PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

ING. LAURA SUAREZ

PRUEBAS DE HIPÓTESIS

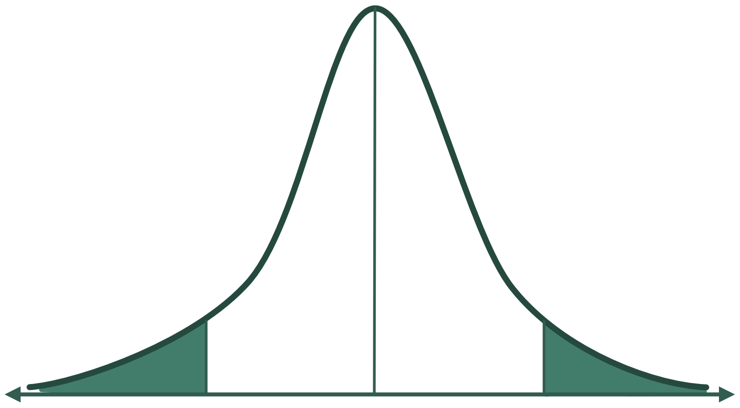
HIPÓTESIS ESTADÍSTICAS

Una hipótesis estadística es una aseveración o conjetura respecto a una o más poblaciones.

La verdad o falsedad de una hipótesis estadística nunca se sabe con absoluta certeza, a menos que se examine toda la población, lo cual, por supuesto, sería poco práctico en la mayoría de las situaciones. En vez de eso se toma una muestra aleatoria de la población de interés y se utilizan los datos contenidos en ella para proporcionar evidencia que respalde o no la hipótesis. La evidencia de la muestra que es inconsistente con la hipótesis planteada conduce al rechazo de la misma.

PRUEBAS DE HIPÓTESIS

- Es un procedimiento estadístico que permite aceptar o rechazar una afirmación hecha con respecto a un fenómeno o suceso.



La **estimación por intervalos** de confianza son una medida de la confiabilidad que nuestro estadístico se aproxime al parámetro poblacional.

Una **prueba de hipótesis** estadística es tomar la decisión de aceptar o rechazar una hipótesis nula, cuantificando la probabilidad de cometer un error al tomar esta decisión y usando un criterio arbitrario pre establecido.

HIPÓTESIS ESTADÍSTICAS

- H_0: Hipótesis nula
- H_1: Hipótesis alternativa (Contraria a la hipótesis nula)

ETAPAS EN UNA PRUEBA DE HIPÓTESIS

1. Formular la hipótesis nula y alternativa
2. Especificar el nivel de significación (α)
3. Obtener el resto de los datos y con eso determinar el estadístico
4. Estableces los valores críticos que dividen las regiones de rechazo y de no rechazo
5. Calcular el valor del estadístico apropiado y determinar si el estadístico ha caído en la región de rechazo o en la de no rechazo y tomar la decisión estadística.
6. Expresar la decisión estadística en términos del problema.

DECISIÓN ESTADÍSTICA

	H_0 es Verdadera	H_0 es Falsa
Aceptar H_0	Decisión Correcta	Error Tipo II
Rechazar H_0	Error Tipo I	Decisión Correcta

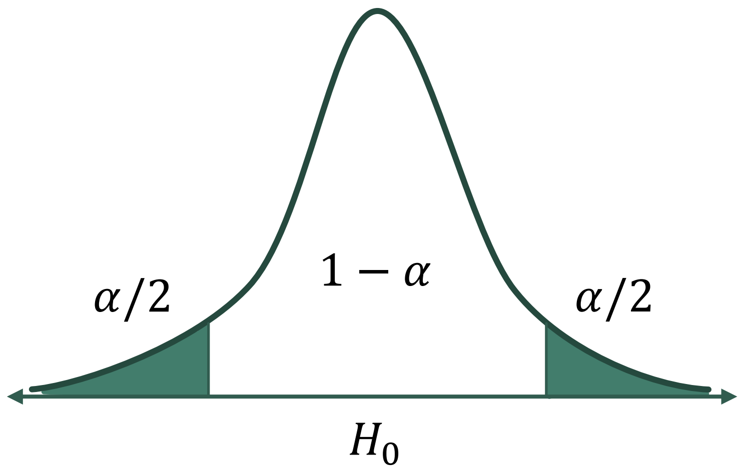
$$\alpha = P(Error\ Tipo\ I) = P(RH_0/H_0 es\ vertadera)$$

