

## **UNIDAD 2: INSTRUMENTOS Y TÉCNICAS USADAS PARA MEDICIONES EN FRECUENCIAS INDUSTRIALES.**

- *Instrumentos de imán permanente y bobina móvil.*
- *Voltímetros para C.A. con instrumentos de B.M.*
- *Instrumentos de hierro móvil. Tipos constructivos.*
- *Instrumentos electrodinámicos. Uso del instrumento electrodinámico como wattímetro.*
- *Mediciones en una línea de alimentación monofásica.*
- *Mediciones de potencia en sistemas trifásicos.*
- *Cuestionario y problemas.*

**Al finalizar esta unidad, Ud. será capaz de hacer lo siguiente:**

- Explicar el principio de funcionamiento de los instrumentos de bobina móvil, hierro móvil, y electrodinámicos.
- Calcular el valor de resistencias multiplicadoras para ampliación de rango de voltímetros, y de resistencias shunts para amperímetros.
- Medir tensiones y corrientes con los instrumentos apropiados de acuerdo a los márgenes de las magnitudes
- Implementar un tablero para medición y control de una línea de alimentación monofásica.

### ***Instrumentos de imán permanente y bobina móvil***

Conocidos comúnmente como instrumentos de bobina móvil, son los mas difundidos para la medición de corrientes continuas. Su funcionamiento se basa en la acción motriz ejercida por un campo magnético fijo producido por un imán sobre una bobina móvil por la cual circula la corriente que se desea medir.

La bobina móvil es rectangular y esta constituida por N espiras de alambre conductor muy finas bobinadas sobre una forma de aluminio y montada sobre un eje apoyado sobre soportes de zafiro o algún otro material apropiado. Hay además dos resortes arrollados en sentido contrario de bronce fosforoso, (aleación de buenas propiedades conductoras y elásticas) que a la vez que proporcionan la cupla recuperadora sirven también para llevar la corriente a la bobina. Hay un tipo de instrumento, que utiliza como eje de la bobina móvil, un par de cintas de bronce fosforoso que se mantienen tensas, y a la vez proporcionan el par antagónico al torsionar. Esto reduce grandemente el rozamiento y aumenta la sensibilidad, pero el sistema es sumamente delicado, por lo que se usa solamente en aplicaciones especiales, como son por ejemplo; los galvanómetros de los puentes de CC.

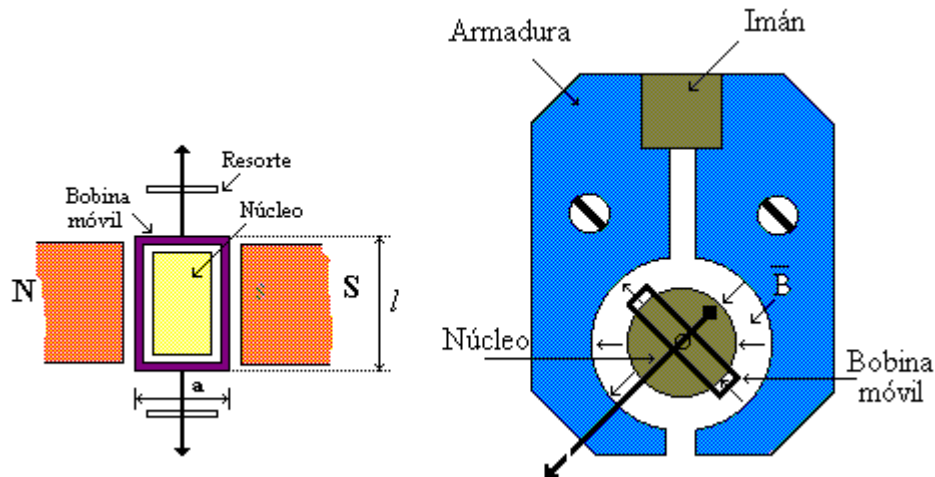


Fig. 2- 1. Corte de un instrumento de bobina móvil.

La aguja indicadora, esta acoplada al eje, y tiene un sistema de contrapesos para que el centro de gravedad del sistema se sitúe en el centro de la bobina móvil. Esto se hace así para que el instrumento pueda funcionar mas o menos igual independientemente de la posición en que se encuentre. Sin embargo, el fabricante suele indicar expresamente la posición de trabajo del mismo, la mayoría lo hacen en forma horizontal, y algunos en forma inclinada o vertical (los de panel).

Los lados activos de la bobina, (los paralelos al eje) se encuentran en el entrehierro existente entre las expansiones polares de un imán permanente, y un núcleo central de hierro dulce (que puede ser hueco), sostenido por un soporte de material no magnético. Las superficies enfrentadas de las expansiones y el núcleo son cilíndricas, de manera tal de obtener un campo de inducción uniforme y de dirección radial en toda la zona en la cual se puede mover la bobina.

La fuerza actuante sobre los lados activos de la bobina será siempre normal al plano de la misma, y la cupla motriz será:

$$B N l a i = C_m$$

Donde :

**B** : campo magnético.

**N** : numero de espiras de la bobina.

**l** : longitud del lado activo de la bobina.

**a** : longitud del lado no activo de la bobina

**i** : corriente que circula por la bobina.

La posición final se obtendrá cuando la cupla motriz iguale a la cupla recuperadora:

$$B N l a i = k_r \theta$$

Donde:

**k<sub>r</sub>** : constante elástica del conjunto de resortes.

**θ** : ángulo de deflexión.

La deflexión será:

$$\theta = \frac{B \cdot N \cdot l \cdot a}{kr} \cdot i = S \cdot i$$

Por lo que la escala será lineal si el factor **S** no varía con **i**

$$S = \frac{d\theta}{di} = \frac{B \cdot N \cdot l \cdot a}{kr}$$

El factor **S** es la sensibilidad del instrumento.

### Alcance de los instrumentos de bobina móvil.

Los instrumentos de bobina móvil forman la categoría mas difundida de órgano indicador de los instrumentos de presentación analógica.

El alcance de este tipo de instrumentos es por lo general pequeño, siendo valores típicos entre 10 micro A a 50 m A, ( la mayoría de los multímetros de servicio que se consiguen en el comercio, utilizan instrumentos de 30 a 50 micro A de alcance).

La máxima corriente esta limitada entre otras cosas por los resortes que no deben recalentarse ni sufrir daños que influyan sobre su elasticidad.

Si se desean alcances mas altos, hay que utilizar shunts dispuestos de manera que solo pase por la bobina móvil del instrumento, una parte de la corriente a medir ( o resistencias adicionales conectadas en serie, que limiten la corriente cuando el instrumento se usa como voltímetro).

### *Voltímetros para C.A. que usan instrumentos de bobina móvil.*

En el campo de las frecuencias industriales, los instrumentos de bobina móvil se usan principalmente como voltímetros.

