

Analizador de Fourier / Analizador Dinámico de Señales

Carlos A. Zerbini

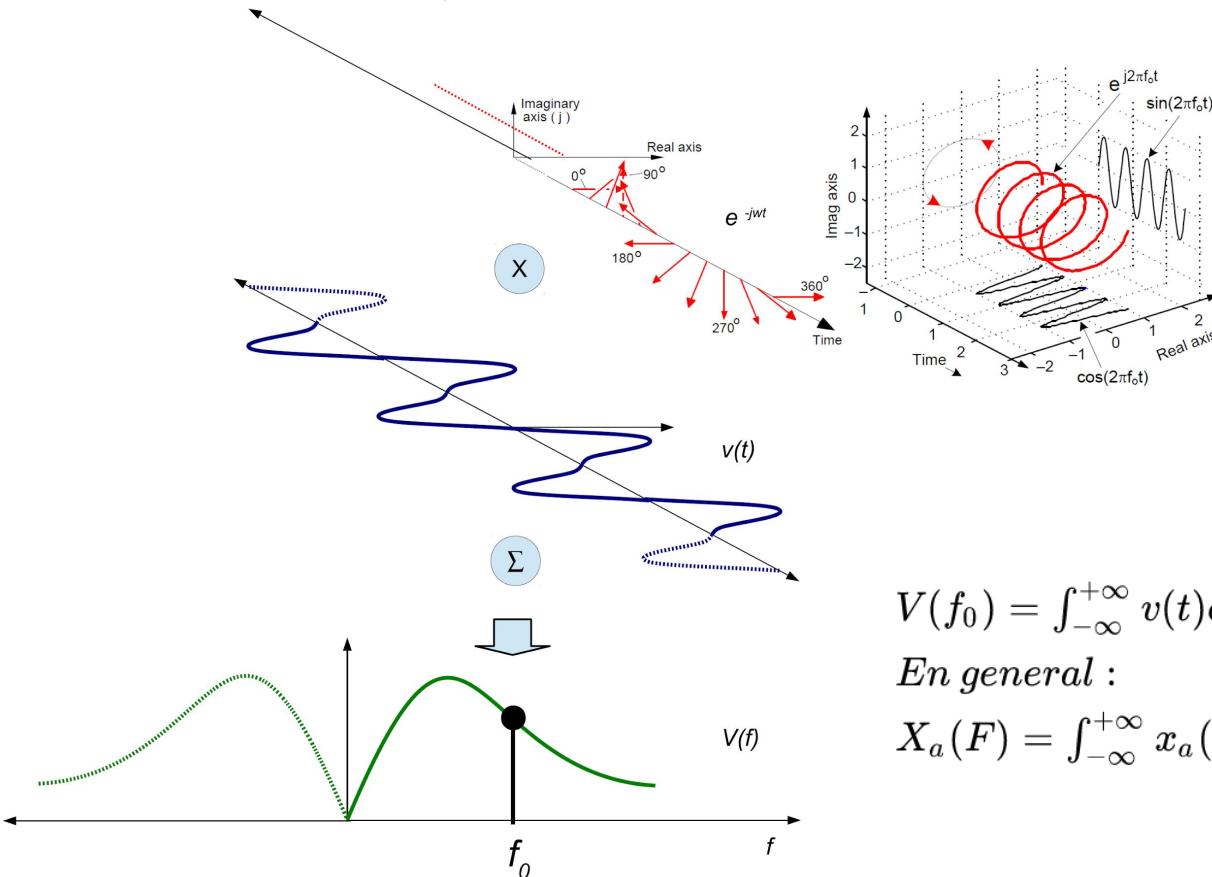
Cátedra Medidas Electrónicas 2

Universidad Tecnológica Nacional - Facultad Regional Córdoba

Año lectivo 2019

Transformación de Fourier al dominio de las frecuencias

La teoría de Fourier (Serie y transformada) relaciona *matemáticamente* los dominios de tiempo y frecuencia



$$V(f_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} v(t) e^{-j2\pi f_0 t} dt \text{ Transformacion continua}$$

En general :

$$X_a(F) = \int_{-\infty}^{+\infty} x_a(t) e^{-j2\pi F t} dt$$

Transformación de Fourier al dominio de las frecuencias

- Para una **secuencia puramente digital de longitud finita** $x(nT)$, su DFT es está dada por:

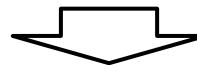
$$X(kF) = \sum_{n=0}^{N-1} x(nT) e^{-j2\pi k F n t}, \text{ donde } F = \text{resolucion} = \frac{1}{NT} = \frac{F_s}{N}$$

N = # de muestras , F = espaciamiento de los bines en la frecuencia, T = espaciamiento de las “muestras” en el tiempo

- Ahora, si tenemos una señal digital obtenida a partir de una **señal analógica muestreada** $v(n) = v(t) |_{t=nT}$, la DFT presenta **múltiples instancias** debido al **efecto del muestreo**. Este es el origen del **aliasing**:

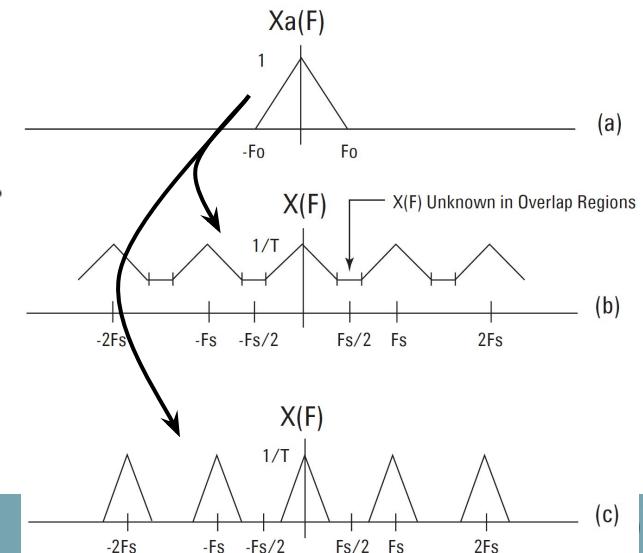
$x_a(t)$ Señal analógica

$X_a(F) = \int_{-\infty}^{\infty} x_a(t) e^{-j2\pi F t} dt$ Transformada Fourier

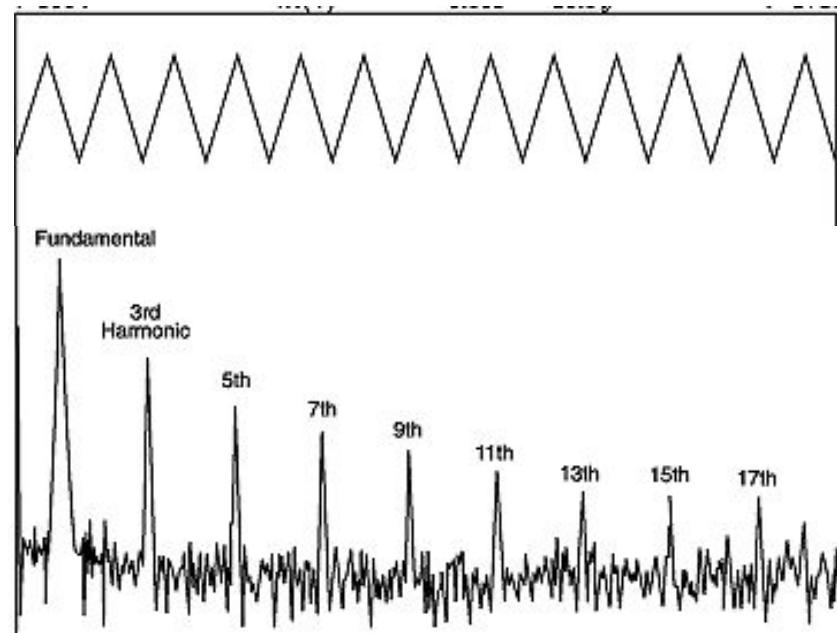
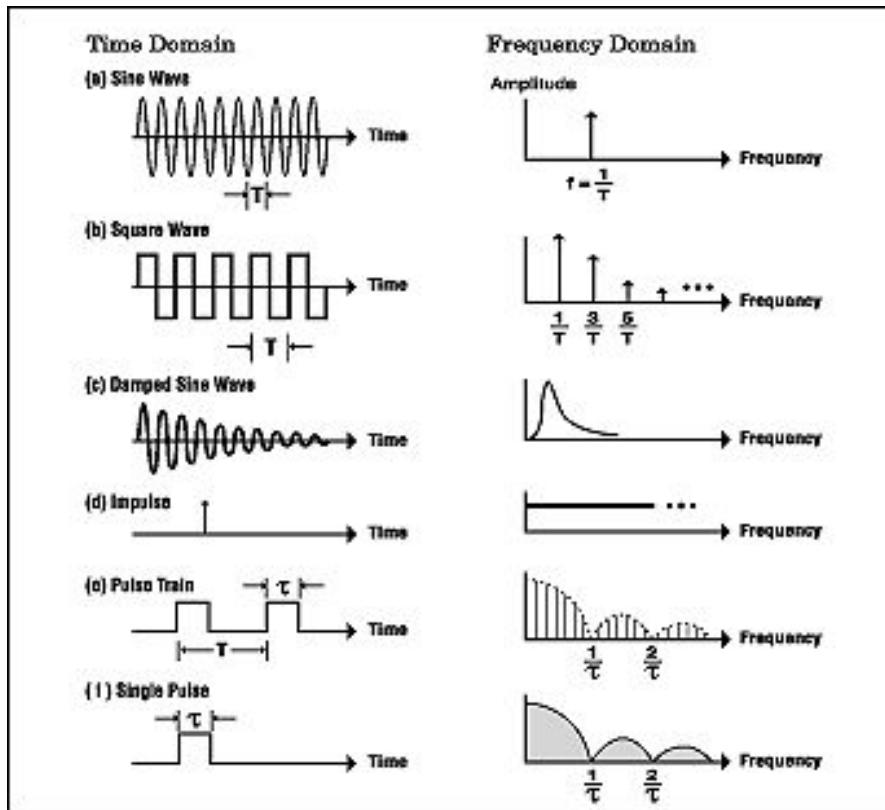


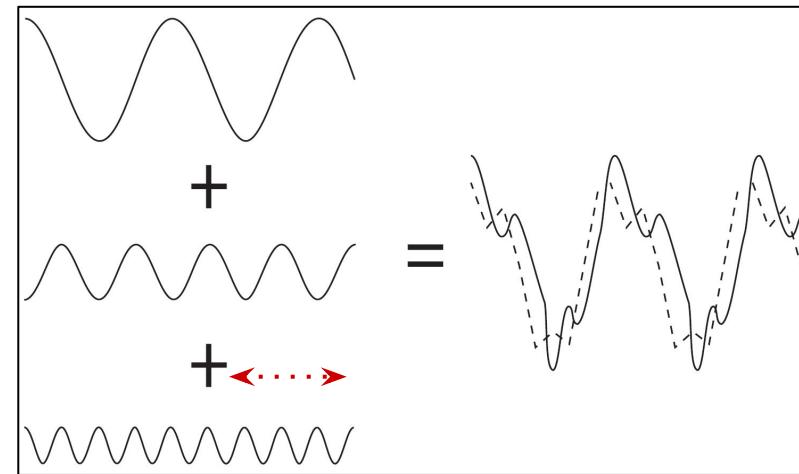
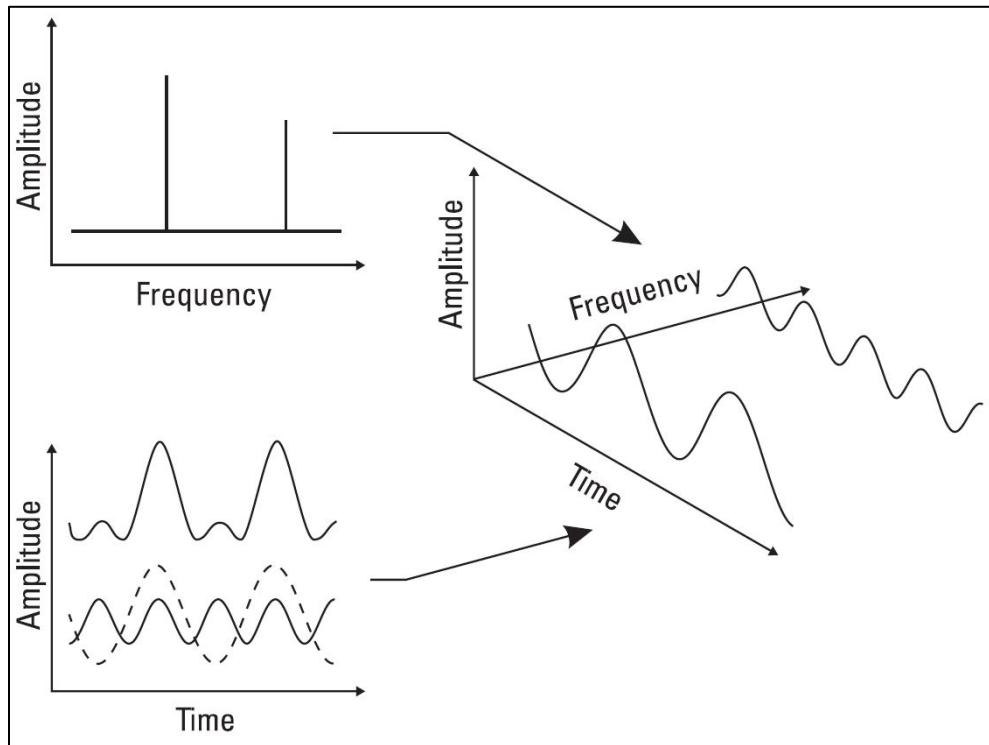
$x(n) = x_a(t)|_{t=n.T}$ Señal digitalizada

$X(F) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} X_a[(1/T)(FT + k)]$ DFT



Algunos ejemplos de señales y su contenido espectral





Modificar las relaciones de **fase** puede distorsionar severamente la señal original

Expresión de cualquier señal como sumatoria de senoidales de **amplitudes y fases bien determinadas**

Transformada rápida de Fourier (FFT)

- La FFT es una implementación eficiente de la DFT
- Concepto de la transformada discreta de Fourier y sus limitaciones como aproximación a la transformada continua de Fourier
 - La teoría de la DFT asume que la onda es periódica, sea éste el caso real o no → drenaje o fuga espectral
 - Comparación con los analizadores de filtros paralelos, analizador de barrido y analizador de redes por barrido
- Transformada rápida de Fourier (FFT) → EFICIENCIA DE CÁLCULO

cálculos DFT → $O(N^2)$ N : # de muestras en el registro de tiempo (Time Record, TR)
cálculos FFT → $O(N \log_2 N)$

#cálculos → **tiempo**, por ej. si TR = $2^{10} = 1024$ muestras:

- DFT → > 10^6 cálculos (1024^2)
- FFT → 10240 cálculos ($1024 \cdot \log_2 1024$)

Aspectos prácticos respecto a la teoría de Fourier

- La FFT **repite simétricamente el espectro de la señal**
- Por tratarse de **muestras discretas**, la FFT es **válida sólo a ciertas frecuencias → resolución en frecuencia**. Idealmente, las líneas son infinitamente finas, pero en la práctica presentan ancho y forma dependientes del RBW y fuga spectral respectivamente
- El analizador presenta **distorsión y ruido generados internamente**
- Los **valores de amplitud difieren** de los que se observarían en otros analizadores
 - Multiplicar por 2 (simetría)
 - Multiplicar por 0,707 para obtener valor **eficaz**, comparable a los de un AEB
- **Tiempo de medición finito y acotado →** se considera **señal estacionaria**, es decir, **se asume que el contenido del TR se repite entre $t = -\infty$ y $t = +\infty$**

Comparación con otras técnicas espectrales

- **Analizador de banco de filtros**
 - Es el instrumento **más aproximado al funcionamiento de un AEF**
 - Requiere N filtros pasabanda, cada uno con factor Q muy bueno y repetible. Esto es muy difícil en la práctica, en especial a frecuencias elevadas
 - $RBW = f_{max} / N$ (*banco de filtros*), $RBW = f_s / N = 1 / TR$ (*AEF*)
- **Analizador de espectro de barrido (AEB)**
 - Es mucho más económico que el banco de filtros, al utilizar sólo un filtro de frecuencia fija y baja, y lograr el efecto de múltiples filtros mediante el barrido en el tiempo
 - Presenta el problema de que **requiere un cierto tiempo para obtener el espectro de la señal**, lo cual es inconveniente para señales de naturaleza estadística (espectro) muy variable
 - Al **detectar la señal, pierde la información de fase**
- **Analizador de Espectro de Fourier (AEF) o analizador dinámico de señales**
 - **Emula exactamente el funcionamiento del analizador de filtros paralelos**, en este caso los filtros son implementados **matemáticamente mediante la FFT**
 - Lo que en AEB era el tiempo de establecimiento, en AEF es el tiempo de cálculo/filtro
 - **Especialmente adecuado para señales con espectro muy variable**
 - **Conserva la información de fase de cada componente espectral**
 - **Ya que no utiliza filtros físicos, los niveles de ruido son bastante superiores!**

