# UNIDAD 5: MEDICIÓN DE IMPEDANCIAS (MEDICIONES DE CAPACIDAD E INDUCTANCIA)

- ***Puentes de bajas frecuencias - Ecuación de equilibrio - Consideraciones prácticas - Factor de merito y Factor de pérdidas.***
- ***Puente universal de impedancias. Puente de Maxwell - Puente de Hay - Puente de comparación de capacidades - Puente de Wien - Puente de Schering. Medida de la inductancia de bobinas con núcleo magnético.***
- ***Otras técnicas para la medición de capacidades e inductancias. Técnica del detector sincrónico - Medición de inductancia - Medición de capacidades.***
- ***Cuestionario.***

**Al completar el estudio de esta unidad, Ud. será capaz de hacer lo siguiente:**

- Distinguir entre los distintos métodos e instrumentos que se emplean para la medición de impedancias en bajas frecuencias.
- Determinar, mediante el método que corresponda, las pérdidas asociadas a elementos tales como capacitores e inductores.
- Elegir entre los distintos tipos de puentes de CA, el apropiado para la medición de acuerdo a las características del elemento a medir.

## *Puentes de baja frecuencia*

### Puente de impedancias universal, ecuación de equilibrio

Las mediciones de inductancias, capacidades y otras magnitudes se pueden hacer fácilmente y con gran exactitud utilizando puentes de C.A. La forma mas simple de puente de C.A. tiene gran similitud con el puente de Wheatstone de C.C. Tiene cuatro brazos, una fuente de tensión de C.A, de una cierta frecuencia y magnitud, y un detector de la condición de equilibrio. Como detector se puede usar, incluso, un auricular (si se usa audiofrecuencia), un osciloscopio, o un voltímetro de C.A. Las diversa ramas pueden ser combinaciones en serie o paralelo de resistencias, inductancias o capacidades.
Los puentes de C.A. se usan generalmente para determinar las características de una de las ramas en función de las impedancias de las otras ramas del circuito.
Para que la tensión a los bornes del detector del puente de la Figura 5–1 sea nula, es necesario que la caída de tensión en **Z1** sea igual a la caída de tensión en **Z2**:

$$I1 \ Z1 = I2 \ Z2$$

(Consideramos que las impedancias y corrientes son cantidades complejas)

Si el puente esta en equilibrio, no circulara corriente por el detector, y entonces:

$$I1 = \frac{E}{Z1 + Z3} \qquad ; \qquad I2 = \frac{E}{Z2 + Z4}$$

Y substituyendo se obtiene:

$$Z1\ Z4 = Z2\ \ Z3$$

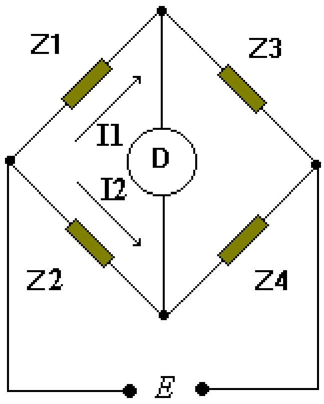


Figura 5-1

O sea:

$$\frac{Z1}{Z2} = \frac{Z3}{Z4}$$

Que es la relación fundamental de equilibrio del puente de C.A. (similar a la obtenida para el puente de C.C).
Claro que en realidad aquí es donde termina la similitud, pues en verdad, hay dos condiciones de equilibrio, ya que la relación fundamental se debe cumplir tanto en magnitud como en fase. En efecto, expresando a las cantidades complejas en forma polar:

$$Z1 = |Z1| \cdot e^{j \cdot \theta 1}$$

La relación fundamental queda:

$$|Z1| \cdot e^{j \cdot \theta 1} \cdot |Z4| \cdot e^{j \cdot \theta 4} = |Z2| \cdot e^{j \cdot \theta 2} \cdot |Z3| \cdot e^{j \cdot \theta 3}$$

$$|Z1| \cdot |Z4| \cdot e^{j \cdot (\theta 1 + \theta 4)} = |Z2| \cdot |Z3| \cdot e^{j \cdot (\theta 2 + \theta 3)}$$

De donde :

$$|Z1| \cdot |Z4| = |Z2| \cdot |Z3| \qquad \text{(módulo)}$$

$$\theta 1 + \theta 4 = \theta 2 + \theta 3 \qquad \text{(fase)}$$

Por este motivo para equilibrar un puente de C.A. es necesario igualar ambas ecuaciones, lo que generalmente no puede lograrse con un único ajuste (como en los puentes de C.C), necesitándose, como luego se verá, al menos dos.
En cuanto a la sensibilidad del puente de C.A., valen las mismas consideraciones que para los puentes de C.C, y las conclusiones son las mismas, es decir:
1) La sensibilidad es máximas cuando las impedancias de las cuatro ramas son iguales.
2) La sensibilidad depende de la tensión de alimentación del puente.