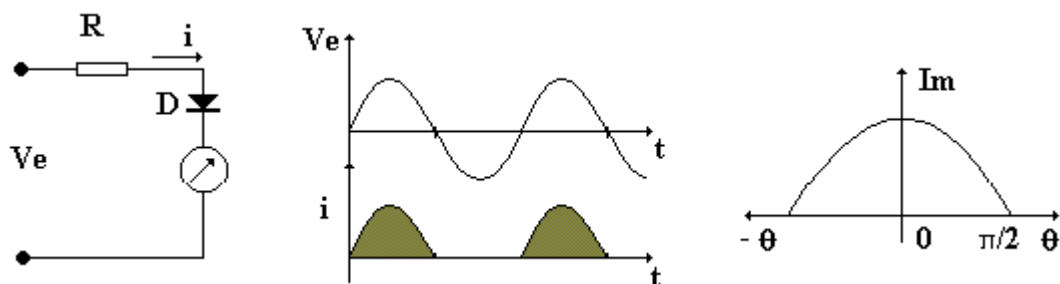


Figura 2-2

Un instrumento de bobina móvil puede emplearse como voltímetro de CA conectando en serie con el mismo un diodo detector y una resistencia multiplicadora.

Suponiendo que el diodo de la figura fuese ideal, la corriente que circula por el instrumento es una media onda rectificada, que queda definida de la siguiente forma:

$$i = I_m \cos \theta \quad (\text{para } 0 \leq \theta \leq \pi/2) \quad ; \quad i = 0 \quad (\text{para } \pi/2 \leq \theta \leq \pi)$$

Una función periódica de este tipo puede ser desarrollada en términos armónicos usando la serie de Fourier lo que nos da:

$$i = I_m/\pi + I_m [(\pi/2) \cos \theta + (2\pi/3) \cos 2\theta - (2\pi/15) \cos 4\theta + \dots]$$

Es decir que la corriente que pasa por el instrumento, esta compuesta de una componente continua (el primer termino de la serie) que es el valor medio de la onda rectificada, mas una serie de términos armónicos pares que van teniendo cada vez menor amplitud.

Si la frecuencia natural del sistema mecánico es baja (por lo general en los instrumentos de bobina móvil que se van a usar con detectores dicha frecuencia puede ser unos pocos Hz), el mismo no puede seguir dicha excitación y en consecuencia la desviación del instrumento es una función del valor medio de la corriente. A pesar de que el instrumento así dispuesto responde al valor medio de la corriente, se lo calibra de manera que la indicación corresponda al valor eficaz de la tensión medida.

Esta disposición es sencilla pero presenta el inconveniente que en el semiciclo negativo, debido a que el diodo no conduce, a bornes del mismo llega a quedar aplicado el valor pico negativo de la tensión de entrada; por lo cual, para la medición de tensiones elevadas, es necesario disponer de diodos que soporten una tensión de pico inversa grande. Por otro lado, cuando se miden tensiones pequeñas, se vuelve importante el umbral de conducción de los diodos (que conviene que sea lo mas bajo posible). Los diodos de germanio tienen tensiones de umbral bajas pero no soportan tensiones de pico inverso elevadas. Este problema puede resolverse mediante el uso de un segundo diodo conectado como se indica en la Figura 3. Aquí en el semiciclo negativo la corriente es derivada por el segundo diodo, y por lo tanto la tensión inversa que debe soportar D1 es igual al voltaje directo que cae sobre D2. Con esto se logra también que la resistencia de carga que el voltímetro presenta al circuito sobre el que se lo conecta se mantenga prácticamente igual tanto en el semiciclo negativo como en el positivo.

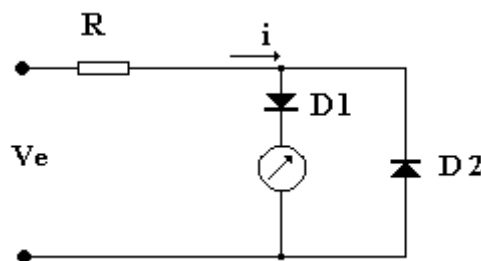


Figura 2-3

Aun con esta modificación, el circuito sigue siendo un detector de media onda, y su principal defecto es que la sensibilidad del mismo es pobre.

### Detectores de onda completa para voltímetros

Una forma de aumentar la sensibilidad de un voltímetro para Vca, es dotarlo de un rectificador de onda completa. Así, el primer término de la expresión de la corriente dada anteriormente se ve multiplicado por 2, con lo cual la deflexión aumenta al doble.

Hay varios tipos de rectificadores de onda completa, siendo la de una u otra forma del tipo puente. Los hay que utilizan cuatro diodos, lo cual desde el punto de vista de las alineaciones para tensiones bajas no es conveniente, por lo que su uso queda prácticamente reducido a voltímetros para mediciones de tensiones elevadas.

Hay un tipo de puente que utiliza diodos en dos de sus ramas y resistores en las restantes con lo cual se soluciona el problema de las bajas tensiones a costa de reducir algo la sensibilidad total. Esta suele ser la solución adoptada en los multímetros de mediana a buena calidad, (los rectificadores de media onda se usan actualmente solo en los multímetros de servicio de poca calidad).

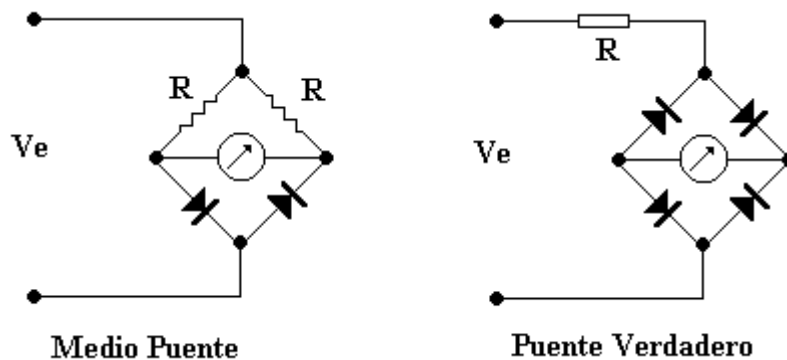


Fig. 2- 4 Detectores tipo puente

La aplicación de los instrumentos de bobina móvil como amperímetros de CA, es problemática, porque se necesita una caída de tensión considerable en el shunt (1 V mínimo) suficiente para hacer conducir los diodos detectores, y esto hace que el consumo se haga muy grande. La única posibilidad consiste en disponer de algún medio de amplificar la tensión que cae en el shunt, lo que se consigue en los instrumentos electrónicos.

### Instrumentos de hierro móvil

Los instrumentos de hierro móvil, forman la categoría mas difundida de amperímetros y voltímetros, usados en mediciones de baja frecuencia en tensiones industriales, especialmente como instrumentos de tablero.

Se basan en la acción que una bobina fija y recorrida por corriente ejerce sobre un pequeño trozo de hierro dispuesto en su campo.

La energía almacenada en la bobina es :

$$w = \frac{1}{2} \cdot L \cdot i^2$$

Y si el instrumento es tal que la inductancia **L** es independiente de la corriente **i**, la cupla motora (variación de la energía **dW** en un desplazamiento **dθ**), será:

$$C_m = \frac{dW}{d\theta} = \frac{1}{2} \cdot i^2 \cdot \frac{dL}{d\theta}$$

Que es equilibrada por la cupla recuperadora del resorte solidario al eje del hierro móvil:

$$C_m = k_r \cdot \theta \quad \rightarrow \quad \theta = \frac{1}{2 \cdot k_r} \cdot \frac{dL}{d\theta} \cdot i^2$$

Como se nota en esta expresión, el sentido de circulación de la corriente no altera el sentido de la cupla.