$$\beta = P(Error\ Tipo\ II) = P(AH_0/H_0 es\ falsa)$$

$$Potencia\ de\ una\ prueba = 1 - \beta$$

PRUEBAS LATERALES Y BILATERALES

- Una prueba es bilateral (dos zonas de rechazo, una a la izquierda y la otra a la derecha) cuando la hipótesis nula indica un valor específico del parámetro una serie de valores igual al valor del parámetro propuesto

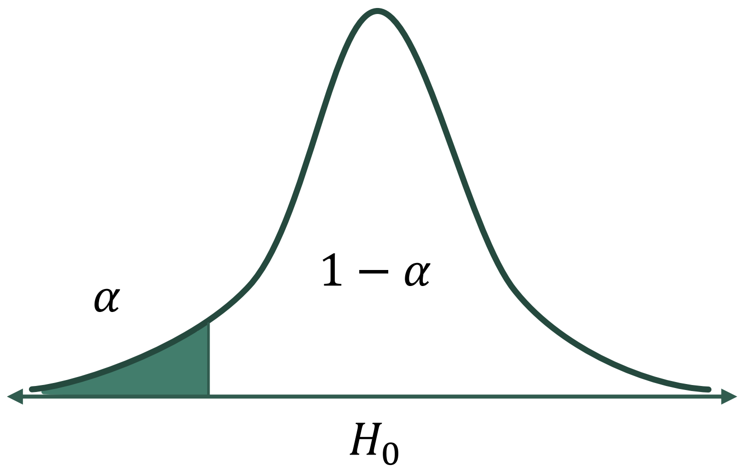


$$H_0 = \theta = \theta_0$$

$$H_1 = \theta \neq \theta_0$$

PRUEBAS LATERALES Y BILATERALES

- Una prueba es lateral izquierda (zona de rechazo a la izquierda) cuando la hipótesis nula plantea un valor del parámetro o una serie de valores mayores al valor del parámetro propuesto

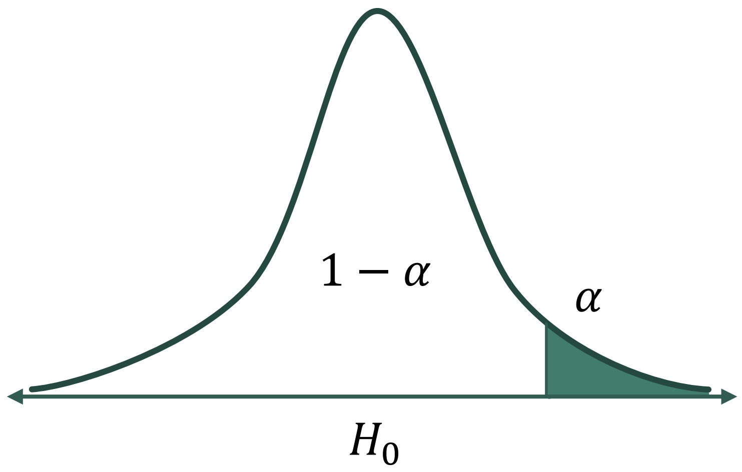


$$H_0 = \theta \geq \theta_0$$

$$H_1 = \theta < \theta_0$$

PRUEBAS LATERALES Y BILATERALES

- Una prueba es lateral derecha (zona de rechazo a la derecha) cuando la hipótesis nula plantea un valor del parámetro o una serie de valores menores al valor del parámetro propuesto



$$H_0 = \theta \leq \theta_0$$

$$H_1 = \theta > \theta_0$$

PRUEBAS DE HIPÓTESIS DE LA MEDIA POBLACIONAL

- Caso 1: Prueba de hipótesis de la media poblacional (varianza poblacional conocida)

