Medios de enlace

Cuestionario:

- **CAPITULO 1 Espectro Electromagnético**

1.1 ¿Qué entiende por Modulación?

Es una técnica implementada para imprimir información en una señal. Es decir variar algún parámetro de la señal portadora en función de la moduladora, que es la información.

¿Qué tipos de modulación existen?

Entre los existentes podemos destacar a la modulación de:

- Amplitud
- Frecuencia
- Fase

1. Defina modulación de frecuencia y amplitud, y sus características principales.

La modulación de amplitud (AM), consiste en hacer variar la amplitud de la onda portadora en función de la moduladora (de la información a transmitir). Cuando modulamos con esta técnica la señal modulada se podrá descomponer como una componente central que es *la portadora y dos bandas laterales a cada lado de la frecuencia central.*

Entonces el ancho de banda ocupado de AM depende directamente del ancho de banda de la señal a transmitir y no de la amplitud.

Características:

- Ancho de banda ocupado es el doble de la señal a transmitir.
- Transmitiendo las tres componentes de AM, se pierde mucha potencia en la portadora. Ejemplo con una profundidad de modulación del 30% y solo el 5% de la potencia es aprovechado, ya que el 95% lo consume la portadora. En el mejor de los casos cuando tenemos una profundidad de modulación del 100% la portadora se reduce a un 50% de la potencia, quedando el restante en las dos bandas laterales. Si la profundidad de modulación es más del 100% se produce distorsión.
Existen otros tipos de AM donde se optimiza el rendimiento, suprimiendo la portadora o una de las bandas laterales, esto trae como consecuencia la complejidad del receptor.
- En Radiodifusión el ancho de banda la información transmitida es 4,5Khz para lograr una mayor cantidad emisoras. La frecuencia estándares son de 520Khz a 1600Khz.

La modulación de frecuencia transmite información a través de la portadora haciendo variar su frecuencia al ritmo de la señal moduladora. Cuando se modula con esta técnica aparecen infinitas bandas laterales que van disminuyendo su amplitud con la frecuencia.

El ancho de banda ocupado por esta técnica FM, depende directamente de la amplitud de la señal a transmitir, además podemos considerar que es la desviación de frecuencia producida por la máxima amplitud de la señal de información.

Características:

- La potencia se distribuye por toda la banda entre todas las componentes (bandas laterales) de forma tal que si no se modula la potencia es consumida por la portadora.
- Se destaca la transmisión de alta fidelidad debido a su gran ancho de banda.
- La técnica de modulación de frecuencia exige utilizar frecuencia mucho más elevada que AM debido a su gran ancho de banda que ocupan. Por ejemplo si quisiéramos transmitir FM en la frecuencias asignadas de AM solo podrían entrar 6 emisoras y no de manera correcta ya que con la desviación propuesta de 100Khz el ancho de banda de cada emisora ocuparía 200Khz, siendo el espectro asignado AM de 520Khz a 1600Khz.
- Inmunidad a los ruidos ya que el receptor solo es sensible a la variación de frecuencia y no de amplitud de la onda modulada, como ocurre en la AM.

2. ¿Cuáles son las bandas de frecuencia y sus márgenes?

Nombre	Abreviatura inglesa	Frecuencias	Longitud de onda
Muy baja frecuencia Verylowfrequency	VLF	3–30 kHz	100–10 km
Baja frecuencia Lowfrequency	LF	30–300 kHz	10–1 km
Media frecuencia Medium frequency	MF	300–3.000 kHz	1 km – 100 m
Alta frecuencia High frequency	HF	3–30 MHz	100–10 m
Muy alta frecuencia Veryhighfrequency	VHF	30–300 MHz	10–1 m
Ultra alta frecuencia Ultra highfrequency	UHF	300–3.000 MHz	1 m – 100 mm
Super alta frecuencia Superhighfrequency	SHF	3-30 GHz	100–10 mm
Frecuencia extremadamente alta Extremelyhighfrequency	EHF	30-300 GHz	10–1 mm

3. ¿En qué forma se desplaza una transmisión de radio?

Puede desplazarse de tres formas:

- Onda de tierra: se propagan sobre la superficie de la tierra la señal se atenúa con la distancia.
- Onda de espacio: viajan por el aire y tienen una atenuación pequeña en comparación con las terrestres.
- Onda visual: se desplazan en linea recta, son las ondas que ve el receptor proveniente del transmisor.

4. Explique las características de la propagación de muy altas frecuencias.

En muy altas frecuencias donde se encuentra la banda de radiodifusión FM persiste la propagación de onda visual ya que las otras dos se ven fuertemente atenuadas debido a las características del medio.

El alcance de este tipo de emisoras es muy limitado y depende en gran manera de las alturas sobre el terreno a las que se encuentran las antenas transmisoras y receptoras, y casi nunca por las potencias con que se transmiten las emisoras, hasta un cierto límite.

5. ¿Cuál es el alcance de las frecuencias bajas, medias y altas de la transmisión AM?

Las frecuencias altas (Ondas Cortas) la propagación es muy difícil de predecir pues la *onda de espacio* puede encontrarse con condiciones continuamente cambiantes, además depende de la antena receptora que tengamos por lo que no tendremos seguridad al estimar un alcance.

En cambio en las frecuencias bajas (Ondas Largas) las condiciones de propagación por *onda de tierra* son poco cambiantes, por lo que la recepción será muy constante. En este tipo de transmisiones la potencia y la distancia cubierta no son cantidades proporcionales, por ejemplo si duplicásemos la potencia de transmisión obtendríamos un 10% más de alcance, y no el doble.

Las frecuencias Medias (Ondas Medias) los alcances por medio de *ondas de tierra* se reducen bastante, la distancia cubierta por la *onda espacio* es mucho mayor a partir de que comienza a ponerse el sol.

6. ¿Qué es el umbral de audición y el umbral de sensación desagradable?

El umbral de audición es la intensidad mínima de una onda sonora que el oído percibe, este varia con la frecuencia es decir a baja frecuencia el umbral es mayor que a altas frecuencias.

El umbral de sensación de desagradable es la intensidad máxima que el oído puede tolerar sin causar pérdida auditiva.

7. Explique las características del espectro visible.

Definimos a la luz como toda radiación que puede afectar al ojo, el ojo humano responde a longitudes de onda de 400 a 700 nm.

ECUACIONES DE MAXWELL

2.1 ¿Cuáles son los sistemas de coordenadas conocidos?

Los tipos de sistemas de coordenadas conocidos son:

- Rectangulares (x,y,z)
- Circulares Cilíndricas (ρ,Θ,z)
- Esférica (r, Θ, ϕ)
- Ortogonales Generalizadas (u1,u2,u3)

2.2 ¿Qué son y cómo se utilizan las Coordenadas Generalizadas?

Un sistema de coordenadas ortogonales es un sistema de coordenadas tal que en cada punto los vectores tangentes a las curvas coordenadas son ortogonales entre sí. Este permite por sus propiedades reducir y unificar los desarrollos relativos a campos escalares y vectoriales.

Como ejemplo de utilización describiremos un dv en este tipo de coordenadas mediante el producto de los elementos de longitud diferencial:

$$dV = dl_1 . dl_2 . dl_3,$$

Relacionando los elementos de longitud con las variables de coordenadas u_1, u_2, u_3 , obtenemos las siguientes relaciones:

$$dl_1 = h_1 . du_1$$

$$dl_2 = h_2 . du_2$$

$$dl_3 = h_3 . du_3$$

De manera que

$$dV = h_1 h_2 h_3 du_1 du_2 du_3$$

Donde $h_1 h_3 h_2$son los coeficientes métricos o factores de escala.

2.3 ¿Cómo definimos un vector de posición?

El vector de posición de un punto P, se define como el vector que va desde el origen del sistema hasta el punto P, utilizando r para representarlo.

En coordenadas rectangulares

$$r = a_x x + a_y y + a_z z$$

En coordenadas cilíndricas:

$$r = a_\rho \rho + a_z z$$

En coordenadas esféricas:

$$r = a_r . r$$

En coordenadas generalizadas:

$$dr = a_1 h_1 du_1 + a_2 h_2 du_2$$

2.4 ¿Para qué se realiza un cambio de variable o porque uno se mueve de un sistema coordenado a otro?

Un cambio de variable se realiza para simplificar la complejidad de las operaciones planteadas en el sistema donde se está trabajando. El pasaje de un sistema a otro se hace a través de un determinante que relaciona las variables de ambos sistemas.

2.6 Realice una tabla de equivalencias

Coordenadas Generalizadas	u_1, u_2, u_3	h_1	du_1	h_2	du_2	h_3	du_3
Coordenadas Rectangulares	x, y, z	1	dx	1	dy	1	dz
Coordenadas Cilíndricas	ρ, ϕ, z	1	$d\rho$	ρ	$d\phi$	1	dz
Coordenadas Esféricas	r, θ, ϕ	1	dr	r	$d\theta$	$r. sen\, \theta$	$d\phi$

2.8 Definir campos escalares y vectoriales.

Por campo se entiende por una función matemática de espacio y tiempo. Un campo escalar es una función en que cada instante tiene una magnitud asignable a cada punto de una extensión de cada espacio. Entonces el campo vectorial asocia una magnitud vectorial a cada punto del espacio.

2.9 ¿Qué es el teorema de Stokes?

La integral de línea de un vector alrededor de una curva cerrada es igual a la integral de la componente normal de su rotacional sobre cualquier superficie limitada por la curva.

Esto es: $\oint \vec{F}.d\vec{l} = \int rot\vec{F}.\vec{n}.da$

2.10 ¿ En qué se diferencia el teorema de Stokes con el teorema de la divergencia?

El teorema de la divergencia relaciona el flujo de un campo vectorial a través de una superficie cerrada.

La diferencia entre está en que el teorema de la divergencia relaciona un volumen con una superficie, y el teorema de Stokes relaciona línea con superficie.

2.11 ¿Qué son gradientes, divergencia y rotor? Explique las características de cada uno.

Gradiente es un vector cuya magnitud es la máxima derivada en un punto en consideración, y cuya dirección es la máxima derivada direccional de ese punto. Nos indica la direccion del mayor valor de la funcion.

$$Grad\ \varphi = \vec{\imath}\frac{\partial \varphi}{\partial x} + \vec{\jmath}\frac{\partial \varphi}{\partial y} + \vec{k}\frac{\partial \varphi}{\partial z}$$

Divergencia mide la diferencia entre el flujo entrante y saliente de un campo vectorial sobre una superficie, es decir si el flujo entrante es igual al saliente la divergencia es cero.

$$Div\ \vec{F} = \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} + \frac{\partial F}{\partial z} = \nabla \cdot \vec{\mathrm{F}}$$

Rotacional es un operador vectorial que muestra la tendencia de un campo vectorial a inducir rotación alrededor de un punto.

$$Rot\ F = \nabla\, \mathrm{X}\, \vec{\mathrm{F}}$$

2.12 ¿Qué es el operador vector diferencial?

Es el operador nabla que se aplica delante de una función (x, y, z) la cual queda así diferenciada, es un vector que obedece a las leyes del algebra vectorial y se expresa:

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}$$

2.13 ¿Qué son las identidades vectoriales?

Las identidades vectoriales son operaciones vectoriales que siempre dan el mismo resultado.

Las más conocidas:

$$\nabla \cdot (\nabla\, \mathrm{x}\, \mathrm{H}) = 0$$

$$\nabla\, \mathrm{x}\, (\nabla \cdot\ \mathrm{H}) = 0$$

$$\nabla \cdot (\nabla \cdot\ \mathrm{H}) = \nabla^2 \cdot H$$

2.14 y 2.15 ¿Cuáles son los postulados de la electroestática en el espacio libre?

<u>Ley de Coulumb</u>: En una carga puntual el campo eléctrico debe ser radial en todas partes y tener la misma intensidad en todos los puntos de una superficie esférica con centro en la carga.

Se expresa:

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\xi r^2}$$

<u>Ley del Trabajo Eléctrico</u>:

$$\int_a^b \vec{E}\, dl = V_b - V_a$$

Por lo que si realizamos un camino cerrado entre a y b obtendremos que la diferencia de potencial es cero. Como se describe a continuación.

$$\oint \vec{E}\, dl = 0$$

Aplicando el teorema de Stokes

$$\oint \vec{E}\, dl = \int \nabla \times \vec{E}\, ds = 0$$

$$\nabla \times \vec{E} = 0$$

Forma Vectorial

<u>Ley de Gauss</u>: establece que el desplazamiento o flujo eléctrico total a través de cualquier superficie cerrada que rodee a las cargas es igual al valor de dichas cargas eléctricas encerradas.

$$\int \vec{D} \cdot ds = \int \rho \cdot dv$$

Forma Integral

Aplicando el teorema de la divergencia:

$$\oint \vec{D} \cdot da = \int \nabla \cdot D \cdot dv$$

$$\int \nabla \cdot D \cdot dv = \int \rho \cdot dv$$

Como integramos en el mismo volumen por lo tanto:

$$\nabla \cdot D = \rho$$

Forma vectorial

2.16 ¿Cuáles son los postulados de la el magnetoestática del espacio libre?

Primer Postulado: Integrando $\boxed{\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0}$ en un volumen V y aplicando el teorema de la divergencia:

$$\int \vec{\nabla} \cdot \vec{B} \cdot dv = \oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$

(Fórmula de la divergencia).

Luego:

$$\oint \boldsymbol{\vec{B}} \cdot \boldsymbol{d\vec{s}} = \mathbf{0}$$

Esto nos dice que no hay fuentes de campo magnético (no hay cargas magnéticas aisladas), o lo que es equivalente, que las líneas de flujo magnético siempre se cierran sobre sí mismas. Esta ecuación también se conoce como la expresión de la ley de la conservación del flujo magnético, pues establece que el flujo magnético total de salida a través de cualquier superficie cerrada es cero.

Segundo Postulado: Integrando $\boxed{\vec{\nabla}\ x\ \vec{H} = \vec{J}}$ en una superficie abierta S, apoyada en un camino cerrado C:

$$\oint \vec{H} dl = \int (\vec{\nabla}\ x\ \vec{H}) \cdot d\vec{s} = I$$

Vamos a introducir a $\vec{J}(\frac{Amper}{m^2})$ (densidad de corriente) lo que quiere decir: $I = \int \vec{J} ds$

$$\oint \vec{H} dl = I$$

Forma vectorial (Para medios continuos):

$$\vec{\nabla}\ x\ \vec{H} = \vec{J}$$

De esta manera obtendremos lo que va a denominarse la**Ley de Ampere**:

$$\oint \boldsymbol{\vec{H} dl} = \boldsymbol{I}$$

Esta ley establece que la fuerza magneto motriz a lo largo de un circuito cerrado es igual a la corriente abrazada por el circuito.

2.17 ¿Cuál es la relación entre la densidad de desplazamiento (D) y intensidad de campo eléctrico (E)?

Y 2.18 ¿Cuál es la relación entre la intensidad de campo magnético (H) y la densidad de flujo magnético (B)?

Para el caso de que las cargas estén en medios materiales, y asumiendo que éstos son lineales, homogéneos, isótropos y no dispersivos, podemos encontrar una relación entre los vectores intensidad e inducción a través de dos parámetros conocidos como permitividad eléctrica y la permeabilidad magnética:

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E}$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$$

Donde $\boldsymbol{\varepsilon}$ es la constante dieléctrica del medio y $\boldsymbol{\mu}$ es la permeabilidad magnética.

