GUÍA DE EJEMPLOS - PROBLEMAS DE MAQUINAS ELECTRICAS DE CORRIENTE CONTINUA

Ing. Maximiani Carlos Alberto

EJEMPLO 1. Un motor de corriente continua entrega nominalmente 15 CV de potencia útil a una velocidad de 700 rpm. Calcular el par que ejerce el motor al momento del arranque sabiendo que, es tres veces más grande que el nominal.

$1CV = 736\ W$
$1HP = 746\ W$

$P_u = 15\ CV\ de\ donde\ con\ la\ transformación\ P_u = 15 * 736 = 11{,}040\ W$

$n = 700\ rpm$

$C_a = 3 * C_{mu}$

$C_{mu} = \frac{P_u * 60}{2\pi n} = \frac{11040 * 60}{2\pi * 700} = 150,6\ Nm$

$C_a = 3 * 150,5 = 452\ Nm$

EJEMPLO 2. Un motor de corriente continua serie entrega a plena carga $10CV$ a $1{,}500rpm$, con una alimentación de $220V$ y una corriente de $40A$. Si la resistencia del inducido y la de la bobina de conmutación suman $0,1\Omega$ y la bobina de excitación tiene $0,2\Omega$ con una caída de tensión en cada escobilla de $1V$. Calcular:

a) La fcem.

b) El par de rotación útil.

c) La eficiencia o el rendimiento del motor.

d) La resistencia del reostato de arranque necesaria para que al momento del arranque la intensidad de corriente no sea de $1,5$ veces mayor que la nominal.

$Motor\ Serie$

$R_{ai} + R_{ac} = 0,1\Omega \qquad R_{ex} = 0,2\Omega \qquad R_T = R_{ai} + R_{ac} + R_{ex} = 0,3\Omega$

$U = I_a R_T + E + U_{esc} \quad U_{esc} = 2V$

$despejando\ la\ fcem\ nos\ queda$

$E = U - I_a R_T - U_{esc} = 220 - 40 * 0,3 - 2 = 206V$

$C_{mu} = \frac{P_u * 60}{2\pi n} = \frac{7360 * 60}{2\pi * 1500} = 46,86Nm$

$P_T = U * I = 220 * 40 = 8{,}800W$

$\eta_{\%} = \frac{P_U}{P_T} * 100 = \frac{7{,}360}{8{,}800} * 100 = 83,6\,\%$

$R' = \frac{U - U_{esc}}{I_{arr}} = \frac{220 - 2}{60} = 3,63\Omega$

$R_{arr} = R' - R_T = 3,63 - 0,3 = 3,33\Omega$

Ejemplo 3. Un motor de corriente continua serie tiene una resistencia total en las bobinas -Excitación+inducido+conmutación- de $0,2\Omega$ y una caída de tensión por contacto de escobilla de $0,75V$. Conectado a una fuente de $220V$ que gira a una velocidad $2{,}000rpm$, consume una corriente de $11A$ y entrega una potencia mecánica-potencia útil- de $3CV$. Calcular:

a) El par de rotación electromagnético.

b) El par de rotación Útil.

c) La resistencia del reostato de arranque para que la corriente, en el arranque, no sobrepase el doble de la corriente en marcha normal.

$Motor\ Serie$

$1CV = 736\ W$

$1HP = 746\ W$

$P_u = 3\ CV\ de\ donde\ con\ la\ transformación\ P_u = 3 * 736 = 2{,}208\ W$

$n = 2{,}000\ rpm$

$R_T = R_{ai} + R_{ac} + R_{exc} = 0,2\Omega$

$U = I_a R_T + E + U_{esc} \qquad U_{esc} = 1,5V$

$E = U - I_a R_T - U_{esc} = 220 - 11 * 0,2 - 1,5 = 216,3V$

$C_{me} = \frac{P_e*60}{2\pi n} = \frac{U*I*60}{2\pi*1500} = \frac{216{,}3*11*60}{2\pi*1500} = 11,36Nm$

$C_{mu} = \frac{P_u*60}{2\pi n} = \frac{2{,}208*60}{2\pi*2000} = 10,54Nm$

$R' = \frac{U-U_{esc}}{I_{arr}} = \frac{220-1{,}5}{22} = 9,93\Omega$

$R_{arr} = R' - R_T = 9,93 - 0,2 = 9,73\Omega$

Ejemplo 4. Un motor de corriente continua serie de $20CV$, $250V$, $800rpm\ y\ 80A$, tiene resistencia de las bobinas de $0,15\Omega$ y una caída de tensión por escobilla de $0,85V$. Calcular para el funcionamiento a plena carga.

a) La fcem.
b) La intensidad de corriente al momento del arranque -$R_{arr} = 0$-
c) El valor de la R_{arr} para que al momento del arranque la corriente no supere el doble de la nominal.
d) La potencia absorbida nominal.
c) La potencia electromagnética nominal.

Motor Serie

$1CV = 736\ W$
$1HP = 746\ W$

$P_u = 20\ CV\ de\ donde\ con\ la\ transformación\ P_u = 20 * 736 = 14{,}720\ W$
$n = 800\ rpm$
$R_T = R_{ai} + R_{ac} + R_{exc} = 0,15\Omega$

$U = I_a R_T + E + U_{esc} \qquad U_{esc} = 1,7V$

$E = U - I_a R_T - U_{esc} = 250 - 80 * 0,15 - 1,7 = 236,3V$

$I_{arr} = \frac{U - U_{esc}}{R_T} = \frac{250-1,7}{0,15} = 1{,}655A$

$I'_{arr} = 2 * I_a = 2 * 80 = 160A$

$R\text{'} = \frac{U - U_{esc}}{I_{arr}} = \frac{250-1,7}{160} = 1,55\Omega$

$R_{arr} = R' - R_T = 1,55 - 0,15 = 1,4\Omega$

$P_T = U * I = 250 * 80 = 20{,}000W$

$P_{em} = E * I_a = 236,3 * 80 = 18{,}900W$

Ejemplo 5. Un motor de corriente continua derivación tiene una resistencia de inducido y conmutación de $0,25\Omega$, un bobinado de excitación de 200Ω y una caída de tensión en la escobilla de $1V$. Si conectado a $240V$ de línea consume $35A$ y entrega una potencia útil de $10CV$ a $1{,}200rpm$. Calcular.

a) La fcem.
b) La intensidad en el inducido.
c) La intensidad en la bobina de excitación.
d) El par de rotación útil.