**Consideraciones prácticas.**

En el puente de C.A. supondremos que **Z1** es la magnitud a determinar, entonces se podrá poner:

$$Z1 = \frac{Z2 \cdot Z3}{Z4}$$

Que es una relación compleja. Si las impedancias complejas se reemplazan por sus equivalentes, se tendrá:

$$R1 + j \cdot X1 = \frac{(R2 + j \cdot X2) \cdot (R3 + j \cdot X3)}{(R4 + j \cdot X4)}$$

Es conveniente desde el punto de vista práctico, que solamente se varíen dos de los seis parámetros del segundo miembro de la ecuación, para obtener el equilibrio. También es conveniente que estos ajustes sean independientes el uno del otro en lo que respecta a sus efectos sobre el desequilibrio del puente; es decir que la ecuación se pueda reducir a la forma:

$$R1 + j\,X1 = A + j\,B$$

De manera tal que uno de los parámetros de ajuste aparezca en "**A**" pero no en "**B**", y el otro aparezca en **B** pero no en **A**. Esta condición se puede lograr si los dos componentes de **Z2** (o de **Z3**) se usan como parámetros de ajuste, y las dos ramas restantes se dejan invariables y de tal manera que su relación sea un numero real o imaginario puro (no complejo). Entonces, para obtener las facilidades mencionadas en el ajuste de la condición de equilibrio, es necesario que una de las ramas contiguas a la rama a medir tenga los dos elementos de ajuste.
No siempre es posible efectuar esta disposición en la práctica ya que podría precisarse un tipo de elemento variable del que no se dispone. Por ejemplo, en el caso de los capacitores, los patrones variables no tienen el mismo grado de exactitud que los patrones fijos. Generalmente los patrones ajustables mas fácilmente obtenibles son los resistores. Por este motivo en algunos puentes (por ejemplo en el de Maxwell donde el ajuste se hace con resistencias variables) se prefiere utilizar uno de los elementos variables en un brazo no contiguo, sacrificando de esta manera la rapidez de la medición en aras de la exactitud.
De los varios tipos de puentes de C.A. que existen, centraremos nuestro estudio en los mas difundidos, que son: el de Maxwell y el de Hay para la medición de inductancias, y el de comparación de capacidades. Estos son instrumentos que sirven para la medición de impedancias en bajas frecuencias (mas o menos hasta los 100 kHz), en los cuales se

determina, por un lado el valor de la capacidad o inductancia (es decir lo que tiene que ver con la parte reactiva del elemento que se mide), y por el otro lado las pérdidas asociadas.
Las pérdidas podrían evaluarse mediante la medición de la resistencia asociada. Sin embargo, por razones prácticas, la gran mayoría de los puentes están preparados para la determinación del factor de calidad (Q) en las bobinas, y del factor de pérdidas (D) en los capacitores.

**Factor de calidad de las bobinas (Q)**

Toda bobina real que posea pérdidas, puede considerarse como si estuviera compuesta por una inductancia ideal, y una resistencia en serie. Aunque podrían usarse otros modelos, (como ser el paralelo, o incluso uno combinado serie - paralelo), el circuito equivalente serie resulta el mas apropiado para bajas frecuencia. La inductancia equivalente representa la parte de la bobina que almacena energía. La resistencia corresponde a la parte que la disipa y su valor equivalente no depende solamente de la resistividad del conductor usado para el devanado, sino también de otros factores, como por ejemplo las pérdidas en el núcleo de la bobina si el mismo es de material magnético.
A partir de este modelo pueden plantearse los siguientes diagramas vectoriales y ecuaciones:

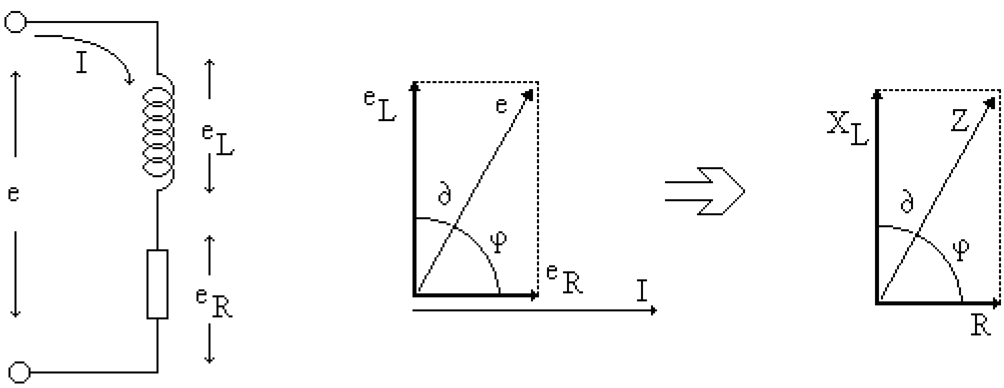


Figura 5-2

La medida de la "calidad" de una bobina tiene que ver con el ángulo de defasaje (φ) entre la corriente que circula por la misma y la tensión a sus bornes. El factor de calidad de una bobina (Q), se define a partir de la tangente del ángulo de defasaje.

$$Q = \operatorname{tg} \varphi = \frac{e_L}{e_R} \quad ; \quad \text{o bien} \quad Q = \frac{X_L}{R}$$

Donde:

$X_L$ : Reactancia de la bobina, ($\omega$ L)
R: Resistencia equivalente

**Factor de pérdidas en capacitores (D)**

Para el caso de los capacitores, las pérdidas podrían representarse mediante una resistencia en serie o una en paralelo, y en realidad no esta tan claro cual es el modelo mas conveniente, ya que en función de las circunstancias, podrían haber razones para inclinarse por uno u otro circuito equivalente. Por ejemplo, para el caso de capacitores electrolíticos, estos suelen tener pérdidas considerables a través del dieléctrico y en esa circunstancia seria conveniente usar el modelo paralelo. En cambio si se trata de capacitores de poliéster (del tipo que están constituidos por dos láminas de gran longitud arrolladas entre el dieléctrico) es quizás mas apropiado el modelo serie.
Se considerara a continuación el modelo paralelo y se deja al estudiante la deducción de las ecuaciones del modelo serie.