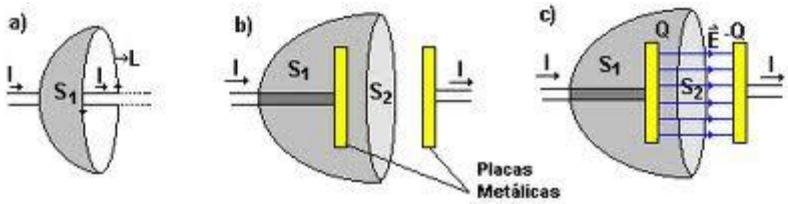
Pero estos valores también dependen del medio material, por lo que se dice que un medio es lineal cuando la relación entre E/D y B/H es lineal.

Ecuaciones de Maxwell

Primera ecuación:

Esta ecuacion surge de la Ley de Ampere. Ya que en algunas ocaciones como la que se describe a continuacion, la ley de ampere tiene incompatibilidades.

Si tenemos un circuito con un capacitor de placas paralelas como se muestra y aplicamos la Ley de Ampere a ambas superficies obtenemos:



Incompatibilidad de la Ley de Ampere

$$\begin{cases} \oint \vec{H} dl = \int \nabla \,\mathrm{x}\, \vec{H}\ ds_1 = \int \vec{J}\ ds_1 = I \\ \oint \vec{H} dl = \int \nabla \,\mathrm{x}\, \vec{H}\ ds_2 = \int \vec{J}\ ds_2 = 0 \end{cases}$$

El procedimiento de Maxwell para generalizar esta ley y eliminar la incompatibilidad es el siguiente:

$$\int \vec{J}\ ds_1 + \int \vec{J}\ ds_2 \neq 0$$

$$-\oint \vec{J} ds = I_{\ s=s_1+s_2}$$

(el signo menos surge de que el diferencial de ds esta a 180º, en sentido inverso a la corriente)

Aplicando el teorema de la divergencia

1. $-\int \nabla \vec{J}\ dv = I$

Recordando que $I = \frac{\partial Q}{\partial t}$ y a su vez $Q = \int \rho\ dv$, derivando a Q con respecto al tiempo $I = \frac{\partial Q}{\partial t} = \int \frac{d\rho}{dt}\ dv$, a su vez recordando la Ley de Gauss para campos eléctricos en forma vectorial

$$\nabla \cdot D = \rho \therefore I = \int \nabla \frac{dD}{dt}\ dv$$

Ahora reemplazando en 1:

$$\int \nabla \frac{dD}{dt}\ dv = -\int \nabla \vec{J}\ dv$$

$$\nabla \frac{dD}{dt} + \nabla \vec{J} = 0$$

Recordando la ley de ampere en forma vectorial vemos que hace falta agregarle el termino de la derivada para que sea congruente, y de esta manera se generaliza a cualquier caso.

$$\boldsymbol{\nabla}\,\mathbf{x}\,\vec{\mathbf{H}} = \frac{\boldsymbol{dD}}{\boldsymbol{dt}} + \vec{\boldsymbol{J}}$$

(Forma vectorial)

La ecuación anterior se conoce como Ley de Ampere generalizada o Primera ecuación de Maxwell.

Para deducir la forma Integral, integramos la forma vectorial y aplicamos el Teorema de Stokes:

$$\oint \vec{H} dl = \int \left(\vec{J} + \frac{\partial D}{\partial t}\right) ds$$

(Forma Integral)

<u>Segunda ecuación:</u> Partiendo de la ecuación de la ley de Trabajo Eléctrico

$$\oint \vec{E}\, dl = 0$$

Si ahora tomamos un camino que cerramos por medio de un voltímetro dentro de un campo magnético variable, tendremos una tensión inducida $V = -\frac{\partial \phi}{\partial t}$

$$\oint \vec{E}\, dl = -\frac{\partial \phi}{\partial t}$$

Donde $\phi = \int \vec{B}\ ds$ Reemplazando nos queda

$$\oint \vec{E}\, dl = -\int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\, ds$$

Si $\vec{B} = \mu\, \vec{H}$ entonces tenemos la segunda ecuacion de Maxwell en **forma integral:**

$$\oint \vec{E}\, dl = -\mu \int \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}\, ds$$

Aplicando el teorema de stokes obtenemos la forma vectorial:

$$\oint \vec{E} dl = \int \nabla x\, \vec{E}\, ds = -\,\mu \int \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} ds \ \therefore\ \boldsymbol{\nabla x \vec{E}} = -\boldsymbol{\mu} \frac{\boldsymbol{\partial \vec{H}}}{\boldsymbol{\partial t}}$$

Tercera ecuacion de Maxwell

$$\boldsymbol{\nabla \cdot D = \rho}$$

(Forma Vectorial)

$$\oint \boldsymbol{\vec{D} \cdot ds} = \int \boldsymbol{\rho \cdot dv}$$

(Forma Integral)

Cuarta ecuación de Maxwell

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

(Forma vectorial)

$$\oint \vec{B} ds = 0$$

(Forma Integral)

Cuando estamos en medios continuos aplicamos las ecuaciones de Maxwell la forma vectorial, para medios discontinuos las ecuaciones en forma integral.

2.19 ¿Cuál es la ecuación de continuidad?

Cuando tenemos un medio continuo solamente podemos aplicar la ecuación de continuidad en forma vectorial:

$$\nabla \cdot j = 0$$

Cuando tenemos un medio discontinuo solamente en la forma diferencial:

$$\nabla \cdot j + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

¿Qué relación tiene con Teoría de los circuitos?

Cuando la λ es comparable con la ℓ (longitud del circuito) la teoría de los circuitos no sirve.

CONDICIONES DE FRONTERA O DE CONTORNO

3.1 ¿Qué constantes necesita para conocer el medio en el cual se propaga la onda?

Las constantes son:

- $\varepsilon = Permitividad\ [\frac{Faradio}{Metro}]$- Constante dieléctrica
- $\mu = Permeabilidad\ [\frac{Henrio}{Metro}]$
- $\sigma = Conductividad\ [\frac{Mhos}{Metro}]$

3.2 ¿Qué características tiene un medio Isotrópico?

La definición de medio *Isotrópico,* es la de aquel que se cumplen las siguientes condiciones:

$$\vec{E} \parallel \vec{D} \wedge \vec{B} \parallel \vec{H} \wedge \vec{j} \parallel \vec{E}$$

Para que esto se cumpla es necesario que las constantes que representan el campo electromagnético y de conducción sean reales.

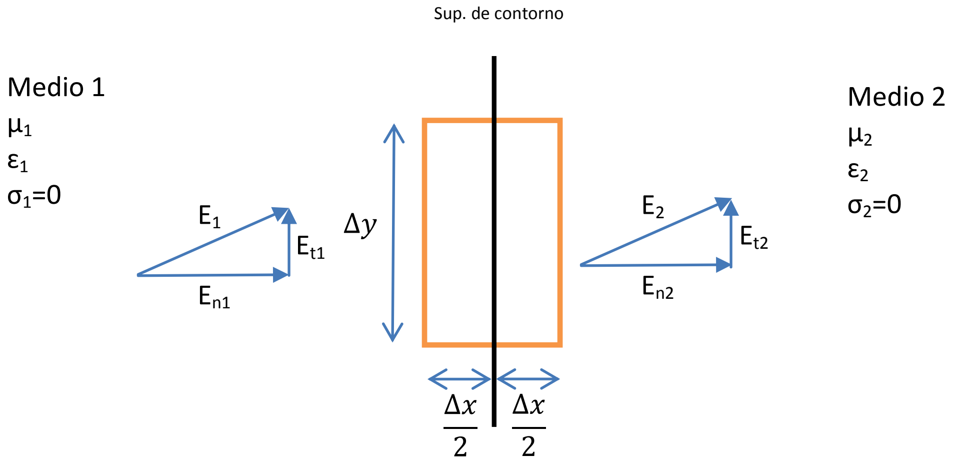
3.3 ¿Definición de frontera o contorno de un medio?

Es el límite entre donde se produce la separación de dos medios, en este lugar se analizan las condiciones de los campos eléctricos y magnéticos, para analizar cómo se comportan en el paso de un medio a otro.

COMPONENTES TANGENCIALES DE LAS INTENSIDADES DE CAMPO:

Analizaremos que ocurre con las componentes tangenciales en la frontera de dos medios.

Para un medio dieléctrico-dieléctrico



Partiendo de la segunda ecuación de Maxwell $\oint \vec{E}\, dl = -\mu \int \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} ds$ y recorriendo el contorno propuesto obtenemos:

$$\oint \vec{E}\, dl = E_{n1}\frac{\Delta x}{2} + E_{n2}\frac{\Delta x}{2} + E_{t2}\Delta y - E_{n3}\frac{\Delta x}{2} - E_{n4}\frac{\Delta x}{2} - E_{t1}\Delta y = -\mu\frac{\partial \vec{H}}{\partial t}\Delta x \Delta y$$

Tomando el límite para $\Delta x \to 0$ podremos observar lo que ocurre con la componente tangencial del campo eléctrico en la frontera.

$$E_{n1}\cancel{\frac{\Delta x}{2}} + E_{n2}\cancel{\frac{\Delta x}{2}} + E_{t2}\Delta y - E_{n3}\cancel{\frac{\Delta x}{2}} - E_{n4}\cancel{\frac{\Delta x}{2}} - E_{t1}\Delta y = -\mu\frac{\partial \vec{H}}{\partial t}\cancel{\Delta x}\Delta y$$

Por lo tanto:

$$E_{t2}\Delta y - E_{t1}\Delta y = 0$$

$$(E_{t2} - E_{t1})\Delta y = 0$$

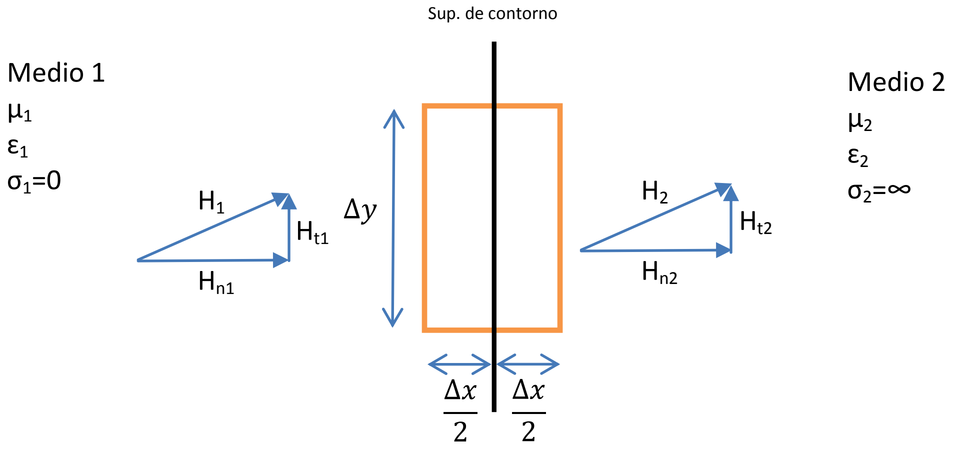
$$\boldsymbol{E_{t2} = E_{t1}}$$

Como conclusión las componentes tangenciales en dos medios dieléctricos son continuas, lo que hay en un medio hay en el otro medio.

El análisis para el campo magnético es el mismo pero se parte de la primera ecuación de Maxwell, obteniendo como resultado que las componentes tangenciales son iguales.

$$\boldsymbol{H_{t2} = H_{t1}}$$

Para un medio dieléctrico-conductor



Nosotros sabemos que en un conductor perfecto que sería el caso del medio 2, no hay campo Magnético ni Eléctrico, lo que queremos saber es que pasa con una onda electromagnética que está incidiendo sobre el medio conductor. EL análisis es el mismo que en el caso anterior de Dieléctrico-Dieléctrico pero en este caso tenemos que hacer la siguiente salvedad para que no se simplifique el segundo miembro.

Sabiendo que la densidad superficial de corriente de conducción es $\vec{J}_c = \frac{I}{\Delta x \Delta y}\vec{z}$ ahora planteamos una densidad lineal definida como $\vec{J}_l = \frac{I}{\Delta y}\vec{z}$ entonces podemos reescribir a $\vec{J}_c = \frac{\vec{J}_l}{\Delta x}\vec{z}$ entonces reemplazando esta ecuación en la segunda ecuación de Maxwell y haciendo que $\Delta x \to 0$ las cargas del medio conductor se agruparan en la superficie del medio conductor haciendo que sigan moviéndose en dirección z, en este caso por la fuerza de $\vec{J}_c$ resultando:

$$\oint \vec{H}dl = H_{n1}\frac{\Delta x}{2} + H_{n2}\frac{\Delta x}{2} + H_{t2}\Delta y - H_{n3}\frac{\Delta x}{2} - H_{n4}\frac{\Delta x}{2} - H_{t1}\Delta y = (\vec{J}_c + \frac{\partial D}{\partial t})\,\Delta x \Delta y$$

$$\oint \vec{H}dl = H_{n1}\frac{\Delta x}{2} + H_{n2}\frac{\Delta x}{2} + H_{t2}\Delta y - H_{n3}\frac{\Delta x}{2} - H_{n4}\frac{\Delta x}{2} - H_{t1}\Delta y = \frac{\vec{J}_l \Delta x \Delta y}{\Delta x} + \frac{\partial D}{\partial t}\Delta x \Delta y$$

$$H_{n1}\frac{\cancel{\Delta x}}{\cancel{2}} + H_{n2}\frac{\cancel{\Delta x}}{\cancel{2}} + H_{t2}\Delta y - H_{n3}\frac{\cancel{\Delta x}}{\cancel{2}} - H_{n4}\frac{\cancel{\Delta x}}{\cancel{2}} - H_{t1}\Delta y = \vec{J}_l \Delta y + \frac{\partial D}{\partial t}\cancel{\Delta x}\Delta y$$

$$H_{t2}\Delta y - H_{t1}\Delta y = \vec{J}_l \Delta y$$

Sabiendo que en el medio 2 el campo magnético es igual a cero nos queda:

$$-H_{t1}\cancel{\Delta y} = \vec{J}_l \cancel{\Delta y}$$

$$-H_{t1} = \vec{J}_l$$

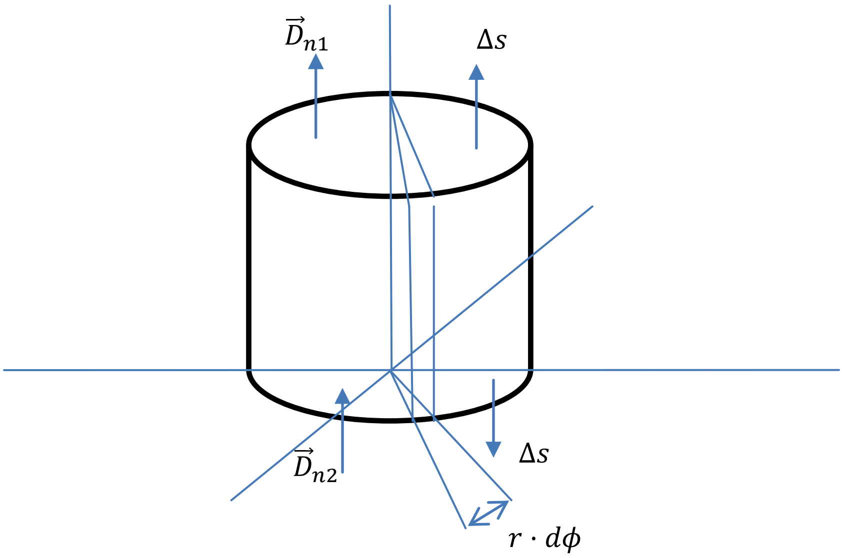
Pudiendo concluir que la componente tangencial del campo magnético en el medio 1 es discontinua, pues en el medio conductor aparece una densidad de corriente superficial.