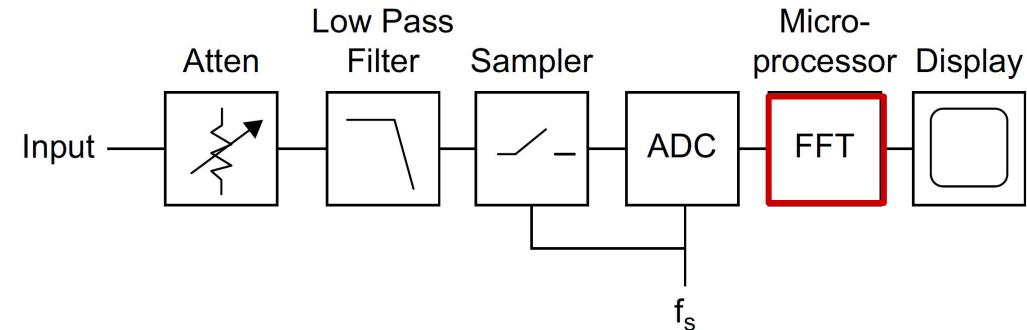
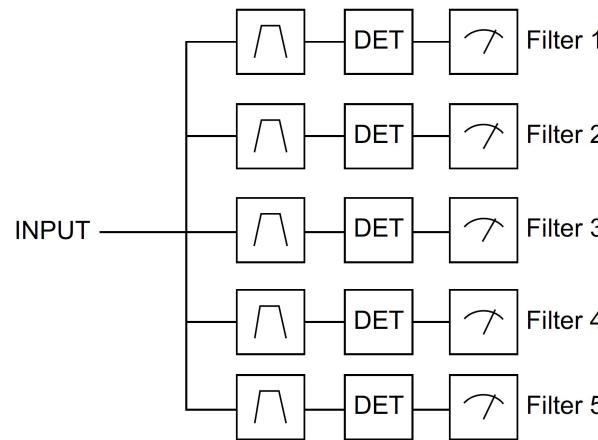
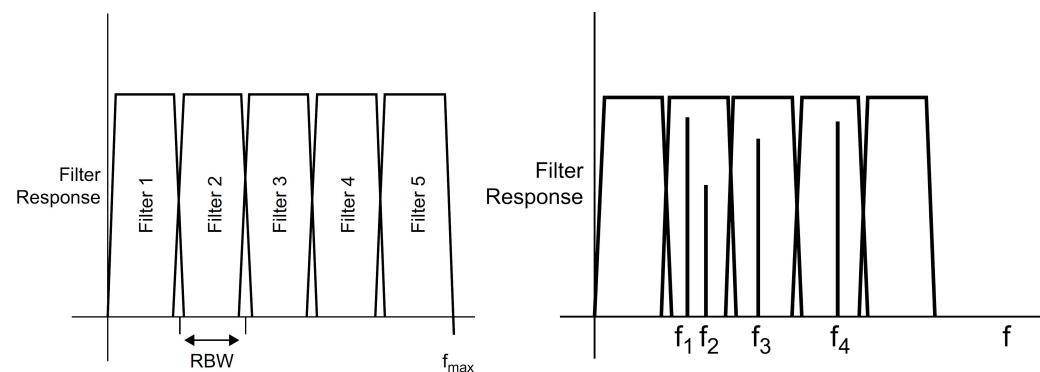
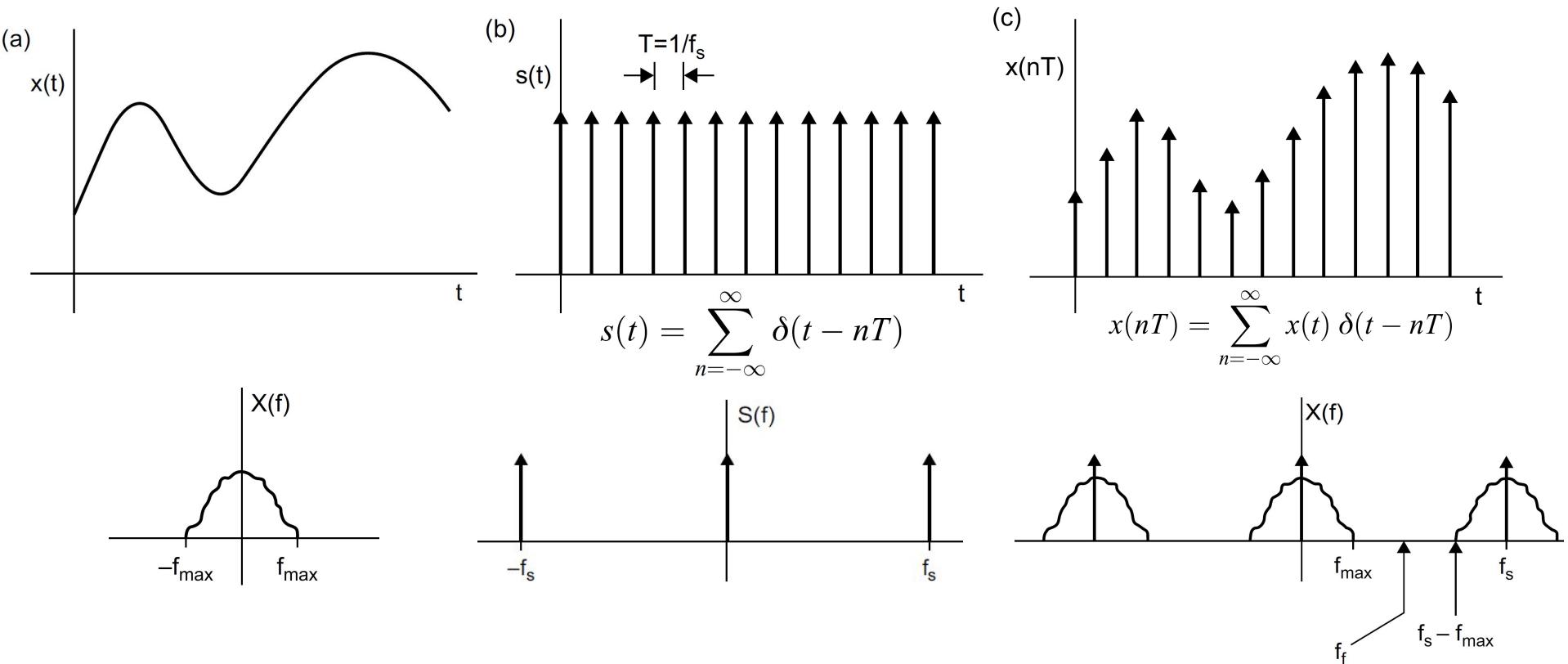


Diagrama simplificado del Analizador de espectro de Fourier



Analizador de filtros paralelos y el problema de la resolución

Muestreo y digitalización y su efecto en el espectro



Muestreo y digitalización y su efecto en el espectro

Por teorema de muestreo:

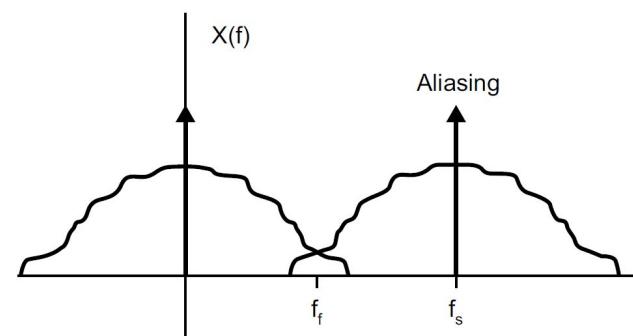
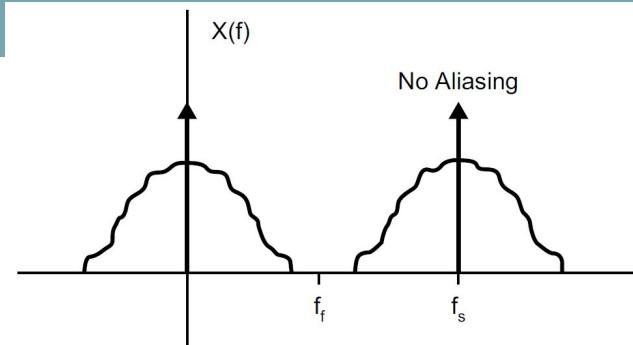
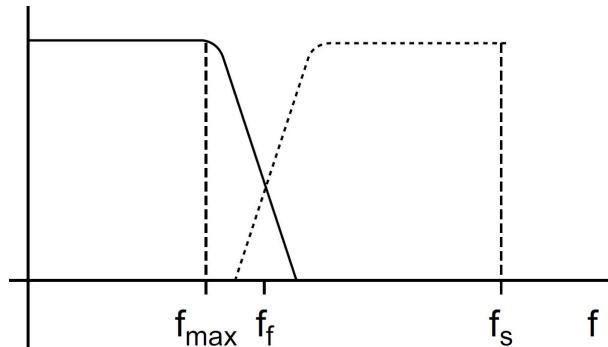
$$f_s - f_{\max} > f_f$$

$$f_s - f_{\max} > f_s/2$$

$$f_s/2 > f_{\max}$$

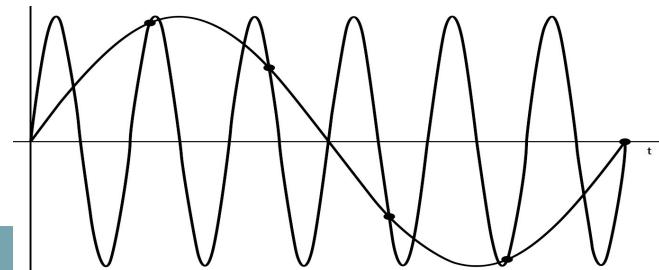
$$f_s > 2f_{\max}$$

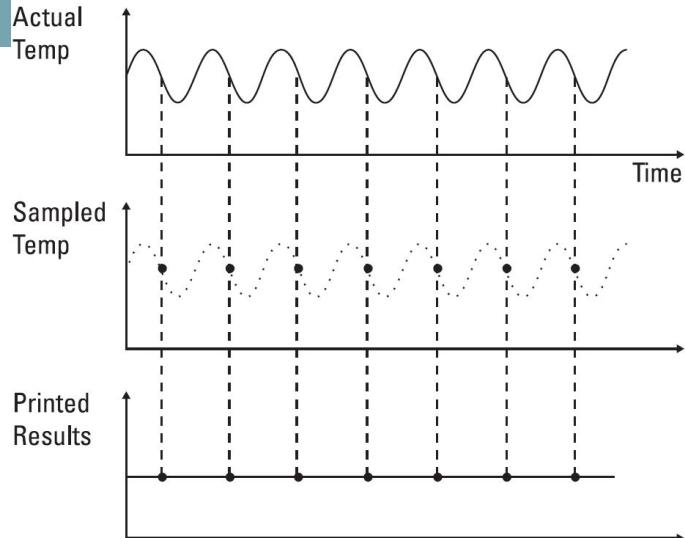
Debido a la pendiente del FPb, en la práctica se toma $f_f = 2,5f_{\max}$ a $4f_{\max}$
 $(f_f = \text{frecuencia de folding o plegado})$



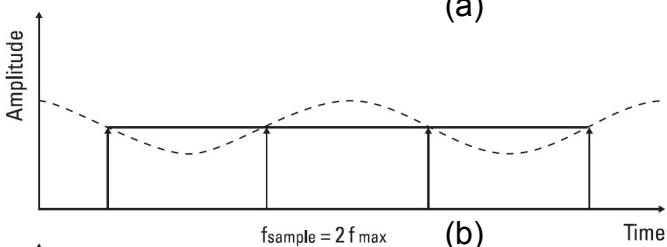
Condiciones para evitar aliasing:

- Señal de entrada limitada en ancho de banda
- Muestreo a un régimen que cumpla con el teorema del muestreo



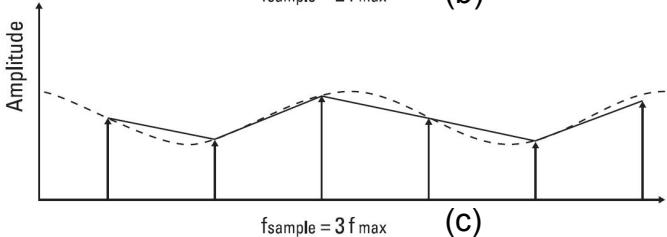


(a)



$f_{\text{sample}} = 2 f_{\text{max}}$

(b)

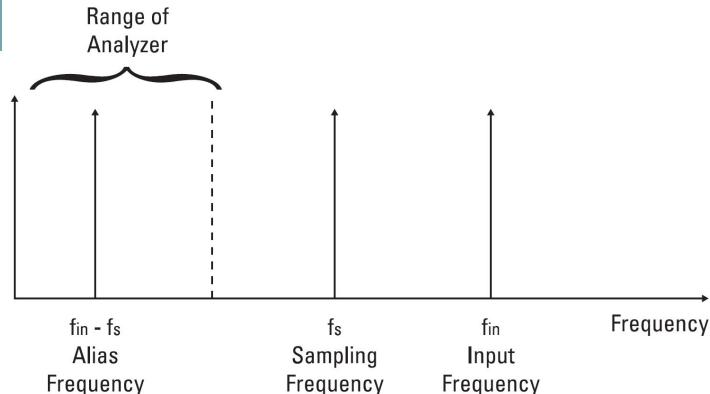


$f_{\text{sample}} = 3 f_{\text{max}}$

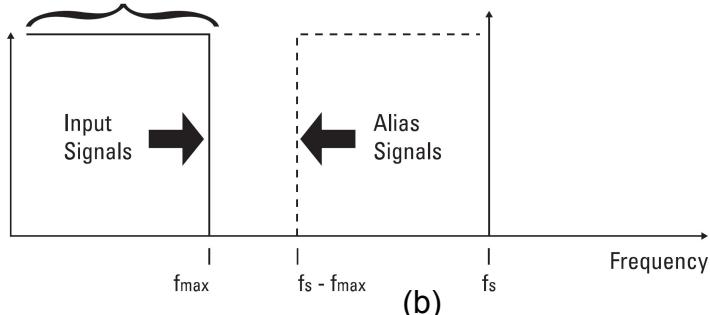
(c)

Efecto del alias en el tiempo:

- (a) $f_s < f_{\text{NYQ}}$
- (b) $f_s = f_{\text{NYQ}}$
- (c) $f_s > f_{\text{NYQ}}$



(a)



(b)

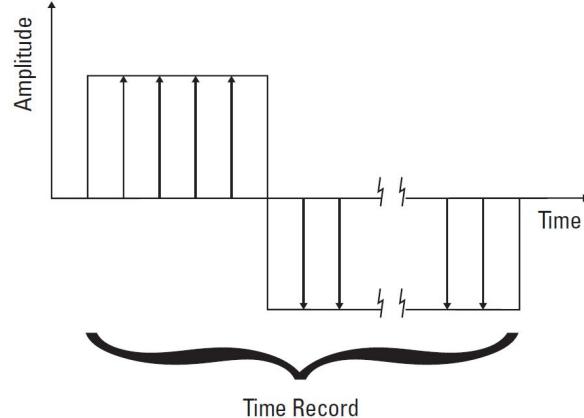
Efecto del alias en la frecuencia:

- (a) Alias de una componente fuera de banda
- (b) ZONAS de señal deseada y de alias

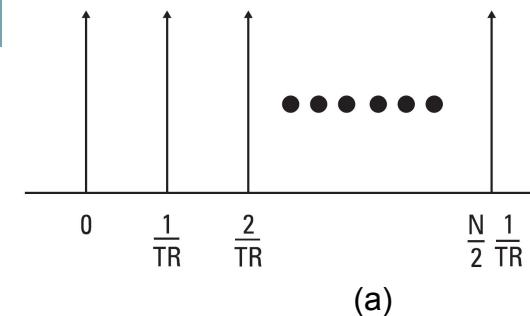
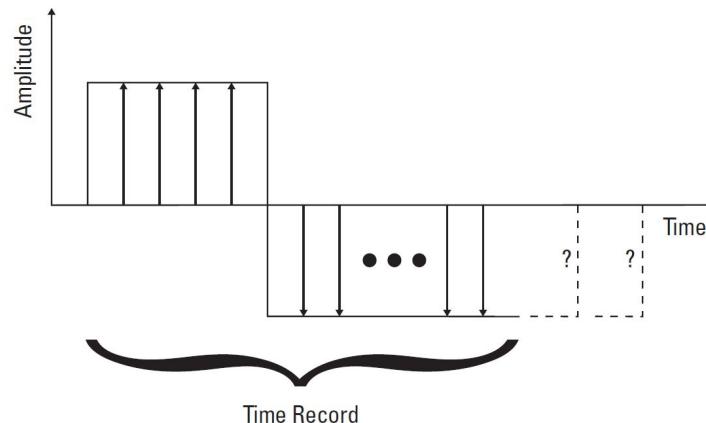
Registro de tiempo (Time Register, TR)

- El registro de tiempo almacena N muestras, que suelen ser potencia de 2 por simplicidad de cómputo. Visto como tiempo, este registro representa $T_s \cdot N$ [unidades de tiempo].
- Luego de la FFT, se obtiene un registro de salida de N bines, *cada uno con información de magnitud y fase*. $N/2$ de ellos son **simétricos** respecto a los $N/2$ restantes, por lo que se pueden descartar. **Tenemos así $N/2 + 1$ (DC) bines efectivos de información.**
- **Los $N/2 + 1$ bines efectivos de la FFT mapean el rango de frecuencias $[0, f_f]$.**
Por ejemplo, si $N = 1024 = 2^{10}$ y $f_f = 128$ KHz, entonces la FFT producirá **513 bines efectivos, que mapean el rango [0 Hz, 128 KHz]**.
- Si las muestras se tomaron a frecuencia $f_s = 1/T_s$, entonces el total de los N bines estarán espaciados en frecuencia $f_s/N = 1/(N \cdot T_s) = 1/\text{longitud del TR}$. Asimismo, la **frecuencia asociada a cada bin será $f_n = n \cdot f_s/N$ ($n = \text{número de bin}$)**.
- El primer bin es la **componente de DC**, mientras que el último bin efectivo representa la **frecuencia de folding $f_f = f_s/2$** . Si mi señal contiene frecuencia por encima de ese valor, éstas modificarán la amplitud de sus alias respectivos.

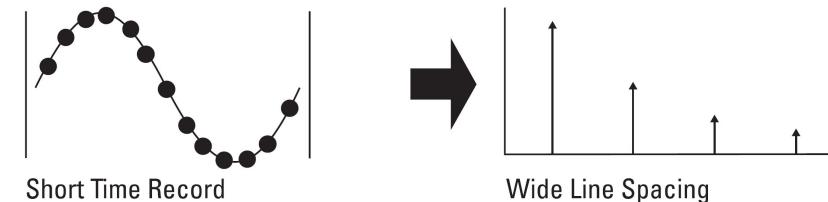
a) Period of input signal equals time record.
Lowest resolvable frequency.



b) Period of input signal longer than the time record.
Frequency of the input signal is unknown..

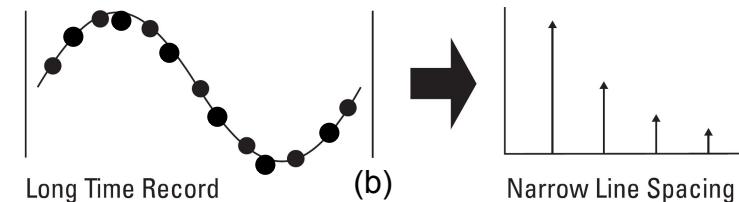


(a)