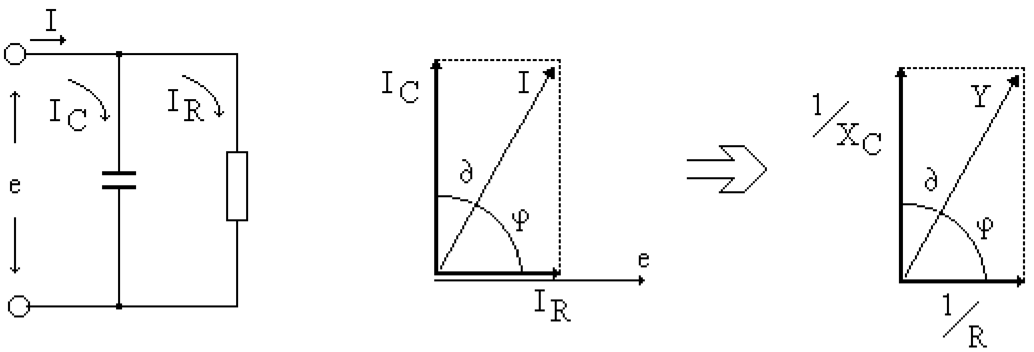


Figura 5-3

De igual manera que para el caso de las bobinas, podría definirse el factor de calidad del capacitor ($Q_C$).

$$Q_C = \operatorname{tg}\ \varphi = \frac{I_C}{I_R} \quad ; \quad \text{o bien} \quad Q_C = \frac{R}{X_C}$$

Sin embargo, y dado que la mayor parte de los capacitores que existen tiene pérdidas que son comparativamente menores que las de una bobina, el valor numérico del $Q_C$ es muy alto. Por este motivo, para caracterizar la calidad de un capacitor, se utiliza normalmente el "factor de pérdidas" (D) del capacitor, que se define a partir de la tangente del ángulo complementario de φ, (es decir δ).

$$D = \operatorname{tg}\ \delta = \frac{X_C}{R} \quad ; \quad \text{o bien} \quad D = \frac{1}{\omega \cdot C \cdot R}$$

Y como el valor numérico de la tangente de un ángulo pequeño es muy próximo al valor del ángulo expresado en radianes, se tiene que:

$$D \approx \delta$$

## *Puente universal de impedancias*

### Puente de Maxwell (También llamado de Maxwell-Wien)

Este tipo de puente mide la inductancia en función de una capacidad conocida. Un capacitor patrón fijo tiene ciertas ventajas cuando se lo usa como patrón en comparación con un inductor, ya que no origina prácticamente ningún campo externo, es mas compacto y fácil de aislar, y prácticamente no tiene pérdidas.

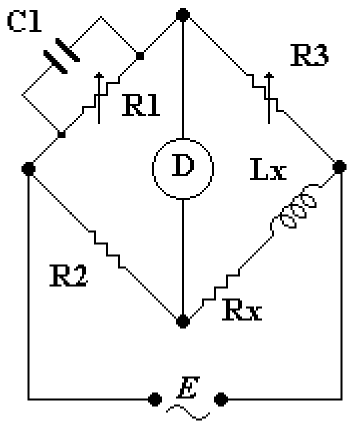


Figura 5-4. Puente de Maxwell

El circuito es el de la Figura 5-4. La impedancia de la rama 1 se puede obtener considerando el paralelo de **R1** y **C1**, o bien determinando su admitancia.

$$Y1 = \frac{1}{Z1} = \frac{1}{R1} + j \cdot \omega \cdot C1$$

La impedancia de las demás ramas será:

$$Z2 = R2 \quad ; \quad Z3 = R3 \quad ; \quad Z4 = Rx + j\,\omega\,Lx$$

La relación fundamental de un puente de C.A. también se puede poner como:

$$Z4 = Z2\ Z3\ Y1$$

Por lo que reemplazando se obtiene:

$$Rx + j \cdot \omega \cdot Lx = R2 \cdot R3 \cdot \left( \frac{1}{R1} + j \cdot \omega \cdot C1 \right)$$

Igualando las partes reales e imaginarias y separando:

$$Rx = \frac{R2 \cdot R3}{R1} \qquad ; \qquad Lx = R2 \cdot R3 \cdot C1$$

El equilibrio se puede obtener por variación de **R1** juntamente con **R3** (o **R2**). Los ajustes no serán independientes entre si, ya que **R2** y **R3** se encuentran en las dos expresiones simultáneamente, y el equilibrio se lograra después de varias tentativas. La convergencia hacia el equilibrio será mas lenta en tanto menor sea el **Q** del inductor. Sin embargo, para valores altos de **Q** el valor de **R1** se vuelve muy grande, y cuando se hace del orden de la resistencia de pérdidas del capacitor **C1** la precisión del método disminuye. De lo que se desprende que el puente de Maxwell es apropiado para la medición de inductores de mediano y bajo **Q**.
Habitualmente El brazo **R3** es uno de los elementos de ajuste y su dial esta calibrado directamente en valores de inductancia, en tanto que **R1** es el otro ajuste y su dial se calibra en valores de **Q**, cuyo valor es mas útil de conocer que **Rx** e independiente del valor de **R3** como se deduce a continuación.

