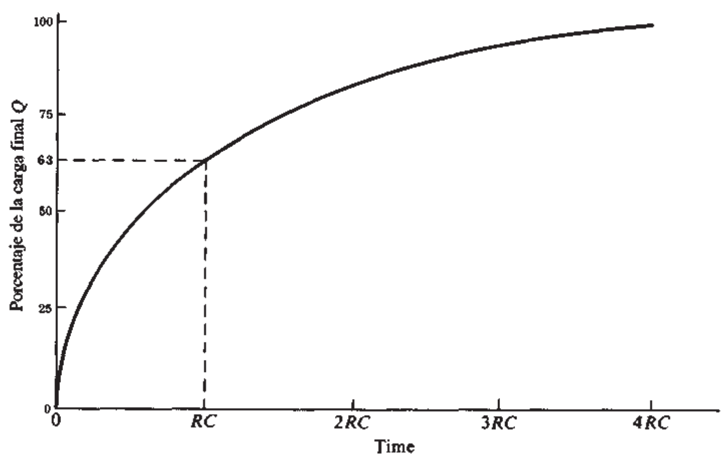


FIGURA 26-4

donde Q_0 es la carga final *CV* y *T* es la constante de tiempo *RC.* La figura 26-4, es una gráfica de esta fórmula. La cantidad *e* tiene el valor:

$$e = 2.718...$$

y se encuentra, con frecuencia, en las ecuaciones de la ingeniería y la ciencia. A una cantidad que consta de e elevado a alguna potencia se le denomina *exponencial.* Con el objeto de encontrar el valor de e^x o e^{-x}, puede utilizarse una calculadora o una tabla para tal efecto.

Es muy sencillo apreciar por qué Q alcanza el 63 por ciento de Q_0 en un tiempo *T.* Cuando $t = T$, $t/T = 1$ y

$$Q = Q_0(1 - e^{-1}) = Q_0\left(1 - \frac{1}{e}\right) = Q_0(1 - 0.37) = 0.63Q_0$$

DESCARGA DE UN CAPACITOR

Cuando se descarta un capacitor cargado por medio de una resistencia, como ilustra la figura 26-5, la disminución de la carga se rige por la fórmula:

$$Q = Q_0 e^{-t/T}$$

donde nuevamente $T = RC$ es la constante de tiempo. La carga disminuirá al 37 por ciento de su valor original después del tiempo *T* (Figura 26-6). Entre más pequeña sea la constante de tiempo *T,* más rápidamente podrá cargarse o descargarse un capacitor.

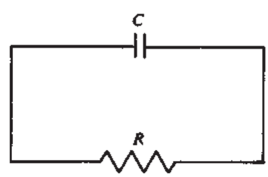


FIGURA 26-5

Problemas resueltos

26.1. Un capacitor de 200 pF se conecta a una batería de 100 V. Calcule la carga en las placas del capacitor.

$$Q = CV = (200 \times 10^{-12}\ \text{F})(100\ \text{V}) = 2 \times 10^{-8}\ \text{C}$$

26.2. Un capacitor tiene una carga de 5×10^{-4} C cuando la diferencia de potencial entre sus placas es de 300 V. Determine su capacitancia.

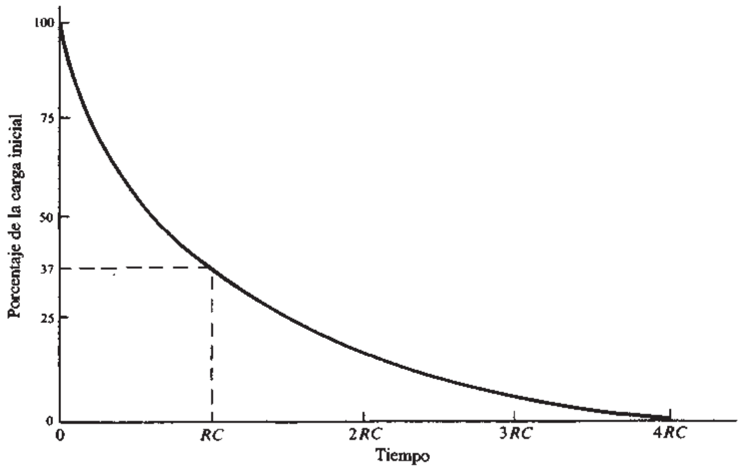


FIGURA 26-6

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{5 \times 10^{-4}\ \mathrm{C}}{300\ \mathrm{V}} = 1.67 \times 10^{-6}\ \mathrm{F} = 1.67\ \mu\mathrm{F}$$

26.3. Un capacitor de placas paralelas tiene placas cuadradas de 5 cm de lado y separadas una de 0.1 mm. Encuentre su capacitancia a) en el aire y b) con una mica de $K = 6$ entre las placas.

a) En el aire K es casi igual a 1, y así:

$$C = K\varepsilon_0 \frac{A}{d} = (1)\left(8.85 \times 10^{-12}\ \frac{\mathrm{F}}{\mathrm{m}}\right) \frac{(0.05\ \mathrm{m})^2}{(10^{-4}\ \mathrm{m})} = 2.21 \times 10^{-10}\ \mathrm{F} = 221\ \mathrm{pF}$$

b) Con mica entre las placas, la capacitancia será $K = 6$ veces mayor, o bien:

$$C = (6)(221\ \mathrm{pF}) = 1326\ \mathrm{pF}$$

26.4. Un capacitor de placas paralelas tiene 2 MF de capacitancia en el aire y 4.6 MF cuando se sumerge en benceno. ¿Cuál es la constante dieléctrica del benceno?

Puesto que C es proporcional a *K,* en general:

$$\frac{C_1}{K_1} = \frac{C_2}{K_2}$$

para el mismo capacitor. En este caso, con $K_1 = K_{aire} = 1$, la constante dieléctrica K_2 del benceno es:

$$K_2 = K_1 \frac{C_2}{C_1} = (1)\left(\frac{4.6\ \mu F}{2\ \mu F}\right) = 2.3$$

26.5. Un capacitor de 10 μF con aire entre sus placas, se conecta a una fuente de 50 V y luego se desconecta, a) ¿Cuáles son la carga y la diferencia de potencial en el capacitor? *b)* Se llena con teflón *(K* = 2.1) el espacio entre las placas del capacitor cargado. ¿Cuáles son ahora, la carga y la diferencia de potencial en el capacitor?

a) La carga del capacitor es:

$$Q = CV = (10 \times 10^{-6}\ F)(50\ V) = 5 \times 10^{-4}\ C$$

La diferencia de potencial en el capacitor sigue siendo de 50 V después de desconectarse.

b) La presencia de otro dieléctrico no cambia la carga del capacitor. Puesto que ahora su capacitancia es:

$$C_2 = \frac{K_2}{K_1} C_1$$

y que $V = Q/C$, la nueva diferencia de potencial es:

$$V_2 = \frac{Q}{C_2} = \frac{K_1}{K_2}\frac{Q}{C_1} = \frac{K_1}{K_2} V_1 = \left(\frac{1}{2.1}\right)(50\ V) = 23.8\ V$$

26.6. Demuestre que la capacitancia equivalente C de tres capacitores conectados en serie está dada por $1/C = 1/C_1 + 1/C_2 + 1/C_3$.

Cada capacitor en un circuito en serie tiene la misma carga Q en sus placas, por lo que los voltajes en ellos son, respectivamente,

$$V_1 = \frac{Q}{C_1} \qquad V_2 = \frac{Q}{C_2} \qquad V_3 = \frac{Q}{C_3}$$

Si la capacitancia equivalente del conjunto es C, entonces:

$$V = V_1 + V_2 + V_3 \qquad \frac{Q}{C} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3}$$

Al dividir todo entre la carga Q se obtiene:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

26.7. Demuestre que la capacitancia equivalente C de tres capacitores conectados en paralelo es $C = C_1 + C_2 + C_3$.

Ahora, se tiene que el voltaje V es el mismo en todos los capacitores, y sus cargas respectivas son:

$$Q_1 = C_1V \qquad Q_2 = C_2V \qquad Q_3 = C_3V$$

La carga total $Q_1 + Q_2 + Q_3$ ya sea en la placa + o en la - del capacitor es igual a la carga Q en la placa correspondiente del capacitor equivalente C, y así:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 \qquad CV = C_1V = C_2V + C_3V$$

Al dividir todo entre V, se tiene:

$$C = C_1 + C_2 + C_3$$

26.8. Se conectan en serie tres capacitores cuyas capacitancias son de 1, 2 y 3 μF. Encuentre la capacitancia equivalente de la combinación.

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{1\ \mu\text{F}} + \frac{1}{2\ \mu\text{F}} + \frac{1}{3\ \mu\text{F}} = \frac{11}{6\ \mu\text{F}}$$

Por lo tanto,

$$C = \tfrac{6}{11}\ \mu\text{F} = 0.545\ \mu\text{F}$$

26.9. Los tres capacitores del problema 26.8 se conectan en paralelo. Determine la capacitancia equivalente de la combinación.

$$C = C_1 + C_2 + C_3 = 1\ \mu\text{F} + 2\ \mu\text{F} + 3\ \mu\text{F} = 6\ \mu\text{F}$$

26.10. Se conectan en serie dos capacitores, uno de 2 y otro de 3 μF. a) ¿Cuál es su capacitancia equivalente? *b)* Se aplica una diferencia de potencial de 500 V a la combinación. Encuentre la carga y la diferencia de potencial en cada capacitor.

a)

$$C = \frac{C_1C_2}{C_1 + C_2} = \frac{(2\ \mu\text{F})(3\ \mu\text{F})}{2\ \mu\text{F} + 3\ \mu\text{F}} = 1.2\ \mu\text{F}$$

b) La carga en la combinación es:

$$Q = CV = (1.2 \times 10^{-6}\ \text{F})(500\ \text{V}) = 6 \times 10^{-4}\ \text{C}$$

Se encuentra presente la misma carga en cada capacitor (Figura 26.7). Por lo tanto, la diferencia de potencial en el capacitor de 2 μF es:

$$V_1 = \frac{Q}{C_1} = \frac{6 \times 10^{-4}\ \text{C}}{2 \times 10^{-6}\ \text{F}} = 300\ \text{V}$$

y en el capacitor de 3 μF es:
$$V_2 = \frac{Q}{C_2} = \frac{6 \times 10^{-4}\ \mathrm{C}}{3 \times 10^{-6}\ \mathrm{F}} = 200\ \mathrm{V}$$

Con el fin de comprobar el resultado, se nota que $V_1 + V_2 = 500$ V.

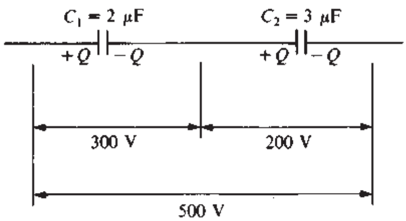


FIGURA 26-7

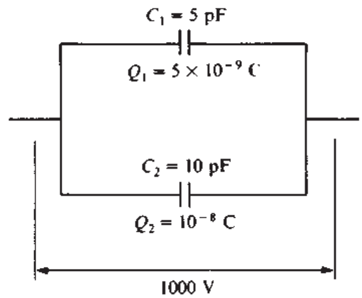


FIGURA 26-8

26.11. Se conectan en paralelo dos capacitores, uno de 5 y otro de 10 pF. a) ¿Cuál es su capacitancia equivalente? *b)* Se aplica a la combinación una diferencia de potencial de 1000 V. Calcule la carga y la diferencia de potencial en cada capacitor.

a)
$$C = C_1 + C_2 = 5\ \mathrm{pF} + 10\ \mathrm{pF} = 15\ \mathrm{pF}$$

b) Cada capacitor tiene la misma diferencia de potencial V - 1000 V (Figura 26-8). La carga en el capacitor de 5 pF es:
$$Q_1 = C_1V = (5 \times 10^{-12}\ \mathrm{F})(10^3\ \mathrm{V}) = 5 \times 10^{-9}\ \mathrm{C}$$

y en el capacitor de 10 pF es:
$$Q_2 = C_2V = (10 \times 10^{-12}\ \mathrm{F})(10^3\ \mathrm{V}) = 10^{-8}\ \mathrm{C}$$

26.12. ¿Cuánta energía se encuentra almacenada en un capacitor de 50 pF cuando se carga a una diferencia de potencial de 200 V?
$$W = \tfrac{1}{2}CV^2 = (\tfrac{1}{2})(50 \times 10^{-12}\ \mathrm{F})(200\ \mathrm{V})^2 = 10^{-6}\ \mathrm{J}$$

26.13. Para hacer funcionar una linterna, se necesita que un capacitor de 100 μF contenga 50 J de energía. a) ¿Qué voltaje se necesita para cargar el capacitor? *b)* ¿Cuánta carga pasa por la linterna?

a) Puesto que $W = \frac{1}{2}CV^2$,
$$V = \sqrt{\frac{2W}{C}} = \sqrt{\frac{(2)(50\ J)}{10^{-4}\ F}} = 1000\ \mathrm{V}$$

b)
$$Q = CV = (10^{-4}\ \mathrm{F})(10^3\ \mathrm{V}) = 0.1\ \mathrm{C}$$

26.14. Se conecta un capacitor de 20 μF a una batería de 45 V a través de un circuito cuya resistencia es de 2000 Ω. a) ¿Cuál es la carga final en el capacitor? *b)* ¿Cuánto tiempo tarda la carga en alcanzar el 63 por ciento de su valor final?

a) $$Q = CV = (20 \times 10^{-6}\ \text{F})(45\ \text{V}) = 9 \times 10^{-4}\ \text{C}$$

b) $$t = RC = (2000\ \Omega)(20 \times 10^{-6}\ \text{F}) = 0.04\ \text{s}$$

26.15. Calcule la carga en el capacitor del problema 26.14 para los instantes de tiempo 0.01 y 0.1 s después de conectarlo a la batería.

Cuando t = 0.01 s, *t/T* = (0.01 s)/(0.04 s) = 0.25. Utilizando una calculadora o una tabla de exponenciales se tiene que:

$$e^{-t/T} = e^{-0.25} = 0.78$$

Por lo tanto.

$$Q = Q_0(1 - e^{-t/T}) = (9 \times 10^{-4}\ \text{C})(1 - 0.78) = (9 \times 10^{-4}\ \text{C})(0.22) = 2.0 \times 10^{-4}\ \text{C}$$

De igual manera, cuando t = 0.1 s, *t/T* = (0.1 s)/(0.04 s) = 2.5

$$e^{-t/T} = e^{-2.5} = 0.082$$

Por consiguiente,

$$Q = Q_0(1 - e^{-t/T}) = (9 \times 10^{-4}\ \text{C})(1 - 0.082) = (9 \times 10^{-4}\ \text{C})(0.918) = 8.3 \times 10^{-4}\ \text{C}$$

26.16. Se carga un capacitor de 5 μF al conectarlo a una batería de 3 V. Luego se desconecta la batería. a) Si la resistencia del material dieléctrico entre las placas del capacitor es de 10^9 Ω, encuentre el tiempo que se necesita para que la carga en el capacitor disminuya al 37 por ciento de su valor original. *b)* ¿Qué carga permanece en el capacitor después de 1 h de que ha sido desconectado? ¿Cuál es la carga 10 h después?

a) $$T = RC = (10^9\ \Omega)(5 \times 10^{-6}\ \text{F}) = 5 \times 10^3\ \text{s}$$

esto es,

$$\frac{5 \times 10^3\ \text{s}}{(60\ \text{s/min})(60\ \text{min/h})} = \frac{5000\ \text{s}}{3600\ \text{s/h}} = 1.4\ \text{h}$$

b) La carga inicial en el capacitor es:

$$Q_0 = CV = (5 \times 10^{-6}\ \text{F})(3\ \text{V}) = 1.5 \times 10^{-5}\ \text{C}$$

Después de t = 1 h, *t/T* = (1 h)/(1.4 h) = 0.71 y

$$Q = Q_0 e^{-t/T} = (1.5 \times 10^{-5}\ \text{C})(e^{-0.71}) = (1.5 \times 10^{-5}\ \text{C})(0.49) = 7.4 \times 10^{-6}\ \text{C}$$

Después de t = 10 h, t/T = (10 h)/(1.4 h) = 7.1 y

$$Q = Q_0 e^{-t/T} = (1.5 \times 10^{-5}\ \text{C})(e^{-7.1}) = (1.5 \times 10^{-5}\ \text{C})(8.3 \times 10^{-4}) = 1.2 \times 10^{-8}\ \text{C}$$

Problemas complementarios

26.17. Verifique que *RC* tiene dimensiones de tiempo.

26.18. Un capacitor de 10 μF tiene una diferencia de potencial de 250 V. ¿Cuál es la carga en el capacitor?

26.19. Un capacitor tiene una carga de 0.002 C cuando se conecta a una batería. Encuentre la capacitancia.

26.20. ¿Cuál es la diferencia de potencial en un capacitor de 500 pF cuya carga es de 0.3 μC.

26.21. Las placas de un capacitor de placas paralelas tienen un área de 40 cm^2 cada una de ellas y están separadas por 0.2 mm de papel encerado (K = 2.2.). Determine la capacitancia.

26.22. Se quita el papel encerado de las placas del capacitor del problema 26.21. Calcule la nueva capacitancia.

26.23. Las placas paralelas de un capacitor de capacitancia C se acercan hasta alcanzar la mitad de su separación original. ¿Cuál es la nueva capacitancia?

26.24. Se aumenta la capacitancia de un capacitor de placas paralelas de 8 a 50 MF al insertar entre sus placas una hoja de vidrio. ¿Cuál es la constante dieléctrica *K* del vidrio?

26.25. Tres capacitores de capacitancias de 5, 10 y 20 μF se conectan en serie. Encuentre la capacitancia equivalente de la combinación.

26.26. Los tres capacitores del problema 26.25 se, conectan en paralelo. Calcule la capacitancia equivalente de la combinación.

26.27. Proporcione una lista de Jas capacitancias que pueden obtenerse al combinar tres capacitores de 10 μF de todas las formas posibles.

26.28. Se conectan en paralelo dos capacitores de 20 y 25 pF y se aplica a la combinación una diferencia de potencial de 100 V. Determine la carga y la diferencia de potencial en cada capacitor.

26.29. Se conectan en serie de dos capacitores de 50 y 75 pF y se aplica a la combinación una diferencia de potencial de 250 V. Encuentre la carga y la diferencia de potencial en cada capacitor.

26.30. Un capacitor de 5 μF tiene una diferencia de potencial de 1000 V. ¿Cuál es su energía potencial?

26.31. a) ¿Qué diferencia de potencial debe aplicarse a un capacitor de 10 μF, si su contenido de energía debe ser de 1 J? *b)* ¿Cuál es la carga en el capacitor bajo estas circunstancias?

26.31. El dieléctrico que se encuentra entre las placas de cierto capacitor de 80 MF tiene una resistencia de 10^9 Ω. Si se carga el capacitor y luego se desconecta, ¿cuánto tiempo le llevará a la carga en el capacitor para descender hasta el 37 por ciento de su valor original?

26.33. Un capacitor de 5 MF se conecta a una batería de 100 V a través de un circuito cuya resistencia es de 800 Ω. *a)* ¿Cuál es la constante de tiempo de este arreglo? *b)* ¿Cuál es la corriente inicial que circula cuando se conecta la batería? c) ¿Cuál es la carga final en el capacitor?

26.34. Encuentre la carga en el capacitor del problema 26.33 a los intervalos de 0.001, 0.005 y 0.01 s después de que se conecta a la batería.

26.35. La resistencia del dieléctrico que se encuentra entre las placas del capacitor del problema 26.33 es de 10 Ω. Si se desconecta el capacitor de la batería, calcule la carga que permanece en él después de transcurridos 30 s, 1 min y 10 min.

Respuestas a los problemas complementarios

26.17. A partir de sus definiciones, *R=V/I= Vt/Q y C= Q/V* Por lo tanto, RC = (Vt/Q)(Q/V) = t.

26.18. 0.0025 C

26.19. 20 μF

26.20. 600 V

26.21. 3.9 pF

26.22. 5.9 pF

26.23. 2C

26.24. 6.25

26.25. 2.86 μF

26.26. 35 μF

26.27. 3.33 μF; 6.67 μF; 15 μF, 30 μF

26.28. $Q_1 = 2 \times 10^{-9}$ C, $Q_2 = 2.5 \times 10^{-9}$ C, $V_1 = V_2 = 100$ V

26.29. $Q_1 = Q_2 = 7.5 \times 10^{-9}$ C, $V_1 = 150$ V, $V_2 = 100$ V

26.30. 2.5 J

26.31. a) 447 V b) 4.47×10^{-3} C

26.32. 8×10^4 s = 22.2 h

26.33. a) 0.004 s b) 0.125 A c) 5×10^{-4} C

26.34. 1.106×10^{-4} C; 3.567×10^{-4} C; 4.590×10^{-4} C

26.35. 2.744×10^{-4} C; 1.506×10^{-4} C; 3.072×10^{-9} C

Magnetismo

27

NATURALEZA DEL MAGNETISMO

Dos cargas eléctricas en reposo ejercen fuerza una sobre la otra, de acuerdo con la ley de Coulomb. Cuando las cargas se encuentran en movimiento, las fuerzas son diferentes y se acostumbra atribuir las diferencias a las *fuerzas magnéticas* que tienen lugar entre cargas en movimiento, además de las fuerzas eléctricas entre ellas. Con esta interpretación, la fuerza total sobre una carga Q en un tiempo y lugar determinados, puede dividirse en dos partes: una fuerza eléctrica que depende sólo del valor de Q y una fuerza magnética que depende de la velocidad v de la carga así como de Q.

En realidad, existe una sola interacción entre las cargas, la *interacción electromagnética.* La teoría de la relatividad proporciona el vínculo existente entre las fuerzas eléctrica y magnética: así como la masa de un objeto que se mueve con respecto a un observador es mayor que la masa del objeto en reposo, la fuerza eléctrica entre dos cargas aparece alterada para un observador cuando las cargas se mueven con respecto a él. El magnetismo no difiere de la electricidad como difiere, por ejemplo, la gravedad. A pesar de la unidad de la interacción electromagnética, resulta conveniente para muchos propósitos tratar por separado los efectos eléctricos y los magnéticos.

CAMPO MAGNÉTICO

Un *campo magnético* B está presente dondequiera que una carga en movimiento sufre la acción de una fuerza magnética. La dirección B en un lugar determinado es aquélla a lo largo de la cual puede moverse una carga sin experimentar una fuerza magnética; a lo largo de cualquier otra dirección, la carga sufriría la acción de dicha fuerza. La magnitud de B es numéricamente igual a la fuerza sobre una carga de 1 C que se desplaza a 1 m/s en dirección perpendicular a B.

La unidad del campo magnético es el *tesla* (T), donde:

$$1 \text{ tesla} = 1 \frac{\text{newton}}{\text{ampere} - \text{metro}} = 1 \frac{\text{weber}}{(\text{metro})^2}$$

El *gauss,* que es igual a 10^{-4} T, es otra unidad de campo magnético que se usa algunas veces.

CAMPO MAGNÉTICO DE UNA LINEA DE CORRIENTE

El campo magnético a una distancia s de una larga línea de corriente / tiene una magnitud:

$$B = \left(\frac{\mu}{2\pi}\right)\left(\frac{1}{s}\right) \qquad \text{línea de corriente}$$

donde μ es la *permeabilidad* del medio donde se produce el campo magnético. La permeabilidad del vacío μ_0 tiene el siguiente valor

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{T \cdot m/A} = 1.257 \times 10^{-6}\ \mathrm{T \cdot m/A}$$

El valor de μ en el aire es casi igual al de μ_0 y usualmente se considera igual a μ_0.

Las líneas de fuerza del campo magnético alrededor de una línea de corriente tienen la forma de círculos concéntricos alrededor de la corriente. Para encontrar la dirección de B, coloque el dedo pulgar de la mano derecha en la dirección de la corriente; así, los dedos curvados de la mano apuntarán en la dirección de B (Figura 27-1).

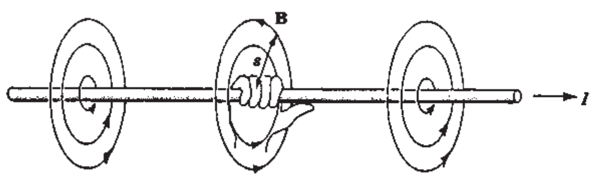


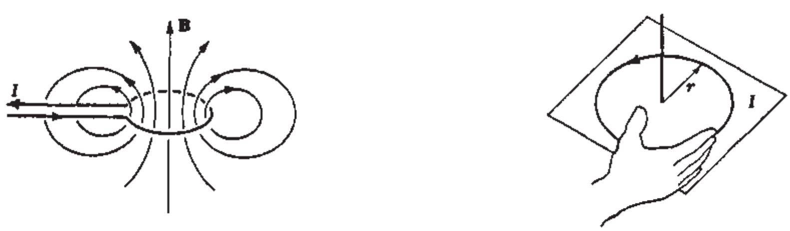
FIGURA 27-1

CAMPO MAGNÉTICO DE UNA ESPIRA CON CORRIENTE

El campo magnético en el centro de una espira de radio *r* con corriente / es de magnitud:

$$B = \left(\frac{\mu}{2}\right)\left(\frac{I}{r}\right) \qquad \text{espira de corriente}$$

Las líneas de fuerza de B son perpendiculares al plano de la espira, como se ilustra en la figura 27-2a). Con el fin de encontrar la dirección de B, sujete la espira de manera que los dedos curvados de la mano derecha apunten en la dirección de la corriente; así, el pulgar de esa mano apunta en la dirección de B [Figura 27-2b)].



a) *b)*

FIGURA 27-2

Un *solenoide* es un enrollamiento que consta de muchas espiras de alambre. Si las vueltas de alambre están cerca y el solenoide es largo comparado con su diámetro, el campo magnético dentro de él es uniforme y paralelo al eje y de magnitud

$$B = \mu \frac{N}{L} I \qquad \text{solenoide}$$

En esta fórmula *N* es el número de vueltas, *L* la longitud del solenoide e ***I*** la corriente. La dirección de B se ilustra en la figura 27-3.

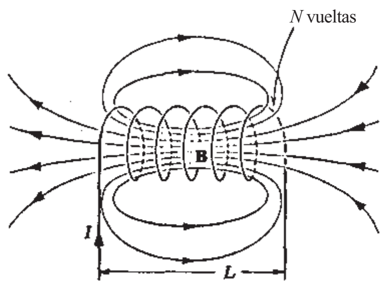


FIGURA 27-3

CAMPO MAGNÉTICO DE LA TIERRA

La Tierra tiene un campo magnético que se origina en las corrientes eléctricas en su centro de hierro líquido. El campo es como el que produciría una espira de corriente centrada a unos cientos de kilómetros del centro de la Tierra, cuyo plano está inclinado 11 ° a partir del plano del ecuador (Figura 27-4). Los *polos geomagnéticos* son los puntos sobre la superficie terrestre por donde pasa el eje magnético. La magnitud del campo magnético de la Tierra varía de un lugar a otro; un valor típico a nivel del mar es de 3 x 10^{-5} T.

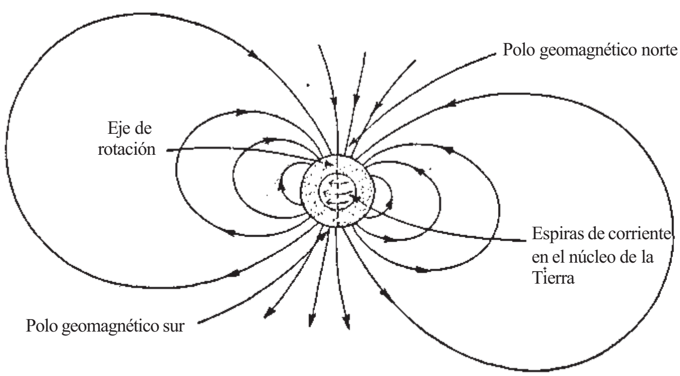


FIGURA 24-4

FUERZA MAGNÉTICA SOBRE UNA CARGA EN MOVIMIENTO

La fuerza magnética sobre una carga Q en movimiento en un campo magnético varia según las direcciones relativas de v y B. Cuando v es paralela a B, $F = 0$; cuando v es perpendicular a B, F tiene su valor máximo que es:

$$F = QvB \qquad \mathbf{v} \perp \mathbf{B}$$

La dirección de F en el caso de una carga positiva, se obtiene por medio de la regla de la mano derecha, como indica la figura 27-5; F está en dirección opuesta cuando la carga es negativa.

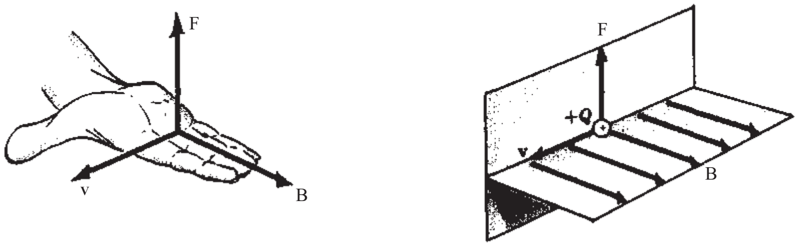


FIGURA 27-5

FUERZA MAGNÉTICA SOBRE UNA CORRIENTE

Puesto que una corriente consta de cargas en movimiento, un alambre portador de corriente no experimentará fuerza alguna cuando se encuentra en posición paralela al campo magnético B y experimentará la fuerza máxima cuando su posición sea perpendicular a B. En el último caso, F tiene el valor:

$$F = ILB \qquad \mathbf{I} \perp \mathbf{B}$$

donde / es la corriente y L la longitud del alambre que está en el campo magnético. La dirección de la fuerza es como ilustra la figura 27-6.

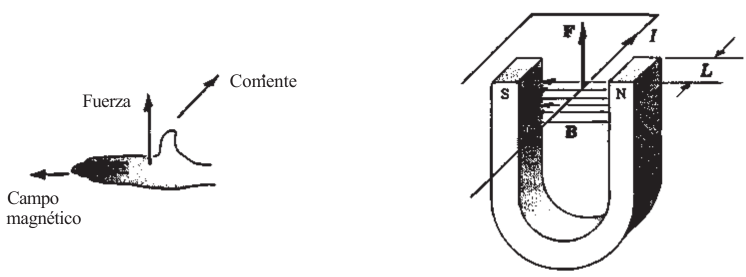


FIGURA 27-6

Debido a las diferentes fuerzas que experimenta cada uno de sus lados, una espira de corriente siempre tiende a rotar en un campo magnético de manera que su plano sea perpendicular a B. Este es el efecto que subyace en todos los motores eléctricos.

FUERZA ENTRE DOS LINEAS DE CORRIENTE

Dos corrientes eléctricas paralelas ejercen fuerzas magnéticas una sobre la otra (Figura 27-7). Si las corrientes tienen la misma dirección, las fuerzas son atractivas; si las corrientes tienen direcciones opuestas, las fuerzas son repulsivas. La fuerza por unidad de longitud *F/L* en cada corriente depende de las corrientes I_1 e I_2 y de su separación s:

$$\frac{F}{L} = \left(\frac{\mu_0}{2\pi}\right)\left(\frac{I_1 I_2}{s}\right) \qquad \text{corrientes paralelas}$$

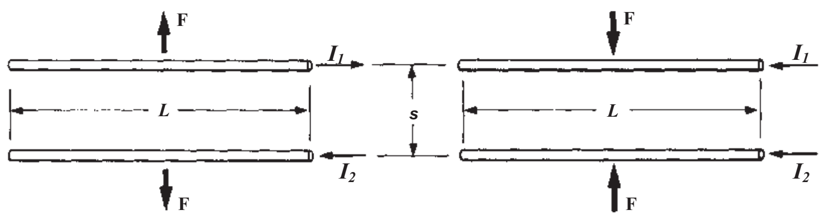
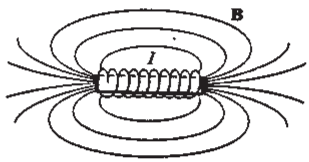


FIGURA 27-7

FERROMAGNETISMO

El campo magnético producido por una corriente se altera por la presencia de una substancia de cualquier clase. Por lo común, el cambio, que puede ser un aumento o disminución de B, es muy pequeño, pero en ciertos casos hay un incremento en B de cientos o miles de veces. A las sustancias que tienen este último efecto, se les llama *ferromagnéticas;* el hierro y sus aleaciones son ejemplos conocidos. Un *electroimán* es un solenoide con un centro ferromagnótico que incrementa su campo magnético.

El ferromagnetismo es una consecuencia de las propiedades magnéticas de los electrones que están presentes en todos los átomos. Un electrón se comporta en cierto aspecto como si fuera una esfera cargada que gira y, en consecuencia, es magnéticamente equivalente a una espira de corriente diminuta. En la mayoría de las sustancias, los campos magnéticos de los electrones atómicos se cancelan; no obstante, en las sustancias ferromagnéticas no se cancelan completamente y cada electrón posee determinado campo magnético propio. Los campos magnéticos atómicos se alinean en grupos llamados *dominios* con un campo magnético externo, para producir un campo total B mucho más fuerte. Cuando se quita el campo externo, los campos magnéticos atómicos pueden permanecer alineados y producir así un *imán permanente.* El campo de un imán de barra tiene la misma forma que el de un solenoide porque ambos campos se deben a espiras paralelas de corriente (Figura 27-8).



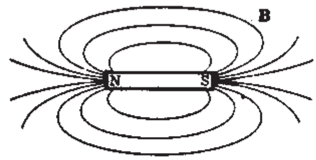


FIGURA 27-8

INTENSIDAD MAGNÉTICA

A una sustancia que disminuye el campo magnético de una corriente se le llama *diamagnética;* posee una permeabilidad μ que es menor que μ_0 Como ejemplos se tienen el cobre y el agua. A una sustancia que aumenta un poco el campo magnético de una corriente se le denomina *paramagnetica;* posee una permeabilidad μ mayor que μ_0. El aluminio es un ejemplo. Las sustancias ferromagnéticas poseen permeabilidades que son cientos o miles de veces mayores que μ_0. Los imanes repelen las sustancias diamagnéticas y atraen las sustancias paramagnóticas y ferromagnéticas.

Puesto que las sustancias distintas poseen propiedades magnéticas diferentes, resulta útil definir una cantidad que se conoce como *intensidad magnética* H la cual es independiente del medio en el que se ubica el campo magnético. La intensidad magnética en un punto donde el campo magnético es B y la permeabilidad μ, se expresa por medio de:

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu}$$

$$\text{Intensidad magnética} = \frac{\text{campo magnético}}{\text{permeabilidad del medio}}$$

La unidad de H es el ampere por metro (A/m). Algunas veces, a la intensidad magnética se le denomina *fuerza magnetizante* o *campo magnetizante.*

La permeabilidad de un material ferromagnético para un valor determinado de *H* varía con *H* y con el grado previo de magnetización del material. A este último efecto se le conoce como *histéresis.*

Problemas resueltos

27.1. ¿En qué sentidos se asemejan los campos eléctricos y magnético? ¿En qué sentidos son distintos?

Semejanzas: Ambos campos se originan en las cargas eléctricas y ambos campos pueden ejercer fuerzas sobre cargas eléctricas.

Diferencias: Todas las cargas eléctricas dan origen a los campos eléctricos, pero sólo una carga en movimiento relativo a un observador, da origen a un campo magnético. Los campos magnéticos ejercen fuerzas sobre todas las cargas, pero los campos magnéticos sólo ejercen fuerzas sobre cargas en movimiento.

27.2. Una carga positiva se desplaza verticalmente hacia arriba cuando penetra en un campo magnético que apunta hacia el norte. ¿Cuál es la dirección de la fuerza sobre la carga?

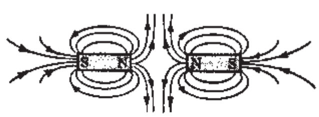
Al aplicar la regla de la mano derecha, los dedos de esa mano apuntan hacia el norte y el pulgar hacia arriba. La palma de la mano está orientada hacia el oeste, que es la dirección de la fuerza sobre la carga.

27.3. Un haz de protones se desplaza paralelamente a un haz de electrones. ¿Tienden los haces a acercarse ó a apartarse?

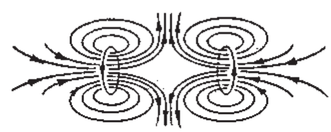
La fuerza eléctrica entre los haces es atractiva, pero la fuerza magnética es repulsiva. Para saber cuál de las fuerzas es mayor, debe observarse la rapidez con que se desplazan las partículas, pues depende de esto.

27.4. Los extremos de un imán de barra se conocen como *polos;* al extremo que tiende a orientarse hacia el norte se le llama *polo norte* y al extremo que tiende a orientarse hacia el sur se le denomina *polo sur.* Los polos iguales de imanes cercanos se rechazan y los polos distintos se atraen. Explique este comportamiento en términos de la interacción entre espiras de corriente.

Los imanes de barra con polos iguales uno frente ai otro equivalen a espiras paralelas de corriente cuyas corrientes se encuentran en direcciones opuestas [Figura 27-9a)]. Tales espiras se repelen. Los imanes de barra con polos opuestos uno frente al otro equivalen a espiras paralelas de corriente cuyas espiras de corriente están en la misma dirección [Figura 27-9b)]. Tales espiras se atraen.

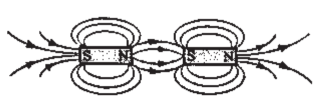


Polos iguales se rechazan

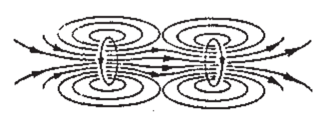


Espiras paralelas con corrientes opuestas se rechazan

a)



Polos distintos se atraen



Espiras paralelas con corrientes similares se rechazan

b)

FIGURA 27-9

27.5. ¿De qué forma un imán permanente atrae un objeto de hierro que no está magnetizado?

La presencia del imán hace que los campos magnéticos atómicos del objeto se alineen con su campo (Figura 27-10), y la atracción de los polos opuestos produce así una fuerza neta sobre el objeto.

FIGURA 27-10

27.6. Dentro de un solenoide se coloca una varilla de hierro sin magnetizar. Posteriormente, se incrementa la corriente del solenoide desde cero hasta un máximo, en una dirección y luego se disminuye de nuevo a cero; se incrementa hasta un máximo en la otra dirección y de ahí se disminuye hasta cero, y así sucesivamente. Dibuje *B* contra *H* para la varilla de hierro y discuta la forma de la curva que resulta.

La curva que se requiere se ilustra en la figura 27-11. En a, tanto *H* como *B* son O. Conforme *H* aumenta, S aumenta lentamente en un principio, luego rápidamente y, por último, se eleva hasta alcanzar un valor máximo en b. Ahora la varilla está *saturada* y un aumento posterior en *H* no cambiará el valor de *B.* La saturación ocurre cuando todos los dominios magnéticos en la varilla están alineados con *H.* La curva que va de a a *b* se conoce como *curva de magnetización* del material.

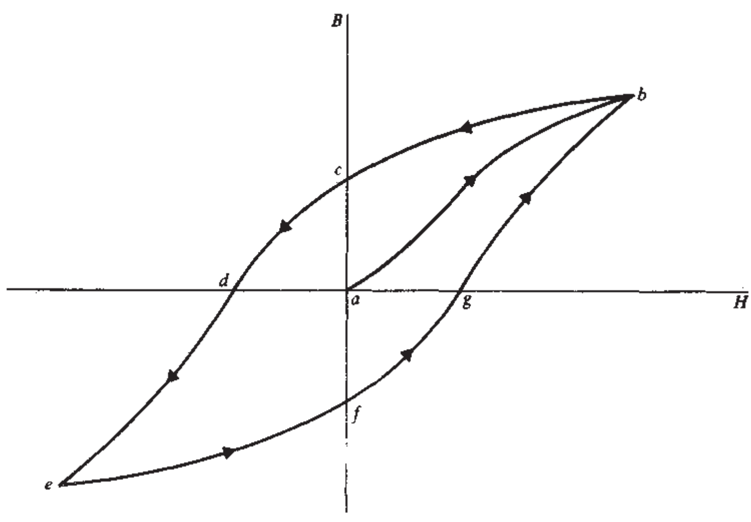


FIGURA 27-11

Cuando H se lleva otra vez a 0 a partir de H_b, B se retrasa de manera que $B = B_c$ cuando $H = 0$. Este es un ejemplo de histéresis. El valor de B_c se conoce como la *remanencia* del material. Con la finalidad de desmagnetizar completamente la varilla, debe cambiarse la dirección de H y aumentarla hasta H_d, la *fuerza coercitiva.* Entre mayor sea la remanencia, más fuerte será la magnetización residual de la varilla; entre mayor sea la fuerza coercitiva, mayor será la capacidad de la varilla para mantener su magnetización a pesar de la presencia de campos magnéticos fuertes. Por consiguiente, un buen material para un imán permanente deberá tener tanto una alta remanencia como una alta fuerza coercitiva.

Al aumentar $-H$ más allá de d se produce un valor -B que aumenta hasta que la varilla se satura otra vez en e, donde $B_e = -B_b$. Cuando H regresa a 0, B se retrasa nuevamente, y en esta ocasión tiene el valor de B_f en $H = 0$, donde $B_f = -B_c$. Después, al aumentar H, B regresa a B_b para completar el *ciclo de histéresis bcdefgb.*

El área encerrada por una curva de histéresis es proporcional a la energía disipada en forma de calor durante cada ciclo de magnetización. Resulta que una curva ancha de histéresis con valores grandes de remanencia y de fuerza coercitiva es característica de un material adecuado para ser imán permanente, puesto que debe realizarse una gran cantidad de trabajo para cambiar su magnetización. No obstante, un material con una curva estrecha de histéresis es mejor para aplicaciones tales como núcleos de transformadores, que deben sufrir inversiones frecuentes en su magnetización; entre menor sea el área encerrada por la curva, mayor será la eficiencia del transformador.

27.7. ¿De qué manera puede desmagnetizarse un pedazo de hierro magnetizado?

Un método consiste en calentar el hierro, puesto que todos los materiales ferromagnéticos pierden su capacidad de retener la magnetización más allá de cierta temperatura, la cual es de unos 760 °C en el caso del hierro. Otro método consiste en hacer pasar el hierro a través de una sucesión de curvas de histéresis de tamaño cada vez menor, como lo ilustra la figura 27-12. Para lograr esto, el hierro puede colocarse en un solenoide conectado a una fuente de corriente alterna, y luego se reduce la corriente a cero de manera gradual.

