

# ONDAS ELECTROMAGNETICAS Y MEDIOS DE ENLACE

## CLASE VIRTUAL

### U.T. 4 - ECUACION DE ONDA ELECTROMAGNETICA

Ing. Antonio GARCIA ABAD

Esta experiencia tiende a introducir una nueva modalidad de enseñanza a fin de lograr que el alumnado pueda continuar su aprendizaje progresivo de los temas en forma independiente.

Requiere una gran responsabilidad por parte del alumno, debido a que tiene que planificar sus tiempos y actividades, para dedicarse al estudio de lo aquí presentado.

No intenta reemplazar los libros ni las clases presenciales, solo es un aporte a la mejor comprensión de la materia y facilitar el aprendizaje de los contenidos.

## Unidad Temática 4

### Ecuación de Onda Electromagnética

#### Objetivo:

Que el alumno comprenda, demuestre y grafique el comportamiento ondulatorio de los campos electromagnéticos al propagarse por medios homogéneos sin carga (conductores, dieléctricos y vacío), deducir y aplicar las constantes características de una onda electromagnética en los distintos medios de propagación.

#### ¿Que desarrollaremos?

La unidad que nos permite familiarizarnos y adquirir habilidades de cálculo de los parámetros, de la Onda Electromagnética para poder graficarla.

1.- Analizaremos la ecuación de la onda en tres casos:

- a) Medio Continuo sin pérdidas ( $\sigma$  igual a 0)
- b) Medio Continuo con pérdidas ( $\sigma$  distinto de 0)
- c) Medio Discontinuo con pérdidas ( $\sigma$  distinto de 0)

2.- Analizaremos los parámetros de la onda electromagnética

- a) Constante de fase  $\beta$ .
- b) Constante de atenuación  $\alpha$ .
- c) Constante de profundidad de penetración  $\delta$ .
- d) Impedancia intrínseca del medio  $\eta$ .

#### ¿Que es lo importante?

Acompañar esta clase virtual con el libro de “Campos Electromagnéticos y Medios de Enlace”, realizar los desarrollos de las ecuaciones y desarrollar los ejercicios solicitados como Práctico de la “Guía de Actividades”.

Cualquier sugerencia, consulta o aporte que pueda realizar, solicito hacerlo por grupo a la dirección de e-mail: [ondaem2004@yahoo.com.ar](mailto:ondaem2004@yahoo.com.ar)

# ONDAS ELECTROMAGNETICAS Y MEDIOS DE ENLACE

## CLASE VIRTUAL

### U.T. 4 - ECUACION DE ONDA ELECTROMAGNETICA

Ing. Antonio GARCIA ABAD

Antes de comenzar con esta unidad es recomendable que el alumno tenga un amplio dominio de las ecuaciones de Maxwell.

Recordamos la primera y segunda ecuación de Maxwell en forma fasorial:

$$\nabla \times H.e^{j\omega t} = (\sigma + j.\omega.\epsilon)E.e^{j\omega t}$$

$$\nabla \times E.e^{j\omega t} = j.\omega.\mu.H.e^{j\omega t}$$

Combinando estas dos ecuaciones obtenemos la ecuación de onda del campo eléctrico (E).

$$E_x(z,t) = E_i.e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta.z + \phi_1) + E_r.e^{+\alpha z} \cos(\omega t + \beta.z + \phi_1)$$

y luego la del campo magnético (H):

$$H_y(z,t) = \frac{E_i}{\eta} .e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta.z + \phi_1) - \frac{E_r}{\eta} .e^{+\alpha z} \cos(\omega t + \beta.z + \phi_1)$$

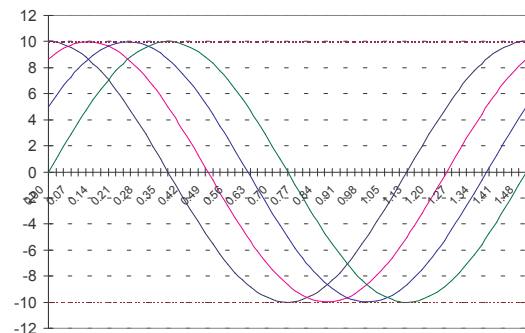
Juntas forman la ecuación de onda del campo electromagnético.

