

CAPÍTULO II

ACÚSTICA FÍSICA

Contenidos

- 2.1 ¿Qué es el sonido?. Aspectos conmensurables: presión estática, presión sonora instantánea, presión sonora eficaz, densidad del aire, velocidad de propagación en diferentes medios, velocidad instantánea de las partículas, velocidad de volumen, velocidad instantánea de las partículas, impedancia acústica, impedancia acústica específica, impedancia mecánica, impedancia característica, intensidad sonora, densidad de energía sonora, potencia sonora.
- 2.2 Concepto de onda. Tipos de onda. Parámetros de una onda: amplitud, periodo, frecuencia, longitud de onda, envolvente. Ecuación de onda acústica: conservación de la masa, ecuación de Euler del movimiento en un flujo, relación entre presión y densidad, linealización, la ecuación de onda. Frente de onda. Ondas planas, cilíndricas y esféricas. Representación exponencial compleja. Ecuación de Helmholtz. Campos sonoros: campo cercano, campo libre lejano ó directo, campo reverberante ó difuso.
- 2.3 Fenómenos que afectan la propagación del sonido: reflexión, refracción, difracción, interferencia de ondas. Dependencia de la temperatura, la humedad y el viento. Ley inversa de los cuadrados de la distancia. Efectos del terreno.
- 2.4 Aplicación del teorema de Fourier a señales acústicas: representación de sonidos en el dominio de la frecuencia, La transformada de Fourier y sus aplicaciones: la transformada de Fourier e tiempo continuo, la transformada de Fourier de tiempo discreto, la transformada rápida de Fourier (FFT). Ejemplos de análisis espectrales de señales acústicas: espectros armónicos, inarmónicos y continuos.
- 2.5 Clasificación de las señales acústicas. Señales estacionarias. Señales determinísticas y aleatorias. Señales periódicas y cuasi-periódicas. Señales pseudoaleatorias. Señales no estacionarias. Señales continuas y transitorias.
- 2.6 Fuente sonora. Características. Directividad de una fuente sonora.
- 2.7 Nivel. Bel. Decibel. Neper. Nivel de presión sonora. Nivel de intensidad sonora. Nivel de potencia sonora o potencia acústica. Nivel sonoro continuo equivalente. Nivel de velocidad de partículas. Suma y resta de niveles sonoros.
- 2.8 Resumen. Bibliografía

2.1 ¿Que es el sonido?

El *sonido* se puede definir de formas muy diversas. De todas ellas, las más habituales son las siguientes:

- Vibración mecánica, que se propaga a través de un medio material elástico y denso (habitualmente el aire) –sólido, líquido o gaseoso-, y que es capaz de producir una sensación auditiva¹ (Carrión Isbert C., 2001).
- Sensación auditiva producida por una vibración de carácter mecánico que se propaga a través de un medio elástico y denso (Carrión Isbert C., 2001).
- Dícese que hay sonido cuando un disturbio que se propaga por un material elástico causa un alteración de la presión o un desplazamiento de las partículas del material que puedan ser reconocidos por una persona o por un instrumento (Beranek, 1957).

Aspectos conmensurables

Para conocer cuáles son los aspectos conmensurables del sonido consideremos primero qué modificaciones podrían hacerse en el medio antes de que se inicie la onda sonora en el. Suponiendo un medio gaseoso, como el aire, las partículas de gas (moléculas) están en promedio en reposo. Tienen movimiento fortuito al azar, pero no existe movimiento neto del gas en ninguna dirección. Decimos por lo tanto que el *desplazamiento de las partículas* es cero. Por consecuencia, la *velocidad de las partículas* es también cero.

¹ A diferencia de la luz, el sonido no se propaga a través del vacío y, además, se asocia con el concepto de estímulo físico.

Además, no habiendo perturbación alguna del medio, la *presión* es constante en toda su extensión e igual a la *presión ambiente*, de modo que la *presión incremental* es cero. El valor de la presión ambiente es el indicado por el barómetro. La *densidad*, otra magnitud conmensurable del medio, se define como la masa por unidad de volumen (kg/m^3). Es igual a la *densidad ambiente* cuando no hay perturbación en el medio.

Cuando se propaga una onda sonora por el medio, suceden varios cambios conmensurables. Las partículas son aceleradas y desplazadas con respecto a su posición de reposo. Las partículas tienen una velocidad distinta de cero en cada punto, excepto en ciertos instantes de cada alternación. La temperatura en cada punto fluctúa por arriba y por debajo del valor ambiente. De igual modo varía la presión por arriba y por debajo de la presión ambiente. Esta variación incremental de la presión es lo que se llama *presión sonora*, *acústica* ó *de exceso*. La variación de la presión causa, a su vez, una variación de la densidad llamada *densidad incremental* (Beranek L, 1961). Un aumento de la presión sonora en un punto, causa un aumento de la densidad en el mismo punto.

La velocidad de un disturbio acústico que se propaga a través de un gas no es la misma para todos los gases. Para un gas dado, la velocidad de propagación es proporcional a la raíz cuadrada de la temperatura absoluta del gas.

Presión estática — P_0

La presión estática en un punto del medio es la presión que existiría en ausencia de ondas sonoras. Con la presión barométrica normal, P_0 es aproximadamente igual a 10^5 N/m^2 , lo que corresponde a la lectura del barómetro de 0,751 m de mercurio cuando el mercurio está a 0°C . La presión atmosférica normal, se toma por lo general como 0,760 m Hg a 0°C y equivale a una presión de $1,013 \times 10^5 \text{ Pa}$.

Presión sonora instantánea — $p(t)$

La acción de una fuerza actuando en un medio elástico (que puede comprimirse) provoca una perturbación de las partículas en equilibrio, ver figura 2.1. Esta perturbación se traduce en variaciones de presión respecto a la presión estática (atmosférica) (Beranek L, 1961). La *presión sonora instantánea* en un punto es la variación incremental de la presión estática causada en un instante cualquiera por la presencia de una onda sonora. Su unidad es el pascal ó N/m^2 . La presión sonora es una función del tiempo.

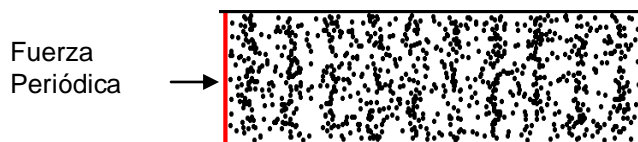


Figura 2.1 Variaciones de presión dentro de un pistón con gas, producidas por la acción de una fuerza periódica.

Recordando la *segunda ley de Newton* de la mecánica clásica:

$$\text{Fuerza [N]} = \text{masa [Kg]} \times \text{aceleración [m/s}^2\text{]} \quad (2.1)$$

$$\text{Presión [Pa]} = \text{Fuerza [N]} / \text{superficie [m}^2\text{]} \quad (2.2)$$

donde: N = Newton; Kg = Kilogramo; Pa = Pascal; m = metro y s = segundo.

$$1 \text{ Pascal [Pa]} = 1 \text{ N/m}^2 = 10 \text{ mBar}$$

$$1 \text{ Atmósfera [at]} = 101325 \text{ Pa} = 1013 \text{ hPa} = 760 \text{ Torr.}$$

(Presión media atmosférica a nivel del mar, medido en 45° de latitud y 0°C).

La *presión sonora* ó *acústica* abarca un rango muy amplio de valores, desde decenas de micro pascuales ($1 \times 10^{-6} \text{ Pa}$) para un sonido casi inaudible hasta cientos de pascuales alcanzando el umbral del dolor del oído humano. Si como en el caso de la figura 2.1, la fuerza es periódica, la perturbación en el medio también lo será y por lo tanto se establecerá un sonido de una única frecuencia (tono puro). La presión sonora oscilará entre un valor máximo y un valor mínimo a la frecuencia f . En este caso, la amplitud A en un punto cualquiera del espacio puede representarse como una función sinusoidal (2.3) donde ω , es la pulsación angular de frecuencia definida como $2 \pi f$.

$$p(t) = A \cdot \text{sen}(\omega t) = A \cdot \text{sen}(2 \pi f t) \quad (2.3)$$

Presión sonora eficaz — p

Como la energía de una onda está relacionada con el cuadrado de la presión, otra medida útil de la presión sonora es la *presión eficaz* ó *presión RMS* (Root Mean Square), la cual se define de la siguiente manera: “la presión sonora eficaz en un punto es el valor cuadrático medio de la presión sonora instantánea en un intervalo de tiempo T determinado”. La unidad es el pascal (Pa) o N/m². En el caso de una presión sonora periódica, el intervalo debe comprender un número entero de periodos. Mientras que en el caso de una presión no periódica, el intervalo debe ser lo suficientemente largo como para que el valor obtenido sea esencialmente independiente de la duración del intervalo.

$$p_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T p^2(t) dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (A \sin \omega t)^2 dt} = \frac{A}{\sqrt{2}} \quad (2.4)$$

Por definición, el valor eficaz de una variable se obtiene elevando al cuadrado la variable, calculando la media temporal y obteniendo la raíz cuadrada del resultado. Para un tono puro de tipo sinusoidal, el valor eficaz es simplemente la razón entre el valor de pico y la raíz de 2.

Densidad del aire — ρ_0

La densidad ambiente del aire está dada por la formula

$$\rho_0 = 1,21 (273 / T) \cdot (P_0 / 0,76) \text{ [kg / m}^3\text{]} \quad (2.5)$$

donde: T es la temperatura absoluta en grados kelvin (°K)
 P_0 es la presión barométrica en mmHg.

A temperatura ambiente normal de $T = 20$ °C y para la presión estática de $P_0 = 1013$ hPa la densidad ambiente es de $\rho_0 = 1,21$ Kg / m³.

Velocidad de propagación en diferentes medios

La *velocidad de propagación* (c), es función de la densidad (ρ) y el coeficiente de elasticidad (E) en medios sólidos y líquidos. En el aire, el sonido se propaga a una velocidad de 340 m/s aproximadamente.

$$C_{\text{aire}} = 331,4 (1 + T \text{ °C} / 273)^{1/2} \text{ (m/s)} \quad \text{Formula exacta} \quad (2.6)$$

$$C_{\text{aire}} = 331,4 + (0,607 \times T \text{ °C}) \text{ (m/s)} \quad \text{Formula aprox. de un rango de } \pm 30 \text{ °C} \quad (2.7)$$

$$C_{\text{sólidos y líquidos}} = (E / \rho)^{1/2} \text{ (m/s)} \quad \text{donde: } \rho: \text{ densidad [Kg/m}^3\text{]} \text{ y } E: \text{ modulo de compresibilidad [N/m}^2\text{]} \quad (2.8)$$

Por otra parte, la velocidad de propagación en el aire aumenta 0,6 m/s por cada incremento de 1 °C. En las *tablas 2.1 y 2.2* se muestran su variabilidad en función de la *temperatura* y en *diferentes medios* respectivamente.

Tabla 2.1. Variación de la velocidad de propagación en el aire en función de la temperatura

C (m/s) =	354,84	352,00	349,13	347,98	346,24	344,07	343,32	342,32	341,71
T (°C) =	40	35	30	28	25	23	20	18	17

Tabla 2.2 Velocidad de propagación en otros medios (m/s)

Cvapor de agua = 500	Cplomo = 1158	Caluminio = 4877
Ccaucho = 40 — 149	Ccimento = 3231	Cmadera-dura = 3962
Ccobre = 3901	Cvidrio = 5700	Ccorcho = 366 — 518
Cagua = 1450	Cacero = 5029	Cladrillo = 4176

Velocidad instantánea de las partículas — $u(t)$

La velocidad instantánea de las partículas en un punto es la velocidad, debida solamente a la onda sonora, de una parte infinitesimal dada del medio en un instante determinado. Se mide por encima y por debajo del movimiento del medio como conjunto. La unidad es el m/s.

Velocidad eficaz de las partículas — u

La velocidad eficaz de las partículas en un punto es el valor cuadrático medio de la velocidad instantánea de las partículas. La unidad de medida es el m/s.

Velocidad instantánea de volumen — $U(t)$

La velocidad instantánea de volumen, debida a la onda sonora solamente, es el caudal instantáneo del medio perpendicular a través de un área especificada S . Es decir $U(t) = S \cdot u(t)$. La unidad es el m^3/s .

Impedancia acústica — Z_A

La impedancia acústica en una superficie dada se define como la relación compleja de la presión sonora eficaz promediada sobre la superficie a la velocidad eficaz de volumen a través de ella. La superficie puede ser una superficie hipotética en un medio acústico ó la superficie móvil de un dispositivo mecánico. La unidad de medida es el $N \cdot s / m^5$ ó Ohm acústico.

$$Z_A = p / U \quad [N \cdot s / m^5 \text{ ó Ohm acústico}] \quad (2.9)$$

Impedancia acústica específica — Z_s

La impedancia acústica específica es la relación compleja de la presión sonora eficaz en un punto de un medio acústico o de un dispositivo mecánico a la velocidad eficaz de las partículas en ese mismo punto. La unidad de medida es el $N.s/m^3$ ó Rayl.

$$Z_s = p / u \quad [N \cdot s / m^3 \text{ ó Rayl}] \quad (2.10)$$

Impedancia mecánica — Z_M

La impedancia mecánica es la relación compleja entre la fuerza eficaz que actúa sobre un área especificada de un medio acústico ó un dispositivo mecánico a la velocidad eficaz lineal resultante a través ó de tal área, respectivamente. La unidad de medida es el $N.s/m$ ó Ohm mecánico

$$Z_M = F / u \quad [N \cdot s / m \text{ ó Ohm mecánico}] \quad (2.11)$$

Impedancia característica — Z_0

La impedancia característica es la relación de la presión sonora eficaz en un punto dado a la velocidad eficaz de las partículas en el mismo punto, en una onda libre, plana y progresiva. Es igual al producto de la densidad del medio por la velocidad de propagación del sonido en el mismo medio ($\rho_0 c$). Es análoga a la impedancia característica de una línea de transmisión. La unidad es el Rayl ó $N.s/m^3$. Para el caso del aire $\rho_0 c = 407 \text{ Rayl}$ (a $22^\circ C$ y 751 mm Hg)

$$Z_0 = p / u = \rho_0 c \quad [N \cdot s / m^3 \text{ ó Rayl}] \quad (2.12)$$

Intensidad sonora — I

La intensidad sonora según una dirección determinada en un punto es el valor medio de la velocidad de transmisión de la energía (la potencia) a través del área unitaria perpendicular a la dirección considerada en el punto dado. O sea es la potencia que fluye de una fuente por unidad de área. La unidad es el $watt/m^2$. La intensidad sonora es una cantidad vectorial. En una onda plana ó esférica, libre y progresiva, la intensidad en la dirección de propagación es:

$$I = p^2 / \rho_0 c \quad [watt / m^2] \quad I = \text{potencia} / \text{superficie} \quad (2.13)$$

Densidad de energía sonora — D

La densidad de energía sonora es la energía sonora contenida en una parte infinitesimal dada del medio dividida por el volumen de esa misma parte. La unidad es el $watt \cdot s / m^3$.

$$D = p^2 / \rho_0 c^2 \quad [Watt \cdot s / m^3] \quad (2.14)$$

Potencia sonora — W

Se denomina *fente sonora* a todo sistema vibrante que genera ondas sonoras en un medio elástico. La potencia de la fuente se determina a partir de la energía acústica que radia por unidad de tiempo. La unidad es el Watt ó vatio.

Para determinar la potencia sonora de una fuente se debe tomar una superficie de control que la contenga. Si consideramos por ejemplo, una fuente que radia energía acústica en todas las direcciones y analizamos un elemento diferencial de nuestra superficie de control δA , por definición de intensidad, la energía total que pasa por esta superficie elemental por segundo es:

$$\delta W = \text{intensidad} \times \delta A = \frac{p^2}{\rho c} \cdot \delta A \quad (2.15)$$

Para obtener la potencia que pasa por todas las superficies elementales, o sea la potencia generada por la fuente, simplemente tenemos que integrar sobre toda la superficie esférica.

$$W = \frac{p^2}{\rho c} \cdot 4\pi r^2 = W \quad (\text{Potencia total}) \quad (2.16)$$

El resultado es simple porque la fuente radia igual en todas las direcciones y por tanto p es constante en todos los puntos de área superficial. Pero existen fuentes sonoras que presentan cierto efecto direccional. En este caso el método a aplicar es igual, debiéndose determinar p^2 por mediciones o por cálculo (Serra, 2010).