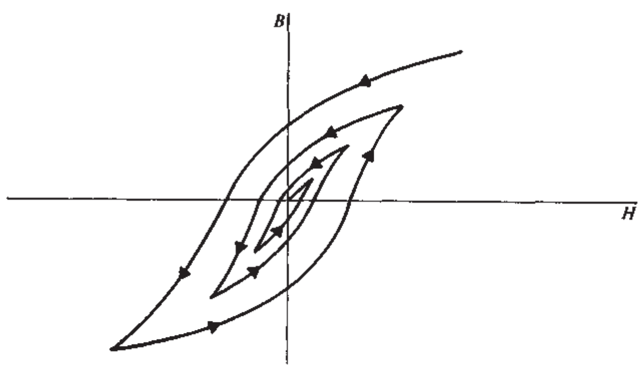


FIGURA 27-12

27.8. Un protón se desplaza en un campo magnético uniforme. Describa la trayectoria del protón si su dirección inicial a) es paralela al campo, *b)* es perpendicular al campo y c) forma un ángulo intermedio con el campo.

a) No se ejerce fuerza sobre el protón, por lo que continúa moviéndose en la línea recta [Figura 27-13a)].

b) La fuerza sobre el protón es perpendicular a su velocidad v y también a B; por lo tanto, se mueve en un circulo, como ilustra la figura 27-136).

c) El protón se desplaza en una trayectoria helicoidal como la de la figura 27-13c) debido a que la componente de v paralela a B no cambia mientras que la componente de v perpendicular a B origina una fuerza hacia adentro, como en b).

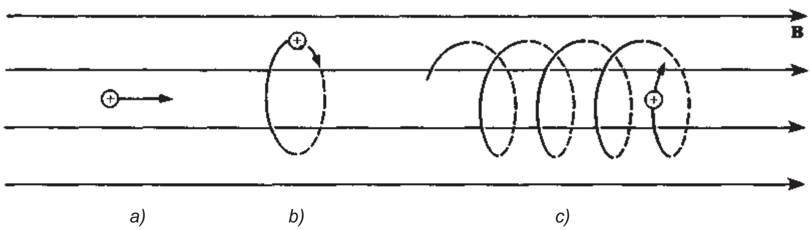


FIGURA 27-13

27.9. Una partícula cargada que se desplaza perpendicularmente a un campo magnético uniforme sigue una trayectoria circular. Encuentre el radio del círculo.

La fuerza magnética *QvB* sobre la partícula suministra la fuerza centrípeta mv^2/r que la mantiene moviéndose en un círculo de radio *r.* Por consiguiente,

$$F_{\text{magnética}} = F_{\text{centrípeta}}$$

$$QvB = \frac{mv^2}{r}$$

$$r = \frac{mv}{QB}$$

El radio es directamente proporcional al momento lineal *mv* e inversamente proporcional a su carga Q y al campo magnético 0.

27.10. Un cable que está 5 m por encima del piso porta una corriente de 100 A de este a oeste. Determine la dirección y la magnitud del campo magnético en el piso exactamente por debajo del cable. (Desprecie el campo magnético de la Tierra.)

De la regla de la mano derecha, la dirección del campo es hacia el sur. La magnitud del campo es:

$$B = \left(\frac{\mu_0}{2\pi}\right)\left(\frac{I}{s}\right) = \frac{(4\pi \times 10^{-7}\ \text{T}\cdot\text{m/A})(100\ \text{A})}{(2\pi)(5\ \text{m})} = 4 \times 10^{-6}\ \text{T}$$

27.11. Dos alambres paralelos, separados una distancia de 10 cm, portan corrientes de 8 A en la misma dirección. ¿Cuál es el campo magnético en un punto a la mitad de la distancia entre ellos?

El campo magnético a la mitad de la distancia entre los alambres es cero porque los campos de las corrientes están en direcciones contrarias y tienen la misma magnitud.

27.12. Dos alambres paralelos, separados una distancia de 10 cm, portan corrientes de 8 A en direcciones opuestas. ¿Cuál es el campo magnético en un punto a la mitad de la distancia entre ellos?

En este caso, los campos magnéticos de las dos corrientes tienen la misma dirección y en consecuencia se suman. Puesto que s = 5 cm =5 x 10^{-2} m, a la mitad de la distancia entre los alambres, el campo de cada corriente ahí es:

$$B = \left(\frac{\mu_0}{2\pi}\right)\left(\frac{I}{s}\right) = \frac{(4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{T \cdot m/A})(8\ \mathrm{A})}{(2\pi)(5 \times 10^{-2}\ \mathrm{m})} = 3.2 \times 10^{-5}\ \mathrm{T}$$

y el campo total es **$2B = 6.4 \times 10^{-5}$ T.**

27.13. Una bobina circular de 100 vueltas tiene un radio de 5 cm. Encuentre el campo magnético en el centro de la bobina cuando la corriente es de 4 A.

Cada vuelta de la bobina actúa como una espira separada al contribuir al campo magnético total. Si hay *N* vueltas, el resultado es un campo *N* veces más fuerte que el que produce cada vuelta. Por lo tanto,

$$B = \left(\frac{\mu_0}{2\pi}\right)\left(\frac{NI}{r}\right) = \frac{(4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{T \cdot m/A})(100)(4\ \mathrm{A})}{(2\pi)(5 \times 10^{-2}\ \mathrm{m})} = 1.6 \times 10^{-3}\ \mathrm{T}$$

27.14. Un solenoide de 0.2 m de longitud tiene 1000 vueltas de alambre y está orientado con su eje paralelo al campo magnético de la Tierra en un lugar donde el campo magnético terrestre es de 2.5 x 10^{-5} T. ¿Cuál debe ser la corriente en el solenoide para que su campo anule al de la Tierra dentro de éste?

El campo magnético dentro de un solenoide con núcleo de aire es:

$$B = \mu_0 \frac{N}{L} I$$

En este caso, $N = 10^3$, $L = 0.2$ m y $B = 2.5 \times 10^{-5}$T; por lo tanto,

$$I = \frac{BL}{\mu_0 N} = \frac{(2.5 \times 10^{-5}\ \mathrm{T})(0.2\ \mathrm{m})}{(4\pi)(10^{-7}\ \mathrm{T \cdot m/A})(10^3)} = 0.004\ \mathrm{A}$$

27.15. Demuestre que una espira de alambre que porta corriente experimenta un momento de fuerza en un campo magnético siempre que el plano de la espira no sea perpendicular al campo.

La figura 27-14a) ilustra una espira portadora de corriente cuyo plano es paralelo al campo magnético B. Los lados A y C de la espira son paralelos a B por lo que sobre ellos no actúa ninguna fuerza magnética. No obstante, los lados *B* y *D* son perpendiculares a B y cada uno de ellos experimenta la fuerza que se ilustra. Puesto que Fe apunta en dirección opuesta a F_D a lo largo de líneas distintas de acción, esas fuerzas producen un momento de fuerza sobre la espira. Se producirá ese momento de fuerza aunque el plano de la espira no sea paralelo a B, no obstante, en ese caso sería más pequeño debido a que el brazo de palanca es menor, siempre y cuando el plano no sea perpendicular a B.

En la figura 27-14 *b),* el plano de la espira es perpendicular a B. Ahora F_A y F_C son iguales y opuestas a lo largó de la misma línea de acción, así como lo son F_B y F_D, por lo que no hay momento de fuerza sobre la espira.

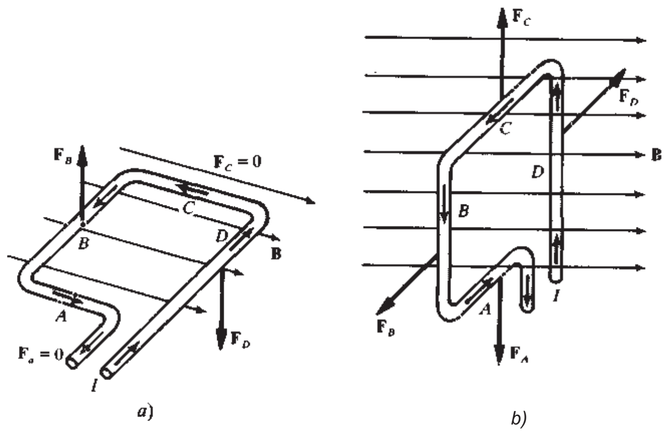


FIGURA 27-14

27.16. En cierto motor eléctrico, unos alambres que transportan una corriente de 5 A son perpendiculares a un campo magnético de 0.8 T. ¿Qué fuerza experimenta cada cm de los alambres?

$$F = ILB = (5\ \text{A})(0.01\ \text{m})(0.8\ \text{T}) = 0.04\ \text{N}$$

27.17. Los alambres que suministran corriente a un calentador eléctrico de 120 V y 2 kW están separados por una distancia de 2 mm. ¿Cuál es la fuerza por metro entre los alambres?

Puesto que P = *IV,* la corriente en los alambres es

$$I = I_1 = I_2 = \frac{P}{V} = \frac{2000\ \text{W}}{120\ \text{V}} = 16.7\ \text{A}$$

Como s = 2 mm = 2 x 10^{-3} m, la fuerza entre los alambres es

$$\frac{F}{L} = \left(\frac{\mu_0}{2\pi}\right)\left(\frac{I_1 I_2}{s}\right) = \frac{(4\pi \times 10^{-7}\ \text{T}\cdot\text{m/A})(16.7\ \text{A})^2}{(2\pi)(2 \times 10^{-3}\ m)} = 0.028\ N/m$$

Las corrientes tienen direcciones opuestas, por lo que la fuerza es repulsiva.

27.18. Una muestra de hierro colado tiene un campo magnético B = 0.50 T cuando la intensidad del campo magnético es H = 10 A/m. a) Encuentre la permeabilidad del hierro colado para este valor de H. *b)* ¿Cuál sería el campo en el aire con este valor de H?

a)
$$\mu = \frac{B}{H} = \frac{0.50\ \text{T}}{10\ \text{A/m}} = 0.05\ \text{T}\cdot\text{m/A}$$

b)
$$B = \mu_0 H = \left(4\pi \times 10^{-7}\ \frac{\text{T}\cdot\text{m}}{\text{A}}\right)\left(10\ \frac{\text{A}}{\text{m}}\right) = 1.257 \times 10^{-5}\ \text{T}$$

27.19. Un solenoide de 20 cm de longitud tiene 300 vueltas de alambre y porta una corriente de 1.5 A. a) ¿Cuál es la intensidad magnética H dentro del solenoide? *b)* ¿Cuál deberá ser la permeabilidad del núcleo para este valor de H de manera que el campo magnético dentro de él sea de 0.6 T? ¿Cuántas veces es esto mayor que μ.

a)
$$H = \frac{B}{\mu} = \frac{N}{L} I = \left(\frac{300}{0.2\ \text{m}}\right)(1.5\ \text{A}) = 2250\ \text{A/m}$$

b)
$$\frac{B}{H} = \frac{0.6\ \text{T}}{2250\ \text{A/m}} = 2.67 \times 10^{-4}\ \text{T}\cdot\text{m/A}$$

$$\frac{\mu}{\mu_0} = \frac{2.67 \times 10^{-4}\ \text{T}\cdot\text{m/A}}{4\pi \times 10^{-7}\ \text{T}\cdot\text{m/A}} = 212$$

Problemas complementarios

27.20. Un observador es capaz de medir los campos eléctrico, magnético y gravitacional. ¿Cuál de estos campos detecta cuando a) cerca de él pasa moviéndose un protón y b) cuando él pasa moviéndose cerca de un protón?

27.21. Un haz de electrones, que en un principio se mueve despacio, se acelera a velocidades cada vez más altas. ¿Qué sucede con el diámetro del haz cuando ocurre esto?

27.22. A lo largo de una línea de potencia fluye una corriente eléctrica. ¿Cuál es la dirección del campo magnético por encima de la línea de potencia? ¿Por debajo de ésta?

27.23. Una partícula cargada se desplaza perpendicularmente a B a través del campo magnético. ¿Resulta afectada la energía de la partícula? ¿Se afecta su momento lineal?

27.24. En un diagrama de líneas magnéticas de fuerza, ¿qué significado tiene el hecho de que en determinada región las líneas de fuerza estén más cerca que en otras partes?

27.25. Una carga negativa se desplaza hacia el oeste cuando penetra en un campo magnético dirigido verticalmente hacia abajo. ¿En qué dirección apunta la fuerza sobre la carga?

27.26. Un alambre que porta una corriente se coloca en un campo magnético B. a) ¿Bajo qué circunstancias, de existir, la fuerza en el alambre es cero? *b)* ¿Bajo qué circunstancias la fuerza en el alambre es máxima?

27.27. ¿Bajo qué circunstancias, de existir, una espira de alambre que porta corriente no tiende a rotar en un campo magnético?

27.28. El campo magnético a una distancia de 5 cm de alambre recto es de 10^{-4} T. Encuentre la corriente en el alambre.

27.29. ¿A qué distancia de una brújula deberá colocarse un alambre con una corriente de 1 A si su campo magnético en la brújula no debe ser mayor del 1 por ciento del campo magnético de la Tierra, que es de 3×10^{-5} T, aproximadamente?

27.30. Dos alambres paralelos separados por una distancia de 20 cm transportan una corriente de 5 A en la misma dirección. Determine el campo magnético entre los alambres a 5 cm de uno de ellos y a 15 cm del otro.

27.31. ¿Cuál debe ser la corriente en una espira de alambre de 1 cm de radio si el campo magnético en su centro debe ser de 0.01 T?

27.32. ¿Cuál es el campo magnético en el interior de un solenoide con 20 vueltas por centímetro cuando la corriente que circula por él es de 5 A?

27.33. Un electrón viaja a 3×10^{7} m/s en un cinescopio. ¿Es el campo gravitacional de la Tierra el que ejerce mayor fuerza sobre el electrón o es su campo magnético? Suponga que v es perpendicular a **B.**

27.34. a) Un alambre de 1 m de longitud es perpendicular a un campo magnético de 0.01 T. ¿Cuál es la fuerza sobre el alambre cuando porta una corriente de 10 A? *b)* ¿Cuál es la fuerza sobre el alambre cuando es paralelo al campo magnético?

27.35. Un alambre horizontal de 10 cm de longitud, cuya masa es de 1 g, se sostiene magnéticamente contra la fuerza de la gravedad. La corriente en el alambre es de 10 A y circula de norte a sur. a) ¿Cuál debe ser la dirección del campo magnético para que suceda esto? *b)* ¿Cuál debe ser su magnitud?

27.36. Se conecta la marcha de un automóvil a una batería y a un par de cables separados por una distancia de 8 mm, siendo la distancia entre la marcha y la batería de 50 cm. Encuentre la fuerza entre los cables cuando circula una corriente de 100 A.

27.37. A través de un solenoide con núcleo de hierro colado se hace circular una corriente alterna que varía con el tiempo según la fórmula $I = I_{máx} \operatorname{sen} \omega t$. *a)* ¿Varía también sinusoidalmente con el tiempo la intensidad magnética en el núcleo? *b)* ¿Varía de la misma forma el campo magnético?

27.38. La intensidad magnética *H* en el interior de un solenoide con el núcleo de aire, 25 cm de longitud y 300 vueltas de alambre es de 600 A/m. a) ¿Cuál es la corriente en el solenoide? b) ¿Cuál es el campo magnético *B* en el interior del solenoide?

27.39. Un solenoide con núcleo de aire y 20 vueltas/cm tiene una corriente de 0.1 A. a) Encuentre *H* y *B* dentro del solenoide. *b)* Se inserta en el solenoide un núcleo de hierro cuya permeabilidad es de 6×10^{-3} T. m/A. Encuentre *H* y B para este caso.

27.40. Una muestra de acero común tiene una permeabilidad de 0.01 T. m/A cuando la intensidad magnética es de 75 A/m. a) calcule el campo magnético en la muestra para ese valor de *H. b)* Determine el campo en el aire para ese valor de *H.*

Respuestas a los problemas complementarios

27.20. En ambos casos se detectan los tres campos.

27.21. En un principio, la repulsión eléctrica mutua de los electrones hace que el diámetro del haz aumente, pero conforme viajan más rápido la atracción magnética se hace más significativa y el diámetro del haz disminuye.

27.22. Al oeste; al este.

27.23. La energía de la partícula no cambia puesto que la fuerza magnética sobre ella es perpendicular a la dirección de su movimiento y de ahí que el campo no realice trabajo sobre ella. Sin embargo, la dirección de la partícula cambia y, en consecuencia, su momento lineal, que es una cantidad vectorial, cambia también.

27.24. Entre más próximas estén unas de otras, las líneas de fuerza en una región particular, mayor será el campo ahí.

27.25. Hacia el norte.

27.26. a) Cuando el alambre se coloca paralelamente a B b) Cuando se coloca perpendicularmente a B

27.27. Una espira así no tiende a rotar cuando su plano es perpendicular a la dirección del campo magnético.

27.28. 25 A

27.29. 67 cm

27.30. Puesto que los campos están en direcciones opuestas, $B = 2 \times 10^{-5}$ T - 0.6×10^{-5} T = 1.33×10^{-5} T.

27.31. 159 A

27.32. 1.26×10^{-2} T

27.33. La fuerza magnética evB es más de 10^{13} veces mayor que la fuerza gravitacional mg.

27.34. a) 0.1 N b) 0

27.35. a) La dirección del campo debe apuntar hacia el oeste de manera que el alambre experimente una fuerza hacia arriba b) 9.8×10^{-3} T

27.36. 0.125N; la fuerza es repulsiva

27.37. a) Sí b) No

27.38. a) 0.5 A b) 7.54×10^{-4} T

27.39. a) 200 A/m, 2.51×10^{-4} T b) 200 A/m, 1.2 T

27.40. a) 0.75 T b) 9.4×10^{-5} T

Inducción electromagnética

28

INDUCCIÓN ELECTROMAGNÉTICA

Siempre que un conductor se mueve dentro de un campo magnético cortando las líneas magnéticas de fuerza, se produce en éste una corriente. A este fenómeno se le conoce como *inducción electromagnética.* Si el movimiento es paralelo a las líneas de fuerza, no hay efecto. La inducción magnética se origina de la fuerza que un campo magnético ejerce sobre una carga en movimiento: cuando un alambre se mueve a través de un campo magnético, los electrones que contiene experimentan fuerzas laterales que los empujan a lo largo del alambre y producen una corriente. Para inducir una corriente no siempre es necesario que haya movimiento relativo entre el alambre y la fuente del campo magnético, ya que un campo magnético variable tiene líneas de fuerza variables asociadas con éste y se inducirá una corriente en un conductor que esté en la trayectoria de estas líneas de fuerza variables.

Cuando un conductor recto de longitud ***l*** se desplaza a través de un campo magnético B con una velocidad v, la fem inducida en el conductor se expresa por medio de :

$$\text{Fem inducida} = V_e = Blv$$

cuando B, v y el conductor son mutuamente perpendiculares.

LEY DE FARADAY

La figura 28-1, muestra una bobina (denominada *solenoide)* de *N* vueltas que encierra un *área A.* el eje de la bobina es paralelo al campo magnético B. De acuerdo con la *ley de Faraday de inducción electromagnética,* la fem inducida en la bobina cuando el producto *BA* sufre un cambio $\Delta(BA)$ en un tiempo Δt, se expresa por medio de:

$$\text{Fem inducida} = V_e = -N\,\frac{\Delta(BA)}{\Delta t}$$

A la cantidad *BA* se le llama *flujo magnético* encerrado por la bobina y se denota por medio del símbolo Φ (letra griega mayúscula *fi):*

$$\Phi = BA$$

Flujo magnético = (campo magnético) (área de sección transversal)

La unidad de flujo magnético es el *weber* (Wb), donde 1 Wb = 1 T.m^2. Así, la ley de Faraday puede expresarse de esta forma:

$$V_e = -N\,\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

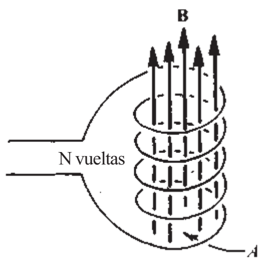


FIGURA 28-1

LEY DE LENZ

El signo negativo en la ley de Faraday es una consecuencia de la *ley de Lenz:* una corriente inducida siempre tiene una dirección tal que su propio campo magnético actúa de manera que se opone al efecto que la originó. Por ejemplo, si la magnitud de B está disminuyendo en la situación de la figura 28-1, la corriente inducida en la bobina tendrá una dirección contraria al sentido de las manecillas del reloj, con el fin de que su propio campo magnético se sume a B y así reduzca la tasa a la cual disminuye B. De la misma forma, si B está aumentando, la corriente inducida en la bobina tendrá la dirección de las manecillas del reloj, de manera que su propio campo magnético se reste a B y así reduzca la tasa a la cual aumenta **B.**

El TRANSFORMADOR

Un *transformador* consta de dos bobinas de alambre, por lo común enrolladas en un núcleo de hierro. Cuando se deja pasar una corriente alterna a través de uno de los enrollamientos, el campo magnético que origina, induce una corriente alterna en el otro enrollamiento. La diferencia de potencial de cada vuelta es la misma en los enrollamientos primario y secundario, por lo que la razón entre el número de vueltas determina la razón entre los voltajes entre ellos:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

$$\frac{\text{Voltaje primario}}{\text{Voltaje secundario}} = \frac{\text{número de vueltas del primario}}{\text{número de vueltas del secundario}}$$

Puesto que la potencia $I_1 V_1$ que entra en un transformador debe ser igual a la potencia $I_2 V_2$ que sale, donde I_1 e I_2 son las corrientes primaria y secundaria respectivamente, la razón entre las corrientes es inversamente proporcional a la razón entre el número de vueltas:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1}$$

$$\frac{\text{Corriente primaria}}{\text{Corriente secundaria}} = \frac{\text{número de vuellas del secundario}}{\text{número de vueltas del primario}}$$

AUTOINDUCTANCIA

Cuando cambia la corriente en un circuito, el campo magnético encerrado por el circuito también cambia y el cambio resultante en el flujo origina una *fem autoinducida* de:

$$\text{Fem autoinducida} = V_e = -L\frac{\Delta i}{\Delta t}$$

Aquí, $\Delta i/\Delta t$ es la tasa de cambio de la corriente y L es una propiedad del circuito conocida como autoinductancia, o más comúnmente, *inductancia.* El signo negativo indica que la dirección de Ve es tal, que se opone al cambio en la corriente,Δt que la originó.

La unidad de inductancia es el *henry* (H). Un circuito o elemento de circuito (como un solenoide) que posee una inductancia de 1 H, tendrá una fem autoinducida 1 V cuando la corriente a través de él cambia a razón de 1 A/s. Puesto que henry es una unidad más bien grande, se usa con frecuencia *milihenry* y el *microhenry.* donde:

$$1 \text{ milihenry} = 1 \text{ mH} = 10^{-3} \text{ H}$$

$$1 \text{ microhenry} = 1 \text{ }\mu\text{H} = 10^{-6} \text{ H}$$

La inductancia de un solenoide es:

$$L = \frac{\mu N^2 A}{l}$$

donde μ es la permeabilidad el material del núcleo, *N* es el número de vueltas, *A* es el área de sección transversal y / la longitud del solenoide.

INDUCTORES EN COMBINACIÓN

Cuando dos o más inductores se encuentran lo suficientemente lejos unos de otros de forma que no interactúan electromagnéticamente, su inductancia equivalente al ser conectados en serie y en paralelo se obtiene como sigue:

$$L = L_1 + L_2 + L_3 + \cdots \qquad \text{inductores en serie}$$

$$\frac{1}{L} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} + \cdots \qquad \text{Inductores en paralelo}$$

Al conectar las bobinas en paralelo, se reduce la inductancia total a una inductancia menor de la que posee cualquiera de las **bobinas** individuales. Pocas veces se hacen estos arreglos debido a que las bobinas son relativamente grandes y caras en comparación con otros componentes electrónicos; normalmente, se utilizarla una bobina con la inductancia pequeña que se necesita.

Puesto que el campo magnético de una bobina portadora de corriente se extiende mas allá del inductor, la inductancia total de dos o más bobinas conectadas cambiará si están cerca unas de las otras. Dependiendo de la forma en que las bobinas están dispuestas, la inductancia total puede ser mayor o menor que en el caso de que las bobinas estuvieran más separadas. A este efecto se le da el nombre de *inductancia mutua* y no se considera en la fórmula anterior.

ENERGÍA DE UN INDUCTOR PORTADOR DE CORRIENTE

Ya que una fem autoinducida se opone a cualquier cambio en la corriente en un inductor, debe realizarse trabajo contra esta fem para establecer una corriente en el inductor. Este trabajo se almacena en forma de energía potencial magnética. Si L es la inductancia de un inductor, su energía potencial cuando transporta una corriente I es:

$$W = \tfrac{1}{2}LI^2$$

Esta es la energía que produce la fem autoinducida que se opone a cualquier aumento en la corriente a través del inductor.

CONSTANTE DE TIEMPO

Puesto que la fem autoinducida en un circuito como el de la figura 28-2, siempre se opone a cualquier cambio en la corriente en el circuito, la corriente no se eleva instantáneamente hasta su valor final de $I = V/R$ al momento de cerrarse el interruptor. Cuando se cierra el interruptor de la figura 28-2, la corriente empieza a crecer; como resultado, se produce una fem autoinducida $-L(\Delta I/\Delta t)$ que se opone al voltaje V de la batería. Por lo tanto, el voltaje neto en el circuito es $V - L(\Delta I/\Delta t)$, que debe ser igual a IR, a partir de la ley de Ohm:

$$V - L\frac{\Delta I}{\Delta t} = IR$$

Voltaje aplicado - fem inducida = voltaje neto

La tasa de aumento de la corriente en el momento en que la corriente es I es, consiguientemente,

$$\frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{V - IR}{L}$$

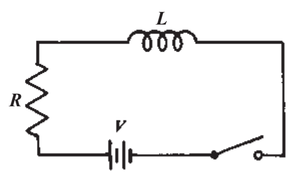


FIGURA 28-2

Entre mayor sea la inductancia L, la corriente aumentará en forma cada vez más gradual. Cuando se cierra por primera vez el interruptor, $I = 0$ y

$$\frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{V}{L}$$

Con el tiempo, la corriente deja de aumentar y $\Delta I/\Delta t = 0$ De ahí en adelante,

$$I = \frac{V}{R}$$

La corriente final depende únicamente de V y *R;* el efecto de *L* consiste en retardar el establecimiento de la corriente final.

Como se observa en la figura 28-3, la corriente en el circuito de la figura 28-2, aumenta gradualmente de tal forma que después de un tiempo t igual a *L/R* alcanza el 63 por ciento de su valor final. A la cantidad *L/R* se le da el nombre de *constante de tiempo T* del circuito; entre mayor sea la constante de tiempo, más rápidamente cambia la corriente.

La fórmula que rige el aumento de una corriente en el circuito de la figura 28-2, es:

$$I = I_0(1 - e^{-t/T})$$

En esta fórmula, cuya gráfica aparece en la figura 28-3, I_0 es la corriente *V/R* en estado estacionario, *T* es la constante de tiempo *L/R* e / es la corriente al tiempo t después de que se cierra el interruptor. (Los exponenciales del tipo $e^{-t/T}$ se estudiaron en el capítulo 26.)

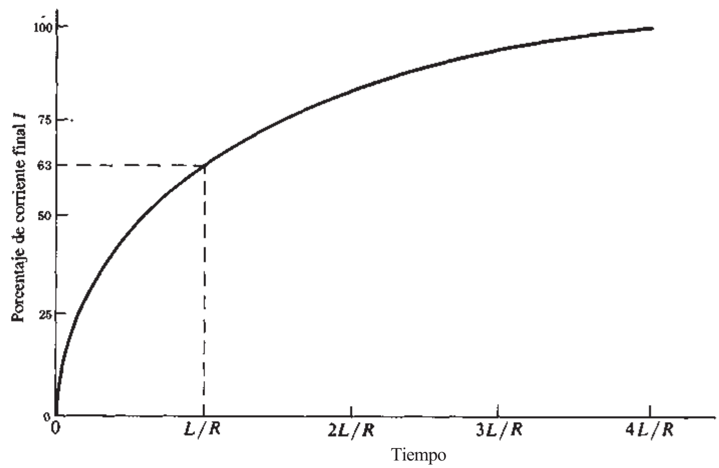


FIGURA 28-3

Si la batería está en corto circuito, la corriente disminuye de tal forma que después de t = *L/R* ha disminuido hasta el 37 por ciento de su valor original (Figura 28-4). En este caso,

$$I = I_0 e^{-t/T}$$

Durante el establecimiento de la corriente de la figura 28-3, la inductancia *L* del circuito absorbe energía magnética igual a $1/2LI^2$. Cuando la batería está en corto circuito de manera que no se suministra voltaje al circuito, la energía almacenada es la que produce la corriente subsecuente que disminuye, como ilustra la figura 28-4.

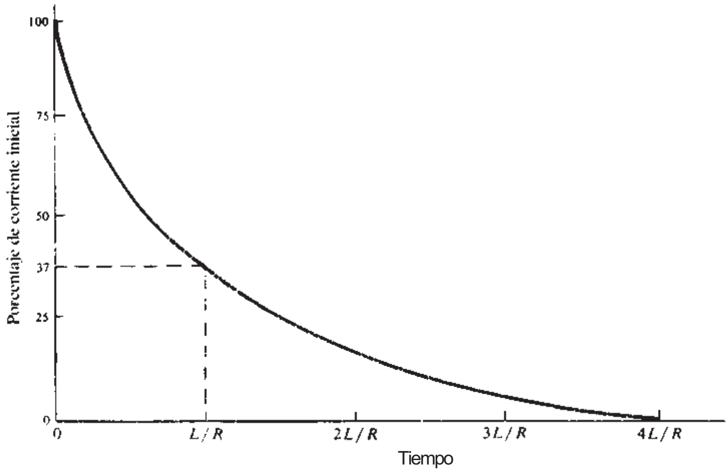


FIGURA 28-4

Problemas resueltos

28.1. La componente vertical del campo magnético de la Tierra en cierta región es de 3 x 10^{-5}T. ¿Cuál es la diferencia de potencial entre las ruedas traseras de un automóvil, las cuales están separadas una distancia de 1.53 m, si la velocidad del automóvil es de 64.4 km/h?

Puede considerarse el eje trasero del automóvil como una varilla de 1.53 m de longitud que se desplaza perpendicularmente a la componente vertical del campo magnético. Primero, se convierten 64.4 km/h a m/s

$$v = (64.4\ \text{km/h})\left(0.278\ \frac{\text{m/s}}{\text{km/h}}\right) = 17.9\ \text{m/s}$$

La diferencia de potencial entre las ruedas es:

$$V_e = Blv = (3 \times 10^{-5}\ \text{T})(1.53\ \text{m})(17.9\ \text{m/s}) = 8.22 \times 10^{-4}\ \text{V}$$

28.2. Una espira cuadrada de alambre de 8 cm de lado, se encuentra perpendicular a un campo magnético de 5 x 10^{-3} T. a) ¿Cuál es el flujo magnético a través de la espira? *b)* Si el campo disminuye hasta 0 en 0.1 s, ¿cuál es la fem promedio que se induce en la espira en ese tiempo?

a) El área de la espira es:

$$A = \frac{(8\ \text{cm})(8\ \text{cm})}{(100\ \text{cm/m})^2} = 0.0064\ \text{m}^2 = 6.4 \times 10^{-3}\ \text{m}^2$$

El flujo a través de la espira es

$$\Phi = BA = (5 \times 10^{-3}\ \text{T})(6.4 \times 10^{-3}\ \text{m}^2) = 3.2 \times 10^{-5}\ \text{Wb}$$

b) Ya que $N = 1$ para una vuelta, de la ley de Faraday (ignorando el signo negativo) se obtiene:

$$V_e = N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = (1)\left(\frac{3.2 \times 10^{-5}\ \text{Wb}}{0.1\ \text{s}}\right) = 3.2 \times 10^{-4}\ \text{V}$$

28.3. Una bobina de 100 vueltas cuya resistencia es de 6 Ω encierra un área de 80 cm^2. ¿Qué tan rápido deberá cambiar un campo magnético paralelo a su eje para inducir en la bobina una corriente de 1 m A?

La fem que aquí se necesita es:

$$V_e = IR = (10^{-3}\ A)(6\ \Omega) = 6 \times 10^{-3}\ \text{V}$$

y el área de la bobina es:

$$A = \frac{80\ \text{cm}^2}{(100\ \text{cm/m})^2} = 8 \times 10^{-3}\ \text{m}^2$$

Puesto que A es constante en este caso,

$$V_e = N\frac{\Delta(BA)}{\Delta t} = NA\frac{\Delta B}{\Delta t}$$

y

$$\frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{V_e}{NA} = \frac{6 \times 10^{-3}\ \text{V}}{(100)(8 \times 10^{-3}\ \text{m}^2)} = 0.0075\ \text{T/s}$$

28.4. Se usa con frecuencia la corriente alterna principalmente porque su voltaje puede cambiarse con gran facilidad mediante un transformador. Puesto que $P = IV$, entre mayor sea el voltaje, menor será la corriente y viceversa. Al transmitir energía eléctrica a través de grandes distancias, se prefiere utilizar una corriente pequeña con el fin de que sea mínima la pérdida de energía que se transforma en calor. Esta pérdida que es igual a I^2R donde R es la resistencia de la linea de transmisión. No obstante, tanto la generación como el uso final de la energía eléctrica se llevan a cabo mejor con diferencias de potencial moderadas. Por consiguiente, la electricidad se genera por lo común a 10,000 V aproximadamente, luego en la estación de potencia se eleva a 500,000 V o más por medio de transformadores, para su transmisión y, cerca del punto de consumo, otros transformadores reducen la diferencia de potencial a 240 o 120 V. Con el fin de verificar la ventaja de la transmisión de alto voltaje, encuentre la tasa de perdida de energía que se convierte en calor cuando se usa un cable de 5Ω. para transmitir 1 kW de electricidad a 100 V y a 100,000 V.

Ya que $P = IV$, las corrientes en el cable son, respectivamente,

$$I_A = \frac{P}{V_A} = \frac{1000\ \text{W}}{100\ \text{V}} = 10\ \text{A} \qquad I_B = \frac{P}{V_B} = \frac{1000\ \text{W}}{100{,}000\ \text{V}} = 0.01\ \text{A}$$

Las tasas de producción de calor por kilowatt son, respectivamente,

$$I_A^2 R = (10\ \text{A})^2(5\ \Omega) = 500\ \text{W}$$
$$I_B^2 R = (0.01\ \text{A})^2(5\ \Omega) = 0.0005\ \text{W} = 5 \times 10^{-4}\ \text{W}$$

Por lo tanto, la transmisión a 100 V significa 10^6 —un millón— veces más energía perdida en forma de calor que en la transmisión a 100,000 V.

28.5. Un transformador tiene 100 vueltas en su enrollamiento primario y 500 vueltas en el secundario. Si el voltaje y la corriente primarios son de 120 V y 3 A, respectivamente, ¿cuáles son el voltaje y la corriente secundarios?

$$V_2 = \frac{N_2}{N_1} V_1 = \left(\frac{500\ \text{vueltas}}{100\ \text{vueltas}}\right)(120\ \text{V}) = 600\ \text{V}$$

$$I_2 = \frac{N_1}{N_2} I_1 = \left(\frac{100\ \text{vueltas}}{500\ \text{vueltas}}\right)(3\ \text{A}) = 0.6\ \text{A}$$

28.6. Un transformador que puede alcanzar una potencia máxima de 10 kW se usa para conectar una línea de transmisión de 5000 V a un circuito de 240 V. a) ¿Cuál es la razón entre las. vueltas del enrollamiento del transformador? ǒ) ¿Cuál es la corriente máxima en el circuito de 240 V?

a)
$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{5000\ \text{V}}{240\ \text{V}} = 20.8$$

b) Puesto que $P = IV$, en este caso

$$I_2 = \frac{P}{V_2} = \frac{10{,}000\ \text{W}}{240\ \text{V}} = 41.7\ \text{A}$$

28.7. Un transformador que está conectado a una línea de potencia de corriente alterna (ca) de 120 V, tiene 200 vueltas en su enrollamiento primario y 50 vueltas en el secundario. Este se encuentra conectado a un foco de 100 Ω. ¿Qué corriente circula por el enrollamiento primario?

El voltaje en el enrollamiento secundario es:

$$V_2 = \frac{N_2}{N_1} V_1 = \left(\frac{50\ \text{vueltas}}{200\ \text{vueltas}}\right)(120\ \text{V}) = 30\ \text{V}$$

y así, la corriente en el circuito secundario es:

$$I_2 = \frac{V_2}{R} = \frac{30\ \text{V}}{100\ \Omega} = 0.3\ \text{A}$$

Por lo tanto, la corriente en el circuito primario es:

$$I_1 = \frac{N_2}{N_1} I_2 = \left(\frac{50 \text{ vueltas}}{200 \text{ vueltas}}\right)(0.3 \text{ A}) = 0.075 \text{ A}$$

28.8. Calcule la inductancia en el aire de un solenoide de 500 vueltas y 10 cm de longitud cuya área de sección transversal es de 20 cm^2.

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{l} = \frac{(1.26 \times 10^{-6} \text{ H/m})(500)^2(2 \times 10^{-3} \text{ m}^2)}{10^{-1} \text{ m}} = 6.3 \times 10^{-3} \text{ H} = 6.3 \text{ mH}$$

28.9. Un solenoide de 20 cm de longitud y 2 cm de diámetro tiene una inductancia de 0.178 mH. ¿Cuántas vueltas de alambre tiene?

El radio del solenoide es r = 1 cm = 0.01 m, por lo que su área de sección transversal es:

$$A = \pi r^2 = (\pi)(0.01 \text{ m})^2 = 3.14 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

Puesto que $L = M_0 N^2 All$ en el aire,

$$N = \sqrt{\frac{Ll}{\mu_0 A}} = \sqrt{\frac{(0.178 \times 10^{-3} \text{ H})(0.2 \text{ m})}{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T}\cdot\text{m/A})(3.14 \times 10^{-4} \text{ m}^2)}} = 300 \text{ vueltas}$$

28.10. Un inductor consta de un anillo de hierro de 5 cm de diámetro y 1 cm^2 de área de sección transversal, alrededor del cual hay un enrollamiento de alambre de 1000 vueltas. Si la permeabilidad del hierro es constante y es igual a 400 veces la del vacío para las intensidades magnéticas con las cuales se usará el inductor, determine su inductancia.

Un inductor de esta clase es, en esencia, un solenoide doblado en círculo. La longitud del solenoide equivalente es, por lo tanto,

$$l = \pi d = (\pi)(0.05 \text{ m}) = 0.157 \text{ m}$$

y su área de sección transversal es A = 1 $cm^2/(100 \text{ cm/m})^2 = 10^{-4}$ m^2. La permeabilidad del núcleo es $\mu = 400\ \mu_0$. Por consiguiente, la inductancia de este inductor es:

$$L = \frac{\mu N^2 A}{l} = \frac{(400)(4\pi \times 10^{-7} \text{ T}\cdot\text{m/A})(10^3)^2(10^{-4} \text{ m}^2)}{0.157 \text{ m}} = 0.32 \text{ H}$$

28.11. Encuentre las ¡nductancias equivalentes de dos inductores de 5 y 8 mH cada uno de ellos cuando se conectan a) en serie *b)* en paralelo.

a) $$L = L_1 + L_2 + L_3 = 5 \text{ mH} + 8 \text{ mH} = 13 \text{ mH}$$

b) $$\frac{1}{L} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} = \frac{1}{5 \text{ mH}} + \frac{1}{8 \text{ mH}} \qquad L = 3.08 \text{ mH}$$

28.12. La corriente en un circuito cae de 5 a 1 A en 0.1 s. Si se induce una fem promedio de 2 V en el circuito mientras sucede esto, calcule la inductancia del circuito.

Puesto que $V_e = -L\Delta I/\Delta t$, se tiene (despreciando el signo negativo):

$$L = \frac{V_e\,\Delta t}{\Delta I} = \frac{(2\text{ V})(0.1\text{ s})}{5\text{ A} - 1\text{ A}} = 0.05\text{ H}$$

28.13. a) ¿Cuál es la energía potencial magnética que se almacena en una bobina de 20 mH cuando transporta una corriente de 0.2 A? *b)* ¿Cuál debe ser la corriente en la bobina de manera que contenga 1 J de energía?

a) $$W = \tfrac{1}{2}LI^2 = (\tfrac{1}{2})(20\times 10^{-3}\text{ H})(0.2\text{ A})^2 = 4\times 10^{-4}\text{ J}$$

b) $$I = \sqrt{\frac{2W}{L}} = \sqrt{\frac{(2)(1\text{ J})}{20\times 10^{-3}\text{ H}}} = 10\text{ A}$$

28.14. Un inductor de 0.1 H cuya resistencia es de 20 Ω se conecta a una batería de 12 V con una resistencia interna despreciable, a) ¿Cuál es la tasa inicial de incremento de la corriente? b) ¿Qué sucede con la tasa de incremento de corriente? c) ¿Cuál es la corriente final?

a) En el momento en que se hace la conexión,

$$\frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{V_{fem}}{L} = \frac{12\text{ V}}{0.1\text{ H}} = 120\text{ A/s}$$

La tasa inicial de incremento de la corriente es de 120 A/s.

b) Puesto que $\Delta I/\Delta t = (V - IR)/L$, conforme aumenta la corriente, su tasa de cambio $\Delta I/\Delta t$ disminuye.

c) Cuando la corriente ha alcanzado **su valor final,** $\Delta I/\Delta t = 0$ ***y***

$$I = \frac{V}{R} = \frac{12\text{ V}}{20\ \Omega} = 0.6\text{ A}$$

28.15. ¿Qué tiempo se necesita para que la corriente en el inductor del problema 28.14 alcance el 63 por ciento de su valor final?

La constante de tiempo del circuito es:

$$T = \frac{L}{R} = \frac{0.1\text{ H}}{20\ \Omega} = 0.005\text{ s}$$

La corriente alcanzará el 63 por ciento de su valor final en este tiempo.

28.16. Un inductor de 0.2 H con una resistencia de 3 Ω se conecta a una batería de 6 V cuya resistencia interna es de 1 Ω. a) Calcule la corriente final en el circuito. b) Encuentre la corriente en el circuito 0.01 s, 0.05 s y 0.1 s después de hacer la conexión.

a) La resistencia total en el circuito es la suma de la resistencia de 3 Ω del inductor y la resistencia interna de 1 Ω, de la batería, de manera que:

$$R = 3\ \Omega + 1\ \Omega = 4\ \Omega$$

La corriente final en el circuito es:

$$I_0 = \frac{V}{R} = \frac{6\ \text{V}}{4\ \Omega} = 1.5\ \text{A}$$

b) La constante de tiempo del circuito es:

$$T = \frac{L}{R} = \frac{0.2\ \text{H}}{4\ \Omega} = 0.05\ \text{s}$$

Al tiempo t, posterior a la conexión, la corriente se obtiene de la expresión:

$$I = I_0(1 - e^{-t/T})$$

Cuando t = 0.01 s, t/T = (0.01 s)/(0.05 s) = 0.2. Con la ayuda de una calculadora o de una tabla de expresiones exponenciales, se encuentra que.

$$e^{-t/T} = e^{-0.2} = 0.82$$

y así

$$I = I_0(1 - e^{-t/T}) = (1.5\ \text{A})(1 - 0.82) = (1.5\ \text{A})(0.18) = 0.27\ \text{A}$$

Cuando t= 0.05, t = *T* y

$$I = 0.63 I_0 = (0.63)(1.5\ \text{A}) = 0.95\ \text{A}$$

Cuando t = 0.1 s, *t/T* = (0.1 s)/(0.05 s) = 2 y

$$e^{-t/T} = e^{-2} = 0.14$$

y así

$$I = (I_0)(1 - e^{-t/T}) = (1.5\ \text{A})(1 - 0.14) = (1.5\ \text{A})(0.86) = 1.29\ \text{A}$$

28.17. Determine la corriente en el inductor del problema anterior 0.01 s y 0.1 s después de que se pone en corto circuito, luego de haberlo conectado a la batería por un largo periodo de tiempo.