Short Time Record

Wide Line Spacing



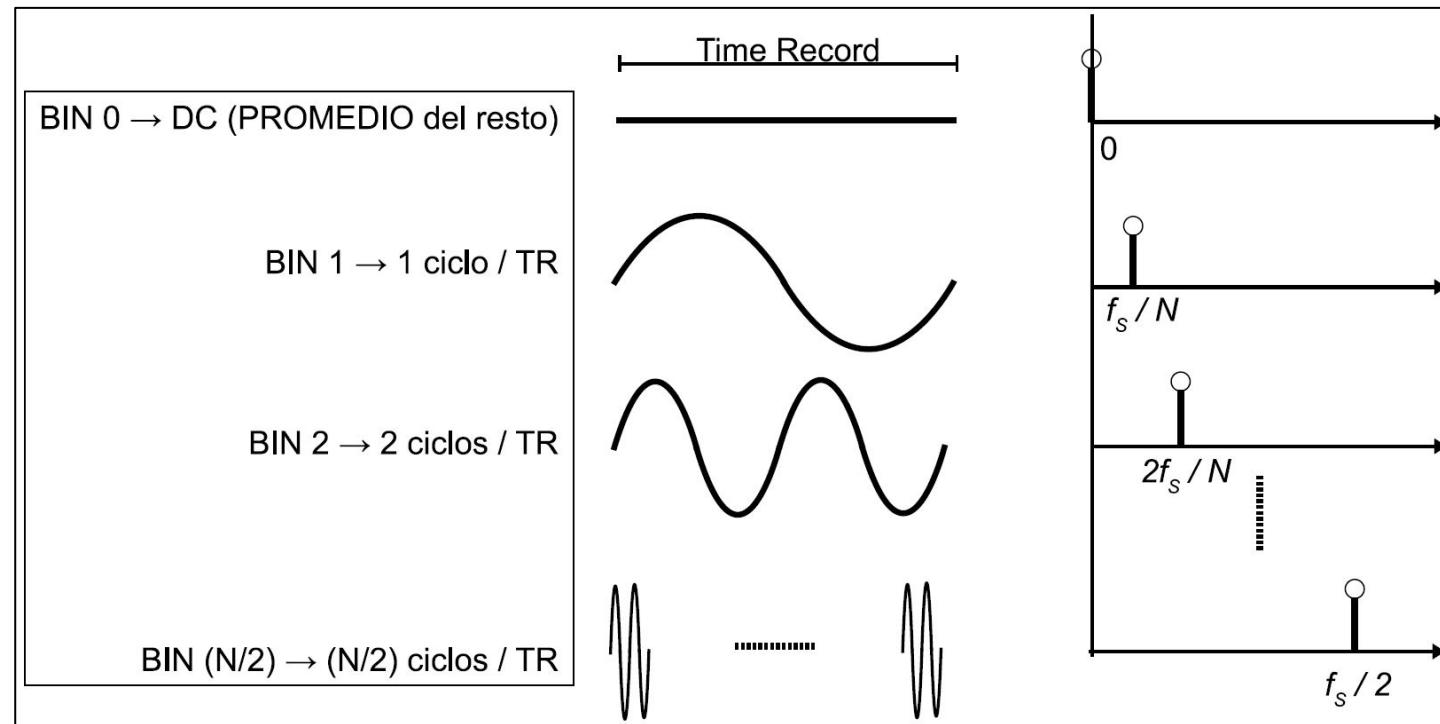
Long Time Record

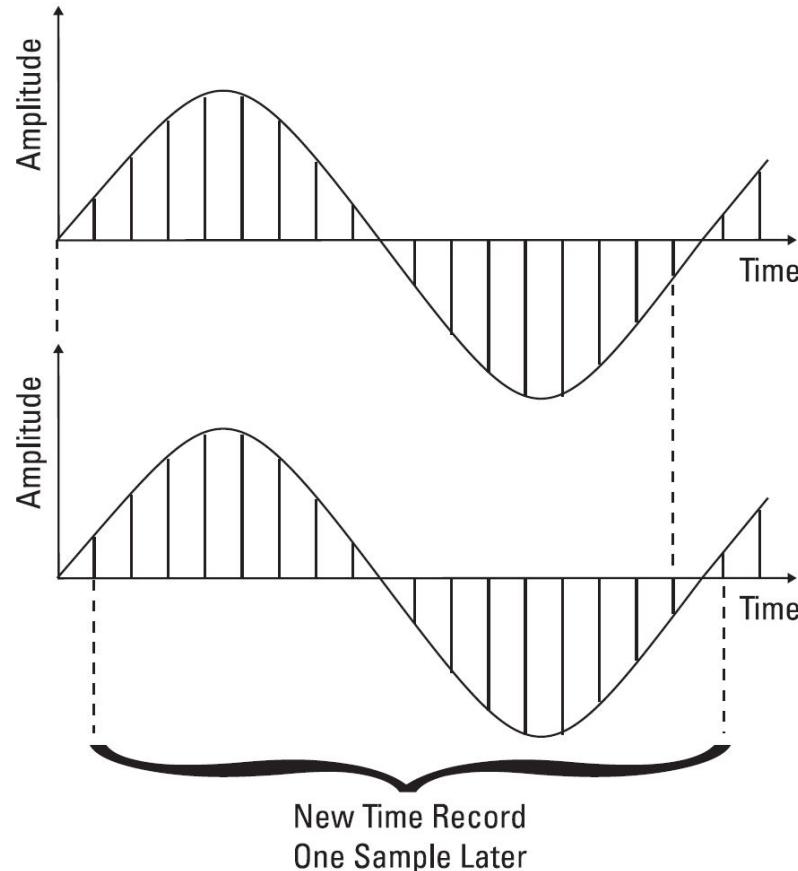
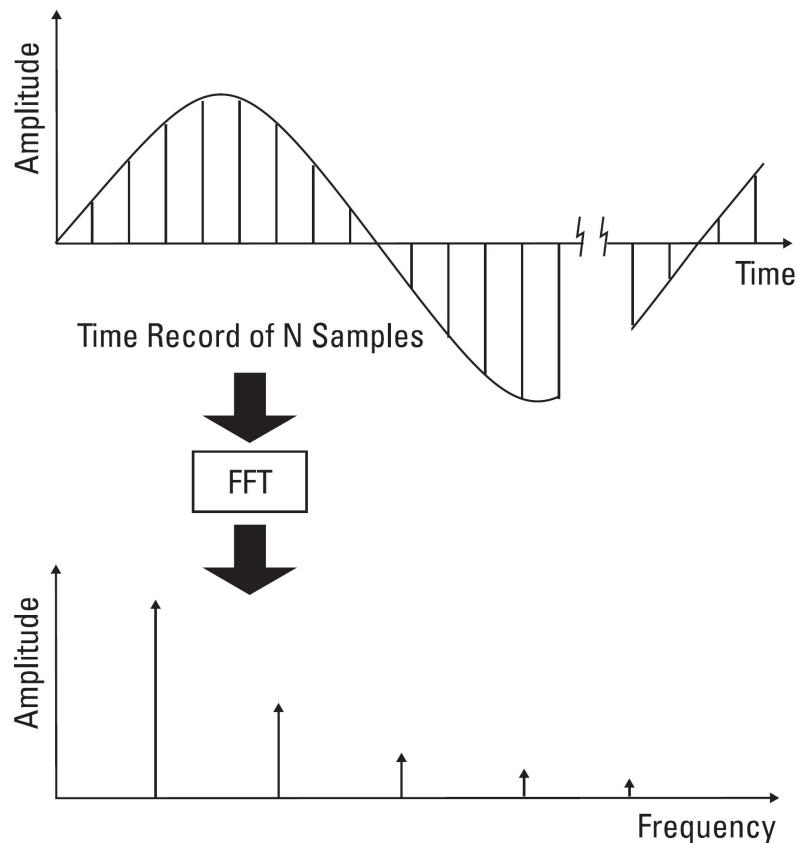
Narrow Line Spacing

(a) Líneas espectrales de la FFT

(b) Mejoramiento de resolución al disminuir f_s con N constante (TR mayor)

Registro de tiempo (Time Register, TR)

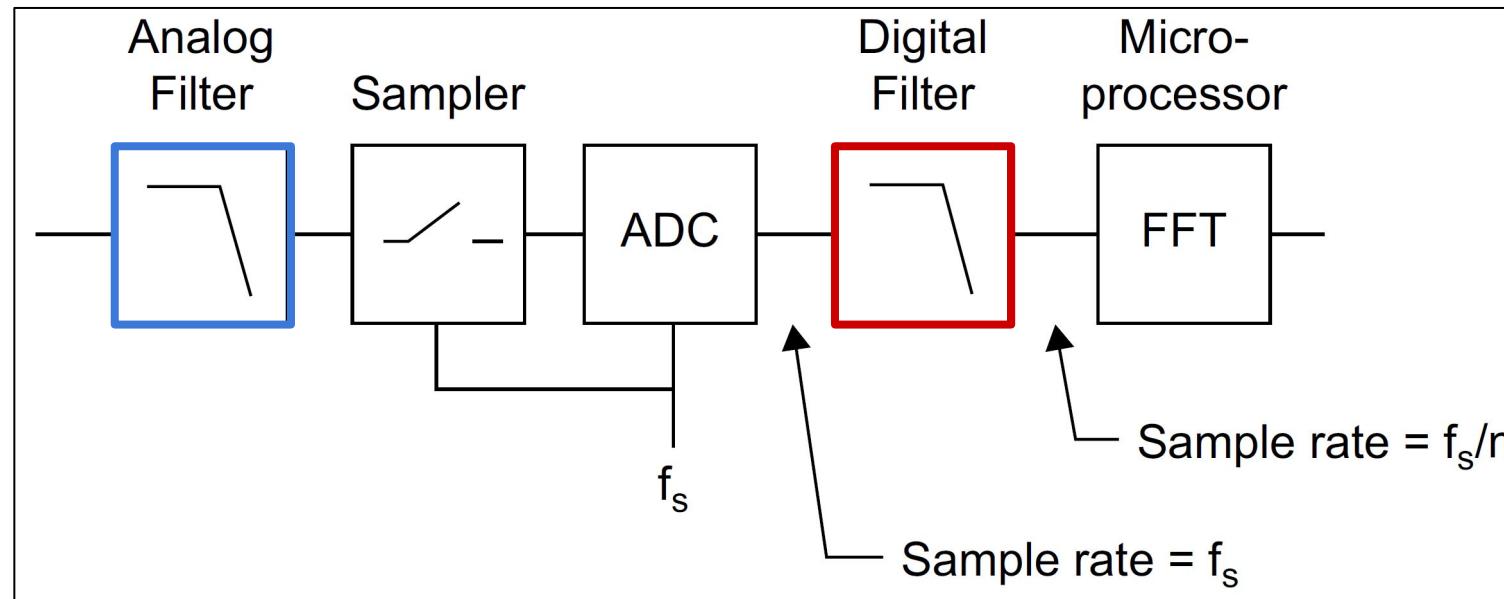




Control de rango de frecuencia (SPAN)

- La FFT transforma inherentemente señales **pasabajo o de banda base**. Es decir, su rango **comienza siempre en 0 Hz**.
- La tasa de muestreo, en conjunto con el tamaño de registro N , **determinan la resolución del instrumento** (luego veremos que también influye **la ventana utilizada**). Por ejemplo, en el caso anterior, $f_s = 256 \text{ KHz}$ y $N = 1024$. Entonces, la **resolución** será $f_s / N = 250 \text{ Hz}$, y **no se podrán resolver componentes que se encuentren más cercanas**.
- Una opción para mejorar la resolución sería **incrementar N**, pero esto afectará el **tiempo de cálculo**, y no es deseable.
- La otra opción es **disminuir la tasa de muestreo f_s** . Esto es lo que se aplica, NO reduciendo la frecuencia del ADC sino introduciendo **diezmado o sub-muestreo**.
- Al realizar sub-muestreo, estaríamos re-introduciendo alias, por lo que debemos también **bajar la frecuencia del FPb**. Nuevamente, esto no se realiza en el filtro anti-alien analógico, sino mediante un **filtro digital**.
- En la práctica, se utiliza un **filtro digital diezmador** que cumple ambas funciones. A la entrada, **aún es necesario un filtro anti-alien analógico, pero fijado al span máximo del instrumento**.

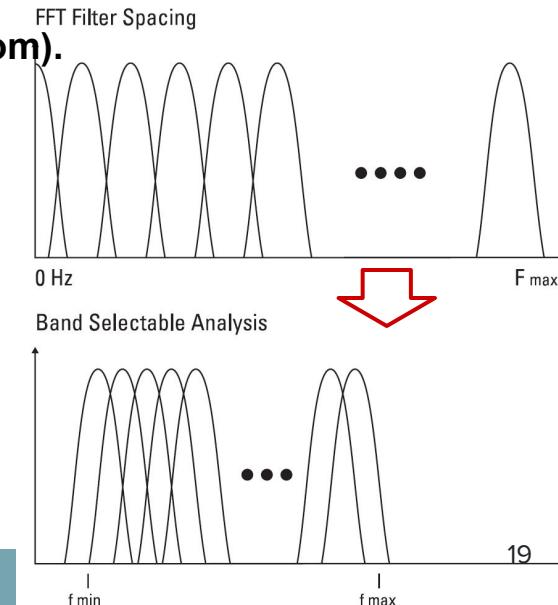
Control de rango de frecuencia (SPAN)



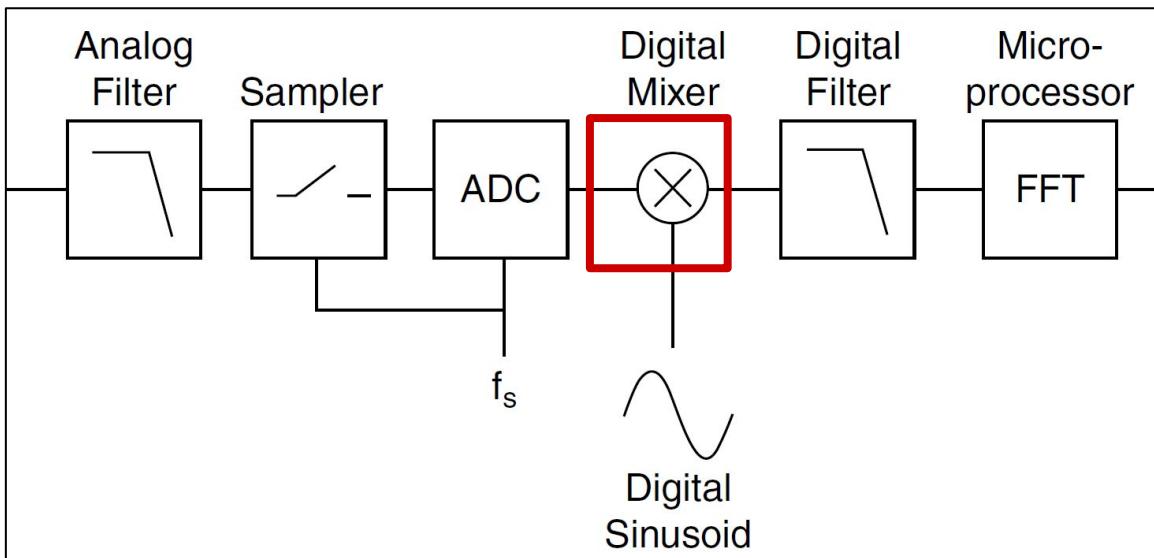
Esquema de filtrado para implementación del control de SPAN

Análisis seleccionable en banda (zoom)

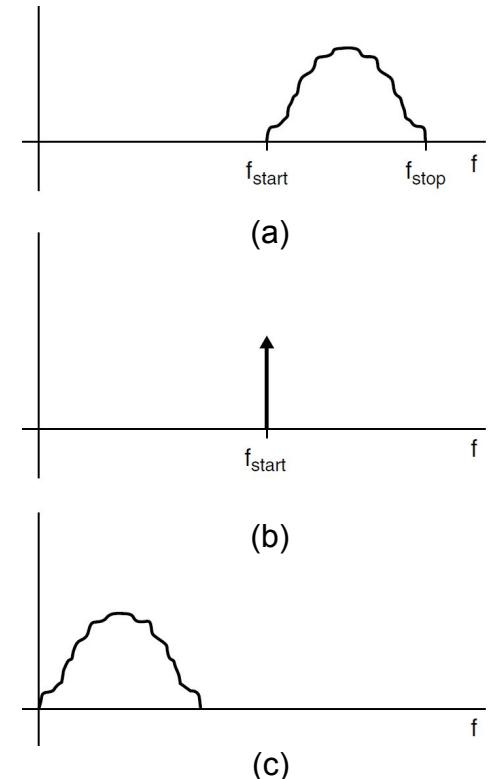
- Aún modificando el SPAN, la FFT **comienza siempre en 0 Hz**. La resolución puede mejorarse **pero a expensas de menor f_{max}**
- Una situación común es desear medir un rango $[f_{min}, f_{max}]$. Estas son **señales pasabanda**, un caso típico es una portadora modulada. A fin de no sacrificar resolución para llegar a f_{max} , sería deseable **cambiar el límite inferior de frecuencia y llevarlo a f_{min} en lugar de 0**.
- Para este caso, se implementa el **análisis seleccionable en banda (zoom)**. Para ello, la salida del ADC se **mezcla con una senoide compleja, llevando f_{min} a CERO**. Luego, el rango resultante $[0, (f_{max} - f_{min})]$ se envía a la FFT como la señal pasabajo que ella espera.
- Esta técnica de **heterodinaje digital se combina** con el filtro diezmador para ajustar la pantalla al rango de frecuencias deseado.



Control de rango de frecuencia (SPAN)



Análisis en banda seleccionable en el AEF, mediante un mezclador digital



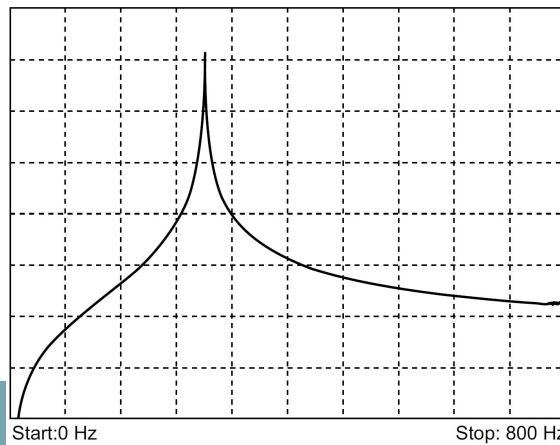
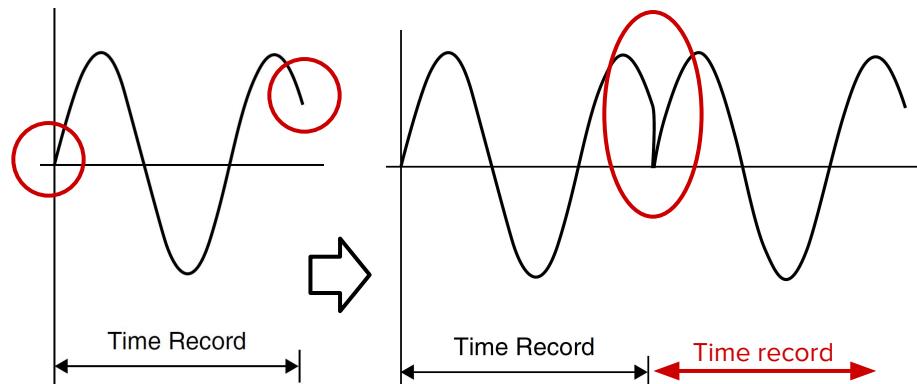
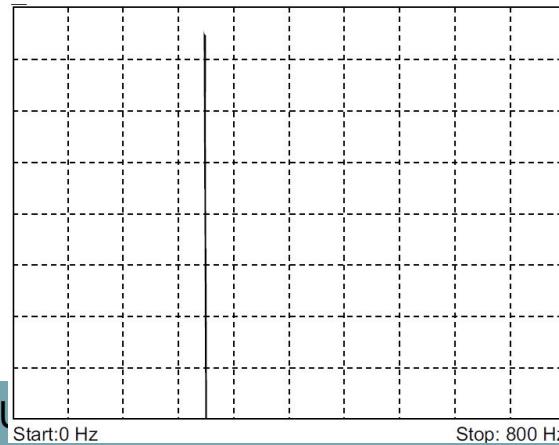
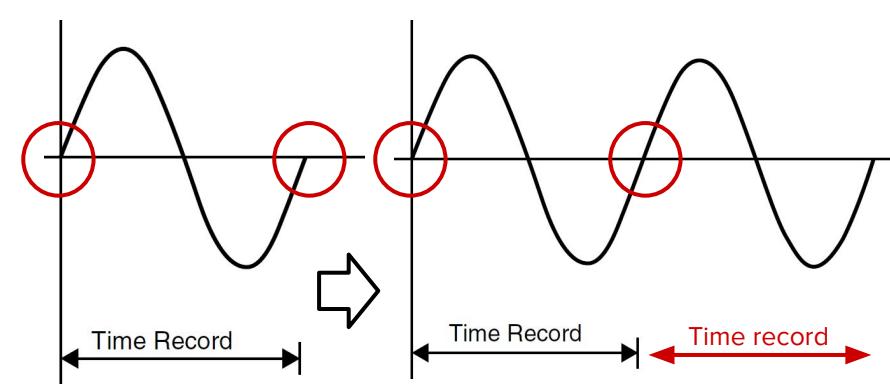
- (a) Espectro de señal a medir
- (b) Espectro del oscilador digital
- (c) Espectro original trasladado

Fuga espectral (spectral leakage)

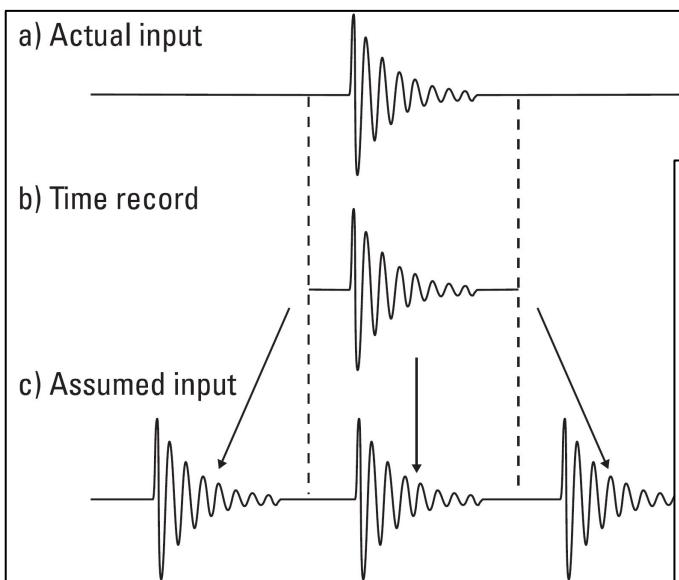
- La FFT se basa en las **muestras finitas del registro de tiempo, y asume** que este registro se **repite** desde $t = -\infty$ hasta $t = +\infty$ para **aproximar** la transformada de Fourier continua. A partir de esta suposición, se pueden producir dos casos:
 - El TR es un **#ENTERO** de ciclos de mi señal → FFT aproxima muy bien a la serie de Fourier, 1 línea en frecuencia.
 - El TR no es un **# entero** de ciclos → al “concatenar” TRs, se producen **DISCONTINUIDADES**. Si en estas discontinuidades la señal posee potencia, se producen **TRANSITORIOS** considerables que en la frecuencia ocasionan **FUGA ESPECTRAL** alrededor de la línea espectral original. **La FFT no aproxima satisfactoriamente a la serie de Fourier.**
- Ya que en la entrada existe en general un **rango de frecuencias, se producirá una combinación de estos dos casos, sobre lo que el operador no tiene control!**
- La única opción es **mitigar el efecto de la fuga** forzando a que la señal posea mínima energía en los **extremos del TR (“valor 0”)** → se **multiplica** por una “**función ventana**” **en el dominio del tiempo!** Existen muchas funciones ventana, cada una adecuada para ciertos tipos de señal.