**1-a)** La ecuación del campo Eléctrico en un medio continuo y sin pérdidas ( $\sigma = 0$ ) la expresamos:

$$E_x(z,t) = E_i.\cos(\omega.t - \beta.z + \phi_1)$$

**Amplitud**

La sumatoria de estos tres términos da un ángulo que llamaremos  $\theta$



Representación para cuatro tiempos distintos

La ecuación puede simplificarse de la forma:

$$E_x(z,t) = E_i.\cos \theta$$

# ONDAS ELECTROMAGNETICAS Y MEDIOS DE ENLACE

## CLASE VIRTUAL

### U.T. 4 - ECUACION DE ONDA ELECTROMAGNETICA

Ing. Antonio GARCIA ABAD

Para que el ángulo  $\theta$  quede expresado en radianes, los tres términos deben estar expresados en radianes.

$$1 \text{ (rad).- } \omega = 2.\pi.f$$

$$2 \text{ (rad).- } \beta = \frac{2.\pi}{\lambda}$$

$$3 \text{ (rad).- } \phi_1 [\text{radianes}]$$

Para que el ángulo  $\theta$  quede expresado en grados, los tres términos deben estar expresados en grados.

$$1 \text{ (°).- } \omega = 2.180.f$$

$$2 \text{ (°).- } \beta = \frac{2.180}{\lambda}$$

$$3 \text{ (°).- } \phi_1 [\text{grados}]$$

Nota 4.1: Para convertir grados a radianes se multiplica por  $\pi$  y se divide por 180.

Nota 4.2: Para convertir radianes a grados se multiplica por 180 y se divide por  $\pi$ .

Si tomamos la ecuación de la onda en un medio continuo:

$$E_x(z,t) = E_i.\cos(\omega t - \beta.z + \phi_1)$$

y hacemos

$$\omega t = \beta.z$$

obtenemos la velocidad de propagación de la onda:

$$\frac{z}{t} = \frac{\omega}{\beta} = \text{velocidad}$$

La constante de fase  $\beta$  expresa el número de radianes que la onda varía por metro

$$\beta = \frac{2.\pi}{\lambda} [\text{rad / m}]$$

# ONDAS ELECTROMAGNETICAS Y MEDIOS DE ENLACE

## CLASE VIRTUAL

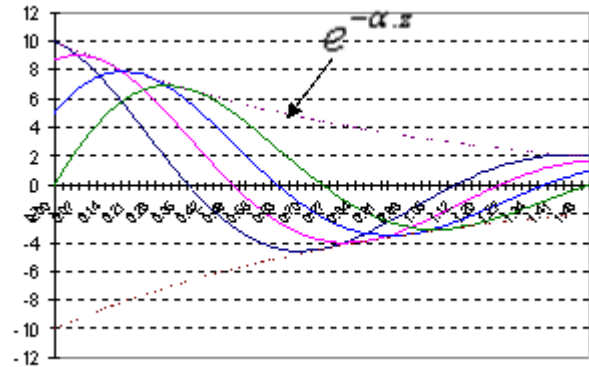
### U.T. 4 - ECUACION DE ONDA ELECTROMAGNETICA

Ing. Antonio GARCIA ABAD

**1-b** La ecuación del campo Eléctrico en un medio continuo y con pérdidas ( $\sigma > 0$ ) la expresamos:

$$E_x(z,t) = E_i e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z + \phi_i)$$

Tiene el agregado del factor de atenuación el cual incluye la cte. de atenuación  $\alpha$ .



Si momentáneamente despreciamos la función coseno y analizamos solo la amplitud de la onda:

$$E_x(z,t) = E_i e^{-\alpha z}$$

Tendremos el factor de atenuación:

$$e^{-\alpha z} = \frac{E_x(z,t)}{E_i}$$

y obtenemos

$$\alpha z = -\ln \frac{E_x(z,t)}{E_i} [\text{Neper}]$$

**La magnitud con que se mide la atenuación la expresamos en Neper, debido a que se obtiene de sacar el logaritmo neperiano entre la salida y la entrada.** Da negativo debido a que se produce atenuación y al realizar la operación nos dará un valor negativo que al multiplicar por el signo anterior nos dará positivo.

# ONDAS ELECTROMAGNETICAS Y MEDIOS DE ENLACE

## CLASE VIRTUAL

### U.T. 4 - ECUACION DE ONDA ELECTROMAGNETICA

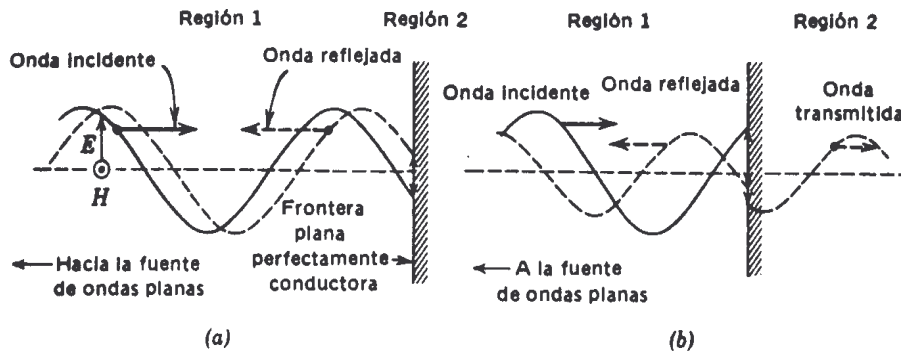
Ing. Antonio GARCIA ABAD

**1-c** La ecuación del campo Eléctrico en un medio discontinuo y con pérdidas ( $\sigma > 0$ ) la expresamos:

$$E_x(z,t) = E_i e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z + \phi) + E_r e^{+\alpha z} \cos(\omega t + \beta z + \phi)$$