Si en vez de una fuente sonora puntual fuere una lineal, la potencia total sería:

$$W = \frac{p^2}{\rho c} \times \text{área de la sección transversal} \quad (2.17)$$

Para fuente puntual podemos escribir finalmente:

$$W = I \cdot 4\pi r^2 \quad (2.18)$$

$$I = \frac{W}{4\pi r^2} \quad (2.19)$$

Pero si la fuente estuviere asentada en el piso, radia en este caso dentro de un ángulo sólido de 2π y toda la potencia debe ser distribuida sobre una superficie teórica hemisférica para cualquier radio escogido:

$$I = \frac{W}{2\pi r^2} \quad (2.20)$$

2.2 Concepto de onda

Se denomina *onda* o *proceso ondulatorio* al fenómeno físico mediante el cual una perturbación se propaga con velocidad finita de un punto a otro del espacio sin que se produzca transporte neto de materia. (Harris, 1957). En el aire, el movimiento ondulatorio se inicia cuando la fuente pone en movimiento a la partícula de aire más cercana. Este movimiento se extiende a las partículas de aire adyacentes, alejándose gradualmente de la fuente, ver figura 2.2.

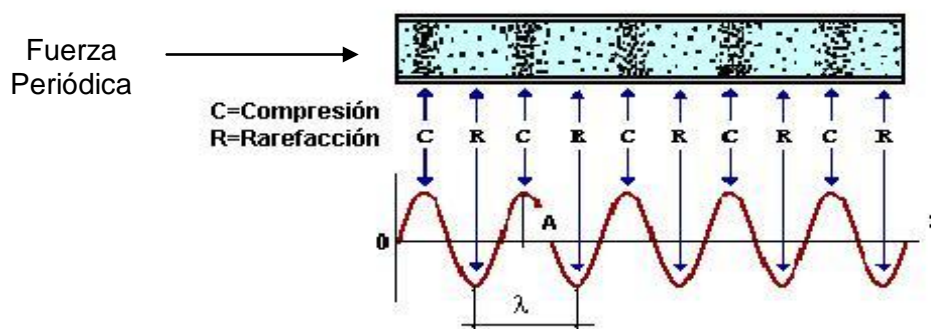


Figura 2.2 Representación gráfica de una onda sonora en el espacio, en un tubo cerrado.

Tipos de onda

Clasificación según la propagación

Ondas Longitudinales: cuando la vibración de las partículas es paralela a la dirección de propagación. (Lipscomb, 1978). Ejemplo: ondas sonoras propagadas en medios gaseosos (aire).

Ondas Transversales: cuando la perturbación del medio se lleva a cabo en dirección perpendicular a la de propagación (Lipscomb, 1978). En las ondas producidas en la superficie del agua las partículas vibran de arriba a abajo y viceversa, mientras que el movimiento ondulatorio progresa en el plano perpendicular. Lo mismo sucede en el caso de una cuerda; cada punto vibra en vertical, pero la perturbación avanza según la dirección de la línea horizontal. Ambas son ondas transversales elásticas. Otro ejemplo de este tipo de propagación son las ondas electromagnéticas.

Clasificación según su naturaleza

Ondas Elásticas ó Mecánicas: son aquellas que desplazan en medios deformables o elásticos. Estas ondas también reciben el nombre de ondas elásticas ó materiales porque necesitan un medio material elástico para propagarse. Ejemplo: el sonido (Lipscomb, 1978).

Ondas Electromagnéticas: son aquellas donde se propaga energía electromagnética producida por oscilaciones de campos eléctricos y magnéticos, no necesitando ningún medio de propagación. Ejemplo la luz al atravesar el vacío interestelar, ondas de radio.

Parámetros de una onda.

A continuación se nombran los parámetros básicos que describen el fenómeno ondulatorio.

Amplitud.

Se define como *Amplitud (A)* al valor máximo que toma la onda (Kinsler, 1962); generalmente representado sobre el eje de ordenadas en un sistema de ejes cartesianos.

Periodo.

El *Periodo (T)* se define como el tiempo transcurrido entre una perturbación y la siguiente. La unidad de medida del sistema internacional (SI) es el segundo (s) (Kinsler, 1962).

Frecuencia.

La *Frecuencia (f)* se define como la cantidad de ciclos o perturbaciones producidas por segundo. La unidad de medida del sistema internacional (SI) es el Hertz (Hz) ó ciclo por segundo. El rango de frecuencias de sonidos audibles para el ser humano está comprendida entre 20 y 20.000 Hz (Kinsler, 1962).

Lógicamente, la frecuencia del sonido coincide con la frecuencia de la vibración mecánica que lo ha generado, por ejemplo la frecuencia de oscilación de la membrana de un tambor.

Longitud de onda.

La *longitud de Onda (λ)* es la distancia entre dos perturbaciones sucesivas en el espacio. La unidad de medida en el sistema internacional (SI) es el metro (m) (Kinsler, 1962).

$$f = \frac{1}{T} \qquad \lambda = \frac{c}{f} = c \cdot T \qquad (2.21)$$

Envolvente.

La envolvente de una onda periódica o aperiódica es la curva que se obtiene conectando los valores máximos positivos o negativos de la misma.

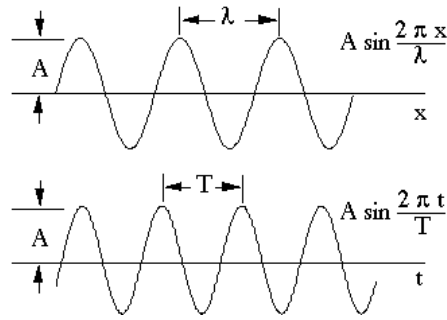


Figura 2.3 Representación temporal y espacial de una onda.

Ecuación de onda acústica

Considerando que el sonido es una onda, éste puede ser descrito matemáticamente por una ecuación de onda obtenida de las ecuaciones básicas de la mecánica de fluidos y de la termodinámica.

Conservación de la masa (1ª ecuación)

Cuando una onda viaja a través de un gas, la densidad de la región fluctúa. La densidad total ρ representa, localmente, la media espacial de la masa por unidad de volumen. Si se considera un pequeño volumen de gas, la proporción del flujo a través de la superficie que rodea el gas se representa como la integral de $\rho \mathbf{u} \cdot \mathbf{n}$, donde \mathbf{u} es la velocidad total de fluido a través del volumen. Por la conservación de la masa, esta proporción debe ser igual a la proporción de cambio de masa en el volumen, dada por la integral de volumen de la densidad ρ .

$$-\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dV = \int_S \rho \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} dS \quad (2.22)$$

Aplicando el teorema de Gauss (publicado en 1867) a la integral de superficie y considerando que el volumen de integración es arbitrario y puede ser eliminado, la expresión anterior se reduce a

$$-\frac{\partial \rho}{\partial t} = \nabla \cdot \rho \mathbf{u} \quad (2.23)$$

Esta expresión se conoce como la *ley de la conservación de la masa*, que es la base fundamental de la ecuación de onda acústica. El segundo miembro de esta ecuación representa la divergencia del campo, donde el símbolo ∇ (delta invertido) es el operador *nabla*, el cual en coordenadas cartesianas tridimensionales puede escribirse como:

$$\nabla = \hat{x} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{y} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{z} \frac{\partial}{\partial z} \quad (2.23a)$$

Ecuación de Euler del movimiento en un fluido (2ª ecuación)

La segunda ley de Newton establece que la masa de un cuerpo multiplicada por la aceleración del centro de masas es igual a la fuerza neta aparente ejercida sobre él. Es posible generalizar esta ley a los gases sustituyendo la fuerza sobre el cuerpo por la integral de la presión total superficial del volumen del gas p

$$\int_V \rho \frac{d\mathbf{u}}{dt} dV = - \int_S p \mathbf{n} dS \quad (2.24)$$

Donde la velocidad de un gas en movimiento \mathbf{u} es función de la posición y del tiempo, por tanto $d/dt = \partial/\partial t + \mathbf{u} \cdot \nabla$. Aplicando de nuevo la ley de Gauss a la ecuación anterior y considerando de la misma manera que el volumen de integración es arbitrario, se puede afirmar que

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = - \nabla p \quad (2.25)$$

Esta expresión se conoce como la *ecuación de Euler del movimiento en un fluido*, otra de las bases en la ecuación de onda acústica.

Relación entre presión y densidad (3º y 4º ecuación)

La teoría termodinámica relaciona las presiones y las densidades de los gases a través de la ley de los gases ideales, por la cual

$$p = \rho R T \quad (2.26)$$

Donde R es la constante de los gases y T es la temperatura absoluta del gas, esta última expresión se conoce como ecuación de estado. Considerando la fluctuación de la presión que produce una onda sonora, como el periodo de oscilación es corto, no hay tiempo suficiente para que cualquier calor generado pueda escapar y por lo tanto, el cambio de la presión es *adiabático*. En un proceso adiabático la presión y la densidad están relacionadas también por la ley de los gases adiabáticos por la cual

$$p = K \rho^\gamma \quad (2.27)$$

Donde K es una constante, presión ambiente dividida entre densidad ambiente, y γ es el coeficiente adiabático (razón entre la *capacidad calorífica* a presión constante, C_p y a volumen constante, C_v ; $\gamma = C_p / C_v$) igual a 1,4. Esta última expresión se conoce como *ecuación de conducción térmica*.

Linealización

Las ecuaciones fundamentales presentadas pueden reducirse considerablemente si se considera que las oscilaciones de presión y densidad son pequeñas comparadas con los niveles ambiente. Para este fin, las ecuaciones se linealizan expresando la presión total, velocidad y densidad como constantes a las que se suma la pequeña perturbación,

$$\begin{aligned} p &= p_0 + p' & p &\ll P_0 \\ \rho &= \rho_0 + \rho' & \rho &\ll \rho_0 \\ u &= u & u_0 &= 0; \end{aligned} \quad (2.28)$$

donde p_0 es la presión ambiente y ρ_0 la densidad ambiente, independientes del tiempo y del espacio, y p' , ρ' , u son oscilaciones dependientes de la posición y del tiempo de la presión, densidad y velocidad de las partículas respectivamente. En esta última, puesto que el medio no está en movimiento, la velocidad total no posee término constante ($U_0 = 0$).

La densidad estática ρ_0 , definida como del medio en ausencia de vibraciones viene dada por

$$\rho_0 = 1,21 \quad (273 \text{ } P_0 / 0,76 \text{ } T) \quad (2.29)$$

Para temperatura ambiente (20°C) y presión estática al nivel del mar, $\rho_0 = 1,21 \text{ kg/m}^3$.

Las ecuaciones de la conservación de la masa y de Euler tras el proceso de linealización pueden expresarse como

$$-\frac{\partial \rho'}{\partial t} = \rho_0 \nabla \cdot \mu \quad (2.30)$$

$$\rho_0 \frac{\partial \mu}{\partial t} = -\nabla p' \quad (2.31)$$

La ley de los gases adiabáticos puede expresarse como expansión en series de Taylor si se define c^2 como

$$c^2 = \frac{\partial p}{\partial \rho} = \gamma R T \quad (2.32)$$

Entonces la ley de los gases ideales y adiabáticos pueden combinarse para crear la ecuación lineal de estado

$$p' = c^2 \rho' \quad (2.33)$$

La ecuación de onda

Las ecuaciones de movimiento (conservación de masa y de Euler) y la ecuación de estado, linealizadas, pueden finalmente combinarse para formar la *ecuación de onda acústica genérica*,

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad (2.34)$$

En la que se han eliminado las primas de p y ρ . Se pueden obtener ecuaciones similares para la velocidad de las partículas y la densidad sin más que sustituir las variables u y ρ por p . Todas ellas son llamadas ecuaciones de onda homogéneas de presiones, velocidades ó densidades.

Una de las consecuencias de las ecuaciones de onda homogénea linealizadas es que la ecuación de energía puede expresarse de la forma

$$\frac{\partial D}{\partial t} + \nabla \cdot I = 0 \quad (2.35)$$

Donde D es la *densidad de la energía sonora*, como la suma de las densidades de energía cinética y potencial,

$$D = \frac{1}{2} \rho_0 |\mu|^2 + \frac{1}{2} \frac{p^2}{\rho_0 c^2} \quad (2.36)$$

Donde la intensidad sonora I , es la potencia que fluye de una fuente por unidad de área (W/m^2). Se recuerda que tanto I como u son magnitudes vectoriales.

$$I = p u \quad (2.37)$$

Frente de onda.

Considerando una fuente sonora puntual que produce un pulso sonoro el cual se propaga en tres dimensiones, la superficie formada por la conexión de todos los puntos bajo movimiento como consecuencia de dicha perturbación en el mismo instante es llamado *frente de onda* (Lipscomb, D, 1978). Básicamente existen tres tipos de frente de onda: *plano, cilíndrico y esférico*.

Ondas planas

La ecuación de onda homogénea linealizada expresa el fenómeno de la perturbación para cualquier punto del espacio. Sin embargo, en muchos casos, el campo acústico varía con el tiempo en una sola coordenada cartesiana, x por ejemplo, e independientes de los planos normales a x , es decir, son función únicamente de (x, t) . En dicho caso la ecuación de onda generalizada se reduce a

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (2.38)$$

En una onda plana los frentes de onda son planos. Para generar ondas planas el radiador debería ser un plano infinito, sin embargo, a cierta distancia de un radiador cualquiera, el campo sonora puede aproximarse localmente a una onda plana.

La solución general de la ecuación anterior para una onda que viaja en el eje x se expresa como

$$p_{(x,t)} = f(x - ct) + g(x + ct) \quad (2.39)$$

donde f y g son funciones arbitrarias. El primer término del segundo miembro, $f(x - ct)$, representa una onda plana que viaja en la dirección positiva de x a velocidad c , mientras que el segundo término del segundo miembro, $g(x + ct)$, representa la misma onda viajando en la dirección negativa de x .

La cantidad c se identifica como la velocidad de propagación de la onda acústica al considerar que, si el argumento de la función f o g se mantiene constante, la posición de x debe moverse a velocidad c . Cuando el argumento de estas funciones es constante, se evidencia que la forma de onda posee valores máximos,

mínimos y de cruce por cero, es decir, las variaciones del frente de ondas se mueven también a velocidad c y por eso, c es la velocidad de propagación de la onda.

La *velocidad de las partículas* u en el medio que provoca la onda acústica puede obtenerse a partir de la ecuación de Euler linealizada. Puesto que las variables acústicas en una onda plana son unidimensionales, la velocidad se convierte en escalar y toma la forma

$$u(x) = \frac{p(x)}{\rho_0 c} = \frac{f(x - ct)}{\rho_0 c} + \frac{g(x + ct)}{\rho_0 c} \quad (2.40)$$

En una onda plana la velocidad u es simplemente una versión escalada de la presión, la forma de la onda no cambia. La densidad de energía acústica y la intensidad para una onda plana vienen dada por

$$D = \frac{p^2}{\rho_0 c^2} \quad (2.41)$$

$$I_x = \frac{p^2}{\rho_0 c} \quad (2.42)$$

donde se aprecia que, al igual que con la velocidad de las partículas, la densidad de energía y la intensidad sonora están relacionadas con la presión sonora.

Ondas esféricas

Este tipo de onda se establece cuando los frentes de onda son esferas concéntricas y por lo cual la misma se propaga en todas las direcciones en un medio infinito. En este caso la ecuación de onda es función de la distancia radial r y del tiempo. La ecuación de onda homogénea genérica se reduce en este caso a

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial^2 p}{\partial r} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad (2.43)$$

o, alternativamente a

$$\frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2} p r - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad (2.44)$$

La solución general a esta ecuación es la siguiente

$$p(r, t) = \frac{f(r - ct)}{r} + \frac{g(r + ct)}{r} \quad (2.45)$$

Expresión similar a la solución de la ecuación de onda plana con la diferencia del término $1/r$, el cual es característico de la propagación esférica e implica que la amplitud de la forma de onda decrece linealmente con la inversa de la distancia. Fuera de la región de excitación inicial y en el caso de que solo exista una fuente, las ondas se mueven únicamente en la dirección positiva de r y, por lo tanto, la función g se anula. Al contrario de lo que ocurría en las ondas planas, no existe una relación directa entre las velocidad de las partículas, densidad de energía e intensidad y presión sonora. Por cada duplicación de la distancia, la densidad de energía y el nivel de presión sonora se reducen a la cuarta parte (-6 dB), dado que la superficie en la que se distribuyen se cuadruplica.

Ondas cilíndricas

Las ondas cilíndricas provienen de fuentes acústicas con forma de línea, y por lo tanto las ondas se dispersan uniforme y perpendicularmente en planos cilíndricos de idéntica fase, donde cada emisor está localizado en su centro. Mientras más distancia recorra la onda cilíndrica desde el centro, su densidad de energía disminuye. Por cada duplicación de la distancia desde el emisor la energía se distribuye en el doble del área, por lo tanto su densidad de energía y su nivel de presión sonora se atenúan 3 dB.