Motor Derivación

$I_{ex} = \frac{U}{R_{ex}} = \frac{240}{200} = 1,2A$

$I_{ai} = I_L - I_{ex} = 35 - 1,2 = 33,8A$

$U = I_{ai}(R_{ai} + R_c) + E + U_{esc}$

$U_{esc} = 2V \qquad P_u = 10CV * 736 = 7{,}360W$

$E = U - I_{ai}(R_{ai} + R_c) - U_{esc} = 240 - 33,8 * 0,25 - 2 = 229,55V$

$C_{mu} = \frac{P_u * 60}{2\pi n} = \frac{7360*60}{2\pi * 1200} = 58,57Nm$

EJEMPLO 6. Se tiene un motor de corriente continua derivación de $600V$, $90CV$, $130A$, 2,500rpm, con $0,2\Omega$ de resistencia total de los bobinados de inducido y de conmutación, 500Ω en el bobinado de excitación y $2V$ de caída de tensión por contacto en la escobilla. Calcule para el funcionamiento a plena carga.

a) El rendimiento del motor.
b) La intensidad de la corriente en el inducido.
c) La fcem.
d) El par de rotación electromagnético.
e) El par de rotación útil.
f) La potencia electromagnética.
g) La intensidad de la corriente en el inducido durante un arranque directo.
h) La resistencia del reóstato de arranque para que la intensidad de la corriente en el inducido no supere dos veces el valor nominal durante el arranque.

Motor Derivación

$$P_U = 90CV * 736 = 66{,}240W \qquad U_{esc} = 4V$$

Plena Carga

$$P_T = U * I_L = 600 * 130 = 78{,}000W$$

$$\eta\% = \frac{P_U}{P_T} * 100 = \frac{66{,}240}{78{,}000} * 100 = 84,9\,\%$$

$$I_{ex} = \frac{U}{R_{ex}} = \frac{600}{500} = 1,2A$$

$$I_{ai} = I_L - I_{ex} = 130 - 1,2 = 128,8A$$

$$U = I_{ai}(R_{ai} + R_c) + E + U_{esc}$$

$$E = U - I_{ai}(R_{ai} + R_c) - U_{esc} = 600 - 128,8 * 0,2 - 4 = 570,24V$$

$$C_{me} = \frac{P_e * 60}{2\pi n} = \frac{U * I * 60}{2\pi * 2{,}500} = \frac{570{,}24 * 128{,}8 * 60}{2\pi * 2{,}500} = 280,5Nm$$

$$C_{mu} = \frac{P_u * 60}{2\pi n} = \frac{66{,}240 * 60}{2\pi * 2{,}500} = 253Nm$$

$$P_{em} = E * I_a = 570,24 * 128,8 = 73{,}400W$$

$I_{arr} = \frac{U - U_{esc}}{R_{ai} + R_c} = \frac{600-4}{0,2} = 2{,}980A$

$I_{arr}^{'} = 2 * I_L = 2 * 130 = 260A$

De la gráfica obtenemos

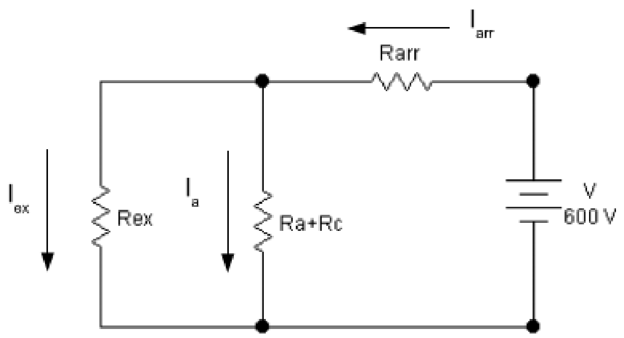

FIGURA 0.0.1.

$U = I_{ai}(R_{ai} + R_c) + E + U_{esc}$

$U = U_{R_{arr}} + I_{ai}(R_{ai} + R_c) + U_{esc} = U_{R_{arr}} + U_{ab}$

$U_{ab} = 4 + 260 * 0,2 = 56V$

$I_{ex} = \frac{V_{AB}}{R_{ex}} = \frac{56}{500} = 0,112A$

$I_L = I_{ai} + I_{ex} = 260 + 0,112 = 260,112A$

$V_{Rarr} = V - V_{AB} = 600 - 56 = 544V$

$R_{arr} = \frac{V_{R_{arr}}}{I_L} = \frac{544}{260{,}112} = 2,1\Omega$

EJEMPLO 7. Un motor de corriente continua de excitación compuesta conectado a $220V$ y a plena carga, consume una corriente de $40A$ y entrega $10CV$a $1{,}500rpm$. Tiene una resistencia de inducido de $0,15\Omega$, bobinado de conmutación de $0,05\Omega$ y devanado serie de $0,5\Omega$. La caída de tensión en la escobilla es de $1V$ y la resistencia del bobinado derivación es de 200Ω. Calcular:

a) La intensidad de la corriente del inducido.
b) La corriente de la bobina de excitación.
c) El par de rotación útil.

d) El rendimiento del motor.

