Capítulo 1

Circuitos magnéticos

1 – GENERALIDADES

Las máquinas eléctricas se dividen en tres grandes grupos:

- Transformadores
- Generadores
- Motores

Cada una transforma energía mecánica en eléctrica o viceversa. Obviamente tienen pérdidas, lo que define su rendimiento.

El transformador: transforma una energía eléctrica de entrada (de CA) con determinadas magnitudes de tensión y corriente en otra energía eléctrica de salida (de CA) con magnitudes diferentes (en nuestro caso **V** e **I**) manteniendo la frecuencia.

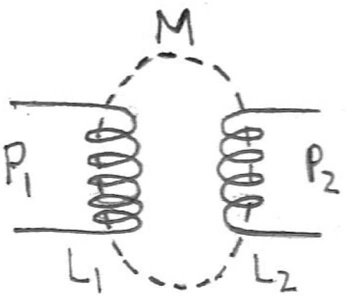


Figura 1-1: Diagrama de un transformador.

Donde: **P_1** y **P_2**: son las potencias primaria y secundaria de cada bobinado **[Watts]** o **[Vatios]**.
L_1 y **L_2**: autoinducción primaria y secundaria de cada bobina **[Hy]**.
B: inducción variable **[Gauss]**.
M: coeficiente de inducción mutua $M \cong \sqrt{L_1 \cdot L_2}$.

La inducción **B** es provocada por un flujo variable **Φ**, indispensable en todo transformador. Si **Φ** es pulsante, se trata de una bobina de inducción; si es alterno, la máquina se llama transformador.

El generador: transforma la energía mecánica en eléctrica. La acción se desarrolla por el movimiento de una bobina en un campo magnético, resultando una fuerza electromotriz (fem[1]) inducida que al aplicarla a un circuito externo produce una corriente que interacciona con el campo y desarrolla una fuerza mecánica que se opone al movimiento. En consecuencia, el generador necesita una energía mecánica de entrada para producir la energía eléctrica correspondiente. Máquina rotativa, transforma energía mecánica en eléctrica gracias a un flujo variable.

$$e = -N\frac{d\Phi}{dt}$$

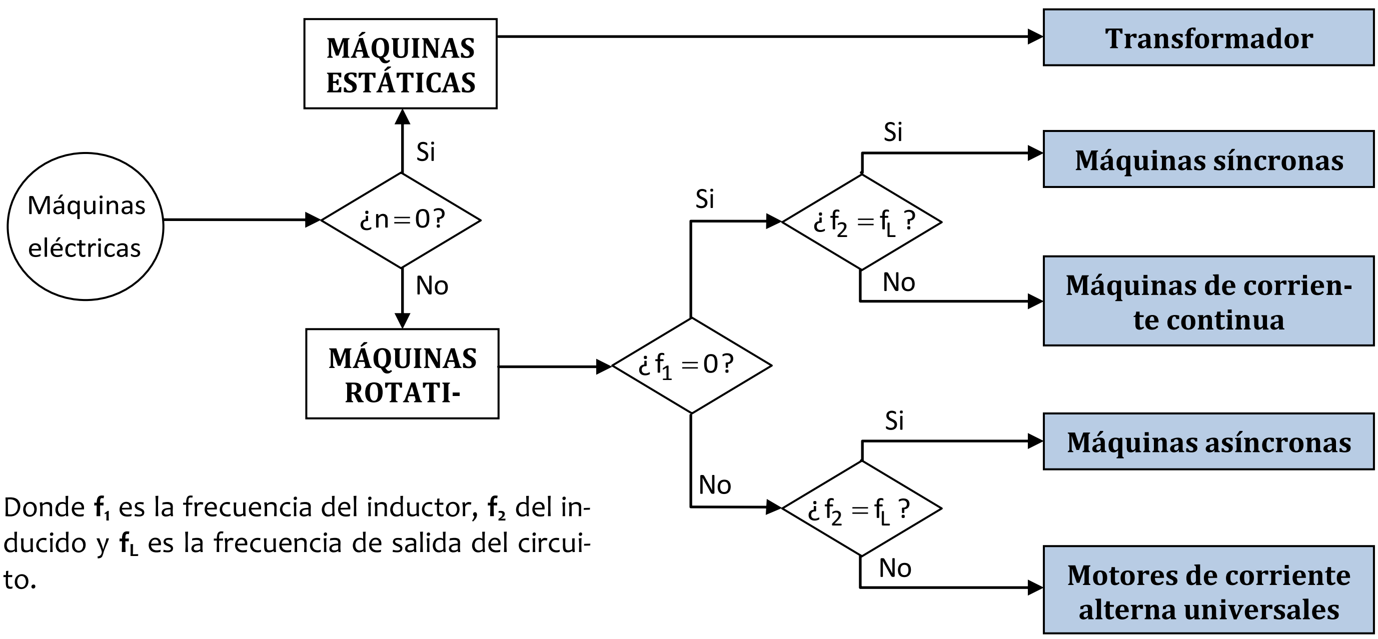
Donde **e**: Fuerza electromotriz [Voltios]
N: número de espiras de la bobina [vueltas]
Φ: Flujo (variable) [Gauss]
t: tiempo [segundos]