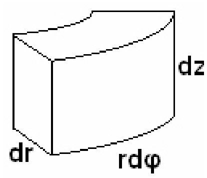
Este caso es de vitalidad practica ya que nos sirve para comprender el funcionamiento de las antenas tanto T_x como R_x ya que la onda electromagnética llega al medio conductor (antena) y genera una densidad de corriente superficial, lo que permite la recepción o transmisión.

En este caso la componente tangencial del campo eléctrico es igual a cero.

COMPONENTES NORMALES DE LAS INTENSIDADES DE CAMPO:

Para el caso de dos medios dieléctricos ideales.





La componente normal del campo eléctrico es la $\vec{D}$ densidad de campo eléctrico. Para hacer este análisis partimos de la tercera ecuación de maxwell $\oint \vec{D} \cdot ds = \int \rho \, dv$, en este caso tomamos un volumen cerrado que una los dos medios y resolvemos la integral como en los casos anteriores resultando

$$\oint \vec{D} \cdot ds = -D_{n2}\Delta S + D_r r \, d\phi \, \Delta x + D_{n1}\Delta S = \rho \, \Delta S \, \Delta x$$

Ahora tomamos $\Delta x \to 0$ y considerando a ρ como una cantidad finita obtenemos:

$$-D_{n2}\Delta S + D_r r \, d\phi \, \cancel{\Delta x} + D_{n1}\Delta S = \rho \, \Delta S \, \cancel{\Delta x}$$

$$-D_{n2}\Delta S + D_{n1}\Delta S = 0$$

$$D_{n2} = D_{n1}$$

Pudiendo concluir que la componente normal de la densidad de campo eléctrico para dos medios dieléctricos es continua.

Para el caso de un medio conductor y un dieléctrico.

Como sabemos en un medio conductor la densidad de campo eléctrico $\vec{D}$ es igual a cero, como consecuencia la componente normal de $\vec{D}_n$ no será continua.

Partimos de la tercera ecuación de maxwell en su forma integral $\oint \vec{D} \cdot ds = \int \rho \, dv$ y resolvemos como en el caso anterior.

$$\oint \vec{D} \cdot ds = -D_{n2}\Delta S + D_r r \, d\phi \, \Delta x + D_{n1}\Delta S = \rho \, \Delta S \, \Delta x$$

Para llegar a la condición de frontera recordamos que es necesario ver qué pasa en el medio conductor cuando $\Delta x \to 0$, recordando que las cargas por la fuerza de repulsión hacen que se reorganizen en la superficie del medio entonces

$$\rho = \frac{dq}{dv} = \frac{dq}{\Delta x \Delta s}$$

Definimos a la densidad de carga superficial como $\rho_s = \frac{dq}{\Delta s}$ entonces $\rho = \frac{\rho_s}{\Delta x}$ cuando $\Delta x \to 0 \therefore \rho \to \infty$quitaremos esta indeterminación $\rho \cdot \Delta x = \rho_s$

$$-D_{n2}\Delta S + D_r r \, d\phi \, \cancel{\Delta x} + D_{n1}\Delta S = \rho \Delta x \Delta S$$

$$-D_{n2}\Delta S + D_{n1}\Delta S = \rho_s \Delta S$$

Como en el medio 2 $D_{n2} = 0$ nos queda

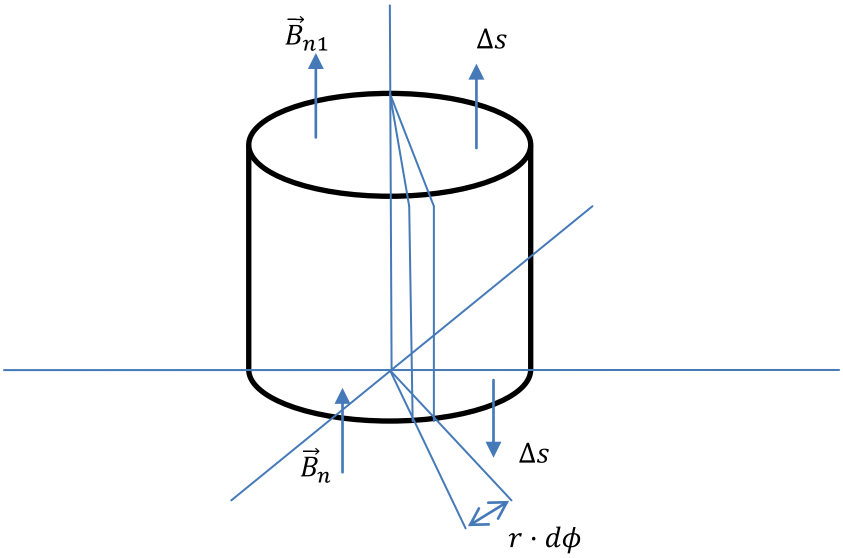
$$\mathrm{D_{n1}} = \rho_s$$

Podemos concluir que la componente normal de la densidad de campo eléctrico es discontinua ya que en el medio conductor aparece una densidad de carga superficial.

Componente normal de la densidad de campo magnético $\vec{\mathbf{B}}$

Debido que el campo magnético función del tiempo solo puede existir en medios dieléctricos la condición que debemos poner es que los dos medios deben ser dieléctricos.

Para desarrollar la demostración de la componente normal en medios dieléctricos diferentes partimos de la 4ta ecuación de Maxwell $\oint \vec{B} \cdot ds = 0$



$$\oint \vec{B} \cdot ds = -B_{n2}\Delta S + B_r r\, d\phi\, \Delta x + B_{n1}\Delta S = 0$$

Ahora tomamos $\Delta x \to 0$ y considerando a ρ como una cantidad finita obtenemos:

$$-B_{n2}\Delta S + B_r r\, d\phi\, \cancel{\Delta x} + B_{n1}\Delta S = 0$$

$$-B_{n2}\Delta S + B_{n1}\Delta S = 0$$

$$B_{n2} = B_{n1}$$

El componente normal de la densidad de campo magnético es continuo, ya que lo que aparece en un medio es lo que aparece en el otro.

3.10 ¿A que se denomina profundidad de penetración o efecto Sking?

Se denomina al espacio que entra dentro del medio una onda electromagnética luego de cruzar la frontera del medio. Y en el caso de la corriente se llama efecto Sking. Esta profundidad de penetración o efecto Sking es inversa a la constante de conductividad y de la frecuencia de la onda, o de la corriente que circula en el medio.

Ecuación de onda electromagnética

Antes de estudiar la ecuación de onda electromagnética estudiaremos la ley de los campos en un medio exento de cargas y corrientes (Espacio libre).

En este tipo de medio las ecuaciones de onda serán:

$$\nabla \times \vec{\mathrm{H}} = \varepsilon \frac{dE}{dt}$$

$$\nabla x \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

Tomando rotacional de la segunda ecuación:

$$\nabla x \nabla x \vec{E} = \nabla x \left(-\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \right)$$

Sabiendo que la derivada de rotor es lo mismo que rotor de la derivada:

$$\nabla x \nabla x \vec{E} = -\mu \frac{\partial \nabla x \vec{H}}{\partial t}$$

Reemplazando el rotor de $\vec{H}$ y derivando nos queda:

$$\nabla x \nabla x \vec{E} = -\, \mu \cdot \varepsilon \cdot \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

Recordando las identidades vectoriales:

$$\nabla x \nabla x \vec{E} = \nabla \cdot \left(\nabla \cdot \vec{E} \right) - \nabla^2 \vec{E}$$

Como sabemos en un medio dieléctrico la divergencia del campo es igual a cero, es decir:

$$\left(\nabla \cdot \vec{E} \right) = \frac{1}{\varepsilon} \nabla \cdot \vec{D} = 0$$

Finalizando nos queda la ley que debe obedecer el campo eléctrico:

$$\boldsymbol{\mu \cdot \varepsilon \cdot \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \nabla^2 \vec{E}}$$

Para el campo magnético es el mismo procedimiento debemos derivar la segunda rotación de Maxwell

$$\boldsymbol{\mu \cdot \varepsilon \cdot \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = \nabla^2 \vec{H}}$$

ECUACIONES DE MAXWELL EN NOTACION FASORIAL.

De las ecuaciones generales temporales, deseamos ahora encontrar las ecuaciones de maxwell en su correspondiente notación fasorial.

$$\nabla \times \vec{\mathrm{H}} = \vec{j} + \varepsilon \frac{\partial E}{\partial t}$$

Ahora tomamos a cada campo como un fasor quedando para poder resolver la derivada quedando por Euler:

$$H = H_0 \cdot e^{j\omega t}$$

$$E = E_0 \cdot e^{j\omega t}$$

Si tomos la derivada nos queda

$$\frac{\partial E}{\partial t} = E_0 \cdot j\omega \cdot e^{j\omega t}$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} = H_0 \cdot j\omega \cdot e^{j\omega t}$$

Reemplazando y tomando la parte real nos queda:

$$\nabla \times \mathrm{Re}[\, H_0 \cdot e^{j\omega t}] = Re[J_0 \cdot e^{j\omega t} + \varepsilon \cdot E_0 \cdot j\omega \cdot e^{j\omega t}]$$

$$\mathrm{Re}[\, (\nabla \times H_0 - \varepsilon \cdot E_0 \cdot j\omega - J_0) \cdot e^{j\omega t}] = 0$$

Como la relación debe ser válida para todo t y recordando una de las relaciones fundamentales

$$J = \sigma E$$

$$\nabla \times H_0 \cdot e^{j\omega t} = \underbrace{\sigma \cdot E_0 \cdot e^{j\omega t}}_{J_c} + \underbrace{j\omega \cdot \varepsilon \cdot E_0 \cdot e^{j\omega t}}_{J_d}$$

$$\boldsymbol{\nabla \times H = \sigma \cdot E + j\omega \cdot \varepsilon \cdot E}$$

Primera ecuación de Maxwell en forma fasorial (*E y H son fasores*)

$$\nabla \times H_0 \cdot e^{j\omega t} = J_c + j\, J_D$$

A las densidades de corriente no las podemos sumar pero si las podemos relacionar a través del factor de disipación

$$FD = \frac{J_c}{J_D} = \frac{\sigma}{\omega \cdot \varepsilon}$$

Este parámetro nos define el comportamiento del medio si:

$$FD > 1 \rightarrow Medio\ conductor$$

$$FD < 1 \rightarrow Medio\ dielectrico$$

Haciendo el mismo procedimiento para la segunda ecuación obtenemos:

$$\nabla \times E_0 \cdot e^{j\omega t} = -j\omega \cdot \mu \cdot H_0 \cdot e^{j\omega t}$$

$$\boldsymbol{\nabla \times E = -j\omega \cdot \mu \cdot H}$$

Segunda ecuación en forma fasorial (*Donde E y H son fasores***)**

Obtención de la Onda Electromagnética a partir de las ecuaciones de Maxwell.

Ecuación de campo Eléctrico.

Vamos a trabajar con las dos ecuaciones de maxwell para encontrar la ecuación de la *OEM*, tratando de encontrar una relación que solo contenga el campo eléctrico.

Partimos aplicando el rotor de la segunda ecuación de maxwell.

$$\nabla \times (\nabla \times E) = -j\omega \cdot \mu \cdot \nabla \times H$$

Ahora como conocemos el rotor de H por la primera ecuación reemplazamos

$$\nabla \times (\nabla \times E) = -j\omega \cdot \mu \cdot (\sigma \cdot E + j\omega \cdot \varepsilon \cdot E)$$

$$\nabla \times (\nabla \times E) = -j\omega \cdot \mu \cdot (\sigma + j\omega \cdot \varepsilon) \cdot E$$

Para simplificar hacemos lo siguiente: Como nosotros conocemos todos los parámetros del medio $(\mu, \varepsilon, \sigma)$ y la frecuencia $\varpi = 2\pi f$, agrupamos todas estas constantes y decimos: $\gamma^2 = j\omega \cdot \mu \cdot (\sigma + j\omega \cdot \varepsilon)$

$$\nabla \times (\nabla \times E) = -E \cdot \gamma^2$$

Resolviendo el primer miembro: $\nabla \times (\nabla \times E) = \nabla(\nabla \mathrm{E}) - \nabla^2 E$ y recordando la 3 ecuación de maxwell$\nabla D = \rho$, como no hay carga neta dentro de un conductor (puede haberla en la superficie pero no dentro) la densidad de carga es cero $\nabla D = 0 \;\therefore\; D = \varepsilon \cdot E \rightarrow \varepsilon \nabla E = 0$ reemplazando en las ecuaciones anteriores

$$\nabla(\nabla \mathrm{E}) - \nabla^2 E = -E \cdot \gamma^2$$

$$\nabla^2 E = E \cdot \gamma^2$$

$$\nabla^2 E - E \cdot \gamma^2 = 0$$

Obteniendo una ecuación diferencial, pero a su vez $E = E_x\vec{\imath} + E_y\vec{\jmath} + E_z\vec{k}$por lo que del laplaceano obtendremos 9 expresiones y nueve forma de variación de las componentes, por esto es que aplicamos la *segunda condición* y decimos que es una onda plana para simplificar la demostración, ya que si se trata de un medio uniforme el resto de las componentes se comportara de la misma forma:

$$E = E_x\vec{\imath} + \cancel{E_y\vec{\jmath}} + \cancel{E_z\vec{k}}$$

$$\nabla^2 = \cancel{\frac{\partial^2}{\partial x^2}} + \cancel{\frac{\partial^2}{\partial y^2}} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

$$E_x = f(z,t)$$

Es decir varía en función del tiempo y avanza en un solo sentido a lo largo del eje z.

$$\boldsymbol{\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - E \cdot \gamma^2 = 0}$$

Ecuación de Helmholtz.