SIEMPRE tener en cuenta las formas en el TIEMPO y en la FRECUENCIA! (no son iguales)

Fuga espectral (spectral leakage)

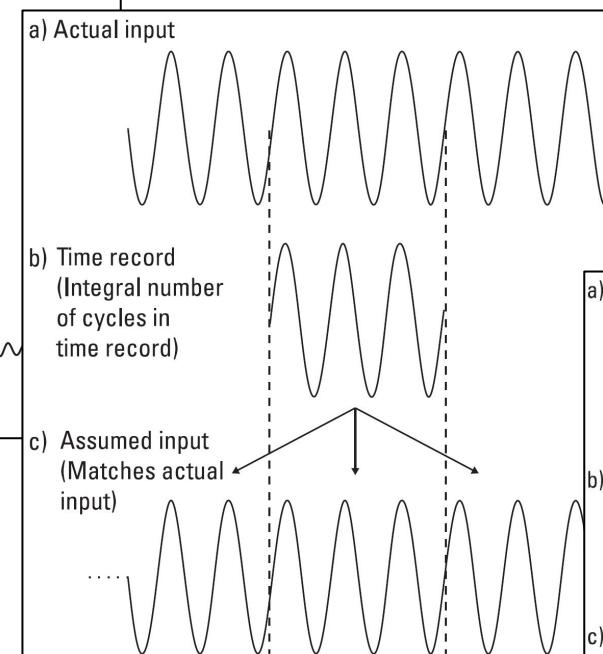


discontinuidad!

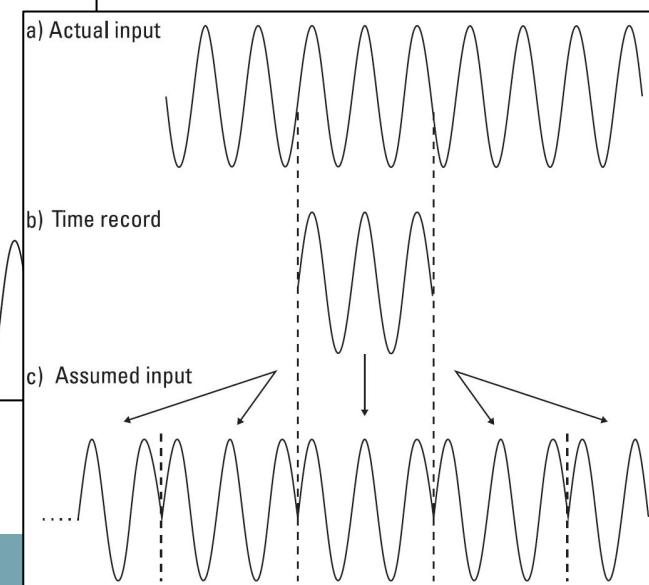


Señal auto-ventana - no hay fuga espectral

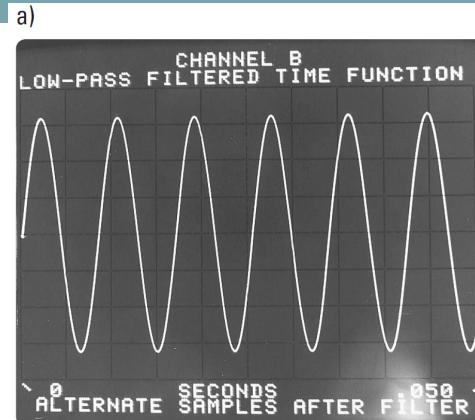
Señal con # periodos entero en el TR - no hay fuga espectral



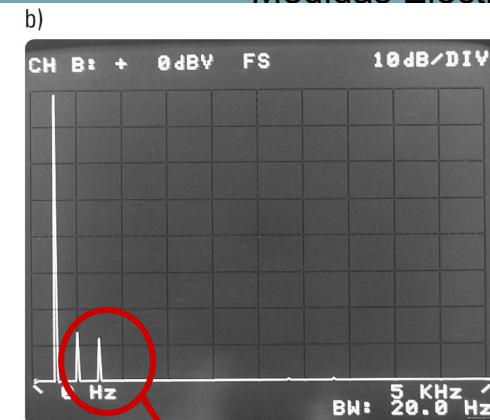
Señal con # periodos no entero en el TR - existen discontinuidades y fuga espectral



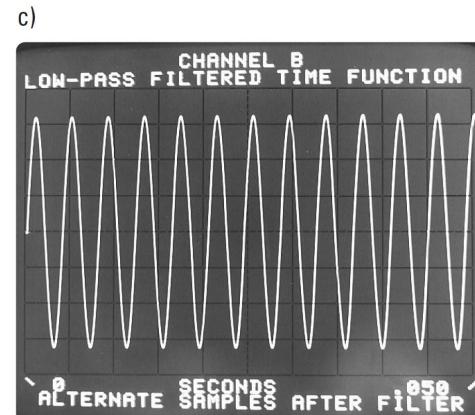
Fuga espectral (spectral leakage)



a) & b) Sine wave periodic in time record



Componentes
ENMASCARADAS
por la fuga

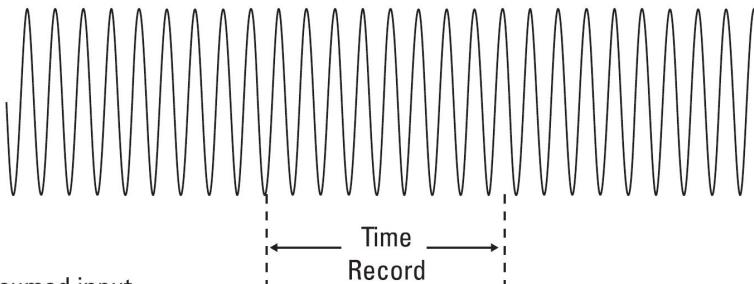


c) & d) Sine wave not periodic in time record

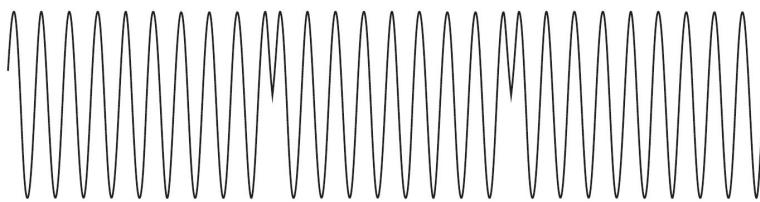


Analizador dinámico de señales

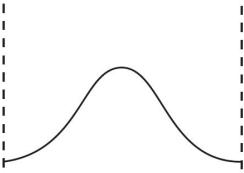
a) Actual input



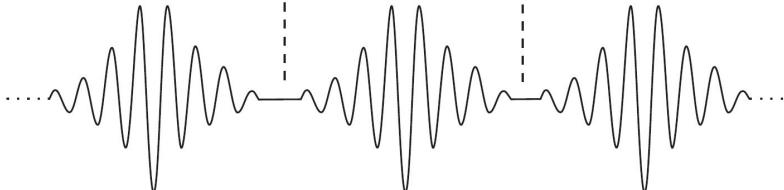
b) Assumed input



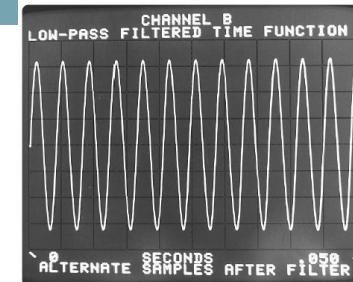
c) Windowed function



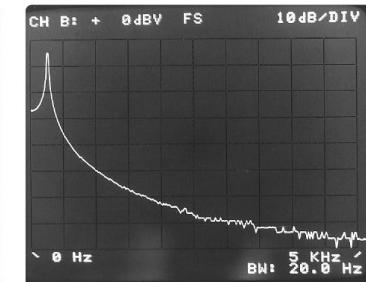
d) Windowed input



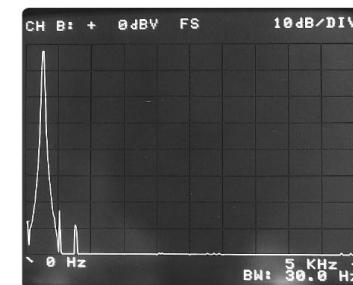
a) Sine wave not periodic in time record



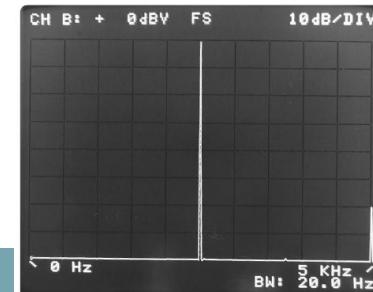
b) FFT results with no window function



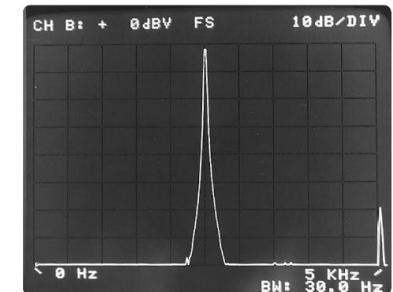
c) FFT results with a window function



a) Leakage-free measurement - input periodic in time record



b) Windowed measurement - input not periodic in time record



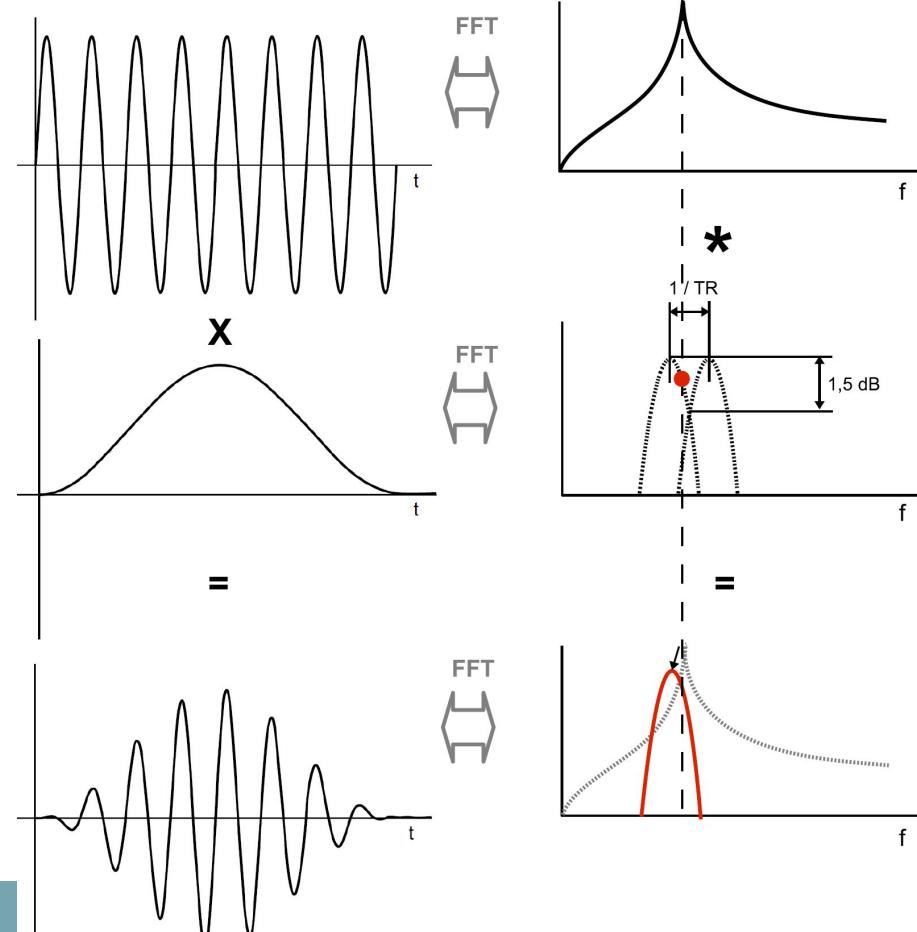
Funciones ventana

- **Ventana Hanning**

- Es una ventana **de uso general**
- Transición suave en los extremos del TR
- Buena resolución en frecuencia
- Mediocre exactitud en amplitud, ya que el error de aproximación puede llegar hasta **1,5 dB**

$$w_n = \frac{1}{2} \left\{ 1 - \cos \left[2\pi n / (N - 1) \right] \right\}$$

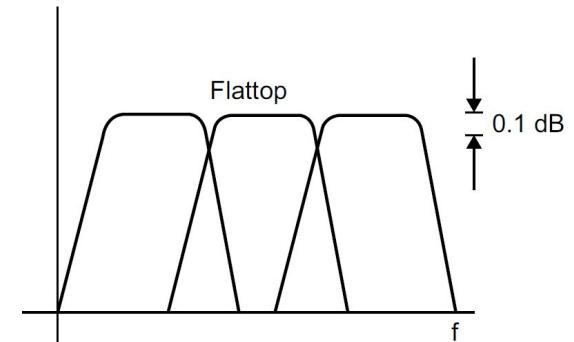
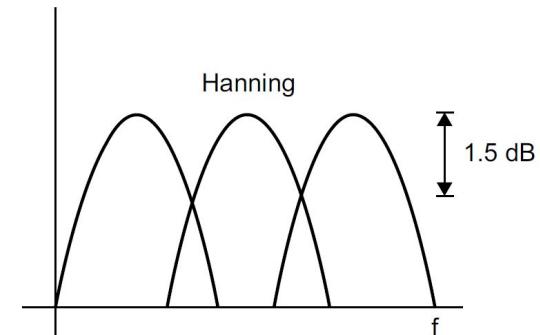
Ejercicio: simular todas las ventanas en octave y comparar sus formas en los dominios t y f



Funciones ventana

- **Ventana Flat-top**

- Reduce el máximo error en la zona entre bins, mejorando la exactitud en amplitud
- Sin embargo, los bins **se solapan más entre sí**, reduciendo la **resolución en frecuencia** (respecto a la teórica $1/TR$ que se vio en la filmina 10)
- **Ejemplo de Aplicación: distorsión armónica (no es crítica la resolución en frecuencia, por lo que se la puede sacrificar por exactitud en amplitud)**

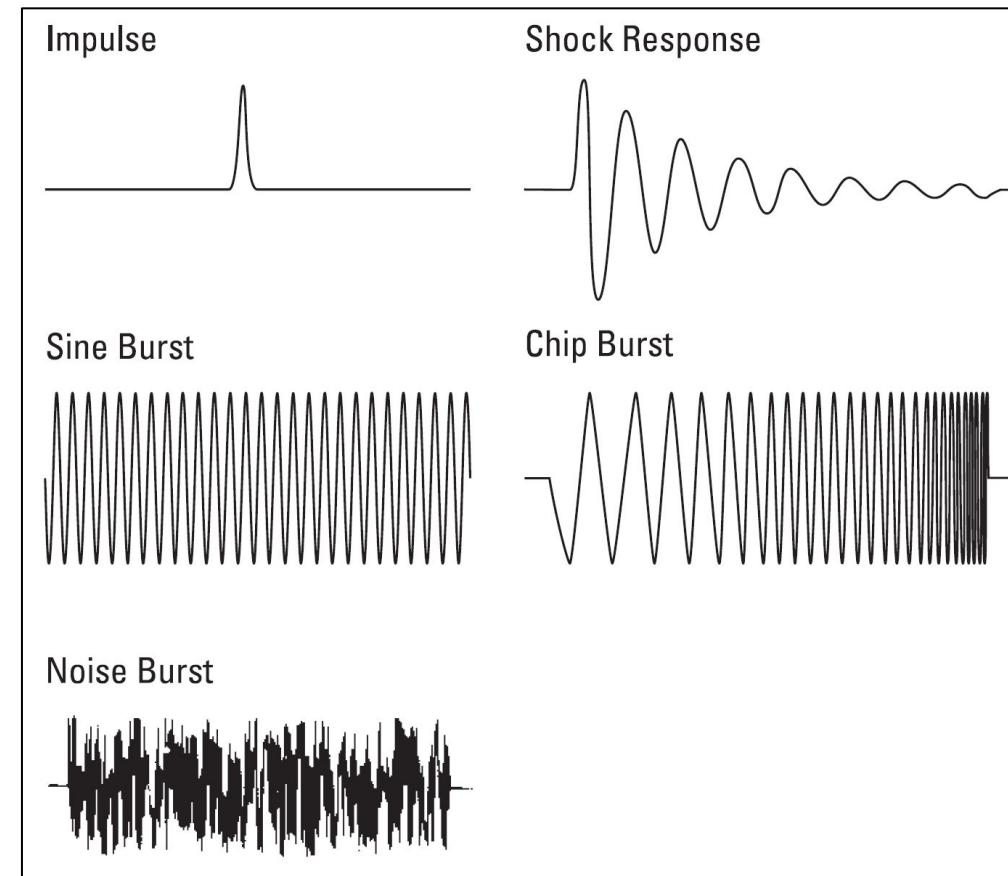


Funciones ventana

- **Ventana Uniforme**

- Es equivalente a la **ausencia de ventana**
- Se utiliza cuando la señal tiene **de por sí misma valor cero en los extremos del TR**. Estas señales se denominan **señales auto-ventana**
- **Ejemplos de aplicación:** PSEUDO ruido aleatorio (PRN), ráfagas senoidales (bursts), impulsos, senoidales amortiguadas dentro del TR.
- En particular, se utiliza cuando se realizan **mediciones de redes** mediante el AEF. En este caso, el propio AEF genera un PRN **sincronizado y periódico con el TR**, por lo que se asegura la ausencia de fuga espectral

Funciones ventana



Algunas funciones auto-ventana

Funciones ventana

- **Ventana Exponencial (“Response Window”)**

- Utilizada para aprovechar la capacidad del AEF para capturar **transitorios breves**, debido a sus características de captura rápida (no barre)
- Uno transitorio **puede ser auto-ventana o no** (según se disipe o no dentro del TR). Si no lo es, no se pueden utilizar ventanas tales como Hann o Flat-top, ya que al atenuar ambos lados **cambiarían totalmente el contenido espectral de la señal**. La ventana exponencial respeta la forma original de la señal
- **Aplicaciones:** caracterización de respuesta al impulso o escalón de mallas eléctricas o estructuras mecánicas