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

PRUEBAS DE HIPÓTESIS DE LA MEDIA POBLACIONAL

- Ejemplo

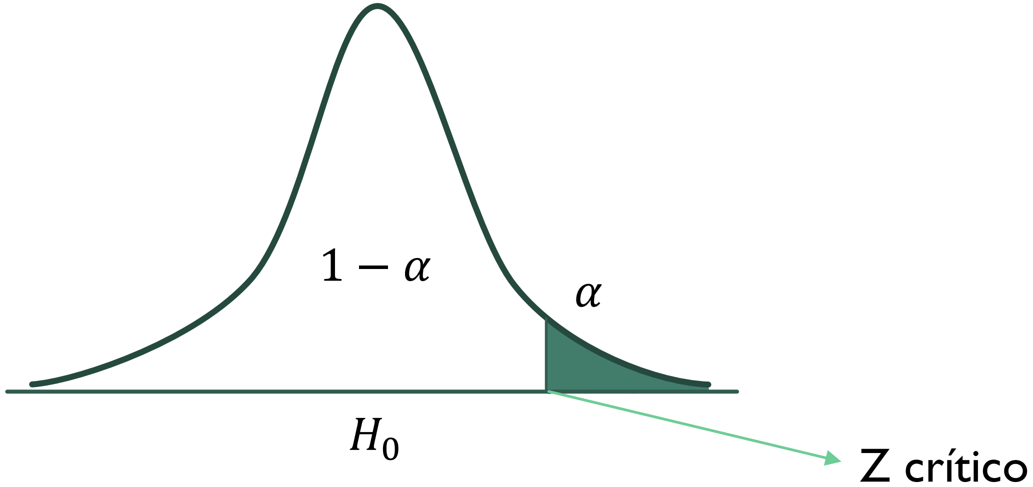
Un camionero transporta bolsas de harina de promedio de 50kg con una varianza de 4 kg^2. Para no pasarse del peso necesita probar con una significación del 5% que las bolsas no superan ese peso.

Para eso toma una muestra de 25 bolsas y le da una media de 51kg con una desviación estándar de 3kg

1. Formular la hipótesis nula y alternativa

$$H_0 \Rightarrow \mu \leq 50$$

$$H_1 \Rightarrow \mu > 50$$



PRUEBAS DE HIPÓTESIS DE LA MEDIA POBLACIONAL

- Ejemplo

Un camionero transporta bolsas de harina de promedio de 50kg con una varianza de 4 kg2. Para no pasarse del peso necesita probar con una significación del 5% que las bolsas no superan ese peso.

Para eso toma una muestra de 25 bolsas y le da una media de 51kg con una desviación estándar de 3kg

2. Especificar el nivel de significación (α)

α=0,05

PRUEBAS DE HIPÓTESIS DE LA MEDIA POBLACIONAL

- Ejemplo

Un camionero transporta bolsas de harina de promedio de 50kg con una varianza de 4 kg2. Para no pasarse del peso necesita probar con una significación del 5% que las bolsas no superan ese peso.

Para eso toma una muestra de 25 bolsas y le da una media de 51kg con una desviación estándar de 3kg