Podemos observar el primer término del segundo miembro representa la onda incidente mientras que el segundo es la onda reflejada.

Para un medio sin pérdidas, la única diferencia es que el factor de atenuación es igual a la unidad.



En el caso (a) tenemos reflexión total y en el caso (b) tenemos una onda reflejada y una onda transmitida.

## 2.- Parámetros de la onda

Para aplicar las ecuaciones siguientes debe conocer las constantes del medio ( $\mu$ ,  $\epsilon$ ,  $\sigma$ ) y la frecuencia de la onda (f)

a) Constante de Fase  $\beta$  (beta)

$$\beta = \omega \sqrt{\frac{\mu \epsilon}{2} \left[ +1 + \sqrt{1 + \left( \frac{\sigma}{\omega \epsilon} \right)^2} \right]} \quad \left[ \frac{\text{radianes}}{m} \right]$$

b) Constante de atenuación  $\alpha$  (alfa)

$$\alpha = \omega \sqrt{\frac{\mu \epsilon}{2} \left[ -1 + \sqrt{1 + \left( \frac{\sigma}{\omega \epsilon} \right)^2} \right]} \quad \left[ \frac{\text{Neper}}{m} \right]$$

# ONDAS ELECTROMAGNETICAS Y MEDIOS DE ENLACE

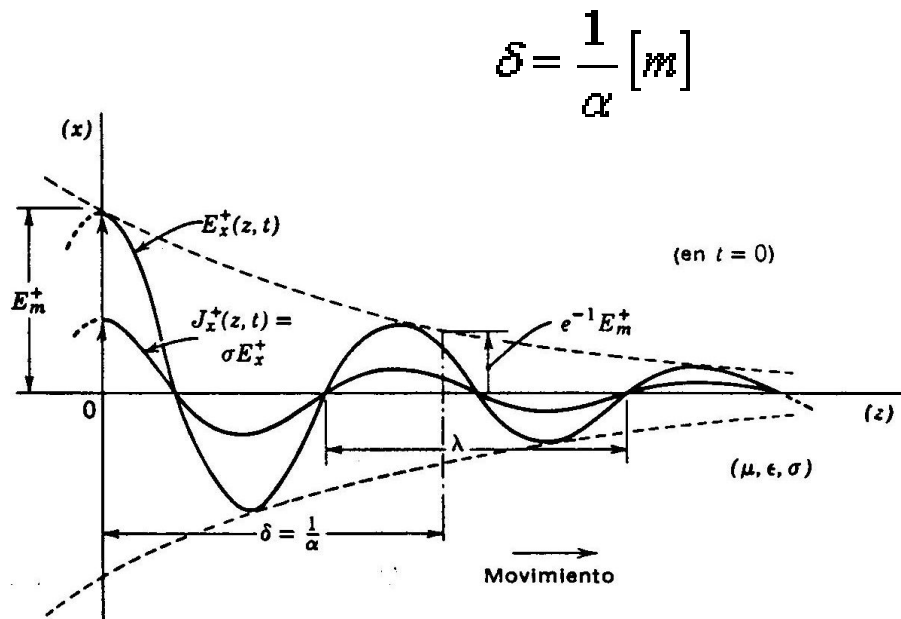
## CLASE VIRTUAL

### U.T. 4 - ECUACION DE ONDA ELECTROMAGNETICA

Ing. Antonio GARCIA ABAD

c) Constante de profundidad de penetración  $\delta$  (delta)

Es la distancia a la cual la amplitud de la onda se reduce al 36,7879 % del valor inicial. Delta es numéricamente igual a: uno sobre alfa, pero se mide en metros.



e) Impedancia Intrínseca  $\eta$  (eta)

$$\eta = \frac{Ei}{Hi} = \frac{\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega \cdot \epsilon}\right)^2}} \cdot e^{j \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{\sigma}{\omega \cdot \epsilon}\right)} [\Omega]$$

Se recomienda realizar los ejercicios planteados en la guía de actividades y responder las preguntas de autoevaluación del libro.