Ondas armónicas

Por lo general, las fuentes sonoras crean ondas armónicas en el tiempo, es decir la oscilación en el tiempo varía sinusoidalmente a frecuencia constante f , repitiéndose cada periodo T . Como consecuencia de la

linealidad de la ecuación de onda mencionada anteriormente, la onda sonora también oscilará a la frecuencia f , y periodo T . Una vez conocido el cambio de la onda sonora, es posible determinar la forma completa de las funciones $f(x - ct)$ y $g(x + ct)$ que aparecen en la resolución de la ecuación de onda plana, cilíndrica y esférica. Debido a que la onda varía con carácter sinusoidal en el tiempo, la función general de presión viajando en la dirección positiva de x viene dada por

$$p_{(x,t)} = A \sin[\omega(t - x/c) + \Phi] = A \sin(\omega t - kx + \Phi) \quad (2.46)$$

donde:

- $p_{(x,t)}$ presión sonora para tonos puros, es decir, perturbaciones que oscilan a una sola frecuencia.
- A amplitud instantánea de la presión sonora [Pa].
- ω frecuencia angular, que es igual a $2\pi f$ [rad/s].
- k es igual a $\omega/c = 2\pi/\lambda$, llamado *número de onda circular* [rad/m = rad.m⁻¹].
- c velocidad de propagación [m/s]
- Φ ángulo de fase.

Representación exponencial compleja

La representación matemática de la onda acústica vista hasta el momento tiene sus limitaciones, por lo cual es más conveniente emplear un número complejo para cada variable del campo sonoro p , ρ , u . Por ejemplo la presión sonora con esta representación resulta

$$p_{(x,t)} = \text{Re}[P e^{j\omega t}] \quad (2.47)$$

donde P es la amplitud compleja de la presión sonora. Para ilustrar la conveniencia de la esta notación, se considera la soluciones de la presión compleja de una onda plana.

$$P = A e^{j\omega t - kx} = |A| e^{j\omega t - kx + \theta} \quad (2.48)$$

de la cual se puede extraer su parte real sin más que aplicar la propiedad (2.46)

$$p_{(x,t)} = \text{Re}[P] = |A| \cos(\omega t - kx + \theta) \quad (2.49)$$

que coincide con la solución anterior si $\theta = \Phi - \pi/2$ puesto que $\sin(x) = \cos(x - \pi/2)$. La representación compleja contiene la misma información que la representación real, sin embargo, su notación es más simple. La parte real de la solución compleja es en sí misma una solución general completa de la ecuación de onda. Con esta notación, una variable cualquiera dependiente del tiempo

$$x_{(t)} = x \cos(\omega t + \theta) \quad (2.50)$$

puede expresarse como

$$x_{(t)} = \text{Re}[X e^{j\omega t}] \quad (2.51)$$

expresando X como $\alpha + j\beta$, la expresión anterior resulta

$$x_{(t)} = \text{Re}[(\alpha + j\beta)(\cos \omega t + j \sin \omega t)] = \alpha \cos \omega t + \beta \sin \omega t \quad (2.52)$$

de la cual surgen las relaciones fundamentales entre las variables en este tipo de notación.

$$\alpha = x \cos \theta \quad (2.53)$$

$$\beta = x \sin \theta \quad (2.54)$$

$$\theta = \arctan(\beta/\alpha) \quad (2.55)$$

La función $X e^{j\omega t}$ puede representarse en el plano complejo como un vector rotatorio llamada *fasor*, ver figura 2.4. La proyección del fasor en el eje real representa la cantidad real $x_{(t)}$, mientras que el vector no dependiente del tiempo, representado por el número complejo X es la *amplitud compleja*. El vector X se

multiplica por el vector unidad $e^{j\omega t}$ que rota en sentido anti horario ó levógiro a velocidad ω (frecuencia angular de la función armónica) para considerar la dependencia temporal.

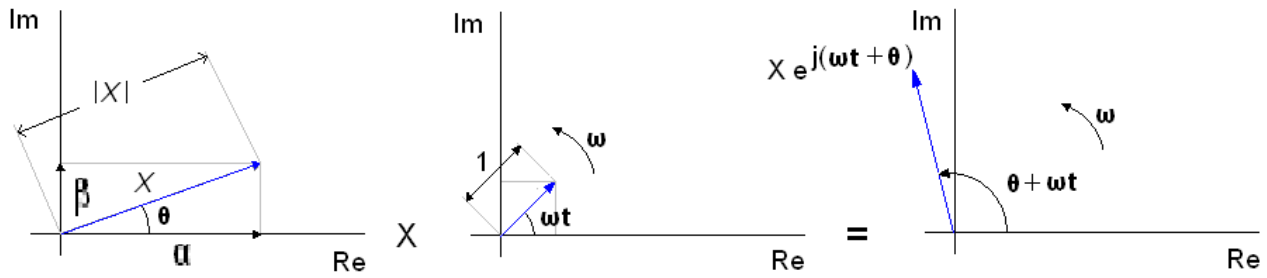


Figura 2.4 Representación exponencial compleja de señales armónicas

Con la notación compleja, el cálculo de diferencia e integración en el tiempo es extremadamente sencillo puesto que consiste en multiplicar la expresión por $j\omega$ ó $1/j\omega$, respectivamente. Por otro lado, todas las variables complejas tienen la misma dependencia temporal $e^{j\omega t}$, en lugar de tener expresiones con dependencia del seno y otras con el coseno. Finalmente, el cálculo de potencias medias en el tiempo se convierte en un sencillo producto. Por ejemplo, la media temporal del producto de dos variables $x(t) = X e^{j\omega t}$ e $y(t) = Y e^{j\omega t}$ puede calcularse a partir de X e Y con la ecuación

$$\overline{x(t) y(t)} = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) y(t) dt = \frac{1}{2} \operatorname{Re} [X Y^*] \quad (2.56)$$

Donde $*$ es el operador que indica a un número complejo conjugado. De este modo, el promedio del producto de dos variables reales puede escribirse en términos de sus amplitudes complejas. La definición del valor eficaz de la variable $x(t)$ según la ecuación anterior es ahora

$$x_{ef} = \sqrt{\overline{x(t)^2}} = \sqrt{\frac{1}{2} \operatorname{Re} [X X^*]} = \sqrt{\frac{X^2}{2}} = \frac{X}{\sqrt{2}} \quad (2.57)$$

lo cual lleva a la misma solución que (2.4) puesto que $x(t)$ se ha supuesto sinusoidal.

Ecuación de Helmholtz.

Utilizando la notación compleja, es posible escribir las versiones de la ecuación de onda compleja y sus soluciones para ondas planas, esféricas y cilíndricas. En general se omite la dependencia temporal en las funciones ya que se da por sentado que es de la forma $e^{j\omega t}$ y aparece en todo los términos de la ecuación.

Sustituyendo el operador d/dt por $j\omega$ en la ecuación de onda (1.17), y considerando que k es el número de onda, definido como ω/c , la ecuación homogénea pasa a ser la ecuación llamada de Helmholtz

$$\nabla^2 p + k^2 p = 0 \quad (2.58)$$

Campos sonoros

Cuando se produce un sonido dentro de un recinto cerrado se establecen los siguientes campos sonoros que se definen a continuación, ver figura 2.5 (Davis, 1981):

Campo cercano: no puede definirse en términos del nivel de presión sonora (NPS ó SPL) en función de la distancia porque la velocidad de las partículas no sigue la misma dirección en la que se desplaza la onda, por lo tanto, puede existir en cualquier punto una apreciable componente de velocidad tangencial. La distancia frontera que delimita este campo, es aproximadamente el doble de la dimensión mayor de la fuente sonora.

Campo libre lejano o directo: prevalece la ley de la inversa de los cuadrados de la distancia de la variación de nivel.

Campo reverberante lejano o difuso: la densidad de la energía de sonido es prácticamente uniforme.

Existe una distancia tomada a partir de la fuente sonora donde se produce la frontera (separación) entre el *campo directo* y el *campo reverberante lejano* la cual recibe el nombre de *distancia crítica* (D_c). Este es un parámetro fundamental para el cálculo del diseño de un sistema electroacústico de refuerzo sonoro, como así también, durante la etapa de análisis y diseño de un recinto (Davis, 1981).

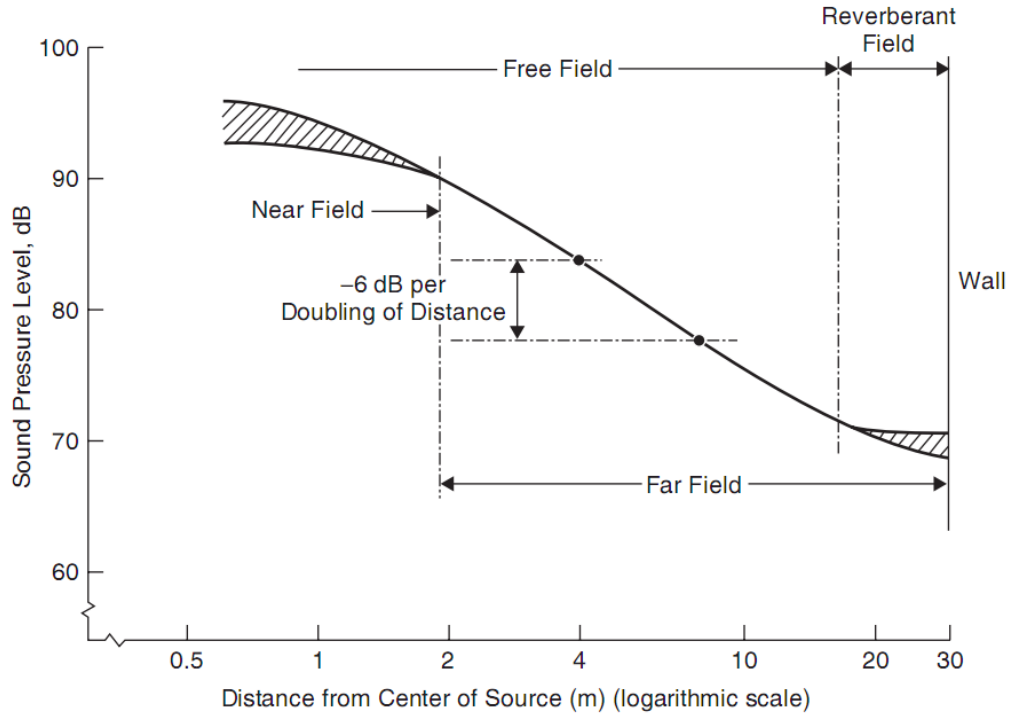


Figura 2.5 Campos sonoros en un recinto cerrado (Harris, 1999).

2.3 Fenómenos que afectan la propagación del sonido.

A continuación, se presentan cuatro (4) fenómenos característicos de *ondas* que afectan la propagación de las mismas: *reflexión*, *refracción*, *difracción* y el *fenómeno de interferencias entre ondas*.

Estos fenómenos ocurren para todo tipo de ondas, desde *ondas sonoras*, *ondas en la superficie de un fluido* y *ondas electromagnéticas* como la *luz* y las *ondas de radio*.

Reflexión

Una forma de analizar la *reflexión sonora* es aplicando conceptos de *acústica geométrica* (la cual utiliza leyes de la *óptica física*), donde el *sonido incidente* es representado por un rayo sonoro que incide con *ángulo de incidencia* (" θ_i " respecto de la normal) sobre una superficie rígida, produciéndose un *sonido reflejado* que emerge de la misma con un *ángulo de reflexión* (" θ_r " respecto de la normal).

Básicamente, existen dos tipos de *reflexiones sonoras* las *especulares* y las *difusas*. En el primer caso, el sonido incide sobre una superficie lisa, sin poros, de media ó alta densidad; y de igual manera que lo planteado por la óptica física, el *ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión* ($\theta_i = \theta_r$). En el segundo caso, el sonido incide sobre una superficie rugosa, irregular (de forma aleatoria), sin poros, de media ó alta densidad; aquí también se cumple la reflexión especular, sin embargo debido a la irregularidad de la misma, las partículas que conforman el sonido reflejado emergen en múltiples direcciones aleatorias. Una superficie perfecta de reflexión difusa (caso ideal), reflejaría el sonido en todas las direcciones.

En la figura 2.6, se observan ejemplos de reflexiones sonoras sobre diferentes superficies y frentes de onda.

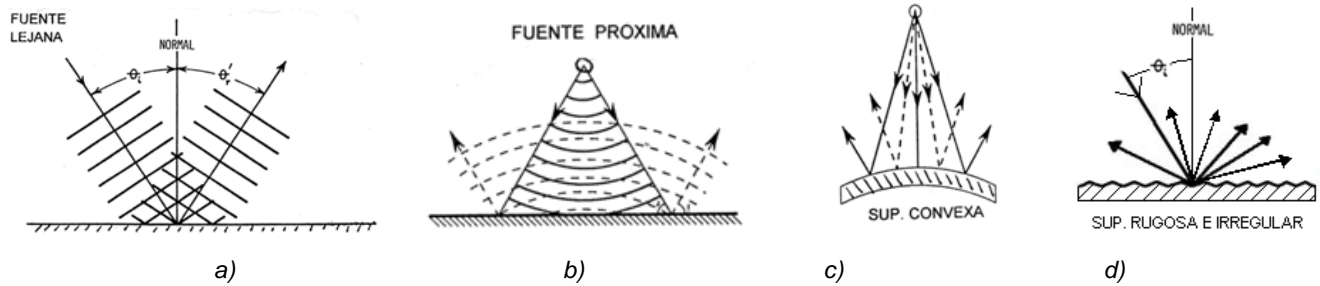


Figura 2.6 Representaciones de diferentes reflexiones sonoras:

- a) reflexión especular producida sobre una superficie rígida, plana y lisa por un frente de onda plano;
- b) reflexión especular producida sobre una superficie rígida, plana y lisa por un frente de onda curvo;
- c) reflexión especular producida sobre una superficie rígida, convexa y lisa por un frente de onda plano;
- d) reflexión difusa producida sobre una superficie rígida, irregular y rugosa por un frente de onda plano;

Refracción

Al igual que con la *reflexión sonora*, a través de la *acústica geométrica* se puede describir simplemente la *refracción sonora*. En este caso, existen dos (2) medios de propagación de distintas densidades (c_1 ; c_2), un *sonido incidente* y otro *refractado*, con la particularidad de que sus respectivos *ángulos de incidencia* (θ_1) y *refracción* (θ_2) no son iguales.

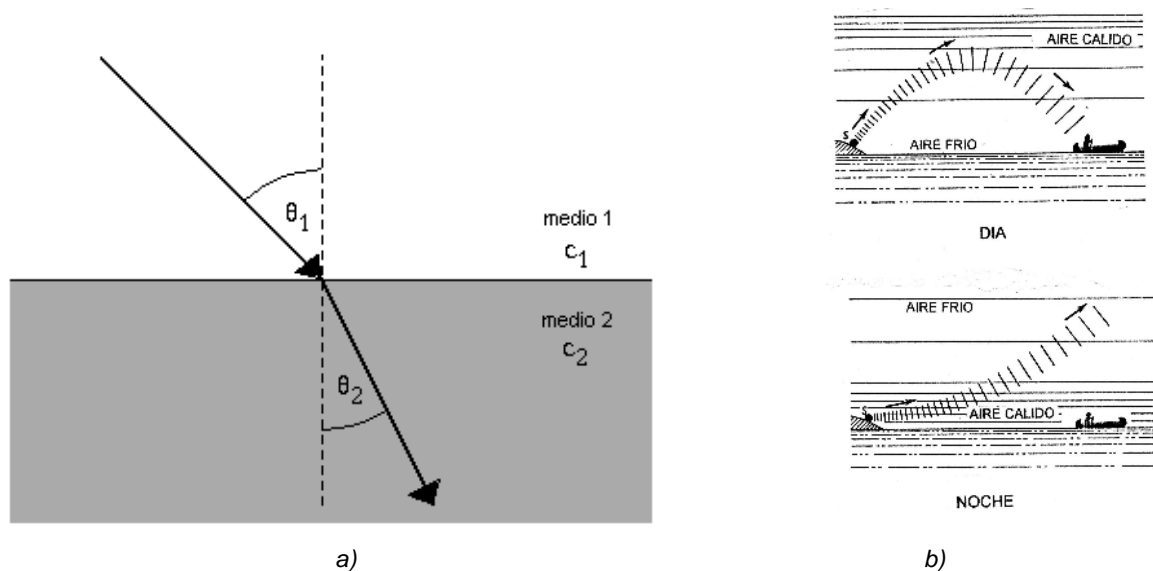


Figura 2.7 Representaciones de diferentes refracciones sonoras:

- a) producida en dos medios distintos con diferentes velocidades de propagación (ej: aire y agua);
- b) producida en el aire por la diferencia de temperatura y densidad de las capas de la atmósfera.