3. Obtener el esto de los datos y con eso determinar el estadístico

$\alpha = 0{,}05$ $\quad n = 25$

$\sigma = 2$ $\quad \bar{x} = 51$

$s = 3$ $\quad \mu = 50$

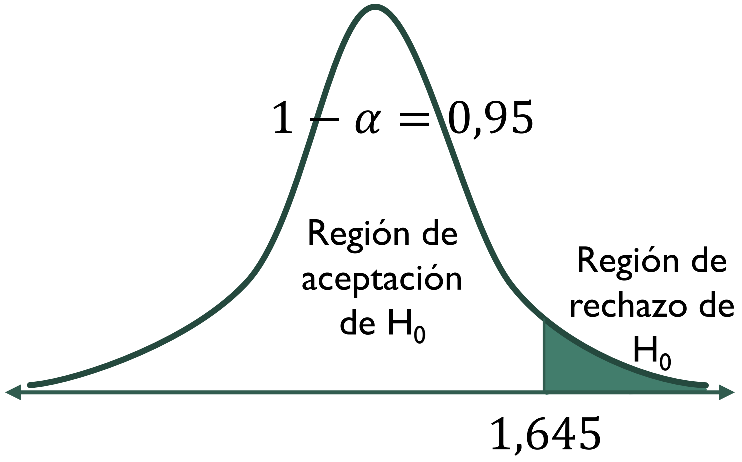
$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

PRUEBAS DE HIPÓTESIS DE LA MEDIA POBLACIONAL

4. Establecer los valores críticos que dividen las regiones de rechazo y de no rechazo

z	0.00	0.01	0.02		0.04	0.05
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265
1.5	0.9332	0.9345	0.935			
1.6	0.9452	0.9463	0.947		0.9495	0.9505
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744

Grados de libertad	0.20	0.10	0.05
80	0.846	1.292	1.664
81	0.846	1.292	1.664
82	0.846	1.292	1.664
83	0.846	1.292	1.663
84	0.846	1.292	1.663
85	0.846	1.292	1.663
86	0.846	1.291	1.663
87	0.846	1.291	1.663
88	0.846	1.291	1.662
89	0.846	1.291	1.662
90	0.846	1.291	1.662
91	0.846	1.291	1.662
92	0.846	1.291	1.662
93	0.846	1.291	1.661
94	0.845	1.291	1.661
95	0.845	1.291	1.661
96	0.845	1.290	1.661
97	0.845	1.290	1.661
98	0.845	1.290	1.661
99	0.845	1.290	
	0.845	1.290	
∞	0.842	1.282	1.645



$$Si\ Z_c \leq 1{,}645\ Acepto\ H_0$$

$$Si\ Z_c > 1{,}645\ Rechazo\ H_0$$

PRUEBAS DE HIPÓTESIS DE LA MEDIA POBLACIONAL

5. Calcular el valor del estadístico apropiado y determinar si el estadístico ha acido en la región de rechazo o en la de no rechazo y tomar la decisión estadística.

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

$\alpha = 0{,}05$ $\qquad n = 25$

$\sigma = 2$ $\qquad \bar{x} = 51$

$s = 3$ $\qquad \mu = 50$

$$z = \frac{51 - 50}{\frac{2}{\sqrt{25}}}$$

$$z = \frac{1}{0{,}4}$$

$$z = 2{,}5$$

PRUEBAS DE HIPÓTESIS DE LA MEDIA POBLACIONAL

6. Expresar la decisión estadística en términos del problema.

Rechazamos con una significación del 5% que las bolsas de harina no superan un promedio de 50kg

PRUEBAS DE HIPÓTESIS DE LA MEDIA POBLACIONAL

- Caso 2: Varianza de la población desconocida, muestra grande (≥30)

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

PRUEBAS DE HIPÓTESIS DE LA MEDIA POBLACIONAL

- Caso 3: Varianza de la población desconocida, muestra pequeña (<30)