Que es una ecuación diferencial de segundo orden homogéneo cuya solución es la ecuaciónde onda para campo eléctrico:

$$E_x(z,t) = (C_1 \cdot e^{-\gamma z} + C_2 \cdot e^{\gamma z}) \cdot e^{j\omega t}$$

$$\gamma = \alpha + j\beta$$

$$\boldsymbol{\gamma} = Constante\ de\ Propagacion$$
$$\boldsymbol{\alpha} = Constante\ de\ atenuacion$$
$$\boldsymbol{\beta} = Constante\ de\ fase$$

$$E_x(z,t) = (C_1 \cdot e^{-\alpha z} e^{-j\beta z} + C_2 \cdot e^{\alpha z} e^{j\beta z}) \cdot e^{j\omega t}$$

$$E_x(z,t) = (\underbrace{C_1 \cdot e^{-\alpha z} e^{j(j\omega t - \beta z)}}_{\textbf{Onda incidente}} + \underbrace{C_2 \cdot e^{\alpha z} e^{j(j\omega t + \beta z)}}_{\textbf{Onda reflejada}})$$

Pasando a la forma trigonométrica, y llamando a $C_1 = E_i$ como la intensidad del campo Incidente y a $C_2 = E_r$ como la intensidad de campo reflejado, obtenemos:

$$\boldsymbol{E_x(z,t) = E_i \cdot e^{-\alpha z} \cos(j\omega t - \beta z + \phi_i) + E_r \cdot e^{\alpha z} \cos(j\omega t + \beta z + \phi_i)}$$

Ecuación de campo magnético

Partimos de la segunda ecuación de Maxwell:

$$\nabla \times E_0 \cdot e^{j\omega t} = -j\omega \cdot \mu \cdot H_0 \cdot e^{j\omega t}$$

Como

$$\nabla \times E = \begin{vmatrix} \widehat{a_x} & \widehat{a_y} & \widehat{a_z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0 + 0 + \frac{\partial E_x}{\partial z}\widehat{a_y} - \frac{\partial E_x}{\partial y}\widehat{a_z}$$

Debido a que $E_x(z, t)$

$$\nabla \times E_0 \cdot e^{j\omega t} = \frac{\partial E_x}{\partial z}\widehat{a_y} = -j\omega \cdot \mu \cdot H_y \cdot \widehat{a_y}$$

Despejando H_y

$$H_y = -\frac{\partial E_x}{\partial z} \cdot \frac{1}{j\omega \cdot \mu}$$

Recordando

$$E_x(z,t) = E_i \cdot e^{-\gamma z} + E_r \cdot e^{\gamma z}$$

Derivando obtenemos

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} = -\gamma \cdot E_i \cdot e^{-\gamma z} + E_r \cdot \gamma \cdot e^{\gamma z}$$

Reemplazando finalizamos con la Onda de campo Magnético:

$$\boldsymbol{H_y = (\gamma \cdot E_i \cdot e^{-\gamma z} - E_r \cdot \gamma \cdot e^{\gamma z}) \cdot \frac{1}{j\omega \cdot \mu}}$$

Definiendo la impedancia Intrínseca del medio como η:

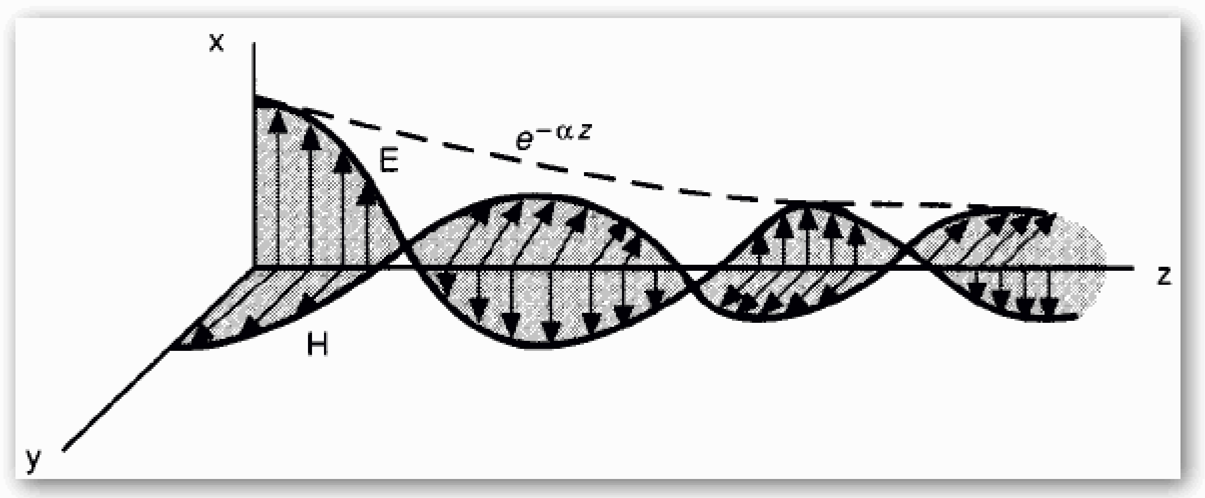
$$\eta = \frac{j\omega \cdot \mu}{\gamma}$$

La ecuación de onda del campo magnético se puede expresar como:

$$\boldsymbol{H_y = \frac{E_i}{\eta} \cdot e^{-\gamma z} - \frac{E_r}{\eta} \cdot e^{\gamma z}}$$

$$H_i = \frac{\boldsymbol{E_i}}{\boldsymbol{\eta}} \wedge H_r = \frac{\boldsymbol{E_r}}{\boldsymbol{\eta}}$$

$$\boldsymbol{H_y(z,t) = H_i \cdot e^{-\alpha z} \cos(j\omega t - \beta z + \phi_i) + H_r \cdot e^{\alpha z} \cos(j\omega t + \beta z + \phi_i)}$$



Constante de profundidad de penetración

Se define a la profundidad de penetración cuando la onda se atenúa $\frac{1}{e} = 0{,}367 \ldots$ de su valor inicial.

Por lo tanto:

$$E_x = E_i \cdot e^{-\alpha \cdot z} = E_i \cdot e^{-\alpha \cdot \delta} \rightarrow \boldsymbol{\delta = \frac{1}{\alpha}}$$

Calculo de la impedancia intrínseca.

Como definimos anteriormente la impedancia intrínseca del medio:

$$\eta = \frac{j\omega \cdot \mu}{\gamma} = \Omega$$

El siguiente desarrollo se basa en encontrar el valor de η a partir de los parámetros conocidos del medio, recordando

$$\gamma = \sqrt{j\omega \cdot \mu \cdot (\sigma + j\omega \cdot \varepsilon)}$$

Entonces podemos expresar, o reemplazando gamma en beta:

$$\eta = \frac{j\omega \cdot \mu}{\sqrt{j\omega \cdot \mu \cdot (\sigma + j\omega \cdot \varepsilon)}} = \sqrt{\frac{(j\omega \cdot \mu)^2}{j\omega \cdot \mu \cdot (\sigma + j\omega \cdot \varepsilon)}} = \sqrt{\frac{(j\omega \cdot \mu)}{(\sigma + j\omega \cdot \varepsilon)}}$$

Sacando factor común:

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon(\sigma/j\omega \cdot \varepsilon + 1)}} = \sqrt{\frac{\mu/\varepsilon}{(\sigma/j\omega \cdot \varepsilon + 1)}}$$

Por lo tanto la forma compleja de la impedancia intrínseca se expresa:

$$\boldsymbol{\eta = \sqrt{\frac{\mu/\varepsilon}{(\sigma/j\omega \cdot \varepsilon + 1)}}}$$

Como es un número complejo vamos a trabajarlo por separado:

$$1 - j\frac{\sigma}{\omega\varepsilon} = \sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}\right)^2} \cdot e^{-j\tan^{-1}\left(\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}\right)}$$

Considerando la raíz cuadrada del modulo

$$\sqrt{\sqrt{1 + j\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}}} = \sqrt[4]{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}\right)^2} \cdot e^{-j\frac{1}{2}\tan^{-1}\left(\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}\right)}$$

La forma polar de la impedancia intrínseca queda

$$\boldsymbol{\eta = \frac{\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}}{\sqrt[4]{\left(1 + \left(\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}\right)^2\right)}}}$$

Argumento

$$\boldsymbol{\theta_\eta = \frac{1}{2}\tan^{-1}\left(\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}\right)}$$

Conociendo la impedancia intrínseca del medio podemos saber el desfasaje entre el campo eléctrico y magnético. Si es dieléctrico perfecto no habría desfasaje.

También definimos a la impedancia intrínseca de un medio homogéneo como la relación entre:

$$\boldsymbol{\eta} = \frac{\boldsymbol{E_i}}{\boldsymbol{H_i}}$$

Es decir que en cualquier punto del medio si medimos el campo eléctrico y magnético podemos conocer la impedancia intrínseca y esta será igual en cada punto. Ahora si no tenemos un medio continuo es decir que hay una superficie frontera donde se genera una onda incidente y una reflejada la impedancia intrínseca ya no va a ser igual en cada punto sino que va a estar dada por la siguiente expresión:

$$\boldsymbol{Z_c} = \frac{\boldsymbol{E_T}}{\boldsymbol{H_T}} = \frac{\boldsymbol{E_i + E_r}}{\boldsymbol{H_i + H_r}}$$

Llamada impedancia de campo que es la que se mide en un medio con reflexiones y varía según el punto en el que se la mida.

Calculo de $\boldsymbol{\beta}$ y $\boldsymbol{\alpha}$.

Para obtener estos valores en función de las constantes "primarias" del medio partimos de la expresión que las relaciona γ

$$\gamma^2 = j\omega \cdot \mu \cdot (\sigma + j\omega \cdot \varepsilon)$$

$$\gamma = \alpha + j\beta$$

$$\gamma^2 = (\alpha + j\beta)^2$$

$$(\alpha + j\beta)^2 = j\omega\mu \cdot (\sigma + j\omega \cdot \varepsilon)$$

$$\alpha^2 + 2j\beta\alpha - \beta^2 = j\omega\mu \cdot (\sigma + j\omega \cdot \varepsilon)$$

Igualando parte real e imaginaria

$$\alpha^2 - \beta^2 = -\mu\omega^2\varepsilon$$

$$2j\beta\alpha = j\omega\mu\sigma$$

Obtenido un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas pudiendo resolverlo por cualquier método.

Constante de fase

$$\boldsymbol{\beta = \varpi \cdot \sqrt{\frac{\mu\varepsilon}{2}\left[1 + \sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\varpi\varepsilon}\right)^2}\right]}}$$

Constante de Atenuación.

$$\boldsymbol{\alpha = \varpi \cdot \sqrt{\frac{\mu\varepsilon}{2}\left[-1 + \sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\varpi\varepsilon}\right)^2}\right]}}$$

Velocidad de propagación

$$\beta = \frac{\omega}{c} = \frac{\omega}{v_p} \therefore \boldsymbol{v_p} = \frac{\boldsymbol{1}}{\sqrt{\frac{\mu\varepsilon}{2}\left[\boldsymbol{1} + \sqrt{\boldsymbol{1} + \left(\frac{\sigma}{\varpi\varepsilon}\right)^2}\right]}}$$

En el dieléctrico $\sigma = 0$ tenemos por lo tanto

$$\boldsymbol{\beta = \varpi \cdot \sqrt{\mu\varepsilon}}$$

Y la velocidad de propagación

$$\boldsymbol{v_p = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}}$$

La constante de profundidad de penetración se define cuando la onda electromagnética se atenúa el 36,78%, como la amplitud disminuye según el factor $e^{-\alpha z}$ es evidente que la distancia que haga $\alpha z = 1$ es $\frac{1}{e}$.

Entonces:

$$\delta = \frac{1}{\alpha} = [metros]$$

Para un buen conductor tenemos:

$$\boldsymbol{\alpha = \omega\sqrt{\frac{\mu\varepsilon}{2}\left[-1+\sqrt{1+\left(\frac{\sigma}{\varpi\varepsilon}\right)^2}\right]}}$$

$\boldsymbol{\sigma} \to \infty$

$$\boldsymbol{\alpha = \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}}}$$

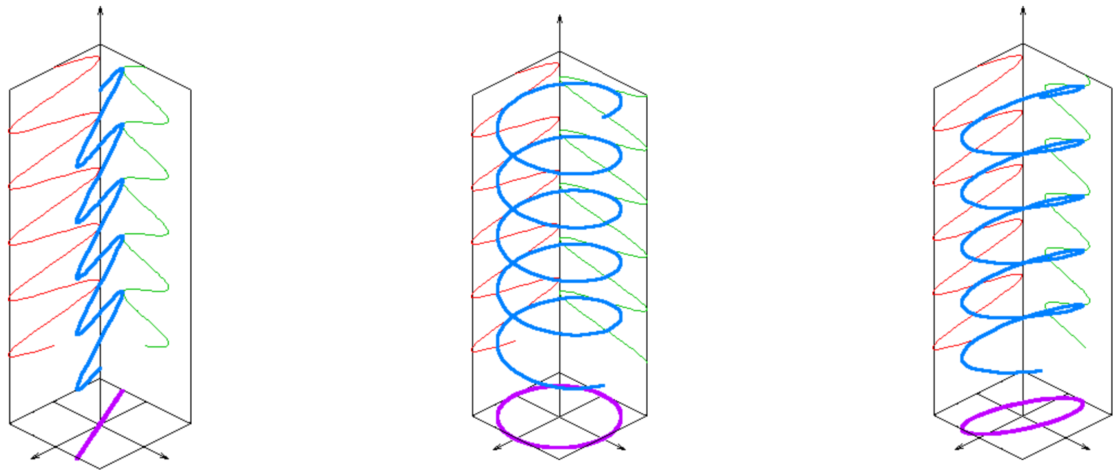
$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\frac{\boldsymbol{\omega\mu\sigma}}{\boldsymbol{2}}}}$$

POLARIZACION

Definición: Se entiende por polarización de una onda plana uniforme, al comportamiento temporal de la intensidad de campo eléctrico en un punto fijo del espacio.
Si tomamos un punto del espacio, y consideramos una onda plana que viaja en el sentido z con sus respectivos vectores de campo eléctrico y magnético situados en el eje x e y, si E_y=0 y solo está presente la componente x del campo eléctrico E_x se dice que la onda esta polarizada en dirección x.
También se puede dar el caso de que el campo eléctrico tenga componentes en x y en y estas se encuentran en fase, osea:

$$\phi_x = \phi_y$$

En este caso tendremos una ***Polarización lineal,*** el campo eléctrico resultante tiene una dirección dependiente de las magnitudes E_x y E_y y el ángulo con respecto a x será $\phi_x = \tan^{-1}\frac{E_y}{E_x}$, a su vez según el desfasaje que exista podemos clasificar los tipos de polarización de la siguiente forma.



Polarización Lineal $\phi_x = \phi_y$ | Polarización Circular $\phi_x - \phi_y$=90º | Polarización Elíptica $\phi_x \neq \phi_y$

<u>En el caso de antenas:</u>

Este término aplicado a una antena se refiere a la dirección de los campos magnéticos y eléctrico de dicha antena. La polarización de una antena está dada por la dirección del plano de la onda eléctrica.

Clasificación de polarización lineal:

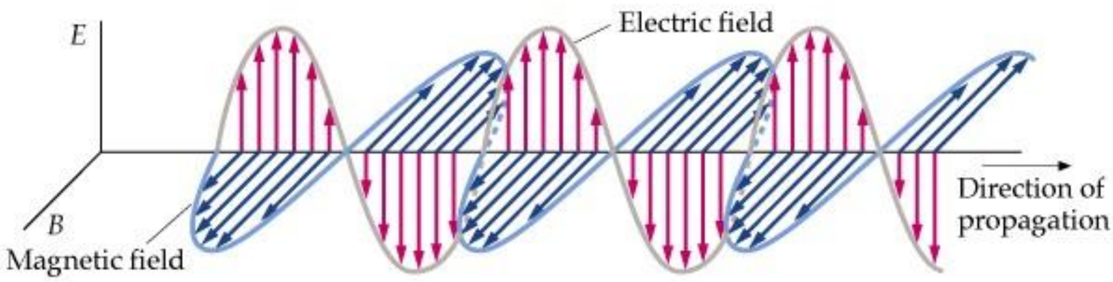
- *Polarización perpendicul*ar: Cuando el campo eléctrico es perpendicular al plano de incidencia.
- *Polarización paralela*: Cuando el campo eléctrico es paralelo al plano de incidencia

Vector de Poynting

Las unidades de $\vec{E}$ son volts por metro y las unidades de $\vec{H}$ son amperes por metro. Por lo tanto, el producto de sus magnitudes, $|\vec{E}||\vec{H}|$, tiene las unidades de V/m.A/m= VA/m^2 , o watts por metro cuadrado. De esta manera, este producto implica una distribución de potencia en el campo sobre alguna superficie de área. La pregunta es ¿cómo vamos definir el producto de los dos campos vectoriales? ¿Debemos usar el producto punto $\vec{E}.\vec{H}$ O el producto cruz $\vec{E}x\vec{H}$? Aunque parece que el producto punto de los dos vectores es una posibilidad, ahora estamos interesados en el flujo de potencia, y E**.**H no tiene dirección. Por lo tanto, definimos el vector densidad de potencia como:

$$\mathbf{S} = \mathbf{E}\ \mathbf{x}\mathrm{H}\ \mathrm{W/m^2} \quad (1)$$

Y vamos a mostrar que este vector se relaciona con la potencia. Este vector se conoce como **vector de Poynting**. Note que las unidades del vector de Poynting son Watts por metro cuadrado y la dirección es perpendicular al plano que contiene a $\vec{E}$ y $\vec{H}$ (de acuerdo a la regla de la mano derecha para el producto cruz).