La resistencia del circuito es sólo de 3 Ω ahora, que es la resistencia del inductor. Por lo tanto, la constante de tiempo es:

$$T = \frac{L}{R} = \frac{0.2\ \text{H}}{3\ \Omega} = 0.067\ \text{s}$$

Cuando t = 0.01 s, t/T =(0.01 s)/(0.067 s) = 0.15 y

$$e^{-t/T} = e^{-0.15} = 0.86$$

Por consiguiente, la corriente en el inductor es:

$$I = I_0 e^{-t/T} = (1.5\ \text{A})(0.86) = 1.29\ \text{A}$$

Cuando t = 0.1 s, t/T = (0.1 s)/(0.067 s) = 1.5 y

$$e^{-t/T} = e^{-1.5} = 0.22$$

De ahí que la corriente en el inductor a este tiempo sea:

$$I = I_0 e^{-t/T} = (1.5 \text{ A})(0.22) = 0.33 \text{ A}$$

Problemas complementarios

28.18. ¿Qué sucedería si en el enrollamiento primario de un transformador se conectara a una batería?

28.19. ¿Qué es lo que al actuar sobre el enrollamiento secundario de un transformador produce una diferencia de potencial alterna entre sus bordes, a pesar de que no existe conexión entre los enrollamientos primario y secundario?

28.20. Compruebe que *L/R* tiene dimensiones de tiempo.

28.21. ¿Con qué velocidad debe moverse un alambre de 20 cm de longitud a través de un campo magnético de 0.05 T para que aparezca una fem de 1 V entre sus extremos?

28.22. El flujo magnético a través de una bobina de 50 vueltas aumenta a una tasa de 0.05 Wb/s. a) ¿Cuál es la fem inducida entre los extremos de la bobina? *b)* Si la resistencia de la bobina es de 2 Ω y se conecta a un circuito externo cuya resistencia es de 10 Ω, ¿cuánta corriente fluirá?

28.23. Una bobina de 30 vueltas y 8 cm de diámetro está en un campo magnético de 0.1 T paralelo a su eje. a) ¿Cuál es el flujo magnético a través de la bobina? ó) ¿En cuánto tiempo disminuirá a cero el campo para inducir en la bobina una fem promedio de 0.7 V?

28.24. Un transformador tiene 50 vueltas en su enrollamiento primario y 100 vueltas en el secundario. a) Si a través del enrollamiento primario circula una corriente de 60 Hz y 3 A, ¿cuál es la naturaleza y magnitud de la corriente en enrollamiento secundario? b) Si a través del enrollamiento primario circula una corriente directa de 3 A, ¿cuál es la naturaleza y la magnitud de la corriente en el enrollamiento secundario?

28.25. Por el enrollamiento primario del transformador de un soldador eléctrico circula una corriente de 3 A cuando está conectado a una línea de potencia de 240 V de ca. ¿Cuál es la diferencia de potencial en el enrollamiento secundario del transformador si por éste circula una corriente de 400 A?

28.26. Una licuadora eléctrica de 240 V y 400 W se conecta a una línea de potencia de 120 V por medio de un transformador. a) ¿Cuál es la razón entre el número de vueltas del transformador? *b)* ¿Cuál es la corriente en el enrollamiento primario del transformador?

28.27. Un solenoide de 2 cm de longitud y 6 mm de diámetro tiene 500 vueltas de alambre delgado. ¿Cuál es su inductancia?

28.28. Se piensa fabricar un inductor de 1 mH enrollando alambre en un tubo de 2 cm de diámetro y 10 cm de longitud. ¿Cuántas vueltas se necesitan?

28.29. Encuentre las inductancias equivalentes de tres inductores de 2 mH conectados en serie y en paralelo.

28.30. Encuentre la fem inducida en una bobina de 0.1 H cuando la corriente que circula en ella cambia a una tasa de 80 A/s.

28.31. ¿Qué tasa de cambio de la corriente se necesita para inducir una fem de 8 V en una bobina de 0.1 H?

28.32. Se induce una fem promedio de 32 V en un circuito en el que la corriente disminuye de 10 a 2 A en 0.1 s. ¿Cuál es la inductancia del circuito?

28.33. Una bobina de 5 mH porta una corriente de 2 A. ¿Cuánta energía se almacena en ella?

28.34. ¿Cuánta corriente debe fluir a través de una bobina de 40 mH con el fin de que contenga 0.1 J de energía potencial magnética?

28.35. Se aplica una diferencia de potencial de 100 V a un inductor de 50 mH y 40 Ω. a) ¿Cuál es la tasa inicial con la que aumenta la corriente? *b)* ¿Cuál es la tasa con la que la corriente aumenta cuando $I = 1$ A? c) ¿Cuál es la corriente final?

28.36. Se aplica una diferencia de potencial de 50 V a un inductor de 12 mH y 8 W. a) ¿Cuál es la tasa inicial con la que aumenta la corriente? *b)* ¿Cuál es la corriente cuando la tasa de cambio de la corriente es de 2000 A/s? c) ¿Cuál es la corriente final?

28.37. ¿Cuál es la constante de tiempo de un inductor de 50 mH y 3 Ω?

28.38. Se conecta un inductor de 60 mH y 5 Ω a una batería de 12 V cuya resistencia interna es de 1 Ω. a) Encuentre la constante de tiempo del circuito. *b)* Calcule la corriente final en el circuito. c) Determine la corriente 0.005, 0.01 y 0.05 s después de hacer la conexión.

28.39. Determine la corriente en el inductor del problema anterior para los instantes de tiempo. 0.005, 0.01 y 0.05 s después de que se pone en corto circuito, luego de haberse conectado a la batería durante un largo intervalo de tiempo.

28.40. Se conecta en serie un inductor de 0.1 H y 4 Ω. con otro inductor de 0.2 H y 6 Ω y la combinación se coloca a través de una batería de 24 V cuya resistencia interna es de 2 Ω. a) Calcule la constante de tiempo del circuito. *b)* Encuentre la corriente final en el circuito. c) Determine la corriente 0.01 y 0.1 s después de hacer la conexión.

28.41. Encuentre la corriente en los inductores del problema 28.40 para los instantes de tiempo 0.01 y 0.1 s después de que la batería se pone en corto circuito, luego de haber conectado los inductores a la batería durante un largo intervalo de tiempo.

Respuestas a los problemas complementarios

28.18. Cuando se hace la conexión, habrá una corriente momentánea en el enrollamiento secundario conforme la corriente en el enrollamiento primario aumenta hasta alcanzar su valor final. Después, puesto que la corriente del primario será constante y en consecuencia su campo magnético no cambiará, no habrá corriente en el enrollamiento secundario.

28.19. El campo magnético cambiante producido por una corriente alterna en el enrollamiento primario.

28.20. A partir de las definiciones de $L = Vt/I$ y $R = V/I$, se obtiene que $L/R = (Vt/I)l(V/I) = t$.

28.21. 100 m/s

28.22. *a)* 2.5 V *b)* 0.208 A

28.23. a) 5.03×10^{-4} Wb *b)* 0.0215 s

28.24. a) 60 Hz, 1.5 A *b)* No hay corriente

28.25. 1.8 V

28.26. ***a)*** 2:1 *b)* 3.3 A

28.27. 3.53×10^{-8} H

28.28. 503 vueltas

28.29. 6 mH; 0.67 mH

28.30. 8 V

28.31. 80 A/s

28.32. 0.4 H

28.33. 0.01 J

28.34. 2.24 A

28.35. *a)* 2000 A/s *b)* 1200 A/s c) 2.5 A

28.36. *a)* 4167 A/s *b*) 3.25 A c) 6.25 A

28.37. 0.0167 s

28.38. *a)* 0.01 s *b)* 2 A c) 0.787 A; 1.264 A; 1.987 A

28.39. 1.318 A; 0.869 A; 0.031 A

28.40. *a)* 0.025 s *b)* 2 A c) 0.659 A; 1.963 A

28.41. 1.433 A; 0.071 A

Circuitos de corriente alterna

29

CORRIENTE ALTERNA

La *frecuencia* de una corriente alterna es el número de ciclos completos que realiza cada segundo (Figura 29-1). Como en el caso del movimiento armónico, la unidad de frecuencia es el *hertz* (Hz), donde 1 Hz = 1 ciclo/s.

Una fem alterna de frecuencia *f* cuyo valor máximo es $V_{e,máx}$ varía con el tiempo de acuerdo con la fórmula:

$$V_e = V_{e,máx} \operatorname{sen} 2\pi ft = V_{e,máx} \operatorname{sen} \omega t$$

La cantidad $\omega = 2\pi f$ es la *frecuencia angular* de la fem expresada en radianes por segundo. De igual manera, una corriente alterna (ca) de frecuencia *f* cuyo valor máximo es $I_{máx}$ varía con el tiempo según la fórmula:

$$I = I_{máx} \operatorname{sen} 2\pi ft = I_{máx} \operatorname{sen} \omega t$$

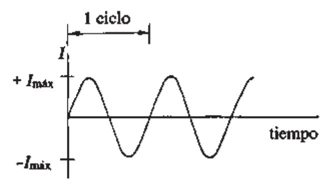


FIGURA 29-1

VALORES EFICACES

Puesto que una corriente alterna cambia de manera continua, su valor máximo ±*/max* no expresa su habilidad para realizar trabajo o para producir calor, como lo hace la magnitud de una corriente directa. En su lugar, se acostumbra referirse a la *comente eficaz*

$$I_{ef} = \frac{I_{máx}}{\sqrt{2}} = 0.707\, I_{máx}$$

Una corriente directa con este valor realiza tanto trabajo o produce tanto calor como una corriente alterna cuyo valor máximo sea ±*/max.* De la misma forma, la fem eficaz en un circuito de ca es:

$$V_{e,ef} = \frac{V_{e,máx}}{\sqrt{2}} = 0.707\, V_{e,máx}$$

Las corrientes y los voltajes en circuitos de ca se expresan, por lo común, en términos de sus valores eficaces. Por ejemplo, la diferencia de potencial a través de una línea de potencial de 120 V de ca en realidad varía entre +170 y -170 V puesto que:

$$\pm V_{máx} = \frac{\pm V_{ef}}{0.707} = \frac{\pm 120\ V}{0.707} = \pm 170\ V$$

REACTANCIA

La *reactancia inductiva* de un inductor es una medida de su eficiencia para resistir el flujo de una corriente alterna, en virtud de la fem opuesta autoinducida que produce en él los cambios de corriente. A diferencia de una resistencia, en un inductor puro no hay disipación de potencia. La reactancia inductiva X_L de un inductor cuya inductancia es L (en henries) cuando la frecuencia de la corriente es f (en hertz) está dada por:

$$\text{Reactancia inductiva} = X_L = 2\pi f L$$

Cuando se aplica una diferencia de potencial V con frecuencia f a través de un inductor cuya reactancia es X_L a la frecuencia f, fluirá una corriente $I = V/X_L$. La unidad de X_L es el ohm.

La *reactancia capacitiva* de un condensador es, de la misma forma, una medida de su eficiencia para resistir el flujo de una corriente alterna en virtud, en este caso, de la diferencia de potencial opuesta a través de él y que se debe a la acumulación de carga en sus placas. No existe pérdida de potencia asociada con un condensador en un circuito de ca. La capacitancia reactiva X_c de un condensador cuya capacitancia es C (en farads) cuando la frecuencia de la corriente es f (en hertz) es:

$$\text{Reactancia capacitiva} = X_C = \frac{1}{2\pi f C}$$

Cuando se aplica una diferencia de potencial de frecuencia f a un condensador cuya reactancia es X_c a la frecuencia f, fluirá una corriente $I = V/X_c$ La unidad de X_c es el ohm.

ÁNGULO DE FASE

Una forma conveniente de representar una cantidad que varía de manera sinusoidal con el tiempo (es decir, como sen *d* varía con *d)* es en términos de un vector que tiene la propiedad de rotar y que se conoce como *fasor.* En el caso de un voltaje de ca, la longitud del fasor $V_{máx}$ corresponde a $V_{máx}$, y se supone que rota f veces por segundo en sentido contrario al que giran las manecillas del reloj (Figura 29-2). La componente vertical del fasor, en cualquier momento, corresponde al voltaje instantáneo V. Puesto que la componente vertical de $V_{máx}$ es:

$$V = V_{máx} \operatorname{sen} \theta = V_{máx} \operatorname{sen} 2\pi f t$$

el resultado es una curva como la de la Figura 29-1.

En un circuito de ca que sólo posee resistencia, el voltaje y la corriente instantáneos están *en fase* entre si; esto es, ambas son cero al mismo tiempo y alcanzan sus valores máximos en ambas direcciones al mismo tiempo, y así sucesivamente, como ilustra la Figura 29-3a).

En un circuito ca que sólo posee inductancia, el voltaje se adelanta a la corriente en 1/4 de ciclo. Puesto que un ciclo completo implica un cambio de 360° en $2\pi ft$, y que 360°/4=90°, se acostumbra a decir que en un inductor puro el voltaje se adelanta 90°, a la corriente. Esta situación aparece en la figura 29-3b).

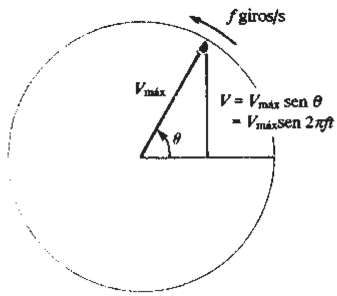


FIGURA 29-2

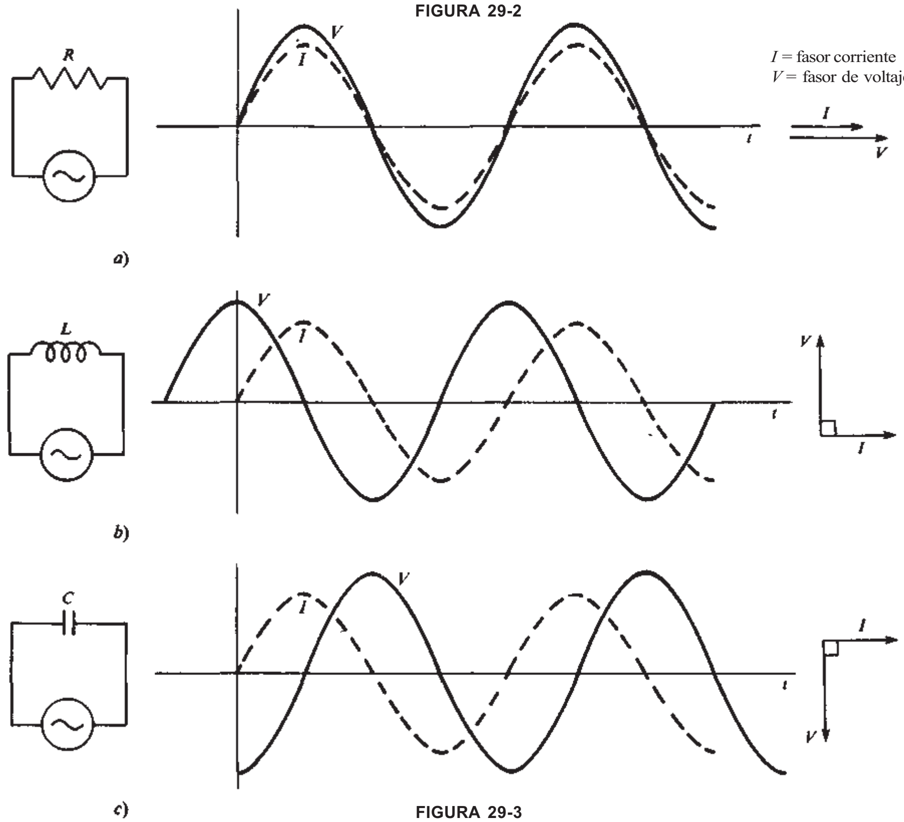


FIGURA 29-3

En un circuito de ca que sólo contiene capacitancia, el voltaje se atrasa con respecto a la corriente en 1/4 de ciclo, o sea, 90°. Esta situación se ilustra en la figura 29-3c).

Ahora, se considera un circuito de ca que contiene resistencia, inductancia y capacitancia en serie, como indica la figura 29-4. Los voltajes instantáneos en los elementos del circuito están dados por:

$$V_R = IR \qquad V_L = IX_L \qquad V_c = IX_c$$

En cualquier instante, el voltaje V aplicado es igual a la suma de las caídas de voltaje V_R, V_L y V_c:

$$v = v_R + v_L + v_c$$

Puesto que V_R, V_L y V_c están desfasadas entre sí, esta fórmula se aplica sólo a voltajes instantáneos, *no* a voltajes eficaces.

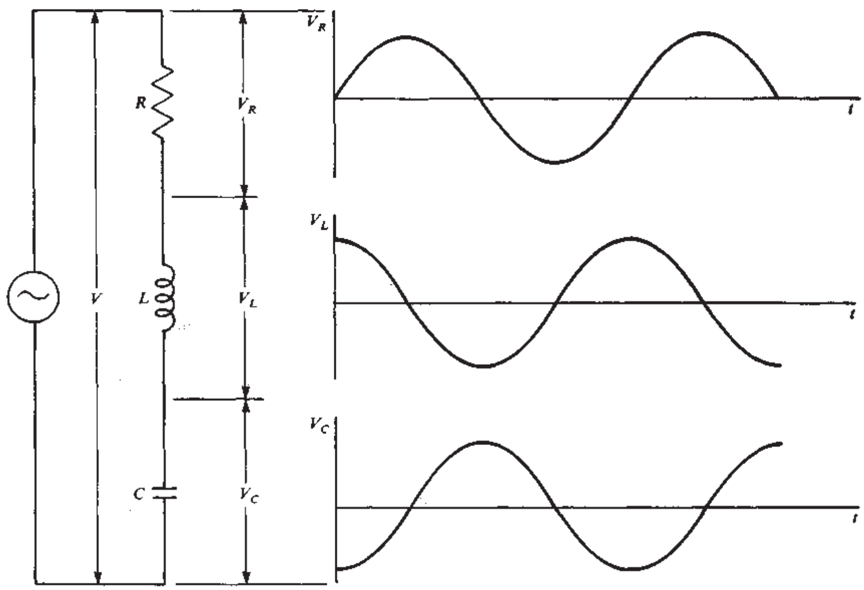


FIGURA 29-4

Como se desea trabajar con voltajes y corrientes eficaces, y no con instantáneos, deben considerarse de alguna manera las diferencias de fase. Para hacerlo, pueden utilizarse fasores al representar las diferentes cantidades eficaces. Esto se lleva a cabo en la figura 29-5, con los voltajes. Con el fin de encontrar la magnitud V de la suma V de los diferentes voltajes eficaces, se procede en esta forma:

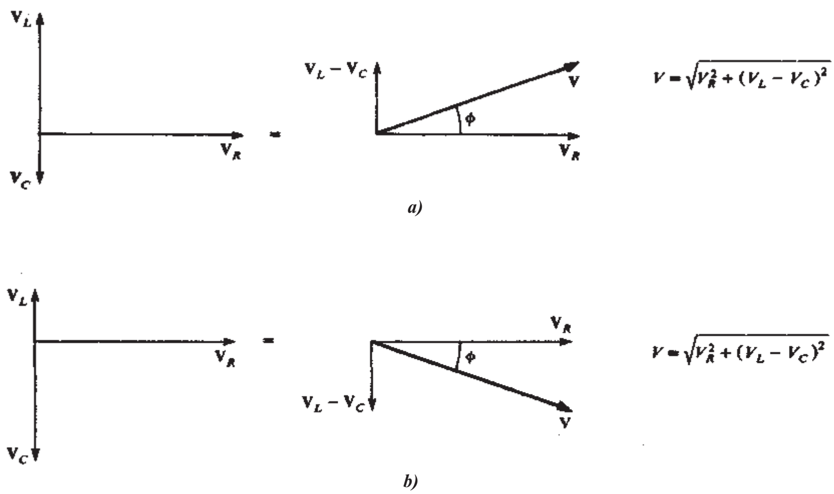


FIGURA 29-5

1. Se calcula la diferencia V_L - V_c. Si $V_L > V_c$, entonces VL - Ve es positiva y apuntará hacia arriba; si $V_L < V_c$, entonces V_L - V_c es negativa y apuntará hacia abajo.
2. Se suma V_L - V_c con VR para obtener V. Ya que V_L - V_c es perpendicular a V_R, se usa el teorema de Pitágoras al calcular la magnitud V**:**

$$V = \sqrt{V_R^2 + (V_L - V_C)^2}$$

El ángulo Φ entre V y V_R es el *ángulo de fase* y puede calcularse a partir de las relaciones.

$$\tan \phi = \frac{V_L - V_C}{V_R} \qquad \text{o} \qquad \cos \phi = \frac{V_R}{V}$$

IMPEDANCIA

Puesto que

$$V_R = IR \qquad V_L = IX_L \quad V_c = IX_c$$

Puede reescribirse la fórmula anterior que expresa V en la forma:

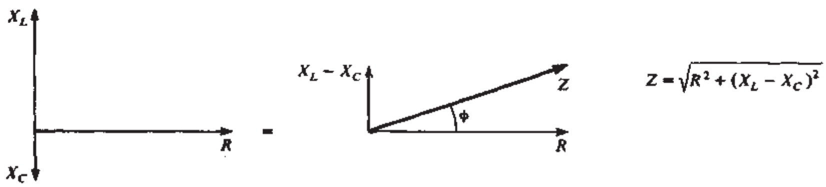
$$V = I\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

La cantidad

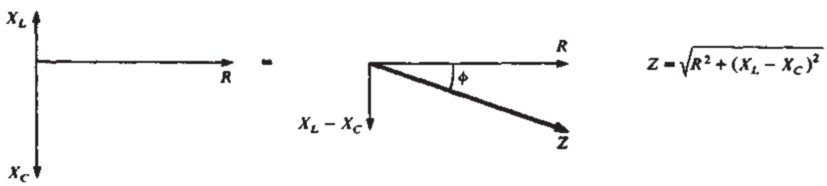
$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

es la *impedancia* del circuito y corresponde a la resistencia de un circuito de corriente directa (cd). La unidad de Z es el ohm. Cuando se aplica un voltaje ca cuya frecuencia es f,. se aplica a un circuito de impedancia Z a esa frecuencia; el resultado es una corriente

$$I = \frac{V}{Z}$$



c)



b)

FIGURA 29-6

La figura 29-6, contiene unos diagramas de fasores de impedancia que corresponden a los diagramas de fasores de voltaje de la figura 29-5. El ángulo de fase Φ puede calcularse a partir de estas fórmulas:

$$\tan\phi = \frac{X_L - X_C}{R} \qquad \text{o} \qquad \cos\phi = \frac{R}{Z}$$

RESONANCIA

La impedancia en un circuito ca en serie es mínima cuando $X_L = X_c$; bajo estas circunstancias Z = R e $I = V/R$. La *frecuencia de resonancia* f_0 de un circuito es aquella frecuencia a la cual $X_L = X_c$:

$$2\pi f_0 L = \frac{1}{2\pi f_0 C} \qquad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Cuando la diferencia de potencial que se aplica a un circuito tiene la frecuencia f_0, la corriente en el circuito es máxima. Esta condición se conoce como *resonancia.* En el caso de resonancia el ángulo de fase es cero debido a que $X_L = X_c$.

FACTOR DE POTENCIA

La potencia absorbida en un circuito ca se expresa por medio de:

$$P = IV \cos \phi$$

donde Φ es el ángulo de fase entre el voltaje y la corriente. La cantidad cos *Φ* es el *factor de potencia* del circuito. Cuando se tiene resonancia Φ = 0, cos *Φ* =1, y la potencia absorbida es máxima. El factor de potencia en un circuito ca es igual a la razón entre su resistencia y su impedancia:

$$\text{Factor de potencia} = \cos\phi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (X_L + X_C)^2}}$$

Los factores de potencia se expresan, con frecuencia, como porcentajes, por lo que un ángulo de fase de, dígase 25°, daría origen a un factor de potencia de cos 25° = 0.906 = 90.6 por ciento.

Las fuentes de potencia ca se consideran, por lo común, en *volt-amperes,* el producto de V_{ef} e I_{ef}, sin consideración a la potencia *P* real, debido a que deben suministrarse valores mayores a estas cantidades a un circuito cuyo factor de potencia sea menor que 1. Por lo tanto, un factor de potencia de 90.6 por ciento significa que debe suministrarse una potencia aparente de 1 volt-ampere (VA) por cada 0.906 W de potencia real consumida por el circuito.

CIRCUITOS PARALELOS DE CA

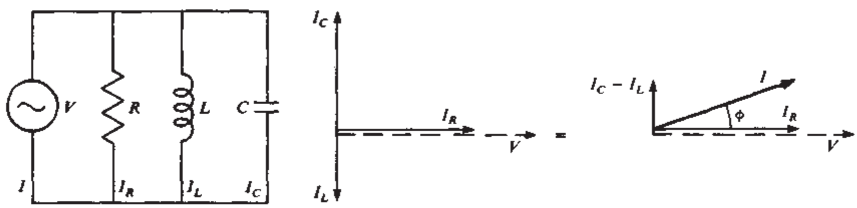
Cuando una resistencia, un inductor y un condensador se conectan en paralelo a una fuente ca, como en la figura 29-7, el voltaje, a través de cada elemento del circuito es el mismo:

$$V = V_R = V_L = V_C$$

La corriente instantánea total es la suma de las corrientes instantáneas en cada rama, como en un circuito paralelo de cd, pero esto no es cierto en el caso de la corriente eficaz total *I* porque las corrientes de las ramas no están en fase. Aunque la corriente I_R en la resistencia está en fase con *V,* la corriente I_C en el condensador se adelanta 90° a V y la corriente I_L en el inductor se atrasa 90° con respecto a V. Con la finalidad de encontrar la corriente total *I*, los fasores que representan I_R, I_c e I_L deben sumarse vectorialmente, como en la figura 29-76).

Las corrientes de las ramas en el circuito en paralelo de la figura 29-7 se expresan por medio de:

$$I_R = \frac{V}{R} \qquad I_C = \frac{V}{X_C} \qquad I_L = \frac{V}{X_L}$$



a) *b)*

FIGURA 29-7

Al sumar estas corrientes vectorialmente, con la ayuda del teorema de Pitágoras, se tiene:

$$I = \sqrt{I_R^2 + (I_C - I_L)^2}$$

El ángulo de fase *Φ* entre la corriente y el voltaje se especifica por medio de

$$\cos \phi = \frac{I_R}{I}$$

Si $/_c$ es mayor que I_L, la corriente se adelanta al voltaje y el ángulo de fase se considera positivo; si I_L es mayor que I_C, la corriente se retrasa con respecto al voltaje y el ángulo de fase se considera negativo. La potencia disipada en un circuito paralelo de ca está expresada por la misma fórmula que en un circuito en serie, a saber:

$$P = IV \cos \phi$$

RESONANCIA EN CIRCUITOS EN PARALELO

La figura 29-8, muestra un inductor y un condensador conectados en paralelo a una fuente de potencia. Las corrientes en el inductor y en el condensador están desfasadas 180°, como se observa en el diagrama de fasores, de manera que la corriente total / en el circuito es la *diferencia* entre las corrientes en *L* y en C:

$$I = I_C - I_L$$

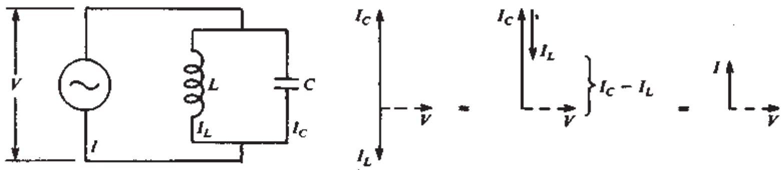
La corriente que circula entre el inductor y el condensador sin contribuir con / se denomina *corriente de circuito tanque*[1] y puede ser mayor que /.

En el caso de que $X_c = X_L$, las corrientes I_C e I_L son también iguales, Puesto que I_c e $I_L$están desfasadas 180°, la corriente total / = 0: las corrientes en el inductor y en el condensador se anulan. Esta situación se conoce como *resonancia.*

En un circuito *RLC* en serie, como se discutió anteriormente, la impedancia es mínima, $Z = R$, cuando $X_c = XL$, situación a la que se le da también el nombre de resonancia. La frecuencia para la cual $Xc = X_L$ es:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

y se llama frecuencia de resonancia.



a) *b)*

FIGURA 29-8

En un circuito *RLC* paralelo, otra vez, la resonancia corresponde a $X_c = X_L$, pero en este caso la impedancia es máxima a la frecuencia f_0. A la frecuencia f_0, las corrientes en el inductor y en el condensador son iguales en magnitud pero están desfasadas 180°, por lo que no circula corriente por la combinación. Así, / = I_R y Z = *R.* A frecuencias superiores o inferiores a f_0, I_C no es igual a I_L. y puede circular alguna corriente a través de la sección formada por el inductor y el condensador del circuito, lo cual reduce la impedancia Z a un valor menor que *R.* Por lo tanto, puede utilizarse un circuito en serie como seleccionador con el fin de favorecer una frecuencia en especial, y un circuito en paralelo con la misma *L* y la misma C como seleccionador para eliminar la misma frecuencia.

Problemas resueltos

29.1. a) ¿Qué sucede con X_L y X_c en el límite de $f = 0$? *b)* ¿Cuál es el significado físico de estos resultados?

a) Cuando $f = 0$, $X_L = 2\pi fL = 0$ y $X_C = 1/(2\pi fC) = \infty$.

b) Una corriente con $f = 0$ es una corriente directa. Cuando a través de un inductor circula una corriente constante, no existe fem autoinducida que se oponga a la corriente y en consecuencia, la reactancia inductiva es cero. Una corriente directa no puede pasar a través de un condensador, dado que las placas están aisladas de otras, dando así una reactancia capacitiva infinita e / = $V/X_C = 0$ cuando f = 0.

29.2. El dieléctrico que se utiliza en cierto condensador sufre ruptura a una diferencia de 300 V. Determine la diferencia de potencial ca eficaz máxima que puede aplicarse al dieléctrico.

$$V_{ef} = 0.707 V_{máx} = (0.707)(300\ \text{V}) = 212\ \text{V}$$

29.3. A través de una resistencia de 20 Ω. circula una corriente alterna con un valor máximo de 10 A. ¿Cuál es la rapidez de disipación de energía de la resistencia?

La corriente eficaz es:

$$I_{ef} = 0.707 I_{máx} = (0.707)(10\ \text{A}) = 707\ \text{A}$$

y así, la potencia disipada es:

$$P = I_{ef}^2 R = (7.07\ \text{A})^2 (20\ \Omega) = 1000\ \text{W}$$

29.4. Se conecta un condensador de 10 MF a una fuente de potencia de 15 V y 5 kHz. Encuentre a) la reactancia del condensador y *b)* la corriente que circula.

a)
$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{(2\pi)(5\times 10^3\ \text{Hz})(10\times 10^{-6}\ \text{F})} = 3.18\ \Omega$$

b)
$$I = \frac{V}{X_C} = \frac{15\ \text{V}}{3.18\ \Omega} = 4.72\ \text{A}$$

29.5. La reactancia de un inductor es de 80 Ω a 500 Hz. Calcule la inductancia.

Puesto que X_L = *2nfL,*

$$L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{80\ \Omega}{(2\pi)(500\ \text{Hz})} = 0.0255\ \text{H} = 25.5\ \text{mH}$$

29.6. Se conectan en serie una resistencia, un condensador y un inductor a una fuente de potencia ca. Los voltajes eficaces a través de los componentes son V_R = 5 V, V_c = 10 V y V_L = 7 V. Encuentre el voltaje eficaz de la fuente y el ángulo de fase del circuito.

a)
$$V = \sqrt{V_R^2 + (V_L - V_C)^2} = \sqrt{(5\ \text{V})^2 + (7\ \text{V} - 10\ \text{V})^2}$$
$$= \sqrt{(5\ \text{V})^2 + (-3\ \text{V})^2} = \sqrt{25\ \text{V}^2 + 9\ \text{V}^2} = \sqrt{34\ \text{V}^2} = 5.8\ \text{V}$$

Se advierte que los voltajes eficaces a través de C y *R* son mayores que el voltaje eficaz aplicado.

b)
$$\tan\phi = \frac{V_L - V_C}{V_R} = \frac{7\ \text{V} - 10\ \text{V}}{5\ \text{V}} = -\frac{3}{5} = -0.6$$
$$\phi = -31°$$

El ángulo de fase negativo significa que el voltaje a través de la resistencia se adelanta al voltaje aplicado, como en la figura 29-5b). En forma equivalente se puede decir que el circuito conduce el voltaje, como se muestra en la figura 29-3c). (Hay que recordar que los fasores rotan en sentido contrario al que giran las manecillas del reloj.)

29.7. Un condensador de 5 MF está en serie con una resistencia de 300 Ω y se aplica a la combinación de un voltaje de 120 V y 60 Hz. Encuentre a) la corriente en el circuito, *b)* la potencia disipada en él y c) el ángulo de fase.

a) La reactancia del condensador a 60 Hz es:

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{(2\pi)(60\ \text{Hz})(5\times 10^{-6}\ \text{F})} = 531\ \Omega$$

Puesto que X_L = 0, la impedancia del circuito es (Figura 29-9)

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + (-X_C)^2}$$
$$= \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{(300\ \Omega)^2 + (531\ \Omega)^2} = 610\ \Omega$$

Por lo tanto, la corriente es:

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{120\ \text{V}}{610\ \Omega} = 0.197\ \text{A}$$

b) Sólo a través de la resistencia se disipa potencia, así:

$$P = I^2R = (0.197\ \text{A})^2(300\ \Omega) = 11.6\ \text{W}$$

La reactancia del condensador no contribuye a la disipación de potencia; no obstante, debe considerarse al determinar la corriente en el circuito.

c)
$$\tan\phi = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{0 - 531}{300} = -1.77$$
$$\phi = -61°$$

El ángulo de fase negativo significa que la corriente en el circuito se adelanta al voltaje.

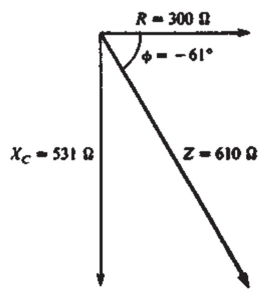


FIGURA 29-9

29.8. Un inductor de 5 mH y 20 Ω se conecta a una fuente de potencia de 28 V y 400 Hz. Encuentre a) la corriente en el inductor, *b)* la potencia disipada en el inductor y c) el ángulo de fase.

a) La reactancia del inductor es:

$$X_L = 2\pi fL = (2\pi)(400\ \text{Hz})(5 \times 10^{-3}\ \text{H}) = 12.6\ \Omega$$

y su impedancia es (Figura 29-10)

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{(20\ \Omega)^2 + (12.6\ \Omega)^2} = 23.6\ \Omega$$

Por lo tanto, la corriente es:

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{28\ \text{V}}{23.6\ \Omega} = 1.18\ \text{A}$$

b)
$$P = I^2R = (1.18\ \text{A})^2(20\ \Omega) = 28\ \text{W}$$

La reactancia en el inductor no contribuye a la disipación de potencia.

c)
$$\tan\phi = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{12.6\ \Omega - 0}{20\ \Omega} = 0.63$$
$$\phi = 32°$$

El ángulo de fase positiva significa que el voltaje en el circuito se adelanta a la corriente.

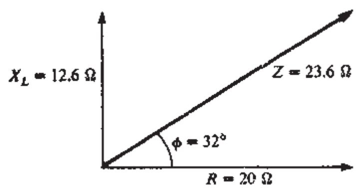


FIGURA 29-10

29.9. Por una bobina de resistencia e inductancia desconocidas circula una corriente de 4 A cuando se conecta a una fuente de potencia de 12 V de cd, y una corriente de 3 A cuando se conecta a una fuente de potencia de 12 V y 100 Hz. a) Encuentre los valores de *R* y *L. b)* ¿Qué potencia se disipa cuando se conecta la bobina a una fuente de cd? c) ¿Qué potencia se disipa cuando se conecta a una fuente de ca?

a) No hay reactancia inductiva cuando a través de la bobina circula una corriente directa, por lo que la resistencia es:

$$R = \frac{V_1}{I_1} = \frac{12\ \text{V}}{4\ \text{A}} = 3\ \Omega$$

A la frecuencia f = 100 Hz, la impedancia del circuito es:

$$Z = \frac{V_2}{I_2} = \frac{12\ \text{V}}{3\ \text{A}} = 4\ \Omega$$

y así, puesto que $Z = \sqrt{R^2 + (X_L^2 - X_C^2)}$ y $X_C = 0$, en este caso

$$X_L = \sqrt{Z^2 - R^2} = \sqrt{(4\ \Omega)^2 - (3\ \Omega)^2} = 2.65\ \Omega$$

Por consiguiente, la inductancia en la bobina es:

$$L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{2.65\ \Omega}{(2\pi)(100\ \text{Hz})} = 4.22\ \text{mH}$$

b)
$$P_1 = I_1^2R = (4\ \text{A})^2(3\ \Omega) = 48\ \text{W}$$

c)
$$P_2 = I_2^2R = (3\ \text{A})^2(3\ \Omega) = 27\ \text{W}$$

29.10. A través de una fuente de potencia de 120 V y 60 Hz, se conecta en serie un condensador de 10 *MF,* un inductor de 0.10 H y una resistencia de 60 Ω. Encuentre a) la corriente en el circuito, b) la potencia disipada en el circuito y c) el ángulo de fase.

a) Las reactancias son:

$$X_L = 2\pi fL = (2\pi)(60\ \text{Hz})(0.10\ \text{H}) = 38\ \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{(2\pi)(60\ \text{Hz})(10\times 10^{-6}\ \text{F})} = 265\ \Omega$$

Por lo tanto, la impedancia es (Figura 29-11)

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{(60\ \Omega)^2 + (38\ \Omega - 265\ \Omega)^2} = 235\ \Omega$$

De ahí que la corriente en el circuito sea:

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{120\ \text{V}}{235\ \Omega} = 0.51\ \text{A}$$

b)

$$P = I^2R = (0.51\ \text{A})^2(60\ \Omega) = 15.6\ \text{W}$$

c)

$$\tan\phi = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{38\ \Omega - 265\ \Omega}{60\ \Omega} = -\frac{227\ \Omega}{60\ \Omega} = -3.78$$

$$\phi = -75°$$

El ángulo de fase negativo significa que la corriente en el circuito se adelanta al voltaje.

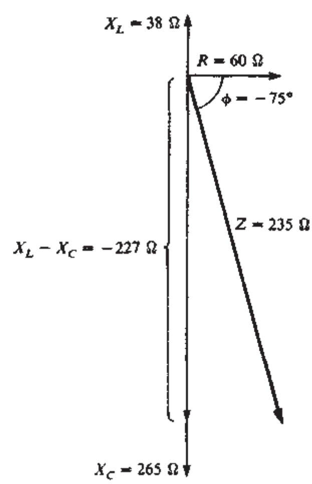


FIGURA 29-11

29.11. En el circuito de antena de un receptor de radio que está sintonizado en una estación particular, $R = 5\ \Omega$, $L = 5$ mH y C = 5 pF. a) Encuentre la frecuencia de la estación. *b)* Si la diferencia de potencial que se le aplica al circuito es de 5×10^{-4} V, calcule la corriente que circula.

a)
$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{5\times 10^{-3}\ \mathrm{H})(5\times 10^{-12}\ \mathrm{F})}} = 1006\ \mathrm{kHz}$$

b) En resonancia, $X_L = X_C$ y $Z = R$. Por consiguiente,

$$I = \frac{V}{R} = \frac{5\times 10^{-4}\ \mathrm{V}}{5\ \Omega} = 10^{-4}\ \mathrm{A} = 0.1\ \mathrm{mA}$$

29.12. En el circuito de antena del problema 29.11, la inductancia es constante, pero la capacitancia puede variarse. ¿Cuál debe ser la capacitancia con el objeto de recibir una señal de radio de 800 Hz?

$$C = \frac{1}{(2\pi f)^2(L)} = \frac{1}{[(2\pi)(800\times 10^3\ \mathrm{Hz})]^2(5\times 10^{-3}\ \mathrm{H})}$$
$$= 7.9\times 10^{-12}\ \mathrm{F} = 7.9\ \mathrm{pF}$$

29.13. Un capacitor de 50 MF, un inductor de 0.3 H y una resistencia de 80 £2 están conectados en serie a una fuente de potencia de 120 V y 60 Hz (Figura 29-12). a) ¿Cuál es la impedancia del circuito? *b)* ¿Qué corriente circula por él? c) ¿Cuál es el factor de potencia? d) ¿Qué potencia disipa el circuito? e) ¿Cuál debe ser el valor mínimo de la fuente de potencia expresado en volts-amperes?