Difracción

Hablamos de *difracción* cuando *el sonido* en lugar de seguir en la dirección normal, se dispersa en una continua dirección. Esto último se presenta como el *curvado* y *esparcido* de las ondas.

La explicación la encontramos en el Principio de Huygens que establece que *cualquier punto de un frente de ondas* es susceptible de convertirse en un *nuevo foco emisor* de ondas idénticas a la que lo originó. De acuerdo con este principio, cuando la onda incide sobre una *abertura* o un *obstáculo que impide su propagación*, todos los puntos de su plano se convierten en fuentes secundarias de ondas, emitiendo nuevas ondas, denominadas ondas difractadas.

La difracción se puede producir por dos (2) motivos diferentes:

1. porque una *onda sonora* encuentra a su paso un “pequeño obstáculo” en relación con la *longitud de onda* (λ) de dicho sonido (menor ó igual que $\lambda/4$).
 - A medida que disminuye la frecuencia aumenta la longitud de onda, por lo cual, los sonidos de baja frecuencia pueden rodear obstáculos de diferentes tamaños que encuentren en su camino. La *longitud de onda* de un sonido que se propaga a una velocidad de 343 m/s con una frecuencia de 20 Hz es de 17 m, mientras que para uno de 20000 Hz es de 0,017 m.
2. porque una onda sonora incide en un *pequeño agujero* y lo *atraviesa*. En este caso la difracción estará dada en función del tamaño de la propia abertura y de la longitud de onda del sonido incidente.
 - Si una abertura es grande en comparación con la longitud de onda, el efecto de la difracción es pequeño. La onda se propaga en líneas rectas o rayos, como la luz
 - Cuando el tamaño de la abertura es menor en comparación con la longitud de onda, los efectos de la difracción son grandes y el sonido se comporta como si fuese una luz que procede de una fuente puntual localizada en la abertura

En la figura 2.8, se observan los dos casos mencionados de difracción del sonido.

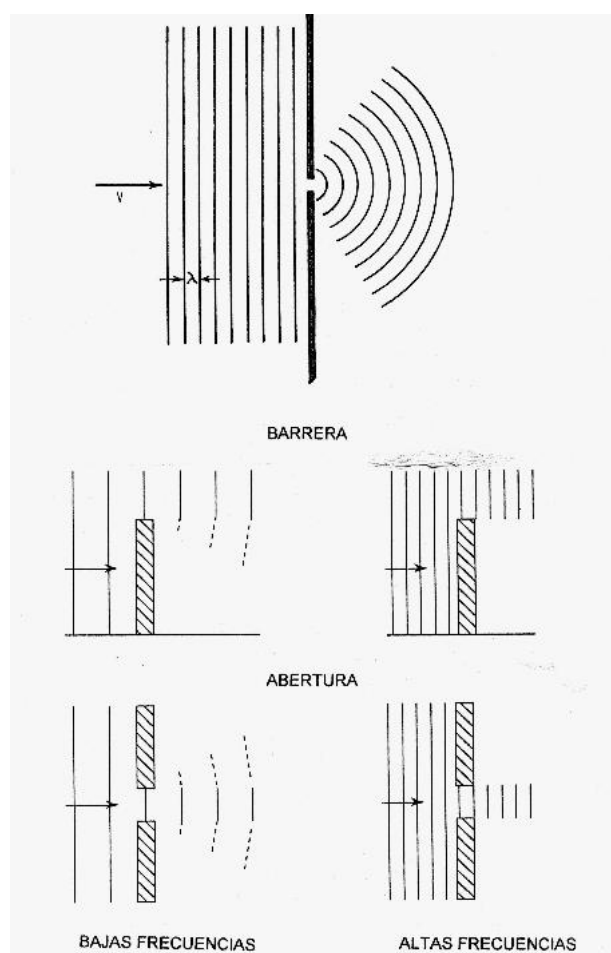


Figura 2.8 Ejemplos de difracción de ondas sonoras.

Interferencia de ondas

Las interferencias de ondas sonoras se producen permanentemente en el medio ambiente, tanto en espacios cerrados como en abiertos, y son sumamente audibles cuando coexisten en un mismo lugar múltiples fuentes acústicas en diferentes posiciones del espacio que radian una misma señal sonora para un solo punto de escucha (captura). Como también, cuando se producen reflexiones en paredes dentro de un recinto cerrado. Ver ejemplos en la figura 2.9

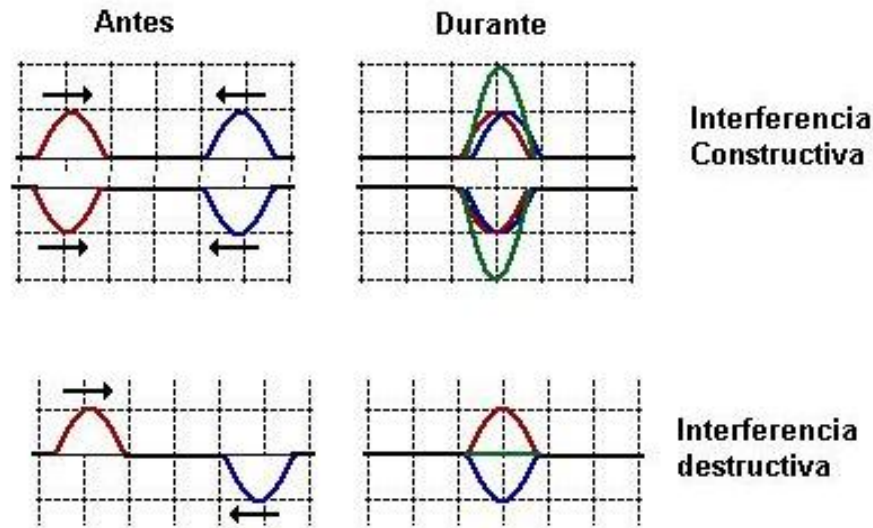


Figura 2.9 Interferencia constructiva y destructiva de ondas sonoras.

Dependencia de la temperatura, la humedad y el viento.

- 1.-La dirección de la onda sonora es afectada por la velocidad y dirección del viento.
- 2.-La velocidad del sonido aumenta con la temperatura $(332 + 0.608 \times T \text{ } ^\circ\text{C}) \text{ m/s}$.
- 3.-La absorción del sonido por la atmósfera varía con la frecuencia, la humedad y la temperatura.

Ley inversa de los cuadrados de la distancia.

Habíamos dicho que para una fuente sonora puntual, en campo libre, que produce un frente de onda esférico, el nivel de presión sonora descendería a la mitad por cada duplicación de la distancia a medida que nos alejamos de la misma. Esta situación expresada en dB corresponde a la disminución de 6 dB del valor inicial al doblar la distancia. Esta condición se conoce como la *Ley de variación de nivel de la inversa de los cuadrados de la distancia*. Habitualmente, las fuentes sonoras se ubican a pocos metros del suelo, por lo cual el frente de onda es semiesférico, lo que modifica levemente la disminución por la duplicación de la distancia, pudiendo evidenciarse según las características del suelo disminuciones de 5 y hasta 4,7 dB.

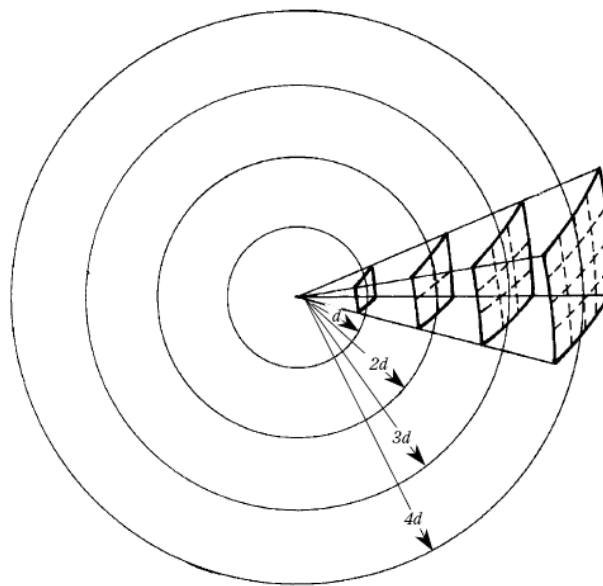


Figura 2.10 Propagación de una fuente puntual en campo libre (Everest, 2001).

Distancia	dB SPL
1 m	100
2 m	94
4 m	88
8 m	82
16 m	76
32 m	70
64 m	64

Figura 2.11 Ejemplo de variación de nivel de presión sonora, con el aumento de la distancia, para un frente de onda esférico, en espacio libre.

Efectos del terreno.

- 1.-Tipos de terrenos y contornos (absorción y reflexión de pisos)
- 2.-Obstrucciones (edificios, barreras, vegetación, etc.)

Nota: Para ampliar estos temas se pueden consultar las referencias *Brüel & Kjaer, 2000; Davis, 1983*.

2.4 Aplicación del teorema de Fourier a señales acústicas.

Por la teoría matemática de J. B. Fourier (1768 – 1830) desarrollada en las series que llevan su nombre, sabemos que una *función periódica, continua y derivable*, puede ser descompuesta en una serie de *funciones armónicas*, correspondiendo cada uno de los elementos de la serie a una frecuencia determinada, siendo todas estas, múltiplos enteros del primer elemento llamado *frecuencia fundamental* o *primer armónico*. En las figuras 2.12 y 2.13 se representan dos sonidos complejos formados por la suma de 2 y 5 componentes.

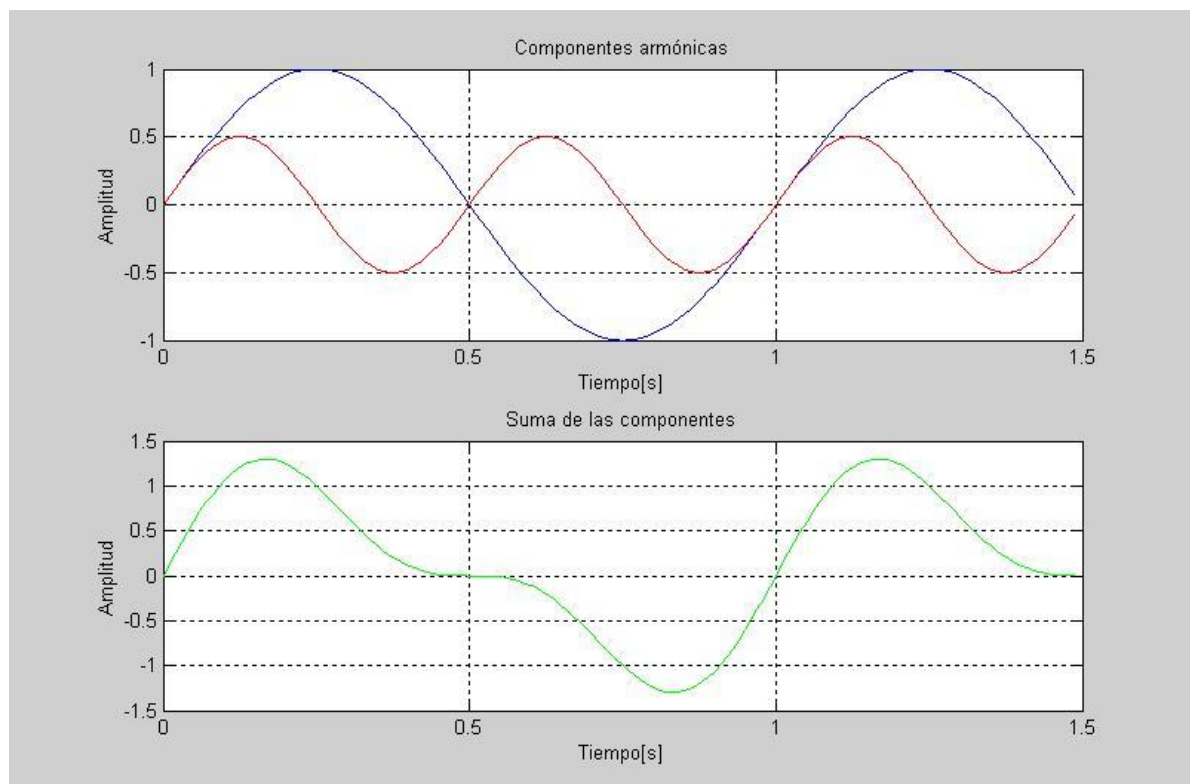


Figura 2.12 Sonido complejo, formado por la componente fundamental o primer armónico (f) y un segundo armónico ($2f$)

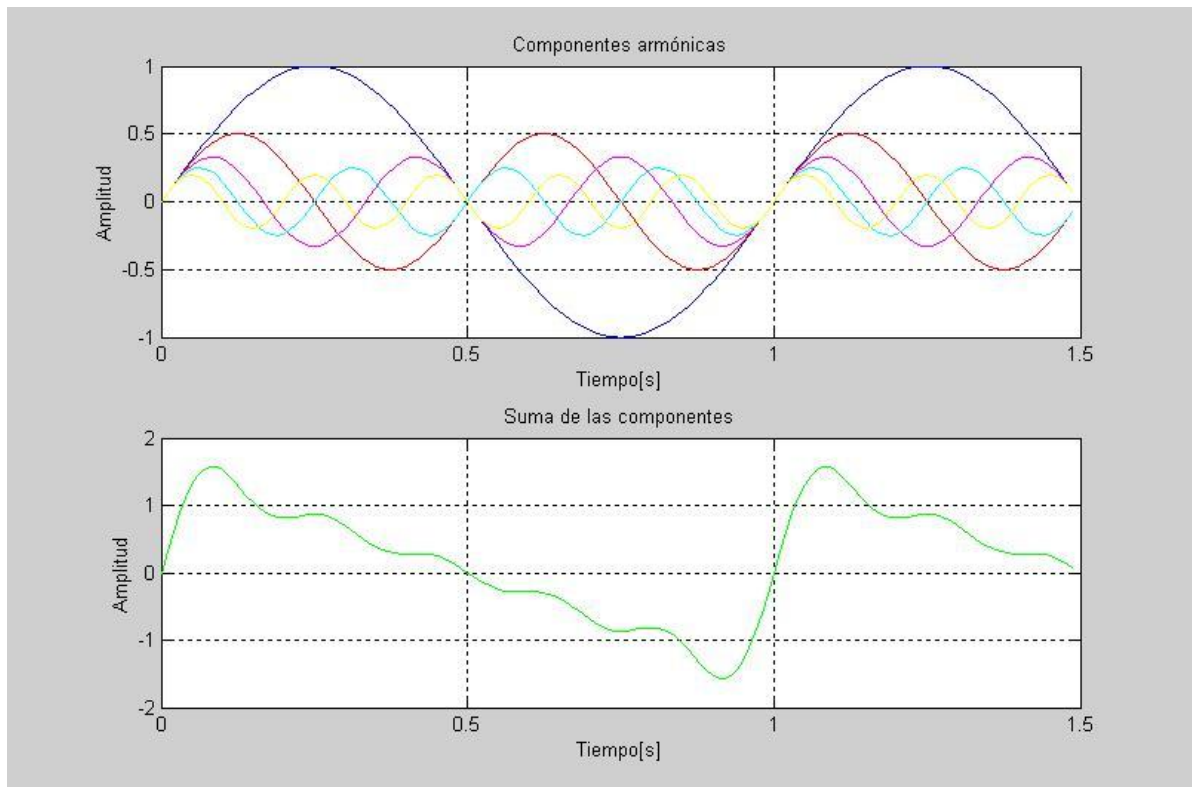


Figura 2.13 Sonido complejo, formado por la frecuencia fundamental o primer armónico (f) y su 2^{do} ($2f$), 3^{er} ($3f$), 4^{to} ($4f$) y 5^{to} ($5f$) armónico.

Representación de sonidos en el dominio de la frecuencia

Podemos decir que los sonidos complejos, como por ejemplo: la *voz humana*, el *ruido de transito*, un *disparo*, están formados por *infinitas componentes de amplitud y frecuencias variables*. Otra forma de representar un sonido es mediante un grafico de coordenadas cartesianas en cuyo *eje x* se representa la *frecuencia* de cada componente y en el *eje y* la *amplitud* de esa componente promediada a lo largo de un tiempo dado, por ejemplo 1 segundo. En la figura 2.14, la columna de la izquierda muestra las componentes en el *dominio del tiempo* y la columna de la derecha su representación en el *dominio de la frecuencia*.