En forma fasorial

$$\boldsymbol{P}_{y(r,t)} = \boldsymbol{E}_{(r,t)}\boldsymbol{x}\ \boldsymbol{H}_{(r,t)} = [\boldsymbol{W}/\boldsymbol{m}^2]$$

Siendo también

$$\vec{\boldsymbol{P}}_{y(r,t)} = \hat{\boldsymbol{n}}|\boldsymbol{E}_{(r,t)}||\ \boldsymbol{H}_{(r,t)}|\sin\boldsymbol{\theta} = [\boldsymbol{W}/\boldsymbol{m}^2]$$

Donde $\hat{\boldsymbol{n}}$ es normal a **E** y **H** como **ϴ**90 grados.

$$\vec{\boldsymbol{P}}_{y(r,t)} = |\boldsymbol{E}_{(r,t)}||\ \boldsymbol{H}_{(r,t)}| = [\boldsymbol{W}/\boldsymbol{m}^2]$$

El vector de Poynting, es función del espacio y del tiempo.

Si analizamos el vector de Poynting con respecto al **tiempo** tenemos lo siguiente:

$$\boldsymbol{Re}|\vec{\boldsymbol{P}}_{y(r,t)}| = \frac{\boldsymbol{E_m H_m}}{\boldsymbol{2T}} = [\boldsymbol{W}/\boldsymbol{m}^2]$$

El valor medio no depende de la frecuencia, su valor es siempre la mitad del producto de los valores máximos de la las intensidades del campo.

Con respecto al espacio:

$$\vec{P} = \vec{E} \, x \, \vec{H} = [W/m^2]$$

Podemos notar el vector de Poynting por ser el producto vectorial, el vector es perpendicular a estas dos intensidades de campo y se encuentra en la dirección de avance de la onda electromagnética. En conclusión por medio de la expresión de del vector de Poynting la onda electromagnética transporta energía en su sentido de avance.

Teorema de Poynting

Partiendo de la primera ecuación de Maxwell

$$\nabla \, x \, \vec{H} = \varepsilon \cdot \frac{dE}{dt} + \vec{j}$$

Despejamos $\vec{j}$:

$$\vec{j} = \nabla \, x \, \vec{H} - \varepsilon \cdot \frac{dE}{dt}$$

Lo multiplicamos por E:

$$\vec{j} \cdot E = E \cdot \nabla \, x \, \vec{H} - \varepsilon \cdot E \cdot \frac{dE}{dt} \; (1)$$

Con el objeto de seguir trabajando esta ecuación, emplearemos la siguiente igualdad de cálculo vectorial:

$$\nabla \cdot (E \, x \, H) = H \cdot (\nabla \, x \, E) - E \cdot (\nabla \, x \, H)$$

Despejando

$$E \cdot (\nabla \, x \, H) = H \cdot (\nabla \, x \, E) - \nabla \cdot (E \, x \, H)$$

Reemplazando en la ecuación (1) tenemos

$$\vec{j} \cdot E = H \cdot (\nabla \, x \, E) - \nabla \cdot (E \, x \, H) - \varepsilon \cdot E \cdot \frac{dE}{dt}$$

Reemplazamos la segunda ecuación de Maxwell

$$\vec{j} \cdot E = -\mu \cdot H \cdot \frac{\partial H}{\partial t} - \nabla \cdot (E \, x \, H) - \varepsilon \cdot E \cdot \frac{dE}{dt}$$

Con el fin de hacer más comprensible la expresión hacemos el siguiente artificio:

$$\frac{\partial H^2}{\partial t} = 2H \frac{\partial H}{\partial t} \equiv> \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial H^2}{\partial t} = H \frac{\partial H}{\partial t}$$

Lo mismo con E:

$$\frac{\partial E^2}{\partial t} = 2E \frac{\partial E}{\partial t} \equiv> \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial E^2}{\partial t} = E \frac{\partial E}{\partial t}$$

Reemplazando tenemos:

$$\vec{j} \cdot E = -\frac{1}{2} \mu \cdot \frac{\partial H^2}{\partial t} - \nabla \cdot (E \, x \, H) - \frac{1}{2} \cdot \varepsilon \cdot \frac{\partial E^2}{\partial t}$$

Integrando obtenemos:

$$\int \vec{j} \cdot E \cdot dv = -\frac{\partial}{\partial t} \int \left(\frac{1}{2} \mu \cdot H^2 - \frac{1}{2} \cdot \varepsilon \cdot E^2 \right) \cdot dv - \int \nabla \cdot (E \, x \, H) dv$$

Por el teorema de la divergencia:

$$\int \nabla \cdot (E \, x \, H) dv = \oint E \, x \, H \cdot ds$$

Finalmente nos queda:

$$\int \vec{j} \cdot E \cdot dv = -\frac{\partial}{\partial t} \int \left(\frac{1}{2} \mu \cdot H^2 - \frac{1}{2} \cdot \varepsilon \cdot E^2 \right) \cdot dv - \oint E \, x \, H \cdot ds$$

Analizando tenemos:

$$\int \vec{\boldsymbol{j}} \cdot \mathbf{E} \cdot \boldsymbol{dv} = [\boldsymbol{Watts}]$$

El signo positivo indica que es la **potencia consumida** en un volumen considerado.

El segundo miembro:

$$-\frac{\partial}{\partial t}\int \left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\boldsymbol{\mu} \cdot \boldsymbol{H}^{2} - \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} \cdot \boldsymbol{\varepsilon} \cdot \boldsymbol{E}^{2}\right) \cdot dv = [\boldsymbol{Watts}]$$

Expresa una densidad de energía eléctrica y magnética dentro del volumen variando con respecto al tiempo, pero en sentido negativo, lo cual nos indica que llegara hasta cero, por lo tanto es energía electromagnética que se pierde en el tiempo. La denominamos **potencia entretenida**.

$$\boxed{-\oint \boldsymbol{E} \: \boldsymbol{x} \: \boldsymbol{H} \cdot \boldsymbol{ds}}$$

De acuerdo a la ley de conservación de energía debe ser la **potencia entrante (Potencia total)**es la potencia proporcionada al volumen, que al tener el signo negativo la divergencia nos indica que es entrante al volumen que encierra la integral cerrada de superficie.

Valores complejos, real e imaginario del vector de Poynting

Sabemos que la intensidad del campo eléctrico y magnético son funciones exponenciales con respecto al tiempo y el espacio, serán números complejos con parte real e imaginaria.

$$\overrightarrow{P_c} = \vec{E} \cdot \vec{H}^{*}$$
$$P_r = Re(\vec{E} \cdot \vec{H}^{*})$$
$$P_i = Im(\vec{E} \cdot \vec{H}^{*})$$

Si los valores de la E y H son eficaces el vector de Poynting siempre representado en su forma eficaz estará correcto, si los valores de E y H son amplitudes el valor del vector de Poynting será:

$$\overrightarrow{P_c} = \frac{\vec{E}_m \cdot \vec{H}_m^{\,*}}{2}$$
$$P_r = Re(\frac{\vec{E}_m \cdot \vec{H}_m^{\,*}}{2})$$
$$P_i = Im(\frac{\vec{E}_m \cdot \vec{H}_m^{\,*}}{2})$$

Potencia transportada por una onda plana uniforme

Esta potencia está definida por:

$$P_y = v_p \cdot w_{EH}$$

Sabemos que una onda plana y uniforme se desplaza por el medio con una velocidad

$$v_p = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}$$

Y la densidad de energía que transporta es:

$$w_{EH} = w_E + w_H = \frac{1}{2}(\varepsilon E^2 + \mu H^2) = [\frac{J}{m^3}]$$

$$P_y = \frac{1}{2\sqrt{\mu\varepsilon}}(\varepsilon E^2 + \mu H^2)$$

Recordando que $\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$ en un dieléctrico. Distribuyendo la raíz de la ecuación anterior y luego operando nos queda

$$P_y = \left(\frac{E^2}{2\eta} + \frac{H^2 \cdot \eta}{2}\right)$$

Recordando que $H = \frac{E}{\eta}$

$$\boxed{P_y = \left(\frac{E \cdot H}{2} + \frac{E \cdot H}{2}\right) = E \cdot H}$$

¿Qué sucede cuando una OEM incide normalmente sobre la superficie de un medio conductor?

Cuando la OEM incide normalmente sobre una superficie de un medio conductor habrá un desfasaje entre el campo E y el campo H de 45º debido a que la parte real y la parte imaginaria de la impedancia del medio son iguales.

REFLEXION NORMAL

Reflexion normal entre dos dieléctricos:

- **Coeficiente de reflexión**: Se define así a la relación entre el campo incidente sobre el reflejado.
  En el caso del campo Eléctrico será:

$$\Gamma_E = \frac{E_r}{E_i} = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1}$$

En el caso del campo Magnético será:

$$\Gamma_H = \frac{H_r}{H_i} = \frac{\eta_1 - \eta_2}{\eta_2 + \eta_1}$$

- **Coeficiente de refracción:** Se define como el cociente entre el campo transmitido y el campo incidente.

En el caso del campo Eléctrico será:

$$\mathrm{T}_E = \frac{E_T}{E_i} = \frac{2 \cdot \eta_2}{\eta_2 + \eta_1}$$

En el caso del campo Magnético será:

$$\mathrm{T}_H = \frac{H_T}{H_i} = \frac{2 \cdot \eta_1}{\eta_2 + \eta_1}$$

Conclusiones:

Si $\eta_2 > \eta_1$: Hay reflexión y el campo magnético reflejado $H_r$cambia de signo (se desfasa 180º).

Si $\eta_2 < \eta_1$: Hay reflexión y el campo eléctrico reflejado E_r cambia de signo (se desfasa 180º).

Si $\eta_2 = \eta_1$: No hay reflexión.

Impedancia de Campo:

Es la relación del campo Eléctrico Total $\boldsymbol{E_T(z)}$sobre el campo Magnético Total $\boldsymbol{H_T(z)}$

$$Z_c(z) = \frac{\boldsymbol{E_T(z)}}{\boldsymbol{H_T(z)}} = \frac{\boldsymbol{E_i \cdot e^{-\gamma z} + E_r \cdot e^{\gamma z}}}{\boldsymbol{\frac{E_i}{\eta_1} \cdot e^{-\gamma z} + \frac{E_r}{\eta_1} \cdot e^{\gamma z}}}$$

Como es un medio sin perdidas, es decir que $\alpha = 0 \therefore \gamma = j\beta$

$$Z_c(z) = \frac{\boldsymbol{E_T(z)}}{\boldsymbol{H_T(z)}} = \frac{\boldsymbol{E_i \cdot e^{-j\beta z} + E_r \cdot e^{j\beta z}}}{\boldsymbol{\frac{E_i}{\eta_1} \cdot e^{-j\beta z} + \frac{E_r}{\eta_1} \cdot e^{j\beta z}}}$$

Operando la formula llegamos a:

$$\boxed{\boldsymbol{Z_c(z) = \frac{E_T(z)}{H_T(z)} = \frac{\eta_1[\eta_2 + j \cdot \eta_1 \tan \beta z]}{\eta_1 + j \cdot \eta_2 \tan \beta z}}}$$

Reflexión normal sobre un conductor perfecto

Una onda plana propagándose en el aire que incida normalmente sobre la superficie de un conductor perfecto, se refleja por completo. Como ya sabemos que en un conductor no puede haber E y H de manera que no pueda transmitirse energía alguna de la onda incidente, resulta ello que las amplitudes del campo eléctrico y magnético de la onda reflejada son las mismas de la onda incidente y su sola diferencia es la dirección de transporte de la energía.

$$\boldsymbol{E_x(z) = E_i \cdot e^{-\beta z} + E_r \cdot e^{\beta z}} \;\wedge\; \boldsymbol{H_y(z) = \frac{E_i}{\eta} \cdot e^{-\beta z} + \frac{E_r}{\eta} \cdot e^{\beta z}}$$

Como $\boldsymbol{E_i = -E_r}$llegamos por Euler $\boxed{\boldsymbol{E_x(z) = -2 \cdot j \cdot E_i \sin \beta z}}$

Del campo magnético $\boxed{\boldsymbol{H_y(z) = 2 \cdot H_i \cos \beta z}}$

Reflexión oblicua

Ver pagina 248. Longitud de onda y velocidad de fase.

Se denomina *polarización horizontal* cuando el vector eléctrico es paralelo a la superficie límite del medio o perpendicular a la normal del plano de incidencia.

Se denomina *polarización vertical* cuando el vector del campo magnético es paralelo a la superficie límite.

Las expresiones de polarización horizontal o vertical se refiere a como este orientada la antena.

Reflexión oblicua por un conductor perfecto

Por un conductor perfecto este se refleja totalmente con un ángulo igual al de incidencia.

Primer caso I: *Campo eléctrico **E** paralelo a la superficie de incidencia*

Sean los ángulos de incidencia y reflexión Θ con el eje z, como estas dos ondas tienen igual longitud de onda y dirección opuesta según el eje z, debe haber una distribución en forma de onda estacionaria a lo largo del eje. En la dirección **y**, tanto la onda incidente como la reflejada avanzan hacia la derecha con la misma velocidad y longitud de onda de manera que habrá una onda progresiva en sentido positivo de y.

Tenemos que

$$E_T = E_{incidente} + E_{reflejada}$$

Como $E_i = -E_r$ por lo tanto la intensidad de campo total es:

$$E_T = E_i \cdot \left(e^{-j \cdot \beta \cdot (ysen(\theta) - z \cdot cos(\theta))} - e^{-j \cdot \beta \cdot (ysen(\theta) + z \cdot cos(\theta))}\right) = 0$$

Realizando operaciones y recordando las igualdades de Euler llegamos a la expresión de campo total:

$$\boldsymbol{E_T = -2 \cdot E_i \cdot sen(\beta z) \cdot sen(\omega \cdot t - \beta \cdot y)}$$

El signo de la expresión es por el avance de la onda en z es negativo.

Segundo caso: *campo magnético **H** es paralelo al plano de incidencia*

El vector de **H** intensidad del campo magnético se reflejara sin inversión de fase. Como las magnitudes E y H están relacionadas por la impedancia intrínseca tenemos:

$$\frac{E_i}{H_i} = \frac{E_r}{H_r} = \eta$$

La intensidad del campo magnético H tiene una distribución estacionaria en dirección z con plano de máximo H situado en la superficie conductora.

$$\boldsymbol{H_T = 2 \cdot H_i \cdot cos(\beta z) \cdot cos(\omega \cdot t - \beta \cdot y)}$$

Reflexión oblicua en un aislante perfecto

Si la onda plana incide sobre un superficie limite que no sea paralela al plano que contiene E y H, las condiciones en tal limite son más complicadas. En este caso la onda será transmitida y parte será reflejada, pero la onda transmitida será refractada.

El ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión, el ángulo de incidencia se relaciona con el ángulo de refracción por la ley de Snell.

Pagina 256. Ver dibujo.

Importante:

Onda Estacionaria es una onda que se forma a través de la suma de dos ondas.

Una onda progresiva surge de sumar la onda de incidencia y la reflejada.

Calculo analítico y grafico del campo total en reflexión normal

Crank

Crank propone un cálculo grafico donde en lugar de girar un vector $\boldsymbol{\beta z}$hacia la derecha y el otro $\boldsymbol{\beta z}$ hacia la izquierda, el vector incidente Ei es arbitrariamente mantenido estacionario, de manera que para mantener las verdaderas posiciones de fase entre Ei y Er el vector Er debe ser rotado dos veces el ángulo $\boldsymbol{\beta z}$ en sentido horario.