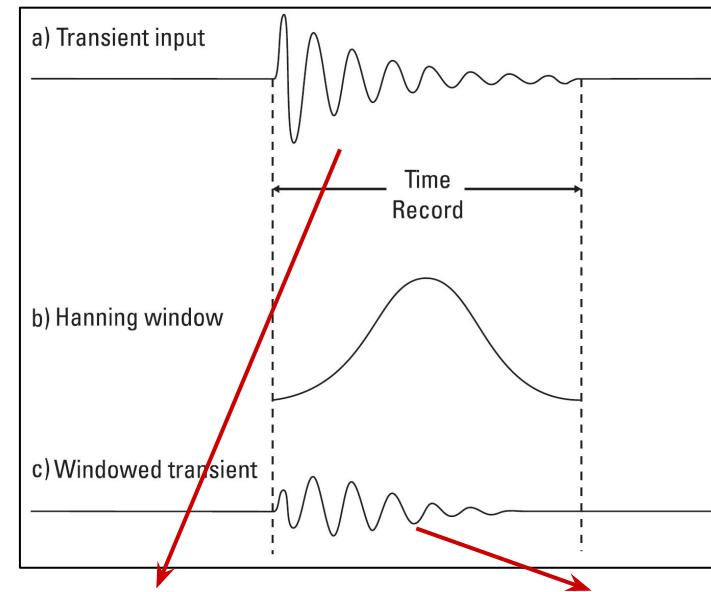
$$w_n = e^{-n/((N-1)k)}$$

n = número de bin (dentro del TR)

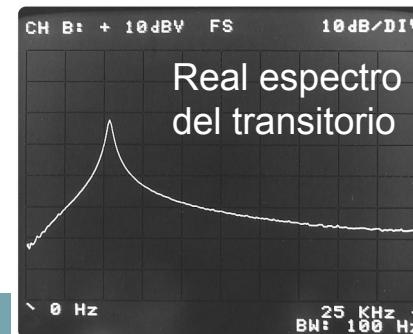
N = número total de bines en el TR

K = constante de tiempo de al exponencial

Funciones ventana



a) Unwindowed transients

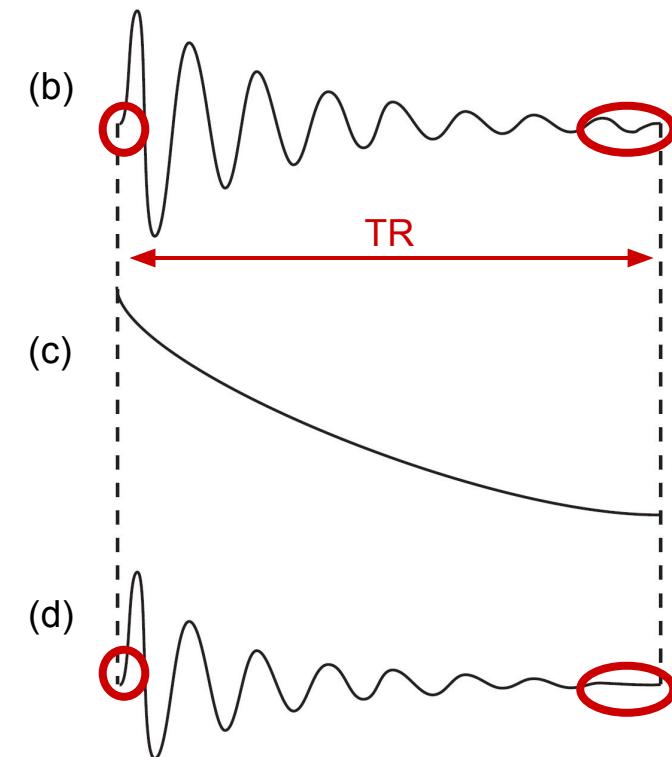
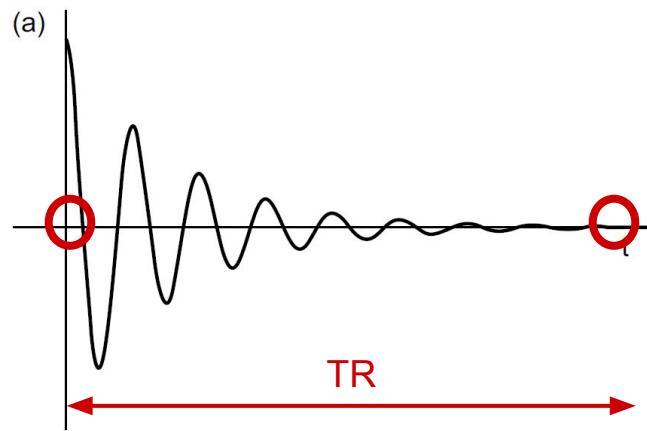


b) Hanning windowed transients



Problema de utilizar una ventana **Hanning** sobre una señal tipo **senoidal amortiguada**

Funciones ventana



- (a) Exponencial **auto-ventana** en el TR
- (b) Exponencial **no auto-ventana** en el TR
- (c) Función exponencial o *response* en el **dominio del tiempo**
- (d) Exponencial no auto-ventana, luego de aplicar la ventana exponencial o response

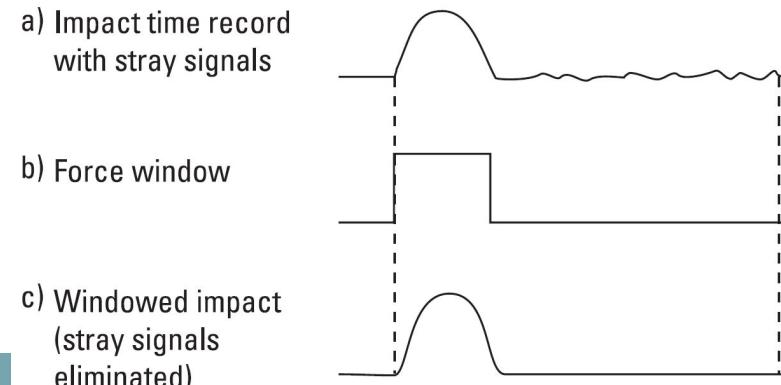
Funciones ventana

- **Force window o ventana de transitorios**

- Tiene un valor de 1 sólo durante determinado tiempo, y 0 fuera de él.
- Se utiliza, por ejemplo, en **mediciones de respuesta de redes mecánicas** para eliminar estímulos producidos por pequeños movimientos mecánicos antes y luego del estímulo principal.

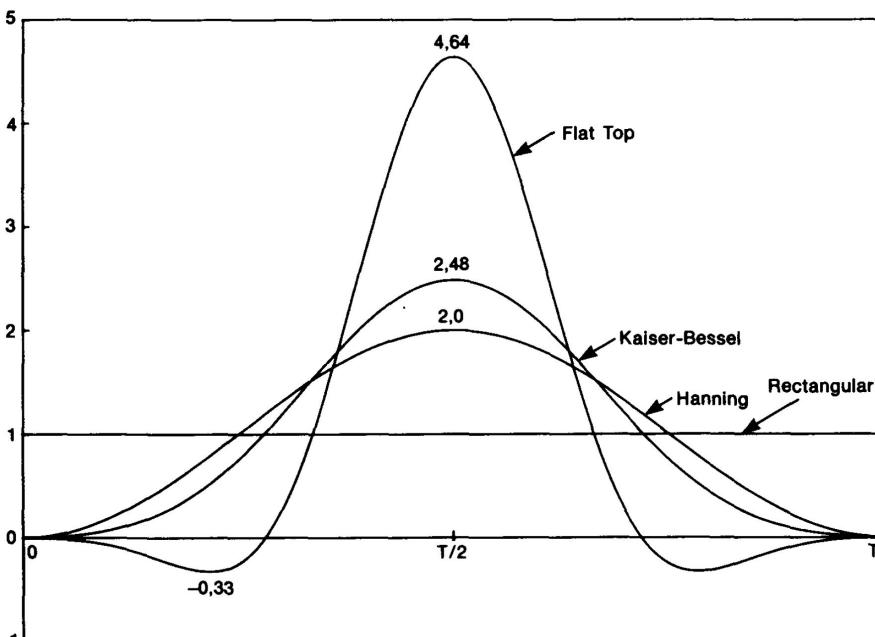
- **Ventana Kaiser-Bessel**

- Posee **muy buena selectividad en frecuencia**
- Se utiliza para **separación de señales armónicas cuando éstas poseen amplitudes muy diferentes**



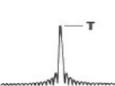
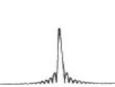
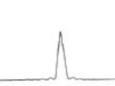
Uso de la ventana force window

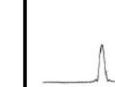
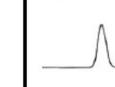
Criterios generales de selección de ventanas

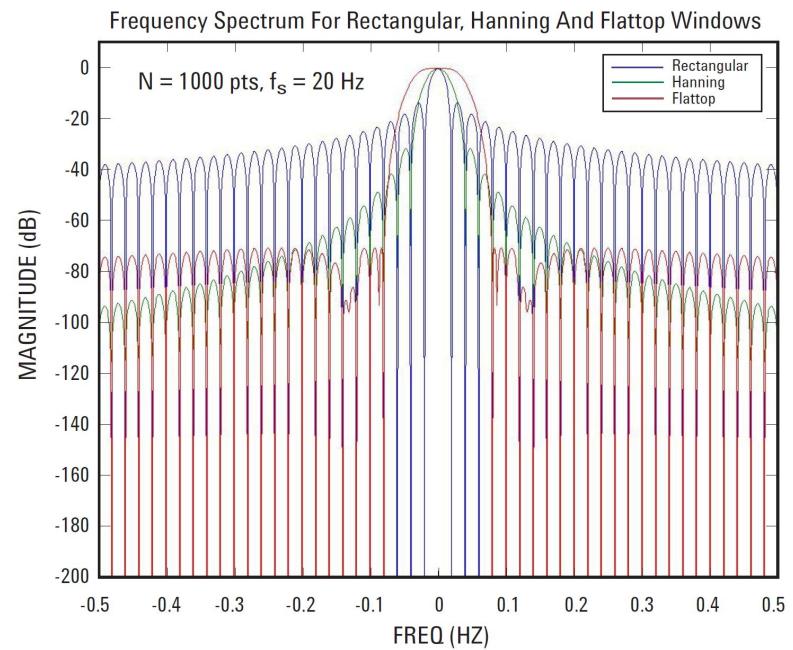
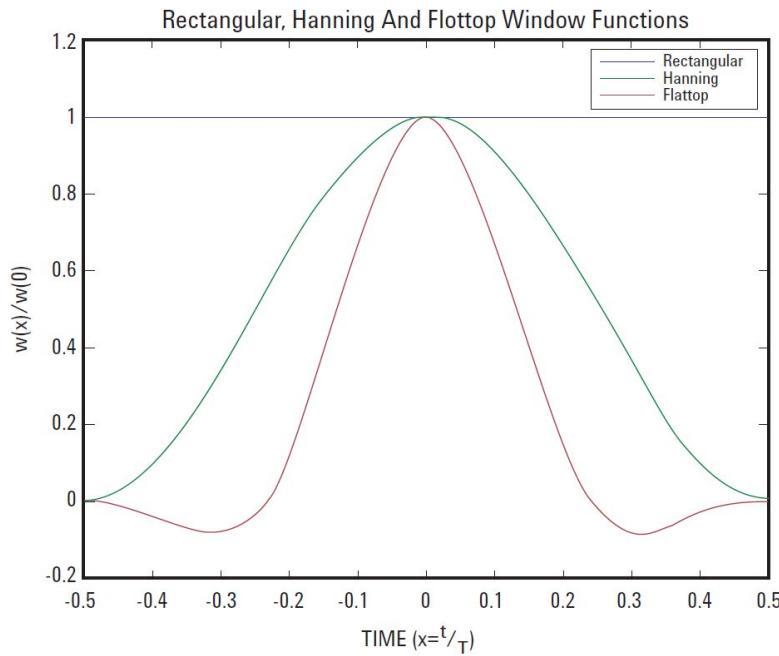


	Max. Amplitude	Min. Amplitude	Effective Duration
Rectangular	1	1	$1 \cdot T$
Hanning	2	0	$0,375 \cdot T$
Kaiser-Bessel	2,48	0	$0,291 T$
Flat Top	4,64	-0,33	$0,175 \cdot T$

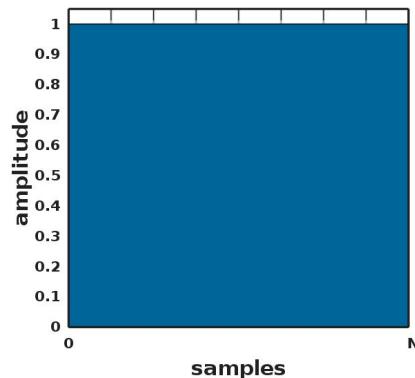
Window	Noise Band-width	3 dB Band-width	Ripple	Highest Sidelobe	Sidelobe Fall-Off rate per Decade	60 dB Band-width	Shape Factor
Rectangular	Δf	$0,89 A f$	3,92 dB	-13,3 dB	20 dB	$665 \Delta f$	750
Hanning	$1,5 \Delta f$	$1,44 \Delta f$	1,42 dB	-31,5 dB	60 dB	$13,3 \Delta f$	9,2
Kaiser-Bessel	$1,80 \Delta f$	$1,71 \Delta f$	1,02 dB	-66,6 dB	20 dB	$6,1 \Delta f$	3,6
Flat Top	$3,77 \Delta f$	$3,72 \Delta f$	0,01 dB	-93,6 dB	0 dB	$9,1 \Delta f$	2,5

UNITY AMPLITUDE WINDOW	SHAPE EQUATION	FREQUENCY DOMAIN MAGNITUDE	MAJOR LOBE HEIGHT	HIGHEST SIDE LOBE (dB)	BAND-WIDTH (3dB)	THEORETICAL ROLL-OFF
Rectangle	$A = 1$ for $t = 0$ to T		T	-13.2	0.86β	6
Extended Cosine Bell	$A = 0.5(1-\cos(2\pi 5t/T))$ for $t = 0$ to $T/10$ and $t = 9T/10$ to T $A = 1$ for $t = T/10$ to $9T/10$		$0.9T$	-13.5	0.95β	18 Beyond 5B
Half Cycle Sine	$A = \sin(2\pi 0.5t/T)$ for $t = 0$ to T		$0.64T$	-22.4	1.15β	12
Triangle	$A = 2t/T$ for $t = 0$ to $T/2$ $A = -2t/T + 2$ for $t = T/2$ to T		$0.5T$	-26.7	1.27β	12

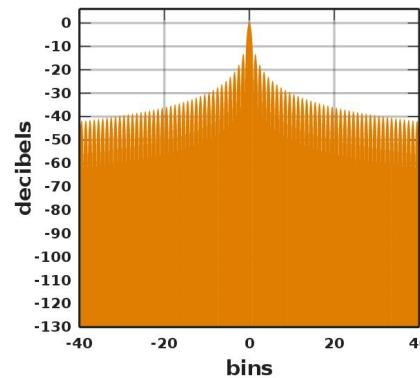
UNITY AMPLITUDE WINDOW	SHAPE EQUATION	FREQUENCY DOMAIN MAGNITUDE	MAJOR LOBE HEIGHT	HIGHEST SIDE LOBE (dB)	BAND-WIDTH (3dB)	THEORETICAL ROLL-OFF
Cosine ² (Hanning)	$A = 0.5(1-\cos(2\pi t/T))$ for $t = 0$ to T		$0.5T$	-31.6	1.39β	18
Half Cycle Sine ³	$A = \sin^3(2\pi 0.5t/T)$ for $t = 0$ to T		$0.42T$	-39.5	1.61β	24
Hamming	$A = 0.08 + 0.46(1-\cos(2\pi t/T))$ for $t = 0$ to T		$0.54T$	-41.9	1.26β	6 Beyond 5B
Cosine ⁴	$A = (0.5(1-\cos(2\pi t/T)))^2$ for $t = 0$ to T		$0.36T$	-46.9	1.79β	30
Parzen	$A = 1-6(2t/T-1)^2 + 6 2t/T-1 ^3$ for $t = T/4$ to $3T/4$ $A = 2(1-2(t/T))^3$ for $t = 0$ to $T/4$ and $t = 3T/4$ to T		$0.37T$	-53.2	1.81β	24



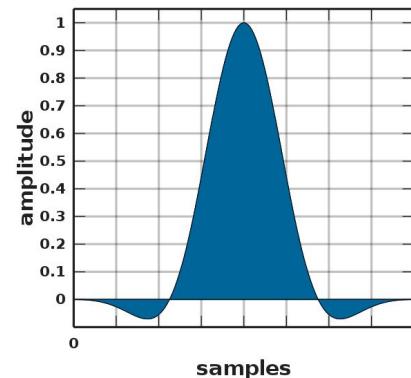
Rectangular window



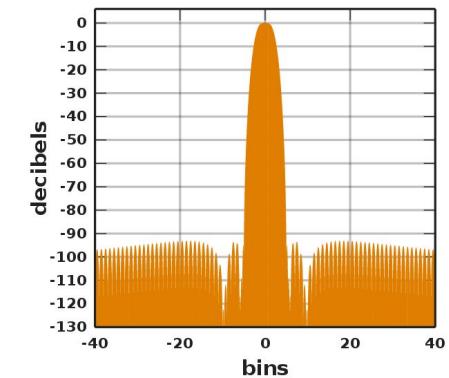
Fourier transform



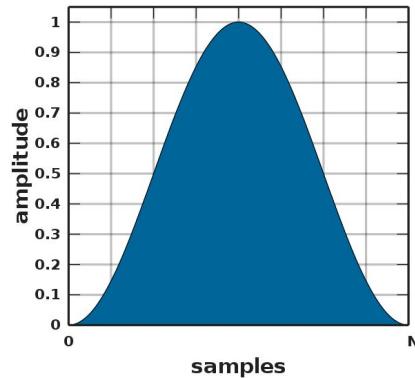
flat top window



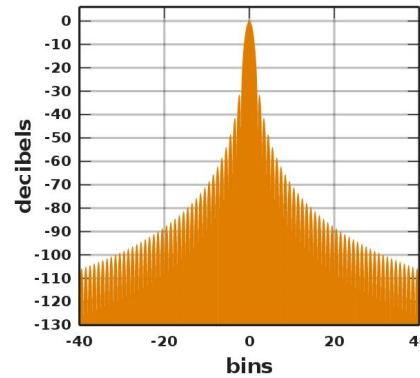
Fourier transform



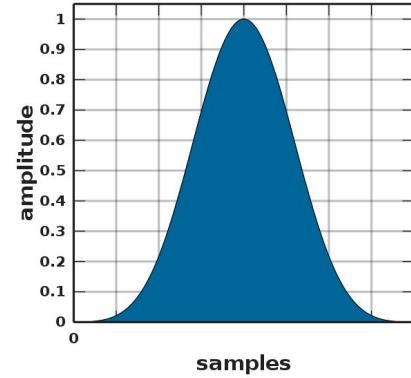
Hann window



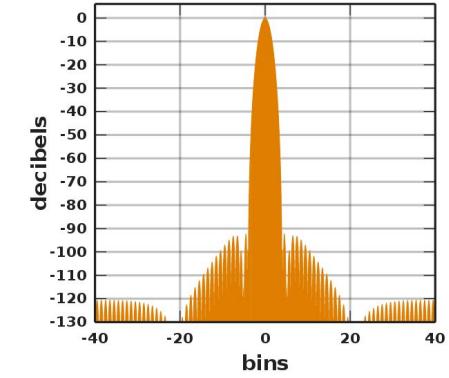
Fourier transform



Blackman-Harris window



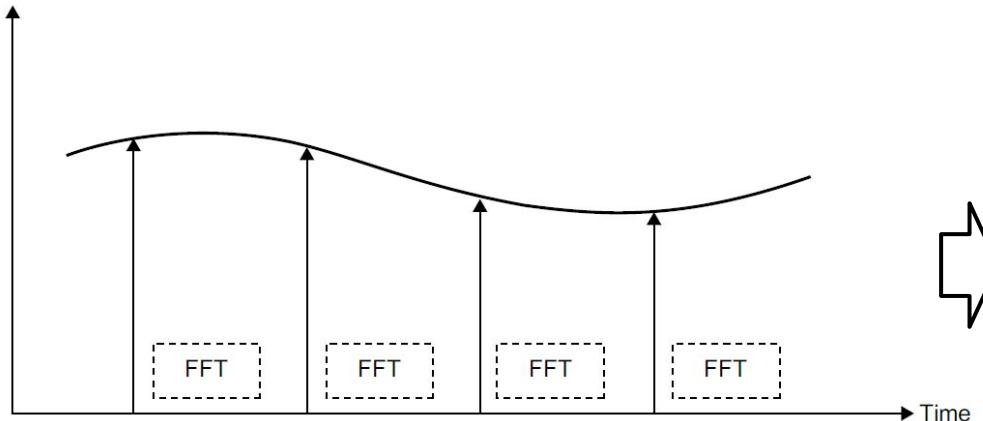
Fourier transform



Ancho de banda en tiempo real

- Idealmente, sería deseable obtener una nueva FFT por cada nueva muestra. Esto requiere tiempo de procesamiento T_s , lo cual es muy exigente
- Si la FFT demora múltiples T_s se debería detener al adquisición perdiendo datos
- Una alternativa es utilizar dos buffers, y así almacenar un TR mientras se procesa el anterior. Esto fija **un tiempo máximo de procesamiento TR para poder trabajar en tiempo real.**
- Hay que tener en cuenta que **el TR varía según el span seleccionado (span ancho -> TR menor -> tiempo más exigente)**. Así, **si vamos aumentando el span habrá un span máximo para el que se mantiene el funcionamiento de tiempo real. Para spans mayores, el AEF puede comenzar a funcionar en modo de tiempo no-real**