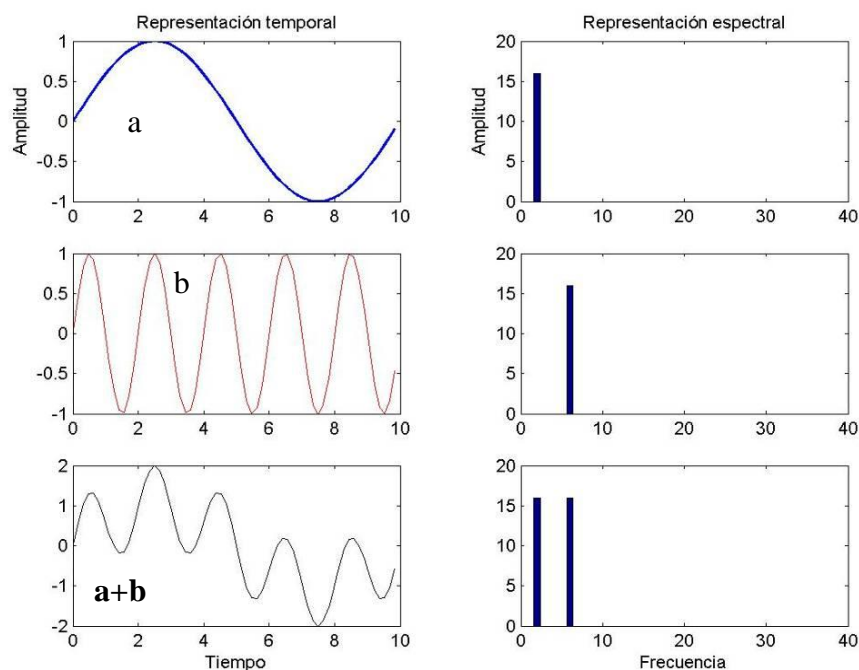


Figura 2.14 Representación de tono puro de baja frecuencia, tono puro de alta frecuencia y sonido complejo, formado por la suma en fase de ambos sonidos, en el dominio del tiempo (izq.) y de la frecuencia (der.).

En la mayoría de los casos, se trabaja con sonidos complejos y su análisis temporal se hace poco práctico, no pudiendo obtener claramente información acerca de la naturaleza del mismo en lo que tiene que ver con frecuencias, longitudes de onda, etc. Por ese motivo, se recurre al análisis de Fourier que nos presenta una información clara de las componentes en frecuencia que están presentes en un determinado sonido obteniendo así el llamado *análisis espectral* o *espectro de frecuencia*.

En la figura 2.15, se muestran representaciones de distintos tipos de señales, en el dominio del tiempo y de la frecuencia de una señal digitalizada.

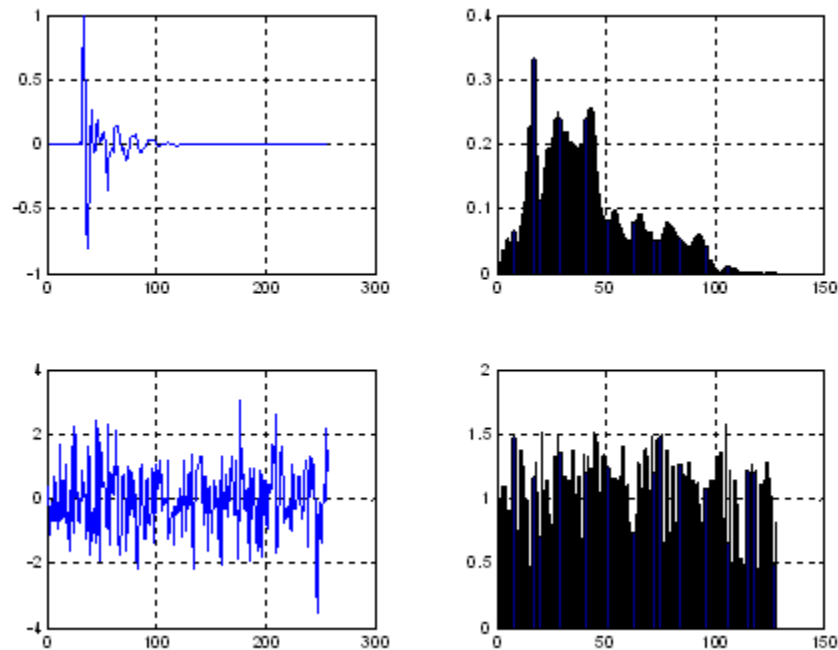


Figura 2.15 Representación en el dominio del tiempo (izq.) y la frecuencia (der.) de distintos tipos de señales.

La transformada de Fourier y sus aplicaciones

Para poder profundizar el análisis de frecuencia resulta necesario comprender el concepto de la transformada de Fourier, sus características y aplicaciones. A continuación se desarrollan resumidamente algunos de estos aspectos.

La transformada de Fourier de tiempo continuo — TF

La transformada de Fourier es una forma de expresar una función dada del tiempo (ó cualquier otra coordenada apropiada) por medio de un conjunto continuo de componentes exponenciales de frecuencia. La función de densidad espectral resultante da el peso relativo de cada componente (Stremmler, 1993).

Las ecuaciones que a continuación se presentan se conocen como par de transformadas de Fourier de tiempo continuo. La ecuación (2.59) se conoce como *transformada directa de Fourier* de $f(t)$ (comúnmente, transformada de Fourier) y la ecuación (2.60) es la *transformada inversa de Fourier*

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \quad (2.59)$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (2.60)$$

Resumiendo los conceptos que fundamentan el análisis de Fourier, se puede afirmar que:

Una señal periódica se puede representar en términos de funciones exponenciales sobre todos los reales $(-\infty, \infty)$. A fin de que sea válida para todo tiempo, debe representarse por medio de una suma continua de funciones exponenciales con frecuencias en el intervalo $(-\infty, \infty)$. La Transformada de Fourier de tiempo continuo (TF) es un método para expresar una señal dada en términos de dicho conjunto continuo de componentes de frecuencia exponenciales. La función de frecuencia resultante, $F(\omega)$, proporciona el peso relativo de cada componente de frecuencia en la señal y se denomina *función de densidad espectral de la señal*.

Una señal de energía finita siempre se puede describir en forma única mediante una función de densidad espectral continua. Las componentes periódicas (incluyendo niveles de CD) en la señal se pueden manejar introduciendo impulsos en las funciones de densidad espectral.

El valor absoluto al cuadrado de la función de densidad espectral es un indicador de la energía relativa por unidad de frecuencia y se llama función de densidad espectral de energía. El área debajo de la función de densidad espectral de energía es igual a la energía de la señal.

A menudo es conveniente utilizar las propiedades establecidas de los pares transformados de Fourier sin evaluar las transformadas mismas. Estas propiedades se demuestran usando las propiedades integrales de la TF. Una de las propiedades más útiles es la convolución. Esta propiedad establece que la TF reduce las operaciones de convolución a multiplicaciones. Un resultado directo de esta propiedad es que la *función de transferencia* del sistema es la TF de la respuesta al impulso del sistema. Recordemos que un *sistema lineal invariante en el tiempo* (SLIT) se determina en forma unívoca por su función de transferencia ó por su respuesta al impulso (Oppenheim, et al, 1997). La salida de un SLIT solo tiene las frecuencias que están presentes en la entrada. La magnitud y la fase de cada término de frecuencia se modifican por medio de la función de transferencia del sistema. Los sistemas que no son lineales ó invariantes en el tiempo pueden generar nuevas frecuencias (armónicos). El espectro de Fourier ó espectro de frecuencias es un indicador muy sensible el contenido armónico.

La transformada de Fourier de tiempo discreto — TFD

El aumento en la utilización de métodos digitales para la ayuda en los cálculos y aplicaciones de procesamiento de señales ha provocado un interés en una versión discreta de la TF. La Transformada de Fourier de tiempo Discreto (TFD ó en ingles DFT: Discrete Fourier Transform) se define como la secuencia de N muestras de valor complejo en el dominio de la frecuencia dada por (2.61), donde k se refiere a la frecuencia f_k y n al tiempo t_n . La transformada inversa de Fourier de tiempo discreto (TIFD ó en ingles IDFT) está dada por (2.62)

$$G(k) = \left(\frac{1}{N}\right) \sum_{n=0}^{N-1} g(n) e^{-j2\pi kn/N} \quad (2.61)$$

$$g(n) = \sum_{k=0}^{N-1} G(k) e^{j2\pi kn/N} \quad (2.62)$$

Este conjunto de ecuaciones forman un par de transformadas exacto. Las propiedades de la transformada de Fourier discreta son análogas a las de la TF de tiempo continuo.

Cualquier señal de banda limitada está determinada por sus valores en intervalos uniformes espaciados no más de $1/(2B)$ segundos, donde B es el ancho de banda. Este enunciado se conoce como *teorema del muestreo*. La tasa de muestreo mínima, $(2B)$ segundos⁻¹ ó Hz., se llama *tasa de muestreo de Nyquist*.

Los datos muestreados de una señal introducen réplicas espectrales alrededor de múltiplos de la frecuencia de muestreo. En estas réplicas, las componentes de frecuencia pueden caer dentro de las restricciones impuestas por el teorema del muestreo, provocando errores conocidos como alias. Estos errores pueden disminuir utilizando tasas de muestreo más elevadas y filtros antes de muestrear para limitar en banda a la señal (filtro anti-alias).

Por lo tanto, se puede utilizar la transformada de Fourier de tiempo discreto para representar una señal muestreada en términos de un conjunto finito de exponenciales complejos. La TFD se puede utilizar para aproximar la serie de Fourier y la transformada de Fourier. La exactitud de esta aproximación está limitada por los efectos de truncamiento y alias.

La transformada rápida de Fourier (FFT).

El cálculo de la TFD requiere N^2 multiplicaciones (esto es, $0 \leq k < N$ y $0 \leq n < N$), y el tiempo de cálculo resultante se vuelve excesivo cuando N se hace muy grande. La clave de los métodos de cálculo más eficientes radica en el empleo de toda la simetría posible de los exponentes complejos antes de realizar las multiplicaciones.

Avances en esta área, realizados inicialmente en la década del 60, han dado lugar a una clase de algoritmos eficientes conocidos como transformada rápida de Fourier (FFT, Fast Fourier Transform), los cuales ofrecen reducciones significativas en el tiempo de cálculo. La FFT es un algoritmo (es decir, un método sistemático para realizar una serie de cálculos en secuencia) que permite calcular la TFD con un tiempo de cálculo mínimo. Aparte del algoritmo mismo, la interpretación de la FFT es igual que la TFD.

El algoritmo formulado por Cooley y Tukey publicado en 1965, el más utilizado en la actualidad, calcula N componentes de frecuencia discreta a partir de N muestras en el tiempo discreto, donde $N = 2^r$, con r como cualquier número entero. Esta restricción de una potencia de 2 no es seria en la práctica, siempre que 2^r sea mayor que el número de puntos de muestra, se puede completar con ceros aumentados.

Partiendo de la siguiente expresión más compacta de la TFD, donde $W = e^{-j2\pi kn/N}$, que describe fasor de magnitud unitaria y ángulo de fase $\theta = -2\pi kn/N$,

$$F_D(n) = \sum_{k=0}^{N-1} f(k) W^{nk} \quad (2.63)$$

y con el fin de sacar mayor provecho del uso de $N = 2^r$, se expresan n, k como números binarios (por ejemplo para $r = 2$, esto es $N = 4$), donde n_0, n_1, k_0, k_1 , solo pueden tomar valores de 0 y 1.

$$k = (k_1, k_0) = [00, 01, 10, 11] \quad (2.64)$$

$$n = (n_1, n_0) = [00, 01, 10, 11] \quad (2.65)$$

un forma compacta de escribir el valor numérico de k y n es

$$k = 2k_1 + k_0 \quad (2.66)$$

$$n = 2n_1 + n_0 \quad (2.67)$$

finalmente después de reemplazar las ecuaciones anteriores en la expresión compacta de la TDF y realizar una serie de pasos algebraicos se puede expresar matemáticamente el algoritmo a través de las ecuaciones (2.68, 2.69, 2.70).

$$f_1(n_0, k_0) = \sum_{k_1=0}^1 f(k_1, k_0) W^{2n_0 k_1} \quad (2.68)$$

$$f_2(n_0, n_1) = \sum_{k_0=0}^1 f_1(n_0, k_0) W^{(2n_1 + n_0) k_0} \quad (2.69)$$

$$F_D(n_1, n_0) = f_2(n_0, n_1) \quad (2.70)$$

Esta última expresión se incluye porque el mencionado algoritmo mezcla el orden de la salida. Las ecuaciones (2.68, 2.69, 2.70) son las relaciones recursivas que constituyen el algoritmo de Cooley y Tukey para $N = 4$. En la figura 2.16 se muestra una grafica del flujo de señales de estas relaciones.

Se necesitan alrededor de N^2 operaciones complejas de suma y multiplicación en una evaluación directa de la TDF, mientras que el algoritmo de la FFT requiere solo alrededor de $N \log_2 N$ operaciones. Los ahorros netos se vuelven apreciables para N grande. Por ejemplo, el tiempo de cálculo para una TDF de 1024 muestras por evaluación directa es casi 100 veces superior al que necesitaría usando el algoritmo de la FFT. Sin embargo, el algoritmo de la FFT requiere una cantidad considerable de memoria y esto puede limitar su aplicación en situaciones donde se tiene disponible una cantidad limitada de memoria.

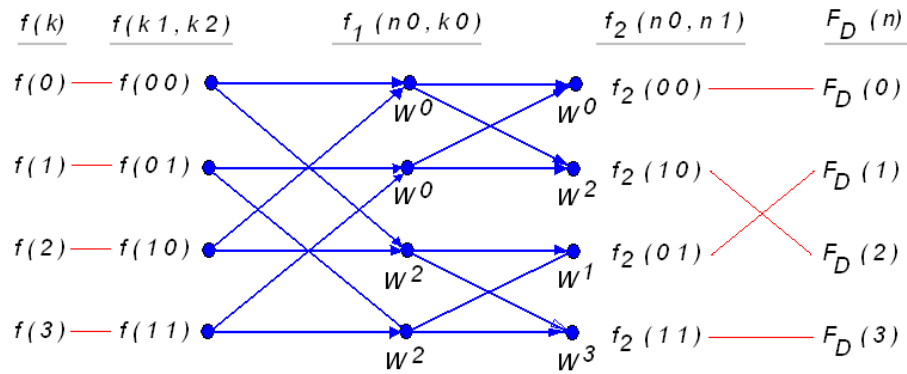


Figura 2.16 Grafica del flujo de señales para $N=4$ del algoritmo de Cooley y Tukey.

Por último se presentan algunos puntos que son útiles al procesar funciones de tiempo continuas con la FFT. Nótese que la mayoría son el resultado de consideraciones previas de la TDF

1. Se elige el número de muestras N tal que $N = 2^r$, con r entero. Este número puede incluir ceros aumentados.
2. Para N muestras en el tiempo existen N frecuencias discretas.
3. Como el resultado de la extensión periódica, los puntos de muestra 0 y N son idénticos en ambos dominios.
4. Se considera que las componentes de frecuencia positiva están en $(0, N/2)$: las componentes de frecuencia negativas se hallan en $(N/2, N)$. Esta simetría también se puede utilizar para las muestras del tiempo en tiempos negativos y positivos.
5. Para funciones de valor real, las componentes de frecuencia positiva con conjugadas complejas de las componentes de frecuencia negativa. Los puntos $n=0, N/2$ son comunes a ambos y tienen valor real.
6. La componente de frecuencia más alta (esto es, $n=N/2$) es $(2T)^{-1}$ Hz; esta se puede aumentar disminuyendo el espaciamiento entre muestras en el tiempo.
7. El espaciamiento entre componentes de frecuencia es $(NT)^{-1}$ Hz; éste puede disminuir añadiendo ceros aumentados a la secuencia de muestras.
8. La relación exacta de los valores de la FFT depende de las constantes de multiplicación particulares asignadas en el algoritmo; un procedimiento común es dividir entre n de forma tal que los valores calculados sean $1/N$ veces los de la TDF.