Motor compuesto - conexión larga

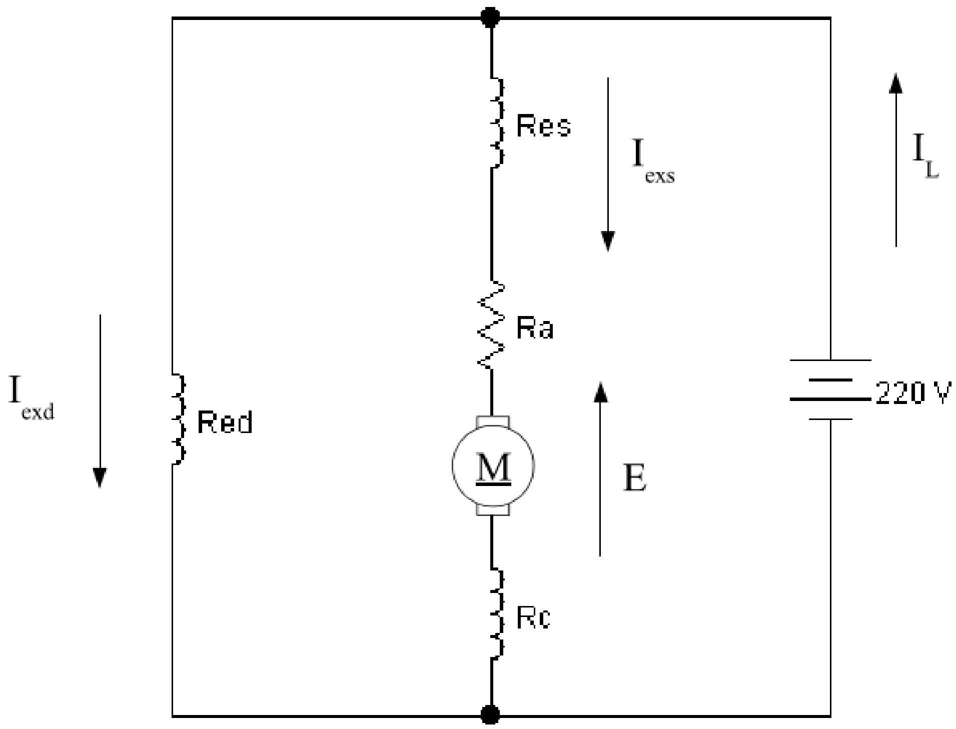

FIGURA 0.0.2.

$P_u = 10CV = 7360W = 7,36kW \qquad V_{esc} = 2V$

$I_L = 40A \quad n = 1{,}500rpm \quad V = 220V$

$R_{ai} = 0,15\Omega \quad R_{cun} = 0,05\Omega \quad R_{exser} = 0,5\Omega \qquad R_{exder} = 200\Omega$

$I_{exder} = \frac{V}{R_{exder}} = \frac{220}{200} = 1,1A$

$I_L = I_{ai} + I_{exder} \quad de\,donde \qquad I_{ai} = I_L - I_{exder} = 40 - 1,1 = 38,9A$

$C_{mu} = \frac{P_u*60}{2\pi n} = \frac{7360*60}{2\pi*1{,}500} = 46,85Nm$

$P_T = U * I_L = 220 * 40 = 8{,}800W$

$\eta\% = \frac{P_U}{P_T} * 100 = \frac{7{,}360}{8{,}800} * 100 = 83,6\,\%$

Ejemplo 8. Fuerza magnética sobre una corriente.

Por un hilo conductor rectilíneo de $0,75m$ de longitud circula una corriente de $20A$ de intensidad; se coloca en el campo magnético producido por un imán de herradura, formando la corriente un ángulo de $30^{\underline{o}}$ con respecto a las líneas de fuerza del campo magnético. Si la intensidad del campo B es de $2 \times 10T$, determinar numéricamente la magnitud de la fuerza y con la ayuda de una figura su dirección y sentido.

Resolución:

La ecuación de Lorentz proporciona la expresión de la fuerza magnética que sufre una corriente eléctrica I rectilínea y de longitud L si está inmersa en un campo magnético B:

$F_m = I.B.L.sen\phi$

siendo ϕ el ángulo que forma la corriente I con el campo B. Sustituyendo en la expresión anterior se tiene:

$F_m = 20 \times 2 \times 10 \times 0,75 \times sen30^0 = 1,5 \times 10N$

Ejemplo 9. Cupla en una espira

Enunciado:

- Dimensiones de la espira: $a = 20, b = 10cm$
- Campo magnético $B = 40G = 0,004T$
- Intensidad $I = 3A$
- Angulo $\theta = 60^{\underline{o}}$

Resolución:

Calculamos la fuerza que ejerce el campo magnético sobre cada uno de los lados a de la espira

$F = iBa = 3 \times 0,004 \times 0,2 = 0,0024N$

Momento del par de fuerzas respecto del eje de la espira

$T = 2F \cdot (b/2)cos\theta = 0,0024 \times 0,1 \times cos60^{\underline{o}} = 0,00012N \cdot m$

Ejemplo 10. Motores de Continua

Calcular la cupla y la velocidad de un motor de continua de $50W$ que a plena carga gira a $3{,}000rpm$.

En primer lugar hay que convertir las rpm a unidades del SI que son $[rad/s]$. Para ello sabemos que $1[rpm] = \pi/30[rad/s]$. Entonces

$\omega = 3{,}000 \times \pi/30 = 314,16[rad/s]$

Si nos dan la potencia y la velocidad inmediatamente podemos obtener la cupla mediante

$P_m = T \times \omega \Rightarrow T = P_m/\omega \Rightarrow T = 50/314,16 = 159 \times 10Nm$

Ejemplo 11. Motores de Continua

Calcular la cupla y la potencia mecánica de un motor de continua de $120V$ de alimentación que se sabe que para determinada situación de carga está girando a $1800rpm$ consumiendo de la línea unos $40A$. La resistencia de armadura es $R_{ai} = 0,25\Omega$.