Este tipo de instrumentos mide el valor eficaz de la corriente. En efecto, si se aplica una corriente alterna:

$$i = I_m \sin \omega t$$

Se tiene:

$$\begin{aligned} C_m &= \frac{1}{2} \cdot I_m^2 \cdot \sin^2 \omega t \cdot \frac{dL}{d\theta} \\ C_m &= \frac{1}{2} \cdot I_m^2 \cdot \frac{1}{2} (1 - \cos 2\omega t) \cdot \frac{dL}{d\theta} \\ C_m &= \frac{I_m^2}{4} \cdot \frac{dL}{d\theta} - \frac{I_m^2}{4} \cdot \cos 2\omega t \cdot \frac{dL}{d\theta} \end{aligned}$$

Y si la frecuencia excitadora es mucho mayor que la frecuencia natural del sistema móvil, el instrumento no responderá a la excitación del segundo término de  $C_m$  (de frecuencia doble a la de excitación), y la cupla motora resultara:

$$C_m = \frac{I_{ef}^2}{2} \cdot \frac{dL}{d\theta}$$

Donde **I<sub>ef</sub>** es el valor eficaz de la corriente alternada y será el que medirá el instrumento.

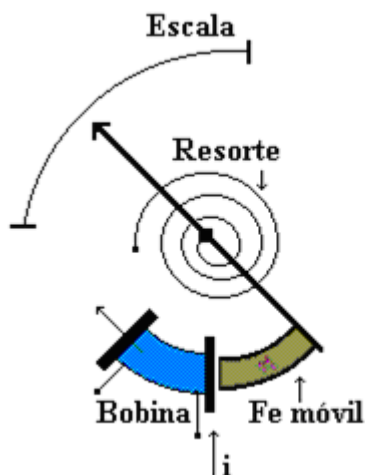
Si la inductancia varia linealmente con la desviación, su derivada respecto del ángulo es una constante, y el instrumento será de respuesta al valor cuadrado de la corriente eficaz. (Recordando lo mencionado al tratar sobre la utilidad de los diversas clases de escalas, queda justificado el empleo de este tipo de instrumentos a que se hace referencia al principio de este punto).

## Tipos constructivos

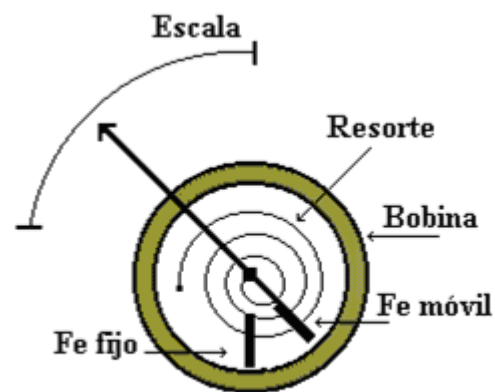
Entre las múltiples formas que adoptan estos instrumentos, se los puede clasificar en dos tipos principales, de acuerdo al carácter de las fuerzas actuantes.

### 1- Instrumentos de atracción

El tipo mas común consiste en una bobina de forma achatada, la cual al circular corriente, atrae a su interior un disco de hierro dulce que tiene posibilidad de girar en forma excéntrica, provocando una cupla sobre su eje, la que es equilibrada por un par de resortes. Como en estos instrumentos no hay causa interna de amortiguamiento, generalmente utilizan un dispositivo externo de tipo neumático para tal fin.



Instrumento de atracción



Instrumento de repulsión

Fig. 2-5

### 2-Instrumentos de repulsión

Si dos piezas de hierro dulce están ubicadas dentro de una bobina por la que circula corriente, se magnetizan en el mismo sentido, y se repelen mutuamente. En los instrumentos una de las piezas de hierro esta fija sobre la bobina y la otra colocada en el eje del instrumento (figura 5). Con esta disposición se puede obtener una escala con un desarrollo de no mas de 100°.

## Aplicaciones

Los instrumentos de hierro móvil pueden medir tanto CC como CA. Pero la desviación dependerá de la frecuencia y de la forma de onda aplicada. En efecto, al considerar la ley que rige el funcionamiento de estos instrumentos no se tomo en cuenta que a medida que aumenta la frecuencia, aumenta también la reactancia de la bobina, con lo cual varia la corriente. Por otro lado, el funcionamiento permanente con CC tiende a magnetizar el hierro provocando con el tiempo modificaciones de las constantes del instrumento.

El consumo de potencia de los instrumentos de hierro móvil es mayor que en los de bobina móvil. Por ejemplo, un voltímetro típico de tablero de bobina móvil de 150V para CC tiene

un consumo de 1,5W a plena escala, mientras que uno de hierro móvil de similares características requiere 7 W, lo que indica una menor sensibilidad.

A pesar de su mayor consumo, y muchos errores, se ha llegado a obtener instrumentos de clase 0,5 . Pero los errores son mayores para CC que para CA; un instrumento de clase 0,5 en CA pasara a ser de clase 1 en CC.

La gran difusión de este tipo de instrumentos proviene de su simplicidad constructiva (que se traduce en menor costo), de su solidez y su gran capacidad de sobrecarga (los resortes no son recorridos por la corriente, y por lo tanto no están expuestos a recalentamiento o destrucción por sobrecarga accidental). La bobina, por el tipo de construcción, puede soportar sin dañarse, fuertes sobrecargas momentáneas (aun 100 veces el valor nominal, durante una fracción de segundo). El sistema móvil no resulta dañado por las sobrecargas, ya que, debido a la saturación del hierro, las cuplas nunca alcanzan valores muy elevados.

### ***Instrumentos electrodinámicos***

Se basan en la acción que ejercen entre si dos circuitos, uno fijo y uno móvil, recorridos por corrientes distintas. A estos instrumentos se los puede considerar derivados de los de imán permanente y bobina móvil, sustituyendo el campo radial y constante en magnitud de estos por un campo aproximadamente paralelo y de desigual intensidad en el espacio, creado por una o dos bobinas fijas conectadas en serie.

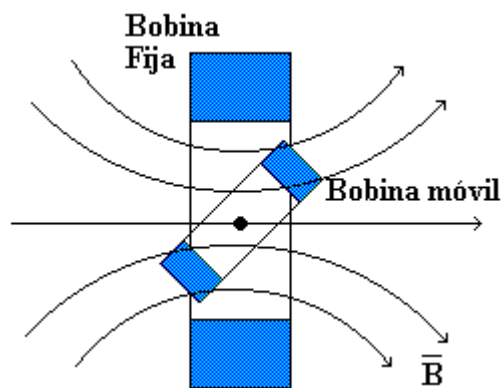


Figura 2-6

Considerando la energía total del sistema formado por la bobina fija y la bobina móvil se tiene:

$$W = (1/2) L_f i_f^2 + (1/2) L_m i_m^2 + M i_f i_m$$

Siendo **L<sub>f</sub>** y **L<sub>m</sub>** las inductancias de las bobinas fija y móvil respectivamente. y **i<sub>f</sub>** e **i<sub>m</sub>** corrientes de las bobinas fija y móvil. **M** es la inductancia mutua entre las bobinas fija y móvil.