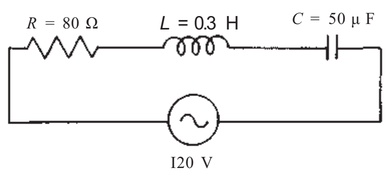


FIGURA 29-12

a)
$$X_L = 2\pi f L = (2\pi)(60\ \mathrm{Hz})(0.3\ \mathrm{H}) = 113\ \Omega$$
$$X_C = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{(2\pi)(60\ \mathrm{Hz})(50\times 10^{-6}\ \mathrm{F})} = 53\ \Omega$$
$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{80^2 + (113\ \Omega - 53\ \Omega)^2} = 100\ \Omega$$

b)
$$I = \frac{V}{Z} = \frac{120\ \mathrm{V}}{100\ \Omega} = 1.2\ \mathrm{A}$$

c)
$$\cos\phi = \frac{R}{Z} = \frac{80\ \Omega}{100\ \Omega} = 0.8 = 80\%$$

d) $$\text{Potencia real} = P = IV\cos\phi = (1.2\text{ A})(120\text{ V})(0.8) = 115\text{ W}$$

Por otra parte, $$P = I^2R = (1.2\text{ A})^2(80\ \Omega) = 115\text{ W}$$

e) $$\text{Potencia aparente} = IV = (1.2\text{ A})(120\text{ V}) = 144\text{ VA}$$

29.14. a) Encuentre la6 diferencias de potencial en la resistencia, el inductor y el condensador del circuito del problema 29.13. b) ¿Están estos valores de acuerdo con la diferencia de potencial aplicada de 120 V?

a) $$V_R = IR = (1.2\text{ A})(80\ \Omega) = 96\text{ V}$$
$$V_L = IX_L = (1.2\text{ A})(113\ \Omega) = 136\text{ V}$$
$$V_C = IX_C = (1.2\text{ A})(53\ \Omega) = 64\text{ V}$$

b) La suma de estas diferencias de potencial es de 296 V, esto es, más de dos veces los 120 V aplicados al circuito. No obstante, esta forma de combinar las diferencias de potencial carece de significado puesto que están desfasadas entre sí: V_L se adelanta 90° a V_R y V_c se retrasa 90° con respecto a V_R. La forma correcta de encontrar la diferencia de potencial total a través del circuito es la siguiente:

$$V = \sqrt{V_R^2 + (V_L - V_C)^2} = \sqrt{(96\text{ V})^2 + (136\text{ V} - 64\text{ V})^2} = 120\text{ V}$$

Este resultado concuerda con la diferencia de potencial aplicada de 120 V. Se advierte que el voltaje a través de un inductor o de un condensador en un circuito de ca puede ser mayor que el voltaje que se aplica al circuito.

29.15. a) Calcule la frecuencia de resonancia f_0 del circuito del problema 29.13. *b)* ¿Qué corriente circulará por el circuito si se conecta a una fuente de potencia de 120 V cuya frecuencia es f_0? c) ¿Cuál es el factor de potencia en este caso? d) ¿Qué potencia disipa el circuito? *e)* ¿Cuál será en este caso el valor mínimo de la fuente de potencia expresado en volts-amperes?

a) $$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{(0.3\text{ H})(50\times 10^{-6}\text{ F})}} = 41\text{ Hz}$$

b) A la frecuencia de resonancia, $X_L = X_c$ y $Z = R$. Por lo tanto,

$$I = \frac{V}{R} = \frac{120\text{ V}}{80\ \Omega} = 1.5\text{ A}$$

c) $$\cos\phi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{R} = 1 = 100\%$$

d) $$\text{Potencia real} = IV\cos\phi = (1.5\text{ A})(120\text{ V})(1) = 180\text{ V}$$

e) $$\text{Potencia aparente} = IV = (1.5\text{ A})(120\text{ V}) = 180\text{ VA}$$

29.16. b) Encuentre la diferencia de potencial en la resistencia, el inductor y el condensador del circuito del problema 29.13 cuando se conecta a una fuente de ca de 120 V cuya frecuencia es igual a la frecuencia de resonancia del circuito de 41 Hz. *b)* ¿Están estos valores de acuerdo con la diferencia de potencial aplicada de 120 V?

a) A la frecuencia de resonancia $f_0 = 41$ Hz, las reactancias inductiva y capacitiva son, respectivamente,

$$X_L = 2\pi f_0 L = (2\pi)(41\text{ Hz})(0.3\text{ H}) = 77\ \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi f_0 C} = \frac{1}{(2\pi)(41\text{ Hz})(50\times 10^{-6}\text{ F})} = 77\ \Omega$$

Por lo tanto, las diversas diferencias de potencial son:

$$V_R = IR = (1.5\text{ A})(80\ \Omega) = 120\text{ V}$$
$$V_L = IX_L = (1.5\text{ A})(77\ \Omega) = 116\text{ V}$$
$$V_C = IX_C = (1.5\text{ A})(77\ \Omega) = 116\text{ V}$$

b) La diferencia de potencial total a través del circuito es:

$$V = \sqrt{V_R^2 + (V_L - V_C)^2} = \sqrt{(120\text{ V})^2 + (0)^2} = 120\text{ V}$$

que es igual a la diferencia de potencial aplicada.

29.17. En un circuito ca en serie *R* = 20 Ω , *XL* = 10 Ω y X_c = 25 Ω cuando la frecuencia es de 400 Hz. a) Encuentre la impedancia del circuito. b) Determine el ángulo de fase, c) ¿Cómo es la frecuencia de resonancia del circuito, mayor que 400 Hz o menor? d) Encuentre la frecuencia de resonancia.

a)
$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{(20\ \Omega)^2 + (10\ \Omega - 25\ \Omega)^2} = 25\ \Omega$$

b)
$$\tan\phi = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{10\ \Omega - 25\ \Omega}{20\ \Omega} = -0.75 \qquad \phi = -37°$$

Un ángulo de fase negativa significa que el voltaje se retrasa con respecto a la corriente.

c) Cuando se tiene resonancia, $X_L = X_c$. A 400 Hz, X_L < Xc, por lo que la frecuencia debe cambiarse de manera que X_L aumente y Xc disminuya. Como $X_L = 2\pi fC$ y $X_c = 1/(2\pi fC)$, queda claro que al aumentar la frecuencia se producirá este efecto. Así, la frecuencia de resonancia debe ser mayor que 400 Hz.

d) Puesto que X_L = 10 Ω y Xc = 25 Ω cuando *f* = 400 Hz,

$$L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{10\ \Omega}{(2\pi)(400\text{ Hz})} = 4\times 10^{-3}\text{ H}$$

$$C = \frac{1}{2\pi f X_C} = \frac{1}{(2\pi)(400\text{ Hz})(25\ \Omega)} = 1.6\times 10^{-5}\text{ F}$$

Por consiguiente

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{(4\times 10^{-3}\text{ H})(1.6\times 10^{-5}\text{ F})}} = 629\text{ Hz}$$

29.18. Un motor eléctrico de 3730W tiene una eficiencia del 80 por ciento y un factor inductivo de potencia del 75 por ciento. a) ¿Cuál es el valor mínimo expresado en kilovolts-amperes que su fuente de potencia debe tener? *b)* Se conecta en serie un condensador con el motor para elevar el factor de potencia a 100 por ciento. ¿Cuál es el valor mínimo expresado en kilovolts-amperes que su fuente de potencia debe tener ahora?

a) La potencia que el motor necesita es:

$$P = \frac{3730\ W}{0.8} = 4.66\ KW$$

Puesto que $P = IV \cos \Phi$, la fuente de potencia debe poseer un valor mínimo en kilovolts-amperes

$$IV = \frac{P}{\cos \phi} = \frac{4.66\ kW}{0.75} = 6.22\ kVA$$

b) Cuando cos Φ =1, IV = P = 4.66 kVA.

29.19. Por una bobina conectada a una línea de potencia de 120 V y 25 Hz circula una corriente de 0.5 A y disipa 50 W. a) ¿Cuál es su factor de potencia? *b)* ¿Qué capacitancia debe conectarse en serie con la bobina con el fin de aumentar el factor de potencia al 100 por ciento? c) ¿Cuál sería en ese caso la corriente en el circuito? *d)* ¿Qué potencia disiparía el circuito en tal caso?

a) Puesto que $P = IV \cos \Phi$,

$$\cos \phi = \frac{P}{IV} = \frac{50\ W}{(0.5\ A)(120\ V)} = 0.833 = 83.3\%$$

b) El factor de potencia será del 100 por ciento en el caso de resonancia, cuando $X_L = X_c$ El primer paso consiste en encontrar X_L, lo cual puede hacerse a partir de la fórmula $\tan \Phi = (X_L - X_c)/R$. En este caso, $X_c = 0$ y, puesto que $\cos \Phi = 0.833$, $\Phi = 34°$ y $\tan \Phi = 0.663$. Como $P = I^2R$,

$$R = \frac{P}{I^2} = \frac{50\ W}{(0.5\ A)^2} = 200\ \Omega$$

Por lo tanto, $$X_L = R \tan \phi + X_C = (200\ \Omega)(0.663) + 0 = 133\ \Omega$$

Este también debe ser el valor de X_c cuando f = 25 Hz, y así:

$$C = \frac{1}{2\pi f X_C} = \frac{1}{(2\pi)(25\ Hz)(133\ \Omega)} = 4.8 \times 10^{-5}\ F = 48\ \mu F$$

o) Cuando se tiene resonancia, $Z = R$, por lo que:

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{V}{R} = \frac{120\ V}{200\ \Omega} = 0.6\ A$$

d) $$P = I^2R = (0.6\ A)^2(200\ \Omega) = 72\ W$$

29.20. Las reactancias de una bobina y un condensador en paralelo, a los cuales se les conecta una fuente de potencia de 15 V y 1000 Hz, son $X_L = 20\ \Omega$ y $X_c = 30\ \Omega$, respectivamente. Calcule a) la corriente en cada componente, *b)* la corriente total, c) la impedancia del circuito y d) el ángulo de fase y la potencia total que el circuito disipa.

a) $$I_L = \frac{V}{X_L} = \frac{15\ V}{20\ \Omega} = 0.75\ A \qquad I_C = \frac{V}{X_C} = \frac{15\ V}{30\ \Omega} = 0.5\ A$$

b) $$I = I_C - I_L = 0.5\ A - 0.75\ A = -0.25\ A$$

El signo negativo indica que la corriente total se retrasa 90° con respecto al voltaje [lo opuesto a la situación de la figura 29-8 b)] y puede despreciarse en los cálculos posteriores.

c) $$Z = \frac{V}{I} = \frac{15\ V}{0.25\ A} = 60\ \Omega$$

La impedancia no sólo es mayor que X_L que X_c, sino que también es mayor a su suma aritmética.

d) Como el ángulo de fase en este caso es de 90°, cos Φ = cos 90° = 0 y la potencia del circuito es:

$$P = IV \cos \phi = 0$$

Esta conclusión es un resultado de la ausencia de resistencia en el circuito.

29.21. A través de una fuente de potencia de 10 V y 1000 Hz se conecta en paralelo una resistencia de 10 Ω, un capacitor de 8 μF y un inductor de 2 mH, como se observa en la figura 29-13a). Encuentre a) la corriente en cada componente, b) la corriente total en el circuito, c) la impedancia del circuito y d) el ángulo de fase y la disipación total de potencia del circuito.

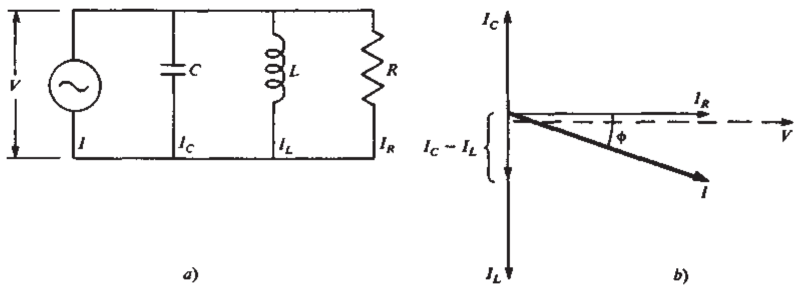


FIGURA 29-13

a)
$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{(2\pi)(10^3 \text{ Hz})(8 \times 10^{-6} \text{ F})} = 20 \ \Omega$$

$$X_L = 2\pi fL = (2\pi)(10^3 \text{ Hz})(2 \times 10^{-3} \text{ H}) = 12.6 \ \Omega$$

Por consiguiente,

$$I_C = \frac{10 \text{ V}}{20 \ \Omega} = 0.5 \text{ A} \qquad I_L = \frac{10 \text{ V}}{12.6 \ \Omega} = 0.8 \text{ A} \qquad I_R = \frac{10 \text{ V}}{10 \ \Omega} = 1.0 \text{ A}$$

b) El diagrama de fasores de la figura 29-13b) ilustra la forma en que las corrientes deben sumarse. Se tiene que:

$$I = \sqrt{I_A^2 + (I_C - I_L)^2} = \sqrt{(1.0 \text{ A})^2 + (0.5 \text{ A} - 0.8 \text{ A})^2}$$

$$= \sqrt{(1.0 \text{ A})^2 + (-0.3 \text{ A})^2} = \sqrt{1.00 \text{ A}^2 + 0.09 \text{ A}^2} = \sqrt{1.09 \text{ A}^2} = 1.04 \text{ A}$$

c)
$$Z = \frac{V}{I} = \frac{10 \text{ V}}{1.04 \text{ A}} = 9.6 \ \Omega$$

d)
$$\cos \frac{I_r}{I} = \frac{1.0 \text{ A}}{1.04 \text{ A}} = 0.962$$

$$\phi = -16°$$

La corriente se retrasa 16° con respecto al voltaje, como en la figura 29-13b):

$$P = IV \cos\phi = (10\ \text{V})(1.04\ \text{A})(0.962) = 10\ \text{W}$$

También puede encontrarse *P* de esta forma:

$$P = I_R^2 R = (1.0\ \text{A})^2(10\ \Omega) = 10\ \text{W}$$

Problemas complementarios

29.22. La frecuencia de una fem alterna se duplica y se aplica a un circuito en serie que contiene resistencia, inductancia y capacitancia. ¿Qué sucede con *R, XL* y Xc?

29.23. a) ¿Cuál es el valor mínimo que el factor de potencia de un circuito puede tener? ¿Bajo qué circunstancias **puede** suceder esto? b) ¿Cuál es el valor máximo que el factor de potencia puede tener? ¿Bajo qué circunstancias puede suceder esto?

29.24. Un voltímetro conectado a través de un circuito tiene una lectura de 40 V y un amperímetro en serie con el circuito marca 6 A. a) ¿Cuál es la diferencia de potencial máxima a través del circuito? *b)* ¿Cuál es la corriente máxima en el circuito? c) ¿Qué otra información se necesita con el objeto de determinar la potencia que consume el circuito?

29.25. Encuentre la reactancia de una bobina de 10 mH cuando está en un circuito de 500 Hz.

29.26. La reactancia de un inductor es de 1000 Ω a 20 Hz de frecuencia. Determine su inductancia.

29.27. **A** través de un inductor de 0.15 H de resistencia despreciable que está conectado a una fuente de corriente alterna de 80 V circula una corriente de 0.20 A. ¿Cuál es la frecuencia de la fuente?

29.28. Encuentre la reactancia de un condensador de 5 MF a 10 Hz y a 10 kHz de frecuencia.

29.29. Un condensador tiene una reactancia de 200 Ω a 1000 Hz de frecuencia. Cuál es su capacitancia?

29.30. Se conecta un condensador de 5 ,μF a una fem alterna de 6 kHz y circula una corriente de 2 A. Calcule la magnitud eficaz de la fem.

29.31. A través de un condensador de 5 μF circula una corriente de 1 A cuando se conecta a una fuente ca de 60 V. ¿Cuál es la frecuencia de la fuente?

29.32. Un condensador de 25 MF se conecta en serie con una resistencia de 50 Ω y se le aplica una diferencia de potencial de 12 V y 60 Hz. Calcule la corriente en el circuito y la potencia que disipa.

29.33. Se conecta en serie un condensador y una resistencia de 8 Ω y la combinación se coloca a través de una fuente de potencia de 24 V y 1000 Hz. Circula una corriente de 2 A. Encuentre a) la capacitancia del condensador, *b)* el ángulo de fase y b) la potencia que disipa el circuito.

29.34. Un inductor de 0.1 H y 30 Ω se conecta a una fuente de potencia de 50 V y 100 Hz. Encuentre la corriente en el inductor y la potencia que disipa.

29.35. Cuando se conecta una resistencia a una fuente de potencia de 50 V y 100 Hz, por ella circula una corriente de 1 A. a) ¿Qué reactancia inductiva se necesita para reducir la corriente a 0.5 A? ¿Cuál debe ser el valor de L para lograr esto? b) ¿Qué reactancia capacitiva se necesita con el fin de reducir la corriente a 0.5 A? ¿Qué valor de C logrará esto? c) ¿cuál será la corriente si la inductancia y la capacitancia anteriores se conectan ambas en serie con la resistencia?

29.36. A través de una fuente de potencia ca se conecta en serie una resistencia, un condensador y un inductor puros. Al mismo tiempo, se conecta un voltímetro ca a través de estos elementos de circuito que marca 10, 20 y 30 V. ¿Cuál es la diferencia de potencial de la fuente?

29.37. Un circuito inductivo que tiene un factor de potencia de 80 por ciento consume 750 W de potencia. ¿Cuál es el valor mínimo expresado en volts-amperes que debe tener su fuente de potencia?

29.38. Una carga inductiva disipa 75 W de potencia cuando al conectarse a una línea de potencia de 120 V y 60 Hz arroja una corriente de 1.0 A. a) ¿Cuál es el factor de potencia? b) ¿Qué capacitancia debe conectarse en serie al circuito con el fin de aumentar el factor de potencia a 100 por ciento? *c)* ¿Cuál será la corriente en ese caso? *d)* ¿Qué potencia disipará el circuito en ese caso?

29.39. Por un circuito que contiene un condensador en serie con una resistencia de 50 Ω circula una corriente de 4 A al estar conectado a una fuente de potencia de 250 V y 200 Hz. a) ¿Qué potencia se disipa? b) ¿Cuál es el factor de potencia? c) ¿Qué inductancia debe conectarse en serie al circuito con objeto de aumentar el factor de potencia a 100 por ciento? d) ¿Cuál será la corriente en ese caso? e) ¿Qué potencia disipará el circuito en ese caso?

29.40. Cuando se conecta un circuito en serie a una fuente de potencia ca de 80 V, R = 100 Ω, X_L = 120 Ω y X_c = 60 Ω. Encuentre a) la corriente en el circuito, *b)* el ángulo de fase y c) la corriente, si la frecuencia de la fuente de potencia se cambiara para hacerla igual a la frecuencia de resonancia del circuito.

29.41. Un capacitor de 10 ¿MF, un inductor de 10 mH y una resistencia de 10 Ω, se conectan en serie a una fuente de potencia de 45 V y 400 Hz. Encuentre a) la impedancia del circuito, b) la corriente en él, c) la potencia que disipa y d) el valor mínimo expresado en volts-amperes de la fuente de potencia.

29.42. a) Calcule la frecuencia de resonancia f_0 del circuito del problema 29.41. b) ¿Qué corriente circula por el circuito si se conecta a una fuente de potencia de 45 V cuya frecuencia es f_0? c) ¿Qué potencia disipa el circuito? d) ¿Cuál debe ser el valor mínimo expresado en volts-amperes de la fuente de potencia?

20.43. Un condensador de 60 μF, un inductor de 0.3 H y una resistencia de 50 Ω, se conectan en serie a una fuente de potencia de 120 V y 60 Hz. Calcule a) la impedancia del circuito, b) la corriente en el circuito, c) la potencia que disipa y *d)* el valor mínimo expresado en volts-amperes de la fuente de potencia.

29.44. a) Determine la frecuencia de resonancia f_0 del problema 29.43. b) ¿Qué corriente circulará por el circuito si se conecta a una fuente de potencia de 120 V cuya frecuencia es f_0? c) ¿Qué potencia disipa el circuito? *d)* ¿Cuál es el valor mínimo expresado en volts-amperes de la fuente de potencia?

29.45. Una resistencia de 10 Ω y un condensador de 8 μF se conectan en paralelo a través de una fuente de potencia de 10 V y 1000 Hz. Encuentre a) la corriente en cada componente, *b)* la corriente total, c) la impedancia del circuito y *d)* el ángulo de fase y la disipación total de potencia del circuito.

29.46. Una resistencia de 10 Ω y un inductor de 2 mH se conectan en paralelo a través de una fuente de potencia de 10 V y 1000 Hz. Calcule a) la corriente en cada componente, b) la corriente total en el circuito, c) la impedancia del circuito y *d)* el ángulo de fase y la disipación total de potencia del circuito,

29.47. Una resistencia de 25 Ω, un capacitor de 40 , μF y una bobina de 40 mH, se conectan en paralelo a una fuente de **24** V y una bobina de 40 mH, se conectan en paralelo a una fuente de 24 V y 100 Hz. Determine a) la corriente en cada componente, b) la corriente total en el circuito, c) la impedancia del circuito, *d)* el ángulo de fase entre la corriente y el voltaje y e) la potencia total que disipa el circuito.

29.48. El circuito del problema 29.47 se conecta a una fuente de 24 V y 200 Hz. Conteste las mismas preguntas para este caso.

Respuestas a los problemas complementarios

29.22. No cambia R, XL se duplica y Xc se reduce a la mitad.

29.23. a) El valor mínimo es 0, el cual tiene lugar sólo en un circuito donde R = 0 y XL no es igual a Xc.
b) El valor máximo es 1, el cual tiene lugar en el caso de resonancia, cuando XL = XC.

29.24. a) 56.6 V b) 8.5 A c) Ángulo de fase

29.25. 31.4 Ω

29.26. 0.796 H

29.27. 424 Hz

29.28. 3183 Ω; 3.183 Ω

29.29. 0.796μF

29.30. 10.6 V

29.31. 531 Hz

29.32. 0.102 A; 0.524 W

29.33. a) 17.8 μF b) 48° c) 32 W

29.34. 0.72 A; 15.6 W

29.35. a) 50 Ω, 79.6 mH b) 50 Ω, 31.8 μF c) 1 A

29.36. 14 V

29.37. 938 VA

29.38. a) 0.625 b) 28.6 μF c) 1.6 A d) 192 W

29.39. a) 800 W b) 80 por ciento c) 30 mH d) 5 A e) 1250 W

29.40. a) 0.69 A b) 31 ° c) 0.80 A

29.41. a) 18 Ω b) 2.5 A c) 62.5 W d) 112.5 VA

29.42. a) 503 Hz b) 4.5 A c) 202.5 W d) 202.5 VA

29.43. a) 85 Ω 2 b) 1.41 A c) 99.4 W d) 169 VA

29.44. a) 37.5 Hz b) 2.4 A c) 288 W d) 288 VA

29.45. a) Ic = 0.5 A, I_R = 10 A b) 1.12 A c) 8.9 Ω d) 27°; 10 W

29.46. a) I_L = 0.8 A, I_R = 1.0 A b) 1.3 A c) 7.7 Ω d) -40°; 10 W

29.47. a) 0.960 A; 0.603 A; 0.955 A b) 1.022 A c) 23 48 Ω d) 1 se retrasa 20° con respecto a V e) 23 W

29.48. a) 0.960 A; 1.206 A; 0.477 A b) 1.205 A c) 19.91 Ω d) *I* se adelanta 37° a Ve) 23 W

30

Luz

ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS

Las *ondas electromagnéticas* se componen de campos eléctrico y magnético que varían de manera periódica ai viajar por el espacio. Los campos eléctrico y magnético son perpendiculares entre sí y a la dirección de propagación de las ondas (Figura 30-1), por lo que las ondas son transversales y las variaciones en E y B se producen simultáneamente. Las ondas electromagnéticas transportan energía y no requieren de un medio para propagarse. Las ondas de radio, las ondas luminosas, los rayos X y los rayos gamma son un ejemplo de ondas electromagnéticas y difieren entre sí sólo en su frecuencia. El color de las ondas luminosas depende de su frecuencia; la luz roja posee la frecuencia mínima visible y la luz violeta la máxima. La luz blanca es la combinación de ondas luminosas de todas las frecuencias.

Las ondas electromagnéticas se generan a partir de cargas eléctricas aceleradas, por lo común electrones. **Por** ejemplo, en **una** antena los electrones oscilan y generan las ondas de radio, así como en los átomos los **electrones acelerados** generan las ondas luminosas.

En el vacío, todas las ondas electromagnéticas tienen la *velocidad de la luz,* que es:

$$\text{Velocidad de la luz} = c = 3.00 \times 10^8 \text{ m/s} = 300\ 000 \text{ km/s} = 186\ 000 \text{ mi/s}$$

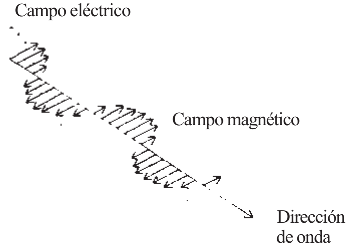


FIGURA 30-1

INTENSIDAD LUMINOSA Y FLUJO LUMINOSO

El ojo responde sólo a una parte (aproximadamente el 10 por ciento en el caso de una lámpara) de la radiación que emite la mayor parte de las fuentes de luz y su sensibilidad a la luz es diferente para diferentes colores (la máxima sensibilidad es a la luz verde-amarillo). Por estos motivos, el watt no resulta una unidad útil al comparar las fuentes de luz y la iluminación que producen, por lo que se necesitan otras unidades que se basen más en la respuesta visual del ojo.

La brillantez de una fuente de luz recibe el nombre de *intensidad luminosa I* y su unidad es la *candela* (cd). La candela se define en términos de la luz emitida por un cuerpo negro (véase capítulo 22) a la temperatura de fusión del platino, que es de 1773 °C. La intensidad de una fuente de luz se define comúnmente como bujía.

La cantidad de luz visible que incide sobre una superficie determinada recibe el nombre de *flujo o flux luminoso F,* cuya unidad es el *lumen* (lm). Un lumen es igual al flujo luminoso que incide en cada metro cuadrado de una esfera de 1 m de radio, cuando una fuente de luz isotrópica (es aquélla fuente que radia uniformemente en todas direcciones) de 1 cd que se encuentra en el centro de la esfera. Puesto que el área de una esfera de radio r es $4\pi r^2$, una esfera de 1 m de radio tiene 4π m^2 de área y, en consecuencia, el flujo luminoso total que emite una fuente de 1 cd es 4π 1 m. Por lo tanto, el flujo luminoso emitido por una fuente de luz isotrópica de intensidad / se expresa por medio de:

$$F = 4\pi I$$

Flujo luminoso = (4π)(intensidad luminosa)

La fórmula anterior no se aplica a una fuente de luz que radia flujos diferentes en direcciones distintas. En este caso, es necesario el concepto de *ángulo sólido.* Un ángulo sólido es el equivalente tridimensional de un ángulo plano en dos dimensiones. El ángulo sólido Ω (letra griega mayúscula *omega* subtendido por un área A sobre la superficie de una esfera de radio r está dado por:

$$\Omega = \frac{A}{r^2}$$

$$\text{Angulo sólido} = \frac{\text{área sobre la superficie de la esfera}}{(\text{radio de la esfera})^2}$$

La unidad del ángulo sólido es el estereorradián (sr); véase la figura 30-2, Así como el grado y el radián, el estereorradián es una razón adimensional que desaparece en los cálculos.

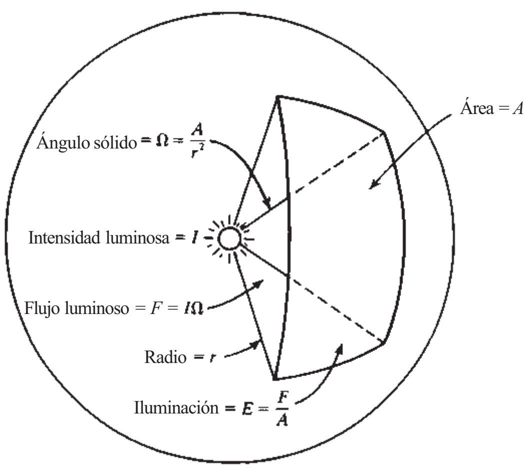


FIGURA 30-2

La definición general de flujo luminoso es:

$$F = I\Omega$$

$$\text{Flujo luminoso} = (\text{intensidad luminosa})(\text{ángulo sólido})$$

Ya que el área total de una esfera es $4\pi r^2$, el ángulo sólido total que subtiende es $47\pi^2/r^2$ sr = 4π sr. Por consiguiente, esta definición de F da como resultado que $F = 4\pi I$ para el flujo total emitido por una fuente isotrópica, como se estableció más arriba. Por lo tanto, el flujo luminoso que proporciona por estereorradián una fuente de 1 cd es igual a 1 lm y 1 cd es igual a 1 lm/sr.

La *eficiencia luminosa* de una fuente de luz es la cantidad de flujo luminoso que radia por watt de potencia suministrado a la fuente. La eficiencia luminosa de las lámparas comunes de filamento de tungsteno aumenta con la potencia, en virtud de que cuanto mayor sea la potencia de una lámpara, mayor será su temperatura y mayor su radiación en la parte visible del espectro. Las eficiencias de tales lámparas oscilan entre unos 8 lm/W en el caso de una lámpara de 10 Ω y 22 lm/W en las lámparas de 1000 W. Las lámparas fluorescentes tienen eficiencias de 40 a 75 lm/W.

ILUMINACIÓN

La *iluminación* (o *iluminancia) E* de una superficie es el flujo luminoso por unidad de área que llega a la superficie:

$$E = \frac{F}{A} \qquad \text{Iluminación} = \frac{\text{flujo luminoso}}{\text{área}}$$

En el sistema SI, la unidad de la iluminación es el lumen por metro cuadrado, o *lux* (lx); en el sistema inglés es el lumen por píe cuadrado o pie-candela (fc) (Tabla 30-1)

TABLA 30-1

Cantidad	Símbolo	Significado	Fórmula	Unidad
Intensidad luminosa	I	Brillantez de la fuente de luz		Candela (cd)
Ángulo sólido	Ω	Equivalente tridimensional del ángulo plano	$\Omega = A/r^2$	Estereorradián (sr)
Rujo luminoso	F	Cantidad de luz visible	$F = I\Omega$	Lumen (lm)
Eficiencia luminosa		Razón entre el flujo luminoso y la potencia solicitada a la fuente	F/P	Lumen/watt (Lm/W)
Iluminación	E	Flujo luminoso por unidad de área	$E = F/A$	Lux (lx) (= lm/W) Pie-candela (fc) (= lm/ft^2)

La iluminación sobre una superficie a una distancia R de una fuente isotrópica de luz de intensidad I es:

$$E = \frac{I\cos\theta}{R^2}$$

donde *6* es el ángulo entre la dirección de la luz y la normal a la superficie (Figura 30-3). Por consiguiente, la iluminación de una fuente así varia inversamente proporcional a R^2, al igual que en el caso de las ondas sonoras; duplicar la distancia significa reducir la iluminación $(\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$ de su valor inicial. Cuando la luz incide de forma perpendicular sobre una superficie, θ = 0 y cos θ = 1, por lo que en este caso $E = I/R^2$.

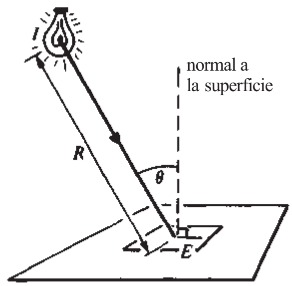


FIGURA 30-3

REFLEXIÓN DE LA LUZ

Cuando una superficie lisa y plana refleja luz, el ángulo de reflexión es igual al ángulo de incidencia (Figura 30-4). La imagen de un objeto en un espejo plano tiene el mismo tamaño y la misma forma que el objeto, pero con los puntos derecho e izquierdo invertidos; la imagen está a la misma distancia detrás del espejo que la del objeto enfrente de él.

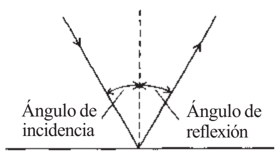


FIGURA 30-4

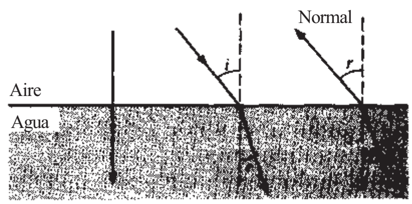


FIGURA 30-5

REFRACCIÓN DE LA LUZ

Cuando la luz pasa oblicuamente de un medio a otro en el cual su velocidad es diferente, su dirección cambia (Figura 30-5). Cuanto mayor sea la razón entre las dos velocidades, mayor será la desviación. Si la luz pasa **del** medio de alta velocidad al de baja velocidad, se desvía hacia la normal a la superficie; si la luz viaja en sentido opuesto, se desvía alejándose de la normal. La luz que incide a lo largo de la normal no se desvía.

El *índice de refracción* de un medio transparente es la razón de la velocidad de la luz en el vacío a su velocidad en el medio:

$$\text{índice de refracción} - n = \frac{c}{v}$$

Cuanto mayor es el índice de refracción, mayor cantidad de luz será desviada al entrar en un medio cuando proviene del aire. El índice de refracción del aire es de aproximadamente de 1.0003 , por lo que para la mayor parte de los propósitos puede considerarse igual a 1.

Según la *ley de Snell,* los ángulos de incidencia *i* y de refracción *r* de la figura 30-5, se relacionan por medio de la fórmula:

$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

donde v_1 y n_1 son la velocidad de la luz y el índice de refracción del primer medio, respectivamente, y v_2 y n_2 son las cantidades correspondientes en el segundo medio. Con frecuencia, la ley de Snell se escribe:

$$n_1 \text{ sen } i = n_2 \text{ sen } r$$

En general, el índice de refracción de un medio aumenta al aumentar la frecuencia de la luz. Por este motivo, un haz de luz blanca se descompone en las frecuencias que lo integran, cada una de las cuales produce la sensación de un color particular, cuando pasa a través de un objeto cuyos lados no son paralelos, por ejemplo, un prisma de vidrio. La banda de colores que resulta se conoce como *espectro.*

PROFUNDIDAD APARENTE

Un objeto sumergido en agua u otro líquido transparente, parece estar más cerca de la superficie de lo que está en realidad. Como se observa en la figura 30-6, la luz que emite el objeto conforme sale del agua se desvía alejándose de la normal a la superficie del agua en contacto con el aire. Debido a que un observador interpreta lo que ve en términos de la propagación de la luz en línea recta, el objeto parece encontrarse a una profundidad menor que su profundidad real. La razón entre la altura aparente y la real es:

$$\frac{\text{Profundidad aparente}}{\text{Profundidad real}} = \frac{h'}{h} - \frac{n_2}{n_1}$$

donde n_1 es el índice de refracción del líquido y n_2 es el índice de refracción del aire.

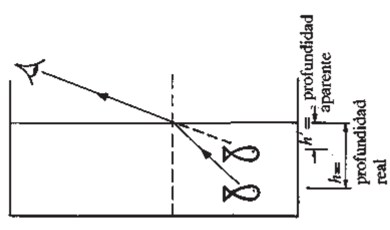


FIGURA 30-6.

Problemas resueltos

30.1. ¿Por qué las ondas luminosas pueden viajar en el espacio y las sonoras no?

Las ondas luminosas se componen de fluctuaciones acopladas en los campos eléctrico y magnético, por lo que no necesitan un medio material para propagarse. No obstante, las ondas sonoras son fluctuaciones de presión y no pueden producirse sin un medio material que las transmita.

30.2. Un radar marino funciona con una longitud de onda 3.2 cm. ¿Cuál es la frecuencia de las ondas del radar?

Las ondas del radar son electromagnéticas y, en consecuencia, viajan a la velocidad de la luz c. Por lo tanto,

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8 \text{ m/s}}{3.2 \times 10^{-2} \text{ m}} = 9.4 \times 10^9 \text{ Hz}$$

30.3. Una lámpara fluorescente de 10 W tiene una intensidad luminosa de 35 cd. Encuentre a) el flujo luminoso que emite y *b)* su eficiencia luminosa.

a) $$F = 4\pi I = (4\pi)(35 \text{ cd}) = 440 \text{ lm}$$

b) $$\text{Eficiencia luminosa} = \frac{F}{P} = \frac{440 \text{ lm}}{10 \text{ W}} = 44 \text{ lm/W}$$

30.4. Un reflector de luz concentra toda la luz de un foco de 100 cd en un círculo en la pared de 91.5 cm de radio. Si el haz del proyector es perpendicular a la pared, calcule la iluminación que produce.

El flujo luminoso que emite el foco es:

$$F = 4\pi I = (4\pi)(100 \text{ cd}) = 400\pi \text{ lm}$$

El área de un círculo de 91.5 cm de radio es $A = \pi r^2 = (\pi)(0.915\text{m})^2 = 0.836\pi\text{m}^2$. Por consiguiente, la iluminación es:

$$E = \frac{F}{A} = \frac{400\pi \text{ lm}}{0.836\pi \text{ m}^2} = 478.5 \text{ lx}$$

30.5. ¿Cuál es el área subtendida, sobre la superficie de una esfera de 60 cm de radio, por un ángulo sólido de 0.2 sr?

Puesto que $\Omega = A/r^2$, en este caso:

$$A = \Omega r^2 = (0.2 \text{ sr})(60 \text{ cm})^2 = 720 \text{ cm}^2$$

Se observa que el estereorradián, que es una razón, no aparece en el resultado.

30.6. Un reflector de luz concentra la luz de un foco de 150 cd en un círculo de 0.8 m de radio a una distancia de 25m. Encuentre la intensidad luminosa de la fuente de cara al haz. Esta es una intensidad luminosa de una fuente isotrópica que suministra el mismo flujo luminoso sobre el círculo iluminado.

El foco emite un flujo luminoso total

$$F = 4\pi I = (4\pi)(150\ \text{cd}) = 1885\ \text{lm}$$

Puesto que el radio *R* del círculo iluminado es pequeño en comparación con el radio *r* de la esfera cuyo centro es el reflector de luz, puede despreciarse la diferencia entre el área plana del círculo de R^2 y su área medida sobre la superficie de la esfera. Por lo tanto, el ángulo sólido del haz del reflector de luz es:

$$\Omega = \frac{A}{r^2} = \frac{\pi R^2}{r^2} = \frac{(\pi)(0.8\ \text{m})^2}{(25\ \text{m})^2} = 0.0032\ \text{sr}$$

La intensidad luminosa /' del reflector de luz de cara al haz es, en consecuencia,

$$I' = \frac{F}{\Omega} = \frac{1885\ \text{lm}}{0.0032\ \text{sr}} = 5.89 \times 10^5\ \text{cd}$$

La brillantez de la fuente aumentó por un factor de *I'/I* = 3927 gracias al sistema óptico del reflector de luz.

30.7. Se recomienda leer con una iluminación de unos 215 lx. ¿A qué distancia de un libro deberá colocarse una lámpara de 75 Ω y 90 cd de intensidad si el ángulo entre los rayos de luz y el plano del libro abierto es de 60°?

El ángulo entre los rayos de luz y la normal a la superficie del libro es $\theta = 30°$. Puesto que **$E = (I\cos\theta)/R^2$,**

$$R = \sqrt{\frac{I\cos\theta}{E}} = \sqrt{\frac{(90\ \text{cd})\cos 30°}{215\ \text{lm/m}^2}} = 0.610\ \text{m}$$

30.8. Por encima de una mesa, a 2 m de distancia, se suspende un foco de 60 W cuya eficiencia luminosa es de 14 lm/W. a) ¿Cuál es la iluminación sobre la mesa exactamente debajo del foco? b) ¿A qué altura por encima de la mesa deberá colocarse el foco de manera que se duplique la iluminación?

a) El flujo luminoso que emite el foco es:

$$F = (60\ \text{W})(14\ \text{lm/W}) = 840\ \text{lm}$$

Ya que *F = 4ΠI,* la intensidad del foco es:

$$I = \frac{F}{4\pi} = \frac{840\ \text{lm}}{4\pi} = 66.8\ \text{cd}$$

La iluminación a una distancia *R* = 2 m es:

$$E = \frac{I}{R^2} = \frac{66.8\ \text{cd}}{(2\ \text{m})^2} = 16.7\ \text{lm/m}^2 = 16.7\ \text{lx}$$

o) Puesto que E = I/R^2,

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{I_2 R_1^2}{I_1 R_2^2}$$

En este caso, $I_1 = I_2$ y $E_2/E_1 = 2$, así:

$$R_2 = R_1\sqrt{\frac{E_1}{E_2}} = (2\text{ m})\sqrt{\frac{1}{2}} = 1.41\text{ m}$$

30.9. Sobre una mesa grande a 1.8 m de superficie se suspende una lámpara. ¿Qué tan grande es la iluminación exactamente debajo de la lámpara en comparación con la iluminación en un punto sobre la mesa a 1.2 m hacia un lado?

Exactamente por debajo de la lámpara, la iluminación es:

$$E_1 = \frac{I}{R_1^2}$$

Y a una distancia *d* del punto anterior y sobre la mesa es:

$$E_2 = \frac{I\cos\theta}{R_2^2}$$

Con la ayuda de la figura 30-7, se obtiene:

$$R_2 = \sqrt{R_1^2 + d^2} = \sqrt{(1.8\text{ m})^2 + (1.2\text{ m})^2} = 2.16\text{ m}$$

y

$$\cos\theta = \frac{R_1}{R_2} = \frac{1.8\text{ m}}{2.2\text{ m}} = 0.82$$

Por lo tanto

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{I/R_1^2}{(1\cos\theta)/R_2^2} = \frac{R_2^2}{R_1^2\cos\theta} = \frac{(2.2\text{ m})^2}{(1.8\text{ m})^2(0.83)} = 1.8$$

La iluminación es 1.8 veces mayor directamente debajo de la lámpara.

30.10. El índice de refracción del diamante es de 2.42. ¿Cuál es la velocidad de la luz en el diamante?

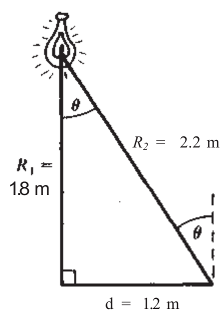


FIGURA 30-7

Puesto que *n=c/v,* en este caso:

$$v = \frac{c}{n} = \frac{3 \times 10^8\ \mathrm{m/s}}{2.42} = 1.24 \times 10^8\ \mathrm{m/s}$$

30.11. ¿Por qué un haz de luz blanca que atraviesa de forma perpendicular un plano de vidrio no se dispersa formando un espectro?

La luz que incide perpendicularmente sobre una superficie no se desvía, por lo que la luz de frecuencias diferentes que contiene la luz blanca permanece unida a pesar de las velocidades distintas en el vidrio.

30.12. Una mujer de 1.60 m de altura desea comprar un espejo en el que pueda verse de cuerpo entero ¿Cuál es la altura mínima que debe tener el espejo? ¿A qué distancia del espejo debe pararse ella?

Como el ángulo de reflexión es igual al ángulo de incidencia, el espejo debe medir la mitad de su altura (80 cm) y colocarse de forma que su extremo superior esté a la misma altura que el punto medio de la frente de la mujer (Figura 30-8). La distancia entre el espejo y la mujer no es importante.

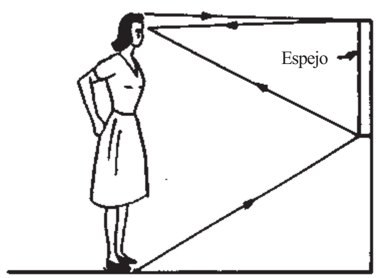


FIGURA 30-8

30.13. Un haz de luz penetra en un lago con un ángulo de incidencia de 40°. Encuentre el ángulo de refracción. El índice de refracción del agua es de 1.33.