Resolución:

Con el mismo criterio del ejercicio anterior la velocidad es $\omega = 1800 \times \pi/30 = 188,5[rad/s]$ Luego no podemos obtener de estos datos la cupla por que nos está faltando la constante del motor $T = 2.F.(b/2).Z = N.I.a.B.b.Z = N.I.B.A.Z = N.I.\Phi.Z = K.I.\Phi$.

Incluso no sabemos nada del flujo que suponemos constante.

Pero como la diferencia entre la tensión de alimentación y la fuerza contraelectromotriz es $I \times R_{ai}$ $(V - E = I.R_{ai})$ resulta fácil obtener la fcem y de allí obtener la constante mediante la ecuación $E = K\omega\phi$.

Entonces, de la ecuación $(V - E = I.R_{ai})$ despejamos : $E = V - I.R_{ai} \Longrightarrow E = 120–40 \times 0,25 \Longrightarrow E = 110V$

Luego con ese resultado vamos a la ecuación $E = K\omega\phi$ y obtenemos:

$K.\phi = E/\omega \Longrightarrow K.\phi = 110/188,5 \Longrightarrow K.\phi = 0,5835[Vs/rad]$

Con esto y la ecuación $T = K.I.\phi$ obtenemos la cupla:

$T = K.I\phi \Longrightarrow T = 0,5835 \times 40 \Longrightarrow T = 23,34Nm$

La potencia mecánica, tenemos la ecuación

$P_m = T \times \omega \Longrightarrow P_m = 23,34 \times 188,5 = 440W$

Ejemplo 12. Velocidad en conexión Derivación

Un motor de continua de $120V$ en conexión derivación consume un total de $40A$. y tiene una resistencia en el bobinado de campo de $R_{exd} = 60\Omega$ y de armadura de $R_{exs} = 0,25\Omega$. Se sabe además que en vacío entrega una cupla de $50Nm$. ¿Cuál será la potencia mecánica y la velocidad que desarrolla?

Resolución:

Lo primero que debe llamarnos la atención es que nos dan dos resistencias: la de armadura y la de campo. Esto es por que se supone que con el motor funcionando en conexión derivación parte de la corriente va por la armadura y parte va para el campo. Recordemos entonces que la conexión derivación pone en paralelo ambos circuitos, por lo tanto circularán:

$I_{exd} = 120V/60\Omega = 2A\ para\ el\ Campo \Longrightarrow I_{exs} = I_T–I_{exs} = 40 - 2 = 38A\ para\ la\ Armadura.$

También resulta de la ecuación:

$E = V–I.R_{ai} \Longrightarrow E = 120–38 \times 0,25 \Longrightarrow E = 110,5V$

Con lo cual ya podemos conocer la potencia mecánica por que

$P_m = E.I = 110,5 \times 38 = 4199W$

Con la corriente de armadura y la cupla podemos calcular rápidamente la

$T = K.I\phi \Longrightarrow K.\phi = T/I_{exs} \Longrightarrow K.\phi = 50/38 = 1,316Nm/A$

Con estos valores y la ecuación

$\omega = E/(K.\phi) \Longrightarrow \omega = 110,5/1,316 = 83,98Rad/s$

Ejemplo 13. Cupla en un motor serie

Un motor serie toma $25A$ de corriente y produce una cupla de $122Nm$ y se sabe que la cupla empieza a saturar a los $32A$. Calcular:

1. El par cuando la corriente aumenta a $30A$.
2. El par para $35A$. (Variación del 10 %)

Resolución:

Sabiendo que $T = K.I^2 \Longrightarrow K = T/I^2 \Longrightarrow K = 0,1952Nm/A^2$

Entonces para el punto 1 resulta:

$T = K.I^2 \Longrightarrow T = 0,1952 \times (30)^2 = 175,68Nm$

Para el punto 2 hay que considerar que la cupla se satura y empieza a ser alineal. Pero el ejercicio dice que hay un 10 % de variación, con esto usamos la misma ecuación anterior para calcular la cupla pero agregándole ese porcentaje:

$T = 1,1 \times K.I^2 \Longrightarrow T = 1,1 \times 0,1952 \times (35)^2 = 263,03Nm$

Tabla de Conversiones:

PARA PASAR DE N a Kg fuerza $1N = 0,98Kgf$

Libras a Kilogramos $1Lb = 0,456Kg$

Pies a metros $1pie = 0,3048m$

RPM a [Radianes / Segundo] $1rpm = \pi/30\ rad/s$

Equivalencias:

$N \times m = W \times s$

$N = Kg \times m/s^2$

Ejemplo 14. Una Dínamo de excitación independiente, tiene las siguientes características, la potencia de $10kW$, la tensión en bornes es de $125V$, la resistencia del devanado del inducido es de $0,06\Omega$ y resistencia del devanado de conmutación $0,04\Omega$ en caliente-75^0C- . Calcular:

a): El valor de la fem generada a plena carga, considerando la caída de tensión correspondiente al contacto de cada escobilla con el colector de 1V.

b): Potencia total producida por el inducido.

c): Potencia perdida en el inducido, polos de conmutación y escobillas.

La intensidad suministrada a plena carga es $I = \frac{P_u}{U_b} = \frac{10{,}000}{125} = 80A$

La fem generada a plena carga es $E = U_b + I(R_{ai} + R_c) + 2U_{esc}$

de donde $E = 125 + 80(0,06 + 0,04) + 2 * 1 = 135V$

La potencia total producida $P_T = E * I = 135 * 80 = 10{,}800W$

La potencia pérdida por efecto Joule en el inducido, polos de conmutación y escobillas, son las pérdidas en el cobre de los devanados P_{cu}.