Se sabe que:

$$Q = \frac{\omega \cdot Lx}{Rx}$$

Si se reemplazan **Lx** y **Rx** se obtendrá:

$$Q = \omega \; R1 \; C1$$

Puede verse que el único elemento de ajuste presente en esta última expresión es **R1**, que así puede calibrarse directamente en valores de **Q**.

## Puente de Hay

Es una modificación del puente de Maxwell, que puede ser usado con ventajas cuando el inductor es de elevado **Q**. Se diferencia del anterior en que tiene un resistor en serie con el capacitor patrón en lugar de estar en paralelo. De echo muchas veces el mismo instrumento puede ser usado como puente de Maxwell o de Hay, disponiendo de manera diferente el resistor ajustable **R1**. El circuito básico del puente puede verse en la figura siguiente.

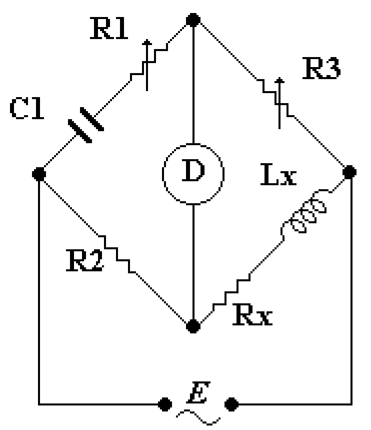


Figura 5-5. Puente de Hay

La razón por la cual esta disposición es apropiada para la medición de inductores de alto **Q** esta en que para valores elevados del mismo, se necesitan pequeños valores de resistencia serie con el condensador **C1** en lugar de los elevados valores en paralelo que requiere el puente de Maxwell en iguales circunstancias.
La relación de equilibrio es ahora:

$$\left(R1-\frac{j}{\omega\cdot C1}\right)\cdot\left(Rx+j\cdot\omega\cdot Lx\right)=R2\cdot R3$$

E igualando partes reales e imaginaria:

$$R1\cdot Rx+\frac{Lx}{C1}=R2\cdot R3 \qquad ; \qquad \omega\cdot Lx\cdot R1-\frac{Rx}{\omega\cdot C1}=0$$

Como ambas ecuaciones contienen a **Lx** y **Rx**, se resuelve el sistema y se obtiene:

$$Lx=R2\cdot R3\cdot\frac{C1}{1+(\omega\cdot C1\cdot R1)^2} \qquad ; \qquad Rx=\frac{R2\cdot R3}{R1}\cdot\frac{(\omega\cdot C1\cdot R1)^2}{1+(\omega\cdot C1\cdot R1)^2}$$

Las ecuaciones de este puente difieren de las del caso anterior en que contienen a **ω** , por lo que el puente será sensible a la frecuencia, lo que hace necesario que sea muy exacta.
Sin embargo para valores elevados de **Q**, y como **R1** se hace en este caso de muy pequeño valor, la expresión de la inductancia queda prácticamente reducida a la misma que en el caso del puente de Maxwell. ( Lo que viene a justificar que el mismo instrumento puede ser usado en una u otra disposición).
Lógicamente aquí tampoco interesa el valor de **Rx** y entonces también el dial que maneja a **R1** esta calibrado en valores de **Q**.

## Puente de Comparación de Capacidades

En la Figura 5-6 se muestra un circuito simple para la medición de capacidades por comparación con otra conocida en la que se considera a las pérdidas del capacitor como una resistencia en serie.
Cuando el puente este en equilibrio, la relación entre las ramas será:

$$R1\cdot\left(Rx-\frac{j}{\omega\cdot Cx}\right)=R2\cdot\left(R3-\frac{j}{\omega\cdot C3}\right)$$

Operando y separando partes real e imaginaria:

$$Rx=\frac{R3\cdot R2}{R1} \qquad ; \qquad Cx=\frac{R1\cdot C3}{R2}$$

Estas dos condiciones exigen dos cantidades variables, para poder llegar al equilibrio. Como es conveniente que **C3** sea un patrón fijo, se varían **R1** y **R3**. Los ajustes no serán independientes, por lo que el equilibrio se conseguirá después de varios intentos.

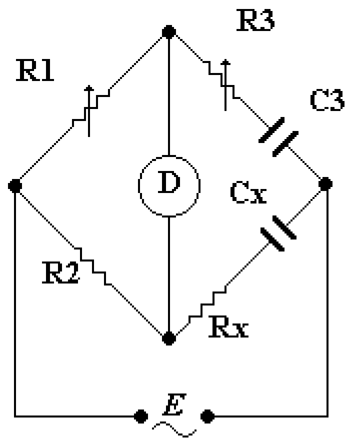


Figura 5-6

Claro que hay que tener en cuenta que en la mayoría de los capacitores usados como componentes de circuitos, el valor de **Rx** es prácticamente inexistente, por lo cual muchas veces no es necesario la utilización de **R3**, con lo cual la operación se simplifica notablemente.
El puente de comparación de capacidades proporciona una lectura directa y fácil de la capacidad de un condensador pero no de las pérdidas asociadas al mismo. Por eso cuando el principal objetivo de la medición es la determinación de las pérdidas se prefieren otras disposiciones como las que se estudian a continuación.