Ancho de banda en tiempo real



Caso ideal: una nueva FFT por cada muestra tomada

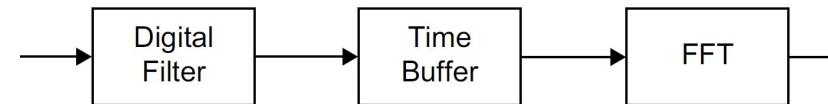


Figure 4-40 Time buffer added to block diagram.



Figure 4-41 Real-time operation.

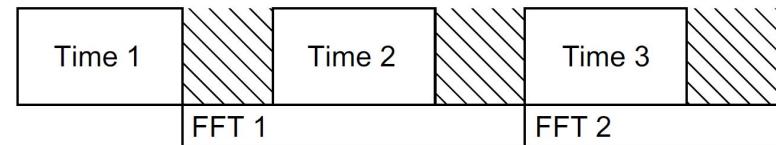


Figure 4-42 Non-real-time operation.

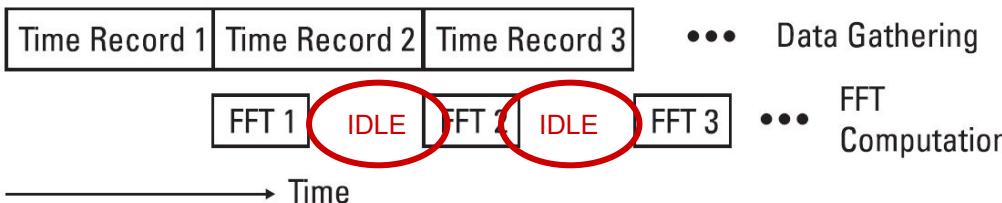
Operación en tiempo real mediante un buffer auxiliar

Procesamiento solapado (overlapped processing)

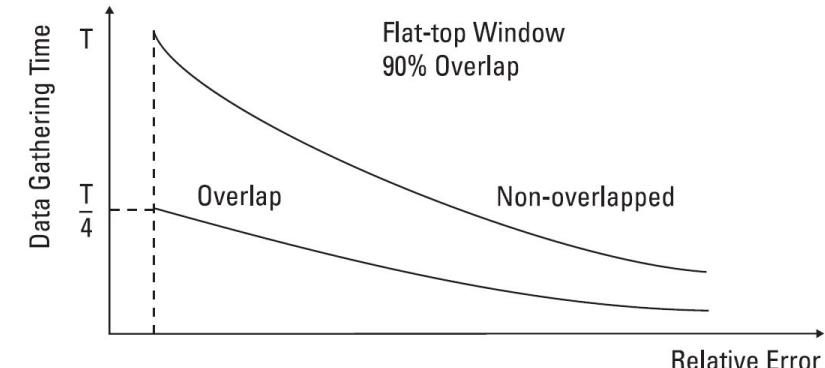
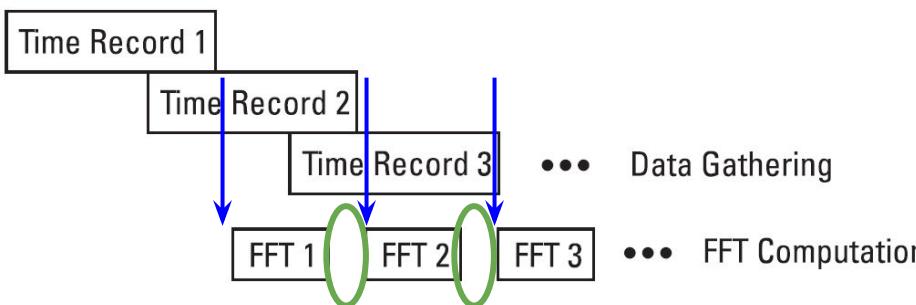
- Cuando la FFT toma menos tiempo que el necesario para llenar un TR, por ejemplo en señales de muy baja frecuencia, el procesador tiene **mucho tiempo ocioso** y la pantalla b. El procesamiento se puede optimizar para aumentar la velocidad de actualización del espectro.
- **Procesamiento “solapado”:** cuando la FFT termina de procesar, se toma una “foto” del TR como esté en ese momento y se comienza a procesar (ver siguiente slide). Es decir, **se procesa una mezcla de datos antiguos con datos nuevos**. De este modo, **el ancho de banda en tiempo real está únicamente limitado por el tiempo de procesamiento de la FFT, aprovechando al máximo la característica dinámica del analizador y mejorando su resolución en frecuencia**
- El procesamiento solapado tiene además el efecto de “descartar” la mayor parte de las muestras **atenuadas por la ventana y que no aportan al espectro**, mejorando su eficiencia
- Este procesamiento mejora también drásticamente el tiempo de cálculo de los promedios RMS, **introduciendo cierta varianza que debe minimizarse tomando promedio sobre más barridos**
- **Sin embargo, el procesamiento solapado tiene una desventaja por utilizar datos “mezclados”.** El espectro obtenido es muy bueno en su utilidad de ver las **tendencias de la señal**, pero **no es exacto hasta que no se procesa un TR “fresco” completo**. Además, **no es útil para transitorios con duración menor a un TR**.

Procesamiento en pipeline (overlapped processing)

- a) Non-overlapped processing is performed only on completely new data (time records).



- b) Overlapped processing is performed on data that combines old and new. The time between FFT's represents display processing.



El tiempo de cálculo de promedios RMS baja mucho utilizando procesamiento solapado

Diagrama de tiempos con y sin solapamiento

Promediados

- Las señales a medir se presentan comúnmente **acompañadas de ruido, o lucen ellas mismas como ruido (voz, música, datos digitales, datos sísmicos, vibraciones mecánicas)**
- Para caracterizarlas, existen técnicas para medir señales en presencia de ruido, o para medir el propio ruido. Una de estas técnicas es el **promediado, que puede ser (a) RMS (de potencia), o (b) lineal**

a) Promediado RMS o de potencia

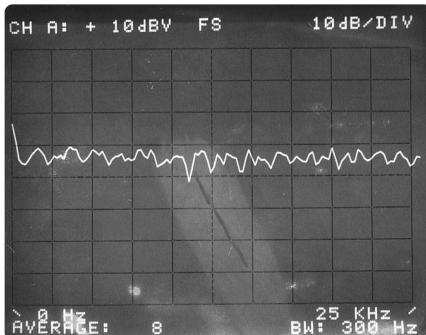
- Es el que realizaríamos intuitivamente **sobre el espectro de una señal** para determinar su promedio, pero ejecutado mediante DSP.
- **No mejora la SNR de la señal**, sólo obtiene una estimación más precisa de **la potencia total de señal más ruido**

b) Promediado lineal

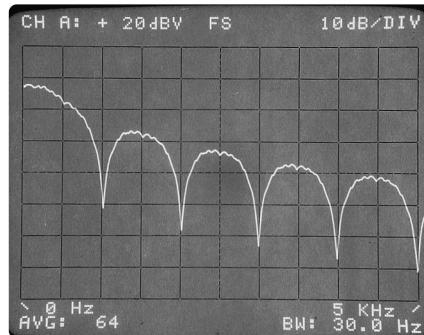
- **Mejora la SNR de una señal mediante DSP**
- **Requiere una señal de disparo que sea síncrona con la parte periódica de la señal**
- **Se suele aplicar en el dominio del tiempo**, y muestra sus efectos en la frecuencia **bajando el piso de ruido**

Promediados

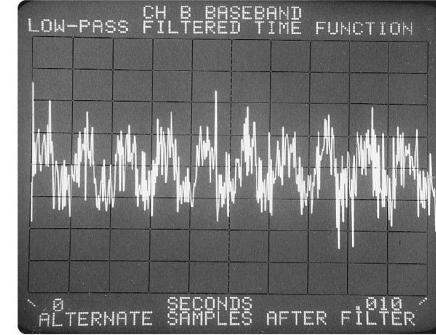
a) Random noise



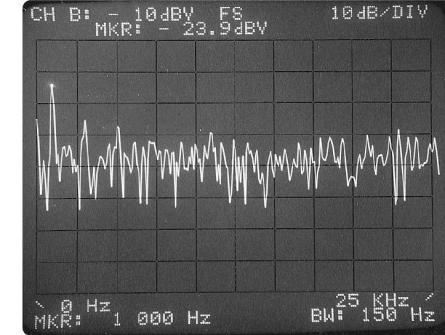
b) Digital data



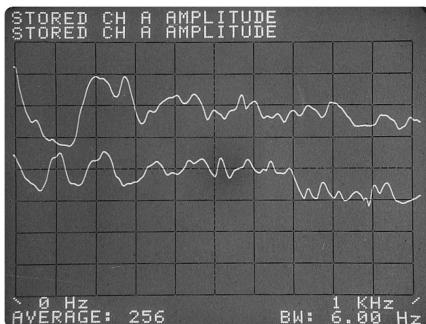
a) Single record, no averaging (tiempo)



b) Single record, no averaging (frecuencia)



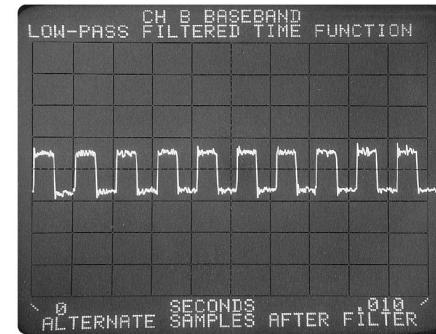
c) Voices



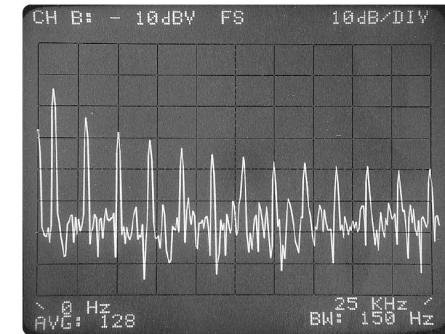
Traces were separated 30 dB for clarity

Promediado RMS o de potencia

c) 128 linear averages (tiempo)



d) 128 linear averages (frecuencia)

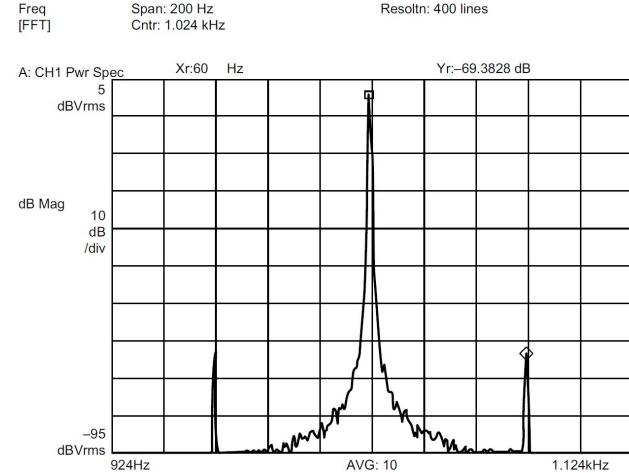
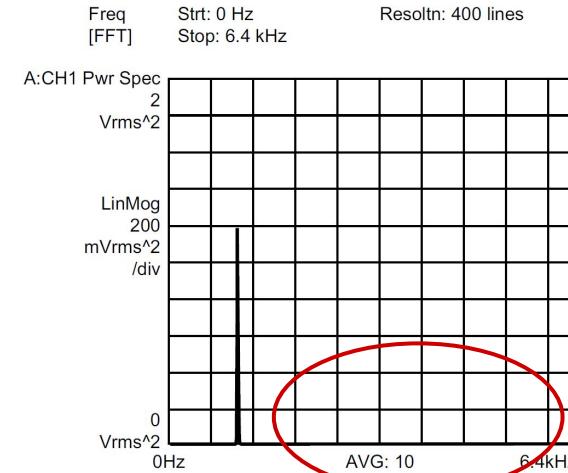
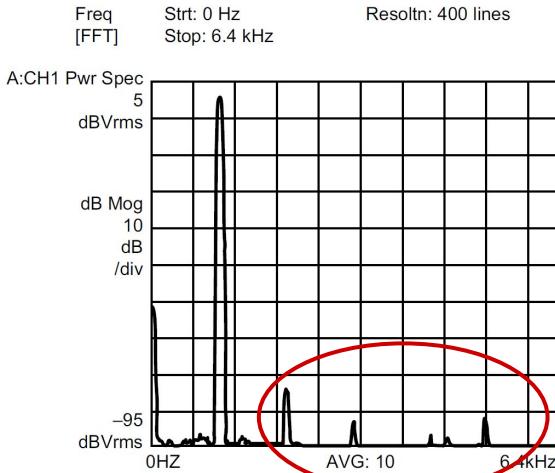


Promediado lineal

Mediciones en frecuencia

1) Caracterización de osciladores

- Interesa en particular al **distorsión armónica**
- Se utiliza **ventana flat-top** para buena precisión en amplitud
- Ajuste de **sensibilidad**:
 - **Sin sobrecarga:** si supera el rango del ADC se genera **distorsión**
 - **Sin infra-carga:** mucha información quedará debajo del **ruido del analizador**
⇒ se ajusta al rango más sensible que no sobrecargue.
- Se suele utilizar **escala logarítmica** para observar los productos más pequeños



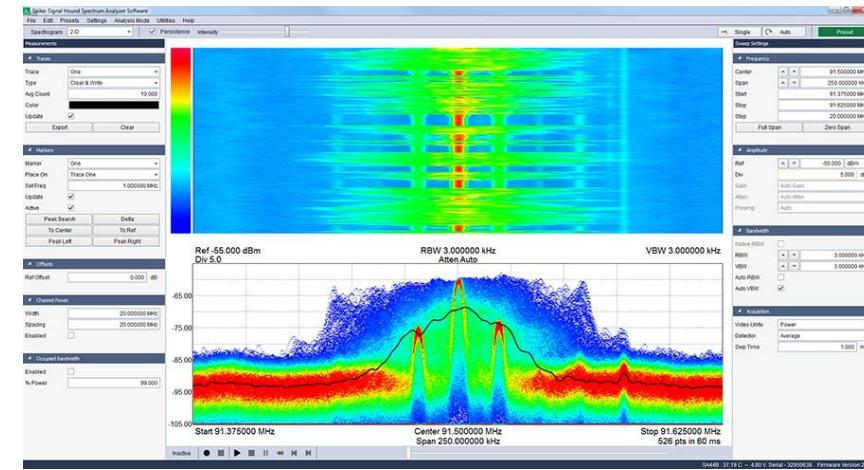
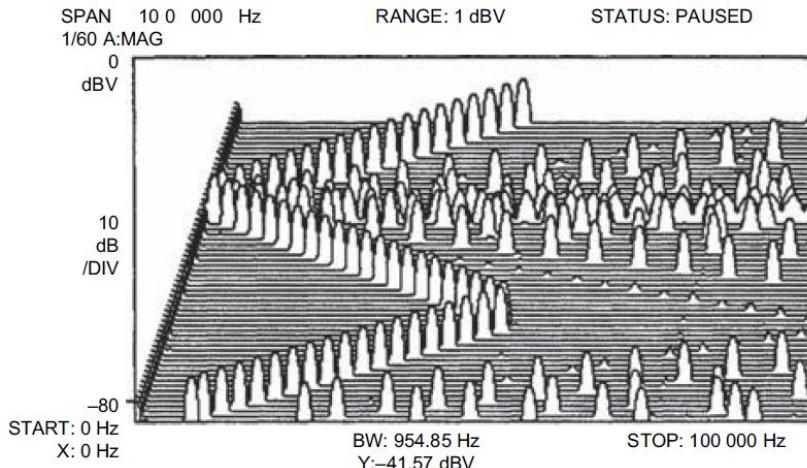
Análisis armónico, en escalas (a) logarítmica, y (b) lineal

Zoom de la modulación de 50 Hz (línea)

Mediciones en frecuencia

2) Mapas espectrales (o “cascada”)

- Muestra la **variación del espectro en función del tiempo**. Es una **característica única del AEF**, ya que por ejemplo en el AEB el barrido es en realidad una **mezcla de tiempos**.
- Función muy útil para monitoreo de espectro, sistemas de banda ancha, o señales con dúplex en frecuencia (FDD).**

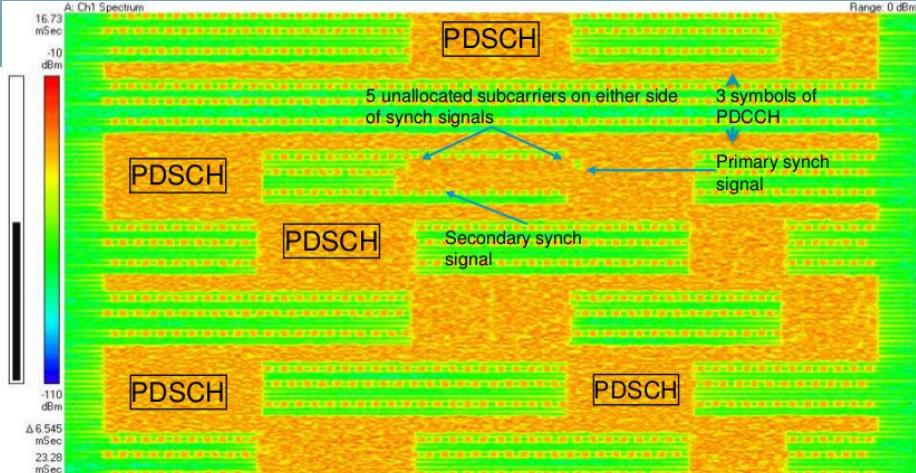


Mapa de un oscilador de barrido: componente principal junto a sus armónicas y espurias ocasionadas por imperfecciones