Abaco de Smith

Guía de ondas

11.1 ¿Que es una guía de onda?

Se denomina *Guía de onda* a todo conductor hueco utilizado para transmitir onda electromagnética. Toda configuración de campo eléctrico y magnético que exista dentro de la guía de onda tiene que cumplir:

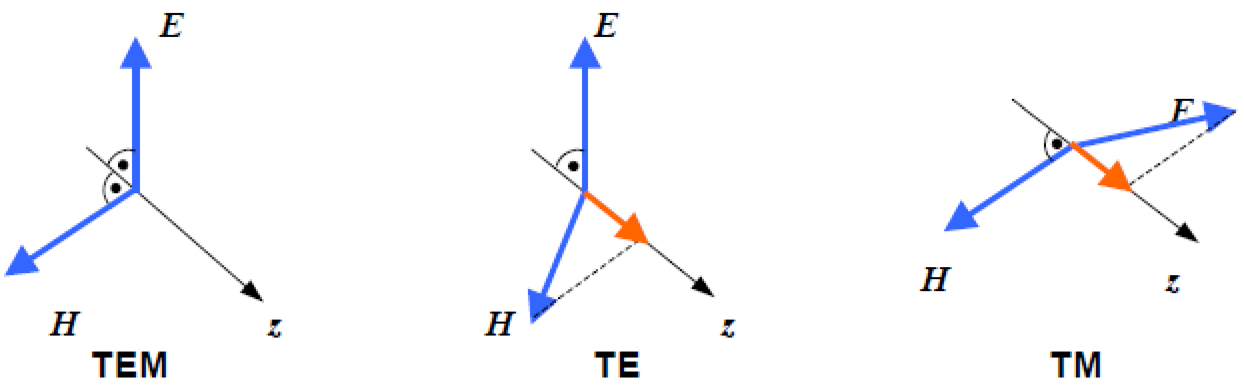
- Ser una solución una solución de las ecuaciones de Maxwell.
- Y deben satisfacer las condiciones limites impuestas por las paredes de la guía de onda. Por otra parte si las paredes de las guías son perfecta no pueden existir componente de campo eléctrico tangencial en las paredes.

11.2 ¿Cómo se clasifican los modos de propagación?

En la propagación en recintos limitados no es posible describir los campos como funciones de una única coordenada por la existencia de condiciones de contorno que imponen las fronteras del recinto y entonces existen otras posibilidades, en las cuales uno (o los dos) campos tienen componentes en la dirección de propagación. Convencionalmente se llama **modo TEM** a la situación donde los campos son ambos transversales a la dirección de propagación, **modo TE** cuando sólo el campo eléctrico es transversal y **modo TM** cuando sólo el campo magnético es transversal.
Se puede demostrar que cualquier tipo de propagación se puede resolver como la superposición de un modo TE y un modo TM.

Los modos fundamentales son:

- *Transversales eléctrico, Modo TE o Modos H,* el campo eléctrico en todas partes es transversal al eje de la guía y no tiene componente alguna en la dirección en eje de la guía, en cambio el campo magnético además de tener las componentes transversales tiene una componente en el eje de las guías.
- *Transversales magnético, Modo TM o Modos E,* el campo magnético en todas partes es transversal al eje de la guía y no tiene componente alguna en la dirección en eje de la guía, en cambio el campo eléctrico además de tener las componentes transversales tiene una componente en el eje de las guías.



11.3 ¿Cómo determinamos la configuración del campo electromagnético dentro de la guía de onda y que condiciones limite debemos tener en cuenta?

Para determinar la configuración del campo electromagnético dentro de la guía se resuelven las ecuaciones de Maxwell sujetándola a las condiciones limites en las paredes de la guía. Suponiendo la perfecta conductividad de las paredes las condiciones en los límites son simplemente que E_{tan} y H_{normal} sean cero en la superficie de los conductores.

Para encontrar las expresiones del campo en su interior, partimos de las ecuaciones de Maxwell en forma fasorial:

$$\nabla \times H = j\varpi\varepsilon \cdot E$$

$$\nabla \times E = -j\varpi\mu \cdot H$$

Partimos resolviendo el rotor de la primera ecuación:

$$\nabla \times H = \begin{vmatrix} \widehat{a_x} & \widehat{a_y} & \widehat{a_z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ H_x & H_y & H_z \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z}\right)\widehat{a_x} - \left(\frac{\partial H_z}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial z}\right)\widehat{a_y} + \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y}\right)\widehat{a_z}$$

Por lo tanto:

$$\left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z}\right) \cdot \widehat{a_x} = j\varpi\varepsilon \cdot E_x \cdot \widehat{a_x}$$

$$\left(\frac{\partial H_z}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial z}\right) \cdot \widehat{a_y} = j\varpi\varepsilon \cdot E_y \cdot \widehat{a_y}$$

$$\left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y}\right) \cdot \widehat{a_z} = j\varpi\varepsilon \cdot E_z \cdot \widehat{a_z}$$

De la misma forma operamos con el campo eléctrico obtenemos:

$$\left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z}\right) \cdot \widehat{a_x} = j\varpi\mu \cdot H_x \cdot \widehat{a_x}$$

$$\left(\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z}\right) \cdot \widehat{a_y} = j\varpi\mu \cdot H_y \cdot e^{-\gamma z} \cdot \widehat{a_y}$$

$$\left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y}\right) \cdot \widehat{a_z} = j\varpi\mu \cdot H_z \cdot \widehat{a_z}$$

Resolviendo la derivada con respecto a z obtenemos:

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} + \gamma H_y = j\varpi\varepsilon \cdot E_x$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial x} + \gamma H_x = j\varpi\varepsilon \cdot E_y$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} + \gamma E_y = j\varpi\mu \cdot H_x$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial x} + \gamma E_x = j\varpi\mu \cdot H_y$$

Relacionando estas ecuaciones podemos obtener las expresiones para cada componente.

$$\boxed{E_x = -\frac{\gamma}{h^2}\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{j\varpi\mu}{h^2}\frac{\partial H_z}{\partial y}}$$

$$\boxed{H_y = -\frac{\gamma}{h^2}\frac{\partial H_z}{\partial x} - \frac{j\varpi\varepsilon}{h^2}\frac{\partial E_z}{\partial y}}$$

$$\boxed{E_y = -\frac{\gamma}{h^2}\frac{\partial E_z}{\partial y} + \frac{j\varpi\mu}{h^2}\frac{\partial H_z}{\partial x}}$$

$$\boxed{H_x = -\frac{\gamma}{h^2}\frac{\partial H_z}{\partial x} + \frac{j\varpi\varepsilon}{h^2}\frac{\partial E_z}{\partial y}}$$

Donde $h^2 = \gamma^2 + \varpi^2 \cdot \mu \cdot \varepsilon$

Para las ecuaciones de E_z y H_z aplicando el laplaceano a la expresión de los respectivos campos en forma fasorial tenemos:

$$\nabla^2 E \cdot e^{-\gamma z} = -\varpi^2 \mu\varepsilon \cdot H \cdot e^{-\gamma z}$$

$$\nabla^2 H \cdot e^{-\gamma z} = -\varpi^2 \mu\varepsilon \cdot E \cdot e^{-\gamma z}$$

Resolviendo el laplaceano obtenemos las ecuaciones de la onda buscada:

$$\boxed{\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} + \gamma^2 E_y = -\varpi^2 \mu\varepsilon E_z}$$

$$\boxed{\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial y^2} + \gamma^2 H_y = -\varpi^2 \mu\varepsilon H_z}$$

11.4 ¿Cuáles son las ecuaciones del modo TM?

Las ecuaciones de onda para E_z y H_z , son ecuaciones en derivadas parciales que pueden resolverse por la técnica usual de suponer una solución producto. Este procedimiento conduce a dos ecuaciones diferenciales ordinarias cuyas soluciones son conocidas en el caso de E_z

$$E_z = C.\operatorname{sen}\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{b}y\right)$$

$$E_x = -\frac{j\beta C}{h^2}B.\cos(B \cdot x) \cdot \operatorname{sen}(A \cdot y)$$

$$E_y = -\frac{j\beta C}{h^2}A.\operatorname{sen}(B \cdot x) \cdot \cos(A \cdot y)$$

$$H_x = -\frac{j\varpi\varepsilon C}{h^2}A.\operatorname{sen}(B \cdot x) \cdot \cos(A \cdot y)$$

$$H_y = -\frac{j\varpi\varepsilon C}{h^2} B.\cos(B \cdot x) \cdot \mathrm{sen}(A \cdot y)$$

Donde $m = numero\ entero\ de\ semiciclos\ en\ el\ ancho$, $n = numero\ entero\ de\ semiciclos\ en\ el\ alto$ y $a = Ancho\ de\ la\ guia$ y $b = Alto\ de\ la\ guia$

Como sabemos en este modo de propagación la componente Hz=0

11.5 ¿Cuáles son las ecuaciones del modo TE?

Como sabemos en este modo de propagación la componente Ez=0

$$H_z = C.\cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cdot \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right)$$

$$E_x = \frac{j\varpi\mu C}{h^2} A.\cos(B \cdot x) \cdot \mathrm{sen}(A \cdot y)$$

$$E_y = -\frac{j\varpi\mu C}{h^2} B.\mathrm{sen}(B \cdot x) \cdot \cos(A \cdot y)$$

$$H_x = \frac{j\beta C}{h^2} B.\mathrm{sen}(B \cdot x) \cdot \cos(A \cdot y)$$

$$H_y = \frac{j\beta C}{h^2} B.\cos(B \cdot x) \cdot \mathrm{sen}(A \cdot y)$$

11.6 ¿Qué formas de guías de onda existen?

Guías rectangulares, cilíndricas, elípticas, y recientemente se ha creado un nuevo conductor de ondas: es el conductor de tiras que consiste en dos conductores metálicos separados por un aislante, por ejemplo cerámico.

11.7 ¿Qué es el modo dominante?

Se llama modo dominante, al modo que tiene la menor frecuencia de corte, este es el modo TE_{10}, donde la frecuencia de corte es aquella para la que la media longitud de onda correspondiente en el vacío es igual a la anchura de la guía. En este tipo de ondas la frecuencia de corte es independiente de la dimensión b.

11.8 ¿Qué es la frecuencia de corte y como se calcula?

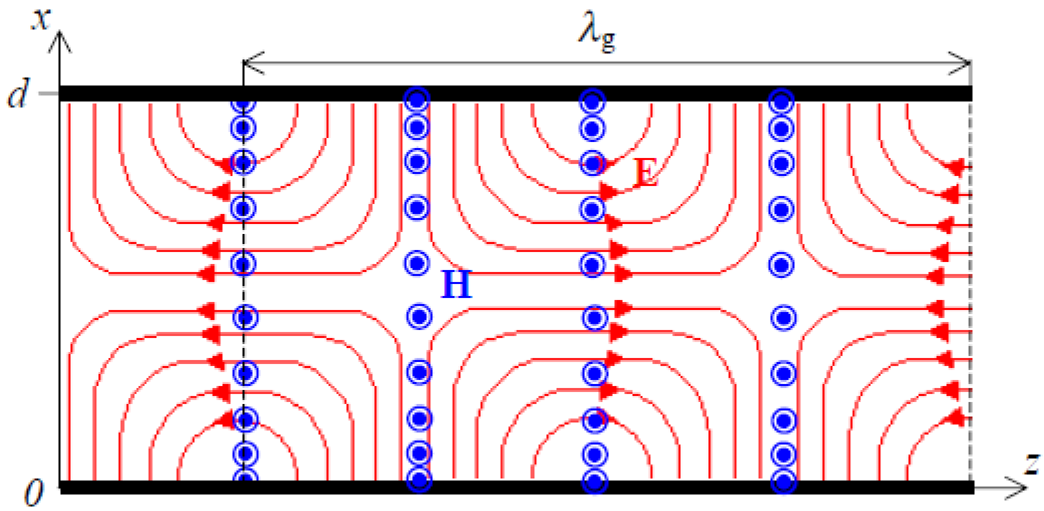
La frecuencia de corte es aquella bajo la cual no puede haber propagación de ondas y se calcula por:

$$f_c = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu\varepsilon}} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$$

$$\lambda_c = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}}$$

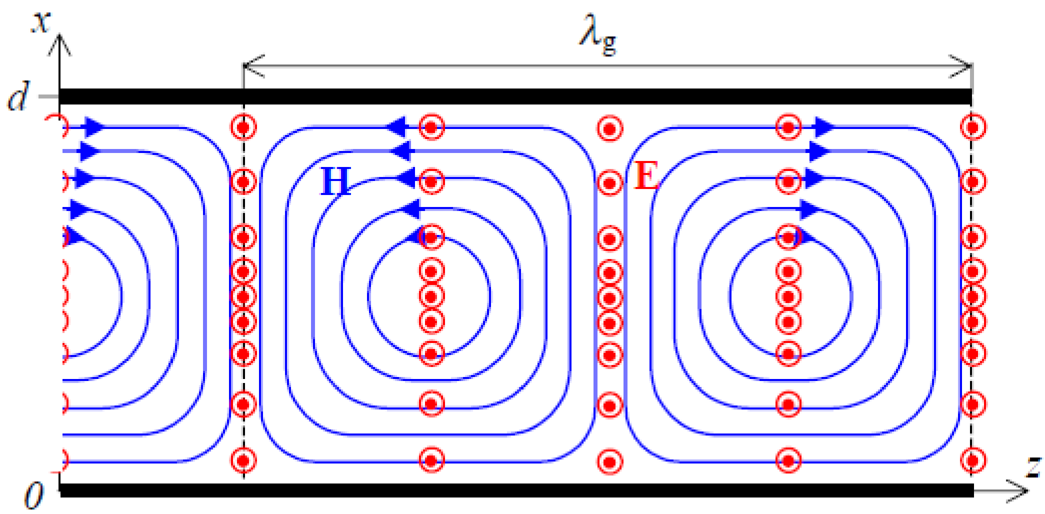
Modo TM_{10}

Las líneas de campo para el modo TM_{10} las líneas de campo E se extienden entre distintas posiciones de la misma plana y las líneas de campo H son paralelas a los planos y equiespaciadas sobre z, aunque se concentran a lo largo de x por la función de coseno.

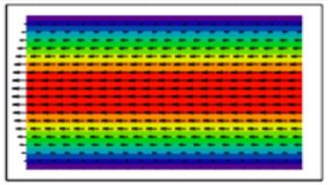
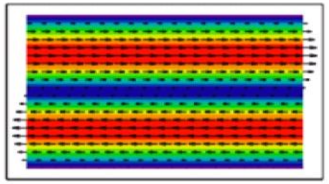
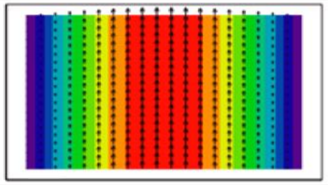
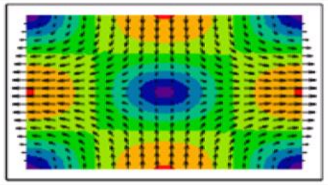
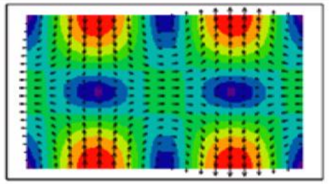
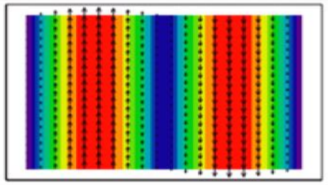
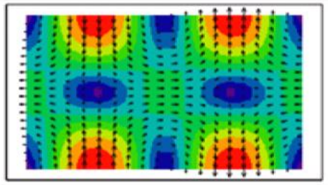
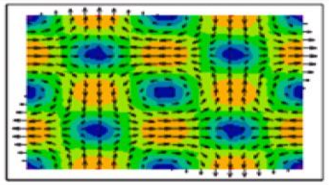


Modo TE_{10}

En la figura se muestran las líneas de campo para el modo **TE**1. Las líneas de campo eléctrico se distribuyen uniformemente a lo largo de *z* pero se concentran para *x = d/2* por la presencia de la función seno. Las líneas de campo magnético son cerradas.