Ejemplos de análisis espectral de señales acústicas

Espectros armónicos

Como hemos visto cualquier sonido periódico puede representarse como la suma de una serie de armónicos, es decir de sonidos senoidales cuyas frecuencias son $f, 2f, 3f, 4f$, etc. Por ejemplo, el La central de piano, cuya frecuencia es de 440 Hz, contiene armónicos de frecuencias 440 Hz, 880 Hz, 1320 Hz, 1760 Hz, 2200 Hz, etc. Cada uno de estos armónicos puede tener su propia amplitud. La información sobre las frecuencias que contiene un determinado sonido y sus respectivas amplitudes constituye lo que se denomina el espectro del sonido. El espectro se puede especificar en forma de tabla, o se puede representar gráficamente por medio de un *espectrograma*, que es un gráfico con dos ejes ortogonales con el horizontal, graduado en frecuencia y el vertical en amplitud (Miyara, 1999). En la tabla 2.2 se indican los primeros armónicos para las ondas cuadrada, triangular y diente de sierra, suponiendo que la amplitud es la unitaria en

los tres casos. En la figura 2.17 se ha representado el espectrograma de una onda cuadrada de amplitud unitaria y frecuencia 100 Hz, incluyendo hasta el séptimo armónico.

Tabla 2.2 Amplitud de componentes armónicas de diferentes señales periódicas (Miyara, 1999)

ARMÓNICO N°	SEÑAL CUADRADA	SEÑAL TRIANGULAR	SEÑAL DIENTE DE SIERRA
1	1,0	0,81	0,64
2	0	0	0,32
3	0,42	0,09	0,21
4	0	0	0,16
5	0,25	0,032	0,13
6	0	0	0,11
7	0,18	0,017	0,09

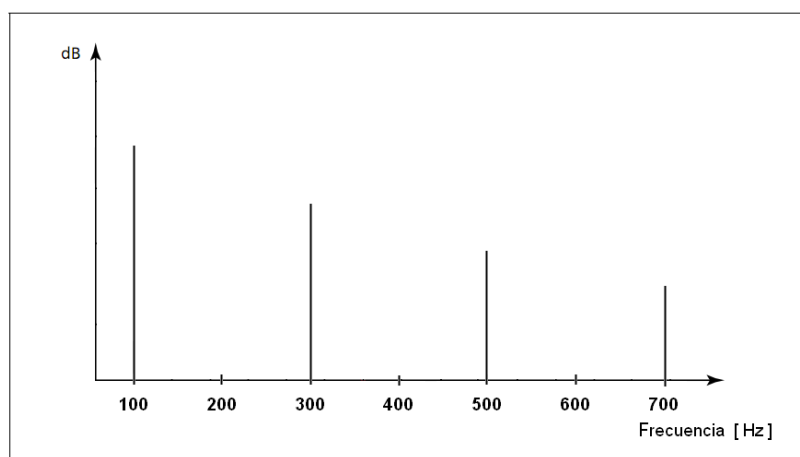


Figura 2.17 Espectro de una señal periódica cuadrada de amplitud unitaria y frecuencia de 100 Hz. Esta señal está compuesta únicamente por componentes impares.

Así como la amplitud de un sonido puede variar en el tiempo de acuerdo con su envolvente, también es posible que los diversos armónicos que integran determinada forma de onda posean sus correspondientes envolventes, que no tienen por qué ser iguales. De hecho, esto es lo que sucede en la mayoría de los sonidos naturales. Un caso bastante común, es que los armónicos superiores (los de frecuencias más altas) se extingan antes que los de menor frecuencia, quedando al cabo de unos segundos un sonido prácticamente senoidal. Esto sucede por ejemplo en el piano, cuyos sonidos comienzan con un gran contenido armónico (en cantidad y amplitud), los cuales se manifiesta como una *sonoridad brillante e incisiva* (Miyara, 1999). A medida que transcurre el tiempo, los armónicos de mayor frecuencia van atenuándose y el sonido se vuelve más *opaco*. Agregando un tercer eje para representar el tiempo (representación tridimensional), es posible graficar la variación temporal de cada armónico como se muestra en la figura 2.18.

Espectros inarmónicos

Hasta ahora hemos analizado espectros armónicos, es decir en los cuales las frecuencias presentes son múltiplos de cierta frecuencia, denominada *frecuencia fundamental*. No hay impedimento, sin embargo, para que los armónicos sean de frecuencias cualesquiera, por ejemplo 100 Hz, 235 Hz y 357 Hz. De hecho muchos sonidos naturales son de esta última clase, por ejemplo el sonido de las campanas, ó diversos tipos de tambores. En estos casos, las ondas senoidales que constituyen el sonido en cuestión se denominan *sonidos parciales* en lugar de armónicos (Miyara, 1999). Este tipo de sonidos no es periódico, a pesar de lo cual también pueden representarse gráficamente en un oscilograma. Sin embargo, lógicamente, no podrá identificarse una frecuencia ni un periodo. El espectro correspondiente a estos sonidos se denomina *espectro inarmónico* y puede representarse en un espectrograma.

A diferencia de los que ocurre en los espectros armónicos, las líneas espectrales no están equiespaciadas.

En el caso de los espectros inarmónicos también puede existir una variación en el tiempo, pudiendo en este caso inclusive variar no solo la amplitud de los sonidos parciales sino también la frecuencia. En los sonidos reales esta variación existe, aunque normalmente es pequeña. Se debe a que la frecuencia a la que vibran

algunos cuerpos físicos varía ligeramente con la amplitud de vibración, por lo cual al ir disminuyendo dicha amplitud, su frecuencia varía con ella.

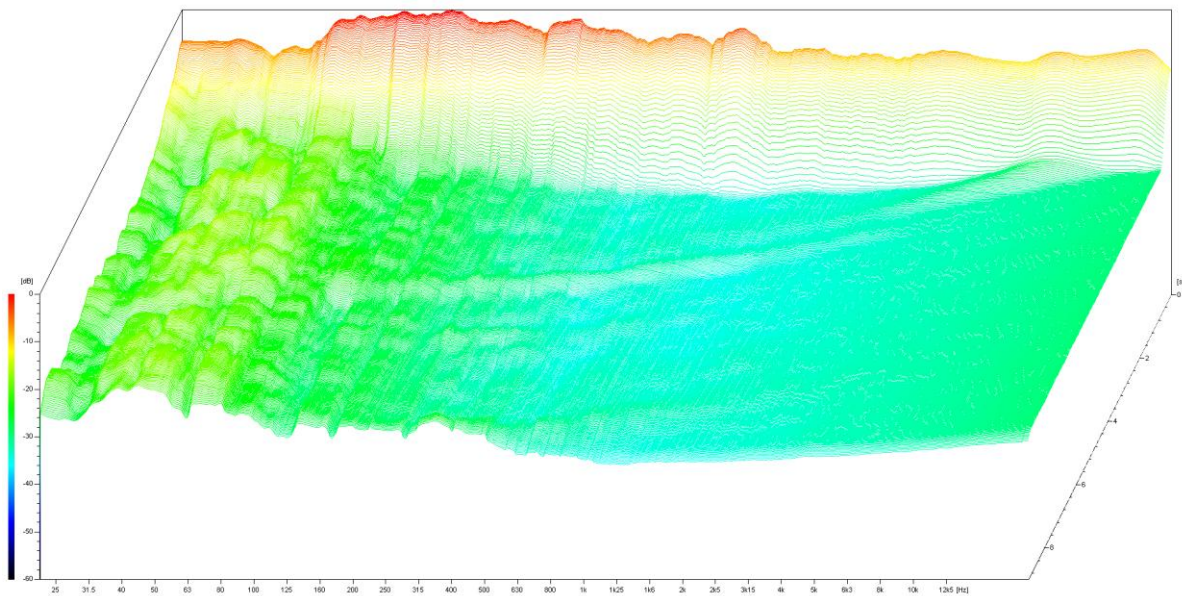


Figura 2.18 Espectrograma 3D (energía-tiempo-frecuencia), tipo waterfall de una respuesta impulsiva de recinto ; Eje Z, amplitud; Eje Y, frecuencia; Eje X, tiempo

Espectros continuos

Existen aún otro tipo de sonidos, formados por una cantidad muy grande de parciales muy próximos entre sí, que se denominan genéricamente *ruido*. Algunos ejemplos de esto son el sonido del mar, el ruido de fondo en una grabación analógica a cinta (cassette) y el sonido que se emite al pronunciar las consonantes f, j, s, z ó simplemente al soplar. Debido a la gran cantidad de parciales presentes, y al hecho de que cada uno es de amplitud muy pequeña, lo más conveniente es representar el espectro no mediante líneas espectrales individuales, sino como una curva continua denominada *densidad espectral*, p^2 (potencia por unidad de frecuencia) (Miyara, 1999).

Básicamente existen dos tipos de ruido que tiene importancia específica en acústica: el *ruido blanco* y el *ruido rosa*. También se menciona el ruido *browniano*. El ruido blanco figura 2.19a se caracteriza por tener una densidad espectral constante, es decir igual para todas las frecuencias. Esto significa que contiene parciales de todas las frecuencias con igual amplitud. El nombre de ruido blanco, proviene de analizar una analogía con la luz blanca, que contiene todos los colores del espectro visible con la misma intensidad.

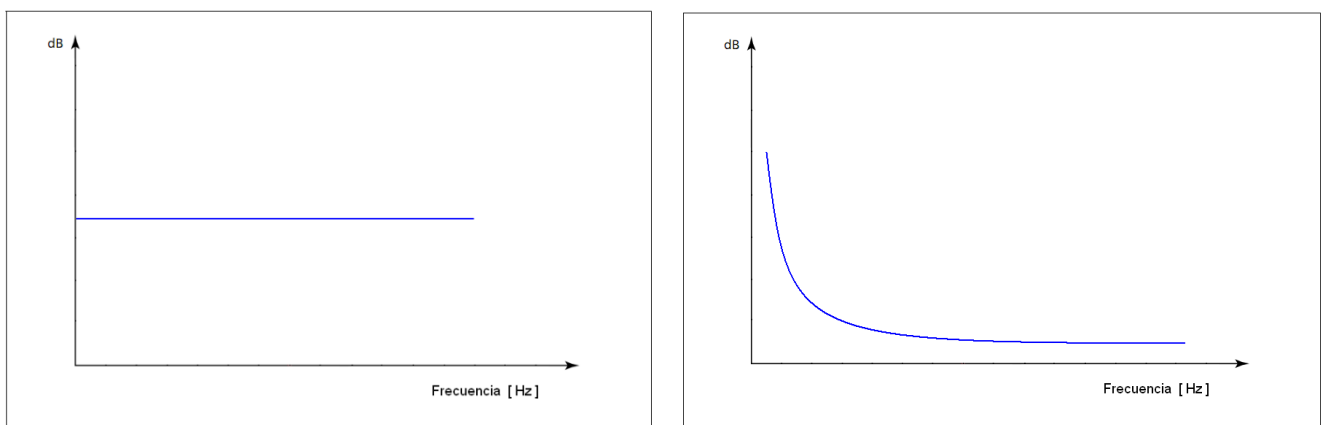


Figura 2.19 Densidad espectral de: a) Ruido blanco b) Ruido rosa.

Por otra parte, el ruido rosa, figura 2.19b contiene mayor proporción de bajas frecuencias (de allí el nombre de rosa, ya que contiene todas las frecuencias pero con mayor amplitud as bajas frecuencias, que en la luz corresponderían al color rojo). Tiene la particularidad de que en cada octava (es decir el intervalo de frecuencias desde un *do* al siguiente, ó desde un *re* al siguiente, doble de frecuencia) tiene la misma energía

sonora. El ruido rosa tiene aplicación en la ecualización de sistemas de sonido mediante ecualizadores (filtros electrónicos) de octava o de tercios de octava. Es también una señal útil para la prueba de equipos de sonido, debido a que es un tipo de ruido que suena natural al oído.

2.5 Clasificación de las señales acústicas

Según sus características las señales acústicas y en general pueden dividirse principalmente en *estacionarias* y *no estacionarias*. A su vez las señales estacionarias se subdividen en *determinísticas* y *aleatorias*. Las señales determinísticas se subdividen en *periódicas* y *cuasi-periódicas*. Por otra parte, las señales no estacionarias se subdividen en *continuas* y *transitorias* (Randall R., 1985). En la figura 2.20 se muestra la clasificación de dichas señales.

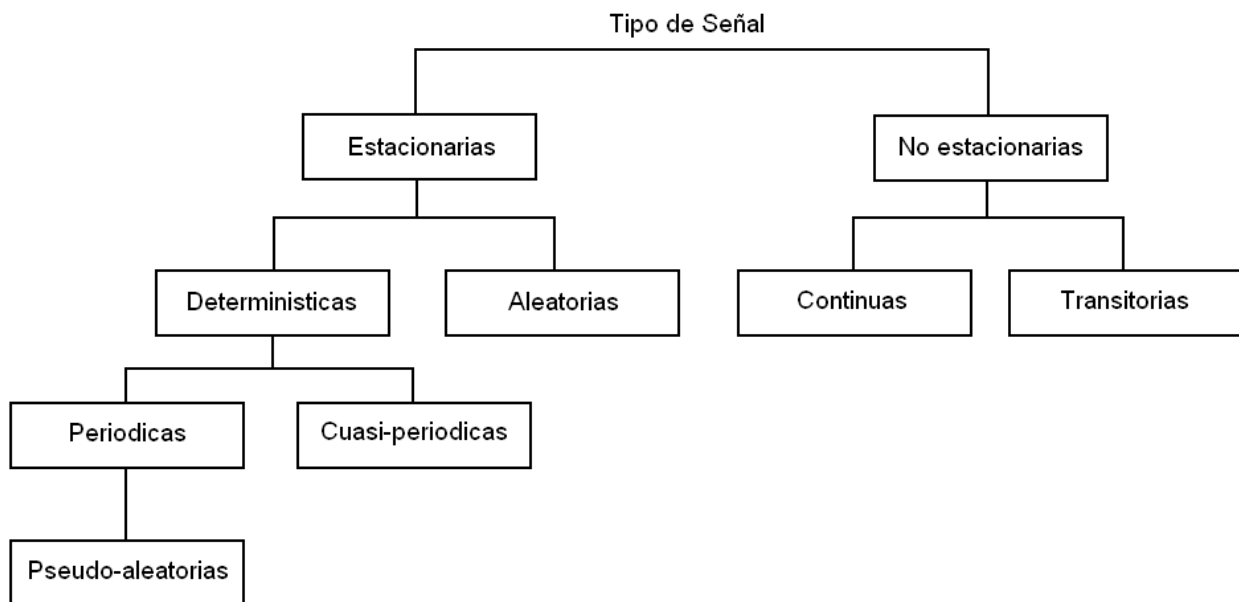


Figura 2.20 Clasificación de las señales.

A continuación, se describe brevemente cada una de ellas.

Señales estacionarias (Stationary Signals)

Una rigurosa clasificación de las señales acústicas está dada en el libro “*Frequency Analysis*”, de R.B. Randall publicado por Brüel & Kjaer en 1987, sin embargo para propósitos prácticos se puede definir a las *señales estacionarias* como aquellas cuyas propiedades medias no varían con el tiempo y por lo tanto resultan independientes del muestreo realizado durante su grabación para determinarlas.

Señales deterministas (Stationary Deterministic Signals)

Las señales determinísticas son aquellas que se pueden representar mediante una expresión matemática que indica la forma en que varía cada valor de la amplitud (presión ó intensidad sonora) en función del tiempo. Ejemplos de este tipo de señales son el *sonido periódico simple* ó *tono puro* y el *sonido periódico complejo*. Las señales determinísticas se componen completamente de componentes discretas de frecuencias. Una característica singular de este tipo de señales es que su valor instantáneo es predecible en todos los puntos en el dominio del tiempo, a partir de los valores anteriores de la señal.

Señales periódicas (Stationary Periodic Signal)

En las señales periódicas, como hemos visto anteriormente, todas las frecuencias discretas (líneas espectrales) son múltiplos enteros de una cierta frecuencia fundamental, donde esta última es el recíproco del periodo de tiempo. Algunos ejemplos son los sonidos complejos producidos por

instrumentos como, el piano, el violín, la guitarra, etc. En la *figura 2.21* se observa un espectro periódico

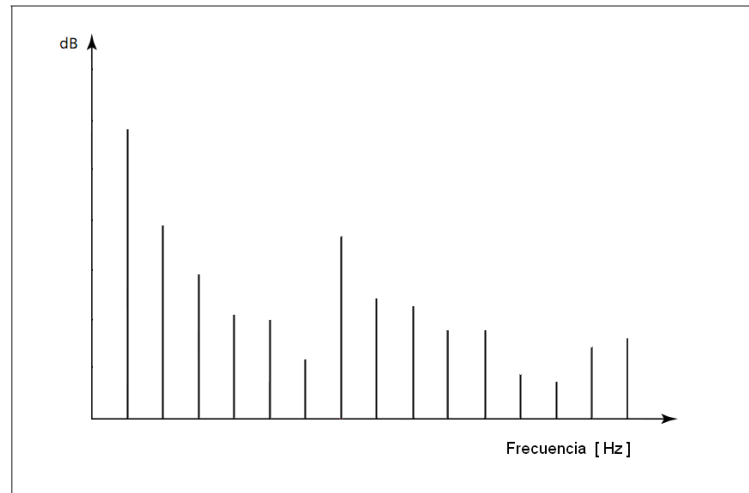


Figura 2.21 Espectro de una señal periódica.

