Problemas, Ejercicios, Ejemplos

TEMA : Motores Asíncronos, Motores Síncronos.

Problema 1. Un motor trifásico de inducción de fabricación Americana de $25CV$, $460V$, 6 polos y $60Hz$, cuyo valor nominal de deslizamiento es de $S = 4\,\%$, el factor de potencia o el $Cos\varphi = 0,86$ y el rendimiento $\eta = 0,89$, arrastra una carga de par constante igual al $80\,\%$ del par nominal del motor. Se sabe que en un arranque directo a tensión nominal el motor desarrolla un par $1,75$ veces mayor que el nominal consumiendo una corriente 6 veces mayor que la nominal. Suponer recta, la característica mecánica del motor en la zona estable.

Objetivos: Análisis del comportamiento del motor asíncrono durante el arranque. Estudio de la variación de las prestaciones del motor con la tensión de alimentación.

Cálcular:

1. La mínima tensión de alimentación con la que el motor sería capaz de arrancar arrastrando a la carga.
2. La corriente absorbida en tales condiciones.
3. La velocidad de giro cuando la tensión de alimentación sea la nominal
4. La potencia desarrollada en el caso anterior.

Solución:

1. Se comenzará por determinar la corriente nominal del motor.

La potencia entregada en el eje, por el motor es de $25CV$, que convertidos en $Watt$ son:

$$1CV = 736W \tag{0.1}$$

$$25CV = 18{,}400W$$

La potencia eléctrica consumida por el motor se podrá obtener como:

$$P_{eléctrica} = \frac{P_{útil}}{\eta} \tag{0.2}$$

$$P_{eléctrica} = \frac{18{,}400}{0,89} = 20{,}674W$$

Entonces la corriente nominal será:

$$P_{eléctrica} = \sqrt{3}U_n I_n cos\varphi \tag{0.3}$$

De donde:

$$I_n = \frac{P_{eléctrica}}{\sqrt{3}U_n cos\varphi}$$

$$I_n = \frac{20{,}674}{\sqrt{3} * 460 * 0,86} = 30A$$

El par de arranque del motor es:

$$T_{arr} = \frac{3}{n_s} * \frac{R_R^{'} * U_{th}^2}{(R_{th} + R_R^{'})^2 + (X_{th} + X_R^{'})^2} \tag{0.4}$$

Por lo tanto, sigue una ley del tipo:

$$T_{arr} = K * U^2 \tag{0.5}$$

La corriente de arranque del motor es:

$$I_{arr} = \frac{U_{th}}{(R_R^{'} + R_{th})^2 + (X_{th} + X_R^{`})^2} \tag{0.6}$$

Por lo tanto, sigue una ley del tipo:

$$I_{arr} = K^{'} * U \tag{0.7}$$

El par de arranque a la tensión nominal será:

$$T_{arr.U_n} = K * U_n^2$$

De donde:

$$T_{arr.U_n} = K * 460^2 = 1,75 * T_n \tag{0.8}$$

Para que el motor arranque deberá desarrollar el 80 % del par nominal. Entonces, el par de arranque a la tensión mínima cumplirá:

$$T_{arr.U_{min}} = K * U_{min}^2$$

$$T_{arr.U_{min}} = 0,80 * T_n \tag{0.9}$$

Dividiendo las ecuaciones 7 con 8, nos queda

$$\frac{1,75}{0,80} = \frac{460^2}{U_{min}^2}$$

De donde nos queda

$$U_{min} = \frac{460^2}{1,75} * 0,80 = 311V$$

1. La corriente de arranque a la tensión nominal será:

$$I_{arr.U_n} = K^{'} * U_n = K * 460 = 6 * I_n = 180A \tag{0.10}$$

La corriente de arranque a U_{min} será:

$$I_{arr.U_{min}} = K^{'} * U_{min} = K^{'} * 311 \tag{0.11}$$

Dividiendo las ecuaciones 9 y 10 se obtiene:

$$\frac{180}{I_{arr.U_n}} = \frac{460}{311}$$

De donde obtenemos:

$$I_{arr.U_{min}} = 121,7A$$

1. Si se considera que la curva par-velocidad es recta en la zona estable, entonces se puede asumir que el par es de la forma:

$$T = K * S$$

Una carga que obligue al motor a desarrollar el 80 % del par nominal, implicará que el motor trabaje al 80 % de su deslizamiento nominal, es decir:

$$S_{trab} = 0,8 * 0,04 = 0,032$$

$$S_{trab} = 3,2\,\%$$

1. La velocidad de sincronismo del motor se puede calcular directamente como:

$$n_s = \frac{60 * f}{P} = 1{,}200 rpm \tag{0.12}$$

Entonces la velocidad de giro del motor para el deslizamiento de trabajo será:

$$n = n_s(1 - S) = 1{,}161 rpm$$

La velocidad nominal del motor será:

$$n_n = n_s(1 - S)$$

$$n_n = n_s(1 - 0,04) = 1{,}152 rpm$$

La potencia se puede calcular directamente ya que se conoce el par que debe suministrar el motor que es igual a $0,8T_n$, es decir:

$$P = T * n = 0,8T_n * n = 0,8T_n * n_n \frac{n}{n_n} = 0,8P_n * \frac{n}{n_n} \tag{0.13}$$

de donde, obtenemos

$$P = 0,8 * 18{,}400 \frac{\frac{2\pi}{60} 1{,}161}{\frac{2\pi}{60} 1{,}152} = 14{,}835 W$$

Resumen:

- Conceptos utilizados para la resolución del problema
- Potencia útil y potencia eléctrica absorbida
- Rendimiento
- Par de arranque
- Corriente de arranque

- Zona de funcionamiento estable
- Deslizamiento
- Velocidad de sincronismo

Expresiones matemáticas utilizadas en la resolución del problema

$$P_{eléctrica} = \frac{P_{útil}}{\eta} \tag{0.14}$$

$$T = \frac{P}{n} \tag{0.15}$$

$$T_{arr} = \frac{3}{n_s} * \frac{R'_R * U_{th}^2}{(R_{th} + R'_R)^2 + (X_{th} + X'_R)^2} \tag{0.16}$$

$$I_{arr} = \frac{U_{th}}{(R'_R + R_{th})^2 + (X_{th} + X'_R)^2} \tag{0.17}$$

$$n_s = \frac{60 * f}{P} \tag{0.18}$$

$$n = n_s(1 - S)$$

Ejemplo 2. Los siguientes datos corresponden a la pruebas realizadas en un motor asíncrono trifásico de 3 pares de polos y $7,5kW$, $400V$, $50Hz$, conexión en estrella, Clase A y corriente nominal $I_n = 28A$:

Motor Clase A : $X_S = X'_R$

Medida de la resistencia de estator: $0,243\Omega/fase$.

Ensayo de rotor libre: $f = 50Hz$, $U_{fn} = 240V$, $I_0 = 8,17A$, $P_0 = 420W$.

Ensayo de rotor bloqueado: $U_{cc} = 25V$, $I_{cc} = 27,9A$, $P_{cc} = 920W$.

Objetivos: Revisión ensayos motores asíncronos. Cálculo del circuito equivalente. Cálculo del par máximo y del deslizamiento de par máximo.

Cálcular :

1. Parámetros del circuito equivalente.

2. Par máximo.

3. Velocidad de par máximo.

Solución:

- En el ensayo de rotor libre se tiene:

$$Z_0 = \frac{\frac{U_{Línea}}{\sqrt{3}}}{I_0} \tag{0.19}$$

Obteniendo una

$$Z_0 = \frac{\frac{400}{\sqrt{3}}}{8,17} = 28,3\Omega$$

La tensión de línea debe dividirse por $\sqrt{3}$, puesto que la impedancia, se calcula sobre el circuito equivalente que es un circuito equivalente fase–neutro. La impedancia cumple:

$$Z_0 = R_0 + jX_0 \tag{0.20}$$

La resistencia, se puede calcular directamente a partir de la potencia medida en el ensayo:

$$R_0 = \frac{P_0}{3I_0} \tag{0.21}$$

Obteniendo una

$$R_0 = \frac{420}{3 * (8,17)^2} = 2,1\Omega$$

Conocida la resistencia, la reactancia se obtiene como:

$$X_0 = \sqrt{Z_0^2 - R_0^2} \tag{0.22}$$

Obteniendo una

$$X_0 = \sqrt{(28,3)^2 - (2,1)^2} = 28,2\Omega$$

Del ensayo de rotor bloqueado se obtiene:

$$Z_{cc} = \frac{\frac{U_{cc}}{\sqrt{3}}}{I_{cc}} \tag{0.23}$$

Obteniendo una

$$Z_{cc} = \frac{\frac{25}{\sqrt{3}}}{27,9} = 0,517\Omega \tag{0.24}$$

La tensión que se da como dato en el ensayo es la de línea, por tanto, también hay que dividirla por $\sqrt{3}$. La resistencia de corto circuito cumple:

$$R_{cc} = \frac{P_{cc}}{3I_{cc}^2} \tag{0.25}$$

Obteniendo una

$$R_{cc} = \frac{920}{3 * (27,9)^2} = 0,394\Omega$$

Puesto que la impedancia de corto circuito es :

$$Z_{cc} = R_{cc} + jX_{cc} \tag{0.26}$$

la reactancia se puede calcular como:

$$X_{cc} = \sqrt{Z_{cc}^2 - R_{cc}^2} \tag{0.27}$$

Obteniendo una

$$X_{cc} = \sqrt{(0,157)^2 - (0,394)^2} = 0,355\Omega \tag{0.28}$$

Del ensayo de cortocircuito se sabe que

$$R_{cc} = R_S + R_R^{'} \tag{0.29}$$

Como la resistencia estatórica se suministra de un ensayo independiente:

$$R_S = 0,243\Omega/fase$$

la resistencia rotórica se obtiene por diferencia:

$$R_R^{'} = R_{cc} - R_S$$

Obteniendo una

$$R_R^{'} = 0,394 - 0,243 = 0,151\Omega$$

Por otro lado, también se cumple que :

$$X_{cc} = X_S + X_R^{'} \tag{0.30}$$

Como el motor es una máquina Clase A ($X_S = X_R^{'}$), las reactancias serán:

$$X_S = X_R^{'} = \frac{X_{cc}}{2}$$

Obteniendo una

$$X_S = \frac{0,157}{2} = 0,177\Omega$$

Del ensayo de vacío se sabe que:

$$X_0 = X_S + X_\mu \tag{0.31}$$

por tanto, la reactancia de magnetización se puede obtener como:

$$X_\mu = X_0 - X_S = 28,2 - 0,177 = 28\Omega \tag{0.32}$$

- Para el cálculo del par máximo se partirá del circuito equivalente obtenido mediante los parámetros calculados en el apartado anterior.

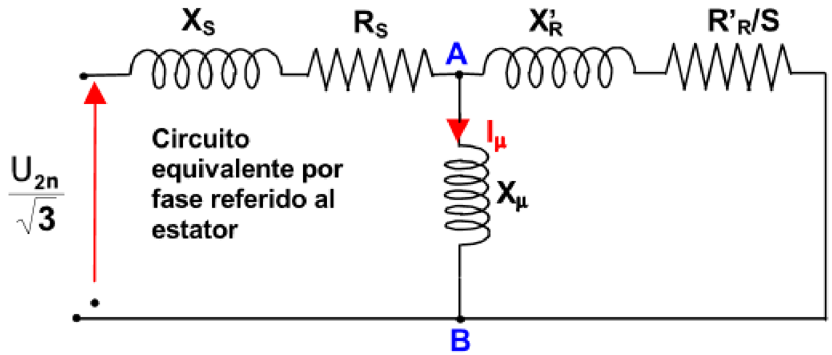

Figura 0.1: Circuito Equivalente

En el circuito equivalente se despreciará la resistencia de pérdidas en el hierro para simplificar los cálculos, ya dichas pérdidas en este tipo de máquina son muy bajas.

Se calculará a partir del circuito anterior el equivalente Thévenin en los terminales AB, extremos de la reactancia de magnetización:

$$U_{th} = \frac{\frac{U_{2n}}{\sqrt{3}} jX_\mu}{R_S + j(X_S + X_\mu)} \tag{0.33}$$

Por lo tanto la

$$U_{th} = 229V$$

La impedancia del equivalente se puede calcular como:

$$Z_{th} = \frac{(R_S + jX_S)jX_\mu}{R_S + j(X_S + X_\mu)} \tag{0.34}$$

Por lo tanto la

$$Z_{th} = 0,24 + j0,18\Omega$$

De donde obtenemos la

$$R_{th} = 0,24\Omega$$

$$X_{th} = 0,18\Omega$$

El par máximo y el deslizamiento al que éste se produce se podrán obtener entonces como:

$$T_{max} = \frac{3U_{th}}{2n_s(Rth + \sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + R_R^{'})^2})} \tag{0.35}$$

El deslizamiento es :

$$S_{Tmax} = \frac{R_R^{'}}{\sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X_R^{'})^2}} \tag{0.36}$$