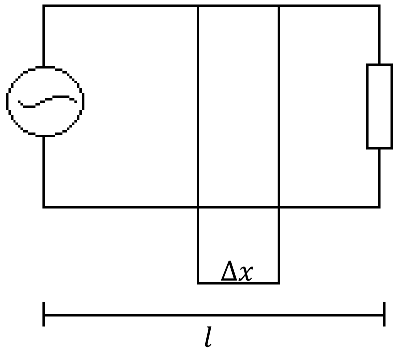
Amplitud del campo eléctrico de los modos TE en una guía de onda.

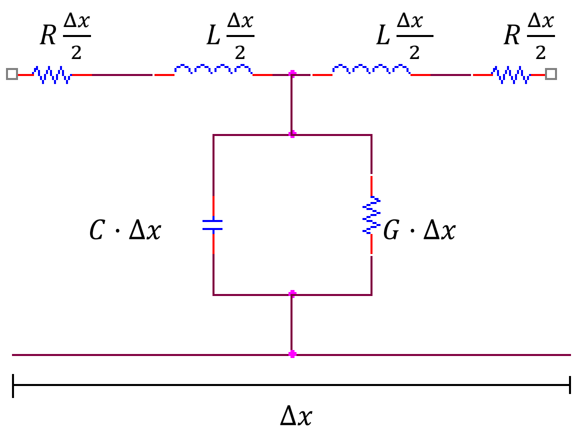
	n=0	n=1	n=2
m=0	**Modos TEmn**		
m=1			
m=2			

Teoría de Líneas de Transmisión

Se aplica cuando la longitud del circuito $l \cong \frac{\lambda}{4}$. Si en una línea de transmisión tomamos un Δx físicamente lo vemos como un conductor, pero circuitalmente lo podemos interpretar o analizar, como un cuadripolo. El uso primario de la línea de transmisión es transmitir potencia entre dos puntos situados a distancias considerable comparando con un $\frac{\lambda}{4}$.

Representado como





Los elementos del cuadripolo son 4 y se denominan parámetros distribuidos, estos no existen físicamente sino que se utilizan para describir el comportamiento.

La resistencia depende de la calidad del conductor, la inductancia surge por la generación del campo magnético al circular la corriente, la capacidad surge por la separación de los cables y la conductancia G depende de la calidad del blindaje, elemento de que separa los conductores.

Impedancia característica de una línea de transmisión

En los cuadripolos simétricos si cargamos con Z_0 a la salida a la entrada tendremos Z_0 . A este valor de Z_0 se lo llama impedancia característica y se puede calcular por:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R + j \cdot \varpi \cdot L}{G + j \cdot \varpi \cdot C}}$$

Para altas frecuencias se desprecia la resistencia del conductor y conductancia del aislante:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Coeficiente de reflexión de la línea de transmisión

Si tenemos una línea de transición que está cargado con una resistencia distinta a la resistencia característica de la línea la onda incidente e+ al llegar a la carga da lugar a una onda reflejada e- de la misma forma ocurre con la corriente. La resistencia de carga R_L igual al cociente entre la tensión total y la corriente total en la carga.

$$R_L = \frac{e^+ + e^-}{i^+ + i^-} = \frac{e^+(1+\frac{e^-}{e^+})}{\frac{e^+}{R_0} - \frac{e^-}{R_0}} = R_0 \frac{(1+\frac{e^-}{e^+})}{(1-\frac{e^-}{e^+})} = \boldsymbol{R_0} \frac{(\mathbf{1}+\boldsymbol{\Gamma_E})}{(\mathbf{1}-\boldsymbol{\Gamma_E})}$$

Despejando el coeficiente de reflexión $\boldsymbol{\Gamma_E}$**,** obtenemos:

$$\boldsymbol{\Gamma_{re}} = \frac{\boldsymbol{R_L - R_0}}{\boldsymbol{R_L + R_0}} \rightarrow \boldsymbol{Coeficiente\ de\ reflexi\acute{o}n\ de\ tensi\acute{o}n\ en\ la\ carga}$$

$$\boldsymbol{\Gamma_{re}} = \frac{\boldsymbol{R_G - R_0}}{\boldsymbol{R_G + R_0}} \rightarrow \boldsymbol{Coeficiente\ de\ reflexi\acute{o}n\ de\ tensi\acute{o}n\ en\ el\ generador}$$

$$\boldsymbol{\Gamma_{ri}} = -\frac{\boldsymbol{R_L - R_0}}{\boldsymbol{R_L + R_0}} \rightarrow \boldsymbol{Coeficiente\ de\ reflexi\acute{o}n\ de\ corriente\ en\ el\ carga}$$

$$\boldsymbol{\Gamma_{ri}} = -\frac{\boldsymbol{R_G - R_0}}{\boldsymbol{R_G + R_0}} \rightarrow \boldsymbol{Coeficiente\ de\ reflexi\acute{o}n\ de\ corriente\ en\ el\ generador}$$

Donde comprobamos:

$$\boldsymbol{\Gamma_{ri}} = -\boldsymbol{\Gamma_{re}}$$

¿Cuáles son las ventajas de una Guía de Ondas sobre una Línea de Transmisión?

Como en la transmisión se debe perder la menor cantidad posible de energía, uno de los parámetros más importantes a tener en cuenta al elegir los conductores es la atenuación de energía. Comparando distintos tipos de conductores de onda con la misma superficie de sección, podemos decir que a baja frecuencia el cable coaxial tiene el mejor valor de atenuación, es decir perdidas mínimas. Por encima de ciertas frecuencias, que depende de la superficie de la sección las guías de ondas presentan perdidas menores que las líneas de transmisión.

Aparte de la característica mencionadas anteriormente, existe otra ventaja que se ve aumentada cuando hablamos de transmisión de alta potencia, es que si tenemos una transmisor ubicado a una distancia n de la antena parabólica; y hacemos esa conexión mediante una Línea De Transmisión obtendremos aparte de una atenuación mayor que la Guía De Ondas.

En la línea de transmisión, la malla que recubre el conductor permite perdidas a lo largo de la línea, esto puede producir interferencias o efectos indeseados en los equipos que trabajen cerca de esa instalación.

Un ejemplo claro, es el típico caso de la conexión de una antena parabólica con un equipo transceptor donde el enlace lo hacemos mediante una guía de onda, donde el extremo de la guía de onda termina en el foco de la antena la cual se irradia directamente sobre ella, proporcionando así una salida donde las ondas están todas en fase. La ventaja de este sistema es que no tenemos una carga física en la antena y no necesitamos adaptar nuestro circuito.

¿Qué consideraciones debemos tener en cuenta para un correcto funcionamiento de la Línea de Transmisión?

Son varios los factores a la hora de construir una línea de transmisión, entre ellas está la potencia a transmitir, la frecuencia, impedancia del sistema y la distancia a la que el receptor se encuentra; estos datos se utilizan a la hora de elegir los cables, ya que de acuerdo al uso podemos tener cable coaxial, par blindado, líneas de dos alambres desnudos, líneas de cintas paralelas, etc., cada uno de ellos se diferencia por el tipo de impedancia característica, por ende a la hora de adaptar un sistema de transmisión veremos el conductor a utilizar para tener la menor perdida de señal posible y poder adaptarla fácilmente con bajo costo nuestro transmisor con la carga.

Adaptación de líneas de transmisión:

Cuando una línea está terminada en una impedancia de carga Z_R distinta de la impedancia característica Z_o de la línea, aparece la reflexión y habrá ondas estacionarias de tensión y corriente no deseadas que impiden la maxima transferencia de energía.

Es posible obtener una adaptación mediante trozos de línea a modo de ramas de línea de transmisión conectadas en las proximidades de la carga y en sitios bien definidos, a esto lo llamaremos ramal sintonizador (**STUB**). El ***Stub*** es un ramal de la misma línea de transmisión terminado en *corto circuito* o *circuito abiert*o y según su largo es la impedancia que presenta, la cual será puramente imaginaria

Pasos para adaptación con 1 STUB:

1. Lo primero que debemos hacer es normalizar la impedancia de carga Z_R para poder ubicar este punto en el ábaco de Smith.$Z_N = \frac{Z_R}{Z_0}$ si giramos 180º en el ábaco desde el punto Z_N con módulo de coeficiente de reflexión constante encontramos Y_N.
2. Para encontrar gráficamente el modulo del coeficiente de reflexión debemos tomar el vector que va desde el punto de impedancia normalizada al centro del ábaco, y luego buscar el valor en la escala “REF COEF VOL” este toma valores entre cero y uno. Para encontrar el ángulo trazamos una línea que pase por el punto de Z_N y que corte la escala en grados en la circunferencia externa.
3. El R.O.E se hace de la misma forma pero utilizando la escala “STANDING WAVE RATIO”.
4. Distancia de la carga a los puntos de adaptación desde el punto $Y_N$giramos con modulo de coef de reflexión en sentido horario hasta cortar el circulo de la parte real de la admitancia igual a la unidad(vemos que hay dos puntos de corte, elegimos el más cercano) a este valor lo llamaremos y_1 y esta ubicado a una distancia d_1 de la carga y aquí es donde colocaremos el stub.

Radiación

¿Qué es la Radiación electromagnética?

La radiación electromagnética es un conjunto de ondas electromagnéticas producidas por la oscilación o la aceleración de una carga electromagnética. Las ondas electromagnéticas tienen componentes eléctricos o magnéticos. La radiación electromagnética se puede ordenar en un espectro que se extiende desde: ondas de frecuencias muy elevadas (longitudes de onda pequeñas) hasta frecuencias muy bajas (longitudes de onda altas). La luz visible es sólo una pequeña parte del espectro electromagnético.

Introducción: Para el análisis de radiación es necesario recordar los conceptos de potencial eléctrico y potencial magnético.

$$A(r) = \frac{\mu}{4\pi}\int \frac{\mathbf{j}(r,t)}{R} dV \rightarrow Potencial\ Magnetico\ en\ funcion\ de\ la\ densidad\ de\ corriente$$

$$V(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\int \frac{\mathbf{j}(r,t)}{R} dV \rightarrow Potencial\ Electrico\ en\ fucion\ de\ las\ cargas$$

Ya que para el análisis deberemos encontrar las relaciones entre los potenciales y los campos magnéticos y eléctricos generados por dichos potenciales en cualquier punto del espacio.

$$\mathrm{H} = \frac{1}{\mu}(\nabla \mathrm{\ x\ } A)$$

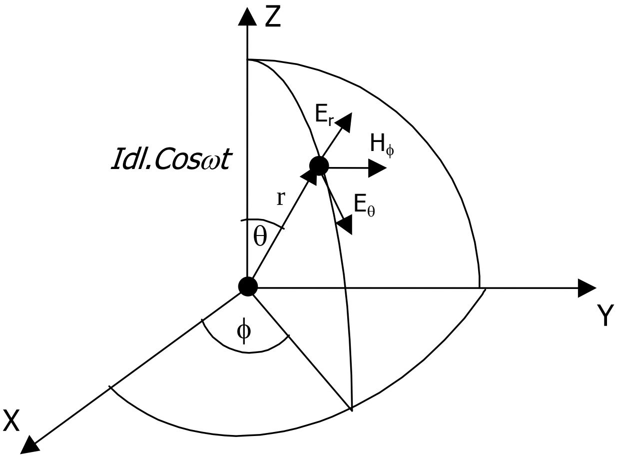
$$E = -\nabla V$$

Elemento de corriente alterna(dipolo eléctrico oscilante)

Un elemento de corriente alterna se define por una corriente que circula a través de un dl, que básicamente es una antena radiando un campo electromagnético al espacio, partiendo de este elemento de corriente alterna podemos generalizar al caso de una antena y calcular el campo eléctrico y magnético radiado por esta en cualquier punto del espacio.

Representamos el tramo de conductor dentro de coordenadas cilíndricas y analizamos que pasa con los campos en un punto P.

La densidad de corriente está dada en el sentido positivo del eje z por lo que el campo magnético tendrá una dirección paralela a este, para poder realizar el análisis en coordenadas esféricas donde no hay una componente z podemos descomponer a E_Z en E_r y E_Θ. El campo magnético rodea al conductor y es perpendicular en todos los puntos al campo eléctrico como se describe en el grafico a continuación.



Entonces podemos obtener la intensidad del campo por:

$$\mu \boldsymbol{H} = \nabla \times \boldsymbol{A}$$

$$\boldsymbol{H_\phi} = \frac{I\ dl\ sen\ \theta}{4\pi}\left[\frac{-\varpi.\ sen\ \varpi\left(t-\frac{r}{v}\right)}{rv} + \frac{\cos\varpi\left(t-\frac{r}{v}\right)}{r^2}\right]$$

El término$\left(t-\frac{r}{v}\right)$ se debe al que el punto de análisis es un punto que está muy lejos lo que va a provocar un retardo debido al tiempo de traslado del potencial y a la velocidad de la onda.

Una vez obtenida la expresión del campo magnético pasamos a buscar la expresión del campo eléctrico partiendo de la ecuación de maxwell

$$\nabla \times H = \varepsilon \cdot E$$

$$E = \frac{1}{\varepsilon}\int \nabla \times H\ dt$$

Haciendo:

$$t' = \left(t-\frac{r}{v}\right)$$

$$\boldsymbol{E_\theta} = \frac{I\ dl\ sen\ \theta}{4\pi\varepsilon}\left[\frac{-\varpi.\ \mathrm{sen}(\varpi t')}{rv^2} + \frac{\cos(\varpi t')}{r^2 v} + \frac{\mathrm{sen}(\varpi t')}{\varpi r^3}\right]$$

$$\boldsymbol{E_r} = \frac{2\ I\ dl\ cos\ \theta}{4\pi\varepsilon}\left[\frac{\cos(\varpi t')}{r^2 v} + \frac{\mathrm{sen}(\varpi t')}{\varpi r^3}\right]$$

Ahora podemos reescribir la ecuación de H:

$$\boldsymbol{H_\phi} = \frac{I\ dl\ sen\ \theta}{4\pi}\left[\frac{-\varpi.\ sen\ (\varpi t')}{rv} + \frac{\cos(\varpi t')}{r^2}\right]$$

Ahora haciendo un análisis de las expresiones obtenidas comenzando por $\boldsymbol{H_\phi}$ se ve que consiste de dos términos uno de los cuales varia inversamente con el cuadrado de la distancia y es llamado *campo de inducc*ión. El otro termino llamado *campo de radiación o alejado* cuando r toma valores grandes es decir nos alejamos el segundo término es despreciable mientras que prevalece el segundo. De las expresiones de $\boldsymbol{E_\theta}$y $\boldsymbol{E_r}$podemos ver que existe un término de *inducción* $\frac{1}{r^2}$ se encuentra a una zona intermedia, otro de *radicación* $\frac{1}{r}$ se da a zonas alejadas a ese conductor, y el termino $\frac{1}{r^3}$ llamado *electrostático o simplemente termino eléctrico (este término aparece pegado al conductor)*.