**Puente de Wien (Para la medición de capacidades)**

El puente de Wien se destina en principio a la medición de la capacidad de condensadores cuyas pérdidas son apreciables y pueden considerarse como resistencia paralelo; por ejemplo el ensayo y medición de cables de dos conductores, (envainados para energía eléctrica, o coaxiles para RF), y condensadores electrolíticos de gran capacidad.
La Figura 5-7 muestra el esquema de un puente de Wien típico. los resistores **R1, R2, y R3** son de precisión y no inductivos, el resistor **Rx** representa las pérdidas del capacitor bajo ensayo. Las impedancias de cada una de las ramas del puente son respectivamente:

$$Zx = \frac{Rx}{1 + j \cdot \omega \cdot Rx \cdot Cx} \qquad ; \qquad Z2 = R2$$

$$Z3 = R3 + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C3} \qquad ; \qquad Z1 = R1$$

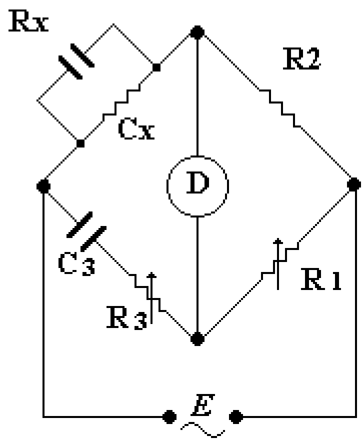


Fig.5-7

Recordando que en equilibrio, los productos de las impedancias de la ramas opuestas son iguales resulta:

$$R2 \cdot \left( R3 + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C3} \right) = R1 \cdot \left( \frac{Rx}{1 + j \cdot \omega \cdot Rx \cdot Cx} \right)$$

Operando:

$$\frac{R1}{R2} = \left( R3 + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C3} \right) \cdot \left( \frac{1 + j \cdot \omega \cdot Rx \cdot Cx}{Rx} \right)$$

$$\frac{R1}{R2} = \frac{R3}{Rx} + \frac{Cx}{C3} + j \cdot \omega \cdot Cx \cdot R3 + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C3 \cdot Rx}$$

Separando parte real de imaginaria:

$$\frac{R1}{R2} = \frac{R3}{Rx} + \frac{Cx}{C3} \qquad ; \qquad y \qquad j \cdot \omega \cdot Cx \cdot R3 = \frac{j}{\omega \cdot C3 \cdot R3}$$

Este es un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas (**Rx** y **Cx**) que se puede resolver por los métodos conocidos para llegar finalmente a las siguientes expresiones:

$$Rx = \frac{R2 \cdot R3}{R1} \cdot \left( \frac{1 + (\omega \cdot R3 \cdot C3)^2}{(\omega \cdot R3 \cdot C3)^2} \right) \qquad ; \qquad Cx = \frac{R1}{R2} \cdot \left( \frac{C3}{1 + (\omega \cdot R3 \cdot C3)^2} \right)$$

Conseguir la condición de equilibrio del puente y obtener los valores de **Cx** y de **Rx** es bastante engorroso, como puede verse en las expresiones anteriores, y puede lograrse variando **R3** , **R1** y además la frecuencia del generador usado para excitarlo. Claro que si lo que se desea medir es el factor de pérdidas, la operación se simplifica ya que el valor de **D** es:

$$D = \omega \ R3 \ C3$$

En algunas circunstancias puede usarse eventualmente la conexión de Wien para la medición de frecuencias. En efecto, de la parte imaginaria de la expresión antes deducida puede obtenerse:

$$\omega^2 = \frac{1}{Rx \cdot R3 \cdot Cx \cdot C3}$$

Lo que permite obtener por calculo el valor de la frecuencia si se conocen los valores de las capacidades y resistencias de las cuatro ramas.

**Puente de Schering**

Cuando se desea medir capacidades y factor de pérdidas de condensadores y de otros elementos que tienen capacidad asociada, tales como Cables armados para A.T., Aisladores, Transformadores de potencia para uso industrial (que usan aceite como refrigerante, y en los cuales se desean determinar las características del mismo como dieléctrico); todos elementos que puedan considerarse como capacitores en serie con una resistencia de bajo valor; se prefiere utilizar el puente de Schering, que en estas circunstancias y a diferencia del anterior, es un poco mas fácil de equilibrar.
La Figura 5-6 muestra el esquema básico de un puente de Schering. El capacitor **C4** y el Capacitor **C3** son patrones regulables en décadas, en tanto que **R3** y **R2** son los elementos de ajuste que permiten equilibrar el puente.