El motor: que transforma la energía eléctrica en mecánica. La acción se desarrolla introduciendo una corriente en la máquina por medio de una fuente externa, que interacciona con el campo produciendo un movimiento de la máquina; aparece entonces una fem inducida que se opone a la corriente y que por ello se denomina fuerza contraelectromotriz. En consecuencia, el motor necesita una energía eléctrica de entrada para producir la energía mecánica correspondiente. Son también máquinas rotativas pero transforman energía eléctrica en mecánica.

$$F = BI\ell \cdot 9{,}81.10^5 \text{ [Kilogramos]}$$

Donde: **F**: fuerza [Kg]
B: inducción [G]
ℓ: longitud del conductor [metros]

Otra forma de clasificar las máquinas es teniendo en cuenta el flujo del inductor[2].



Donde f_1 es la frecuencia del inductor, f_2 del inducido y f_L es la frecuencia de salida del circuito.

Figura 1-2: Cuadro de clasificación general de las máquinas eléctricas.

[1] En realidad la abreviación correcta es f.e.m., pero pongo fem para ahorrarme los puntos. Omito los puntos también en el plural: fems en lugar de f.e.m.s.

[2] Inductor es el elemento de la máquina que recibe corriente eléctrica de la red e induce en otra parte (inducido), la cual está conectada a la carga, un flujo tal que provoca la circulación de corriente eléctrica.

2 – EXPRESIONES DE CÁLCULO EN LOS CIRCUITOS MAGNÉTICOS

Los generadores de CC o dinamos convierten una energía mecánica de entrada en energía eléctrica de salida en forma de corriente continua. En la actualidad, estos generadores han caído en desuso y han sido sustituidos por rectificadores, generalmente de silicio, que transforman CA de la red en CC, en forma estática y con mayor rendimiento. En lo que sigue, analizamos el funcionamiento básico para comprender su el comportamiento de los motores de CC.

Las fórmulas que se describen a continuación son

- Flujo magnético
- Permeabilidad magnética
- Tensión magnética
- Ley de Ohm en el magnetismo

Flujo magnético: definimos como flujo magnético **dF** al producto escalar entre la inducción **B** y la sección diferencial **dS** que atraviesa dicha inducción.

$d\Phi = B \cdot dS$	Flujo de un elemento diferencial
$\Phi = B \cdot S$	Flujo cuando **B** es constante en la superficie **S**
$\Phi = \iint B \cdot dS$	Flujo cuando **B** es variable en la superficie **S**

Donde: **Φ**: flujo magnético medido en **[Maxwell]**
S: sección medida en **[cm²]**

La ecuación remarcada es la que usamos mayoritariamente en este escrito.

Permeabilidad magnética: Definimos así al coeficiente usado para hacer independiente a **B** del medio en donde se encuentra.

$$H = \frac{B}{\mu} = \frac{B}{\mu_r \cdot \mu_o} \qquad (2-1)$$

Donde: **H**: intensidad de campo magnético **[Av/cm]**
μ_o: permeabilidad del vacío **=1,256.10^{-8}** **[H/cm]** o **[Mx/(A.cm)]**
μ_r: permeabilidad relativa del medio (referida al vacío) [adimensional]

Tensión magnética: en un circuito magnético cono el de la Figura 2-1, no sé por qué, se cumple

$$V = N \cdot I = H \cdot \ell \qquad (2-2)$$

Donde: **V**: tensión magnética **[Amper vueltas=Av]**
N: numero de espiras [Adimensional]
I: corriente **[Amper=A]**
H: intensidad de campo magnético **[Gauss]**
ℓ: longitud media **[Metro=m]**