A partir del deslizamiento, la velocidad se podrá calcular como :

$$n = n_s(1 - S)$$

Resumen:

- Conceptos utilizados para la resolución del problema
- Ensayo de rotor libre
- Ensayo de rotor bloqueado
- Circuito equivalente
- Par máximo
- Deslizamiento de par máximo

Expresiones matemáticas utilizadas en la resolución del problema

$$Z_0 = \frac{\frac{U_{Línea}}{\sqrt{3}}}{I_0} \tag{0.37}$$

$$R_0 = \frac{P_0}{3I_0} \tag{0.38}$$

$$Z_{cc} = \frac{\frac{U_{cc}}{\sqrt{3}}}{I_{cc}} \tag{0.39}$$

$$R_{cc} = \frac{P_{cc}}{3I_{cc}^2} \tag{0.40}$$

$$U_{th} = \frac{\frac{U_{2n}}{\sqrt{3}} jX_\mu}{R_S + j(X_S + X_\mu)} \tag{0.41}$$

$$Z_{th} = \frac{(R_S + jX_S)jX_\mu}{R_S + j(X_S + X_\mu)} \tag{0.42}$$

$$T_{max} = \frac{3U_{th}}{2n_s(Rth + \sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + R_R^{'})^2})} \tag{0.43}$$

$$S_{Tmax} = \frac{R_R^{'}}{\sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X_R^{'})^2}} \tag{0.44}$$

$$n = n_s(1 - S)$$

Problema 3. Un motor asíncrono de rotor bobinado y dos (2) pares de polos con el estator y el rotor conectados en estrella presenta los siguientes datos en su placa de características: $U = 380V$, $P = 7,5kW$, $n = 1443rpm$, $I_R^{'} = 23,7A$, $f = 50Hz$. El motor acciona una centrifugadora de par resistente cuadrático trabajando en condiciones nominales. Por necesidades del proceso productivo que afecta a la centrifugadora se desea conseguir que ésta trabaje a $n = 1300rpm$ para lo cual se estudian dos posibilidades: a) Variar la tensión de alimentación del motor. b) Insertar resistencias rotóricas.

Objetivos: Análisis del comportamiento del motor ante pares resistentes no constantes. Estudio del funcionamiento de los motores de rotor bobinado: variación de sus características con la resistencia rotórica.

Calcular:

- 1. Tensión necesaria y corriente rotórica en el caso a).

- 2. Resistencia por fase referida al estator y corriente rotórica en el caso b).

Datos: Despreciar las pérdidas rotacionales y considerar rectilínea la característica mecánica para deslizamientos comprendidos entre el 0 *y el* 15 %.

Solución:

1. La situación que se plantea en el problema para el funcionamiento del motor es la siguiente:

Puesto que el motor tiene dos (2) pares de polos su velocidad de sincronismo será de $n_s = 1500rpm$. En condiciones nominales trabajará con un deslizamiento de valor:

$$S = \frac{n_s - n}{n_s},100 \tag{0.45}$$

Obteniendo un

$$S = \frac{1500 - 1443}{1500},100 = 3,8\,\%$$

En condiciones nominales, el par motor desarrollado por la máquina será:

$$T = \frac{P}{n} \tag{0.46}$$

Obteniendo un

$$T = \frac{7500}{\frac{2\pi}{60}1443} = 49,6Nm$$

Conocido el par desarrollado por el motor a $n = 1443rpm$, y puesto que se sabe la ley que rige el par resistente de la centrifugadora, es posible determinar el par que el motor debe desarrollar cuando la accione a $n = 1300rpm$.

En condiciones nominales $n = 1443rpm$ se cumple: $T_R(1443) = K * (1443)^2 = 49,6Nm$ (1).

En las nuevas condiciones $n = 1300rpm$ se cumple: $T_R(1300) = K * (1300)^2$ (2).

Dividiendo las ecuaciones (1) y (2) se puede calcular el par resistente a $n = 1300rpm$ como:

$$T_R(1300) = \frac{49,6(1300)^2}{(1443)^2} = 40,3Nm$$

En estas nuevas condiciones el deslizamiento del motor será:

$$S = \frac{n_s - n}{n_s},100 \tag{0.47}$$

Obteniendo un

$$S = \frac{1500 - 1300}{1500} = 13,3\,\%$$

Entre el 0 *y el* 15 % de deslizamiento se puede aproximar la curva par-velocidad por una recta del tipo:

$$T = K * S \tag{0.48}$$

Por tanto, entre 0 *y el* 13 % de deslizamiento calculado también se cumple esta relación.