Las impedancias de cada rama del puente son respectivamente:

$$Zx = Rx - \frac{j}{\omega \cdot Cx} \quad ; \quad Z2 = R2 \quad ; \quad Z3 = \frac{1}{Y3}$$

$$Y3 = \frac{1}{R3} + j \cdot \omega \cdot C3 \quad ; \quad Z4 = -\frac{j}{\omega \cdot C4}$$

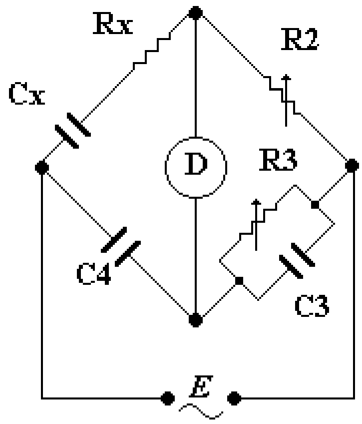


Fig. 5-8

Sustituyendo estas expresiones en la ecuación de condición de equilibrio se tiene:

Zx Z3 = Z2 Z4 ; o bien Zx = Z2 Z4 Y3

$$Rx + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot Cx} = \frac{R2}{j \cdot \omega \cdot C4} \cdot \left( \frac{1}{R3} + j \cdot \omega \cdot C3 \right)$$

Operando,

$$Rx + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot Cx} = \frac{R2}{j \cdot \omega \cdot C4 \cdot R3} + \frac{R2 \cdot C3}{C4}$$

Separando parte real de imaginaria y despejando se obtiene:

$$Rx = \frac{C3 \cdot R2}{C4} \quad ; \quad y \quad Cx = \frac{R3 \cdot C4}{R2}$$

Sin embargo, como el puente de Schering se usa sobre todo para el examen de materiales aislantes, no interesa tanto la resistencia **Rx**, sino el factor de pérdidas, que es:

$D = \omega\ Cx\ Rx$ , o sea (substituyendo) $D = \omega C3\ R3$

La operación mas fácil para obtener el equilibrio se consigue manteniendo constantes los valores de **R3** y **C4**, y regulando **R2** y **C3**. En este caso se consigue la lectura independiente pues **C3** no entra en la fórmula de **Cx** e interviene directamente en la determinación de "**D**". En cambio **R2** entra solamente en **Cx**.

### Mediciones de la inductancia de bobinas con núcleo magnético

La medición de la inductancia de inductores con núcleos ferromagneticos, es relativamente sencilla y en principio no difiere de lo ya visto pudiendo usarse cualquiera de los métodos y puentes ya estudiados, siempre y cuando el inductor trabaje sometido solamente a corrientes alternas. Pero cuando por el bobinado circula corriente continua, aparecen algunas dificultades adicionales

La determinación de la inductancia de bobinas con núcleo ferromagnetico por las que circulan corrientes continuas, es una de las mediciones mas interesantes que se pueden presentar en la práctica. Sucede que la circulación de corriente continua, satura el núcleo haciendo variar la permeabilidad del mismo en función de la magnitud de dicha corriente y por consiguiente la inductancia también varia (En general disminuye al aumentar la CC); esto es lo que se denomina "Inductancia incremental".

Los métodos tradicionales para la medición de la inductancia incremental, se basan en la aplicación de puentes de C.A., en los cuales sea posible la aplicación simultánea una fuente de CC que solo haga circular corriente por el elemento bajo ensayo. Esto debe hacerse con sumo cuidado, pues se puede correr el riesgo de dañar el instrumento, particularmente si las magnitudes de las corrientes a aplicar son grandes.

## *Otras técnicas para la medición de capacidades e inductancias.*

### Técnica del detector sincrónico.

En la actualidad existen instrumentos que han incorporado técnicas distintas de las tradicionales para la medición de capacidades y o inductancias. Una de estas es la del detector sincrónico.

Los instrumentos que trabajan con esta técnica utilizan un oscilador de una frecuencia conocida y muy exacta, que puede ser por ejemplo 1 KHz. o 100 KHz (dependiendo del rango de medida), un amplificador, un desplazador de fase que gira la fase de la señal del oscilador en 90º, un limitador que transforma esta ultima señal en una onda cuadrada y un detector sincrónico. El mismo consiste básicamente en un sistema de llaves electrónicas seguido de un integrador; las llaves del detector se comandan por medio de la onda cuadrada que proporciona el limitador.

### Medición de inductancia

El diagrama de la Figura 5-9 muestra la disposición de los bloques del instrumento para la medición de inductancias. Cuando se miden inductancias, la resistencia **Rs** (que varia de acuerdo al rango) debe ser muy grande en comparación con la impedancia que presenta la bobina a medir. El equivalente de esta es un inductor ideal en serie con una resistencia que representa las pérdidas de la misma. En esta situación, la corriente que circula por **Rs+r+jωL** estará prácticamente en fase con la tensión que entrega el oscilador; esto hace que la tensión sobre la parte real de la impedancia de la bobina (es decir **r**) este en fase con

la tensión del oscilador. La tensión sobre la parte inductiva estará adelantada 90º, y la tensión **ez** estará desfasada un ángulo φ .
El diagrama de fasores que se muestra en la Figura 5-10 aclarará este punto (en el mismo, se representan las relaciones de fases entre las respectivas caídas de tensión).