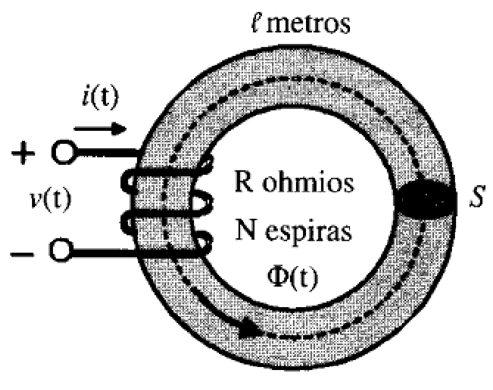


Figura 2-1: Anillo, ejemplo de un circuito magnético y su longitud media.

Ley de Ohm del magnetismo: en todo proceso natural causa-efecto, la magnitud del efecto es directamente proporcional a la causa que lo produce e inversamente proporcional a la resistencia que encuentra la realización de ese proceso. Haciendo una equivalencia con los circuitos eléctricos podemos poner:

	Causa	Efecto	Oposición	Relación entre las 3 variables
Circuito eléctrico	Tensión eléctrica V	Corriente eléctrica I	Resistencia eléctrica R	V = I.R
Circuito magnético	Fuerza magnetizante V = N.I = Θ	Flujo magnético Φ	Reluctancia $\Re$	$V = N \cdot I = \Phi \cdot R$

Tabla 2-1: Relación entre los elementos de un circuito magnético y eléctrico.

De la ecuación recuadrada y sabiendo que **Φ=B.S** y que **V=H.ℓ** se desprende que

$$\Re = \frac{V}{\Phi} = \frac{H\ell}{BS} = \frac{H\ell}{\mu HS} = \frac{\ell}{\mu S} \qquad (2-3)$$

La ley de Ohm en el magnetismo se ve mejor en la analogía de la siguiente figura

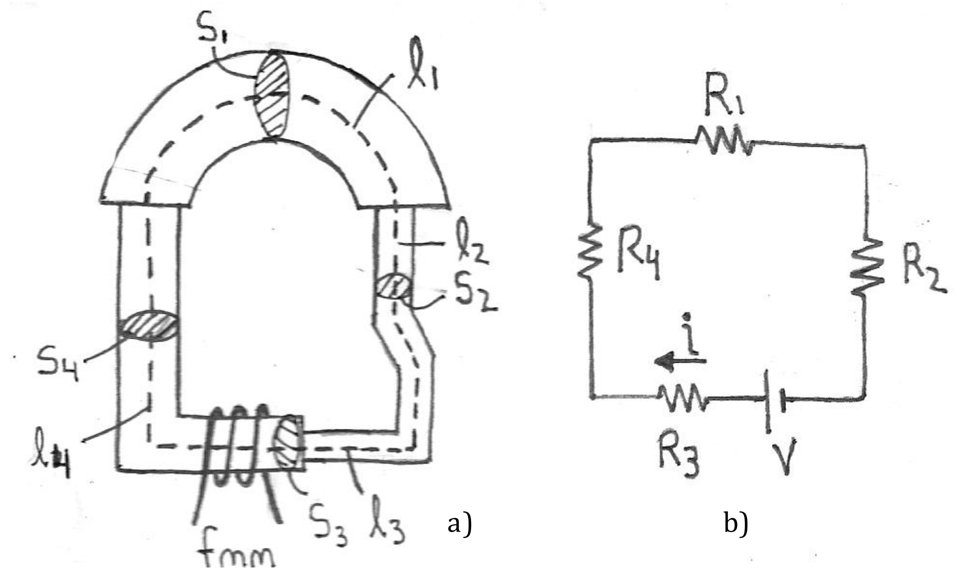


Figura 2-2: a) Circuito magnético y **b)** su equivalente en un circuito eléctrico.