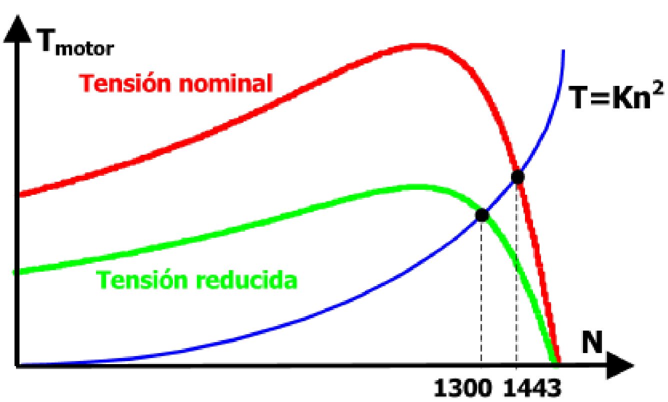

Figura 0.2: Gráfica Par-deslizamiento

Por otro lado, el par desarrollado por el motor cumple:

$$T_i = \frac{P_g}{n_s} = \frac{3U_{th}^2 * \frac{R_R^{'}}{S}}{(R_{th} + \frac{R_R^{`}}{S})^2 + (X_{th} + X_R^{'})^2} * \frac{1}{n_s} \tag{0.49}$$

Puesto que en la zona entre 0 *y el* 15 % de deslizamiento se puede aproximar por una relación del tipo

$$T = K * S$$

esto significa que en dicha zona se pueden despreciar los valores de R_{th}, X_{th} y $X_R^{'}$ frente al valor de $R_R^{'}$. En este caso el par del motor se podrá expresar como:

$$T_i = \frac{3}{n_s} \frac{U_{th}^2 S}{R_R^{'}} = K^{`} U_{th}^2 S$$

Como la tensión U_{th}^2 es proporcional a la tensión de alimentación de la máquina:

$$U_{th} = K^{''} U$$

se puede llegar a la conclusión de que el par motor cumple:

$$T_i = K^{'''} U^2 S$$

Entonces:

a $n = 1443rpm : T_i = K^{'''}(380)^2 * 0,038 = 49,6$ (3).

a $n = 1300rpm : T_i = K^{'''}(U_{reducida})^2 * 0,013 = 40,3$ (4).
Dividiendo las ecuaciones (3) y (4) se puede determinar la nueva tensión reducida:

$$U_{reducida} = \sqrt{\frac{(380)^2 * 0,038 * 40,3}{49,6 * 0,133}} = 183V$$

Para calcular la corriente rotórica se tendrá en cuenta que como dato del problema se indica que se pueden despreciar las pérdidas rotacionales. Con esta premisa el balance de potencias de la máquina cumplirá:

$$P_{mi} = P_{útil} \tag{0.50}$$

Por tanto:

$$P_{mi} = 7500 = 3R_R^{'}(\frac{1-S_n}{S_n}) * I_R^{'2} \tag{0.51}$$

En las condiciones iniciales en las que el motor trabaja en su punto nominal la corriente rotórica será también la nominal. Por tanto, la resistencia rotórica se podrá calcular despejando de la expresión anterior:

$$R_R^{'} = \frac{P_{útil}(\frac{S_n}{1-S_n})}{3I_R^{'2}} \tag{0.52}$$

Obteniendo una

$$R_R^{'} = \frac{7500 * (\frac{0{,}038}{1-0{,}038})}{3 * (23,7)^2} = 0,176\Omega$$

Una vez conocida la resistencia rotórica la nueva corriente por el rotor en las nuevas condiciones se puede calcular mediante la expresión simplificada del par.

$$T = \frac{P_{mi}}{n} = \frac{P_{g1}(1-S)}{n} = \frac{P_{g1}}{n_S} = \frac{3}{n_S} * \frac{R_R^{'}}{S} * I_R^{'2}$$

En este caso, el par desarrollado por la máquina en las nuevas condiciones es conocido, de este modo, la corriente rotórica se puede despejar directamente:

$$I_R^{'} = \sqrt{\frac{T * S * n_S}{3R_R^{'}}} \tag{0.53}$$

Obteniendo una

$$I_R^{'} = \sqrt{\frac{40,3 * 0,133 * \frac{2\pi}{60} * 1500}{3 * 0,176}} = 40A$$

Téngase en cuenta que en este caso se desprecian las pérdidas rotacionales y, por tanto, el par se puede expresar como el cociente entre la potencia mecánica interna (coincidente con la potencia útil) y la velocidad de giro de la máquina.