Señales pseudoaleatorias (Stationary Pseudo-random Signals)

Las señales pseudo-aleatorias son un tipo particular de señales periódicas que se utilizan para simular señales aleatorias, como por ejemplo el ruido blanco. A pesar de ser periódicas, el periodo de tiempo T es muy largo y por entonces el espaciamiento de las líneas espectrales ($1/T$) es muy angosto. Las relaciones de fases entre líneas espectrales adyacentes son a todos los efectos aleatorios.

Al ser aplicadas como señal de excitación a la entrada de un sistema físico lineal, se obtiene una respuesta muy similar a una verdadera excitación producida por una señal aleatoria. La densidad de probabilidad de estas señales se aproxima a una distribución Gaussiana. Un ejemplo de este tipo de señales son las secuencias de máxima longitud (MLS ó Maximum length sequence).

Por otra parte, una señal pseudo-aleatoria puede ser reproducida exactamente, lo cual es un beneficio en ensayos y procesos de estandarización.

Señales cuasi-periódicas (Stationary Quasi-periodic Signals)

Las señales cuasi-periódicas se caracterizan porque varias de sus componentes de frecuencias no están relacionadas armónicamente. En la *figura 2.22* se observa el espectro de frecuencia de una señal cuasi-periódica.

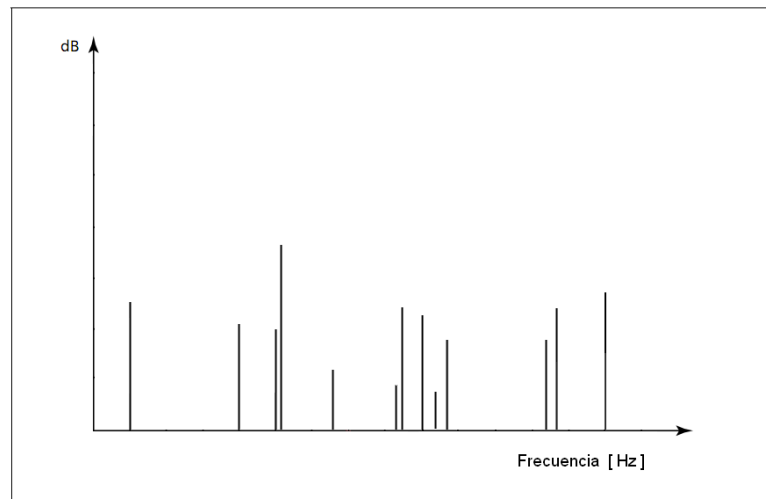


Figura 2.22 Espectro de una señal cuasi-periódica

Señales aleatorias (Stationary Random Signals)

Estas señales están asociadas a vibraciones irregulares que nunca se repiten exactamente y que, por tanto, solamente pueden describirse mediante parámetros estadísticos como el *valor medio*, la *varianza*, etc.

Señales no estacionarias (Non-Stationary Signals)

Aunque la denominación de no-estacionarias abarca todas las señales que no satisfacen los requerimientos definidos para señales estacionarias, estas son usualmente divididas en señales *continuas* y *transitorias* para su análisis.

Señales continuas (Non-Stationary Continuous Signals)

Una *señal continua no estacionaria* es aquella que posee una duración finita (generalmente de larga duración) y que presenta cambios de amplitud y frecuencia no periódicos. Un ejemplo típico es el habla.

La diferencia fundamental entre las señales continuas y las transitorias radica en que esta última es tratada y analizada en su conjunto mientras que *señales continuas no estacionarias*, se analizan en secciones cortas, donde cada una de ellas es considerada como cuasi-estacionaria. Para el caso del habla, la división puede alcanzar sonidos individuales de vocales, consonantes, etc. Otros ejemplos de señales continuas no estacionarias son la vibración producida por una perforadora manual, el sonido de fuegos artificiales, etc.

Señales Transitorias (Non-Stationary Transient Signals)

Se define como señales *transitorias* ó *transientes* a aquellas que empiezan y terminan a nivel cero y duran una cantidad de tiempo finita. Habitualmente son de corta duración. Ejemplos de transientes son un golpe de un martillo, el disparo de un arma de fuego, la explosión de un globo y la vibración de una máquina arrancando o terminando de funcionar.

2.6 Fuente sonora

Podemos definir a una *fente* como cualquier objeto o elemento capaz de producir vibraciones mecánicas en un medio elástico, sea este último sólido, líquido o gaseoso. La fuente podrá clasificarse como ultrasónica, infrasónica y audible en función del espectro de frecuencias audible para el ser humano.

Características.

Una fuente acústica ó sonora se caracteriza por la *potencia*, como ya hemos visto anteriormente, pero también con otros aspectos como *directividad* y *tipo de sonido que produce*, entre otras cosas.

Cuando nos referimos hasta ahora a fuentes sonoras, lo hicimos considerando que éstas emitían igual nivel de presión sonora en todas direcciones. En la práctica, esto último sucede bajo determinadas condiciones.

Directividad de una fuente sonora.

La *directividad de una fuente* se define como la capacidad de concentrar energía en una dirección determinada. Por lo cual, existe la posibilidad de representarla matemática y gráficamente, a través de *índices*, *coeficientes* y *diagramas* (Davis, 1983).

En acústica, generalmente se utilizan los llamados *diagramas de directividad*, que utilizan coordenadas polares para su representación. Para caracterizar en forma básica la directividad de una fuente sonora, se trazan por separado generalmente el *plano vertical* y el *plano horizontal* dentro del espectro de frecuencias bajo estudio. En la figura 2.23 se presentan los diagramas de directividad del plano horizontal de una caja acústica.

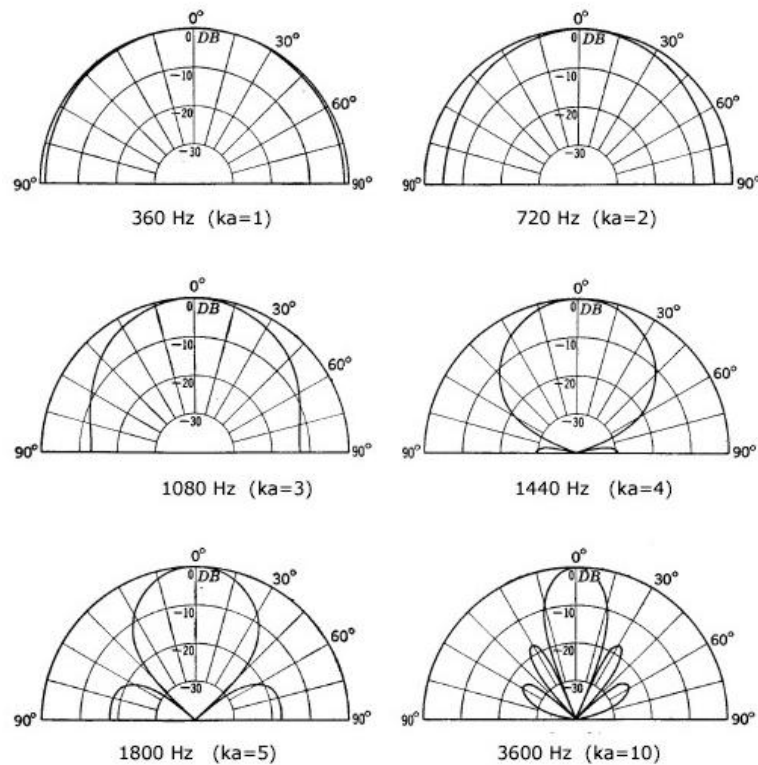


Figura 2.23 Diagrama de directividad del plano horizontal de una caja acústica. (Davis, 1983)

En este caso se observa que la *directividad de la fuente* es diferente para una u otra frecuencia, pudiéndose inferir que con el aumento de la frecuencia, la radiación del sonido se vuelve cada vez más directiva, es decir, la energía sonora se concentra cada vez más en una determinada dirección.

2.7 El decibel

En la actualidad el sistema de notación con decibel (dB) se encuentra frecuentemente en diferentes disciplinas científicas como la acústica, la electrónica, las comunicaciones, la física, la economía, etc. Por definición, el *decibel* es la decima parte del *Bel* (B), denominación adoptada en honor de Alexander Graham Bell (Davis, 1983).

Con el trascurso de los años el sistema fue adoptado universalmente, el mismo está basado en las propiedades de la función logaritmo, y permite realizar expansiones y compresiones de escalas en la forma necesaria, simplificando mucho los cálculos con grandes cantidades. Principalmente permite expresar *relaciones de magnitud* de parámetros como potencia, tensión, corriente, presión sonora, intensidad sonora, aceleración, etc., y también puede utilizarse como una *magnitud de medida* cuando a uno de los parámetros de referencia se le asigna un valor unitario ó constante. Se recuerda a los lectores que una *magnitud* es todo aquello capaz de experimentar un aumento ó disminución.

Una de las claves de su gran aceptación es que todos los sentidos humanos, tacto, vista, audición, sensación de peso, etc., funcionan logarítmicamente. Es decir, que en presencia de un estímulo, la variación mínima perceptible es proporcional al estímulo ya existente (Ley Weber-Fechner).

El sistema fue originado en los laboratorios de la *Bell Telephone Company*, particularmente el *bel* y el *decibel* surgieron debido a la necesidad de definir una unidad que exprese la reducción ó atenuación de la potencia a las salida de una línea telefónica con respecto a la entrada. Mientras que el *neper*, antecesor al decibel, se utilizó inicialmente para mesurar la atenuación de una milla de cable patrón.

En el campo de la acústica tanto el *decibel* como el *neper* fueron y son ampliamente utilizados, por lo cual, se presenta a continuación un conjunto de definiciones en referencia al tema proporcionadas por el *American National Standard Institute* (ANSI) y la *Acoustical Society of America* (ASA), en la norma ANSI S.1.1-1994 (ASA 111-1994).

Nivel (Level) — L

En acústica, es el logaritmo de la razón de una cantidad a una cantidad de referencia de la misma naturaleza. La base del logaritmo, la cantidad de referencia y la naturaleza del nivel deben ser especificadas. Ejemplos de tipos de niveles son el nivel de potencia eléctrica, el nivel de presión sonora, el nivel de intensidad sonora, el nivel de aceleración de partículas, etc.

Para logaritmos decimales (en base 10) la nomenclatura es *log* ó *lg*. Para logaritmos naturales ó neperianos (en base e) la nomenclatura es *Ln*. La expresión matemática es

$$L = \log_r (q / q_0) \quad (2.71)$$

Donde:

L	nivel de especie determinada por la clase de la cantidad bajo consideración
r	base de los logaritmos y proporción de referencia
q	cantidad bajo consideración
q_0	cantidad de referencia de la misma naturaleza ó tipo

Bel (B)

Unidad de nivel cuando la base del logaritmo es 10 y las cantidades afectadas son proporcionales a la potencia. Símbolo de la unidad, B,

$$L = \log_{10} (W / W_0) [B] \quad (2.72)$$

Decibel (dB)

Unidad de nivel cuando la base del logaritmo es la raíz décima de diez, los que es igual a diez veces el logaritmo en base diez, y las cantidades afectadas son proporcionales a la potencia. Símbolo de la unidad, dB

$$L = 10 \log_{10} (W / W_0) [dB] \quad (2.73)$$

Neper (Np)

Unidad de nivel cuando la base del logaritmo es el numero $e = 2,71828...$ (logaritmos naturales ó neperianos). Asimismo, es unidad de nivel de una cantidad de energía, cuando la base del logaritmo es $e^2 = 7,389$. Símbolo de la unidad, Np. Como unidad de nivel de energía $1 \text{ Np} = 8,686 \text{ dB}$ y $1 \text{ dB} = 0,1151 \text{ Np}$.

Nivel de presión sonora — SPL

Se define como diez veces el logaritmo de base diez de la razón de la presión sonora eficaz de un sonido a la presión sonora eficaz de referencia, la cual para gases es de 20 micro Pascales (20 μPa). Unidad, dB. Abreviatura NPS (SPL: sound pressure level). Símbolo, L_p

$$L_p = 10 \log_{10} (p^2 / p_{ref}^2) = 20 \log_{10} (p / p_{ref}) \quad [dB] \quad (2.74)$$

Comparado con la presión estática del aire (1013 hPa), las variaciones de presión sonora son muy pequeñas, en un margen que puede ir desde los 20 μPa ($20 \times 10^{-6} \text{ Pa}$) hasta 100 Pa. El valor de 20 μPa corresponde al umbral auditivo típico de una persona sin pérdidas de audición. Por lo tanto, es llamado *umbral auditivo*. Una presión sonora de aproximadamente 100 Pa, es tan alta que causa *dolor* y por lo tanto es denominado *umbral del dolor*. La relación entre estos dos extremos es mayor que un millón a uno.

Aplicar de forma directa escalas lineales (en Pa) a la medida de la presión sonora nos lleva a cifras enormes e inmanejables. Ya que el oído responde a los estímulos de forma logarítmica, es más práctico expresar los parámetros acústicos como una relación logarítmica entre el valor medido respecto a un valor de referencia. La ventaja de usar decibelios se observa en la *figura 2.24*. Aquí, la escala lineal con sus grandes cifras se convierte en una escala manejable, desde 0 dB en el umbral auditivo (20 μPa), hasta 130 dB, en el umbral del dolor ($\sim 100 \text{ Pa}$).

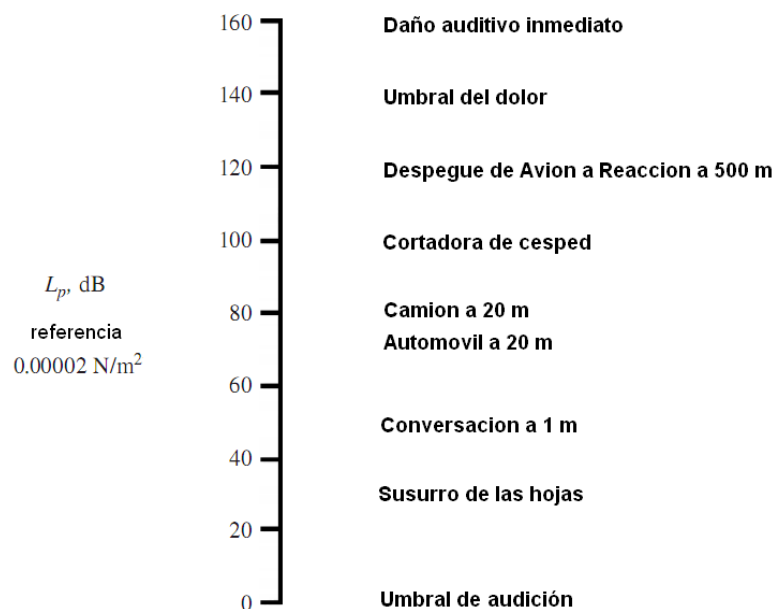


Figura 2.24 Algunos niveles de presión sonora típicos.