Aquí, el medio 1 es aire y el medio 2, agua. De la ley de Snell,

$$\operatorname{sen} r = \frac{n_1}{n_2} \operatorname{sen} i = \frac{1.00}{1.33} \operatorname{sen} 40° = 0.483 \qquad r = 29°$$

El ángulo de refracción es menor que el ángulo de incidencia porque $n_2 > n_1$.

30.14. La linterna que sujeta un buzo dirige un haz de luz sobre la superficie de un lago con un ángulo de incidencia de 40°. Calcule el ángulo de refracción.

Ahora, el medio 1 es agua y el medio 2, aire. Por lo tanto,

$$\operatorname{sen} r = \frac{n_1}{n_2} \operatorname{sen} i = \frac{1.33}{1.00} \operatorname{sen} 40° = 0.855$$

$$r = 59°$$

El ángulo de refracción es mayor que el ángulo de incidencia porque $n_2 < n_1$.

30.15. Un haz de luz choca contra un plano de vidrio con un ángulo de incidencia de 50°. Si el ángulo de refracción es de 30°, encuentre el índice de refracción de vidrio.

Según la ley de Snell, n_1 sen i = n_2 sen *r.* En este caso, el medio 1 es aire, por lo que $n_1 = 1.00$ y

$$n_2 = (n_1) = \left(\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r}\right) = (1.00)\left(\frac{\text{sen } 50°}{\text{sen } 30°}\right) = 1.53$$

30.16. Un rayo de luz penetra con un ángulo de incidencia de 50° en una placa de vidrio cuyo índice de refracción es de 1.5 (Figura 30-9). ¿Con qué ángulo sale el rayo de luz del otro lado de la placa?

Se comienza por encontrar el ángulo de refracción n en el primer plano de la placa:

$$\text{sen } r_1 = \left(\frac{n_{\text{aire}}}{n_{\text{vidrio}}}\right)(\text{sen } i_1) = \left(\frac{1.0}{1.5}\right)\text{sen } 50°$$

$$r_1 = \text{sen}^{-1}\left(\frac{1.0}{1.5}\text{sen } 50°\right) = 30.7°$$

El ángulo de incidencia i_2 y en el otro plano de la placa es igual a r_1. Por consiguiente.

$$\text{sen } r_2 = \left(\frac{n_{\text{vidrio}}}{n_{\text{aire}}}\right)(\text{sen } i_2)\left(\frac{n_{\text{vidrio}}}{n_{\text{aire}}}\right)(\text{sen } r_1) = \left(\frac{1.5}{1.0}\right)(\text{sen } 30.7°)$$

$$r_2 = \text{sen}^{-1}\left(\frac{1.5}{1.0}\text{sen } 30.7°\right) = 50°$$

El rayo de luz abandona la placa de vidrio en dirección paralela a su dirección original, pero recorrido hacia un lado. Esto es cierto sin importar el índice de refracción del vidrio.

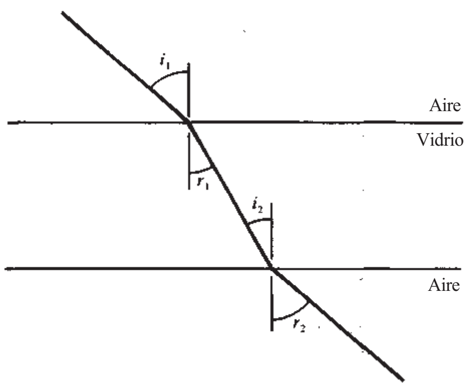


FIGURA 30-9

30.17. El fenómeno de *reflexión interna total* puede tener lugar cuando la luz pasa de un medio de alto índice de refracción a uno de bajo índice de refracción; por ejemplo, de vidrio o de agua a aire. En esta situación, el ángulo de refracción es mayor que el ángulo de incidencia, y en la superficie de separación de los dos medios, un rayo de luz se desvía alejándose de la normal, como ilustra la figura 30-10. Bajo el *ángulo crítico* de incidencia, el ángulo de refracción es de 90° y a ángulos de incidencia mayores que éste, los rayos refractados se reflejan en el medio original, a) Obtenga una fórmula que exprese el ángulo crítico. *b)* Encuentre el ángulo crítico cuando ia luz pasa de vidrio crown (n = 1.52) a aire *(n* = 1.00) y cuando pasa de vidrio crown a agua (n =1.33).

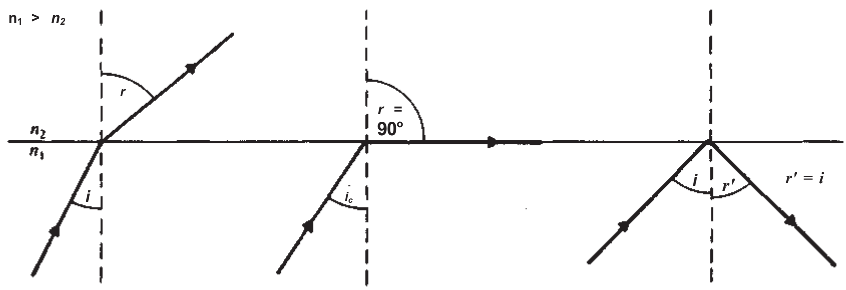


FIGURA 30-10

a) Bajo el ángulo crítico i_c, el ángulo de refracción es de 90°, por lo que sen r = sen 90° = 1 cuando $i = i_c$. Al sustituir sen r = 1 en la ley de Snell,

$$n_1 \operatorname{sen} i = n_2 \operatorname{sen} r$$

nos proporciona $\quad n_1 \operatorname{sen} i_c = n_2 \qquad \operatorname{sen} i_c = \frac{n_2}{n_1}$

El ángulo crítico depende de la razón n_2/n_1.

b) En el caso de luz que pasa de vidrio a aire,

$$\operatorname{sen} i_c = \frac{1.00}{1.52} = 0.658 \qquad i_c = 41°$$

Cuando la luz pasa de vidrio a agua,

$$\operatorname{sen} i_c = \frac{1.33}{1.52} = 0.875 \qquad i_c = 61°$$

30.18. En los instrumentos ópticos se hace uso de prismas en lugar de espejos con el fin de cambiar 90° la dirección de los haces de luz, debido a que la reflexión interna total conserva mejor la colimación y la brillantez de los haces de luz. ¿Cuál es el índice mínimo de refracción del vidrio que se usa en tales prismas?

Como se aprecia en la figura 30-11, el ángulo de incidencia debe ser de 45°, por lo que el ángulo crítico debe ser de cuando menos 45°. Por lo tanto, el valor mínimo de *n* es:

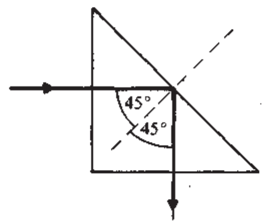


FIGURA 30-11

$$n = \frac{1}{\text{sen } i_c} = \frac{1}{\text{sen } 45°} = 1.41$$

30.19. En una piscina, el agua está a 2 m de profundidad. ¿Qué profundidad observa una persona que ve hacia su interior, desde fuera?

Aquí $n_1 = 1.33$ y $n_2 = 1.00$, por lo que

$$h' = h\frac{n_2}{n_1} = (2 \text{ m})\left(\frac{1.00}{1.33}\right) = 1.5 \text{ m}$$

Problemas complementarios

30.20. Cuando un haz de luz pasa de un medio a otro, ¿cuál de las siguientes cantidades (de existir) nunca cambia: la dirección del haz, su velocidad, su frecuencia, su longitud de onda?

30.21. ¿Qué relación guarda la dirección de una onda electromagnética con las direcciones de sus campos eléctrico y magnético?

30.22. ¿Cuál es la frecuencia de las ondas de radio cuya longitud de onda es de 20 m?

30.23. Una estación de radio transmite a una frecuencia de 1050 Hz. ¿Cuál es la longitud de onda de estas ondas?

30.24. ¿Es posible que el índice de refracción de una sustancia sea menor que 1 ?

30.25. Una lámpara de filamento de tungsteno de 100 W tiene una eficiencia luminosa de 16 lm/W. Encuentre su intensidad en candelas.

30.26. Se sostiene un periódico a 6 m de una lámpara de alumbrado público de 2000 cd, a media noche. ¿Cuál es la iluminación máxima que recibe el periódico?

30.27. Una lámpara de 100 cd que está sobre una mesa de trabajo se sustituye por una de 150 cd. Si la lámpara original estaba a 1.5 m por encima de la mesa de trabajo, ¿a qué altura debe colocarse la otra lámpara para producir la misma iluminación?

30.28. Encuentre el ángulo sólido subtendido por un área de 50 cm^2 sobre la superficie de una esfera de 2.0 m de radio.

30.29. Un proyector produce una iluminación de 10^4 lx sobre una pantalla cuando se coloca a 6 m de distancia de ésta. Encuentre la intensidad luminosa del proyector de cara al haz de luz.

30.30. ¿Cuál debe ser la intensidad de una lámpara si se desea que suministre una iluminación de 400 lx a una distancia de 3 m y sobre una superficie cuya normal está a 20° de la dirección de los rayos de luz?

30.31. Un campo de juego de 75 m por 120 m debe contar con una iluminación promedio de 335 lx. ¿Cuántas lámparas de 4000 cd se necesitan, si se usan reflectores de luz que permiten que el 40 por ciento de su flujo luminoso llegue al campo?

30.32. El índice de refracción del benceno es de 1.50. Encuentre la velocidad de la luz en benceno.

30.33. La velocidad de la luz en hielo es de 2.3×10^8 m/s. ¿Cuál es su índice de refracción?

30.34. Un haz de luz penetra en una placa de vidrio flint (n =1.63) con un ángulo de incidencia de 40°. Encuentre el ángulo de refracción.

30.35. Un haz de luz penetra en un tanque de glicerina con un ángulo de incidencia de 45°. El ángulo de refracción es de 29°. Determine el índice de refracción de la glicerina.

30.36. Calcule el ángulo crítico de la reflexión interna total en el caso de luz que pasa de hielo (n = 1.31) a aire.

30.37. Un palo que se encuentra en un estanque congelado en el invierno parece estar a 7.60 cm por debajo de la superficie. ¿Cuál es la profundidad real dentro del hielo?

Respuestas a los problemas complementarios

30.20. Lo único que nunca cambia es la frecuencia.

30.21. Los campos eléctrico y magnético son perpendiculares entre sí y a la dirección de la onda.

30.22. 1.5×10^7 = 15 MHz

30.23. 286 m

30.24. No, porque esto significaría una velocidad de 1 luz mayor que su velocidad en el vacío, lo cual es imposible.

30.25. 127 cd

30.26. 55.6 lx

30.27. 34 cm más alta, para lograr una altura total de 1.84 m

30.28. 0.00125 sr

30.29. 3.6×10^5 cd

30.30. 3831 cd

30.31. 149 lámparas

30.32. 2×10^8 m/s

30.33. 1.3

30.34. 23°

30.35. 1.46

30.36. 50°

30.37. 9.98 cm.

31

Espejos esféricos

DISTANCIA FOCAL

En la figura 31 - 1 , se observa la forma en que un espejo cóncavo produce la convergencia de un haz de luz paralelo en un punto focal real *F,* y la figura 31 -2, ilustra la forma en que un espejo convexo produce la divergencia de un haz de luz paralelo, de manera que los rayos que se reflejan parecen provenir de un punto focal virtual *F* situado detrás del espejo. En ambos casos, si el radio de curvatura del espejo es *R,* la distancia focal *f* es *R*/2. En el caso de un espejo cóncavo, *f* es positiva y si se trata de un espejo convexo, *f* es negativa. Por lo tanto,

$$\text{Espejo cóncavo:} \qquad f = +\frac{R}{2}$$

$$\text{Espejo convexo:} \qquad f = -\frac{R}{2}$$

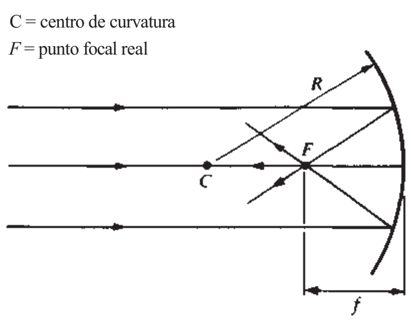


FIGURA 31-1

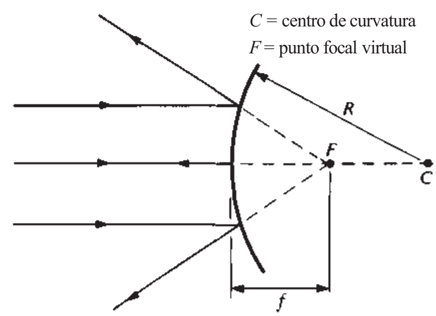


FIGURA 31-2

TRAZADO DE RAYOS

Puede determinarse la posición y el tamaño de la imagen de un objeto que se forma enfrente de un espejo esférico, por medio de un dibujo a escala. Lo que se hace es trazar dos rayos distintos de luz a partir de dos puntos de interés en el objeto y se prolongan hasta donde se intersecan (sus extensiones, en el caso de una imagen virtual), después de reflejarse en el espejo. En la figura 31 -3, se muestran tres rayos que son especialmente útiles para este propósito; cualquier par de estos rayos es suficiente:

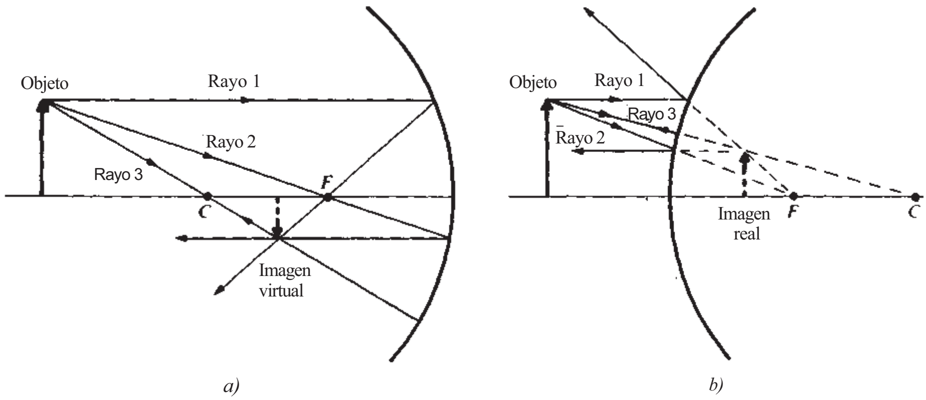


FIGURA 31-3

1. Un rayo que parte del objeto y es paralelo al eje del espejo. Después de que se produce la reflexión, este rayo pasa por el punto focal de un espejo cóncavo o parece venir del punto focal de un espejo convexo.
2. Un rayo que pasa por el punto focal del espejo cóncavo o se dirige hacia el punto focal de un espejo convexo. Después de que se produce la reflexión, este rayo viaja en dirección paralela al eje del espejo.
3. Un rayo que parte del objeto a lo largo del radio del espejo. Después de que se produce la reflexión, este rayo regresa a lo largo del mismo radio.

ECUACIÓN DE LOS ESPEJOS

Cuando un objeto se encuentra a una distancia *p* de un espejo con distancia focal *f,* la imagen se localiza a una distancia *q* del espejo, donde

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{\text{Distancia del objeto}}+\frac{1}{\text{distancia de la imagen}}=\frac{1}{\text{distancia focal}}$$

Esta ecuación se aplica tanto a los espejos cóncavos como a los convexos (véase figura 31-4). La ecuación de los espejos se resuelve fácilmente para *p, q o f:*

$$p=\frac{qf}{q-f} \qquad q=\frac{pf}{p-f} \qquad f=\frac{pq}{p+q}$$

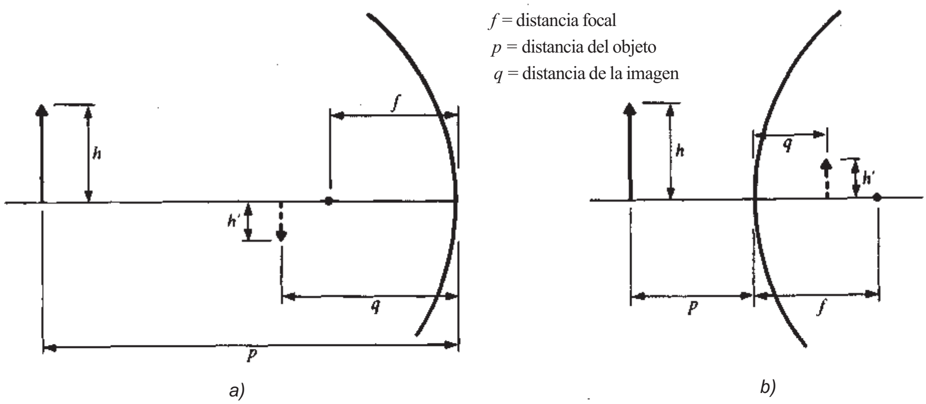


FIGURA 31-4

Un valor positivo de p o *q,* significa que se trata de un objeto o imagen reales, y un valor negativo está relacionado con un objeto o imagen virtuales. Un *objeto real* es aquél que se encuentra frente a un espejo; un *objeto virtual* parece localizarse detrás del espejo y debe ser, por fuerza, una imagen producida por otro espejo o lente. Una *imagen real* está formada por rayos de luz que de hecho pasan a través de la imagen, por lo que una imagen real aparecerá en una pantalla que se coloque en la posición de la imagen. Sin embargo, una *imagen virtual* sólo puede observarla el ojo, puesto que los rayos de luz que parecen venir de la imagen en realidad no pasan a través de ella. Las imágenes reales se ubican frente a un espejo; las imágenes virtuales detrás de él.

AUMENTO

El *aumento lineal m* de cualquier sistema óptico es la razón entre el tamaño (altura, anchura u otra dimensión lineal transversal) de la imagen y el tamaño del objeto. En el caso de un espejo,

$$m = \frac{h'}{h} = -\frac{q}{p}$$

$$\text{Aumento lineal} = \frac{\text{altura de la imagen}}{\text{altura del objeto}} = -\frac{\text{distancia de la imasen}}{\text{distancia del objeto}}$$

Un aumento positivo significa que se trata de una imagen erguida hacia arriba, como ilustra la figura 31 -4 ò); uno negativo significa que se tiene una imagen invertida, como se observa en la figura 31 -4a). La tabla 31 - 1 , es un resumen de la convención de los signos asociados a los espejos esféricos.

TABLA 31-1

Cantidad	Positivo	Negativo
Distancia focal f	Espejo cóncavo	Espejo convexo
Distancia del objeto p	Objeto real	Objeto virtual
Distancia de la imagen q	Imagen real	Imagen virtual
Aumento m	Imagen erguida	Imagen invertida

Problemas resueltos

31.1. ¿Qué es la *aberración esférica?*

La aberración esférica se refiere al hecho de que los rayos de luz que provienen de un punto en un objeto y que son reflejados a diferentes distancias del eje de un espejo esférico no convergen en (o parecen divergir de) un punto único, Este efecto aparece en la figura 31 -5, para el caso de rayos paralelos que inciden en un espejo cóncavo: los rayos que se reflejan de las partes más externas del espejo convergen en puntos focales más cercanos al espejo que aquellos que se reflejan cerca de su eje. Como resultado, un espejo esférico produce imágenes nítidas sólo cuando su diámetro es pequeño en comparación con su distancia focal. Los espejos cóncavos, cuyas secciones transversales son parabólicas, no sufren aberración esférica y se utilizan cuando se necesita una alta calidad de imágenes, como en el caso de los telescopios.

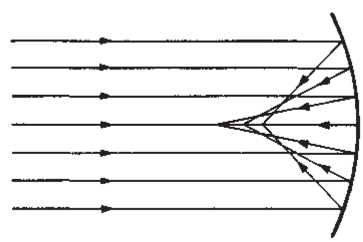


FIGURA 31-5

31.2. ¿Cuál es la naturaleza de la imagen de un objeto real que se forma con un espejo convexo?

La imagen es virtual, erguida, es decir, no invertida, y más pequeña que el objeto, como ilustra la figura 31-36).

31.3. Describa la imagen que se forma de un objeto colocado en un punto focal de un espejo cóncavo.

En este caso, $p=f$, y así:

$$q = \frac{pf}{p-f} = \infty$$

Como en la figura 31 -6, los rayos reflejados son paralelos entre sí, por lo que no se forma imagen alguna.

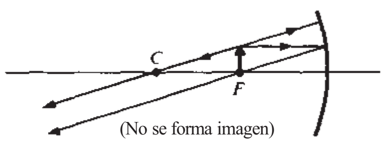


FIGURA 31-6

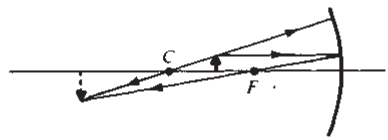


FIGURA **31-7**

31.4. Frente a un espejo cóncavo cuya distancia focal es de 38 cm, se coloca a una distancia de 50 cm una vela que mide 12 cm de altura. Encuentre la ubicación, el tamaño y la naturaleza de la imagen.

En este caso, p = 50 cm y *f* = 38 cm, por lo que la distancia de la imagen es:

$$q = \frac{pf}{p-f} = \frac{(50\text{ cm})(38\text{ cm})}{50\text{ cm} - 38\text{ cm}} = 158.3\text{ cm}.$$

La imagen es real y se forma del mismo lado del espejo donde se encuentra la vela (Figura 31.7). La altura de la imagen es:

$$h' = -h\frac{q}{p} = -(12\text{ cm})\left(\frac{158.3\text{ cm}}{50\text{ cm}}\right) = -38\text{ cm}.$$

que es mayor que la altura de la vela. El signo negativo indica que se produjo una imagen invertida.

En general, un objeto que se coloca entre el punto focal y el centro de curvatura C de un espejo cóncavo (esto es, con p mayor que *f,* pero menor que *2f)* tendrá una imagen real e invertida, más grande que el objeto.

31.5. En el centro de la curvatura de un espejo cóncavo, cuya distancia total es de 40 cm, se coloca un lápiz de 12 cm de longitud. Determine la ubicación, el tamaño y la naturaleza de la imagen.

Puesto que *f* = *R/2* en el caso de un espejo cóncavo, p = *R* = *2f* = 80 cm, en este caso. Por consiguiente, la distancia de la imagen es:

$$q = \frac{pf}{p-f} = \frac{(80\text{ cm})(40\text{ cm})}{80\text{ cm} - 40\text{ cm}} = 80\text{ cm}$$

La imagen es real y está a la misma distancia del espejo que el objeto (Figura 31.8). La altura de la imagen es:

$$h' = -h\frac{q}{p} = -(12\text{ cm})\left(\frac{80\text{ cm}}{80\text{ cm}}\right) = -12\text{ cm}$$

que es la misma que la altura del objeto. El signo negativo implica una imagen invertida.

En general, un objeto que se coloca en el centro de la curvatura de un espejo cóncavo tiene una imagen real e invertida, del mismo tamaño que el objeto y se forma a la misma distancia del espejo, donde está el objeto.

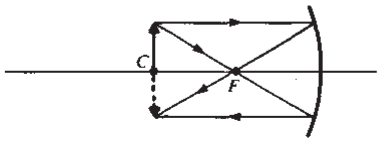


FIGURA 31-8

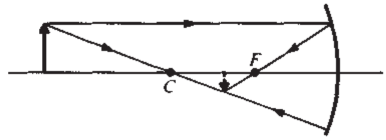


FIGURA 31-9

31.6. Un cigarro de 15 cm de longitud se coloca a 76 cm de un espejo cóncavo cuya distancia focal es de 30 cm. Encuentre la ubicación, el tamaño y la naturaleza de la imagen.

Aquí, p = 76 cm y f = 30 cm, por lo que la distancia de la imagen es:

$$q = \frac{pf}{p-f} = \frac{(76\text{ cm})(30\text{ cm})}{76\text{ cm} - 30\text{ cm}} = 49.6\text{ cm}.$$

La imagen es real y está del mismo lado del espejo que el cigarro (Figura 31 -9). La longitud de la imagen es:

$$h' = -h\frac{q}{p} = -(15\text{ cm})\left(\frac{49.6\text{ cm}}{76\text{ cm}}\right) = -9.8\text{ cm}.$$

que es menor que la longitud del cigarro. El signo negativo indica que se trata de una imagen invertida.

En general, un objeto que se coloca más allá del centro de curvatura de un espejo cóncavo (es decir, con p mayor que *2f),* tendrá una imagen real e invertida más pequeña que el objeto.

31.7. Se utiliza un espejo cóncavo cuyo radio de curvatura es de 4 m, con el fin de producir una imagen de la luna en una placa fotográfica. El diámetro de la luna es de unos 3500 km y está a aproximadamente 384,000 km de la Tierra. a) ¿A qué distancia del espejo debe colocarse la placa fotográfica? *b)* ¿Cuál es el tamaño y la naturaleza de la imagen que se forma de la luna?

a) La distancia del objeto es mucho mayor a la distancia focal, $f = R/2$ = 2m del espejo, por lo que puede hacerse p = ∞, en este caso. Al sustituir 1/p = 0 y f = 2 m en la ecuación de los espejos se tiene que:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \qquad 0 + \frac{1}{q} = \frac{1}{2\text{ m}} \qquad q = 2\text{ m}$$

La imagen es real y está del mismo lado del espejo que la luna.

b) Como el diámetro de la luna es h = 3500 km = 3.5 x 10^6 m y la distancia del objeto es p = 384,000 km = 3.8 x 10^8 m, el diámetro de la imagen de la luna es

$$h' = -h\frac{q}{p} = -(3.5\times10^6\text{ m})\left(\frac{2\text{ m}}{3.84\times10^8\text{ m}}\right) = -0.018\text{ m} = -18\text{ mm}$$

El signo negativo indica que se tiene una imagen invertida (Figura 31-10).

En general, un objeto que se encuentra muy alejado de un espejo cóncavo, en comparación de su distancia focal, tendrá una imagen real e invertida, más pequeña que el objeto y estar ubicada muy cerca del punto focal del espejo.

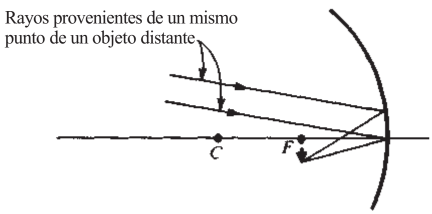


FIGURA 31-10

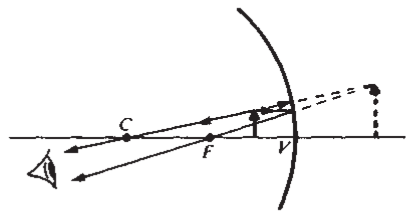


FIGURA 31-11

31.8. Un espejo cóncavo tiene un radio de curvatura de 120 cm. ¿A qué distancia del espejo deberá colocarse una cara, de manera que la imagen sea erguida hacia arriba y dos veces su tamaño real? ¿Es la imagen real o virtual?

La distancia focal del espejo es $f = R/2 = 60$ cm y es positiva, puesto que el espejo es cóncavo, Ya que la imagen debe estar erguida hacia arriba y ser dos veces el tamaño del objeto, $m = +2$. Se conoce m y f y debe encontrarse la distancia p del objeto. Existen varias formas de hacer esto, una de ellas consiste en lo siguiente. Puesto que $m = -q/p$, $q = -mp$. La distancia negativa de la imagen implica una imagen virtual (Figura 31-11). Al sustituir $q = -mp$ en la ecuación de los espejos, permite resolverse para p:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \qquad \frac{1}{p} - \frac{1}{mp} = \frac{1}{f} \qquad \frac{m-1}{mp} = \frac{1}{f} \qquad \frac{mp}{m-1} = f$$

$$p = \frac{f}{m}(m-1) = \left(\frac{60 \text{ cm}}{2}\right)(2-1) = 30 \text{ cm}$$

En general, un objeto que se coloca más cerca del espejo de lo que está su punto focal (esto es, a una distancia menor que f), tendrá una imagen virtual, erguida y más grande que el objeto.

31.9. ¿A qué distancia de un espejo cóncavo con distancia focal de 40 cm deberá colocarse un objeto real de 30 mm de longitud, con el fin de que su imagen mida 8 mm de longitud?

Cuando un espejo cóncavo forma una imagen más pequeña que el objeto, la imagen siempre será invertida (véase figura 31 -9). Se considera que una imagen invertida tiene una altura negativa, por lo que en este caso el aumento es:

$$m = \frac{h'}{h} = \frac{-8 \text{ mm}}{30 \text{ mm}} = -0.267$$

A partir de la solución del problema 31.8,

$$p = \frac{f}{m}(m-1) = \left(\frac{40 \text{ cm}}{-0.267}\right)(-0.267-1) = 190 \text{ cm}$$

Si se desconociera el hecho de que la imagen es invertida y se usara un aumento de +0.267, el resultado sería un objeto ubicado a una distancia de -110 cm. Pero una distancia negativa del objeto significa que se tiene un objeto virtual, mientras que en este caso el objeto es real, por lo que quedaría claro que se utilizó un signo incorrecto en el aumento.

31.10. Un chapulín de 5 cm de longitud está a 25 cm de un espejo convexo, cuyo radio de curvatura es de 80 cm: Encuentre la ubicación, el tamaño y la naturaleza de la imagen.

La distancia focal del espejo es:

$$f = -\frac{R}{2} = -\frac{80\text{ cm}}{2} = -40\text{ cm}$$

La distancia de la imagen es:

$$q = \frac{pf}{p-f} = \frac{(25\text{ cm})(-40\text{ cm})}{25\text{ cm} - (40\text{ cm})} = -\frac{(25\text{ cm})(40\text{ cm})}{25\text{ cm} + 40\text{ cm}} = -15.4\text{ cm}$$

El signo negativo indica que se tiene una imagen virtual localizada detrás del espejo. La longitud de la imagen es:

$$h' = -h\,\frac{q}{p} = (-5\text{ cm})\left(\frac{-15.4\text{ cm}}{25\text{ cm}}\right) = 3.1\text{ cm}$$

Un valor positivo de h' significa que se trata de una imagen erguida.

Problemas complementarios

31.11. ¿Qué significado tiene un aumento negativo? ¿Y un aumento menor que 1 ?

31.12. ¿Bajo qué circunstancias un espejo cóncavo produce una imagen real de un objeto real? ¿Y una imagen virtual?

31.13. Una polilla vuela hacia un espejo convexo. ¿Se vuelve más grande su imagen al acercarse al punto focal del espejo, o más pequeña? ¿Qué clase de imagen se forma?

31.14. a) Un espejo cóncavo tiene un radio de curvatura de 76 cm. ¿Cuál es su distancia focal? b) Un espejo convexo tiene un radio de curvatura de 76 cm. ¿Cuál es su distancia focal?

31.15. Un cerillo de 6 cm de longitud se coloca a 30 cm de un espejo cóncavo cuya distancia focal es de 50 cm. Encuentre la ubicación, el tamaño y la naturaleza de la imagen.

31.16. El cerillo del problema 31.15 está a 50 cm del mismo espejo. Encuentre la ubicación, el tamaño y la naturaleza de la imagen.

31.17. El cerillo del problema 31.15 está a 80 cm del mismo espejo. Determine la ubicación, el tamaño y la naturaleza de la imagen

31.18. El cerillo del problema 31.15 está a 100 cm del mismo espejo. Encuentre la ubicación, el tamaño y la naturaleza de la imagen.

31.19. El cerillo del problema 31.15 está a 3 m del mismo espejo. Encuentre la ubicación, el tamaño y la naturaleza de la imagen.

31.20. Un lápiz de 15 cm de longitud se coloca a 20 cm de un espejo cuya distancia focal es de -40 cm. Determine la ubicación, el tamaño y la naturaleza de la imagen.

31.21. ¿A qué distancia de un espejo cóncavo cuya distancia focal es de 63 cm deberá colocarse un objeto con el fin de que su imagen mida una tercera parte de su tamaño real?

31.22. Un espejo tiene el propósito de producir una imagen erguida hacia arriba de la cara de un hombre y cuyo tamaño sea 2.5 veces el del objeto real cuando la cara se coloca a 30 cm del espejo. a) ¿Cómo es el espejo, cóncavo o convexo? *b)* ¿Cuál es el radio de curvatura del espejo?

Respuestas a los problemas complementarios

31.11. Que se trata de una imagen invertida; que la imagen es más pequeña que el objeto.

31.12. Cuando la distancia del objeto es mayor que la distancia focal del espejo; cuando la distancia del objeto es menor que la distancia focal.

31.13. Más grande; virtual y erguida.

31.14. *a)* 38 cm *b)* -38 cm

31.15. La imagen está a 75 cm detrás del espejo, tiene 15 cm de longitud y es erguida.

31.16. No se forma imagen alguna.

31.17. La imagen está a 133 cm enfrente del espejo, mide 10 cm de longitud, es real e invertida.

31.18. La imagen está a 100 cm enfrente del espejo, mide 6 cm de longitud, es real e invertida.

31.19. La imagen está a 60 cm enfrente del espejo, mide 1.2 cm de longitud, es real e invertida.

31.20. La imagen está a 13.3 cm detrás del espejo, mide 10 cm de longitud, es virtual y erguida.

31.21. 252 cm

31.22. *a)* Cóncavo *b)* 200 cm

32

Lentes

DISTANCIA FOCAL

En la figura 32-1, se puede apreciar la forma en que una lente convergente hace coincidir un haz de luz de rayos paralelos en un punto focal real *F,* y la figura 32-2, ilustra la manera en que una lente divergente dispersa un haz de rayos paralelos de luz, de manera que los rayos refractados perecen provenir de un punto focal virtual *F.* En este capítulo, sólo se consideran lentes *delgadas,* cuyo espesor puede despreciarse para los efectos ópticos concernientes. La distancia focal *f* de Una lente delgada se expresa por medio de la *ecuación del constructor de lentes:*

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

En esta ecuación, *n* es el índice de refracción del material de la lente, el cual es relativo al medio en que se encuentra R_1 y R_2 son los radios de curvatura de las dos superficies de la lente. Tanto R_1 como R_2 se consideran positivos en el caso de una superficie convexa (curvada hacia afuera) y negativos en el caso de una superficie cóncava (curvada hacia adentro); se sobreentiende que no importa a cuál de las superficies se le asigne el número 1 y a cual el 2.

Una distancia focal positiva corresponde a una lente convergente y una distancia focal negativa a una lente divergente.

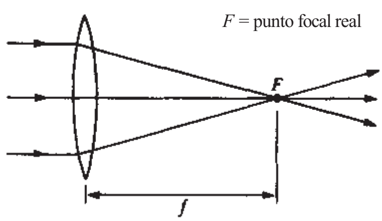


FIGURA 32-1

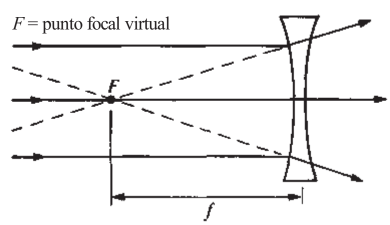


FIGURA 32-2

TRAZADO DE RAYOS

Al igual que con un espejo esférico, puede determinarse por medio de un dibujo a escala la posición y el tamaño de la imagen que de un objeto se forma a partir de una lente. Lo que se hace, una vez más, es trazar dos rayos distintos de luz a partir de dos puntos de interés en el objeto y se prolongan hasta donde se intersecan (sus extensiones, en el caso de una imagen virtual), después de refractarse en la lente. En la figura 32-3, se muestran tres rayos que son especialmente útiles para este propósito; cualquier par de estos rayos es suficiente:

1 Un rayo que parte del objeto y es paralelo al eje de la lente. Después de que se produce la refracción, este rayo pasa a través del punto focal distante de una lente convergente o parece venir del punto focal cercano a una lente divergente.
2. Un rayo que pasa a través del punto focal cercano de una lente convergente o que se dirige hacia el punto focal distante de una lente divergente. Después de que se produce la refracción, este rayo viaja paralelo al eje del lente.
3. Un rayo que parte del objeto y se dirige hacia el centro de la lente. Este rayo no se desvía por el efecto de la refracción.

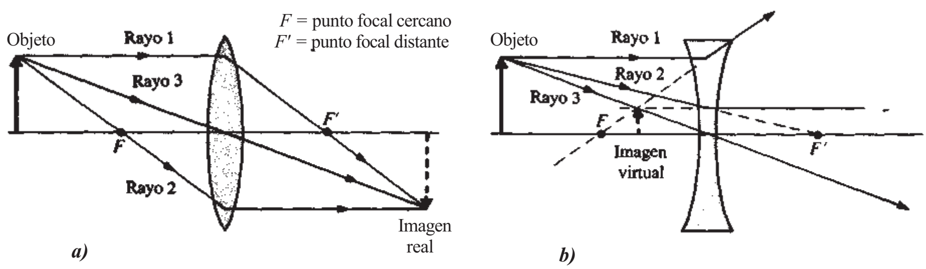


FIGURA 32-3

ECUACIÓN DE LAS LENTES

La distancia del objeto p, la distancia de la imagen *q* y la distancia focal *f* de una lente (Figura 32-4). se relacionan entre si por medio de la ecuación:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{\text{Distancia del objeto}} + \frac{1}{\text{distancia de la imagen}} = \frac{1}{\text{distancia focal}}$$

Esta ecuación se aplica tanto a lentes convergentes como a divergentes. La ecuación de las lentes se resuelve de manera exacta para *p, q o f:*

$$p = \frac{qf}{q-f} \qquad q = \frac{pf}{p-f} \qquad f = \frac{pq}{p+q}$$

Como en el caso de los espejos, un valor positivo de p o q denota un objeto o imagen reales, y un valor negativo denota un objeto o imagen virtuales. Una imagen real de un objeto real siempre está del lado opuesto de la lente del que se encuentra el objeto, y una imagen virtual está del mismo lado. Por lo tanto, si un objeto real se encuentra a la izquierda de una lente, una distancia positiva q de la imagen significa que se trata de una imagen real que está a la derecha de la lente, mientras que una distancia negativa q de la imagen denota una imagen virtual del lado izquierdo de la lente.

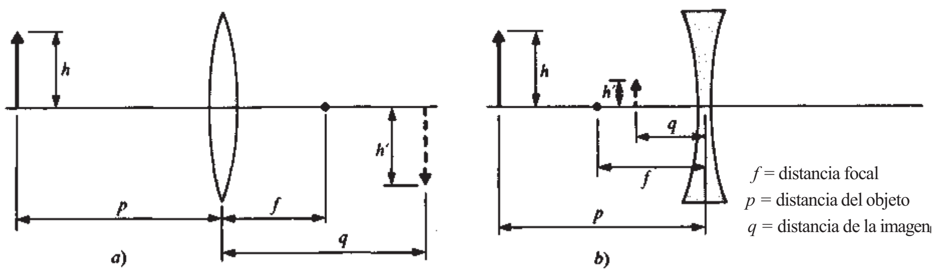


FIGURA 32-4

AUMENTO

El aumento lineal m que produce una lente, se expresa por medio de la misma fórmula que se aplica a los espejos:

$$m = \frac{h'}{h} = -\frac{q}{p}$$

$$\text{Aumento lineal} = \frac{\text{altura de la imagen}}{\text{altura del objeto}} = -\frac{\text{distancia de la imagen}}{\text{distancia del objeto}}$$

Una vez más, un aumento positivo se refiere a una imagen erguida hacia arriba, uno negativo está asociado a una imagen invertida. La Tabla 32-1, es un resumen de las convenciones de signos utilizados en las lentes.

TABLA 32-1

Cantidad	Positivo	Negativo
Distancia focal f	Lentes convergentes	Lente divergente
Distancia del objeto p	Objeto real	Objeto virtual
Distancia de la imagen q	Imagen real	Imagen virtual
Aumento m	Imagen erguida	Imagen invertida

SISTEMAS DE LENTES

Cuando se utiliza un sistema de lentes para producir una imagen de un objeto, como por ejemplo en un telescopio o un microscopio, el procedimiento destinado a encontrar la posición y la naturaleza de la imagen final, consiste en permitir que la imagen que cada lente forma por separado sea el objeto para el próximo lente en el sistema. Por consiguiente, con el fin de encontrar la imagen que produce un sistema de dos lentes, el primer paso es determinar la imagen que forma la lente que se encuentra más próxima al objeto. Así, esta imagen sirve como objeto para la segunda lente, con la convención usual de signos: si la imagen está enfrente de la segunda lente, la distancia del objeto se considera positiva, mientras que si la imagen está detrás de la lente, la distancia del objeto se considera negativa.

El aumento total que un sistema de lentes produce es igual al producto de los aumentos de los lentes individuales. Por lo tanto, si m_1 es el aumento de la lente objetivo de un microscopio o telescopio y m_2 el del ocular, el aumento total es $m = m_1m_2$.

Problemas resueltos

32.1. ¿Cuál es la naturaleza de la imagen que forma una lente divergente de un objeto real?

Es virtual, erguida y más pequeña que el objeto, domo se observa en la figura 32-3.

32.2. Una lente *plano-convexa* cuenta con una superficie plana y una convexa. Si se desea construir una lente plano-convexa con distancia focal de 30 cm y se usa vidrio con índice de refracción 1.60, encuentre el radio de curvatura de la superficie convexa.

El radio de curvatura de la superficie plana es infinito; por lo tanto, si ésta es nuestra superficie 1, entonces $1/R_1 = 0$. A partir de la ecuación del constructor de lentes:

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = (n-1)\left(\frac{1}{R_2}\right)$$

y así

$$R_2 = (n-1)f = (1.60 - 1.00)(30 \text{ cm}) = 18 \text{ cm}$$

32.3. Una *lente menisco* tiene una superficie cóncava y otra convexa. La superficie cóncava de cierta lente menisco tiene un radio de curvatura de 30 cm, y su superficie convexa tiene un radio de curvatura de 50 cm. El índice de refracción del vidrio que se utilizó es de 1.50. a) Calcule la distancia focal de la lente. *b)* ¿Es una lente convergente o es divergente?

a) En este caso, R_1 = -30 cm (puesto que la superficie es cóncava, se considera su radio negativo) y R_2 = +50 cm. Por lo tanto,

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = (1.50 - 1.00)\left(-\frac{1}{30 \text{ cm}} + \frac{1}{50 \text{ cm}}\right) = -0.00667 \text{ cm}^{-1}$$

$$f = -\frac{1}{0.00667 \text{ cm}^{-1}} = -150 \text{ cm}$$

b) Una distancia focal negativa significa que se tiene una lente divergente.

32.4. Una lente de vidrio con índice de refracción de 1.60 tiene en aire, una distancia focal de +20 cm. Encuentre su distancia focal en agua, cuyo índice de refracción es de 1.33.