La fuerza magnetizante total (**V_T**) es el producto entre el flujo total (**Φ_T=Φ**) y la reluctancia total $\Re$

$$V_T = \Phi \cdot R_T = \Phi \cdot (R_1 + R_2 + R_3 + R_4) = \Phi R_1 + \Phi R_2 + \Phi R_3 + \Phi R_4 = \Phi_1 \frac{\ell_1}{\mu_1 S_1} + \Phi_2 \frac{\ell_2}{\mu_2 S_2} + \Phi_3 \frac{\ell_3}{\mu_3 S_3} + \Phi_4 \frac{\ell_4}{\mu_4 S_4} =$$

$$= B_1 S_1 \frac{\ell_1}{\mu_1 S_1} + B_2 S_2 \frac{\ell_2}{\mu_2 S_2} + B_3 S_3 \frac{\ell_3}{\mu_3 S_3} + B_4 S_4 \frac{\ell_4}{\mu_4 S_4} = B_1 \frac{\ell_1}{\mu_1} + B_2 \frac{\ell_2}{\mu_2 S_2} + B_3 \frac{\ell_3}{\mu_3} + B_4 \frac{\ell_4}{\mu_4} =$$

$$= H_1 \ell_1 + H_2 \ell_2 + H_3 \ell_3 + H_4 \ell_4 = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = V_T \qquad (2-4)$$

En las máquinas eléctricas, el flujo pasa por el circuito que está compuesto por sectores aislados, en cada uno de estos sectores el vector de intensidad de campo magnético se puede calcular con la ley de Ampere:

$$N \cdot I = \oint H \cdot d\ell = H_1 \ell_1 + H_2 \ell_2 + \cdots + H_n \ell_n$$

Definimos excitación a $V_T = \sum V = N \cdot I$ y suponiendo que por todo el circuito **Φ=cte**, entonces

$$V = NI = \oint \frac{\Phi}{\mu S} \cdot d\ell = \frac{\Phi}{\mu S} \oint d\ell = \frac{\Phi \ell}{\mu S}$$

Despejando al flujo **Φ** tenemos

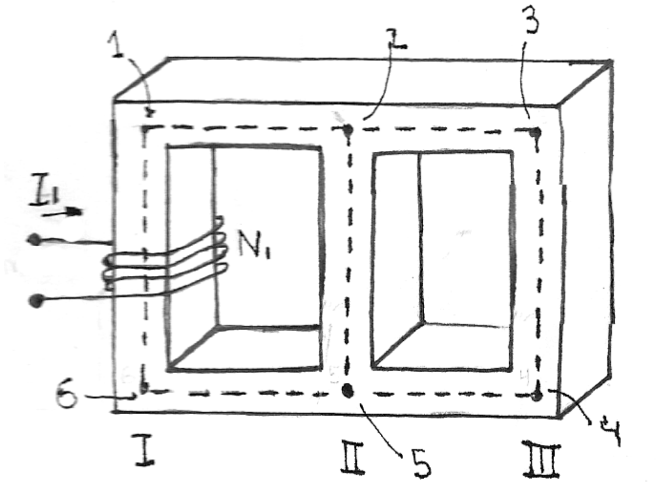
$$\Phi = \frac{\Theta}{R} = \frac{V_T}{R} = \frac{N \cdot I}{R} \qquad (2-5)$$

Que es la **Ley de Ohm del magnetismo**

3 – CÁLCULO DE CIRCUITOS MAGNÉTICOS

Un motor de cc transforma una energía eléctrica de entrada en una energía mecánica de salida. Esencialmente consiste en una dinamo trabajando en régimen inverso, lo que está de acuerdo con el principio de reciprocidad electromagnética formulado por Faraday y Lenz. Para comprender este principio básico de reciprocidad en el funcionamiento de una máquina de CC, vamos a considerar una dinamo derivación que suministra energía eléctrica a una red de CC de tensión constante (Figura 3-1a).

En el siguiente circuito (núcleo de un transformador) **N** y **S** son datos e **I,** la incógnita. Lo podemos reemplazar por su equivalente de Figura 3-1b.



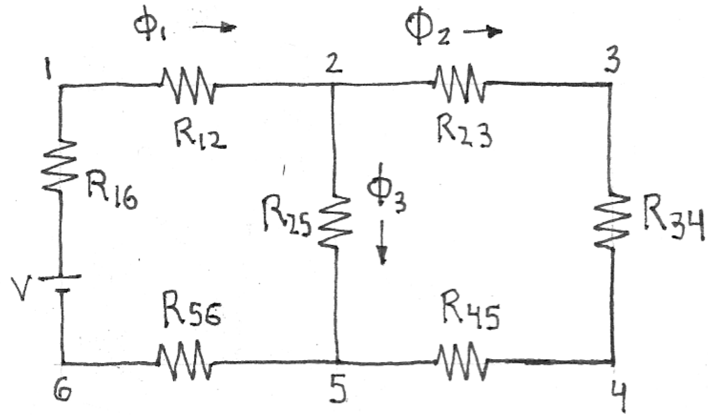


Figura 3-1: a) Núcleo de un transformador usado como un circuito magnético y **b)** su circuito eléctrico equivalente.