Para una desviación elemental  $d\theta$  los valores de  $I_f$  y  $I_m$  no varían, la cupla motora será:

$$C_m = \frac{dW}{d\theta} = I_f \cdot I_m \cdot \frac{dM}{d\theta}$$

Cuyo sentido depende del sentido relativo de las dos corrientes.

Esta cupla motora será equilibrada por el par de resortes montados sobre el eje del sistema móvil (resortes que al mismo tiempo llevan la corriente  $I_m$  a la bobina móvil):

$$k_r \cdot \theta = I_f \cdot I_m \cdot \frac{dM}{d\theta} \quad \rightarrow \quad \theta = \frac{1}{k_r} \cdot \frac{dM}{d\theta} \cdot I_f \cdot I_m$$

Si las bobinas están recorridas por corrientes alternas de igual frecuencia, pero en general con un cierto defasaje entre si, tales como:

$$I_f = I_{fm} \sin \omega t \quad ; \quad I_m = I_{mm} \sin (\omega t + \beta)$$

El producto de estas corrientes entre si nos da:

$$I_m I_f = I_{mm} I_{fm} \sin \omega t \sin (\omega t + \beta)$$

$$I_m I_f = I_{mm} I_{fm} (1/2) [\cos \beta - \cos (2 \omega t - \beta)]$$

Por lo que la cupla motriz tendrá dos componentes, una constante y otra de frecuencia doble a la aplicada. Esta frecuencia es mucho mayor que la frecuencia natural del sistema móvil, por lo que no producirá una desviación de la aguja del instrumento. Tendremos entonces.

$$\theta = \frac{1}{k_r} \cdot \frac{dM}{d\theta} \cdot I_f \cdot I_m \cdot \cos \beta$$

Siendo  $I_m$  e  $I_f$  los valores **eficaces** de las corrientes por las bobinas móvil y fija.

Si el instrumento quiere utilizarse como voltímetro se deben conectar las dos bobinas en serie con el agregado de un resistor exterior, la indicación será en este caso proporcional al valor cuadrado de la tensión (tendremos una escala cuadrática)

Si en cambio se desea utilizar el instrumento como amperímetro, se deben conectar las dos bobinas en paralelo y también en este caso la escala será cuadrática.

Sobre el uso de este instrumento como voltímetro o amperímetro no conviene extenderse porque en la actualidad mayormente no se los emplea para estos fines, habiéndose reducido su aplicación a wattímetros para frecuencias industriales (como se vera mas adelante)

Los instrumentos electrodinámicos tienen una sensibilidad mucho menor que los instrumentos de imán permanente y bobina móvil, es decir tienen un mayor consumo. La razón de ello es evidente ya que en los de imán permanente el campo lo crea el imán, mientras que en los electrodinámicos, se precisa extraer potencia del circuito a medir para establecer el campo.

### Disposiciones constructivas

Generalmente los instrumentos electrodinámicos se construyen con núcleos de aire, con una bobina fija de pocas vueltas y de un alambre de gran sección, y una bobina móvil de alambre fino y de muchas vueltas.

Para que la deflexión sea proporcional únicamente al producto de las corrientes que pasan por cada bobina, hay que tratar de lograr que la variación de la mutua inductancia con el ángulo (es decir  $dM/d\theta$ ) sea constante.

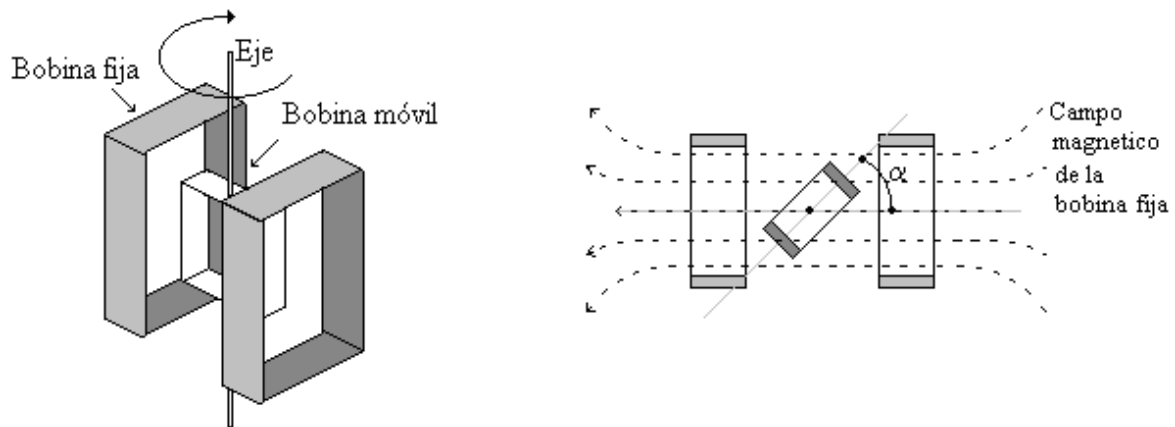


Figura 2-7.

Si se disponen de dos bobinas fijas, tal como se muestra en la figura, conectadas en serie, el campo en su interior es prácticamente paralelo, es decir que la inductancia mutua es proporcional al  $\sin \alpha$ , por lo que tendremos:

$$\frac{dM}{d\theta} = \cos \alpha$$

Lo cual permite que en un ángulo de  $\pm 45^\circ$  y cuidando de disponer las bobinas fijas adecuadamente, se consigue que la curva sea lo suficientemente plana como para considerar en esa zona que la  $dM/d\theta$  sea constante.

Esto permite que dentro de un ángulo total de no más de  $90^\circ$  la escala tenga un desarrollo lineal cuando el instrumento se usa para medir potencia.

También hay instrumentos electrodinámicos con núcleo de hierro que suelen recibir el nombre de **Ferrodinámicos**.

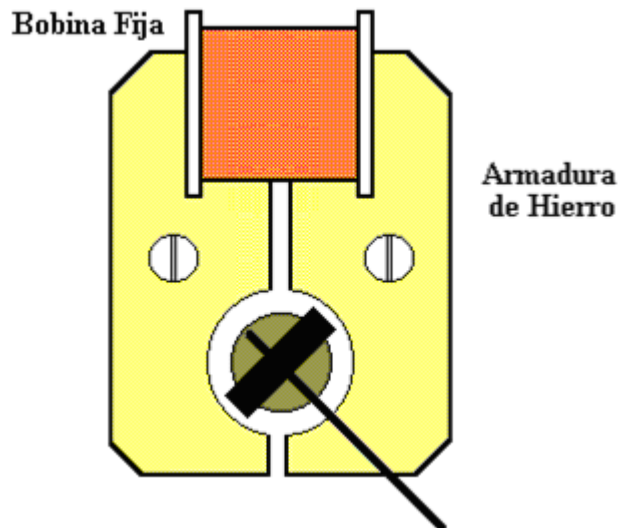


Figura 2-8 Instrumento electrodinámicos con núcleo de hierro (Ferrodinámico).

Estos son por lo general idénticos a un instrumento de bobina móvil e imán fijo, en el que se ha substituido el imán por un arrollamiento sobre las piezas polares de hierro.

Con esto se logra además de aumentar el campo magnético, la ventaja de disponer de un campo radial en el entrehierro donde se mueve la bobina móvil, con lo que la escala es lineal aun para desarrollos de mas de 120°.