$P_{cu} = I^2(R_{ai} + R_c) + 2U_{esc}I = (80)^2(0,06 + 0,04) + 2 * 1 * 80 = 800W$

También se pueden obtener estás pérdidas restando de la potencia total producida por el inducido la potencia utilizada.

$P_{cu} = P_T - P_u = 10{,}800 - 10{,}000 = 800W$

Ejemplo 15. Una Dínamo derivación de $50kW$, $250V$, $1{,}150rpm$, tiene una resistencia en el circuito de excitación de $62,5\Omega$, una resistencia en el devanado del inducido y devanado de conmutación de $0,025\Omega$. La caída de tensión por contacto de escobilla con colector es de $1,5V$. Calcular cuando la máquina funciona a plena carga:

- **a):** Intensidad de corriente de carga.
- **b):** Intensidad de corriente de excitación.
- **c):** Intensidad de corriente en el inducido.
- **d):** Valor de la fem generada en el inducido.
- **e):** Potencia eléctrica total.
- **f):** Potencia perdida por efecto Joule en los devanados y contacto de escobillas con el colector.

La intensidad de corriente en la carga

$I = \frac{P_u}{U_b} = \frac{50{,}000}{250} = 200A$

La intensidad en el devanado derivación

$I_d = \frac{U_b}{R_{exd}} = \frac{250}{62{,}5} = 4A$

La intensidad de corriente en el inducido es la suma de la intensidad de carga y la del devanado derivación

$I_i = I + I_d = 200 + 4 = 204A$

La fem generada

$E = U_b + I(R_{ai} + R_c) + 2V_{esc} = 250 + 204 * 0,025 + 2 * 1,5 = 258,1V$

La potencia eléctrica total

$P_T = E * I_i = 258,1 * 204 = 52{,}652,4W$

Las pérdidas por efecto Joule

$P_{cu} = P_T - P_u = 52{,}652,4 - 50{,}000 = 2{,}652,4W$

La potencia perdida por efecto también se puede calcular

$P_{cu} = I_i^2(R_{ai}+R_c)+I_d^2R_{exd}+2U_{esc}I_i = (204)^2*0,025+62,5*(4)^2+2*1,5*204 = 2{,}652,4W$

Ejemplo 16. Una Dínamo de excitación compuesta larga de $100kW, 250V, 1450rpm$, presenta una resistencia de inducido de $0,03\Omega$, de devanado auxiliar de conmutación de $0,01\Omega$, de devanado de excitación serie de $0,02\Omega$ y de devanado de excitación derivación de 100Ω . Se considera una caída de tensión por contacto de escobilla de escobilla con colector de $1V$. Calcular cuando la máquina funciona a plena carga:

a): Intensidad que suministra a la carga
b): Intensidad en el inducido
c): Valor de la fem
d): Potencia eléctrica total
e): Pérdida de potencia por efecto Joule en los devanados y escobillas

La intensidad de carga
$I = \frac{P_u}{U_b} = \frac{100{,}00}{250} = 400A$
La intensidad en el devanado derivación
$I_d = \frac{U_b}{R_{exd}} = \frac{250}{100} = 2,5A$
La intensidad en el inducido
$I_i = I + I_d = 400 + 2,5 = 402,5A$
La fem $E = U_b + I_i(R_{ai} + R_c + R_s) + 2U_{esc}$
$E = 250 + 402,5(0,03 + 0,01 + 0,02) + 2 * 1 = 276,15V$
La potencia eléctrica total
$P_T = E * I_i = 276,15 * 402,5 = 111{,}150,37W$
Las pérdidas por efecto Joule
$P_{cu} = P_T - P_u = 111{,}150,37 - 100{,}000 = 11{,}150,37W$

Ejemplo 17. Un motor shunt de corriente continua de $30CV$ se conecta a una línea de $230V$ para accionar una bomba. Con dicha bomba conectada, consume una corriente de línea de $83,5A$, y gira a una velocidad de $1200rpm$ Si se quiere que el motor gire en vacío a la misma velocidad, es necesario que la tensión de alimentación se reduzca a $216V$, siendo el consumo de $6,5A$. Los datos del motor son los siguientes: Resistencia del devanado de inducido, sin incluir las escobillas: $0,15\Omega$, Resistencia del devanado de excitación: 174Ω, Caída de tensión total en las escobillas, independiente de la carga: $2V$, Las pérdidas en el hierro se desprecian.

Se pide:

a): La potencia, en CV, suministrada por el motor a la bomba.
b): El rendimiento del motor con la bomba conectada, especificando cada una de las pérdidas que se producen.

Solución:

Antes de resolver el problema es necesario realizar una serie de simplificaciones e hipótesis sobre el funcionamiento de la máquina. Primero se va a considerar que la máquina no trabaja saturada. Por otro lado, no se aporta en el enunciado ninguna información sobre si hay que considerar la reacción inducido. Por lo tanto, también se considera que es despreciable. El enunciado del problema indica que se desprecien las pérdidas en el hierro. El otro tipo de pérdidas que hay que considerar son las mecánicas. En principio, no hay ningún indicio que permite poder despreciarlas.