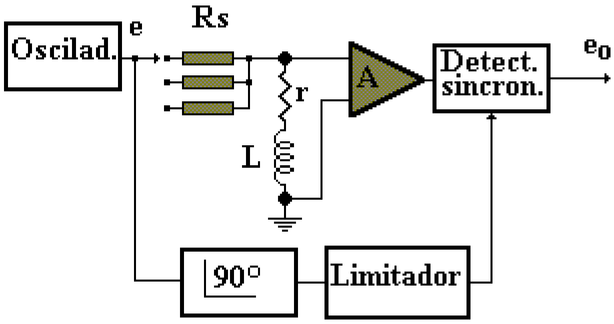


Figura 5-9 medición de inductancia

El valor de **Rs** es mucho mayor que la impedancia de la bobina:

$$Rs >> r + j\,\omega\,L$$

Por lo tanto la corriente será aproximadamente:

$$I \approx \frac{e}{Rs}$$

Y la tensión sobre la bobina (**ez**) será:

$$ez = \frac{e}{Rs} \cdot \left(r + j \cdot \omega \cdot L\right)$$

Separando parte real, y parte imaginaria:

$$er = \frac{e \cdot r}{Rs} \qquad ; \qquad el = \frac{e}{Rs} \cdot \omega \cdot L$$

La tensión sobre la impedancia (**ez**) es llevada a un nivel apropiado por el amplificador, y se aplica al detector sincrónico, cuya otra entrada tiene aplicada la señal que viene del limitador (que como ya se dijo es una onda cuadrada desfasada 90º con respecto a la salida del oscilador). La salida del detector es proporcional al valor medio de la tensión sobre la parte inductiva pura, como lo demuestra la integral que se efectúa a continuación del dibujo de la Figura 5-10. Como podrá verse, la inductancia es proporcional a la tensión de salida.

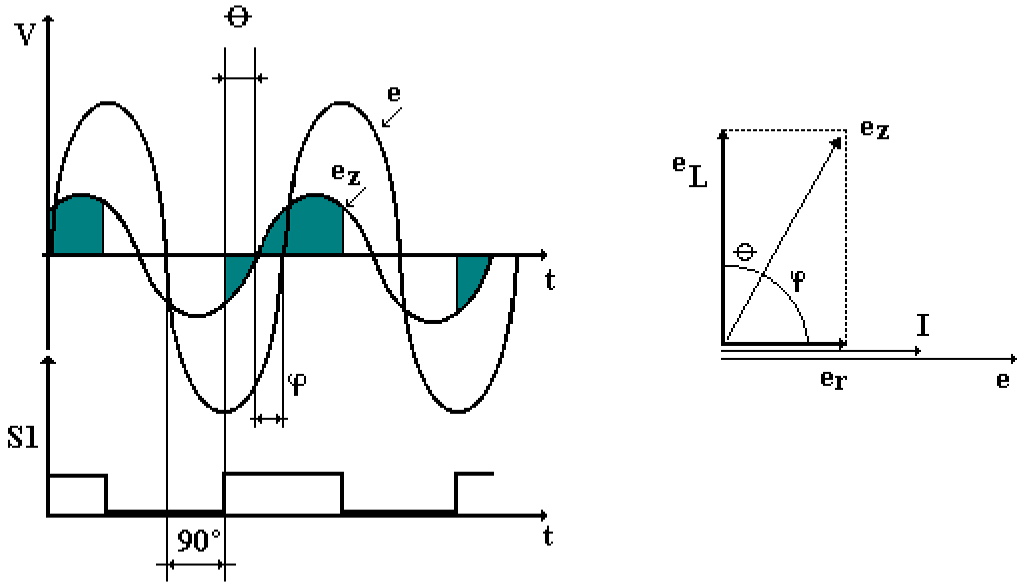


Figura 5-10

El detector sincrónico efectúa la integral de la tensión que viene del amplificador, entre los limites fijados por el tiempo de accionamiento de las llaves electrónicas, (como se indica en la Figura 5-10).
La salida del detector sincrónico será:

$$eo = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{-\theta}^{\pi-\theta} A \cdot ez \cdot \text{sen } \omega t \cdot d\, \omega t = \frac{A \cdot ez}{2\pi} \cdot \left| -\cos \omega t \right|_{-\theta}^{\pi-\theta} = \frac{A \cdot ez}{2 \cdot \pi} \cdot (2 \cos \theta)$$

$$eo = \frac{A \cdot ez}{\pi} \cdot \cos \theta = \frac{A \cdot el}{\pi} = \frac{A \cdot e \cdot \omega \cdot L}{\pi \cdot Rs}$$

Como: $\omega = 2\, \pi\, f$

Resulta que:

$$L = eo\ (Rs / 2\ A\ e\ f)$$

**Medición de capacidades**

Como ha podido verse en el caso de la medición de inductancias, el detector sincrónico no hace otra cosa que separar la parte imaginaria de la parte real de la expresión de la tensión sobre la impedancia.
La medición de capacidades se lleva a cabo de manera similar, y el detector sincrónico cumple la misma función.

Para la medición de capacidades, el instrumento se dispone ahora con la resistencia Rs de valor mucho mas pequeño que la impedancia del conjunto formado por el capacitor mas su resistencia de pérdidas.
La tensión sobre **Rs** estará prácticamente en fase con la corriente que pasa por el capacitor y la resistencia de pérdidas. El detector sincrónico elimina la parte real de la tensión sobre **Rs** que previamente ha sido amplificada, lo que permite obtener una tensión de salida que salvo por un factor es proporcional a la capacidad.