### ***El instrumento electrodinámico como wattímetro.***

#### **Definiciones**

La potencia puede ser definida como la velocidad con que la energía eléctrica es entregada a un circuito.

En un instante cualquiera, la potencia es igual al producto de la tensión entre los terminales por la corriente que circula por el circuito en dicho instante, (esto es la potencia instantánea).

$$p = e \cdot i$$

En los circuitos de CC, si la tensión y la corriente se mantienen constantes, la potencia también se mantendrá constante. Pero en los circuitos de CA, la potencia instantánea varia continuamente, dado que la tensión y la corriente también lo hacen periódicamente. Si además se considera que en general, la corriente y la tensión no están en fase, el planteo se complica. Sin embargo, en la mayoría de los casos, no interesa la potencia instantánea, sino la "potencia media", que es el valor promedio de la potencia durante el periodo  $T$  de la CA. Si la tensión y la corriente son sinusoidales y están desfasadas un ángulo  $\phi$  se tendrá:

$$e = E_{\max} \sin \omega t, \quad i = I_{\max} \sin (\omega t - \phi)$$

La potencia media será:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T e \cdot i \cdot dt = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} E_{\max} \cdot I_{\max} \cdot \sin \omega t \cdot \sin(\omega t - \varphi) dt$$

$$P = \frac{1}{2} E_{\max} \cdot I_{\max} \cdot \cos \varphi = E \cdot I \cdot \cos \varphi$$

Siendo **E** y **I** los valores eficaces de la tensión y la corriente respectivamente, y  $\varphi$  el ángulo de defasaje entre ellas.

### El wattímetro electrodinámico

El wattímetro electrodinámico, es un instrumento diseñado para medir el valor de la potencia media, no solo en el caso particular anterior sino también para el caso general definido por:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T e \cdot i \cdot dt$$

El instrumento electrodinámico cuyo principio de funcionamiento se explico en el punto anterior, es el elemento ideal para ser usado en la medición de potencia eléctrica en frecuencias industriales. Para ello se conecta la bobina fija en serie con la carga, para que por esta circule la corriente de la misma, y la bobina móvil, mas una resistencia serie, en paralelo con la carga, de manera que la corriente que por ella circule sea proporcional a la caída de tensión sobre la carga.

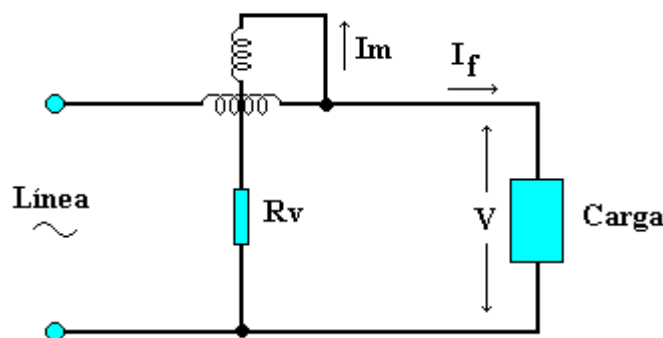


Figura 2-9.

Por esto la bobina fija, también llamada amperométrica, esta construida con un conductor de sección suficiente para conducir la corriente nominal del instrumento, mientras que la

bobina móvil, o voltimétrica, esta formada por muchas espiras de conductor muy fino y el resistor serie debe ser no inductivo y tener un valor de resistencia muy grande comparado con la reactancia de la bobina de manera que la corriente que circule por el circuito voltimétrico este en fase con la tensión aplicada. Así la desviación del instrumento será:

$$\theta = \frac{1}{k_r} \cdot \frac{dM}{d\theta} \cdot I_m \cdot I_f \cdot \cos \varphi = \frac{1}{R_v \cdot k_r} \cdot \frac{dM}{d\theta} \cdot V \cdot I \cdot \cos \varphi$$

Para tener una escala lineal es necesario que el factor **dM/dθ** sea constante, lo que se logra con disposiciones constructivas apropiadas como ya se ha visto.

Valores típicos son los siguientes: la corriente en la bobina móvil es del orden de los 10 a 50 mA , por ello la tensión no sobrepasa casi nunca los 300 V , debido a la gran potencia que debería disipar el resistor en serie con dicha bobina. Mientras que la corriente en la bobina fija es del orden de los 20 A como máximo. Cuando se desean medir tensiones y o corrientes mayores, se debe recurrir a transformadores de medición.

### Errores inherentes a la conexión del wattímetro.

#### Error de consumo.

Hay dos maneras de conectar un wattímetro a un circuito para medir la potencia, las mismas se muestran en la figura 10. En la primera figura la bobina móvil se dispone entre la carga y la bobina fija, por lo cual la corriente que circula por esta ultima es la corriente de carga mas la que consume el circuito voltimétrico. El error en la indicación del instrumento será en exceso y tal como:

$$\Delta P = \frac{V^2}{R_v}$$

Donde **R<sub>v</sub>** es la resistencia del circuito voltimétrico, que incluye la de la bobina móvil, mas la del resistor serie.

Si por el contrario, se conecta la bobina voltimétrica antes que la amperimétrica, como lo indica la figura, la corriente que circula por la carga será la misma que pasa por la bobina fija, pero la tensión aplicada al circuito voltimétrico, será la que hay sobre la carga mas la que cae sobre la bobina amperimétrica. El error también será en exceso y tal como:

$$\Delta P = I^2 R_a$$

Donde **R<sub>a</sub>** es la resistencia de la bobina fija.

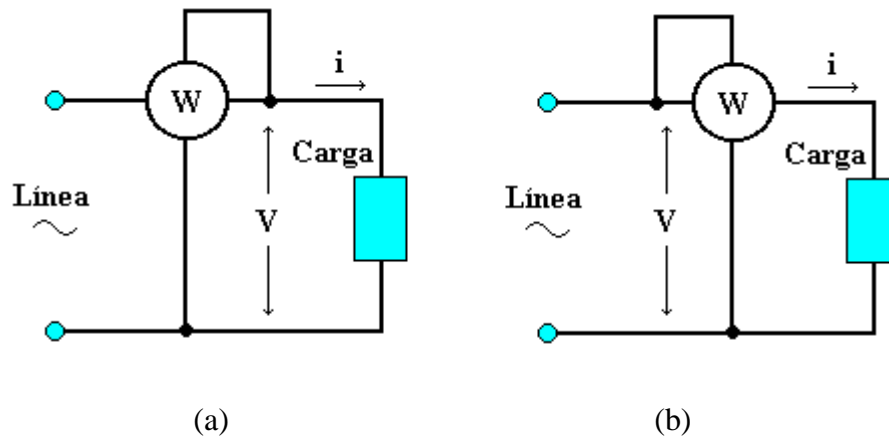


Figura 2-10. Distintas maneras de conectar un wattímetro

En ambas conexiones, el valor medido es mayor que el verdadero. De las dos conexiones es mas apropiada la primera, pues se puede calcular el error mas fácilmente ya que se conoce el valor de la resistencia del circuito voltimétrico, y la tensión en frecuencias industriales esta normalizada, mientras que si se optara por la segunda conexión, se necesitaría medir la corriente de carga para poder efectuar el calculo del error y la corrección de la medición. Sin embargo, para valores pequeños de potencia medida, se suele preferir la conexión (b) pues el error disminuye a medida que menor es la potencia.