Apartado A

En este apartado se pide la potencia útil del motor cuando está accionando la bomba. En esta situación de carga del motor se conocen los siguientes datos:

$U = 230V,\ I = 83,5A,\ N = 1{,}200rpm$

El circuito eléctrico equivalente del motor shunt, con el que se va a trabajar, es el siguiente:

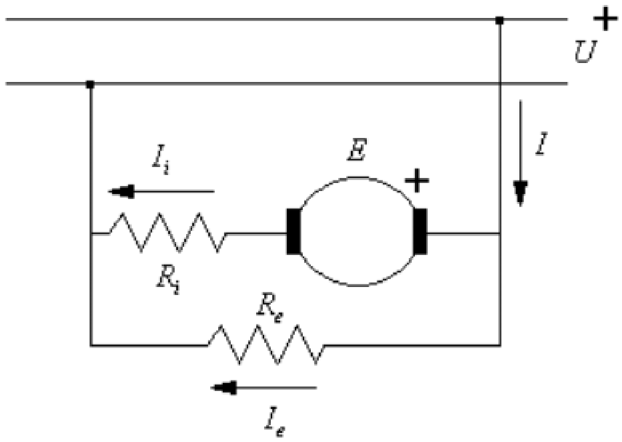

FIGURA 0.0.3.

Utilizando las leyes de Kirchoff sobre el circuito de la figura, es posible calcular la corriente del inducido, la corriente de excitación y la fuerza electromotriz inducida:

$U = I_{exd} * R_{exd} \Longrightarrow I_{exd} = \frac{U}{R_{exd}} = \frac{230}{174} = 1,32A$

$I_{ai} = I - I_{exd} = 83,5 - 1,32 = 82,18A$

$U_b = E + I_i * R_{ai} + 2U_{esc}$

$E = U_b - I_i * R_{ai} - 2U_{esc} = 230 - 82,18 * 0,15 - 2 = 215,67V$

Para determinar la potencia útil del motor es necesario realizar un balance de potencias al mismo. La potencia consumida se emplea en transmitir una potencia mecánica útil a la bomba, y en vencer las pérdidas: pérdidas por efecto Joule en el inducido y en el devanado de campo, pérdidas en las escobillas y pérdidas mecánicas. Las pérdidas en el hierro no se incluyen porque se ha considerado que son despreciables. Con los datos disponibles se pueden calcular las siguientes potencias:

- Potencia consumida por el motor:

$P_{ab} = U * I = 230 * 83,5 = 19{,}205W$

- Potencia de pérdidas en las escobillas:

$P_{esc} = U_{esc} * I = 2 * 83,5 = 164,36W$

- Potencia de pérdidas en el devanado de campo:

$P_{exc} = R_{exc} * I_{exc}^2 = 174 * (1,32)^2 = 304,02W$

- Potencia de pérdidas por efecto Joule en el devanado del inducido:

$P_{cui} = R_{ai} * I_{ai}^2 = 0,15 * (82,18)^2 = 1{,}013W$

Las pérdidas mecánicas en principio son desconocidas. Además no se conoce si son constantes o variables con la velocidad. No obstante, en el enunciado se proporcionan los datos de funcionamiento del motor en vacío. En esta situación el motor gira a la misma velocidad, 1200 r.p.m., que en la situación de carga. Por lo tanto, aunque las pérdidas mecánicas sean dependientes de la velocidad, van a ser iguales en las dos situaciones de funcionamiento del motor presentadas en el enunciado. Para determinar estas pérdidas es necesario efectuar un balance de potencias al motor funcionando en vacío. En esta situación, la potencia útil es nula. La potencia que consume el motor se emplea totalmente en compensar las pérdidas que se producen en el motor. Primero, con la ayuda del circuito eléctrico equivalente, es necesario determinar las siguientes magnitudes: corriente del inducido, corriente de excitación y la fuerza electromotriz inducida.

$U = I_{ex} * R_{ex} \Longrightarrow I_{ex} = \frac{U}{R_{ex}} = 1,24A$

$I_{ai} = I - I_{ex} = 6,5 - 1,24 = 5,26A$

$U_b = E + I_i * R_{ai} + 2U_{esc}$

$E = U_b - I_i * R_{ai} - 2U_{esc} = 213,21V$

Con los datos anteriores se pueden calcular las siguientes potencias:

- Potencia consumida por el motor:

$P_{ab} = U * I = 216 * 6,5 = 1{,}404W$

- Potencia de pérdidas en las escobillas:

$P_{esc} = U_{esc} * I_{ai} = 2 * 5,26 = 10,52W$

- Potencia de pérdidas en el devanado de campo:

$P_{exc} = R_{exc} * I_{exc}^2 = 174 * 1,24)^2 = 268,14W$

- Potencia de pérdidas por efecto Joule en el devanado del inducido:

$P_{cui} = R_{ai} * I_{ai}^2 = 0,15 * 5,26)^2 = 4,15W$

- Entonces, las pérdidas mecánicas se pueden calcular de la siguiente forma:

$P_{ab} = P_{mec} + P_{esc} + P_{exc} + P_{cui}$

$P_{mec} = P_{ab} - (P_{esc} + P_{exc} + P_{cui}) = 1121,20W$

Se puede comprobar que las pérdidas mecánicas son iguales a la potencia mecánica interna desarrollada por el motor en vacío. Ya es posible determinar la potencia útil del motor funcionando en carga:

$P_{ab} = P_u + P_{mec} + P_{cui} + P_{esc} + P_{exc}$

$P_u = P_{ab} - (P_{mec} + P_{cui} + P_{esc} + P_{exc}) = 16{,}602W = 22,26CV$

En el apartado A se han calculado los datos necesarios para responder a este apartado. Por lo tanto no es necesario realizar ninguna operación nueva. El rendimiento será el siguiente:

$\eta = \frac{P_u}{P_{ab}} 100 = \frac{16{,}602}{19{,}205} * 100 = 86,45\,\%$

Las pérdidas del motor cuando está accionando la bomba también se han determinado en el apartado A, y son las siguientes:

- Potencia de pérdidas en las escobillas:

$P_{esc} = 164,36W$

- Potencia de pérdidas en el devanado de campo:

$P_{exc} = 304,02W$

- Potencia de pérdidas por efecto Joule en el devanado del inducido:

$P_{cui} = 1{,}013W$

- Pérdidas mecánicas:

$P_{mec} = 1{,}121,20W$

Ejemplo 18. Un motor serie de corriente continua suministra una potencia útil de $20CV$. Las características del motor son las siguientes: rendimiento $84,2\,\%$, velocidad $900rpm$, tensión en bornes$230V$, resistencia del inducido $0,12\Omega$ y resistencia de excitación es de $0,05\Omega$. Determine cuando funciona a plena carga:

a): La intensidad que consume.
b): El valor de la fuerza contraelectromotriz.
c): El par útil.