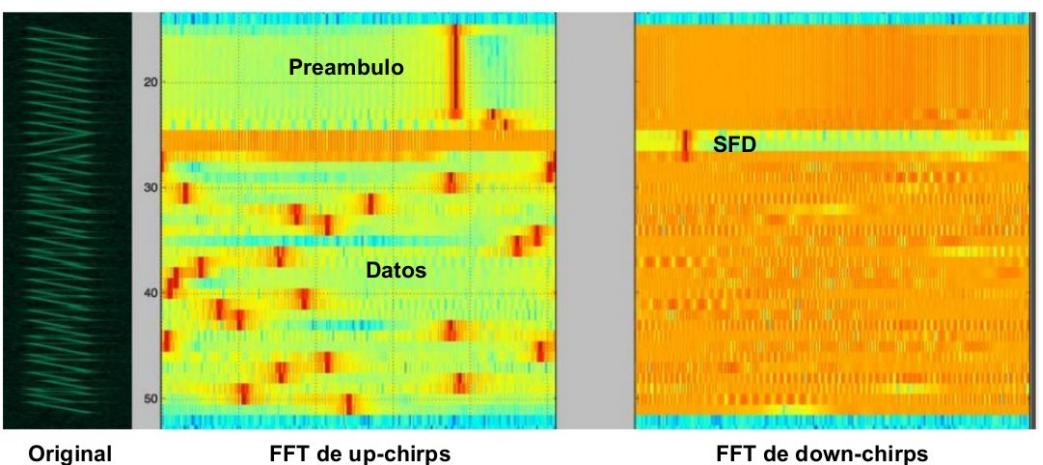
Mapa y espectro instantáneo de una modulación AM

Mediciones en frecuencia

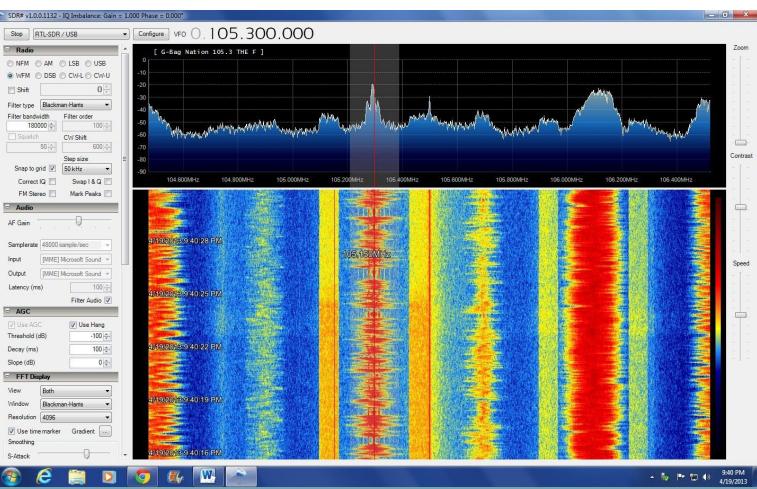
2) Mapas espectrales (o “cascada”)



Mapa espectral de señales LoRa



Mapa espectral de señales LTE DL



Mediciones en frecuencia

3) Medición de redes o mallas

- El AEF se puede utilizar, mediante su salida de excitación, para evaluar R en F de redes eléctricas, mecánicas, o de otra naturaleza mediante uso de transductores

Señal de excitación:

- Una opción sería aplicar una **sinusoide** a diferentes frecuencias y obtiene la **respuesta a cada sinusoide a la salida de la malla**. Sin embargo, esto equivale a barrer los bins de la FFT secuencialmente, **perjudicando la velocidad que puede alcanzar el analizador**
- Si se suministra una señal que entregue energía **simultáneamente a cada bin**, podemos realizar **toda la medición en paralelo**, aprovechando la velocidad del analizador. Para ello, se utiliza como estímulo **una señal de ruido**
- Según la red a medir sea **lineal o no lineal**, **este ruido se genera con distintas fuentes**:
 - **Ruido Pseudo-aleatorio (PRN)**: generado digitalmente
 - **Ruido aleatorio verdadero (RN)**: generado con una fuente analógica (ruido térmico, o de disparo)

Mediciones en frecuencia

3) Medición de mallas: redes lineales

- Se utiliza **ruido pseudo-aleatorio (PRN)** → se generan múltiples señales senoidales de amplitud cte., aleatoriamente mezcladas en frecuencia
- El PRN es una señal **auto-ventana** dentro del TR y **se sincroniza con el TR**, por lo que **no produce drenaje espectral**

⇒ al no haber drenaje, la medición es **más rápida que con RN**

⇒ **con RN**, se deben promediar múltiples TRs para obtener una respuesta en frecuencia precisa y estable. Con PRN, el resultado se obtiene luego de llenar **un solo TR**

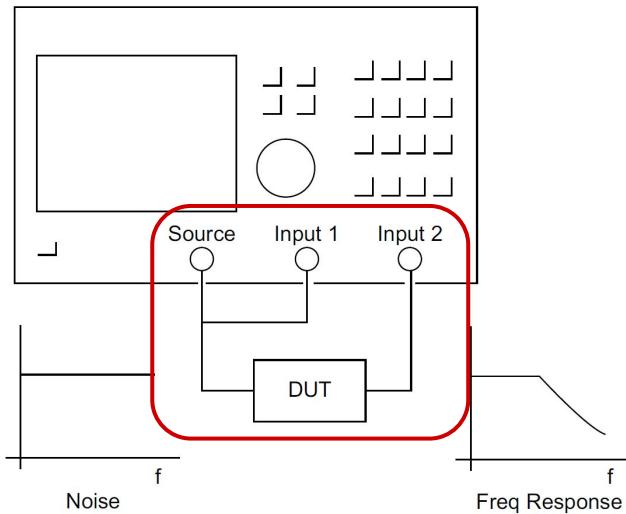
⇒ **se utiliza VENTANA UNIFORME**

⇒ ya que no presenta drenaje, el PRN es mucho mejor que el RN para medir **mallas resonantes de alto Q (sub- o críticamente amortiguadas)**

From the names used for this source it is apparent that it acts somewhat like a true noise generator, except that it has periodicity. If we add together a large number of sine waves, the result is very much like white noise. A good analogy is the sound of rain. A single drop of water makes a quite distinctive splashing sound, but a rain storm sounds like white noise. However, if we add together a large number of sine waves, our noise-like signal will periodically repeat its sequence. Hence, the name periodic random noise (PRN) source.

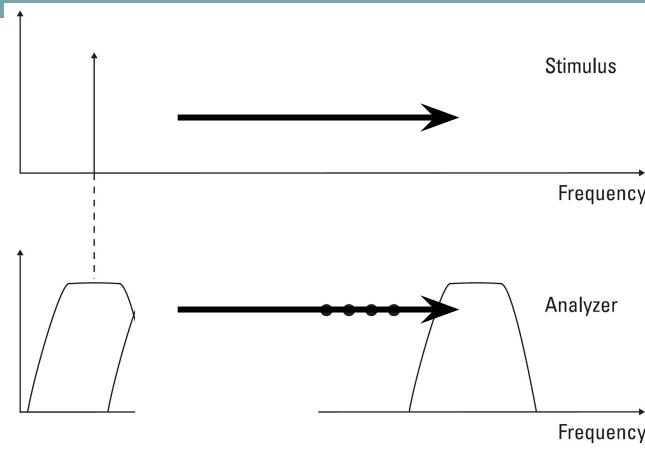
Mediciones en frecuencia

3) Medición de mallas: redes lineales

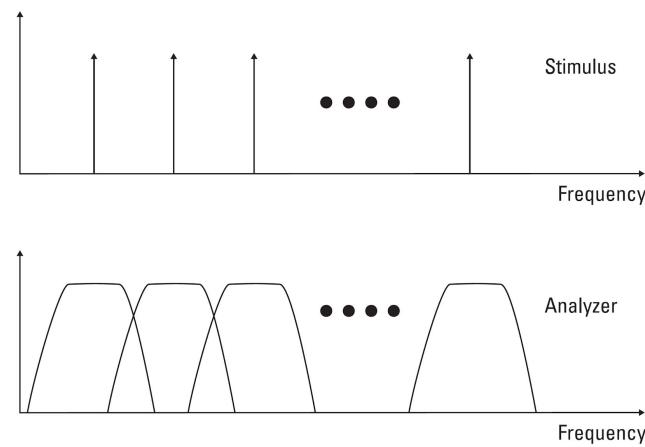


Montaje de medición de mallas

Barrido de una senoidal



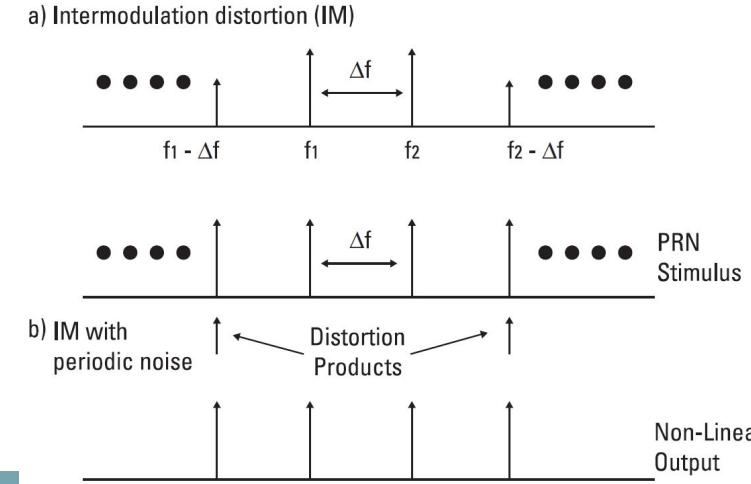
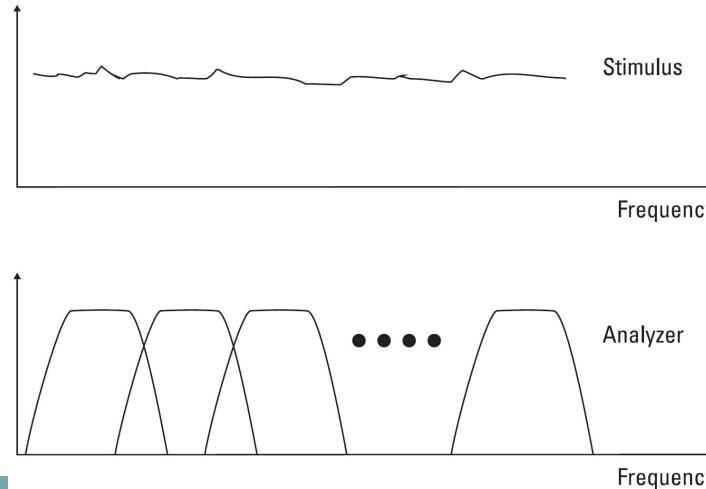
Estímulo mediante PRN



Mediciones en frecuencia

3) Medición de mallas: redes alineales o no-lineales

- Para mallas **no lineales**, se debe utilizar **ruido aleatorio verdadero** (analógico). Sucede que las redes no-lineales **producen distorsión armónica y por intermodulación (IM)**. Ya que el PRN no posee un espectro continuo sino en puntos equidistantes, esta IM puede **confundirse con las líneas de excitación**.
- Con ruido aleatorio verdadero, la distorsión es **distinta en cada TR** y puede promediarse. Con PRN, esto no es posible ya que los efectos de distorsión son **iguales en cada TR**.

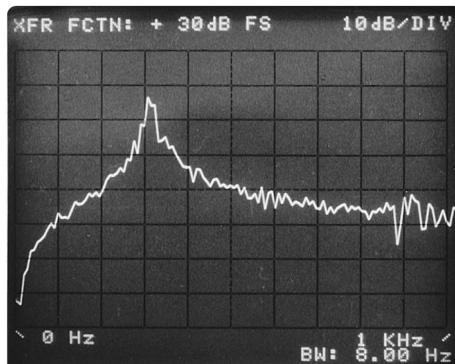


Mediciones en frecuencia

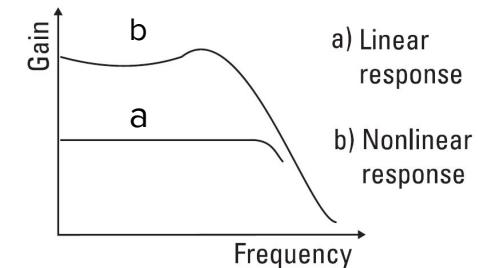
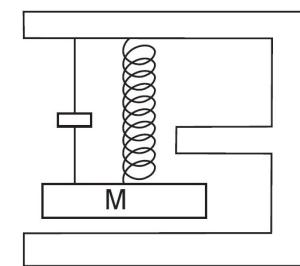
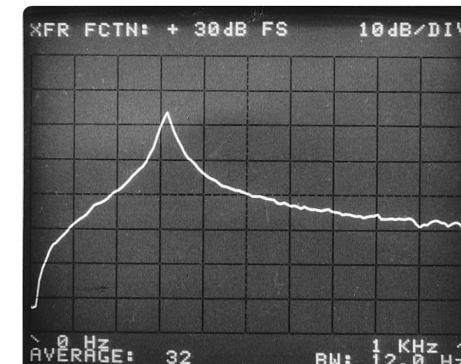
3) Medición de mallas: redes alineales o no-lineales

- Lo observado refleja una característica de las redes no lineales: **la respuesta en frecuencia no es una propiedad sólo de la malla - también depende del estímulo.** En general, cada estímulo dará un resultado diferente, por lo que **se elige el que mejor emula a la realidad.**

a) Pseudo-random noise stimulus



b) Random noise stimulus



Red alineal: su respuesta depende de la excitación

Uso del promediado para separar y limpiar la respuesta a medir

Mediciones en frecuencia

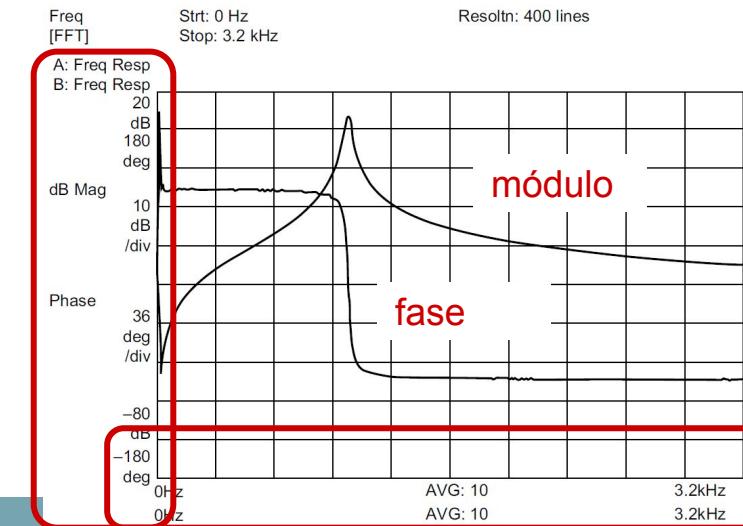
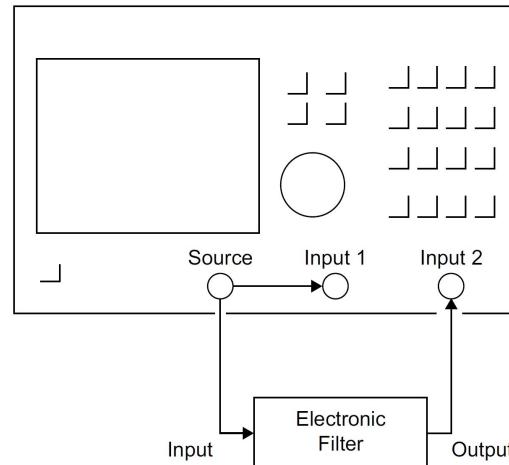
4) Medición de fase

- **Para medición de mallas (salida vs. entrada):** la magnitud y la fase permiten saber los valores complejos de cada bin, que puede ser necesario conocer en ciertas aplicaciones. El concepto de fase en ese caso es la **diferencia de fase entre entrada y salida** (el analizador tiene dos entradas, una de referencia y la otra para medir salida)
- **Para medición de espectro (sólo salida),** cabe preguntarse *¿fase respecto a qué?* La fase medida dependerá en general de **la posición de la señal en el TR. Para solucionar esto, se utiliza un punto de disparo como referencia**

Mediciones en frecuencia

5) Caracterización de filtros

- Ya que el filtro es **lineal**, se utiliza como estímulo el PRN, se aplica ventana **UNIFORME**, y sin promediado.
- El ensayo presenta como ventaja su **mayor velocidad** respecto a un VNA o un AEB: $\frac{1}{8}$ de segundo vs. 30 segundos. Esto es muy útil por ejemplo cuando se está ajustando un filtro, o cuando es un ensayo sobre línea de producción.
- Hay que ajustar bien el nivel de sensibilidad a **máxima sin sobrecarga**.