Nivel de intensidad sonora — L_i

Se define como diez veces el logaritmo de base diez de la razón de la intensidad de un sonido dado en una dirección indicada a la intensidad sonora de referencia, la cual es de 1 pico watt / m^2 (1 pW/m^2). Unidad, decibel (dB). Abreviatura, IL. Símbolo, L_i

$$L_i = 10 \log_{10} (I / I_{\text{ref}}) \quad [\text{dB}] \quad (2.75)$$

Nivel de potencia sonora o acústica — PWL ó L_W

Se define como diez veces el logaritmo en base diez de la razón de una potencia sonora dada a la potencia de referencia, la cual es de un pico watt (1 pW). Unidad, decibel (dB). Abreviatura, PWL. Símbolo, L_W ó L_P

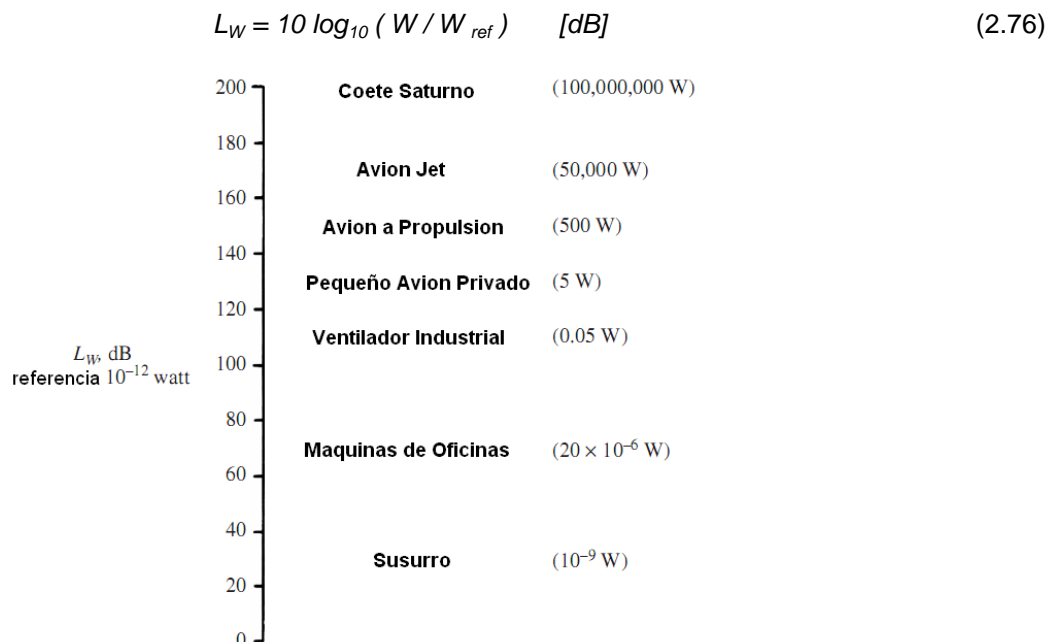


Figura 2.25 Algunos niveles de potencia sonora típicos

Nivel sonoro continuo equivalente — L_{eq}

Se define como diez veces el logaritmo de base diez de la razón de la presión sonora eficaz durante un determinado intervalo de tiempo T de un sonido dado, a la presión sonora eficaz de referencia, la cual es de 20 micro Pascales (20 μ Pa). Unidad, decibel (dB). Abreviatura, L_{eq} ó L_{AT} .

$$L_{eq} = 10 \log \left[(1/T) \int_0^T (p^2 / p_{ref}^2) dt \right] \quad [dB] \quad (2.77)$$

donde:

L_{eq}	Nivel sonoro continuo equivalente (equivalent sound level) (dB)
T	Periodo de tiempo (time period) (s)
p	Presión sonora (sound pressure) (Pa, N/m ²)
p_{ref}	Presión sonora de Referencia (reference sound pressure) (20 x 10 ⁻⁶ Pa, N/m ²)

El *nivel sonoro continuo equivalente* (NSCE ó L_{eq}) es un descriptor teórico que cuantifica el nivel medio de energía sonora para un periodo de tiempo determinado, calculado a partir de la presión sonora instantánea que produce una fuente.

Este descriptor, se correlaciona en buena medida con los efectos del ruido sobre el hombre, permitiendo cuantificar a través de un único valor el nivel sonoro producido por una fuente que varía su intensidad a medida que transcurre el tiempo. El L_{eq} también es denominado en algunas ocasiones en la bibliografía como “nivel sonoro promedio” (Average Sound Level – L_{AT}).

Nivel de velocidad de partículas — L_v

Se define como diez veces el logaritmo de base diez de la razón de la velocidad eficaz de las partículas de un sonido ó vibración dada a la velocidad eficaz de las partículas de referencia, la cual es de 10 nanómetros (10 nm) según norma ANSI S1.8-1969 y 1 nm según norma ISO 1683-1983. Unidad, decibel (dB). Símbolo, L_v .

$$L_v = 10 \log_{10} (u / u_{ref}) \quad (2.78)$$

Suma de niveles sonoros.

Si se miden de forma separada los niveles sonoros de dos o más fuentes de sonido y se desea conocer el nivel de presión sonora combinado de dichas fuentes acústicas, entonces deben sumarse los correspondientes niveles sonoros. Sin embargo, debido al hecho de que los decibeles son valores logarítmicos, esta suma no puede realizarse de forma directa. (Bruel & Kjaer, 2000)

Una forma de sumar dB es convertir cada valor de dB en su valor lineal, sumar esos valores lineales y convertir el resultado de nuevo en dB, usando la siguiente ecuación

$$L_{presult} = 10 \cdot \log \left(10^{\frac{L_{p1}}{10}} + 10^{\frac{L_{p2}}{10}} + 10^{\frac{L_{p3}}{10}} + \dots + 10^{\frac{L_{pn}}{10}} \right) \quad (2.79)$$

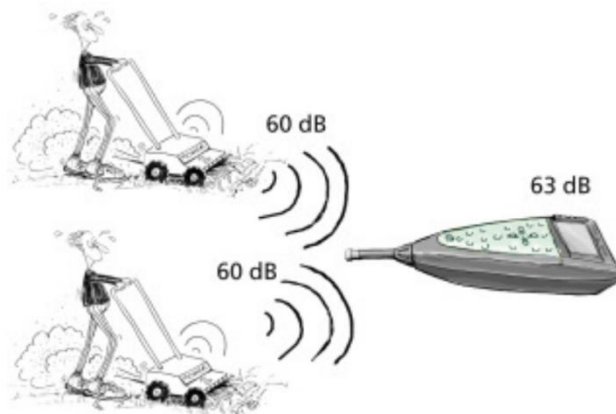


Fig. 2.26 Suma de niveles de múltiples fuentes acústicas

Un método más fácil es usar el ábaco de la *figura 2.27* y el procedimiento siguiente

1. Medir el nivel de presión sonora (SPL) de cada fuente de ruido separadamente (L_{p1} , L_{p2}).
2. Ingresar al ábaco, por el eje de abscisas con el valor correspondiente a la diferencia (DL) de los niveles ($L_{p2} - L_{p1}$).
3. Trasladarse hasta interceptar la curva, y después tomar lectura del valor en el eje de ordenadas
4. Adicionar el valor indicado (L_+) del eje vertical al nivel de la fuente de ruido más ruidosa (L_{p2}). Esto da la suma de los SPL de las dos fuentes de ruido.
5. Si hay presentes tres o más fuentes de ruido, los pasos 1 a 4 deberán ser repetidos, usando la suma obtenida para las primeras dos fuentes y el SPL de cada fuente adicional

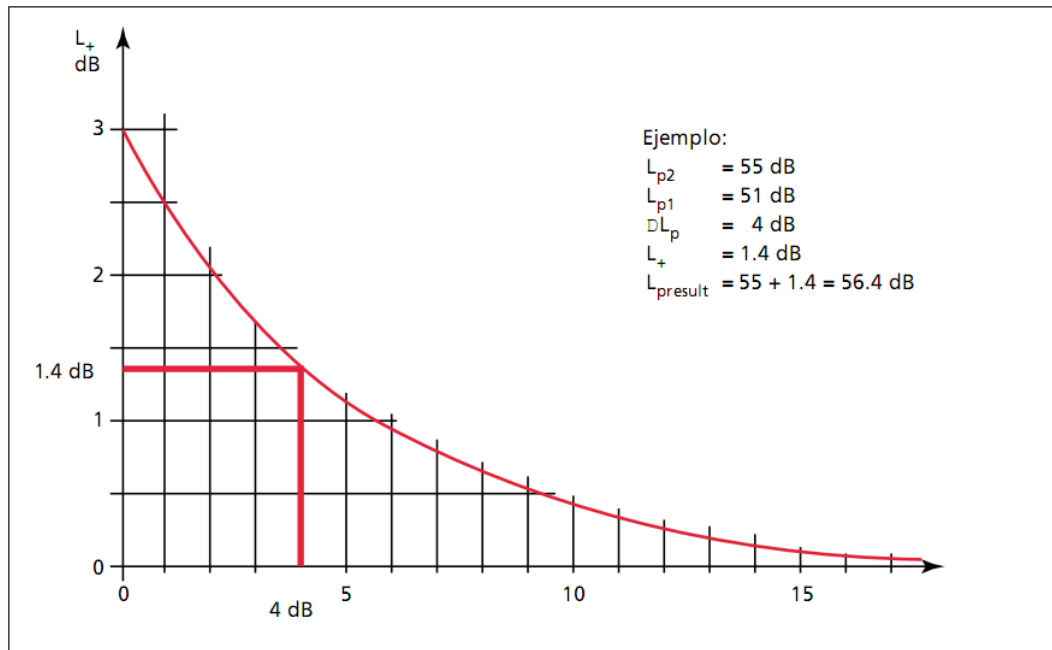


Figura 2.27 Ábaco para realizar sumas de niveles en dB. (Brüel & Kjaer, 2000)

Tenga en cuenta que una diferencia de $DL_p = 0$ corresponde a la situación mostrada en la ilustración anterior, donde se añadieron 3 dB al nivel causado por una sola fuente

Resta de niveles sonoros.

Algunas veces es necesario restar el ruido de fondo del NPS total. La corrección para el ruido de fondo puede hacerse restando el ruido de fondo medido ($L_{p \text{ fondo}}$) del nivel de presión sonora total ($L_{p \text{ tot}}$) usando la siguiente ecuación

$$L_{result} = 10 \cdot \log \left(10^{\frac{L_{ptot}}{10}} - 10^{\frac{L_{pbackground}}{10}} \right) \quad (2.80)$$

Un método más fácil es usar el ábaco de la *figura 2.28* y el procedimiento siguiente

1. Medir el nivel de presión sonora total ($L_{p \text{ tot}}$).
2. Medir el nivel de ruido de fondo
3. Ingresar al ábaco, por el eje de abscisas con el valor correspondiente a la diferencia (DL) de los niveles ($L_{p \text{ tot}} - L_{p \text{ fondo}}$).
4. Trasladarse hasta interceptar la curva, y tomar lectura del valor en el eje de ordenadas
5. Restar el valor indicado (L_-) del eje vertical al nivel de de presión sonora total ($L_{p \text{ tot}}$). El resultado, es la resta del nivel de ruido de fondo medido respecto del nivel de presión sonora total medido.

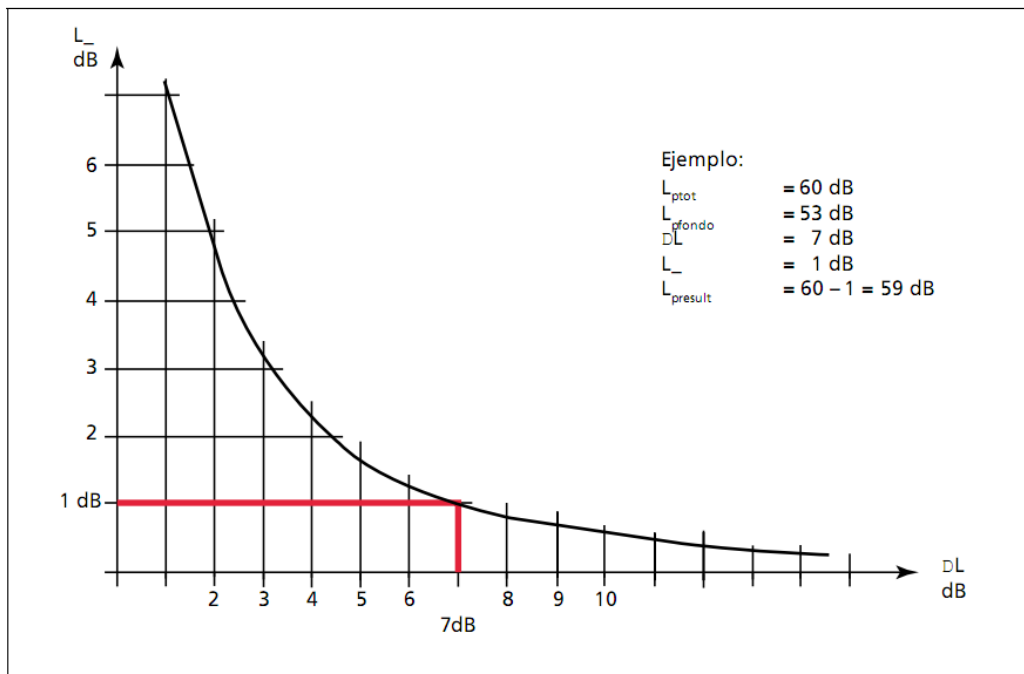


Figura 2.28 Ábaco para realizar restas de niveles en dB. (Brüel & Kjaer, 2000)

Si la D_L es inferior a 3 dB, el ruido de fondo es demasiado alto para una medida de precisión y el nivel de ruido correcto no se puede hallar hasta que el ruido de fondo haya sido reducido. Si por otra parte, la diferencia es superior a 10 dB, el ruido de fondo puede ser ignorado.

2.8 Resumen

- El *sonido* puede definirse como la sensación auditiva producida por una vibración de carácter mecánico que se propaga a través de un medio elástico y denso.
- Se denomina *onda* al proceso mediante el cual una perturbación se propaga con velocidad finita de un punto a otro del espacio, sin que se produzca transporte neto de materia.
- Una *onda sonora* puede ser *representada* en el dominio del tiempo, como también, en el dominio de la frecuencia
- La *velocidad de propagación* del sonido es función de la densidad y la temperatura del medio.
- Los principales *fenómenos asociados a la propagación de la onda sonora* son: *reflexión, refracción, difracción e interferencias entre ondas*.
- Se define como *fente*, a cualquier objeto o elemento capaz de producir vibraciones mecánicas en un medio determinado, sea este último sólido, líquido o gaseoso.
- La *directividad de una fuente*, se define como la capacidad de concentrar energía en una dirección determinada.
- La *presión sonora* producida por una fuente, varía inversamente con la distancia.

Bibliografía

- ANSI (1994), *"Acoustical Terminology"*. Editorial American National Standard Institute. New York.
- Beraneck, L. L. (1961), *"Acústica"*. MIT, USA, Edición en castellano Editorial Panamericana. Bs As.
- Brigham, E. (1974), *The Fast Fourier Transform*, Prentice Hall.
- Brüel & Kjær (2000), *"Ruido Ambiental"*, Primera Edición, B&K. Dinamarca.
- Carrión Isbert, A. (2001), *"Diseño Acústico de Espacios Arquitectónicos"*, UPC, Barcelona.
- Cooley J y Tukey J. (1965), *"An Algorithm for machine Calculation of Complex Fourier Series"*, Mathematics of Computation. Vol. 19, pp. 297-301.
- Davis, Don & Caroline (1983), *"Ingeniería de Sistemas de Sonido"*, Editorial Marcombo.
- Everest F. A. (2001), *"The Master Handbook Of Acoustics"*, (4th Edition), McGraw-Hill, Los Angeles.
- Ferreira, S., Hüg M., Jasá V. J., Lucchino F. (2004), Apunte del Seminario: *"Introducción a la Acústica y Psicoacústica"*, CINTRA, FRC-UTN.
- Ferreira, S., Miretti, G., Barrera, F. (2009), *"Acústica: Campo de Acción del Ingeniero Civil"*. Apunte del Seminario de grado. CINTRA, FRC-UTN.
- Harris C. M. (1999), *"Noise and Vibration Control Engineering"*, McGraw-Hill, 3st Edition, USA.
- Kinsler y Frey. (1962), *"Fundamental of Acoustics"*. John Wiley & Sons, Inc.
- Lipscomb D., *"Noise Control, Handbook of principles and practices"*, Van Nostrand Reinhold Company, 1978
- Miyara F. (1999), *"Acústica y Sistemas de Sonido"*. Editorial UNR, Rosario.
- Oppenheim A., Willisky A, Nawab S. (1997), *"Señales y Sistemas"*, Segunda Edición. Pearson Educación.
- Ortega B., Romero M. (2003), *"Electroacústica"*, Pearson Education, Madrid, España 2003
- Olson Harry F (1957), *"Acoustical Engineering"*. Van Nostrand Company, USA.
- Randall, R.B. (1987), *"Frequency Analysis"*. Brüel & Kjaer. Tercera edición. Dinamarca.
- Serra, M. R., Biassioni, E. C., Ramos, O., Arias, C., Verzini, A., Hinalaf, M., Pérez Villalobo, J., Hüg, M., Ferreira, S., Bermejo, F. (2008), *"Apunte del Seminario: Investigación Interdisciplinaria en Acústica"*, CINTRA, UTN-FRC, Argentina.
- Stremmer, F., W. (1993), *"Introducción a los Sistemas de Comunicación"*, Tercera Edición. Addison Wesley Longman.
- Strutt, J. W. -Baron Rayleigh- (1945), *"Theory of sound"*, 2nd Edition, Dover Publications.