Nota: Despreciar en este problema la caída de tensión en las escobillas y la resistencia del reóstato de arranque R_{rarr} y de los polos auxiliares.

Solución.

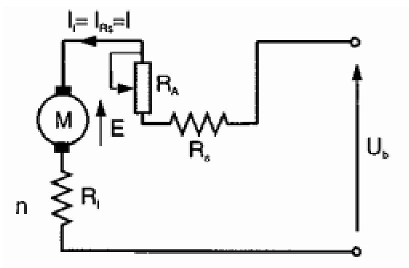

Figura 0.0.4.

$P_u = 20CV = 20CV * 736W/CV = 14{,}720W$

$\eta = \frac{P_u}{P_{ab}} 100 \Longrightarrow P_{ab} = \frac{P_u}{\eta} = \frac{14{,}720}{84{,}2} = 17{,}483,185W$

$P_{ab} = U_b * I_{ab} \Longrightarrow I_{ab} = \frac{P_{ab}}{U_b} = \frac{17{,}483{,}185}{230} = 76A$

$I_{ab} = I_{ai} = I_{ex} = 76A$

$U_b = E + I_i * (R_{ai} + R_{ex})$
$E = U_b - I_i * (R_{ai} + R_{ex}) = 230 - 76(0,12 + 0,05) = 217V$
$n = 900rpm \Longrightarrow \omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{2\pi 900}{60} = 94,2rad/s$
$M_u = \frac{P_u}{\omega} = \frac{14,720}{94,2} = 156,26Nm$

Ejemplo 19. Un motor eléctrico de corriente continua, consume $20A$ cuando gira a $1000rpm$, posee una $R_{ai} = 0,2\Omega$ y la fuerza electromotriz es de $12V$.

Calcular:

a): Tensión de alimentación.
b): Potencia absorbida, potencia útil y rendimiento.
c): Intensidad de cortocircuito.
d): Resistencia del reóstato de arranque para limitar la intensidad en ese régimen a $1,5In$..
e): Par motor y par de arranque suponiendo el flujo constante.

Solución

Como en el enunciado del problema no indica el tipo de motor del que se trata voy a considerar que es de excitación independiente.

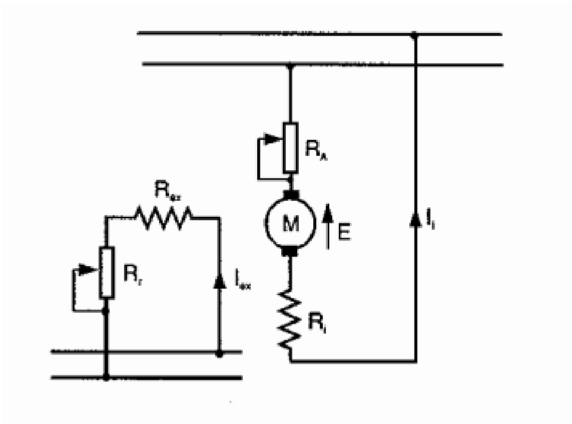

Figura 0.0.5.

$U_b = E + I_i * R_{ai} + 2U_{esc}$
$U_b = 12 + 20 * 0,2 + 2 = 18V$
$P_{ab} = U * I = 18 * 20 = 360W$
$P_u = P_{Ei} = E * I_i = 12 * 20 = 240W$
$\eta = \frac{P_u}{P_{ab}}100 = \frac{240}{360} * 100 = 66,66\,\%$

Considero que las pérdidas mecánicas y en hierro son despreciables, por lo que la potencia útil es igual a la potencia mecánica interna y a la potencia eléctrica interna.

En el momento del arranque la velocidad es nula, por lo que la fcem también será nula.

$I_{arr} = \frac{U_b - E - 2U_{esc}}{R_{ai}} = \frac{18-0-2}{0,2} = 80A$

Al intercalar una resistencia en serie con el inducido para limitar el valor de la intensidad, se tendrá:

$R_{arr} = \frac{U_b - 2U_{esc} - R_{ai},1{,}5.I_{ai}}{1{,}5.I_{ai}} = \frac{18-2-0{,}2{,}1{,}5{,}20}{1{,}5{,}20} = 1,66\Omega$

El par lo obtenemos a partir de la potencia útil y la velocidad de giro.

$n = 900rpm \Longrightarrow \omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{2\pi 1000}{60} = 104,6rad/s$

$M_u = \frac{P_u}{\omega} = \frac{240}{104{,}6} = 2,23Nm$

En el momento del arranque el par es directamente proporcional a la inducción magnética (que considero constante, ya que la excitación es independiente) y a la intensidad del inducido, que en el momento del arranque es muy elevada.