### Error de fase

Aunque es muy pequeña, la inductancia de la bobina móvil, y por lo tanto la reactancia del circuito voltimétrico, no siempre es despreciable. Por este motivo, en realidad la corriente que circula por la misma, no esta en fase con la tensión, sino que esta atrasada un pequeño ángulo dado por:

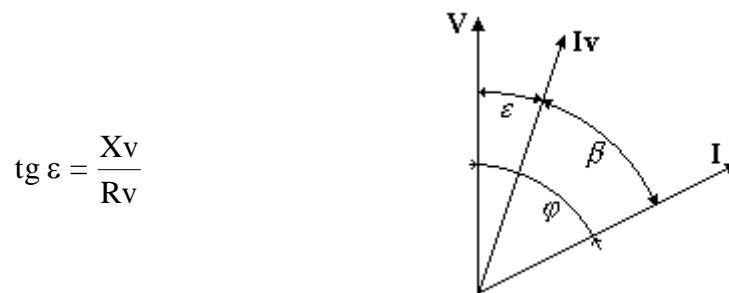


Figura 2-11

Donde  $X_v$  es la reactancia de la bobina, y  $R_v$  es la resistencia de la misma.

Como puede apreciarse en la figura 2-11, el ángulo de fase medido es menor que el verdadero (suponiendo que la carga sobre la que se mide es inductiva), y el wattímetro indicara una potencia mayor que la verdadera.

$$\text{Pot. verd. } P = V \cdot I \cos \varphi$$

$$\text{Pot. med. } P_m = V \cdot I \cos (\varphi - \varepsilon)$$

$$P_m = V \cdot I \cos \beta$$

Un análisis de relaciones trigonométricas sencillas, demuestra que, para valores de  $\varepsilon$  que se aproximen a cero, el  $\cos \beta$  es aproximadamente igual a:

$$\cos \beta = \cos \varphi + \varepsilon \sin \varphi$$

Por lo que la potencia medida puede expresarse como:

$$P_m = V \cdot I (\cos \varphi + \varepsilon \sin \varphi)$$

Si se tiene en cuenta que la potencia reactiva es:

$$Q = V \cdot I \sin \varphi$$

Se puede concluir que el wattímetro, a causa del error de fase, indica una parte de la potencia reactiva además de la potencia verdadera.

Como se ve, aun para valores pequeños de  $\varepsilon$ , el error relativo puede cobrar importancia a medida que aumenta  $\varphi$ , o sea para bajos valores de  $\cos \varphi$ . Como caso limite, para  $\varphi = \pi/2$  el error relativo se hace infinito, ya que el wattímetro indica  $P_m = \varepsilon Q$  mientras que la potencia verdadera es nula.

Algunos instrumentos compensan este error de fase colocando un capacitor adecuado en paralelo con una parte del resistor en serie con la bobina voltimétrica.

Es importante notar que aunque el error de fase fuese nulo, cuando se miden potencias con valores bajos de  $\cos \varphi$ , el error aumenta debido a que la medición se efectúa cerca del cero de la escala.

### Uso del wattímetro

El sentido de la desviación de la aguja del wattímetro depende de la manera como hayan sido dispuestas las dos bobinas, y del sentido relativo de las corrientes que las recorren. Todo wattímetro posee cuatro bornes de conexión, los cuales se encuentran identificados por marcas que indican con claridad cuales son los bornes por los que deben entrar o salir al mismo tiempo las corrientes.

Generalmente el resistor serie del circuito voltimétrico se encuentra incorporado al instrumento y si se respetan las indicaciones mencionadas en el párrafo anterior no hay problemas. Pero si el resistor es externo, o tiene bornes separados, hay que tener especial cuidado de conectarlo apropiadamente, para evitar problemas como el siguiente.

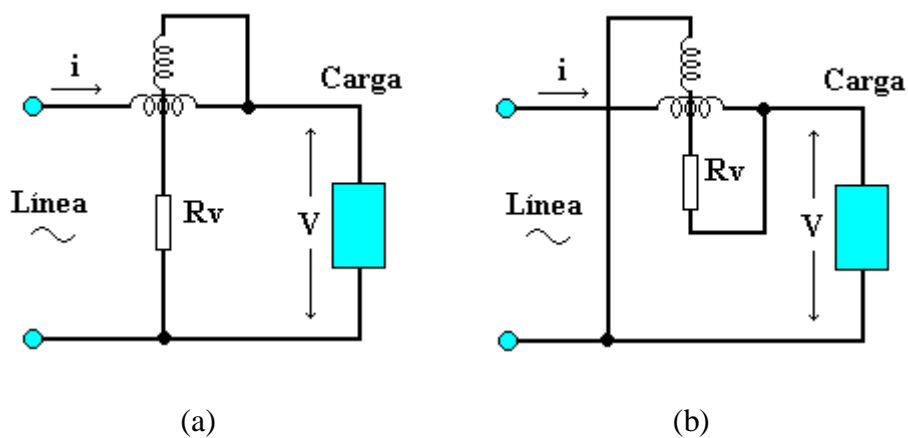


Figura 2-12

Los esquemas de conexión mostrados en la figura 2-12 son, desde el punto de vista funcional, equivalentes. Sin embargo como debido al valor elevado de la resistencia serie, prácticamente toda la tensión del circuito voltimétrico cae en ella, resulta que en la conexión según (a) la diferencia de potencial entre la bobina móvil y la fija es casi nula, mientras que en (b) se encuentran a un potencial distinto (la tensión del circuito) y por la imposibilidad practica de una buena aislación puede suceder que se produzcan chispas entre ambas. Debe tenerse presente siempre que la deflexión de la aguja de un wattímetro depende siempre de tres factores: corriente, tensión y potencia, y que una desviación excesiva aparece solamente cuando se supera la potencia nominal; lo que puede hacer que se excedan los valores nominales de tensión o corriente hasta un punto tal que el instrumento se arruine sin que la desviación pase de su valor máximo. Esto puede ocurrir con frecuencia cuando la carga es muy reactiva y produce grandes defasajes entre la tensión y la corriente, es decir cuando el  $\cos \phi$  es bajo, pues entonces la potencia activa es poca pero la corriente del circuito puede ser muy elevada. Por esto en la mayoría de las mediciones de potencia se acostumbra medir simultáneamente la tensión y la corriente. Esto posibilita conocer además, todas las magnitudes que caracterizan al sistema, como se vera seguidamente.



## Mediciones en un sistema monofásico

### Método del voltímetro, amperímetro y wattímetro

Las relaciones que liga todas las magnitudes que definen a un sistema monofásico pueden ser deducidas utilizando sencillas reglas a partir del triángulo de la figura 13, en el que se representan vectorialmente las componentes de la potencia en corriente alterna sinusoidal. De aquí se deducen fácilmente las tres posibles expresiones de la potencia.