El objetivo en esta sección es saber qué corriente **I** debe circular por la columna (I) para que por la columna (III) circule un flujo **Φ_3**. Teniendo en cuenta las ecuaciones vistas anteriormente, el desarrollo es el siguiente

$$V_T = H \cdot \ell = N \cdot I \quad \rightarrow \therefore I = \frac{V_T}{N} \qquad (3-1)$$

$$\bullet\, V_T = V_{12} + V_{25} + V_{56} + V_{61} \qquad (3-2)$$

$$\bullet\bullet\, V_{25} = V_{23} + V_{34} + V_{45} \qquad (3-3)$$

Sección i-j

$$\bullet\bullet\bullet\, V_{i-j} = H_{i-j} \cdot \ell_{i-j} \qquad (3-4)$$

$$\bullet\bullet\bullet\bullet\, H_{i-j} \rightarrow (\text{por tabla}) B_{i-j} \qquad (3-5)$$

$$\bullet\bullet\bullet\bullet\bullet\, B_{i-j} = \frac{\Phi_{i-j}}{S_{i-j}} \qquad (3-6)$$

La ecuación (3 – 1) relaciona corriente (incógnita) con la fuerza magnetizante total (**V_T**) y el número de espiras (**N**, que es dato). En esta ecuación no conocemos **V_T**, pero la podemos obtener como la suma de cada uno de las fuerzas magnetizantes de cada tramo del circuito (ecuación (3 – 2)). En este caso en particular una de estas fuerzas magnetizantes es igual a la suma de otras 3, tal como lo expresa la ecuación (3 – 3). La ecuación (3 – 4) nos permite calcular la **V** para cada tramo. La **H** la obtenemos por tabla **H-B** teniendo en cuenta el coeficiente de pérdidas del circuito (ecuación (3 – 5)). Por último a **B** lo obtenemos de la ecuación (3 – 6), en donde **S_{i-j}** es la superficie que atraviesa el flujo **Φ_{i-j}** en el tramo **ℓ_{i-j}**.

Como el dato que poseemos es el flujo que circula por la columna (III), que es $\Phi_{23}=\Phi_{34}=\Phi_{45}$, debemos comenzar el cálculo de las **V** de esos tramos, luego introducirlas en la ecuación (3 – 3) para obtener V_{25}; teniendo este valor, bajamos en el desarrollo para obtener Φ_{25} y mediante la ecuación

$$\Phi_{12} = \Phi_{25} + \Phi_{23} \tag{3 – 7}$$

encontramos Φ_{12}. Y con eso el resto de las **V** que faltan en la ecuación (3 – 2).

Otra cosa que podemos calcular aquí es la sección del conductor que usaremos, ésta se relaciona con la densidad de corriente (dato del fabricante) y la corriente mediante la siguiente ecuación

$$\sigma = \frac{I}{S}\left[\frac{A}{cm}\right] \tag{3 – 8}$$

Por último, debemos decir que podemos aplicar la regla de la regla de la mano derecha para saber cómo se relacionan los sentidos de la corriente de un bobinado que abraza un circuito magnético y del flujo que se genera en él.

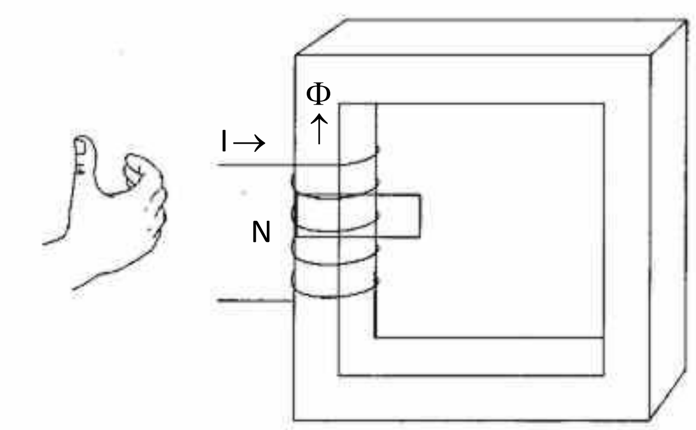


Figura 3-2: Regla de la mano derecha aplicada a una columna de un transformador.