$M_u = k.I_i = 2,23Nm$

$M_{arr} = k.I_{arr} = k{,}30A$

Por lo tanto, al dividir una expresión por la otra obtenemos:

$M_{arr} = M_{arr}.\frac{30}{20} = 2,23 * 1,5 = 3,29Nm$

Ejemplo 20. Un motor eléctrico de corriente continua excitación en derivación tiene las siguientes características: Potencia útil, $P_u = 10CV$, tensión de alimentación, $U_b = 440V$, intensidad u absorbida de la red, $I_b = 20A$. Velocidad de giro$n = 1500rpm$. Resistencia del inducido, $R_{ai} = 0,2\Omega$. Resistencia del devanado de excitación, $R_{exc} = 440\Omega$ .Determine, para el funcionamiento del motor a plena carga:

- **a):** El valor de la fuerza contraelectromotriz.
- **b):** La potencia perdida por efecto Joule en los devanados (pérdidas del cobre) y el valor conjunto de las pérdidas del hierro y mecánicas.
- **c):** El par útil.

Nota: Despreciar en este problema la caída de tensión en las escobillas y la resistencia del reóstato de arranque R_{arr} y de los polos auxiliares.

Solución.

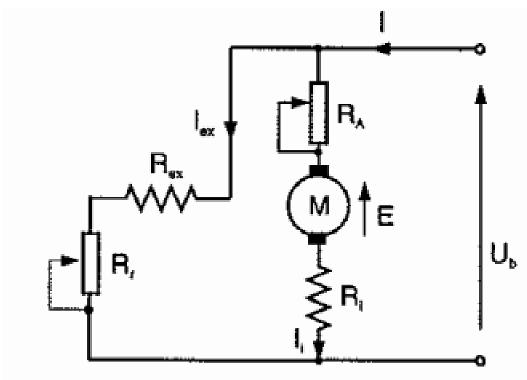

Figura 0.0.6.

$I_{exc} = \frac{U_b}{R_{exc}} = \frac{440}{440} = 1A$
$I_{ai} = I_{ab} - I_{exc} = 20 - 1 = 19A$
$E = U_b - R_{ai}I_{ai} = 440 - 0,2 * 19 = 436,2V$
$P_{cuexc} = R_{exc}I_{exc}^2 = 440 * (1)^2 = 440W$
$P_{cui} = R_{ai}I_{ai}^2 = 0,2 * (19)^2 = 72,2W$
$P_{cuT} = P_{cuexc} + P_{cui} = 440 + 72,2 = 512,2W$
$P_{Ei} = E * I_i = 436 * 19 = 8284W$
$P_{Ei} = P_{Mi} = M_{mi} * \omega$
$P_u = 10CV * 736W/CV = 7{,}360W$
$P_{fe+mc} = P_{mi} - P_u = 8284 - 7360 = 924W$
$\omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{2\pi 1{,}500}{60} = 157rad/s$
$P_u = M_u * \omega \Longrightarrow M_u = \frac{P_u}{\omega} = \frac{7{,}360}{157} = 46,87Nm$

Ejemplo 21. Un motor de corriente continua excitación compound larga, tiene una fcem de $230V$, una resistencia de inducido de $R_{ai} = 0,1\Omega$, una resistencia de excitación derivación de $R_{exc} = 40\Omega$ y una resistencia de excitación serie de $R_{exs} = 0,1\Omega$. Se alimenta con $240V$.

Determinar:

a): Intensidades que circulan por las bobinas.
b): Potencia absorbida de la red. Potencia útil en el eje. Pérdidas en el cobre.
c): Par motor cuando gira a $1000rpm$

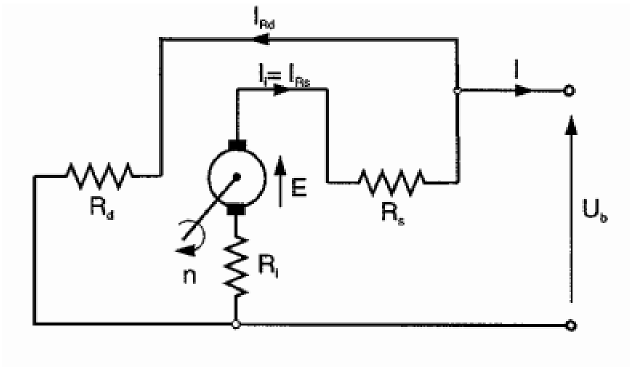

Figura 0.0.7.

Solución.

A partir del esquema eléctrico adjunto calculamos las intensidades que recorren los devanados del motor.

$U_b = R_{exd} * I_d \Longrightarrow I_d = \frac{U_b}{R_{exd}} = \frac{240}{40} = 6A$
$U_b = E + I_i * (R_{ai} + R_{exs}) \Longrightarrow I_{ai} = \frac{U_b - E}{R_{ai} + R_{exs}} = \frac{240-230}{0{,}1+0{,}1} = 50A$
$I_{ab} = I_{ai} + I_d = 50 + 6 = 56A$

$P_{ab} = U * I = 240 * 56 = 13{,}440W$
$P_u = P_{Ei} = E * I_i = 230 * 50 = 11{,}500W$
$P_{cuT} = P_{ab} - P_u = 13{,}440 - 11{,}500 = 1{,}940W$
$P_{cui} = R_{ai} * I_{ai}^2 = 0,1 * (50)^2 = 250W$
$P_{cus} = R_{exs} * I_{ai}^2 = 0,1 * (50)^2 = 250W$
$P_{cud} = R_{exd} * I_d^2 = 40 * (6)^2 = 1440W$

La suma de las pérdidas en los tres devanados del motor serán las pérdidas totales en el cobre, como se puede verificar.

Para calcular el par mecánico útil partimos de la potencia útil, que en este caso , al no comentar la existencia de pérdidas mecánicas ni en el hierro, será la potencia mecánica útil que coincide con la potencia eléctrica útil.

$n = 1{,}000rpm \Longrightarrow \omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{2\pi 1{,}000}{60} = 104,7rad/s$
$P_u = P_{Ei} = P_{mi} = M_u * \omega \Longrightarrow M_u = \frac{P_u}{\omega} = \frac{11{,}500}{104{,}7} = 109,8Nm$