- Mediante la inserción de resistencias rotóricas la situación en la que se encuentra el motor es la siguiente:

Puesto que en la zona entre 0 *y el* 15 % de deslizamiento se puede aproximar por una relación del tipo $T = K * S$ esto significa que en dicha zona se pueden despreciar los valores de R_{th}, X_{th} y $X_R^{'}$ frente al valor de $R_R^{'}$. En este caso, manteniéndose la tensión de alimentación constante, el par del motor se podrá expresar como:

$$T_i = \frac{3}{n_s}\frac{U_{th}^2 S}{R_R^{'}} = K^{,}\frac{S}{R_R^{'}}$$

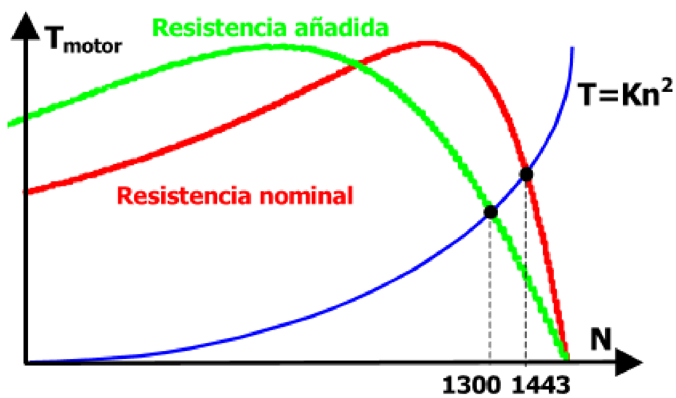

Figura 0.3: Gráfica Par-Velocidad

Entonces:
Sin resistencias adicionales: $T = K^{'}\frac{0{,}038}{0{,}176} = 49,6Nm$ (5).

Con la resistencia adicional: $T = K^{'}\frac{0{,}133}{R_R^{'}} = 40,3Nm$ (6).

Dividiendo las ecuaciones (5) y (6) se puede determinar la nueva resistencia rotórica:

$$R_R^{'} = \frac{0,038}{0,176 * 0,133} \frac{40,3}{49,6} = 1,32\Omega$$

La resistencia que se insertar adicionalmente en el rotor es la diferencia entre la nueva resistencia y la calculada en el apartado anterior:

$$R_{adic/fase} = 1,32 - 0,176 = 1,14\Omega$$

La nueva corriente rotórica se calcula de la misma forma que en el apartado anterior:

$$I_R^{'} = \sqrt{\frac{T * S * n_S}{3R_R^{'}}} \tag{0.54}$$

Obteniendo una

$$I_R^{'} = \sqrt{\frac{40,3 * 0,133 * \frac{2\pi}{60} * 1500}{3 * 1,32}} = 14,6A$$

Resumen:

Conceptos utilizados para la resolución del problema

o Característica mecánica

o Deslizamiento

o Par interno, par útil

o Potencia mecánica interna, potencia útil

o Pérdidas rotacionales

o Resistencia rotórica, motor de rotor bobinado

Expresiones matemáticas utilizadas en la resolución del problema

$$n_s = \frac{60 * f}{P} \tag{0.55}$$

$$S = \frac{n_s - n}{n_s},100 \tag{0.56}$$

$$T_i = \frac{P_g}{n_s} = \frac{3U_{th}^2 * \frac{R_R^{'}}{S}}{(R_{th} + \frac{R_R^{`}}{S})^2 + (X_{th} + X_R^{'})^2} * \frac{1}{n_s} \tag{0.57}$$

$$P_{mi} = P_{\acute{u}til} = 3R_R^{'}(\frac{1 - S_n}{S_n}) * I_R^{'2} \tag{0.58}$$

En ausencia de pérdidas rotacionales.

$$T = \frac{P_{mi}}{n} = \frac{P_{g1}(1 - S)}{n} = \frac{P_{g1}}{n_S} = \frac{3}{n_S} * \frac{R_R^{'}}{S} * I_R^{'2}$$

En ausencia de pérdidas rotacionales.