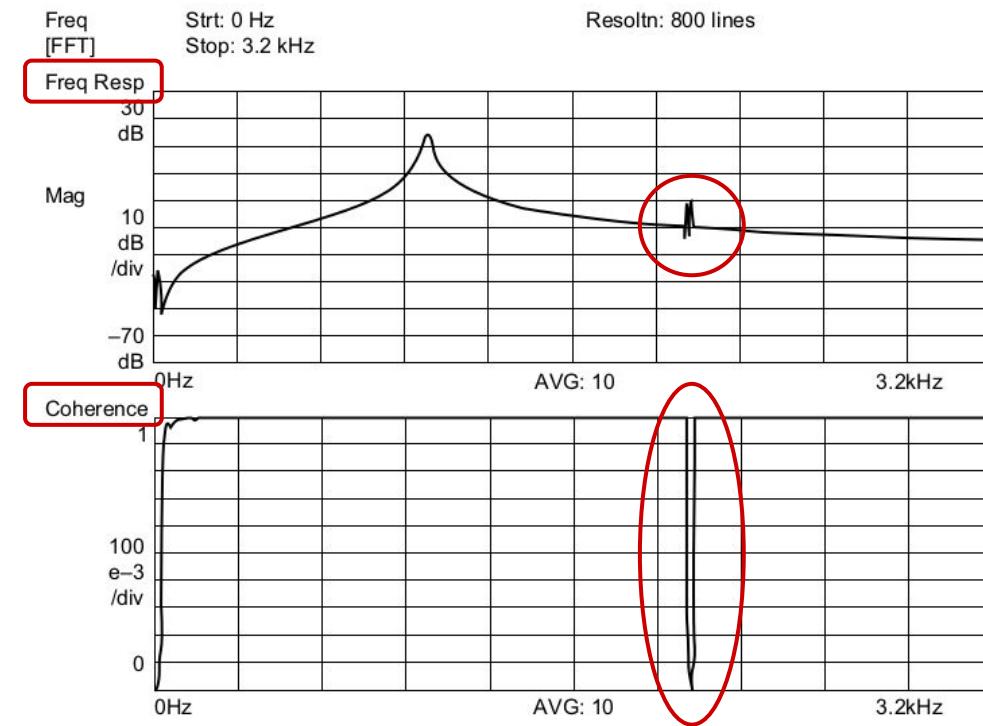
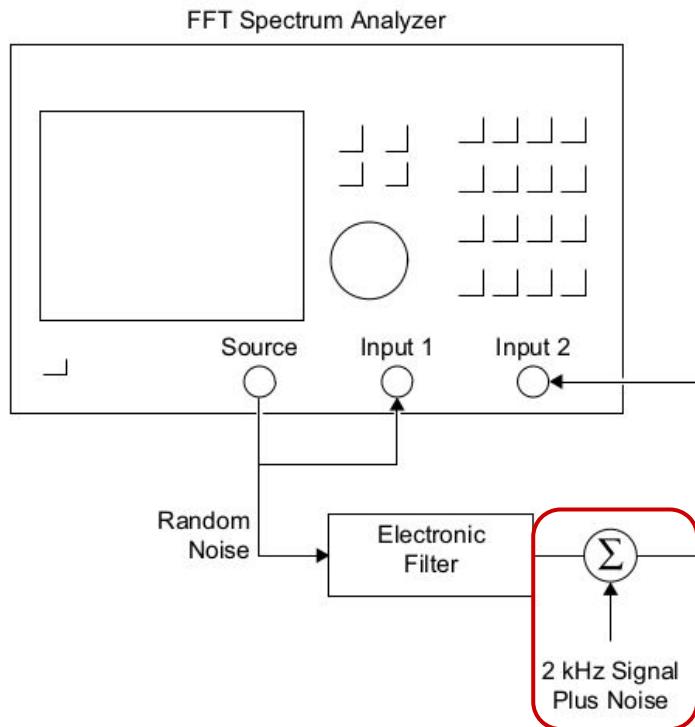
Mediciones en frecuencia

6) Función Coherencia espectral

- Es una **medición auxiliar**, que se utiliza cuando existe posibilidad de **perturbaciones externas** que afecten la salida pero **no provengan de la malla analizada**. Por ejemplo, si se quiere medir la R en F de una máquina, que se encuentra montada junto y sometida a vibraciones de otra máquina.
- En principio **no es posible separar la respuesta de la perturbación en forma simple**. Entonces se usa la función de **COHERENCIA**, que indica **qué porción de la salida es causada** (i.e., es **coherente**) **por la excitación de entrada**.
- El valor de coherencia es **adimensional**, y su valor es **encuentra entre 0 (coherencia nula, perturbación)** y **1 (coherencia total, respuesta de la malla)**.
- La función coherencia se puede utilizar con **cualquier DUT (malla) LINEAL**, o sea que se pueda evaluar mediante **PRN**.
- **Ejemplo:** un filtro se estimula mediante una fuente de ruido pseudo-aleatorio, y se agrega **artificialmente** una fuente senoidal de 2 KHz más ruido que **simularán perturbaciones externas** (no provenientes del estímulo controlado).

Mediciones en frecuencia

6) Función Coherencia espectral



Indica que la respuesta no se debe al estímulo

Mediciones en el tiempo

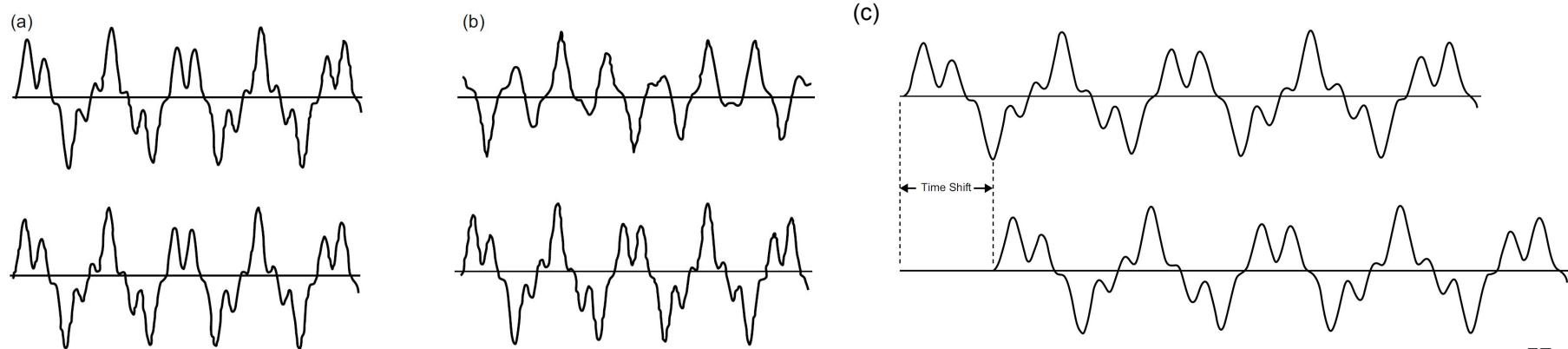
1) Pantalla en el dominio del tiempo

- Es común que los AEF tengan la opción de mostrar los datos en el tiempo. Esto es útil por ejemplo para guardarlos y analizarlos luego off-line. **Sin embargo, lo que se muestra puede diferir mucho de un OAD!**
- Por un lado, el AEF muestrea a una tasa que cumpla con Nyquist, muestreando las componentes más altas **unas 2,5 veces/ciclo**. Los OAD suelen tomar muchas muestras más y aplicar DSP adicional para conservar la **integridad de señal**
- En el AEF el filtro anti-alias es de caída muy abrupta y puede introducir oscilaciones en el tiempo
- **En el caso del zoom, la onda resultante en el tiempo puede ser muy confusa**

Mediciones en el tiempo

2) Correlación

- Medida de la **similitud entre dos cantidades o señales**
- Si considero **2 señales**, las **multiplico y sumo** sus productos.
 - Si ambas son idénticas desde $t = -\infty$ hasta $t = +\infty$, todos los productos son positivos y la **correlación será máxima**.
 - A medida que se diferencian más, algunos productos serán positivos y otros negativos, y la suma va disminuyendo.
- Si considero **una señal respecto a ella misma desfasada**, la correlación **decrece al aumentar el desfasaje**, y luego comienza a crecer hasta quedar a **desfasaje múltiplo de un ciclo de señal**.



Correlación: (a) Dos señales iguales, (b) dos señales distintas, (c) señal desfasada

Mediciones en el tiempo

2) Auto-correlación

- La suma de correlación de una señal desfasada, se divide por el **número de productos que se sumaron, y se grafica en función del desfasaje.**
- La curva así obtenida es la **función de autocorrelación** de esa forma de onda, y es una **característica propia de esa señal**. Es un gráfico de la **similitud (o correlación) entre una onda y ella misma, en función del corrimiento en tiempo (y fase)**

$$R_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_T x(t)x(t + \tau) dt$$

$$R_{xx}(\tau) = \mathcal{F}^{-1} [S_x(f) S_x^*(f)]$$

- Si $x(t)$ es **periódica**, $R_{xx}(\tau)$ también lo será con el mismo periodo
- La función $R_{xx}(\tau)$ presenta un **máximo en $\tau = 0$, igual a la media cuadrática de $x(t)$**

El AEF obtiene esta función a partir de las transformadas de Fourier $S_x(f)$ y $S_x^*(f)$

Mediciones en el tiempo

2) Auto-correlación

- El ruido aleatorio (NO PRN) sólo correlaciona en $\tau = 0$. Esto se usa por ejemplo para **mejorar la SNR de señales periódicas, o extraer una señal oculta en el ruido**. En este caso, la autocorrelación del ruido quedará bien separada de la autocorrelación de la señal.
- Si bien el **promediado lineal** logra un efecto similar, la diferencia es que la **autocorrelación no requiere sincronismo!** Esto es muy útil al trabajar con señales desconocidas como en radioastronomía o radares pasivos. La desventaja es que **no se conserva la forma de onda, sólo permite identificarla**.
- **La FFT de la auto-correlación es la magnitud del espectro original elevada al cuadrado.** Es decir, la auto-correlación **no agrega información**. Sin embargo, las señales impulsivas como trenes de pulsos, o rozamiento de cojinetes, se ven mejor mediante correlación, mientras que señales que contienen algunas senoidales como vibraciones estructurales o maquinaria rotatoria, se analizan mejor en el dominio de la frecuencia.

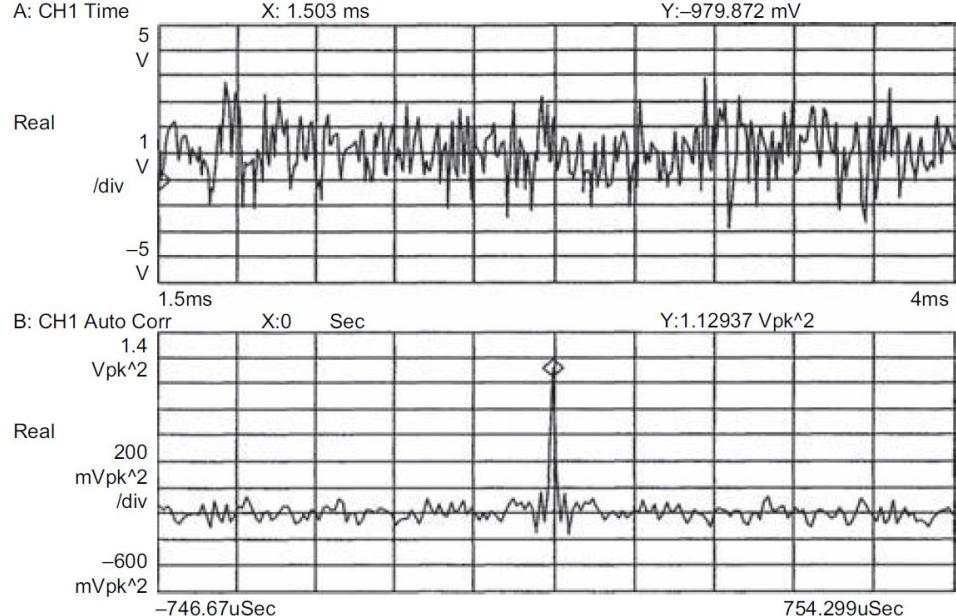
Mediciones en el tiempo

2) Auto-correlación: ejemplos

Freq
[CORRELTN]

Rec Len 7.8125 ms

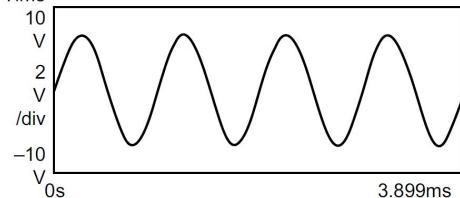
Resoltn: 400 lines



Auto-correlación del ruido aleatorio

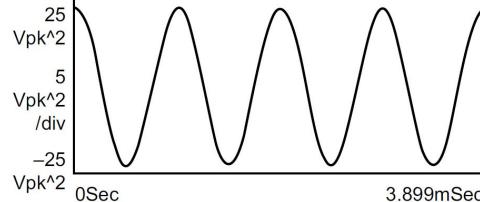
A: CH1 Time

Real



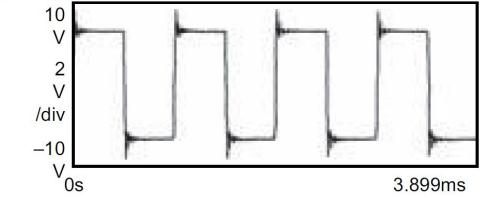
B: CH1 Auto Corr

Real



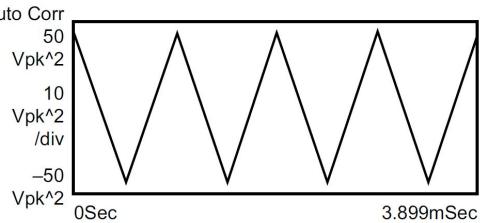
A: CH1 Time

Real



B: CH1 Auto Corr

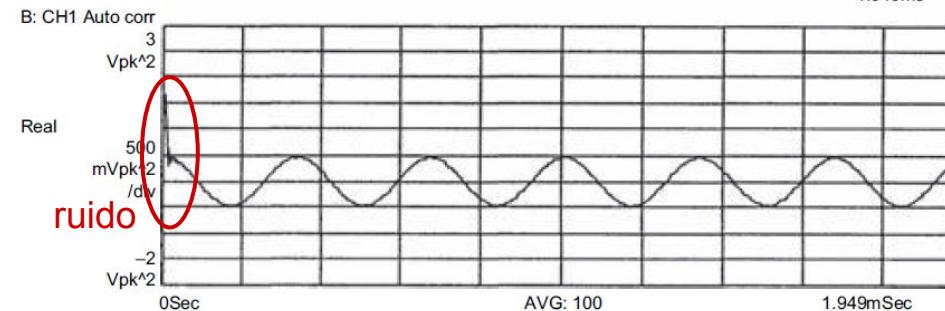
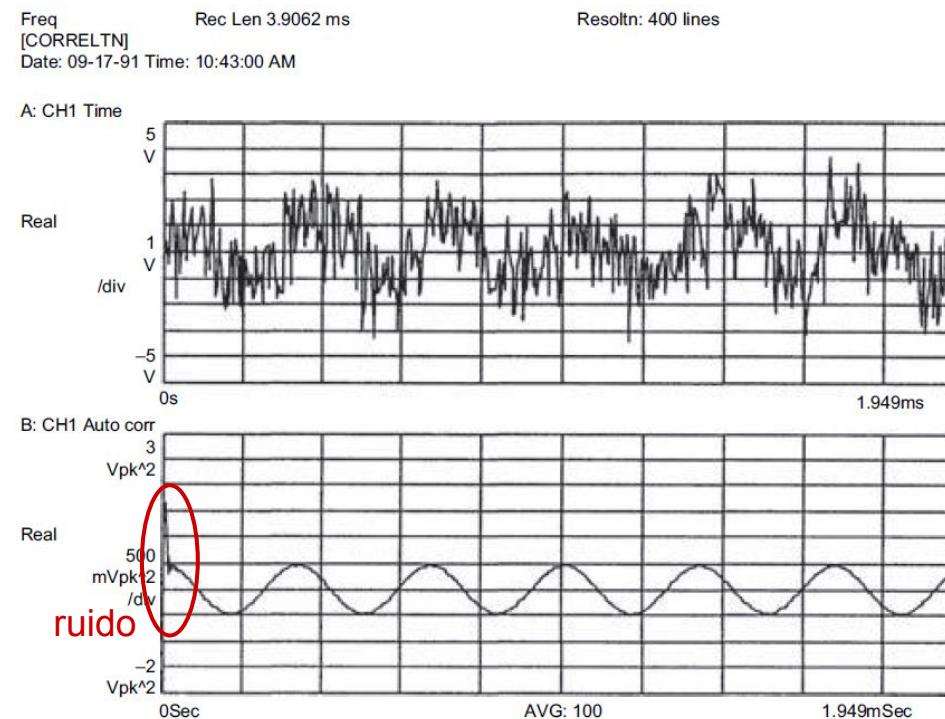
Real



Auto-correlación de señales periódicas

Mediciones en el tiempo

2) Auto-correlación: ejemplos



Separación de señal y ruido mediante auto-correlación

Mediciones en el tiempo

3) Correlación cruzada (cross-correlation, CC)

- Mide la similitud entre dos señales en función de su defasaje.
- Si una misma señal está “embebida” en ambas señales, está parte se refuerza mediante la CC, mientras que lo que las diferencia se reduce, por ejemplo el ruido aleatorio.
- Esto se aplica, por ejemplo, para reducir ruido en análisis de mallas, correlacionando la salida (respuesta) con la entrada (estímulo). Otra aplicación es la determinación de delays entre señales, por ejemplo señales impulsivas en radar/sonar, o ruido aleatorio de banda ancha

$$R_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_T x(t)y(t + \tau) dt$$

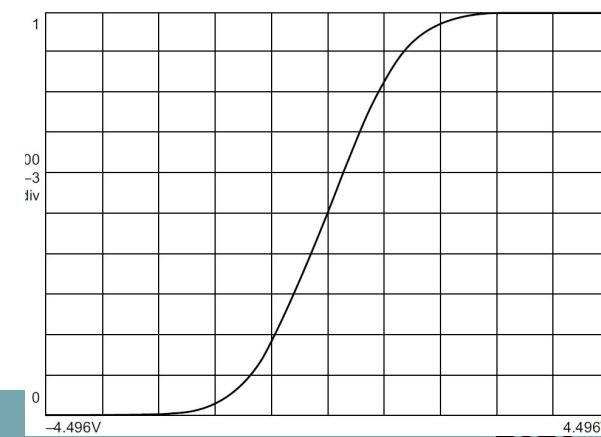
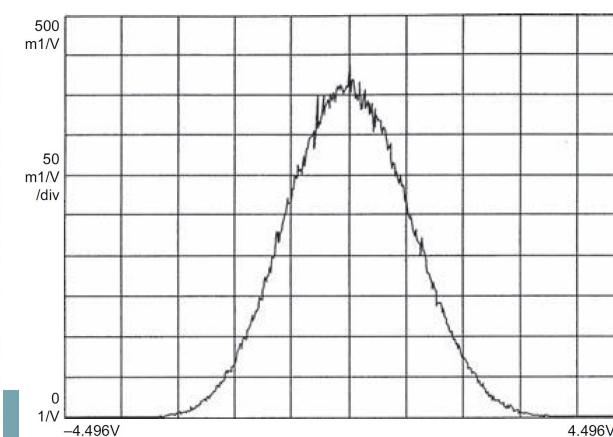
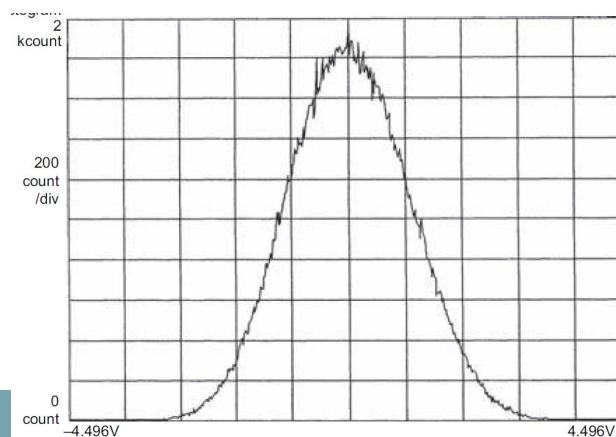
$$R_{xy}(\tau) = \mathcal{F}^{-1} [G_{xy}]$$

G_{xy} = Cross-power spectrum

Mediciones en el tiempo

4) Histogramas

- Muestra cómo se distribuyen las amplitudes de señal a lo largo de las muestras. Se muestra como **#samples vs. amplitud**. Mediciones derivadas son:
 - **función de densidad de probabilidad (PDF)**: probabilidad de que ocurra un valor específico. La probabilidad de que la señal caiga entre dos valores es proporcional a la integral de la curva entre ambos.
 - **función de densidad acumulada (CDF)**: probabilidad de que ocurra un nivel **igual o menor a cierto valor**. Es la **integral de la PDF**.
- Es útil por ejemplo para determinar características estadísticas del ruido, o para monitorear sistemas electro-magnéticos de posicionamiento



Bibliografía

Básica:

The fundamentals of signal analysis, Keysight AN 243 (5952-8898E), Keysight technologies, 2014

Robert Witte, ***Spectrum and network measurements 2nd Ed.***, Scitech publishing, 2014

Apuntes de clase Profs. S. Rabinovich y J. Zozaya

Ventanas:

Windows to FFT Analysis (Part I), Brüel & Kjaer Technical Review No. 3, 1987

Window Function, Wikipedia, The Free Encyclopedia, 2019

FFT con OADs (complementaria):

Spectral analysis using a deep-memory oscilloscope Fast Fourier Transform (FFT)

Agilent AN 1383-1, 2001

More about the FFT, LeCroy Application Brief LAB WM790, Jun. 2012

FFT Applications for TDS oscilloscopes, Tektronix, 2005