4 – FLUJO DISPERSO Y FACTOR DE DISPERSIÓN

El **flujo magnético disperso** (o «flujo de dispersión») es el flujo magnético que no se establece en el interior del circuito magnético del transformador sino fuera del mismo y genera pérdidas ya que no participa en la transformación de energía. Por lo general, el flujo de dispersión se establece más intensamente en los extremos de los arrollamientos (bobinados). Siempre es deseable que este flujo sea lo mínimo posible pues representa directamente una pérdida de energía.

Por ejemplo, cuando queremos dibujar la imagen del campo para un circuito de hierro, como el de la Figura 4-1, el flujo sigue el camino del hierro, por su permeabilidad. Si el flujo está creado por una bobina arrollada sobre el yugo de la derecha, no se distribuirá simétricamente, sino que lo hará por la armadura y por el tramo de la línea de puntos indicada como «flujo disperso». Al flujo de la armadura lo llamamos «flujo útil»; y al que circula por el aire, «flujo de dispersión».

El flujo total es la suma de estos dos flujos

$$\Phi_T = \Phi_{util} + \Phi_{disp} \tag{3 – 9}$$

En donde por lo general $\Phi_{disp} \approx 0{,}3 \cdot \Phi_T$. El flujo útil provoca una **fem** igual a

$$e = -N\frac{d\Phi_{util}}{dt} \tag{3 – 10}$$

El flujo disperso será igual a

$$\Theta = N \cdot I = R \cdot \Phi_{disp} \qquad \rightarrow \therefore\ \Phi_{disp} = \frac{N \cdot I}{R} = NI\frac{\mu \cdot S}{\ell} \tag{3 – 11}$$

Al cociente entre el flujo total Φ_T y el flujo útil Φ_{util} lo denominamos **Coeficiente de dispersión** (o «Coeficiente de Hopkinson» v_k) y al cociente entre el flujo útil Φ_{util} y el flujo disperso Φ_{disp} lo llamamos «Factor de dispersión» (α_d)

$$v_k = \frac{\Phi_T}{\Phi_{util}} = \frac{\Phi_{util} + \Phi_{disp}}{\Phi_{util}} = 1 + \frac{\Phi_{util}}{\Phi_{disp}} = 1 + \alpha_d$$

Este factor de dispersión genera una reactancia que provoca a su vez una caída de tensión

Reactancia ocasionada por el flujo disperso $$X_d = \omega \alpha_d = 2\pi f \frac{\Phi_{util}}{\Phi_{disp}} \qquad (3-12)$$

Caída de tensión ocasionada por el flujo disperso $$U_d = X_d I = (2\pi f \cdot I \cdot \alpha_d) \cdot I \qquad (3-13)$$

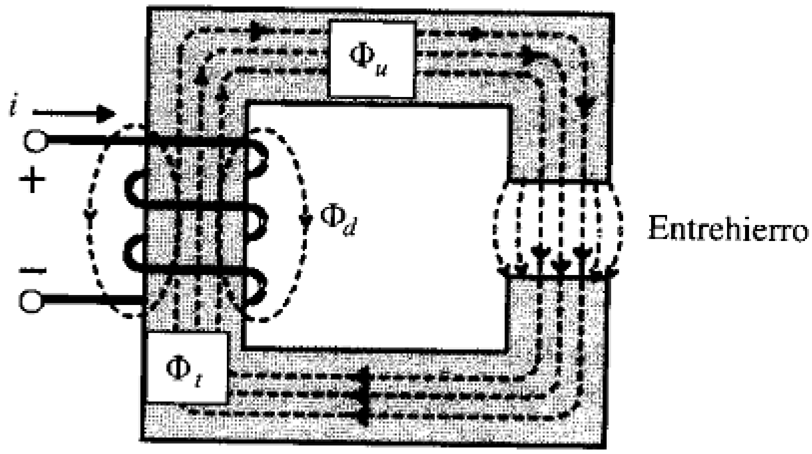


Figura 4-1: Flujo disperso en un entrehierro.