Sea *f* la distancia focal de la lente en aire y *f'* su distancia focal en agua. El índice de refracción del aire es muy cercano a 1. El índice de refracción del vidrio relativo al agua es:

$$n' = \frac{\text{índice de refracción del vidrio}}{\text{índice de refracción del agua}} = \frac{1.60}{1.33} = 1.20$$

A partir de la ecuación del constructor de lentes y puesto que R_1 y R_2 son iguales tanto en el aire como en el agua, se tiene que:

$$\frac{f'}{f} = \frac{n-1}{n'-1} = \frac{1.60-1.00}{1.20-1.00} = 3$$

y así $$f' = 3f = (3)(+20\text{ cm}) = +60\text{ cm}$$

La distancia focal de cualquier lente fabricado con este vidrio es 3 veces mayor en agua que en aire.

32.5. Las dos superficies de una lente bicóncava, cuya distancia focal es de -22 cm tienen 25 cm de radio. Calcule el índice de refracción del vidrio.

A partir de la ecuación del constructor de lentes:

$$n - 1 = \frac{1}{f(1/R_1 + 1/R_2)} = \frac{1}{(-22\text{ cm})(-\frac{1}{25}\text{ cm} - \frac{1}{25}\text{ cm})} = 0.57$$

$$n = 0.57 + 1 = 1.57$$

32.6. Describa la imagen que se forma con una lente convergente cuando se coloca el objeto en el punto focal de la lente

Aquí $p = f$, y así,

$$q = \frac{pf}{p-f} = \infty$$

Como ilustra la figura 32-5, los rayos refractados son paralelos entre sí, por lo que no se forma imagen.

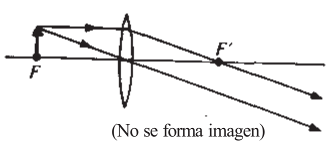


FIGURA 32-5

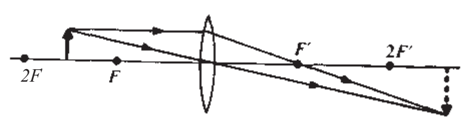


FIGURA 32-6

32.7. Un objeto circular de 7 cm de diámetro se coloca a 60 cm de una lente convergente cuya distancia focal es de 40 cm. Encuentre la ubicación, el tamaño y la naturaleza de la imagen.

En este caso, p = 60 cm y f = + 40 cm, por lo que la distancia de la imagen es:

$$q = \frac{hf}{p - f} = \frac{(60\text{ cm})(40\text{ cm})}{60\text{ cm} - 40\text{ cm}} = 120\text{ cm}$$

La imagen es real porque q es positiva (Figura 32-6). Ya que $m = h'lh = - qlp$, el diámetro de la imagen del **objeto es:**

$$h' = -h\frac{q}{p} = -(7\text{cm})\left(\frac{120\text{ cm}}{60\text{ cm}}\right) = -0.51\text{ m.}$$

La imagen es invertida (puesto que h' es negativa) y es dos veces más grande que el objeto.

En general, un objeto que se encuentra a una distancia entre f y 2 f de una lente convergente **tiene** una imagen real, invertida y más grande que el objeto.

32.8. Una sardina de 8 cm de longitud está a 30 cm de una lente convergente, cuya distancia focal es de 15 cm. Encuentre la ubicación, el tamaño y la naturaleza de la imagen.

En este caso, p = 30 cm y f = +15 cm, por lo que la distancia de la imagen es:

$$q = \frac{pf}{p - f} = \frac{(30\text{ cm})(15\text{ cm})}{30\text{ cm} - 15\text{ cm}} = 30\text{ cm}$$

La imagen es real puesto que q es positiva (Figura 32-7). La longitud de la imagen de la sardina es:

$$h' = -h\frac{q}{p} = -(8\text{ cm})\left(\frac{30\text{ cm}}{30\text{ cm}}\right) = -8\text{ cm}$$

La imagen es invertida (ya que h' es negativa) y tiene el mismo tamaño que el objeto.

En general, un objeto que se encuentra a una distancia de *2f* de una lente convergente tiene una imagen real e invertida y del mismo tamaño que el objeto, con una distancia de la imagen de *2i.*

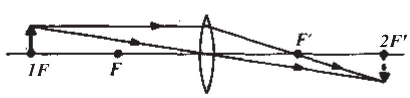


FIGURA 32-7

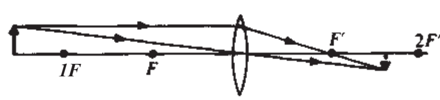


FIGURA **32-8**

32.9. Una llave de 6 cm de longitud está a 100 cm de una lente convergente cuya distancia focal es de 40 cm. Encuentre la ubicación, el tamaño y la naturaleza de la imagen.

Aquí, p = 100 cm y f =+40 cm, por lo que la distancia de la imagen es:

$$q = \frac{pf}{p - f} = \frac{(100\text{ cm})(40\text{ cm})}{100\text{ cm} - 40\text{ cm}} = 66.7\text{ cm}$$

La imagen es real porque q es positiva (Figura 32-8). La longitud de la imagen de la llave es:

$$h' = -h\frac{q}{p} = (-6\text{ cm})\left(\frac{66.7\text{ cm}}{100\text{ cm}}\right) = -4\text{ cm}$$

La imagen es invertida (puesto que h' es negativa) y es más pequeña que el objeto.

En general, un objeto que se encuentra a una distancia mayor que $2f$ de una lente convergente tiene una imagen real, invertida más pequeña que el objeto y una distancia de la imagen entre f y $2f$.

32.10. Una lente divergente tiene una distancia focal de -60 cm. ¿Cuál es la ubicación, tamaño y naturaleza de la imagen cuando se usa la lente para observar un objeto que está a 3.6 m de distancia?

Aquí, p = 3.6 m y f = -60 cm = -0.60 m, por lo que la distancia de la imagen es:

$$q = \frac{pf}{p-f} = \frac{(3.6\text{ m})(-0.6\text{ m})}{3.6\text{ m} - (-0.6\text{ m})} = -0.41\text{ m}$$

Una distancia negativa de la imagen significa que se trata de una imagen virtual. El aumento es:

$$m = -\frac{q}{p} = -\frac{(-0.41\text{ m})}{3.6\text{ m}} = 0.142 = \frac{1}{7}$$

La imagen es erguida (ya que m es positiva) y es una séptima parte del tamaño del objeto.

32.11. Una lente biconvexa tiene una distancia focal de 6 cm. a) ¿A qué distancia de un insecto de 2 mm de longitud deberá colocarse la lente, con el fin de producir una imagen erguida de 5 mm de longitud? *b)* ¿Cuál es la distancia de la imagen?

a) Una lente biconvexa siempre es convergente, por lo que en este caso, la distancia focal es de +6 cm. Una imagen erguida implica un aumento positivo, que es:

$$m = \frac{h'}{h} = \frac{5\text{ mm}}{2\text{ mm}} = 2.5$$

Puesto que $m = -q/p$, la distancia de la imagen es $q = -mp$. Se continúa sustituyendo $q = -mp$ en la ecuación de las lentes y resolviendo para p:

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \qquad \frac{1}{p} - \frac{1}{mp} = \frac{1}{f} \qquad \frac{m-1}{mp} = \frac{1}{f}$$

$$p = (f)\left(\frac{m-1}{m}\right) = (+6\text{ cm})\left(\frac{2.5-1}{2.5}\right) = 3.6\text{ cm}$$

b)

$$q = -mp = -(2.5)(3.6\text{ cm}) = -9\text{ cm}$$

La distancia negativa de la imagen significa que se tiene una imagen virtual (Figura 32-9).

32.12 Encuentre la distancia focal de una lupa que produce una imagen erguida tres veces mayor que un objeto situado a 4 cm de ella.

El aumento es de + 3 puesto que la imagen es erguida y 3 veces mayor que el objeto. Como la distancia del objeto es p=4 cm y m = - q/p,

$$q = -mp = (-3)(4\text{ cm}) = -12\text{ cm}$$

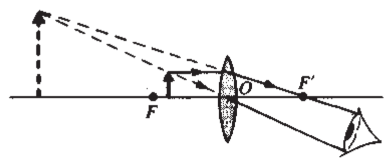


FIGURA 32-9

La distancia negativa de la imagen significa que se trata de una imagen virtual. La distancia focal que se necesita es:

$$f = \frac{pq}{p+q} = \frac{(4\text{ cm})(-12\text{ cm})}{4\text{ cm} - 12\text{ cm}} = +6\text{ cm}$$

32.13. Una cámara fotográfica de 35 mm tiene una lente cuya distancia focal es de 150 mm. ¿Qué intervalo de ajuste debe tener la lente con el fin de enfocar nítidamente objetos a 1.5 m de la cámara?

La distancia de la imagen que corresponde a $f = 0.15$ m y $p = 1.5$ m es:

$$q = \frac{pf}{p-f} = \frac{(1.5\text{ m})(0.15\text{ m})}{1.5\text{ m} - 0.15\text{ m}} = 0.167\text{ m} = 167\text{ mm}$$

Un objeto que se encuentra en $p = \infty$ se enfoca en $q = f = 150$ mm (véase Figura 32-10). Por lo tanto, un intervalo de ajuste de 167 mm - 150 mm = 17 mm permitirá fotografiar objetos a una distancia de 1.5 m a infinito.

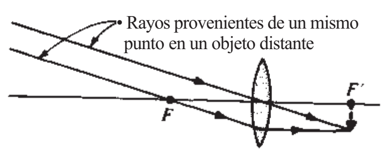


FIGURA 32-10

32.14. Un proyector de transparencias usa una lente convergente con el objeto de producir en una pantalla una imagen real e invertida de una transparencia ¿Cuál debe ser la distancia focal de un proyector de transparencias si se pretende obtener una imagen de 90 cm x 90 cm de transparencia de 5 cm x 5 cm en una pantalla que está a 4.5 m del proyector?

En este caso, h = 5 cm y h' = -90 cm (h' es negativo porque la imagen es invertida), por lo que el aumento es:

$$m = \frac{h'}{h} = \frac{-90 \text{ cm}}{5 \text{ cm}} = -18$$

Puesto que q = 4.5 m y $m = -q/p$, la distancia del objeto es:

$$p = -\frac{q}{m} = \frac{-4.5 \text{ m}}{-18} = 0.25 \text{ m}$$

La distancia focal que se necesita es, así,

$$f = \frac{pq}{p+q} = \frac{(0.25 \text{ m})(4.5 \text{ m})}{0.25 \text{ m} + 4.5 \text{ m}} = 0.237 \text{ m} = 23.7 \text{ cm}$$

32.15. La distancia focal f es una combinación de dos lentes delgadas en contacto y cuyas distancias focales individuales son f_1 y f_2 se expresa por medio de la fórmula:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$

Use esta fórmula para encontrar la distancia focal de una combinación de una lente convergente con f = +10 cm y una divergente con f = -20 cm que están en contacto.

La fórmula anterior puede reescribirse en una forma más conveniente

$$f = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2}$$

Puesto que f_1 = 10 cm y f_2 = -20 cm,

$$f = \frac{(10 \text{ cm})(-20 \text{ cm})}{10 \text{ cm} - 20 \text{ cm}} = +20 \text{ cm}$$

La combinación actúa como una lente convergente con distancia focal de +20 cm.

32.16. Para la visión nítida de un objeto con un ojo normal, el objeto debe estar a unos 25 cm de distancia. a) Encuentre la fórmula que exprese el aumento de una lente convergente con distancia focal f cuando se usa como lupa con una distancia de la imagen de -25 cm. b) Use esta fórmula para encontrar el aumento de una lente con distancia focal de + 5cm.

a) A partir de $m = -q/p$, la distancia del objeto que corresponde a una distancia de la imagen de q = -25 cm es:

$$p = -\frac{q}{m} = \frac{25 \text{ cm}}{m}$$

Al sustituir p = (25 cm)/m y q = -25 cm en la ecuación de las lentes se tiene:

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{m}{25\text{ cm}}-\frac{1}{25\text{ cm}}=\frac{m-1}{25\text{ cm}}$$

$$m=\frac{25\text{ cm}}{f}+1$$

b)

$$m=\frac{25\text{ cm}}{5\text{ cm}}+1=5+1=6$$

32.17. Un microscopio tiene un objetivo con 6 mm de distancia focal y un ocular con 25 mm de distancia focal. Si la distancia de la imagen del objetivo es de 160 mm y la del ocular de 250 mm (ambas cifras son típicas), encuentre el aumento que produce a) el objetivo, *b)* el ocular y c) todo el microscopio.

a) La distancia del objeto al objetivo es:

$$p=\frac{qf}{q-f}=\frac{(160\text{ mm})(6\text{ mm})}{160\text{ mm}-6\text{ mm}}=6.23\text{ mm}$$

y así, su aumento es:

$$m_1=-\frac{q}{p}=\frac{-160\text{ mm}}{6.23\text{ mm}}=-25.7$$

El signo negativo significa que se trata de una imagen invertida.

b) A partir del resultado del problema 32-16,

$$m_2=\frac{250\text{ mm}}{f}+1=\frac{250\text{ mm}}{25\text{ mm}}+1=11$$

Por otra parte, se puede obtener la misma cifra por medio del procedimiento del inciso a)

c) El aumento total es el producto de m_1 y m_2.

$$m=m_1m_2=(-25.7)(11)=-283$$

32.18. El *aumento angular* de un telescopio cuando se usa para observar un objeto distante es:

$$m_{\text{ang}}=\frac{f_o}{f_e}=\frac{\text{distancia focal del objetivo}}{\text{distancia focal del ocular}}$$

a) El objetivo de un telescopio tiene una distancia focal de 12 cm. ¿Cuál debe ser la distancia focal ocular si se ha de producir un aumento angular de 40? *b)* Se utiliza el telescopio para observar un bote de 18 m de longitud que está a 600 m de él. Si la distancia de la imagen del ocular del telescopio es de 3 cm, ¿cuál es la longitud aparente del bote?

a)

$$f_e=\frac{f_o}{m_{ang}}=\frac{12\text{ cm}}{40}=0.3\text{ cm}$$

b) El ángulo que el bote subtiende desde la posición del telescopio es:

$$\theta = \frac{\text{longitud del objeto}}{\text{distancia del objeto}} = \frac{18 \text{ m}}{600 \text{ m}} = 0.03 \text{ rad}$$

Si L es la longitud de la imagen del bote vista a través del telescopio, el ángulo que la imagen subtiende es:

$$\theta' = \frac{\text{longitud de la imagen}}{\text{distancia de la imagen}} = \frac{L}{3 \text{ cm}}$$

Puesto que el aumento angular del telescopio es 40 y $m_{ang} = \theta'/\theta$, $\theta' = m_{ang}\,\theta$,

$$\frac{L}{3 \text{ cm}} = (40)(0.03 \text{ rad}) = 1.2 \text{ rad}$$

$$L = (1.2 \text{ rad})(3 \text{ cm}) = 3.6 \text{ cm}$$

El bote parece tener 3.6 cm de longitud y estar localizado a 3 cm del ojo del observador.

Problemas complementarios

32.19. ¿Puede una lente divergente formar una imagen invertida de un objeto real? ¿Puede hacerlo una lente convergente?

32.20. Si la pantalla de una sala de proyección se acerca al proyector, ¿de qué forma debe moverse la lente del proyector con el fin de volver a enfocar la imagen?

32.21. Una lente biconvexa tiene dos superficies con el mismo radio de curvatura de 50 cm. El índice de refracción del vidrio es de 1.52. Encuentre la distancia focal de la lente.

32.22. Una lente menisco tiene una superficie cóncava de 30 cm de radio y una convexa de 25 cm de radio. El índice de refracción del vidrio es de 1.50. a) Calcule la distancia focal de la lente. *b)* ¿Cómo es la lente, convergente o divergente?

32.23. Una lente *plano-cóncava* tiene una superficie plana y una cóncava. Si se pretende hacer una lente plano-cóncava con una distancia focal de -25 cm y se usa vidrio óptico con 1.50 de índice de refracción, encuentre el radio de curvatura de la superficie cóncava.

32.24. La glicerina tiene un índice de refracción de 1.47. Encuentre la distancia focal en glicerina de una lente de vidrio flint *(n* = 1.63) cuya distancia focal en aire es de +10 cm.

32.25. Determine el índice de refracción del vidrio de una lente plano convexa con 30 cm de distancia focal, cuya superficie convexa tiene un radio de 18 cm.

32.26. Un botón de 1 cm de diámetro está a 10 cm de una lente convergente cuya distancia focal es de +25 cm. Determine la ubicación, el tamaño y la naturaleza de la imagen.

32.27. El botón del problema 32.26 está a 25 cm de la misma lente. Encuentre la ubicación, el tamaño y la naturaleza de la imagen.

32.28. El botón del problema 32.26 está a 40 cm de la misma lente. Encuentre la ubicación, el tamaño y la naturaleza de la imagen.

32.29. El botón del problema 32.26 está a 50 cm de la misma lente. Encuentre la ubicación, el tamaño y la naturaleza de la imagen.

32.30. El botón del problema 32.26 está a 100 cm de la misma lente. Determine la ubicación, el tamaño y la naturaleza de la imagen.

32.31. Una lente divergente con -1 m de distancia focal se usa para observar a un hombre de 1.8 m de estatura que se encuentra a 4 m de distancia. ¿Qué estatura parece tener el hombre?

32.32. Una lupa de 7 cm de distancia focal está a 2 cm de un timbre postal. ¿Qué aumento produce? ¿Cuál es la naturaleza de la imagen?

32.33. Una lente convergente tiene una distancia focal de 10 cm. a) ¿A qué distancia de ella debe colocarse un objeto si se desea producir una imagen erguida, virtual y 3 veces más grande que el objeto? *b)* ¿Cuál es la distancia de la imagen?

32.34. Un proyector de transparencias tiene un lente con 20 cm de distancia focal. ¿A qué distancia de la lente debe colocarse la pantalla si la imagen de una transparencia de 5 cm por 5 cm debe medir 1 m x 1 m?

32.35. ¿Cuál es la distancia focal de una combinación de dos lentes delgadas en contacto, si ambas tienen una distancia focal de +20 cm?

32.36. Un microscopio tiene un objetivo con 4 mm de distancia focal, el cual se usa con un ocular de 15X. Si la distancia de la imagen para el objetivo es de 160 mm, determine el aumento del instrumento.

32.37. Un telescopio tiene una lente objetivo cuya distancia focal es de 120 cm y un ocular cuya distancia focal es de 4 cm. a) ¿Cuál es el aumento angular del telescopio? *b)* La luna tiene un diámetro angular de unos 0.5° vista desde la Tierra. ¿Cuál es el diámetro angular que se observa a través del telescopio? c) Si la distancia de la imagen es de 25 cm, ¿cuál es el diámetro aparente de la luna vista desde el telescopio?

Respuestas a los problemas complementarios

32.19. No; sí.

32.20. La lente debe moverse de forma que se aleje de la película.

32.21. 48 cm

32.22. a) 300 cm *b)* Convirtiendo

32.23. -12.5 cm

32.24. +58cm

32.25. 1.6

32.26. La imagen se forma a 16.7 cm enfrente de la lente, mide 1.67 cm de diámetro es virtual y erguida.

32.27. No se forma imagen.

32.28. La imagen se forma a 66.7 cm detrás de la lente, mide 1.67 cm de diámetro, es real e invertida.

32.29. La imagen se forma a 50 cm detrás de la lente, mide 1 cm de diámetro, es real e invertida.

32.30. La imagen se forma a 33.3 cm detrás de la lente, mide 3.3 mm de diámetro, es real e invertida.

32.31. 36 cm

32.32. 1.5; erguida y virtual

32.33. *a)* 6.67 cm *b)* 20 cm

32.34. 4.2 m

32.35. +10 cm

32.36. 585

32.37. *a)* 30 *b)* 15° c) 6.54 cm

Óptica física y óptica cuántica

33

INTERFERENCIA

Al examinar la reflexión y la refracción de la luz, resulta suficiente considerar la luz como compuesta por rayos que viajan en línea recta en un medio uniforme. Otros fenómenos, en especial la interferencia, la difracción y la polarización sólo pueden entenderse en términos de la naturaleza ondulatoria de la luz, y el estudio de estos fenómenos recibe el nombre de *física óptica.*

La *interferencia* sucede cuando en un mismo sitio se encuentran ondas de la misma naturaleza que provienen de fuentes distintas. En la *interferencia constructiva* las ondas están en fase y se refuerzan entre sí; en la *interferencia destructiva* las ondas están desfasadas y se anula parcial o totalmente (Figura 33-1). Bajo circunstancias adecuadas, todos tipos de ondas presentan interferencia. Por consiguiente, las ondas de agua interfieren y dan lugar a la superficie irregular del mar; las ondas sonoras con frecuencias próximas interfieren produciendo pulsos; y las ondas luminosas interfieren produciendo franjas alrededor de las imágenes que se forman en los instrumentos ópticos y colores brillantes en las burbujas de jabón y en las películas delgadas de aceite sobre agua.

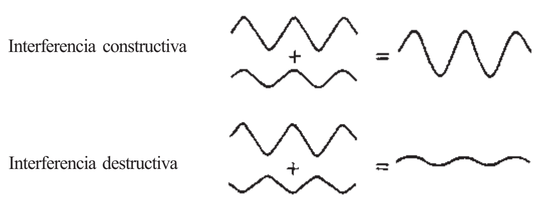


FIGURA 33-1

DIFRACCIÓN

La capacidad de una onda para rodear los bordes de un obstáculo se conoce como *difracción.* Debido a los efectos de difracción e interferencia que se combinan, la imagen de un punto fuente de luz siempre consiste en un disco con franjas claras y oscuras a su alrededor. Entre más pequeña sea la lente o el espejo utilizados al formar la imagen, mayor será el disco. La anchura angular del disco imagen de una fuente puntual, expresada en radianes, es

$$\theta_0 = (1.22)\left(\frac{\lambda}{D}\right)$$

aproximadamente, donde *X* es la longitud de onda de la luz y *D* es el diámetro de la lente o del espejo. Las imágenes de los objetos que se encuentran a una distancia menor que θ_o se traslapan, por lo que no pueden resolverse sin importar qué tan grande sea el aumento producido por la lente o el espejo. En el caso de un telescopio o de un microscopio, D se refiere al diámetro de la lente objetivo. *Si dos objetos separados por una distancia* d_0 pueden resolverse a una distancia *L* del observador, el ángulo entre ellos expresado en radianes es $\theta_0 = d_0/L$, por lo que la fórmula anterior puede reescribirse en la forma:

$$\text{Poder de resolución} = d_0 = (1.22)\left(\frac{\lambda L}{D}\right)$$

POLARIZACIÓN

Un haz *polarizado* de luz es aquél en el cual todos los campos eléctricos de las ondas se encuentran en la misma dirección. Si los campos eléctricos están en direcciones al azar (aunque, claro está, siempre perpendiculares a la dirección de propagación), el haz es *no polarizado.* Sustancias diferentes afectan la luz de manera distinta con direcciones diferentes de polarización y estas sustancias pueden resultar útiles en la preparación de dispositivos que permitan luz polarizada sólo en cierta dirección a través de ellas.

TEORÍA CUÁNTICA DE LA LUZ

Alguna características del comportamiento de la luz sólo pueden explicarse sobre la base de que la luz está formada por *cuantos o fotones.* La energía de un fotón de luz cuya frecuencia es *f* es:

$$\text{Energía del fotón} = E = hf$$

donde *h* es la *constante de Planck:*

$$\text{Constante de Planck} = h = 6.63 \times 10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s}$$

Un fotón posee la mayoría de las propiedades que se asocian a las partículas —se localiza en el espacio y posee energía y momento lineal— pero no tiene masa. Los fotones se desplazan con la velocidad de la luz.

Las teorías electromagnética y cuántica de la luz se complementan entre sí: bajo ciertas circunstancias la luz presenta un carácter ondulatorio; bajo otras circunstancias, un carácter corpuscular. Ambos son aspectos del mismo fenómeno básico.

RAYOS X

Los rayos X son ondas electromagnéticas de alta frecuencia que se producen cuando electrones rápidos chocan contra un blanco. Si se aceleran electrones por medio de una diferencia de potencial *V,* cada electrón tiene una energía KE = *eV.* Si toda esta energía se utiliza para crear un fotón de rayos X, entonces:

$$eV = hf$$

Energía cinética del electrón = energía del fotón de rayos X

y la frecuencia de los rayos X es $f = eV/h$.

ELECTRONVOLT

Una unidad de energía común en física atómica y cuántica es el *electronvolt* (eV), que se define como la energía que adquiere un electrón cuando es acelerado por una diferencia de potencial de 1 V. Por lo tanto,

$$1 \text{ eV} = 1.60 \times 10^{-19} \text{ J}$$

El kiloelectronvolt (KeV), el megaelectronvolt (MeV) y el gigaelectronvolt (GeV) son múltiplos del electronvolt, donde

$$1 \text{ keV} = 10^3 \text{ eV} \qquad 1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV} \qquad 1 \text{ GeV} = 10^9 \text{ eV}$$

Problemas resueltos

33.1. ¿En qué casos es adecuado pensar que la luz está compuesta de ondas y en qué casos que se compone de rayos?

Cuando se trata de trayectorias o diferencias de trayectoria cuyas longitudes son comparables con las longitudes de onda de la luz, es importante la naturaleza ondulatoria de la luz y debe tomarse en cuenta. Por consiguiente, la difracción y la interferencia sólo pueden ser entendidas sobre una base ondulatoria. Cuando las longitudes de las trayectorias miden muchas longitudes de onda y no se presentan los fenómenos de difracción o interferencia, como en el caso de la reflexión y la refracción, resulta más conveniente considerar que la luz consta de rayos.

33.2. Cuando interfieren dos haces de luz de la misma longitud de onda, el resultado es un patrón de líneas claras y oscuras. ¿Qué sucede con la energía de las ondas luminosas cuya interferencia destructiva produce las líneas oscuras?

La energía que falta se encuentra en las líneas claras, cuya brillantez es mayor que la simple suma que los dos haces de luz, que se producirían en ausencia de interferencia. La energía total permanece constante.

33.3. Cuando los trenes de ondas se encuentran sobre la superficie de un cuerpo formado por agua, el patrón de interferencia que resulta es obvio. No obstante, cuando los haces de luz de dos destellos luminosos se superponen sobre una pantalla, no existe evidencia de un patrón de interferencia. ¿Por qué no? ¿Existe alguna forma de demostrar el fenómeno de interferencia de luz?

Hay dos motivos por los cuales un experimento así no proporciona un patrón de interferencia visible. Primero, las longitudes de onda que se encuentran en la luz son tan pequeñas que el patrón estaría en una escala en extremo pequeña. Segundo (y lo que es más importante), todas las fuentes de luz (excepto los rayos láser) emiten ondas de luz en forma de pequeños frentes con fases al azar y no como frentes continuos. La interferencia que se produce entre haces de luz de dos fuentes independientes se promedia, en consecuencia, durante todo el tiempo de observación que es a la vez el tiempo más corto y no puede observarlo el ojo humano o registrarse en una película fotográfica. A tales fuentes de luz se les conoce con el nombre de *incoherentes.*

Con el fin de obtener un patrón de interferencia de luz, debe utilizarse fuentes de luz cuyas ondas tengan relaciones constantes en fase durante el periodo de observación. Las ondas de una fuente pueden estar fijas en fase con las ondas de la otra fuente al momento de producirse, o pueden estar desfasadas, o puede haber alguna otra relación entre sus fases, pero lo esencial es que dicha relación sea constante. Tales fuentes son *coherentes.* A continuación, se muestran tres maneras de construir fuentes coherentes:

1. Hacer pasar luz proveniente de una sola fuente (como una rendija iluminada o un filamento delgado), a través de dos o más rendijas. Las ondas que salen de las rendijas anteriores se coordinan por necesidad y pueden interferir para producir un patrón visible.
2. Combinar un haz directo de luz de una fuente con un haz indirecto de la misma fuente que se produzca por refracción o reflexión. Así es como se producen los patrones de interferencia en las películas delgadas de aceite que flotan sobre agua.
3. Coordinar los átomos que radian en cada fuente, de manera que los átomos siempre emitan trenes de onda en fase entre sí. Esto es lo que se aplica en los rayos láser.

33.4. ¿Qué es una *rejilla de difracción?*

Una rejilla de difracción consta de una serie de ranuras paralelas poco espaciadas que difractan la luz que las atraviesa. Los trenes de onda difractados correspondientes a una longitud de onda particular interfieren constructivamente sólo en ciertas direcciones (Figura 33-2). Cuando se hace pasar luz por una rejilla, cada una de las longitudes de onda presentes sufren interferencia constructiva en direcciones distintas y el resultado es una serie de espectros. Las rejillas son mejores que los prismas en cuanto a su capacidad de separar longitudes de onda próximas entre sí, motivo por el cual se utilizan rejillas en lugar de prismas en casi todos los espectrógrafos.

33.5. Unos binoculares de "7 x 50" tienen un aumento de 7 y el diámetro de la lente objetivo es de 50 mm. encuentre la longitud del detalle más pequeño que puede resolverse con los binoculares cuando se examina un objeto a 1 km de distancia. Considere que la longitud de onda de luz es de 5×10^{-7} m, que está cerca de la mitad del espectro visible y corresponde al color verde.

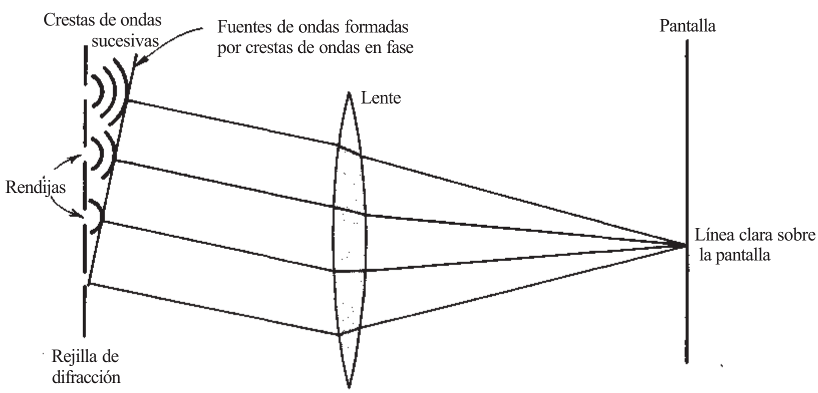


FIGURA 33-2

Como D = 50 mm = 5 x 10^{-2} m y L = 1 km = 10^3 m,

$$d_0 = 1.22\,\frac{\lambda L}{D} = \frac{(1.22)(5\times 10^{-7}\ \text{m})(10^3\ \text{m})}{5\times 10^{-2}\ \text{m}} = 1.22\times 10^{-2}\ \text{m} = 1.22\ \text{cm}$$

33.6. Un radar que funciona con una longitud de onda de 3 cm tiene un poder de resolución de 20 m con un alcance de 1 km. Determine la anchura mínima que debe tener su antena.

La anchura de la antena del radar corresponde al diámetro de la lente objetivo de un sistema óptico. En este caso, L = 1 km = 10^5 cm y λ = 3 cm. Por lo tanto

$$D = 1.22\,\frac{\lambda L}{d_0} = \frac{(1.22)(3\ \text{cm})(10^5\ \text{cm})}{20\times 10^2\ \text{cm}} = 183\ \text{cm} = 1.83\ \text{m}$$

33.7. El ojo humano puede responder como mínimo a tres fotones de luz. Si la luz es amarilla *(f* = 5x 10^{14} Hz), ¿cuánta energía representa esto?

La energía de cada fotón es:

$$E = hf = (6.63\times 10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s})(5\times 10^{14}\ \text{Hz}) = 3.3\times 10^{-19}\ \text{J}$$

La energía total es: $3E = 10^{-18}$ **J.**

33.8. La longitud de onda promedio de la luz que emite cierto foco de 100 W es de 5.5 x 10^{-7} m. ¿Cuántos fotones por segundo emite el foco?

La frecuencia de la luz es:

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3\times 10^8\ \text{m/s}}{5.5\times 10^{-7}\ \text{m}} = 5.5\times 10^{14}\ \text{Hz}$$

y la energía de cada fotón es:

$$E = hf = (6.63\times 10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s})(5.5\times 10^{14}\ \text{Hz}) = 3.6\times 10^{-19}\ \text{J}$$

Puesto que 100 W = 100 J/s, el número de fotones emitidos por segundo es:

$$\frac{100\ \text{J/s}}{3.6\times 10^{-19}\ \text{J/fotón}} = 2.8\times 10^{20}\ \text{fotones/s}$$

33.9. En el *efecto fotoeléctrico,* la luz que se dirige contra una superficie de cierto metal produce la emisión de electrones. En el caso del potasio, debe realizarse un trabajo de 2 eV con el fin de desprender un electrón de la superficie. a) Si la longitud de la luz incidente en la superficie de potasio es de 5 x 10^{-7} m, ¿cuál es la energía máxima de los fotoelectrones que surgen? b) Si sobre la misma superficie incide luz con longitud de onda de 4 x 10^{-7} m, ¿tendrán los fotoelectrones mayor o menor energía?

a) Puesto que $c = f\lambda$, la frecuencia de luz es:

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3\times 10^8\ \text{m/s}}{5\times 10^{-7}\ \text{m}} = 6\times 10^{14}\ \text{Hz}$$

La energía de cada fotón es, en consecuencia,

$$E = hf = (6.63 \times 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s})(6 \times 10^{14}\ \mathrm{Hz}) = 3.98 \times 10^{-19}\ \mathrm{J}$$

Como **1 eV = 1.6 × 10⁻¹⁹ J,**

$$E = \frac{3.98 \times 10^{-19}\ \mathrm{J}}{1.6 \times 10^{-19}\ \mathrm{J/eV}} = 2.49\ \mathrm{eV}$$

Esta es la energía máxima que un fotón de esta luz puede proporcionar un electrón. Debido a que son necesarios 2 eV con el fin de desprender un electrón, la energía máxima de los fotoelectrones en estas condiciones es de 0.49 eV.

b) Una longitud de onda menor implica una frecuencia mayor y, en consecuencia, debe imprimirse mayor energía a los fotoelectrones.

33.10. En cierto tubo de televisión, los electrones se aceleran por medio de una diferencia de potencial de 10,000 V. Encuentre la frecuencia de los rayos X emitidos cuando los electrones chocan contra la pantalla.

Como $hf = eV$, en este caso se tiene que:

$$f = \frac{eV}{h} = \frac{(1.6 \times 10^{-19}\ \mathrm{C})(10^4\ \mathrm{V})}{6.63 \times 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s}} = 2.4 \times 10^{18}\ \mathrm{Hz}$$

33.11. Un tubo de rayos X emite rayos X con una longitud de onda de 2 x 10^{-11} m. ¿Con qué voltaje funciona el tubo?

La frecuencia de los rayos X es:

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8\ \mathrm{m/s}}{2 \times 10^{-11}\ \mathrm{m}} = 1.5 \times 10^{19}\ \mathrm{Hz}$$

Yaque hf= eV,

$$V = \frac{hf}{e} = \frac{(6.63 \times 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s})(1.5 \times 10^{19}\ \mathrm{Hz})}{1.6 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}} = 6.2 \times 10^4\ \mathrm{V} = 62\ \mathrm{keV}$$

33.12. ¿Cuál es la energía cinética en electronvolts de un electrón cuya velocidad es de 10^7 m/s?

$$\mathrm{CE} = \tfrac{1}{2}mv^2 = (\tfrac{1}{2})(9.1 \times 10^{-31}\ \mathrm{kg})(10^7\ \mathrm{m/s})^2 = 4.55 \times 10^{-17}\ \mathrm{J}$$

Puesto que **1 eV = 1.6 × 10⁻¹⁹ J,**

$$\mathrm{CE} = \frac{4.55 \times 10^{-17}\ \mathrm{J}}{1.6 \times 10^{-19}\ \mathrm{J/eV}} = 284\ \mathrm{eV}$$

33.13. Se acelera un protón (m = 1.67 x 10^{-27} kg) por medio de una diferencia de potencial de 200 V. a) ¿Cuál es su energía cinética en electronvolts? *b)* ¿Cuál es su velocidad?

a) Como la carga del protón es de +e, su energía cinética es de 200 eV.

b)
$$CE = (200\ eV)(1.6 \times 10^{-19}\ J/eV) = 3.2 \times 10^{-17}\ J$$

Ya que $EC = \frac{1}{2}mv^2$,

$$v = \sqrt{\frac{2(EC)}{m}} = \sqrt{\frac{(2)(3.2 \times 10^{-17}\ J)}{1.67 \times 10^{-27}\ kg}} = 2 \times 10^5\ m/s$$

Problemas complementarios

33.14. ¿Cuál de los siguientes fenómenos tiene lugar sólo en el caso de ondas de transversales (como la luz) y no en el caso de ondas longitudinales (como el sonido) —la reflexión, la refracción, la interferencia, la difracción y la polarización?

33.15. ¿Cuál de los siguientes fenómenos ópticos, de existir, es independiente de la longitud de onda de luz —la interferencia, la difracción, el poder de resolución y la polarización?

33.16. ¿Por qué es el campo eléctrico de una onda electromagnética el que determina su dirección de polarización y no su campo magnético?

33.17. Enuncie dos de las ventajas que se obtienen de contar con una lente objetivo o espejo de diámetro grande en telescopio.

33.18. ¿Por qué las ondas de radio rodean con facilidad los edificios al difractarse mientras que las ondas luminosas, que también son de naturaleza electromagnética, no?

33.19. Los fotones por separado son los que transportan la energía de un haz de luz; sin embargo, no se percibe la luz como una serie de pequeños destellos. ¿Por qué?

33.20. Si la constante de Planck tuviera un valor de 6.63 J . s en lugar de 6.63×10^{-34} J · s, ¿los fenómenos cuánticos serían más visibles o menos visibles en la vida cotidiana de lo que ahora son?

33.21. Cuando se hace incidir luz sobre una superficie metálica, ¿cuál de las propiedades de la luz depende la energía máxima de los electrones emitidos?

33.22. Un radar que funciona a una frecuencia de 9000 mHz tiene una antena de 1.5 m de ancho. ¿Cuál es su poder de resolución para un alcance de 5 km?

33.23. Un telescopio dispone de una lente objetivo de 10 cm de diámetro. ¿Cuál es la distancia máxima a partir de la que el telescopio es capaz de resolver dos objetos separados por una distancia de 1 cm? Suponga que $\lambda = 5 \times 10^{-7}$ m.

33.24. La luz que proviene del sol llega a la Tierra a razón de aproximadamente 1400 W/m^2 de área perpendicular a la dirección de la luz. Suponiendo que la luz solar consta sólo de luz con 6 x 10^{-7} m de longitud de onda, encuentre el número de fotones por segundo que inciden en cada metro cuadrado de la superficie terrestre que se encuentra directamente de cara al sol.

33.25. ¿Cuántos fotones por segundo emite una transmisora de radio que funciona a una frecuencia de 1200 kHz?

33.26. ¿Cuál es el voltaje de funcionamiento de un tubo de rayos X que produce rayos X de 10^{19} Hz de frecuencia?

33.27. Encuentre la longitud de onda de los rayos X que produce un generador de rayos X de 50,000 V.

33.28. El trabajo que se necesita para desprender un electrón de una superficie de sodio es de 2.3 eV. Determine la longitud de onda máxima de la luz que provocará la emisión de fotoelectrones en el sodio. (Véase problema 33.9)

33.29. Una superficie de cobre emite fotoelectrones sólo cuando la luz incidente tiene una frecuencia de 1.1 x 10^{15} Hz de frecuencia?

33.30. ¿Cuál es la energía cinética en electronvolts de un protón ($m = 1.67 \times 10^{-27}$ kg) cuya velocidad es de 5 x 10^6 m/s?

33.31. Determine la velocidad de un electrón de 50 eV.

Respuesta a los problemas complementarios

33.14. La polarización.

33.15. La polarización.

33.16. La interacción entre el campo eléctrico de una onda electromagnética y la materia con la que interactúa es la responsable de casi todos los fenómenos ópticos; por consiguiente, se usa este campo para especificar la dirección de polarización.

33.17. a) Entre mayor sea el diámetro, mayor será la capacidad de resolución de objetos cercanos. *b)* Un diámetro grande significa que llegará mayor cantidad de luz al ojo, proveniente de un objeto determinado; por lo tanto, puede ser visto a pesar de una iluminación escasa.

33.18. Las longitudes de onda de la luz son muy pequeñas comparadas con la dimensión de un edificio o construcción, por lo que su difracción no es perceptible. Las longitudes de onda de las ondas de radio tienen un tamaño casi equiparable al tamaño de un edificio.

33.19. Aunque se trate de luz débil, se tiene una gran cantidad de fotones por segundo. Las respuestas visuales persisten durante un lapso de tiempo corto, de esta forma, los fotones sucesivos dan la impresión de una transferencia continua de energía.

33.20. Más visibles.

33.21. De la frecuencia.

33.22. 1.36 m

33.23. 1.64 km

33.24. 4.2×10^{21} fotones/(m^2 . s)

33.25. 6.3×10^{31} fotones/s

33.26. 41,400 V

33.27. 2.5×10^{-11} m

33.28. 5.4×10^{-7} m

33.29. 1.7 eV

33.30. 1.3×10^5 eV = 0.13 MeV

33.31. 4.2×10^6 m/s

Física atómica

34

ONDAS DE MATERIA

Bajo ciertas condiciones los cuerpos en movimiento presentan propiedades ondulatorias. La cantidad cuyas variaciones constituyen las *ondas de materia* (u ondas *de De Broglie)* un cuerpo en movimiento se conoce como la *función de onda* ψ (letra griega *psi).* La probabilidad de encontrar un cuerpo en un tiempo y lugar particulares es proporcional al valor de ψ^2 en cualquier tiempo y en cualquier lugar. Un valor grande de ψ^2 significa una probabilidad alta de encontrar el cuerpo; un valor pequeño de ψ^2 significa una probabilidad baja de encontrar el cuerpo.

Las ondas de materia que están asociadas a un cuerpo en movimiento se presentan en la forma de un grupo de ondas que viaja con la misma velocidad que el cuerpo.

La longitud de onda de las ondas de materia de un cuerpo de masa *m* y velocidad *v* es:

$$\text{Longitud de onda de De Broglie} = \lambda = \frac{h}{mv}$$

PRINCIPIO DE INCERTIDUMBRE

Una consecuencia de la naturaleza ondulatoria de los cuerpos en movimiento es el *principio de incertidumbre:* es imposible determinar tanto la presión exacta como el momento exacto del cuerpo al mismo tiempo. Si Δx es la incertidumbre de la posición y Δmv es la incertidumbre del momento lineal, entonces:

$$\Delta x \, \Delta mv \geq \frac{h}{2\pi}$$

donde el símbolo ≥ significa "mayor o igual que". Puesto que la constante de Planck h es muy pequeña, el principio de incertidumbre resulta significativo sólo para cuerpos muy pequeños, tales como las partículas elementales.