"Potencia activa"  $P = V \cdot I \cos \varphi$  (se mide en watts W)

"Potencia aparente"  $S = V \cdot I$  (se mide en volt-amper VA)

"Potencia reactiva"  $Q = V \cdot I \sin \varphi$  (se mide en volt-amper reactivos Var)

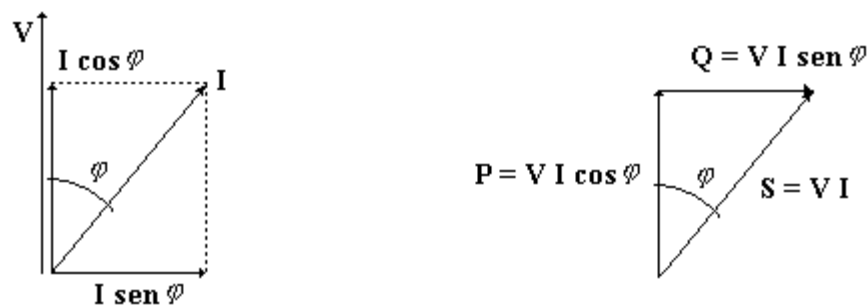


Figura 2-13

La primera expresión representa la verdadera potencia útil, o sea la que efectúa el trabajo. La segunda, representada por el producto de la tensión por la intensidad, da un valor indicativo de cual sería la potencia si no hubiera defasaje. La potencia reactiva que esta asociada con las potencias activa y aparente tiene especial importancia en el campo de la venta de la energía eléctrica y en la evaluación de la calidad de las redes y cargas conectadas a la misma.

La conexión de un voltímetro, un amperímetro y un wattímetro, como se muestra en la figura 14 proporciona el método mas sencillo para la determinación simultánea de los tres tipos de potencia, claro que no nos dice nada acerca de la naturaleza inductiva o capacitiva de la carga en caso de que la misma sea reactiva.

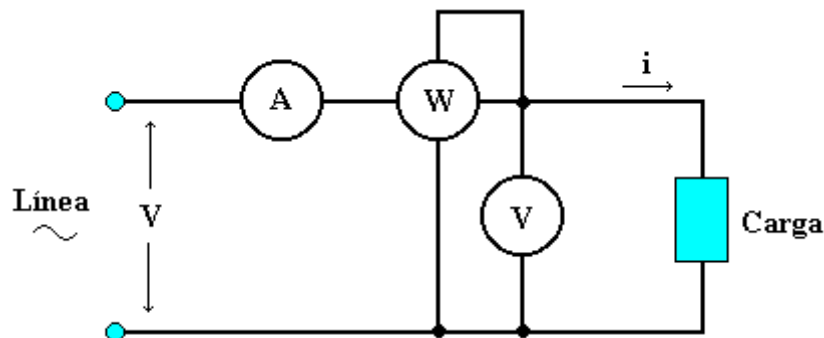


Figura 2-14

Aquí se ha seguido la regla indicada en párrafos anteriores respecto de la conexión del circuito voltimétrico del wattímetro, y se ha utilizado el mismo criterio para conectar el voltímetro y el amperímetro, es decir de manera que el error sistemático introducido por dichos elementos sea fácilmente calculable.

### ***Mediciones de potencia en líneas trifásicas.***

#### **Generalidades:**

Los sistemas de alimentación trifásicos de frecuencia industrial, emplean universalmente dos tipos de configuración, las cuales se conocen como “Conexión Triangulo” y “Conexión estrella”.

En cualquiera de los dos sistemas, es posible definir las llamadas “Tensiones Compuestas”, que son las diferencias de potencial entre cada par de conductores, (que se simbolizaran con la notación  $V_{nm}$ ), y las “Tensiones de Fase”, que son las tensiones entre cada uno de los conductores y un punto común (que se simbolizaran con la notación  $E_n$ ).

Desde el punto de vista del usuario, la diferencia entre un sistema y otro es que en el Triangulo, este punto común es hipotético (o virtual), en tanto que en el Estrella, este punto está materializado en un cuarto conductor denominada “Neutro”.

Los sistemas trifásicos pueden ser: Simétricos, cuando todas las tensiones de fase tienen el mismo módulo, y están desplazadas  $120^\circ$  una de otra, o Asimétricos si estas difieren entre si. También se dice que pueden estar Equilibradas, si las potencias entregadas a la carga por cada una de las fases son iguales, o Desequilibradas si esto no es así.

Lo normal es que los sistemas comerciales sean siempre Simétricos. Por otro lado aunque también se busca que sean Equilibrados, esto no siempre se cumple.

Al considerar el tema de las potencias puestas en juego, se debe admitir por definición que la potencia total que un sistema trifásico (Estrella o Triangulo) entrega a una carga viene dado por:

$$P_{total} = P_1 + P_2 + P_3$$

Siendo cada una de las potencias parciales, las que se obtendrían del producto de la corriente que circula por cada una de las conductores de la línea multiplicada por la respectiva tensión de fase y por el  $\cos \varphi$ .

### Sistema Trifilar Triangulo.

Dado que en un sistema trifásico hay, en general, un conjunto de varias magnitudes (Corrientes, Tensiones y Potencias) diferentes, se usará una notación característica para poder distinguirlas. Por ejemplo:

$I_1$  ; ; significa Corriente por el conductor 1

$E_1$  ; significa Tensión medida entre el conductor 1 y un punto común al resto de los conductores.

$V_{12}$  ; significa Tensión medida entre los conductores 1 y 2

$P_{13}$  ; significa Potencia medida con un vatímetro cuyo circuito de corriente se conecta en el conductor 1 y cuyo circuito de tensión se conecta entre los conductores 1 y 3.

$P_{123}$  ; significa Potencia medida con un vatímetro cuyo circuito de corriente se conecta en el conductor 1 y cuyo circuito de tensión se conecta entre los conductores 2 y 3.

Si el sistema es trifásico trifilar (triangulo), y las tensiones y corrientes son de igual frecuencia existen dos conjuntos de factores armónicos que implican, en principio, doce incógnitas (seis amplitudes y seis argumentos) a determinar para poder individualizar perfectamente el sistema. Esto se muestra en el siguiente esquema.

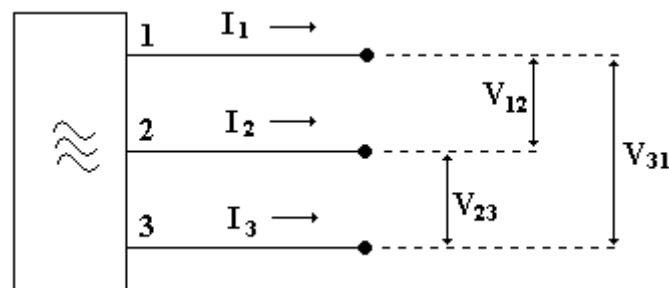


Fig. 2-15

Donde las  $I_n$  son las corrientes que circulan por cada conductor, y las  $V_{nm}$  son las tensiones entre cada par de conductores (llamadas tensiones compuestas).

No obstante, es posible reducir la cantidad total de incógnitas ya que, por un lado existen dos ecuaciones de condición:

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

$$V_{12} + V_{23} + V_{31} = 0$$

(Donde  $I_n$  y  $V_{nm}$  representan cantidades vectoriales)

Y por el otro lado, dado que se trata de magnitudes que pueden ser consideradas vectores armónicos, si uno de ellos se toma como origen, es suficiente con determinar siete valores para tener completamente individualizado al sistema.