¿Cómo se obtiene un dipolo eléctrico Hertziano y que se debe tener en cuenta para el mismo?

Primero debemos tener en cuenta las siguientes definiciones:

- Antena: Una antena es un dispositivo diseñado con el objetivo de emitir o recibir ondas electromagnéticas hacia el espacio libre.
- Dipolo Eléctrico: Se produce cuando en un material de longitud relativamente pequeña, existe una acumulación de cargas en los extremos del elemento (de igual valor pero de signo contrario).

Entonces un elemento de corriente alterna (o dipolo eléctrico oscilante), será el responsable de producir un campo electromagnético.

Considerando la definición de elemento de corriente, la ecuación de continuidad o conservación de las cargas requiere que exista una acumulación de cargas en los extremos del elemento de corriente, dada por:

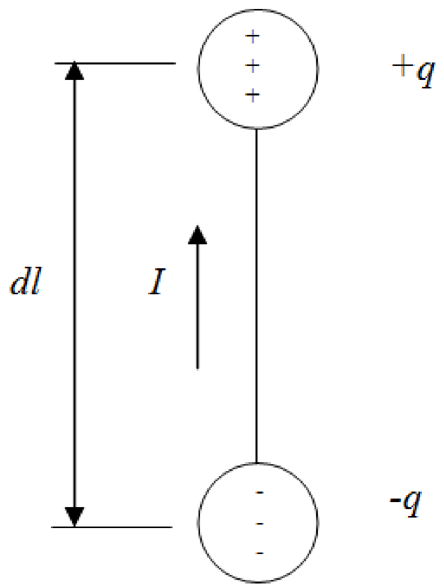
$$\frac{dq}{dt} = Icos(\omega t) \therefore q = \frac{I \cdot sen(\omega t)}{\omega}$$

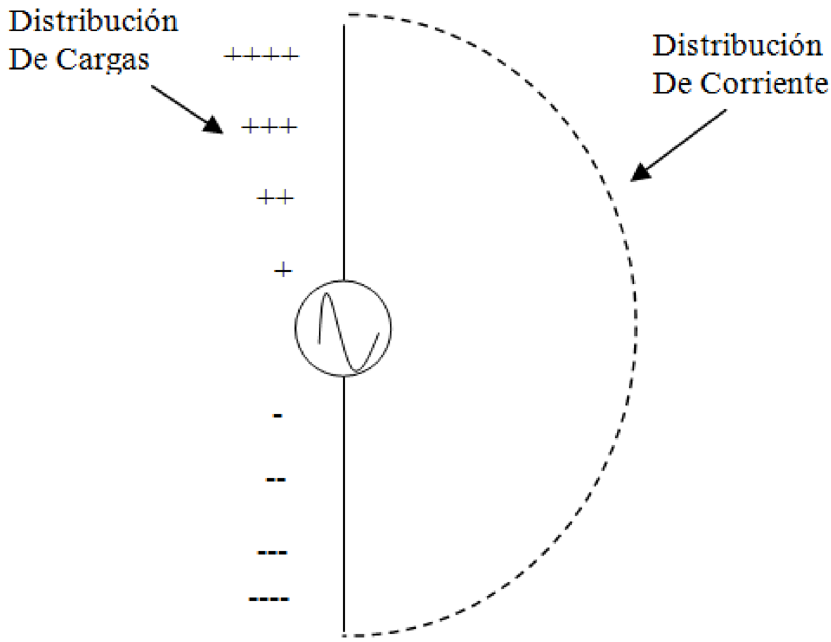
Es decir que crece la carga en un extremo y disminuye en el otro en el mismo valor dada por el flujo de corriente (en Cb./seg.).

Entonces podremos considerar las cargas como dos esferas o discos en los extremos del elemento de corriente, en las que pudieran acumularse cargas.

Tendremos que tener en cuenta que el alambre del elemento de corriente deberá ser muy delgado comparado con el radio de las esferas, de manera que su capacidad distribuida sea despreciable respecto a la capacidad entre las esferas.

Dipolo Hertziano:





Además los radios de la esfera deben ser pequeños respecto a "dl" y a su separación, pero a su vez "dl" debe ser mucho menor que la longitud de onda.

Esta disposición del elemento de corriente y las cargas producirán una intensidad de campo eléctrico, cuyo valor será:

$$\boldsymbol{E_\theta} = \frac{q \cdot \, dl \, sen \, \theta}{4\pi\varepsilon r^3} = \frac{I \cdot \, dl \, sen \, (\theta) \cdot sen(\omega t')}{4\pi\varepsilon r^3}$$

$$\boldsymbol{E_r} = \frac{2 \cdot q \cdot \, dl \, cos \, \theta}{4\pi\varepsilon r^3} = \frac{2 \cdot I \cdot \, dl \, cos \, (\theta) \cdot sen(\omega t')}{4\pi\varepsilon r^3}$$

Estas expresiones en 1/r3 son precisamente las que aparecerán en la solución del campo electromagnético del elemento de corriente.

Se debe tener cuidado de que el elemento de corriente no forme parte de un circuito completo, ya que no habrá acumulación de cargas en sus extremos y la corriente será uniforme en todo el circuito (o toda la antena).

Potencia radiada por un elemento de corriente

El vector de Poynting tendrá dos componentes que serán:

$$P_\theta = -E_r \cdot H_\phi$$

$$P_r = E_\theta \cdot H_\phi$$

La componente P_θ será igual a cero, ya que su valor medio en un ciclo completo es cero, esta componente representa solamente flujos transitorios de potencia que van y vienen en la dirección de θ sin producir flujo neto.

La componente $P_r = E_\theta \cdot H_\phi$ va a ser la que nos dará el Poynting de radiación en dirección radial

$$P_r = \frac{\eta}{2}\left(\frac{I \cdot \, dl \cdot \, sen \, (\theta)}{4\pi \cdot r \cdot c}\right)^{\boldsymbol{2}}$$

La potencia total radiada por elemento de corriente puede valorarse integrando el vector radiar de Poynting en una superficie esférica centrada en un elemento. Por lo tanto tenemos

$$\boldsymbol{P_{radiada}} = \oint \boldsymbol{P_r da} = \boldsymbol{80\pi^2 \left(\frac{dl}{\lambda}\right)^2 I_\alpha^2}$$

El coeficiente de I_α^2 tiene las dimensiones de una resistencia y se denomina resistencia de radiación de elemento de corriente.

$$\boldsymbol{R_{radiacion}} = \boldsymbol{80\pi^2 \left(\frac{dl}{\lambda}\right)^2}$$

¿Cuál es la supuesta distribución de la corriente a lo largo de una antena?

Para calcular los campos electromagnéticos de antenas largas es necesario conocer la distribución de la corriente a lo largo de las mismas. Esta distribución se obtendría resolviendo las ecuaciones de Maxwell respectivas. Pero para una antena cilíndrica esto sería un problema comparativamente difícil. Entonces desconociendo la corriente de la antena es posible suponer una cierta distribución, y de ésta calcular las distribuciones aproximadas de los campos. La precisión de los cálculos dependerá del acierto de la distribución supuesta de la corriente.

Pensando que una antena es una línea de transmisión en circuito abierto, separando entre sí, el trozo final puede sugerirse una distribución sinusoidal de la corriente con nodos de intensidad en sus extremos.

Resulta ser un buen supuesto, porque con fórmulas más precisas de las que se dispone (aunque mucho más complicadas), todavía se emplea la distribución sinusoidal en muchos trabajos sobre el campo de una antena.

ANTENAS

Una antena es un elemento conductor de dimensiones convenientes y formas diversas que realiza dos funciones primordiales:

- Convierte la energía electromagnética en energía eléctrica y viceversa.
- Adapta la impedancia interna de un generador a la impedancia del espacio.

Parámetros de una antena:

1. ***Impedancia característica*** $\boldsymbol{Z_0}$: Es un parámetro que depende de la relación longitud diámetro del conductor y de la frecuencia de trabajo.Esta en cada punto del conductor es también una función de su distancia al punto de alimentación de la antena, por lo que varía a lo largo del conductor.
Dipolo delgado

$$Z_0 = 120\, ln\left(\frac{2r}{a}\right)$$

Mono polo:

$$Z_0 = 60\left(ln\frac{H_0}{a} - 1 - \frac{1}{2}ln\frac{2H_0}{\lambda}\right)$$

$$H_0 = Semilongitud\ o\ altura\ fisica\ del\ dipolo\ o\ monopolo$$
$$a = radio\ del\ conductor$$
$$\lambda = longitud\ de\ onda\ de\ trabajo$$

Dipolo:

$$Z_0 = 120\left(ln\frac{H_0}{a} - 1 - \frac{1}{2}ln\frac{2H_0}{\lambda}\right)$$

$$H_0 = Semilongitud\ o\ altura\ fisica\ del\ dipolo\ o\ monopolo$$
$$a = radio\ del\ conductor$$
$$\lambda = longitud\ de\ onda\ de\ trabajo$$

2. ***Altura o longitud efectiva:*** En una antena Hertz se observa que la distribución de corriente es uniforme a lo largo de ella. Si se acorta la longitud de una antena determinada y se termina en sus extremos con unas capacidades adecuadas consiguiéndose una distribución uniforme de la corriente y que la energía radiada sea la misma que sin acortar esta longitud recibe el nombre de longitud efectiva. Si se trata de un monopolo es altura:
Mono polo:

$$\boldsymbol{H_e = \frac{tg\frac{\beta H_0}{2}}{\beta}}$$

Dipolo:

$$\boldsymbol{L_e = \frac{2 \cdot tg\frac{\beta H_0}{2}}{\beta}}$$

$$H_0 = Semilongitud\ o\ altura\ fisica\ del\ dipolo\ o\ monopolo\ [m]$$
$$\beta = Constante\ de\ fase$$

3. ***Coeficiente de onda o constante de fase $\boldsymbol{\beta}$:*** representa a los radianes que corresponden a cada metro de longitud de onda

$$\boldsymbol{\beta = \frac{2\pi}{\lambda}}$$

4. ***<u>Longitud Eléctrica:</u>*** Podemos definir a la longitud eléctrica al efecto que produce la inductancia y la capacidad en las proximidades de los extremos dando lugar a una disminución de la Z_0 y a un aumento de corriente en esa zona terminal, lo que produce un alargamiento denominado *"Longitud eléctrica"*.

Mono polo:

$$\boldsymbol{Longitud\ Fisica = \beta \cdot H_0}$$
$$\boldsymbol{Longitud\ Electrica = \beta \cdot H}$$

Dipolo:

$$\boldsymbol{Longitud\ Fisica = 2 \cdot \beta \cdot H_0}$$
$$\boldsymbol{Longitud\ Electrica = 2 \cdot \beta \cdot H}$$

$$H_0 \rightarrow Longitud\ Fisica$$
$$H \rightarrow Longitud\ Electrica$$

En la practica el valor de esta es aproximadamente el 5% mas que la longitud física.

5. ***Factor de atenuación:*** *Este coeficiente determina la perdida de energía que se produce en cada punto de la antena viene determinado por:*

$$\alpha = \frac{R_{rv}}{H\ Z_0}$$

$$R_{rv} \rightarrow Resistencia\ de\ radiacion\ en\ el\ vientre\ de\ corriente$$
$$H \rightarrow Longitud\ electrica$$

6. ***<u>Resistencia de radiación:</u>*** *este parámetro viene determinado por la capacidad que tiene la antena de disipar la energía que recibe del generador, radiándola a la espacio.*

$$\boldsymbol{R_{radiacion} = 80\pi^2 \left(\frac{dl}{\lambda}\right)^2}$$

7. ***<u>Inductancia$\boldsymbol{L_a}$:</u>*** Es el valor intrínseco del conductor, y su valor depende de Z_0 y la f de trabajo.

$$\boldsymbol{L_a = \frac{Z_0}{8 \cdot f}}$$

8. ***<u>Capacidad:</u>*** Es la resultante de todas las capacidades entre puntos del conductor, y es un valor intrínseco del conductor

$$\boldsymbol{C_a = \frac{2}{\pi^2 \cdot f \cdot Z_0}}$$

9. ***<u>Factor de calidad y ancho de banda:</u>***

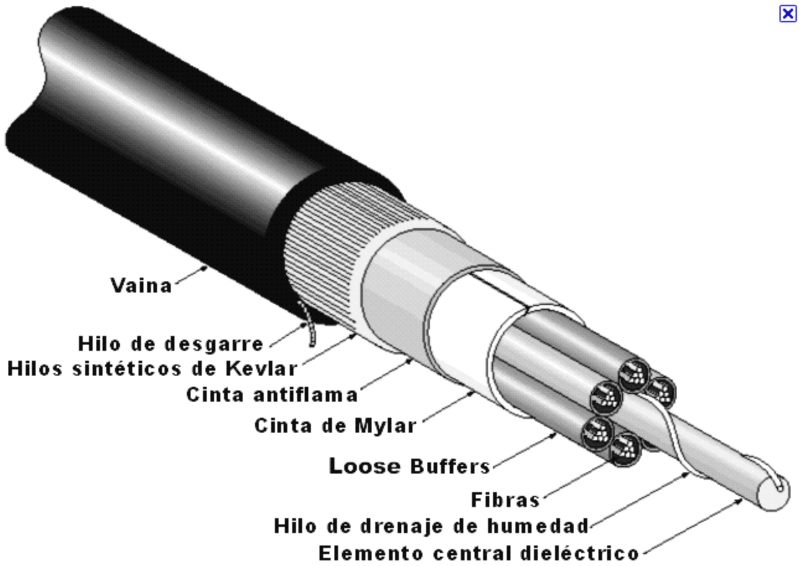
$$\boldsymbol{Q_a = \frac{\pi \cdot Z_0}{4 \cdot R_{rv}}}$$

10. ***Reactancia:*** Es la suma vectorial entre la inductancia y la capacidad.
11. ***Impedancia de entrada:*** es la impedancia que presenta la antena en el punto de alimentación, es importante conocer su valor para poder hacer el acoplamiento entre la antena y la impedancia de salida del generador. Es un valor complejo.
    Si la semi longitud de un dipolo es más corta que un cuarto de longitud de onda se ve como resistencia seguido por una capacidad.
    Si la semi longitud de un dipolo es más larga que un cuarto de longitud de onda se ve como una resistencia seguido de una inductancia.
    Cuando la semi longitud de onda es igual a un cuarto de longitud de onda la impedancia de onda es una resistencia.
12. ***Directividad:*** La Directividad (D) de una antena se define como la relación entre la intensidad de radiación de una antena en la dirección del máximo y la intensidad de radiación de una antena isotrópica que radia con la misma potencia total.
13. ***Área efectiva:*** se define como la razón de la potencia disponible en los terminales de la antena a la potencia por unidad de área de una onda polarizada adecuadamente.
    Se determina:

$$\boldsymbol{A = \frac{\lambda^2}{4\pi} \cdot G_{dir\,max}}$$

FIBRAS OPTICAS

La tecnología se basa en la transmisión de luz (rayos o modos de guías de ondas) a largo de filamentos transparentes de vidrio, plástico u otro medio de características ópticas convenientes.



Apertura numérica:

Se define apertura numérica de la fibra al seno del ángulo máximo de incidencia o penetración bajo los cuales la luz se propaga por el interior del núcleo.

Se considera una fibra multimodal de índice de refracción escalonada como se ve, el núcleo tiene un índice de refracción η_1 y está rodeado de una capa de índice $\eta_2 > \eta_1$ y es:

$$\eta_2 = \eta_1(1 - \Delta)$$

En general $0{,}002\% < \Delta < 1\%$