EL MODELO DE BOHR DEL ÁTOMO DE HIDROGENO

El átomo de hidrógeno consta de un solo electrón y un protón, que es el núcleo. En el modelo clásico, se piensa que el electrón gira alrededor del protón en una órbita en la que la atracción eléctrica del protón suministra la fuerza centrípeta necesaria. El defecto de este modelo es que, según la teoría electromagnética, como el electrón está acelerado debe radiar ondas electromagnéticas y, en consecuencia, perderá energía hasta caer en espiral en el núcleo.

En el modelo de Bohr, se postula que existen órbitas estables en las que el momento angular del electrón es un múltiplo de *hl(2π),* esto es, que el momento angular es *nhl(2π),* donde *n* = 1,2,3,... Este postulado equivale a pedir que la circunferencia de cada órbita sea un múltiplo de la longitud de onda de De Broglie. Si n es el *número cuántico* de una órbita, entonces el radio de la órbita es:

$$r_n = n^2 r_1 \qquad n = 1, 2, 3, \ldots$$

donde r_1, el radio de la órbita más pequeña es 5.3 x 10^{-11} m.

NIVELES DE ENERGIA

La energía total (energía cinética más energía potencial eléctrica) de un átomo de hidrógeno cuyo electrón está en la órbita n es:

$$E_n = \frac{E_1}{n^2} \qquad n = 1, 2, 3, \ldots$$

donde $E_1 = -13.6 \text{ eV} = -2.18 \times 10^{-18}$ J. Las energías permitidas de un átomo se denominan *niveles de energía.* Los niveles de energía son todos negativos, lo que significa que el electrón no tiene la suficiente energía que le permita escapar del protón. El nivel más bajo, que corresponde a n = 1, es el *estado base;* los niveles más altos que éste corresponde a *estados excitados.* Conforme n aumenta, E_n se acerca a cero; cuando E_n = 0, el electrón ya no sigue ligado al protón y se rompe el átomo. El trabajo que se necesita para desprender un electrón de un átomo que se encuentra en su estado base se denomina *energía de ionización,* que es de 13.6 eV en el caso del hidrógeno.

ESPECTROS ATÓMICOS

Cuando se excita un gas o un vapor por medio del paso de una corriente eléctrica, se produce luz de longitudes de ondas específicas. Cada elemento posee un *espectro de líneas de emisión* característico. Las longitudes de onda en este espectro caen dentro de una serie definida, cuyas longitudes de onda integrantes se relacionan por medio de fórmulas sencillas.

Cuando a través de un gas o vapor frío se hace pasar luz blanca, se absorbe luz de ciertas longitudes de onda específicas. Las longitudes de onda en el *espectro de líneas de absorción* que resulta, corresponden a una parte de las longitudes de onda del espectro de emisión de ese elemento.

Los espectros de línea deben su origen a la presencia de niveles de energía en los átomos. Un átomo que está en un estado excitado puede permanecer en él sólo un lapso corto de tiempo (por lo común de unos 10^{-8} s) antes de caer a un estado más bajo. La diferencia de energía se presenta en forma de un fotón de frecuencia f, donde:

$$E_{\text{inicial}} - E_{\text{final}} = hf$$

Un espectro de absorción resulta de las transiciones que se dan en sentido inverso, del estado base a los estados excitados. Los átomos que se iluminan con luz cuyo espectro es continuo (esto es, que contiene todas las frecuencias) absorben luz de las frecuencias que corresponden a las distintas diferencias de energía. Luego, estos átomos radian luz al caer en sus estados base, pero la radiación se da en direcciones al azar y por lo tanto es muy poca la luz que se emite en la dirección del haz original.

TEORÍA CUÁNTICA DEL ÁTOMO

En la teoría cuántica del átomo no se hace compromiso alguno con las analogías mecánicas; en su lugar, se desarrolla un concepto totalmente probabilístico. Esta teoría es válida para átomos que contienen muchos electrones, así como para el átomo de hidrógeno. Son necesarios cuatro números cuánticos, en lugar del número cuántico único del modelo de Bohr, con el propósito de describir el estado físico de un electrón atómico. Estos son los siguientes:

Nombre	Símbolo	Valores posibles	Cantidad que se determina
Principal	n	$1, 2, 3, \ldots$	Energía del electrón
Orbital	l	$0, 1, 2, \ldots, n-1$	Magnitud del momento angular
Magnético	m_l	$-l, \ldots, 0, \ldots, +l$	Dirección del momento angular
Espín magnético	m_s	$-\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}$	Dirección del espín del electrón

Las energías posibles del electrón se determinan principalmente por medio de *n* y sólo hasta cierto punto por medio de 1 y m_1. En el átomo de hidrógeno, $E_n = E_1/n^2$ tanto en la teoría cuántica como en la teoría de Bohr.

Cada electrón se comporta, en ciertos aspectos, como si se tratara de una esfera cargada que gira. El valor del espín es el mismo para todos los electrones: sin embargo, existen dos direcciones posibles hacia donde puede apuntar el vector del momento angular en un campo magnético: "hacia arriba" $(m_s = +\frac{1}{2})$ y "hacia abajo" $(m_s = -\frac{1}{2})$.

ORBITALES ATÓMICOS

La distribución en el espació de l*a densidad de probabilidad* ψ^2 de un electrón atómico depende de sus número cuánticos *n, l* y m_l. Como se mencionó anteriormente, entre mayor sea el valor de ψ^2 en un lugar y en un tiempo determinados, mayor será la probabilidad de encontrar el electrón en ese lugar. La teoría cuántica del átomo permite calcular y^2 para cualquier combinación *de n, l y* m_l de cualquier átomo. A la región del espacio donde ψ^2 resulta apreciable para un estado cuántico dado se le llama *orbital.*

ESTRUCTURA ATÓMICA

Las dos reglas básicas que rigen las estructuras electrónicas de los átomos con varios electrones son:

1. Un átomo es estable cuando todos sus electrones están en estados cuánticos con la menor energía posible.
2. Sólo un electrón puede ocupar cada estado cuántico en el átomo; éste es el *principio de exclusión.* Por lo tanto, cada electrón debe describirse por medio de un conjunto distinto de números cuánticos *n, l,* m_l, m_s.

Los electrones de un átomo que tienen el mismo número cuántico principal *n* se encuentran, por lo común, a la misma distancia del núcleo y poseen energías similares. Se dice que esos electrones ocupan la misma *capa.* Entre mayor es el valor de *n,* mayor es la energía. Los electrones en una capa determinada que poseen números cuánticos orbitales *l* distintos tienen distribuciones de densidad de probabilidad diferentes y, en consecuencia, poseen energías algo distintas; aquéllos con el mismo valor de *l* ocupan la misma *subcapa* y poseen casi la misma energía. Entre mayor es el valor de *l*, en una subcapa determinada, mayor es la energía.

Problemas resueltos

34.1. En el modelo de Bohr del átomo de hidrógeno, el radio de la órbita del electrón es de 5.3×10^{-11} m, en el estado base. ¿A qué aspecto del modelo teórico cuántico correspondería esta relación?

A esta distancia del núcleo ocurre la probabilidad máxima de encontrar el electrón.

34.2. ¿Cuántos electrones pueden compartir un orbital en un átomo?

Puesto que un orbital se caracteriza por un *n, l* y m, dados, el principio de exclusión permite que dos electrones ocupen cada orbital en un átomo, uno con $m_s + \frac{1}{2}$ y el otro con $m_s = -\frac{1}{2}$.

34.3. Describa dos formas por medio de las cuales, los átomos de un gas pueden ser excitados de manera que emitan luz, cuyas frecuencias conformen el espectro de líneas característico del elemento de que se trate.

a) Una forma consiste en llevar a cabo un choque con otro átomo, con el cual parte de su energía cinética se convierte en energía de excitación de uno o ambos átomos. En consecuencia, los átomos excitados pierden esta energía al emitir uno o más fotones. En una descarga eléctrica en un gas, en un aviso de neón, por ejemplo, o en una lámpara de vapor de sodio, un campo eléctrico acelera electrones e iones a velocidades lo suficientemente altas como para producir la excitación atómica.

b) Otra forma consiste en la absorción de luz por parte de un átomo para el cual *hf* es la adecuada para llevar al átomo a uno de sus estados a partir del estado base. Si a un gas se le envía luz blanca, se absorberán fotones de aquellas energías que correspondan a tales transiciones. Cuando se reemite la energía, en la luz emitida aparecen todas las transiciones posibles a partir del estado excitado más alto.

34.4. ¿Qué es un *láser?*

Un láser es un instrumento que produce un haz intenso de luz monocromática, coherente a partir de la radiación organizada de los átomos excitados. En un haz coherente, todas las ondas luminosas están en fase, lo cual aumenta considerablemente su eficiencia. Un rayo láser no es divergente y por ello permanece con la forma de un lápiz delgado aun después de viajar a una considerable distancia.

La palabra *láser* proviene de las iniciales de la expresión en inglés "ligth amplification by stimulated emission of radiation" (amplificación de luz por emisión estimulada de radiación). En un láser, los átomos de una clase particular se elevan a estados *metaestables* (temporalmente estables) de energía *hf,* los cuales son estados excitados con vida relativamente larga. La radiación de frecuencia *f* induce a los átomos excitados a emitir fotones de la misma frecuencia y con ello regresan a sus estados base (normales), de manera que la pequeña cantidad de radiación inicial puede amplificarse significativamente.

34.5. ¿Cuál es la longitud de onda de De Broglie de un automóvil de 1000 kg cuya velocidad es de 20 m/s? ¿Esperaría que las propiedades ondulatorias de un objeto así fueran notorias?

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6.63 \times 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s}}{(10^3\ \mathrm{kg})(20\ \mathrm{m/s})} = 3.3 \times 10^{-38}\ \mathrm{m}$$

Sería imposible observar las propiedades ondulatorias de tal automóvil.

34.6. Un microscopio electrónico usa un haz de electrones rápidos, los cuales se enfocan por medio campos eléctrico y magnético para producir una imagen aumentada de un espécimen delgado, en una pantalla o placa fotográfica. Encuentre el poder de resolución de un microscopio electrónico que utiliza electrones de 15 keV, si se asume que es igual a la longitud de onda del electrón.

La energía cinética de los electrones es:

$$EC = (1.5 \times 10^4 \text{ eV})(1.6 \times 10^{-19} \text{ J/eV}) = 2.4 \times 10^{-15} \text{ J}$$

Puesto que $EC = \frac{1}{2}mv^2$, la velocidad de los electrones es:

$$v = \sqrt{\frac{2(EC)}{m}} = \sqrt{\frac{(2)(2.4 \times 10^{-15} \text{ J})}{9.2 \times 10^{-31} \text{ kg}}} = 7.26 \times 10^7 \text{ m/s}$$

La longitud de onda del electrón es:

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6.63 \times 10^{-34} \text{ J-s}}{(9.1 \times 10^{-31} \text{ kg})(7.26 \times 10^7 \text{ m/s})} = 1.0 \times 10^{-11} \text{ m}$$

34.7. La posición de cierto electrón se determina en un tiempo determinado con una incertidumbre de 10^{-9} m. a) encuentre la incertidumbre del momento lineal del electrón. b) Determine la incertidumbre en la velocidad del electrón y, a partir de esto, la incertidumbre en la posición 1 s después de que se hizo la medición original.

a)

$$\Delta mv = \frac{h}{2\pi\, \Delta x} = \frac{6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{(2\pi)(10^{-9} \text{ m})} = 1.06 \times 10^{-25} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

b)

$$\Delta v = \frac{\Delta mv}{m} = \frac{1.06 \times 10^{-25} \text{ kg} \cdot \text{m/s}}{9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}} = 1.2 \times 10^5 \text{ m/s}$$

Por lo tanto, la incertidumbre en la posición del electrón 1 s después es:

$$\Delta x' = t\, \Delta v = (1 \text{ s})(1.2 \times 10^5 \text{ m/s}) = 1.2 \times 10^5 \text{ m}$$

¡que es de 120 km!

34.8. La mayoría de los átomos miden un poco más de 10^{-10} m de radio, a) Encuentre la incertidumbre en el momento lineal de un electrón, cuya posición se conoce dentro de 10^{-10} m. *b)* Determine la incertidumbre que corresponde a la energía cinética del electrón. ¿Qué importancia tiene esta cifra?

a) La incertidumbre del momento lineal es:

$$\Delta mv = \frac{h}{2\pi\, \Delta x} = \frac{6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{(2\pi)(10^{-10} \text{ m})} = 1.06 \times 10^{-24} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

b) Puesto que $EC = \frac{1}{2}mv^2 = 1/(mv)^2/2m$,

$$\Delta EC = \frac{1}{2m}(\Delta mv)^2 = \frac{(1.06 \times 10^{-24} \text{ kg} \cdot \text{m/s})^2}{(2)(9.11 \times 10^{-31} \text{ kg})} = 6.1 \times 10^{-19} \text{ J} = 3.8 \text{ eV}$$

Los electrones en los átomos deben poseer energías cinéticas superiores a ésta, como de hecho sucede.

34.9. Determine las energías de los primeros tres estados excitados del átomo de hidrógeno.

Puesto que $E_n = E_1/n^2$ y $E_1 = -13.6$ eV, se tiene que

$$E_2 = \frac{E_1}{2^2} = \frac{-13.6 \text{ eV}}{4} = -3.4 \text{ eV}$$

$$E_3 = \frac{E_1}{3^2} = \frac{-13.6 \text{ eV}}{9} = -1.51 \text{ eV}$$

$$E_4 = \frac{E_1}{4^2} = \frac{-13.6 \text{ eV}}{16} = -0.85 \text{ eV}$$

34.10. Encuentre la velocidad del electrón en un átomo de hidrógeno en su estado base, según el modelo de Bohr.

En el modelo de Bohr, la longitud de onda de De Broglie $\lambda = h/(mv)$ del electrón en el estado $n = 1$ es igual a la circunferencia de la órbita, $2\pi r_1$. Por lo tanto,

$$\lambda = \frac{h}{mv} = 2\pi r_1$$

$$v = \frac{h}{2\pi m r_1} = \frac{6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{(2\pi)(9.1 \times 10^{-31} \text{ kg})(5.3 \times 10^{-11} \text{ m})} = 2.2 \times 10^6 \text{ m/s}$$

34.11. ¿A qué temperatura deberá calentarse una muestra de hidrógeno, de manera que la energía molecular promedio sea igual a la energía de enlace del átomo de hidrógeno?

La energía de enlace (o de ionización) del átomo de hidrógeno es de 13.6 eV = 2.18×10^{-18} J. Puesto que la energía molecular promedio es la de un gas cuya temperatura absoluta T es igual a $\frac{3}{2}kT$, en este caso:

$$\frac{3}{2}kT = E$$

$$T = \frac{2E}{3k} = \frac{(2)(2.18 \times 10^{-18} \text{ J})}{(3)(1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K})} = 1.05 \times 10^5 \text{ K}$$

34.12. Un protón y un electrón se unen para formar un átomo de hidrógeno en su estado base. Bajo el supuesto de que un sólo fotón se emite en este proceso, ¿cuál es su frecuencia?

La energía de un átomo de hidrógeno en su estado base es de -13.6 eV = -2.13×10^{-18} J. Por lo tanto, deben liberarse 2.18×10^{-18} J de energía al formarse el átomo. Si sólo se emite un fotón, su frecuencia se obtiene a partir de $E = hf$ y es:

$$f = \frac{E}{h} = \frac{2.18 \times 10^{-18} \text{ J}}{6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}} = 3.3 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

34.13. De las siguientes transiciones entre los niveles de energía de un átomo de hidrógeno, ¿cuál implica a) la emisión del fotón de frecuencia más alta, b) la emisión del fotón de frecuencia más baja, c) la absorción del fotón de frecuencia más alta, d) la absorción del fotón de frecuencia más baja? Las transiciones son de $n = 1$ a $n = 2$ de $n = 2$ a $n = 1$; $n = 2$ a $n = 6$; y $n = 6$ a $n = 2$.

En general, la emisión fotónica ocurre durante una transición a un estado n más bajo, y la absorción fotónica se produce durante una transición a un estado n más alto. Al observar el diagrama de los niveles de energía del hidrógeno, vemos que la diferencia de energía entre los niveles n=1 y n=2 es mayor que la de los niveles entre n = 2 y n = 6. Por lo tanto, las respuestas son las que siguen: a) de n = 2 a n = 1; b) de n = 6 a n = 2; c) de n = 1 a n = 2; d) de n = 2 a n = 6.

34.14. Se bombardea una muestra de gas de hidrógeno con un haz de electrones. ¿Cuánta energía deben tener los electrones, si debe radiarse la primera línea de la serie espectral de Balmer que corresponde a la transición del estado n = 3 al estado n = 2?

En el hidrógeno, la energía del estado n = 3 es:

$$E_3 = \frac{E_1}{3^2} = \frac{-13.6\text{ eV}}{9} = -1.5\text{ eV}$$

La diferencia de energía entre el estado base (n = 1) y el estado n = 3 es de 13.6 eV - 1.5 eV = 12.1 eV, por lo que la energía que necesitan los electrones del bombardeo es de 12.1 eV. El motivo por el cual está involucrada la diferencia de energía entre los estados n = 1 y n = 3 se debe a que los átomos de hidrógeno se encuentran, en un principio, en el estado n = 1.

34.15. ¿Cuáles son los números cuánticos que caracterizan el estado atómico en el que un electrón cuenta con la energía más baja?

$$n = 1 \qquad l = 0 \qquad m_l = 0 \qquad m_s = \pm 1/2$$

34.16. ¿Cuáles son los valores posibles de los números cuánticos orbital y magnético de un electrón atómico, cuyo número cuántico principal es n = 3?

Ya que / tiene valores entre 0 y n -1 para un electrón con número cuántico principal n y puesto que m_l va de *-1* a +1, pasando por el 0, para un electrón con número cuántico orbital *1,* se tiene:

$$l = 0 \qquad m_l = 0$$

$$l = 1 \qquad \begin{cases} m_l = +1 \\ m_l = 0 \\ m_l = -1 \end{cases}$$

$$l = 2 \qquad \begin{cases} m_l = +2 \\ m_l = +1 \\ m_l = 0 \\ m_l = -1 \\ m_l = -2 \end{cases}$$

34.17. ¿Cuál es la carga nuclear efectiva que actúa sobre cada electrón en la capa externa del átomo de cloro (Z=17)?

El átomo de cloro tiene en sus capas cercanas n = 1 y n = 2 dos y ocho electrones respectivamente. Por lo tanto, la capa n = 3 tiene siete electrones, y la carga efectiva que actúa sobre estos electrones de la capa n = 3 es de $+7_e$ (Figura 34-1).

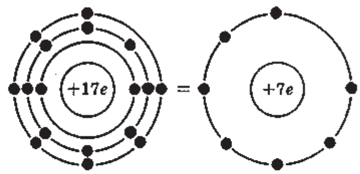


Figura 34-1

34.18. ¿Por qué un átomo de cloro es capaz de adquirir sólo un electrón cuando entra en reacción química, mientras que uno de oxígeno puede adquirir dos electrones?

A un átomo de cloro le falta un electrón en su capa más externa. Cuando adquiere un electrón, lo cual puede llevarse a cabo fácilmente debido a que los otros electrones en la capa externa no compensan la carga nuclear, esta capa se cierra y cualesquiera electrones posteriores pasarían ya a la próxima capa. Sin embargo, un electrón en la próxima capa se encontraría con una carga neta de -e, dentro de su orbital y no con una carga neta de +7e, como en el caso del electrón en la capa anterior y, por lo tanto, el átomo en lugar de conservarlo lo rechazaría. Puesto que a un átomo de oxígeno le faltan dos electrones en su capa externa, puede adquirir dos electrones más en esta capa; mayor número de electrones resultarían rechazados como en el caso del ion Cl^-.

34.19. ¿Por qué la subcapa ***l*** = 2 contiene 10 electrones?

Los valores posibles del número cuántico magnético m_l, cuando el número cuántico orbital es ***l*** = 2, son $m_1 = -2, -1, 0, +1, +2$, que en total son 5. Un electrón con un valor dado de m_l puede tener $m_s = \pm 1/2$, por lo que el número total de estados cuánticos permitidos en una subcapa d es dos veces 5, es decir, 10.

Problemas complementarios

34.20. ¿Por qué el principio de incertidumbre es importante sólo cuando se trata de partículas pequeñas en extremo como los electrones y los protones, a pesar de qué es aplicable a objetos de todos tamaños?

34.21. ¿Qué relación esperaría que existiera entre la actividad química de un metal y su energía de ionización?

34.22. ¿Cuál es la naturaleza del espectro que se encuentra en a) luz proveniente del filamento caliente de un foco de luz, *b)* la luz de un anuncio de neón y c) la luz que se origina del filamento caliente de un foco después de pasar a través de un gas neón frío?

34.23. ¿Cómo se determina la composición del sol y las estrellas?

34.24. ¿Por qué el espectro del hidrógeno tiene muchas líneas a pesar de que el átomo de hidrógeno sólo cuenta con un electrón?

34.25. En el modelo de Bohr del átomo de hidrógeno, ¿qué condición debe obedecer el electrón si ha de moverse en su órbita de manera indefinida sin radiar energía?

34.26. Encuentre la longitud de onda de De Broglie de una bala de rifle de 10 g que viaja a la velocidad del sonido, 331 m/s.

34.27. La masa de un electrón que se desplaza con una velocidad que es el 75 por ciento de la velocidad de la luz es 1.5 veces su masa en reposo. Encuentre la longitud de onda de De Broglie del electrón.

34.28. Se piensa llevar a cabo un experimento en el que debe medirse el momento lineal de un electrón dentro de un intervalo de $\pm\ 10^{-20}$ kg . m/s cuando su posición se conoce dentro de $\pm\ 10^{-10}$ m. ¿Cree que el experimento tenga éxito?

34.29. Se confina un electrón en una región de 10^{-9} m de largo. a) Calcule la incertidumbre en su momento lineal. *b)* Encuentre la energía mínima que puede tener.

34.30. La masa de la tierra es de 6 x 10^{24} kg, el radio de su órbita alrededor del sol es de 1.5 x 10^{11} m y la velocidad de su órbita es de 3 x 10^{4} m/s. a) Determine la longitud de onda de De Broglie de la Tierra. *b)* Encuentre el número cuántico de la órbita terrestre. c) ¿Juegan las consideraciones cuánticas un papel importante en el movimiento orbital de la Tierra?

34.31. ¿Cuánta energía se necesita para desprender un electrón de un átomo de hidrógeno cuando se encuentra en el estado n = 4?

34.32. ¿De qué forma se compara la energía promedio por molécula en un gas a 20 °C con la energía que se necesita para llevar un átomo de hidrógeno de su estado base a su estado excitado más bajo?

34.33. Encuentre la velocidad del electrón en el estado n = 5 de un átomo de hidrógeno a partir del modelo de Bohr. ¿Es esta velocidad mayor o menor que la velocidad del electrón cuando se encuentra en el estado n = 1 ?

34.34. ¿Cuáles son los valores posibles de m_1 para un electrón en el estado n = 4, l = 3?

34.35. ¿Cuántos electrones hay en una subcapa l = 3?

34.36. ¿Cuál es la carga nuclear efectiva que actúa sobre cada electrón en la capa externa del átomo de calcio (Z = 20)? ¿Resulta relativamente fácil, o relativamente difícil desprender del átomo uno de esos electrones?

34.37. ¿Cuál es la carga nuclear efectiva que actúa sobre cada electrón en la capa externa del átomo de azufre (Z = 16)? ¿Resulta relativamente fácil, o relativamente difícil desprender del átomo uno de esos electrones?

Respuestas a los problemas complementarios

34.20. La incertidumbre en la posición y el momento lineal de un objeto mucho más grande que **una partícula elemental,** es tan pequeña, comparada con las dimensiones del objeto y de su momento lineal que no se detecta.

34.21. Entre menor sea la energía de ionización de un metal, más fácil resultará el desprendimiento de sus electrones **en una** reacción química y, por consiguiente, será más activo. El potasio, cuya energía de ionización es de 4.3 eV, es más activo químicamente que el zinc, cuya energía de ionización es de 9.4 eV.

34.22. *a)* Es un espectro continuo de emisión como se describe en el capítulo 22; *b)* se trata de un espectro de líneas de emisión; c) se tiene un espectro de líneas de absorción.

34.23. La presencia de líneas espectrales de un elemento determinado en el espectro del sol o de una estrella significa que ese elemento existe ahí.

34.24. Una muestra de hidrógeno contiene un gran número de átomos, cada uno de los cuales sufre una variedad de transiciones entre los niveles de energía.

34.25. La circunferencia de la órbita debe ser igual a una de las longitudes de onda de De Broglie o, de manera equivalente, el momento angular orbital del electrón debe ser igual a *h/2π).*

34.26. 2×10^{-34} m

34.27. 2.16×10^{-12} m

34.28. No, porque el principio de incertidumbre limita $\Delta mv \Delta x$ a un mínimo de 1.05×10^{-34} J.s

34.29. 1.05×10^{-25} kgm/s; 3.3×10^{-24} J = 0.21 MeV

34.30. *a)* 3.68×10^{-63} m *b)* 2.56×10^{74} c) No.

34.31. 0.85 eV

34.32. La $EC_P = 6.07 \times 10^{-21}$ J; la diferencia de energía entre los estados $n = 1$ y $n = 2$ es de 1.64×10^{-18} J, que es 270 veces mayor.

34.33. 8.8×10^4 m/s; menor

34.34. $m_l = 0, +1, -1, +2, -2, +3, -3$

34.35. 14

34.36. +2e; relativamente fácil

34.37. +6e; relativamente difícil

Estado sólido

35

ENLACES QUÍMICOS

Cuando se forma un compuesto, ios átomos de los elementos presentes se encuentran ligados por medio de *enlaces químicos.* Se acostumbra clasificar ios enlaces químicos como *Iónicos* y *covalentes,* aunque los enlaces reales se encuentran con frecuencia dentro de estos dos extremos. En un enlace iónico, se transfieren uno o más electrones de un átomo a otro y los iones positivos y negativos que resultan se atraen entre sí. En un enlace covalente, dos átomos adyacentes comparten uno o más pares de electrones. Conforme estos electrones se mueven alrededor del átomo, invierten más tiempo entre los átomos que en cualquier otra parte, lo cual da como resultado una fuerza eléctrica de atracción que los mantiene unidos.

Una *molécula* es un grupo de átomos que permanece los suficientemente unido por medio de enlaces covalentes que muestra el comportamiento de una sola partícula. Una molécula siempre tiene una composición y estructura definidas y su tendencia a ganar o perder átomos es muy pequeña. Por lo común, los enlaces iónicos dan como resultado sólidos cristalinos, mas no moléculas; tales sólidos están compuestos por agregados de iones positivos y negativos en un arreglo estable característico del compuesto de que se trate. Algunos sólidos cristalinos son covalentes en lugar de iónicos, como se discute más adelante.

CRISTALES

La mayoría de los sólidos son cristalinos, con sus iones, átomos y moléculas ordenados de una forma regular. En los cristales se encuentra que existen cuatro clases de enlaces: iónico, covalente, metálico y de van der Waals.

Un cristal de sal ordinaria, NaCl, es un ejemplo de un sólido iónico, con iones Na+ y Cl- distribuidos alternadamente en una red simple (Figura 35-1).

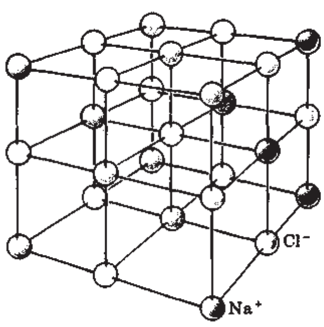


FIGURA 35-1

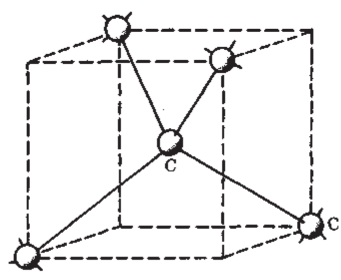
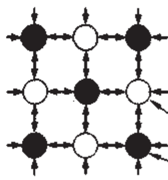
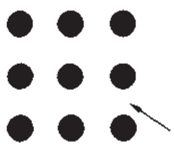
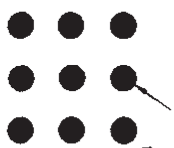
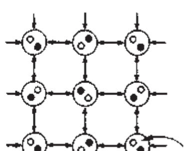


FIGURA 35-2

Un ejemplo de un sólido covalente es el diamante; cada uno de sus átomos de carbono está unido por medio de enlaces covalentes con otros cuatro átomos de carbono en una estructura que se repite en todo el crista! (Figura 35-2). Tanto los sólidos iónicos como los covalentes son duros y poseen puntos de fusión altos, lo cual es un reflejo de la fuerza de sus enlaces. Los sólidos iónicos son mucho más comunes que los covalentes.

En un metal, ios electrones más externos de cada átomo son compartidos por todo el conjunto, por lo que un "gas" o "mar" de electrones se mueve con relativa libertad a través de él. La interacción entre este mar de electrones y los iones metálicos positivos provoca una fuerza cohesiva, como en el caso de los electrones compartidos en un enlace covalente, pero a mayor escala. La presencia de electrones libres es la responsable de las propiedades típicas de los metales como son su opacidad, su superficie brillante y su alta conductividad eléctrica y térmica.

TABLA 35-1 Tipos de cristales

Tipo		Enlace	Ejemplo	Propiedades
Iónico		Atracción eléctrica	Cloruro de sodio NaCl	Duros; puncos de fusión altos; pueden ser solubles en líquidos polares como el agua
Covalente		Electrones compartidos	Diamante C	Muy duros; puntos de fusión altos; solubles en casi todos los solventes
Metálico		Gas de electrones	Sodio Na	Dúctiles; brillo metálico, conductividad eléctrica y térmica altas
Molecular		Fuerzas de van der Waals	Metano CH_4	Maleables; puntos de fusión y ebullición bajos; solubles en líquidos covalentes

*De A. Beiser, *Concepts of Modern Physics,* McGraw-Hill.

Todas las moléculas y aun los átomos de un gas inerte como los del helio se atraen entre sí con fuerzas débiles y de corto alcance, los cuales se conocen como *fuerzas de van der Waals.* Estas fuerzas son las responsables de la condensación de los gases que se transforman en líquidos y de la solidificación de líquidos, incluso en ausencia de enlaces iónicos, covalentes o metálicos entre los átomos o moléculas de que se trate. Aquellos aspectos muy conocidos sobre el comportamiento de la materia como son la fricción, la viscosidad y la adhesión se deben a las fuerzas de van der Waals. Las fuerzas de van der Waals se originan de la falta de simetría en las distribuciones momentáneas de los electrones en una molécula. Cuando dos moléculas están juntas, estas asimetrías momentáneas de carga tienden a acercar siempre la parte positiva de una molécula a la parte negativa de la otra, sin importar que las posiciones de estas partes estén cambiando todo el tiempo. Las fuerzas de van der Waals son bastante débiles y las sustancias que se componen de moléculas enteras, como el agua, poseen por lo común puntos de fusión y de ebullición bajos y poca resistencia mecánica en su estado sólido. La tabla 35-1, contiene los cuatro tipos de sólidos cristalinos.

BANDAS DE ENERGÍA

Los átomos en la mayoría de los sólidos cristalinos, sean metales o no, se encuentran tan cerca unos de otros que sus electrones exteriores constituyen un solo sistema de electrones comunes de cristal en su totalidad. En lugar de tenerse un nivel de energía característico definido de manera precisa para cada átomo individual, el cristal completo posee una *banda de energía permitida* que abarca un intervalo de energías posibles. Por consiguiente, las bandas de energía permitida en un sólido corresponden a los niveles de energía en un átomo y un electrón dentro de un sólido, sólo puede tener aquellas energías que caen dentro de estas bandas de energía. Si no se superponen las bandas de energía permitida adyacentes, los intervalos entre ellas representan energías que sus electrones no pueden tener. A esos intervalos se les conoce con el nombre de *bandas prohibidas.* El comportamiento eléctrico de un sólido cristalino se determina tanto por su estructura de bandas de energía como por la forma en que se distribuyen los electrones en estas bandas.

Problemas resueltos

35.1. ¿Son todos los sólidos cristalinos?

No. Los átomos, iones o moléculas que componen un sólido cristalino caen dentro de patrones regulares y que se repiten en todo el cristal. La presencia de un orden a gran-escala en la estructura del cristal es la propiedad que define a los cristales. Otros sólidos carecen de orden a gran-escala en sus estructuras y pueden ser considerados como líquidos sobreenfriados cuya rigidez se debe a una viscosidad excepcionalmente alta. El vidrio, el alquitrán y muchos plásticos son ejemplos de tales sólidos *amorfos* ("sin forma").

35.2. ¿Cuál es la forma usual que se utiliza en la determinación de la estructura cristalina de los sólidos?

La estructura de un cristal se determina, por lo común, con patrones de interferencia que se originan cuando un haz de rayos X lo atraviesa. Un cristal consta de un arreglo regular de átomos, cada uno de los cuales es capaz de dispersar una onda electromagnética cuando incide en él. Al incidir en un cristal un haz de rayos X, todos de la misma frecuencia, éstos son desviados en todas direcciones dentro del cristal; sin embargo, gracias al arreglo regular de los átomos, las ondas dispersadas en ciertas direcciones interfieren constructivamente, mientras que las ondas dispersadas en otras direcciones interfieren destructivamente. A este fenómeno se le conoce como *difracción de rayos X.* El patrón de intensidades altas y bajas de rayos X que resulta se analiza y de ahí se obtiene un arreglo espacial de los centros de dispersión, que son los átomos del cristal.

35.3. La banda superior de energía de un metal se encuentra parcialmente llena de electrones (Figura 35-3), lo **que** significa que la banda no contiene el número máximo de electrones que pueden tener energías con valores dentro de ese intervalo. ¿Cómo explica este hecho la habilidad de los metales para conducir corriente eléctrica?

Cuando en un metal se establece un campo eléctrico, los electrones adquieren, fácilmente, una energía adicional mientras permanecen en la banda de energía original. La energía adicional se manifiesta en forma de energía cinética y los electrones en movimiento constituyen una corriente eléctrica.

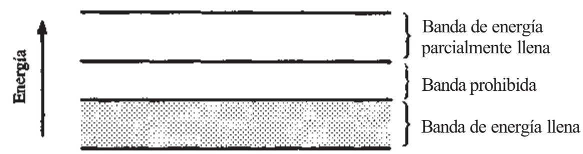


FIGURA 35-3 Bandas de energía de un metal.

35.4. La banda superior de energía de un aislante está completamente llena de electrones y está separada de la siguiente banda de mayor energía por una banda prohibida de varios electronvolts de anchura (Figura **35-4).** ¿Cómo explica este hecho la incapacidad de los aislantes para conducir corriente eléctrica?

' Un electrón en un aislante debe adquirir por lo menos, la misma energía del ancho de la banda prohibida con el fin de contar con la energía cinética necesaria para moverse a través del cristal. No resulta fácil proporcionar un aumento de energía de varios electronvolts a un electrón dentro de un sólido por medio de un campo eléctrico, debido a la presencia de una gran cantidad de electrones y núcleos, por lo **que** los aislantes son muy malos conductores de corriente eléctrica.

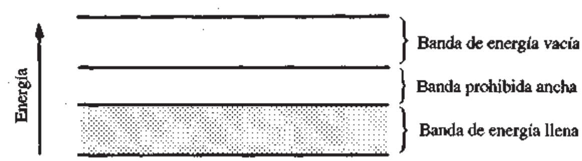


FIGURA 35-4 Bandas de energía de un aislante.

35.5 ¿Cuál es la estructura de la banda de energías de un semiconductor?

En los semiconductores, la banda superior de energía totalmente llena de electrones y la siguiente banda de energía sin electrones, están separadas por una banda prohibida estrecha (Figura 35-5) y algunos electrones cuentan con la suficiente energía cinética de origen térmico que les permite brincar esta brecha. Una sustancia así, puede conducir corriente eléctrica hasta cierto punto. Algunos semiconductores contienen pequeñas cantidades de impurezas que suministran niveles de energía en la banda prohibida, lo cual reduce el tamaño de la brecha de energía que los electrones deben vencer para moverse libremente y así constituir una corriente eléctrica.

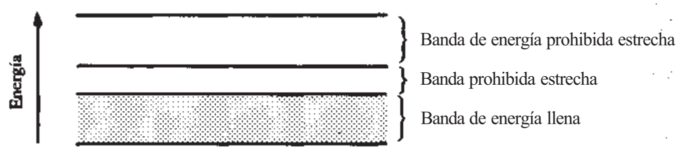


FIGURA 35-5 Bandas de energía de un semiconductor.

35.6. ¿Qué es un semiconductor del tipo n?

Un semiconductor *n* es aquél en el cual el movimiento de las cargas negativas es el causante de la corriente. Estas cargas negativas son electrones en exceso de los átomos que contaminan la red, cuyas capas más externas contienen demasiados electrones como para tener cabida dentro de la estructura electrónica del cristal. Por ejemplo, los átomos de arsénico tienen cinco electrones en sus capas externas, mientras que los átomos de silicio tienen cuatro. Cuando un átomo de arsénico reemplaza a un átomo de silicio dentro de un cristal de silicio, cuatro de sus electrones se incorporan en enlaces covalentes con sus vecinos más próximos. El quinto electrón necesita poca energía para desprenderse y moverse en el cristal (Figura 35-6). En un diagrama de bandas de energía, como el de la figura 35-7, el efecto del arsénico como impureza consiste en suministrar niveles de energía ocupados, denominados *niveles donadores,* exactamente debajo de una banda de energía vacía.

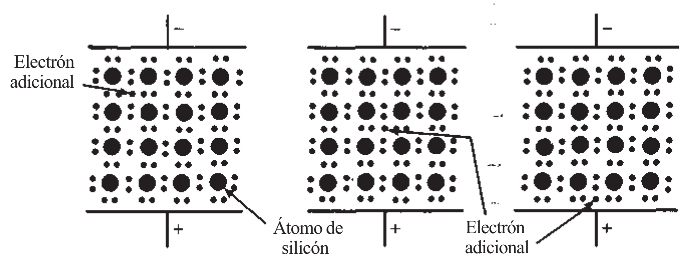


FIGURA 35-6

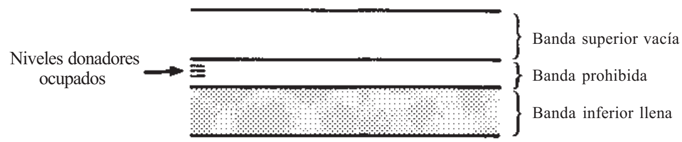


FIGURA 35-7 Banda de energía de un semiconductor del tipo *n.*

35.7. ¿Qué es un semiconductor del tipo p?

Un semiconductor del tipo p es aquél en el cual la corriente se produce por medio del movimiento de *huecos,* que son lugares libres dentro de la estructura electrónica del cristal y se comportan como cargas positivas. Un electrón necesita relativamente poca energía para entrar en un hueco; pero, al hacerlo, deja un nuevo hueco en su ubicación anterior. Cuando se aplica un campo eléctrico a través de un cristal que contiene huecos, los electrones se desplazan hacia el electrodo positivo llenando los huecos de manera sucesiva. El flujo de corriente en esta situación se describe de una forma más conveniente con referencia a los huecos, cuyo comportamiento es como el de una carga positiva, ya que se dirigen hacia el electrodo negativo (Figura 35-8).

Un ejemplo de un semiconductor del tipo p es un cristal de silicio con galio como impureza. Los átomos de galio tienen sólo tres electrones en sus capas externas y su presencia deja huecos en la estructura electrónica del cristal. En un diagrama de bandas de energía, como el de la figura 35-9, el efecto del galio como impureza es proporcionar niveles de energía desocupados, denominados *niveles aceptares,* exactamente debajo de la banda de energía más alta completamente ocupada.

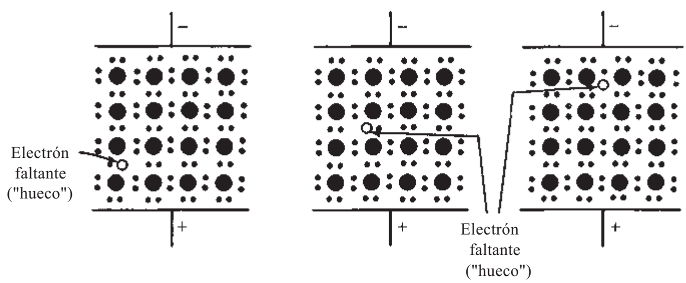


FIGURA 35-8

FIGURA 35-9 Bandas de energía de un semiconductor tipo p.

35.8. Explique el funcionamiento de un diodo semiconductor.

El funcionamiento de un diodo semiconductor se basa en las propiedades del empalme de material del tipo *n* con material del tipo p. En el diodo de la figura 35-10, el extremo izquierdo es una región del tipo p en la cual la conducción tiene lugar debido al movimiento de los huecos, y el extremo derecho es una región del tipo *n,* donde la conducción se produce por el movimiento de electrones. En la figura 35-10b), se aplica un voltaje a través del cristal, de manera que el extremo p es negativo y el *n* positivo. A esta situación se le da el nombre *de polarización inversa.* Los huecos de la región p se trasladan a la izquierda y desaparecen en la terminal negativa mientras que los electrones en el extremo *n* se trasladan a la derecha y desaparecen en la terminal positiva. Se crean nuevos pares de electrones-huecos de forma espontánea debido a la excitación térmica, pero son pocos en número y la corriente que resulta es pequeña en extremo.

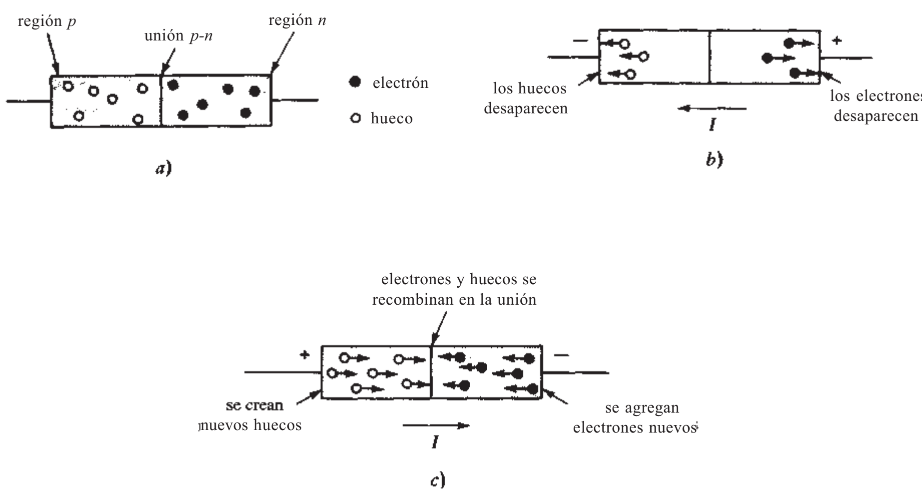


FIGURA 35-10

La figura 35-10 c) contiene el mismo cristal con una *polarización directa:* ahora el extremo p es positivo y el *n* negativo. En este caso se crean nuevos huecos continuamente debido a que los electrones desaparecen en la terminal positiva y los electrones nuevos se agregan a la terminal negativa. Los huecos se trasladan a la derecha y los electrones a la izquierda bajo la influencia de la aplicación de un voltaje. Los huecos y electrones se reúnen en la unión *p-n* y ahí se recombinan. Por lo tanto, la corriente puede fluir fácilmente en una dirección a través de la unión *p-n,* pero fluye con mucha dificultad en el otro sentido, lo que hace de un diodo de esta clase un rectificador ideal.