Si las magnitudes a medir son Tensiones, Intensidades y Potencias, y para ello se usan Voltímetros, Amperímetros y vatímetros, habrá varias combinaciones posibles, las cuales se muestran en la siguiente tabla:

Instrumentos	Cantidad									
Vatímetros	1	2	2	3	3	3	4	4	4	4
Amperímetros	3	2	3	1	2	3	0	1	2	3
Voltímetros	3	3	2	3	2	1	3	2	1	0

Tabla A

### Teorema de Blondel.

Si un circuito de carga es alimentado a través de N conductores (n, m, p.....) , la potencia total disipada por dicha carga, será la suma de las potencias indicadas por N vatímetros conectados de manera tal que sus circuitos amperométricos se encuentren sobre cada uno de los conductores, y sus circuitos voltiméricos se conecten entre el respectivo conductor y un punto común a todos. Si este punto común se coloca sobre uno de los conductores, la potencia total podrá ser medida por N-1 Vatímetros.

Es decir que en un sistema de tres conductores (**1, 2, 3**) , si se toma el conductor **3** como común, se tiene:

$$P_{13} + P_{23} = P$$

Si se tiene que:

$$P_{13} = I_1 \times V_{13} \quad ; \quad P_{23} = I_2 \times V_{23}$$

Si se fija un punto de tensión común eléctricamente equidistante de cada uno de los conductores, es posible definir tres “tensiones de fase” ( $E_n$ ) , y en ese caso las tensiones compuestas  $V_{nm}$  se podrán expresar como diferencia (vectorial) de las tensiones de fase, es decir que:

$$\begin{aligned} P_{13} + P_{23} &= I_1 \times (E_1 - E_3) + I_2 \times (E_2 - E_3) = \\ &= I_1 \times E_1 + I_2 \times E_2 + (-I_2 - I_1) \times E_3 \end{aligned}$$

Pero como:

$$I_3 = -I_2 - I_1$$

Se puede concluir que:

$$P_{13} + P_{23} = I_1 \times E_1 + I_2 \times E_2 + I_3 \times E_3 = P_1 + P_2 + P_3$$

Lo cual demuestra el teorema.

**Consideraciones prácticas:**

Al observar la tabla A, podemos ver que hay varias posibilidades de empleo de instrumentos para individualizar todas las magnitudes que intervienen en el sistema. Algunas podrán obtenerse por lectura directa en tanto que otras requerirán de un cálculo.

La mejor opción tendrá que ver, en cada caso, con cuales son las magnitudes que se consideran más importantes de controlar en forma directa.

Un aspecto que suele ser muy tenido en cuenta en un sistema trifásico, es que las cargas estén equilibradas, y la forma de mantener esto bajo control es controlando las corrientes que circulan por cada uno de los conductores. Entonces parece ser que la mejor opción es la que contempla el empleo de tres amperímetros. Si además se quiere tener una lectura directa de las potencias puestas en juego, sería bueno también emplear tres vatímetros, quedando entonces la opción de usar un voltímetro. La ventaja de usar un solo voltímetro es que el mismo puede ser conmutado, por medio de una llave selectora, entre las distintas fases.

**Cuestionario**

1. ¿En cual de los siguientes instrumentos la deflexión del mecanismo es linealmente dependiente de la corriente?

- (A) bobina móvil.      (B) hierro móvil      (D) electrodinámico

2. En todo instrumento de medición analógico suelen emplearse un par de resortes adosados al mecanismo, cuya función es:

- (A) Producir el amortiguamiento.      (B) Proveer el par antagónico  
(C) Proveer amortiguamiento mas par antagónico.

3. Si se implementa un voltímetro para medir VCA mediante el uso de un instrumento de bobina móvil al cual se le conecta en serie una resistencia limitadora y un diodo detector, la deflexión del mismo depende de:

- (A) el valor eficaz de la corriente      (B) el valor medio de la corriente  
(C) el valor pico de la corriente      (D) el cuadrado del valor medio de la corriente.

4. ¿Cual de los siguientes opciones corresponde a un valor típico de sensibilidad para un instrumento de bobina móvil?

- (A) 50  $\mu$ A      (B) 50 mA      (C) 500 mA      (D) 5A

5. El calculo de la sección de los conductores que se emplearan para la instalación eléctrica de una sala que va a contener equipamiento electrónico, se hace considerando la potencia eléctrica que van a consumir dichos equipos. Se debe tener en cuenta:

- (A) la potencia activa      (B) la potencia reactiva      (C) la potencia aparente

6. Un Vatímetro electrodinámico que se emplea para medir potencia en circuitos de frecuencias industriales se conecta mediante el empleo de:

- (A) 2 Bornes      (B) 3 Bornes      (4) Bornes      (D) 5 Bornes

7. En un tablero de medición y control de una instalación eléctrica monofásica hay un vatímetro (que mide la potencia activa), un voltímetro (que mide la tensión) y un amperímetro (que mide la corriente) . La carga conectada es de naturaleza inductiva y por ende el  $\cos \phi$  del sistema es bajo. Para resolver el problema, se agrega una batería de capacitores en paralelo con la carga, esperando observar algún efecto en las lecturas de los instrumentos. ¿Cuál es el instrumento que acusara variación?

- (A) el voltímetro      (B) el vatímetro      (C) el amperímetro      (D) ninguno

8. Un instrumento electrodinámico normalmente puede emplearse como vatímetro para medir la potencia activa en sistemas de frecuencias industriales. También puede ser empleado para la medición de potencia reactiva (en cuyo caso suelen denominarse varímetros), para lo cual se le agrega un condensador de valor adecuado que debe conectarse.

- (A) en serie con el circuito voltimétrico.      (B) en paralelo con el circuito voltimétrico  
(C) en serie con el circuito amperométrico      (D) en paralelo con el circuito amperométrico

9. Para efectuar una reparación en un tablero de mediciones de CC Ud. ha desconectado momentáneamente un amperímetro de hierro móvil. Al volver a instalar el instrumento, por un descuido conecta los bornes en sentido inverso ¿Qué pasara con la indicación del instrumento?

- (A) la deflexión es en sentido contrario.      (B) la deflexión es en el mismo sentido.  
(C) el instrumento no indica nada      (D) el instrumento puede dañarse.

### Problemas

1) Se dispone de un instrumento de bobina móvil cuyas especificaciones son :

$I_o = 50 \mu A$  ,       $R_i = 1 K\Omega$  . Si se desea implementar con el mismo un voltímetro para Vca. de 30 V a fondo de escala., ¿cual es el circuito a emplear, y cual es el valor de la resistencias multiplicadora a usar?

Compare el valor obtenido con el que se debería usar para implementar con el mismo instrumento un voltímetro para Vcc de 30 V a fondo de escala y justifique por que la sensibilidad es distinta.

2) Se tiene un tablero con un amperímetro, un voltímetro y un vatímetro conectados según la figura 14 . Sus indicaciones son respectivamente: 4 A, 210 V, y 0,58 Kw, siendo la resistencia interna del voltímetro de 50 Kohm, y la del circuito voltimetrico del vatímetro 30 Kohm. Se pide: A) Calcular el valor del coseno phi, y los errores debido a la conexión. B) Analizar que sucederá con la indicación de los instrumentos si con el propósito de determinar la naturaleza reactiva de la carga se conecta en paralelo con el voltímetro un condensador de 1 micro Farad. / 500 V.