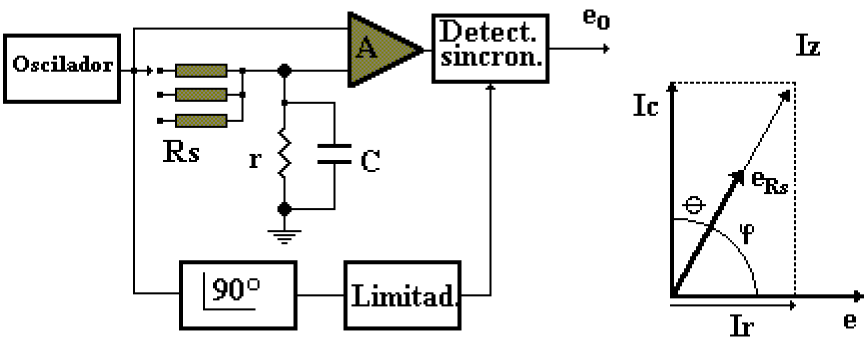


Figura 5-11 Disposición de los bloques para la medición de capacidades por el método del detector sincrónico y diagrama de fasores de las corrientes.

En este caso, el valor de **Rs** es mucho menor que la impedancia del conjunto formado por el capacitor mas la resistencia de pérdidas.

$$Rs << Zc$$

La impedancia y la admitancia que presenta el capacitor a medir, son respectivamente

$$Zc = \frac{1}{Yc} = \frac{r}{1 + j \cdot \omega \cdot C \cdot r} \quad ; \quad Yc = \frac{1}{r} + j \cdot \omega \cdot C$$

La corriente a través de la impedancia es aproximadamente:

$$Iz = \frac{e}{Rs + \frac{r}{1 + j \cdot \omega \cdot r}} \approx \frac{e}{r} + j \cdot \omega \cdot C \cdot e$$

Y la tensión sobre **Rs** es:

$$e_{Rs} = \frac{Rs}{r} \cdot e + j \cdot \omega \cdot C \cdot Rs \cdot e$$

La tensión de salida del detector sincrónico, será (al igual que en el caso de la medición de inductancias) proporcional a la parte imaginaria de la expresión anterior.

$$eo = \frac{(A \cdot \omega \cdot C \cdot Rs \cdot e)}{\pi} \quad ; \quad \text{de donde} \quad C = \frac{eo \cdot \pi}{A \cdot \omega \cdot Rs \cdot e}$$

Y como: $\omega = 2 \pi f$

Se tiene :

$$C = eo\ (1/A\ Rs\ f\ 2\ e)$$

**Exactitud del método**

La exactitud de la medición de inductores y capacitores por este método aumenta a medida que mas grande es el **Q** del elemento que se mide, es decir, para capacitores de bajas pérdidas y para inductores de resistencia serie pequeña. Valores típicos son por ejemplo:

**Exactitud para la medición de inductancias:**
± (1% de la lectura + (1,5 +3/Q) de plena escala + 0,03 μHy)
**Exactitud para la medición de capacidad:**
± (1% de la lectura + (1,5 +3/Q) de plena escala + 0,03 pF)

**Cuestionario.**

1. Un puente de CA de Baja frecuencia (o puente de impedancias), es un circuito que se emplea en aparatos para la medición de capacitores o bobinas. A diferencia de un puente de CC, en los puentes de impedancia se usan dos controles que se emplean para ajustar el puente. Ello obedece a que:

(A) Como la impedancia es una cantidad compleja, un control actúa sobre la parte real y otro sobre la parte imaginaria.
(B) Como la impedancia es una cantidad compleja, un control se usa para equilibrar el puente, y el otro para variar la frecuencia.
(C) Como la impedancia es una cantidad compleja, un control se usa para equilibrar el puente, y el otro para variar la sensibilidad.

2. Dentro de los puentes de impedancia, hay varios tipos que permiten medir bobinas. En todos ellos los parámetros que se miden son:

(A) La reactancia y la resistencia de pérdidas de la bobina.
(B) La inductancia y la resistencia de pérdidas de la bobina.
(C) La reactancia y el factor de calidad (Q) de la bobina.
(D) La inductancia y el factor de calidad (Q) de la bobina.

3. Si al medir el Q de un inductor, con un instrumento apto para ese fin la lectura obtenida varia con la frecuencia, es ello síntoma de alguna anomalía en el instrumento?.

(A) Es completamente normal que ocurra. (B) El instrumento se esta empleando mal

4. Por que motivo el puente de Maxwell no es apropiado para la medición de inductores de elevado Q ?.

(A) Porque para ello debería emplearse una Fuente de alimentación de RF.
(B) Porque para ello debería emplearse una Fuente de alimentación de alta tensión.
(C)Porque el brazo que se emplea para lograr el equilibrio seria de muy elevada resistencia.
(D) Porque el brazo que se emplea para lograr el equilibrio seria de muy baja resistencia.

5. En los puentes de impedancia que miden capacitores, los parámetros que suelen medirse son:

(A) La reactancia y la resistencia de pérdidas del capacitor.
(B) La capacidad y la resistencia de perdidas del capacitor.
(C) La reactancia y el factor de pérdidas (D) del capacitor.
(D) La capacidad y el factor de pérdidas (D) del capacitor.

**Problema:**

6) Se ha efectuado un montaje en forma de puente de Maxwell para la medición de un inductor, Siendo el valor de los resistores de las ramas puramente resistiva de 500 ohms, el capacitor es de 100 nF y el resistor de la rama capacitiva es de 10000 ohms; la frecuencia utilizada es 1 KHz. Se pide: el valor de la inductancia y el factor de mérito.