35.9. Explique el funcionamiento de un diodo emisor de luz (LED).

Se necesita energía para crear un par electrón-hueco y, al recombinarse el electrón y un hueco, esta energía se libera. En silicio y germanio, la energía de recombinación es absorbida por el cristal en forma de calor, pero en algunos otros semiconductores, como el arsenuro de galio, al producirse la recombinación, se emite un fotón. Este es el principio del diodo emisor de luz.

35.10. Explique el funcionamiento de un transistor de unión simple.

La figura 35-11 contiene un transistor de unión *n-p-n,* el cual consta de una región delgada del tipo *p,* denominada *base,* que se encuentra en medio de dos regiones del tipo n, denominadas *emisor* y *colector.* El transistor se polariza directamente a través de la unión emisor-base y una polarización inversa a través de la unión base-colector. El emisor está contaminado con un mayor número de impurezas que la base, por lo que casi toda la corriente a través de la unión emisor-base consta de electrones que se desplazan de izquierda a derecha. Puesto que la base es muy delgada, y debido a que la concentración de huecos ahí es baja, la mayoría de los electrones que entran a la base se difunden, a través de ella, en la unión base-colector, donde el alto potencial positivo los atrae hacia el colector. Por lo tanto, los cambios en la corriente de suministro del circuito se ven reflejados por cambios en la corriente que se extrae del circuito. La capacidad con la que cuenta el transistor de la figura 35-11, para producir amplificación proviene de la polarización inversa de la unión base-colector, la cual permite la existencia de un voltaje mucho mayor en el circuito de salida que el del circuito de entrada. Puesto que la potencia eléctrica - (corriente)(voltaje), la potencia de la señal de salida puede superar en gran medida a la potencia de la señal de entrada. Utilizando diferentes circuitos, puede emplearse un transistor como amplificador de corriente o de voltaje.

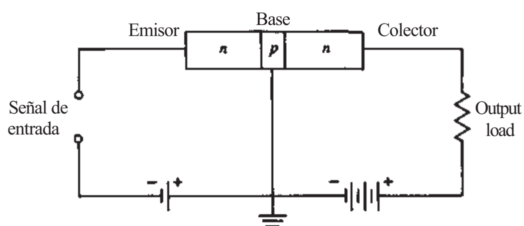


FIGURA 35-11

35.11. ¿Por qué los metales son opacos a la luz visible, mientras que los aislantes son transparentes cuando se encuentran en forma de cristales regulares?

Los fotones de luz visible poseen energías que van de 1 a 3 eV. Un "electrón libre" en un metal absorbe fácilmente tales cantidades de energía, puesto que las bandas de energía permitidas del metal están sólo llenas en parte; y en consecuencia, los metales son opacos. Sin embargo, los electrones en un aislante necesitan más de 3 eV de energía para poder cruzar la banda prohibida y pasar a la siguiente banda permitida. Por lo tanto, los aislantes no pueden absorber fotones de luz visible, y de ahí que sean transparentes. Por supuesto, la mayoría de las muestras materiales aislantes no parecen transparentes, pero eso se debe a otros factores como son la dispersión de luz debida a las irregularidades de sus estructuras o un carácter amorfo.

Problemas complementarios

35.12. Se tienen dos sólidos de apariencia casi idéntica, uno de los cuales posee enlaces iónicos y el otro de van der Waals. ¿Cómo los distinguiría?

35.13. ¿Por qué los metales pueden deformarse con relativa facilidad, mientras que los sólidos covalentes y iónicos son bastante quebradizos?

35.14. ¿Qué tan buen conductor es un cristal, cuya banda superior de energía se encuentra parcialmente llena de electrones? ¿Qué tan buen conductor es un cristal que tiene una banda prohibida ancha entre su banda inferior de energía totalmente llena y una banda superior vacía?

35.15. ¿Incluye el "gas" de electrones en movimiento libre de un metal a todos sus electrones?

35.16. La banda prohibida del silicio es de 1.1 eV de anchura y la del diamante es de 6 eV. ¿Qué papel juegan estas cifras en la transparencia a la luz visible del silicio y del diamante?

35.17. Un átomo de indio tiene tres electrones en su capa externa y un átomo de germanio tiene cuatro. ¿Producirá la adición de una pequeña cantidad de indio al germanio un semiconductor del tipo *n* o uno del tipo p?

Respuestas a los problemas complementarios

35.12. El sólido de van der Waals es más blando y se funde a una temperatura mucho más baja.

35.13. Los átomos de un metal pueden reordenarse fácilmente en cuanto a su posición debido a que los enlaces se producen gracias al mar de electrones que se mueven libremente. En un cristal covalente, los enlaces se localizan entre átomos adyacentes y deben ser rotos para deformar el cristal. En un cristal iónico, el proceso de enlace requiere de una configuración de iones alternativamente positivos y negativos, cuyas posiciones relativas no pueden alterarse sin romper el cristal.

35.14. a) Excelente *b)* Muy malo

35.15. Sólo los electrones más extemos de cada átomo metálico forman parte del "gas" de electrones.

35.16. El silicio es opaco porque sus electrones absorben fotones de luz visible y penetran en la banda superior de energía. El diamante es transparente porque los fotones de luz invisible no cuentan con la suficiente energía que necesitan los electrones como para absorberlos y penetran en la banda superior.

35.17. Uno del tipo *p.*

Física nuclear

36

ESTRUCTURA NUCLEAR

El núcleo de un átomo se compone de protones y neutrones cuyas masas son, respectivamente,

$$m_p = 1.673 \times 10^{-27} \text{ kg} = 1.007277 \text{ u}$$
$$m_n = 1.675 \times 10^{-27} \text{ kg} = 1.008665 \text{ u}$$

El protón tiene una carga +e y el neutrón no tiene carga. El *número atómico* de un elemento es el número de protones que contiene el núcleo de uno de sus átomos. Los protones y los neutrones reciben el nombre genérico de *nucleones.*

A pesar de que todos los átomos de un elemento tienen el mismo número de protones en sus núcleos, el número de neutrones puede ser diferente. A cada variedad de núcleo que se encuentra en determinado elemento se le da el nombre de *isótopo* del elemento. Los símbolos que se usan para representar los isótopos son de la forma

$${}^{A}_{Z}X$$

donde X = símbolo del elemento
Z = número atómico del elemento = número de protones en el núcleo
A = número másico del isótopo = número de protones + neutrones en el núcleo

ENERGÍA DE LIGADURA

La masa de un átomo siempre es menor que la suma de las masas de los neutrones, protones y electrones de que está compuesto. La energía equivalente a la masa faltante se conoce como la *energía de ligadura* del núcleo; entre mayor sea la energía de ligadura, más estable será el núcleo. La diferencia de masa Δm de un núcleo con Z protones y N neutrones puede determinarse a partir de su masa atómica m por medio de la fórmula

$$\Delta m = Zm_{\mathrm{H}} + Nm_n - m$$

donde *mn,* la masa del átomo de hidrógeno (que consta de un protón y un electrón), es:

$$m_{\mathrm{H}} = 1.007825 \text{ u}$$

Con el fin de calcular la energía de ligadura en megaelectrón-volts, que es la unidad usual, puede multiplicarse Δm por el factor de conversión 931 MeV/u.

FUERZAS FUNDAMENTALES

La fuerza entre los nucleones que mantiene al núcleo atómico unido a pesar de las fuerzas eléctricas de repulsión que los protones ejercen entre sí, es el resultado de lo que se conoce como la *interacción fuerte.* Esta es una interacción fundamental en el mismo sentido en que lo son las interacciones gravitacional y electromagnética: ninguna puede ser explicada en términos de cualquiera de las otras. La interacción fuerte sólo posee corto alcance, a diferencia de las interacciones gravitacional y electromagnética, y sólo es efectiva dentro de los núcleos.

Existe otra interacción que tiene que ver con los núcleos y se llama *interacción débil,* la cual es responsable de la desintegración beta. Evidencia reciente indica que las interacciones débil y electromagnética están estrechamente relacionadas.

REACCIONES NUCLEARES

Los núcleos pueden transformarse en otros de diferente clase por medio de la interacción entre ellos. Puesto que los núcleos están cargados positivamente, necesita producirse un choque de alta energía entre los dos núcleos si han de acercarse lo suficiente como para reaccionar. Debido a que no posee carga, un neutrón puede iniciar una reacción nuclear a pesar de que su desplazamiento sea lento. En cualquier reacción nuclear, el número total de neutrones y el número total de protones en los productos debe ser igual al número total correspondiente en los núcleos que reaccionan.

FISIÓN Y FUSIÓN

Los núcleos de tamaño intermedio poseen las energías de ligadura más altas por nucleón y de ahí que sean más estables que los núcleos más ligeros y los más pesados. Si un núcleo pesado se divide en dos más ligeros, la mayor energía de ligadura de éstos significa que se liberará energía. A este proceso se le conoce como *fisión nuclear.* Algunos núcleos muy grandes, como el uranio $^{235}_{92}U$, sufren fisión cuando absorben un neutrón. Ya que los productos de la fisión incluyen varios neutrones así como dos núcleos hijos, puede establecerse una *reacción en cadena* en un arreglo de algún isótopo fisionable adecuado. Si no se controla, el resultado es una bomba atómica. Si se controla de manera que la tasa de ocurrencia de la fisión sea constante, el resultado es un reactor nuclear que puede servir como una fuente de energía para generar electricidad o en la propulsión de barcos.

En la *fusión nuclear* se combinan dos núcleos ligeros para dar lugar a uno más pesado, cuya energía de enlace por nucleón es mayor. La diferencia en las energías de enlace se libera durante el proceso. Con el objeto de realizar una reacción de fusión, los núcleos iniciales deben desplazarse en forma rápida cuando chocan para poder vencer su repulsión eléctrica. La fusión nuclear es la fuente de energía del sol y las estrellas, donde las temperaturas altas en su interior significan que los núcleos ahí tienen velocidades altas en grado suficiente, y las presiones altas significan que se producen con frecuencia choques nucleares. En el funcionamiento de una bomba de hidrógeno, primero se detona una bomba de fisión para producir la temperatura y la presión altas necesarias para que se den las reacciones de fusión. El problema en la construcción de un reactor de fusión destinado a la producción controlada de energía consiste en contener una mezcla suficientemente densa y caliente de isótopos adecuados durante un tiempo que permita producir una energía útil neta.

RADIOACTIVIDAD

Ciertos núcleos son inestables y sufren *desintegración radiactiva* y se transforman en otros más estables. En la figura 36-1, aparecen los cinco tipos de desintegración radiactiva.

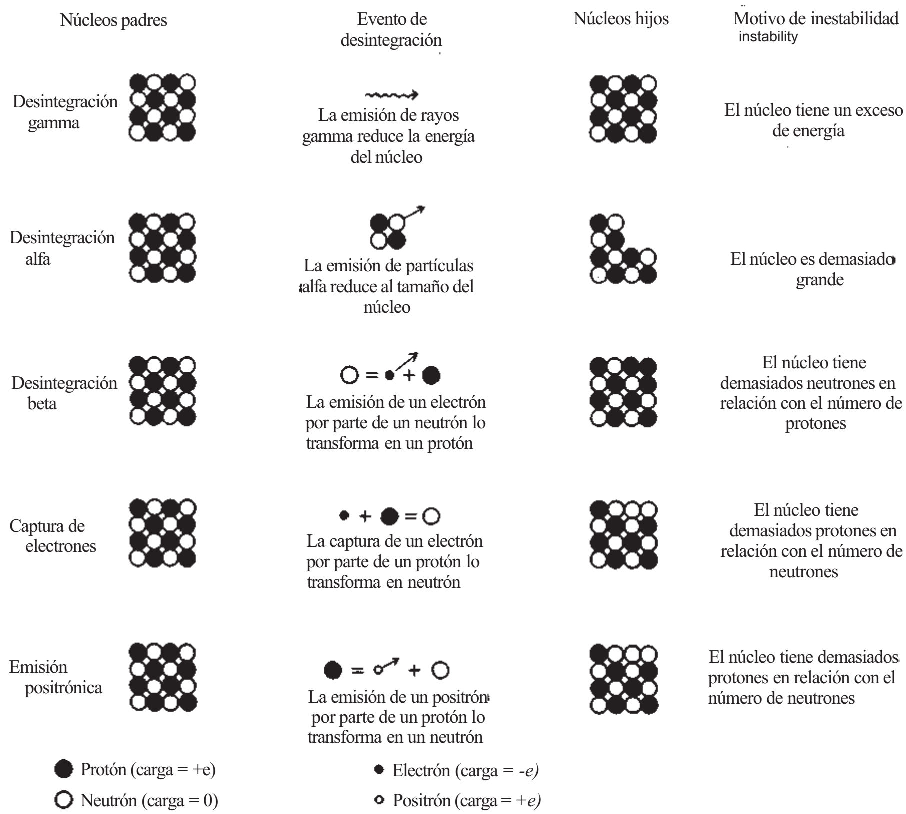


FIGURA 36-1 Desintegración radioactiva o radiactiva

VIDA MEDIA

Un núcleo que está sujeto a desintegración radiactiva siempre posee una determinada probabilidad definida de desintegración durante un cierto intervalo de tiempo. La *vida media* de un isótopo radiactivo es el tiempo que se requiere para que la mitad de cualquier cantidad inicial se desintegre. Si un isótopo tiene una vida media de, dígase 5 h y se empieza con 100 g de ese isótopo, después de 5 h quedarán 50 g sin desintegrar; después de 10 h quedarán 25 g sin desintegrar; a las 15 h se tendrá 12.5 g sin desintegrar; y así sucesivamente.

Problemas resueltos

36.1. El núcleo estable más grande es el isótopo de bismuto $^{209}_{83}B$. ¿Por qué los núcleos más grandes son inestables?

El alcance de la interacción fuerte, la cual suministra las fuerzas de atracción que mantienen unidos a los nucleones, es bastante corto, mientras que las fuerzas de repulsión eléctrica que actúan entre los protones tienen un alcance ilimitado. Por lo tanto, más allá de cierto tamaño las fuerzas de repulsión se hacen comparables a las de atracción y tales núcleos son inestables.

36.2. Establezca el número de protones y neutrones en los siguientes núcleos:

$$^{6}_{3}Li \qquad ^{12}_{6}C \qquad ^{36}_{16}S \qquad ^{137}_{56}Ba$$

Un núcleo desintegrado $^{A}_{Z}X$ contiene Z protones *y A-Z* neutrones. En consecuencia, el número de protones y neutrones en los núcleos dados es como sigue:

$^{6}_{3}Li$:	3 protones, 3 neutrones
$^{12}_{6}C$:	6 protones, 6 neutrones
$^{36}_{16}S$:	16 protones, 20 neutrones
$^{137}_{56}Ba$:	56 protones, 31 neutrones

36.3. El cloro natural es una mezcla de 75.53 por ciento del isótopo $^{35}_{17}Cl$ y 24.47 por ciento del isótopo $^{37}_{17}Cl$. Las masas atómicas de estos isótopos son de 34.969 y 36.966 u, respectivamente. Encuentre la masa atómica del cloro natural.

El procedimiento consiste en multiplicar la masa de cada isótopo, por la proporción de la totalidad que representa y luego sumar los resultados. Así se obtiene.

$$(0.7553)(34.969\ u) + (0.2447)(36.966\ u) = 35.458\ u$$

que es la masa atómica del cloro natural.

36.4. La masa atómica de $^{16}_{8}O$ es de 15.9949 u. a) ¿Cuál es su energía de ligadura.b) ¿Cuál es su energía de ligadura por nucleón?

a) $^{16}_{8}O$ contiene 8 protones y 8 neutrones en su núcleo. La masa de 8 átomos es de H $8m_H$ = (8)(1.007825) u - 8.0626 u y la masa de 8 neutrones es $8m_n$ = (8)(1.008665) u = 8.0693 u. Por consiguiente, el déficit de masa en $^{16}_{8}O$ es

$$\Delta m = (8.0626 + 8.0693)\ u - 15.9949\ u = 0.1370\ u$$

y puesto que 1 u - 931 MeV, la energía de enlace es

$$\Delta E = (0.1370\ u)(931\ MeV/u) = 127.5\ MeV$$

b) Existen 16 nucleones en $^{16}_{8}O$, por lo que la energía de enlace por nucleón es de 127.6 MeV/16 nucleones = 7.97 MeV por nucleón.

36.5. La energía de ligadura de $^{20}_{10}Ne$ es de 160.6 MeV. Encuentre su masa atómica.

El átomo de $^{20}_{10}Ne$ contiene 10 protones y 10 neutrones en su núcleo. La masa de 10 átomos de H y 10 neutrones es:

$$m_0 = 10.07825 \text{ u} + 10.08665 \text{ u} = 20.1649 \text{ u}$$

La masa que equivale a 160.6 MeV es:

$$\Delta m = \frac{160.6 \text{ MeV}}{931 \text{ MeV/u}} = 0.1725 \text{ u}$$

y así, la masa del átomo de $^{20}_{10}Ne$ es:

$$m = m_0 - \Delta m = 20.1649 \text{ u} - 0.1725 \text{ u} = 19.9924 \text{ u}$$

36.6. Complete las siguientes reacciones nucleares:

$$^{6}_{3}Li + ^{2}_{1}H \rightarrow ^{4}_{2}He + \ ?$$
$$^{35}_{17}Cl + \ ? \rightarrow ^{32}_{16}S + ^{4}_{2}He$$
$$^{9}_{4}Be + ^{4}_{2}He \rightarrow ^{1}_{0}n + \ ?$$

En cada una de estas reacciones, el número de protones y el número de neutrones debe ser el mismo en ambos lados de la ecuación. Por lo tanto, las reacciones completas deben ser como sigue:

$$^{6}_{3}Li + ^{2}_{1}H \rightarrow ^{4}_{2}He + ^{4}_{2}He$$
$$^{35}_{17}Cl + ^{1}_{1}H \rightarrow ^{32}_{16}S + ^{4}_{2}He$$
$$^{9}_{4}Be + ^{4}_{2}He \rightarrow ^{1}_{0}n + ^{12}_{6}C$$

36.7. En una reacción de fisión típica, un núcleo de $^{235}_{92}U$ absorbe un neutrón y se divide en un núcleo de $^{140}_{54}Xe$ y en uno de $^{94}_{38}Sr$. ¿Cuántos neutrones se liberan en este proceso?

Con el objeto de que el número total de protones y neutrones sea el mismo antes y después de la reacción de fisión, deben liberarse dos neutrones. Por lo tanto, la reacción es:

$$^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{140}_{54}Xe + ^{94}_{38}Sr + ^{1}_{0}n + ^{1}_{0}n + \Delta E$$

En este caso ΔE es de unos 200 MeV.

36.8. Cuando un átomo de $^{235}_{92}U$ se fisiona, cerca del 0.1 por ciento de su masa original es liberada en forma de energía. a) ¿Cuánta energía se libera cuando 1 kg de $^{235}_{92}U$ se fisiona? *b)* ¿Qué cantidad de $^{235}_{92}U$ debe fisionarse por día en un reactor nuclear que suministra energía a una planta de potencia eléctrica de 10 MW (10^8 W)? Suponga una eficiencia perfecta. c) En la combustión del carbón se liberan cerca de 7800 kcal/kg de calor. ¿Cuántos kilogramos de carbón consumiría por día en una central termoeléctrica convencional de 100 MW?

a) $$E = mc^2 = (0.001\ \text{kg})(3 \times 10^8\ \text{m/s})^2 = 9 \times 10^{13}\ \text{J}$$

b) Energía = potencia x tiempo, por lo que en este caso

$$E = Pt = (10^8\ \text{W})(3600\ \text{s/h})24\ \text{h/día}) = 8.64 \times 10^{12}\ \text{J/día}$$

Por lo tanto, la masa de $^{235}_{92}U$ que se necesita es

$$\frac{8.64 \times 10^{12}\ \text{J/día}}{9 \times 10^{13}\ \text{J/kg}} = 9.6 \times 10^{-2}\ \text{kg/dia} = 96\ \text{g/día}$$

c) La energía liberada por kilogramo de carbón quemado es

$$(7800\ \text{kcal/kg})(4185\ \text{J/kcal}) = 3.26 \times 10^7\ \text{J}$$

Por lo que la masa de carbón que se requiere es

$$\frac{8.64 \times 10^{12}\ \text{J/día}}{3.26 \times 10^7\ \text{J/kg}} = 2.65 \times 10^5\ \text{kg/día}$$

que son 265 toneladas métricas.

36.9. En el sol y en la mayoría del resto de las estrellas, el proceso principal de liberación de energía consiste en la transformación de hidrógeno en helio mediante una serie de reacciones de fusión nuclear durante las cuales se emiten *positrones* (electrones con carga positiva). a) Escriba la ecuación de todo el proceso durante el cual cuatro protones forman un núcleo de helio. *b)* ¿Qué cantidad de energía se libera durante cada proceso? Las masas de los átomos de ^1_1H, ^4_2He y del electrón son de 1.007825, 4.002603 y 0.000549 u.

a) Deben liberarse dos positrones de manera que la carga se conservará. Por consiguiente, **todo el** proceso es:

$$^1_1H + ^1_1H + ^1_1H + ^1_1H \rightarrow ^4_2He + e^+ + e^+$$

b) Puesto que un átomo de helio sólo tiene dos electrones alrededor de su núcleo, cuando se forma cada átomo de helio se pierden dos electrones y dos positrones. Por lo tanto, el cambio de masa es:

$$\begin{aligned}\Delta m &= 4m_H - (m_{He} + 4m_e) = (4)(1.007825\ \text{u}) - [4.002603\ \text{u} + (4)(0.000549\ \text{u})] \\ &= 0.026501\ \text{u}\end{aligned}$$

y la energía liberada es (0.026501 u)(931 Mev/u) = 24.7 Mev.

36.10. ¿Qué sucede con el número atómico y el número másico de un núcleo que a) emite un electrón, *b)* captura un electrón, c) emite una partícula alfa?

a) z aumenta en 1, *A* no cambia. *b)* Z disminuye en 1, *A* no cambia. c) Z disminuye en 2, A disminuye en 4.

36.11. ¿Cuántas desintegraciones alfa sucesivas se producen en la desintegración del isótopo $^{228}_{90}Th$ que se transforma en el isótopo $^{212}_{82}Pb$ del plomo?

Cada desintegración alfa significa una reducción de 2 en el número atómico y de 4 en el número másico. En este caso, Z aumenta en 8 y *A* en 16, lo que significa que se emitieron 4 partículas alfa.

36.12. El tritio es el isótopo ^3_1H del hidrógeno, cuyo núcleo contiene dos neutrones y un protón. El tritio es beta-radiactivo y emite un electrón. a) ¿En qué se convierte el tritio después de la desintegración beta? *b)* La vida media del trito es de 12.5 años. ¿Qué cantidad, de una muestra de 1 g, permanecerá sin desintegrarse después de 25 años?

a) En la desintegración beta de un núcleo, uno de sus neutrones se transforma en protón. Puesto que el número atómico 2 corresponde al helio, la desintegración beta de ^3_1H está dada por:

$$^3_1H \rightarrow ^3_2He + e^-$$

y el nuevo átomo es ^3_2He.

b) Veinticinco años son dos vidas medias del tritio, por lo que $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 1\ g = \frac{1}{4} g$ de tritio queda sin desintegrar.

36.13. La vida media del isótopo $^{24}_{11}Na$ de sodio con respecto a la desintegración beta es de 15 h. ¿Qué tiempo tardan en desintegrarse siete octavos de una muestra de este isótopo?

Después de que se desintegraron los siete octavos, queda un octavo y $\frac{1}{8} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$ que equivale a 3 vidas medias. Por lo tanto, la respuesta es (3)(15) h = 45 h.

36.14. El isótopo $^{14}_6C$ del carbono (denominado *radiocarbono)* es betaradiactivo y posee una vida media de 5600 años. En la atmósfera terrestre se produce radiocarbono, gracias a la acción de los rayos cósmicos sobre los átomos de nitrógeno; el dióxido de carbono de la atmósfera contiene una pequeña proporción de radiocarbono como resultado de ello. Por consiguiente, todas las plantas y todos los animales contienen una cierta cantidad de radiocarbono junto con el isótopo $^{12}_6C$ que es estable. Cuando un ser viviente muere, deja de consumir radiocarbono y el que aún le queda se desintegra continuamente. Midiendo la razón entre los contenidos de $^{14}_6C$ y $^{12}_6C$ en los restos de un animal o planta y comparándola con la razón de estos isótopos en los organismos vivos, puede calcularse el tiempo que ha transcurrido desde la muerte del animal o de la planta. a) ¿Cuántos años tiene una pieza de madera de una vivienda antigua si su contenido relativo de radiocarbono es de una cuarta parte del que contiene un ejemplar reciente? *b)* ¿Cuántos años tiene si es una dieciseisava parte?

a) Puesto que $\frac{1}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$, el ejemplar tiene una antigüedad de 2 vidas medias, esto es, 11, 200 años.

b) Ya que $\frac{1}{16} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$, el ejemplar tiene una antigüedad de 4 vidas medias, esto es, 22,400 años.

36.15. La tasa con la cual una muestra de una sustancia radiactiva se desintegra se conoce como su *actividad.* La unidad de actividad es el *curie* (Ci), donde 1 curie = 3.7 x 10^{10} desintegraciones/s. Si la carátula luminosa de un reloj contiene **5 μCi** de isótopo $^{226}_{88}\mathrm{R}$ radio, ¿Cuántas desintegraciones por segundo tienen lugar en la carátula? (Este isótopo emite partículas alfa, las cuales producen destellos de luz cuando chocan contra un material especial con el que se ha mezclado el isótopo.)

Como 1 μCi es igual a 10^{-6} Ci, la actividad de la carátula del reloj es:

$$\left(3.7 \times 10^{10}\ \frac{\text{desintegraciones/s}}{\text{Ci}}\right)(5 \times 10^{-6}\,\text{Ci}) = 1.85 \times 10^{5}\ \text{desintegraciones/s}$$

Problemas complementarios

36.16. a) ¿Cuál de las interacciones fundamentales tiene menor importancia en física nuclear? *b)* Dos de ellas se relacionan entre sí aparentemente, ¿cuáles son?

36.17. En los experimentos de fusión nuclear, se utilizan campos magnéticos en lugar de sólidos contenedores para confinar núcleos atómicos que deben reaccionar. ¿Por qué?

36.18. ¿Cuáles son las semejanzas y las diferencias entre la fisión y la fusión nucleares?

36.19. ¿Qué partes de la estructura del átomo principalmente responsables de la masa del átomo y de su comportamiento químico?

36.20. Establezca el número de protones y de neutrones en cada uno de los siguientes núcleos: $^{15}_{7}\mathrm{N}$, $^{35}_{17}\mathrm{Cl}$, $^{64}_{30}\mathrm{Zn}$, $^{200}_{80}\mathrm{Hg}$.

36.21. El boro ordinario es una mezcla del 20 por ciento del isótopo $^{10}_{5}\mathrm{B}$ y del 80 por ciento del isótopo $^{11}_{5}\mathrm{B}$. Las masas atómicas de estos isótopos son de 10.013 y 11.009 u, respectivamente. Encuentre la masa atómica del boro ordinario.

36.22. La masa atómica de $^{3}_{2}\mathrm{He}$ es de 3.01603 u. a) ¿Cuál es su energía de ligadura? *b)* ¿Cuál es su energía de ligadura por nucleón?

36.23. La masa atómica de $^{35}_{17}\mathrm{Cl}$ es de 34.96885 u. a) ¿Cuál es su energía de ligadura? *b)* ¿Cuál es su energía de ligadura por nucleón?

36.24. La energía de ligadura de $^{40}_{20}\mathrm{Ca}$ es de 361.7 MeV. Encuentre su masa atómica.

36.25. Complete las siguientes reacciones nucleares:

$$^{14}_{7}\mathrm{N} + ^{4}_{2}\mathrm{He} \rightarrow ^{1}_{1}\mathrm{H} + \ ?$$
$$^{11}_{5}\mathrm{B} + ^{1}_{1}\mathrm{H} \rightarrow ^{11}_{6}\mathrm{C} + \ ?$$
$$^{6}_{3}\mathrm{Li} + \ ? \rightarrow ^{7}_{4}\mathrm{Be} + ^{1}_{0}n$$

36.26. Cuando el átomo de $^{235}_{92}\mathrm{U}$ se fusiona, cerca del 0.1 por ciento de su masa original se libera en forma de energía. a) ¿Qué energía libera una bomba atómica que contiene 10 kg de $^{235}_{92}\mathrm{U}$? *b)* Cuando se hace explotar una tonelada de TNT, se liberan unos 4 x 10^{9} J. ¿Cuántas toneladas de TNT son equivalentes a la bomba atómica anterior en cuanto a su poder destructivo?

36.27. En algunas estrellas se fusionan tres núcleos de $^{4}_{2}\mathrm{He}$, de manera sucesiva, para formar un núcleo de $^{12}_{6}\mathrm{C}$ (*m* = 12.000000 u). ¿Qué cantidad de energía se libera cada vez que esto sucede?

36.28. El radio se desintegra espontáneamente para convertirse en helio y radón. ¿Por qué el radio en sí mismo se considera un elemento y no simplemente un compuesto químico de helio y radón?

36.29. ¿Qué sucede con el número atómico y el número másico de un núcleo que emite un fotón de rayos gamma? ¿Qué sucede con su masa?

36.30. E! isótopo $^{238}_{92}U$ se desintegra para producir un isótopo estable de plomo a través de emisiones sucesivas de 8 partículas alfa y 6 electrones. ¿Cuál es el símbolo del isótopo de plomo?

36.31. La vida media de $^{238}_{92}U$ en cuanto a la desintegración alfa es de 4.5 x 10^9 años. ¿Cuánto tardan en desintegrarse siete octavos de una muestra de este isótopo? ¿Y quince dieciseisavos?

36.32. La vida media del isótopo $^{90}_{38}Sr$ de estroncio con respecto a la desintegración beta es de 28 años. a) ¿En qué se convierte el $^{90}_{38}Sr$ después de la desintegración beta? b) ¿Qué porcentaje de una muestra de $^{90}_{38}Sr$. permanecerá sin desintegrarse después de 112 años?

Respuestas a los problemas complementarios

36.16. *a)* La interacción gravitacional *b)* las interacciones débil y electromagnética.

36.17. En ese experimento, los núcleos forman un gas a una temperatura muy alta que se conoce *como plasma.* Un plasma se enfriaría al contacto con un contenedor sólido y, al mismo tiempo, los átomos del contenedor se desprenderían y penetrarían en el plasma, donde afectarían desfavorablemente la reacción. No es muy probable que el contenedor se funda en realidad, ya que la energía interna total del plasma, que se distingue a partir de su temperatura, no es muy alta.

36.18. En la fisión, un núcleo grande se divide en otros más pequeños; en la fusión, dos núcleos pequeños se unen para formar uno más grande. En ambos procesos, los productos de la reacción poseen una masa menor que los núcleos o el núcleo originales; la masa faltante se libera en forma de energía.

36.19. El número de protones y de neutrones en su núcleo determina la masa de un átomo, y el número de electrones en la nube electrónica que rodea al núcleo gobierna su comportamiento químico.

36.20. 7p, 8n; 11 p, 8n; 30p; 80p, 120n

36.21. 10.81 u

36.22. *a)* 7.71 MeV *b)* 2.57 MeV

36.23. *a)* 298 MeV *b)* 8.5 MeV

36.24. 41.9586 u

36.25. $^{17}_{8}O$; $^{1}_{0}n$; $^{2}_{1}H$

36.26. a) 9 x 10^{14} J *b)* 2.25 x 10^5 toneladas

36.27. 7.27 MeV

36.28. El helio y el radón no pueden combinarse para formar radio; tampoco puede descomponerse el radio en helio y radón por métodos químicos.

36.29. Z y *A* no cambian, pero la masa real disminuye en proporción a la energía perdida.

36.30. $^{206}_{82}Pb$

36.31. *a)* 1.35 x 10^{10} año b) 1.8 x 10^{10} año

36.32. *a)* $^{90}_{39}Y$ *b)* 6.25 por ciento

Apéndice A

Constantes y cantidades físicas

Cantidad	Símbolo	Valor
Cero absoluto	0 K, 0 °R	$-273\ °C = -460\ °F$
Aceleración de la gravedad sobre la superficie terrestre	g	$9.81\ m/s^2 = 32.2\ ft/s^2$
Número de Avogadro	N	6.023×10^{23} átomos o moléculas por mol
Constante de Boltzmann	k	$1.38 \times 10^{-23}\ J/K$
Constante de Coulomb	k	$8.99 \times 10^{9}\ N \cdot m^2/C^2$
Carga del electrón	e	$1.60 \times 10^{-19}\ C$
Constante de la gravitación	G	$6.67 \times 10^{-11}\ N \cdot m^2/kg^2$
		$= 3.44 \times 10^{-8}\ lb \cdot ft^2/slug^2$
Volumen molar a PTE	V_o	$22.4\ l/mol$
Permeabilidad del vacío	μ_0	$4\pi \times 10^{-7}\ T \cdot m/A$
Permitividad del vacío	E_0	$8.85 \times 10^{-12}\ C^2/(N \cdot m^2)$
Constante de Planck	h	$6.626 \times 10^{-34}\ J \cdot s$
Constante de Stefan-Boltzmann	a	$5.67 \times 10^{-8}\ W(m^2 \cdot K^4)$
Constante universal de los gases	R	$8.31 \times 10^{3}\ J/(mol \cdot K)$
		$= 0.0821\ atm \cdot l/(mol \cdot K)$
Velocidad de la luz en el vacío	c	$3.00 \times 10^{8}\ m/s$

Apéndice B

Factores de conversión

Tiempo

1 día = 1.44×10^3 min = 8.64×10^4 s
1 año = 8.76×10^3 h = 5.26×10^5 min = 3.15×10^7 s

Longitud

1 metro (m) = 100 cm = 39.4 in = 3.28 ft
1 centímetro (cm) = 10 milímetros (mm) = 0.394 in.
1 kilómetro (km) = 10^3 m= 0.621 mi
1 pie (ft) = 12 in. = 0.305 m = 30.5 cm
1 pulgada (in.) = 0.0833 ft = 2.54 cm = 0.0254 m
1 milla (mi) = 5280 ft = 1.61 km

Área

1 m^2 = 10^4 cm^2 = 1.55×10^3 $in.^2$ = 10.76 ft^2
1 cm^2 = 10^{-4} m^2 = 0.155 $in.^2$
1 ft^2 = 1.44 $in.^2$ = 9.29×10^{-2} m^2 = 929 cm^2

Volumen

1 m^3 = 10^3 l = 10^6 cm^3 = 35.3 ft^3 = 6.10×10^4 $in.^3$
1 ft^3 = 1728 $in.^2$ = 2.83×10^{-2} m^3 = 28.3 l

Velocidad

1 m/s = 3.28 ft/s = 2.24 mi/h = 3.60 km/h
1 ft/s = 0.305 m/s = 0.682 mi/h = 1.10 km/h
(*Nota:* Con frecuencia conviene recordar que 88 ft/s = 60 mi/h.)
1 km/h = 0.278 m/s = 0.913 ft/s = 0.621 mi/h
1 mi/h = 1.47 ft/s = 0.447 m/s = 1.61 km/h

Masa

1 kilogramo (kg) = 10^3 gramos (g) = 0.0685 slug

(Nota: 1 kg corresponde a 2.21 lb en el sentido de que el *peso* de 12 kg en la superficie terrestre es de 2.21 lb.)

1 slug = 14.6 kg

1 unidad de masa atómica (u) = 1.66×10^{-27} kg = 1.49×10^{-10} J = 931 MeV

Fuerza

1 newton (N) = 0.225 lb = 3.60 oz

1 libra (lb) = 16 onzas (oz) = 4.45 N

Presión

1 Pa = 1 N/m^2 = 2.09×10^{-2} lb/ft^2 = 1.45×10^{-4} lb/in.^{2}

1 lb/in.^{2} = 144 lb/ft^2 = 6.90×10^3 Pa

1 atm = 1.013×10^5 Pa = 14.7 lb/in.^{2}

Energía

1 joule (J) = 0.738 ft · lb = 2.39×10^{-4} kcal = 6.24×10^{18} eV

1 pie-libra (ft · lb) = 1.36 J = 1.29×10^{-3} Btu = 3.25×10^{-4} kcal

1 kilocaloría (kcal) = 4185 J = 3.97 Btu = 3077 ft · lb

1 Btu = 0.252 kcal = 788 ft · lb

1 electronvolt (eV) = 10^{-6} MeV = 10^{-9} GeV = 1.60×10^{-19} J

Potencia

1 watt (W) = 1 J/s = 0.738 ft . lb/s

1 kilowatt (kW) = 10^3 W = 1.34 hp

1 caballo de potencia (hp) = 550 ft . lb/s = 746 W

1 tonelada de refrigeración = 12,000 Btu/h

Temperatura

$T_C = \frac{5}{9}(T_F - 32°)$

$T_F = \frac{9}{5}T_C + 32°$

$T_K = T_C + 273°$

$T_R = T_F + 460°$

Apéndice C

Funciones trigonométricas naturales

Ángulo					Angulo				
Grados	Radianes	Sen	Cos	Tan	Grados	Radianes	Sen	Cos	Tan
0°	0.000	0.000	1.000	0.000					
1°	0.017	0.018	1.000	0.018	46°	0.803	0.719	0.695	1.036
2°	0.035	0.035	0.999	0.035	47°	0.820	0.731	0.682	1.072
3°	0.052	0.052	0.999	0.052	48°	0.838	0.743	0.669	1.111
4°	0.070	0.070	0.998	0.070	49°	0.855	0.755	0.656	1.150
5°	0.087	0.087	0.996	0.088	50°	0.873	0.766	0.643	1.192
6°	0.105	0.105	0.995	0.105	51°	0.890	0.777	0.629	1.235
7°	0.122	0.122	0.993	0.123	52°	0.908	0.788	0.616	1.280
8°	0.140	0.139	0.990	0.141	53°	0.925	0.799	0.602	1.327
9°	0.157	0.156	0.988	0.158	54°	0.942	0.809	0.588	1.376
10°	0.175	0.174	0.985	0.176	55°	0.960	0.819	0.574	1.428
11°	0.192	0.191	0.982	0.194	56°	0.977	0.829	0.559	1.483
12°	0.209	0.208	0.978	0.213	57°	0.995	0.839	0.545	1.540
13°	0.227	0.225	0.974	0.231	58°	1.012	0.848	0.530	1.600
14°	0.244	0.242	0.970	0.249	59°	1.030	0.857	0.515	1.664
15°	0.262	0.259	0.966	0.268	60°	1.047	0.866	0.500	1.732
16°	0.279	0.276	0.961	0.287	61°	1.065	0.875	0.485	1.804
17°	0.297	0.292	0.956	0.306	62°	1.082	0.883	0.470	1.881
18°	0.314	0.309	0.951	0.325	63°	1.100	0.891	0.454	1.963
19°	0.332	0.326	0.946	0.344	64°	1.117	0.899	0.438	2.050
20°	0.349	0.342	0.940	0.364	65°	1.134	0.906	0.423	2.145
21°	0.367	0.358	0.934	0.384	66°	1.152	0.914	0.407	2.246
22°	0.384	0.375	0.927	0.404	67°	1.169	0.921	0.391	2.356
23°	0.401	0.391	0.921	0.425	68°	1.187	0.927	0.375	2.475
24°	0.419	0.407	0.914	0.445	69°	1.204	0.934	0.358	2.605
25°	0.436	0.423	0.906	0.466	70°	1.222	0.940	0.342	2.747
26°	0.454	0.438	0.899	0.488	71°	1.239	0.946	0.326	2.904
27°	0.471	0.454	0.891	0.510	72°	1.257	0.951	0.309	3.078
28°	0.489	0.740	0.883	0.532	73°	1.274	0.956	0.292	3.271
29°	0.506	0.485	0.875	0.554	74°	1.292	0.961	0.276	3.487
30°	0.524	0.500	0.866	0.577	75°	1.309	0.966	0.259	3.732
31°	0.541	0.515	0.857	0.601	76°	1.326	0.970	0.242	4.011
32°	0.559	0.530	0.848	0.625	77°	1.344	0.974	0.225	4.331
33°	0.576	0.545	0.839	0.649	78°	1.361	0.978	0.208	4.705
34°	0.593	0.559	0.829	0.675	79°	1.379	0.982	0.191	5.145
35°	0.611	0.574	0.819	0.700	80°	1.396	0.985	0.174	5.671
36°	0.628	0.588	0.809	0.727	81°	1.414	0.988	0.156	6.314
37°	0.646	0.602	0.799	0.754	82°	1.431	0.990	0.139	7.115
38°	0.663	0.616	0.788	0.781	83°	1.449	0.993	0.122	8.144
39°	0.681	0.629	0.777	0.810	84°	1.466	0.995	0.105	9.514
40°	0.698	0.643	0.766	0.839	85°	1.484	0.996	0.087	11.43
41°	0.716	0.658	0.755	0.869	86°	1.501	0.998	0.070	14.30
42°	0.733	0.669	0.743	0.900	87°	1.518	0.999	0.052	19.08
43°	0.751	0.682	0.731	0.933	88°	1.536	0.999	0.035	28.64
44°	0.768	0.695	0.719	0.966	89°	1.553	1.000	0.018	57.29
45°	0.785	0.707	0.707	1.000	90°	1.571	1.000	0.000	∞

índice analítico

La presente es una obra sumamente útil para los estudiantes de las áreas de Física e Ingeniería, que desean ampliar sus conocimientos sobre la materia. Su objetivo principal es la capacitación de los lectores en el dominio de los principios físicos esenciales de la tecnología moderna.

Son muy diversos e interesantes los temas de los que trata este libro; desde Mecánica Clásica hasta principios básicos de Física Moderna, el lector tiene la libertad de dedicar mayor atención a lo que mejor convenga a sus intereses y necesidades específicas.

La dificultad gradual de los problemas permite que el estudiante vaya adquiriendo seguridad y habilidad conforme avanza en la resolución de problemas. Además, lo escueto y claro de los desarrollos teóricos, así como la exposición ordenada de las fórmulas posibilitan consultas rápidas, lo que a su vez facilita de modo considerable el trabajo del estudiante.

ISBN-968-422-794-9