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

PRUEBAS DE HIPÓTESIS DE LA VARIANZA Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR POBLACIONAL

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2}$$

PRUEBAS DE HIPÓTESIS DE LA MEDIA POBLACIONAL

- Ejemplo

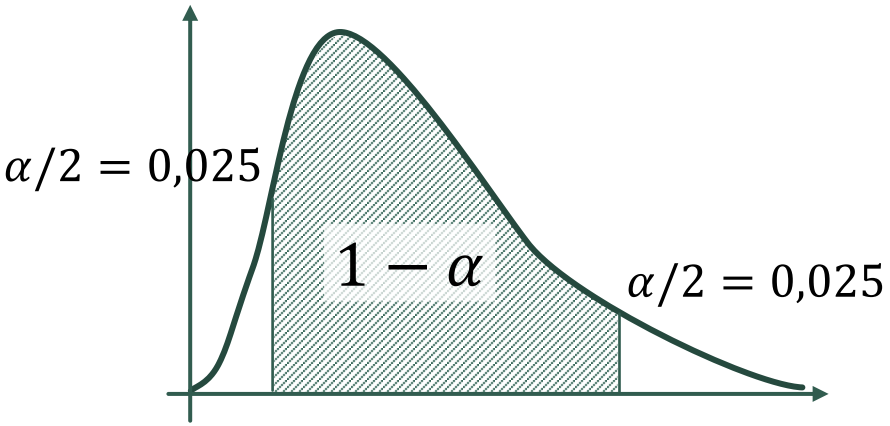
Un camionero transporta bolsas de harina de promedio de 50kg. Para no tener problemas con la variabilidad del peso necesita probar con una significación del 5% que las bolsas tengan una varianza de 4,5 kg2

Para eso toma una muestra de 25 bolsas y le da una media de 51kg con una desviación estándar de 2kg

1. Formular la hipótesis nula y alternativa

$$H_0 \Rightarrow \sigma^2 = 4{,}5$$

$$H_1 \Rightarrow \sigma^2 \neq 4{,}5$$



PRUEBAS DE HIPÓTESIS DE LA MEDIA POBLACIONAL

- Ejemplo

Un camionero transporta bolsas de harina de promedio de 50kg. Para no tener problemas con la variabilidad del peso necesita probar con una significación del 5% que las bolsas tengan una varianza de 4,5 kg2

Para eso toma una muestra de 25 bolsas y le da una media de 51kg con una desviación estándar de 2kg

2. Especificar el nivel de significación (α)

α=0,05

PRUEBAS DE HIPÓTESIS DE LA MEDIA POBLACIONAL

- Ejemplo

Un camionero transporta bolsas de harina de promedio de 50kg. Para no tener problemas con la variabilidad del peso necesita probar con una significación del 5% que las bolsas tengan una varianza de 4,5 kg2

Para eso toma una muestra de 25 bolsas y le da una media de 51kg con una desviación estándar de 2kg

3. Obtener el esto de los datos y con eso determinar el estadístico

$\alpha = 0{,}05$ $\quad n = 25$

$\sigma^2 = 4{,}5$ $\quad \bar{x} = 51$

$s = 2$ $\quad \mu = 50$

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2}$$

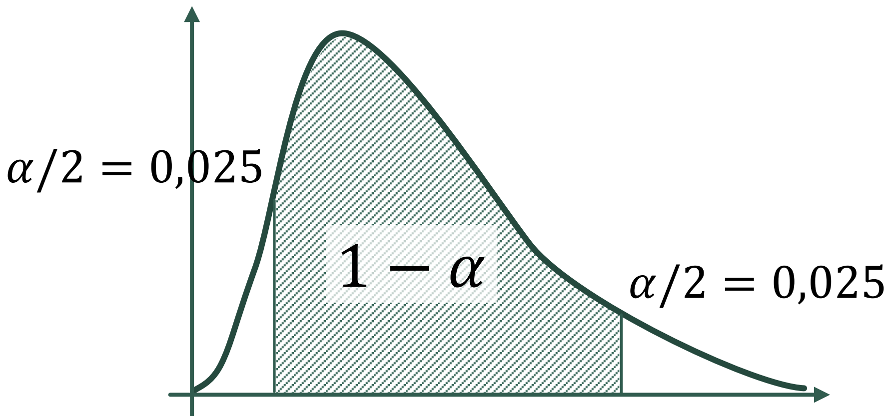
PRUEBAS DE HIPÓTESIS DE LA MEDIA POBLACIONAL

4. Estableces los valores críticos que dividen las regiones de rechazo y de no rechazo

Grados de libertad	**Áreas en la cola superior**									
	0.995	**0.99**	**0.975**	**0.95**	**0.90**	**0.10**	**0.05**	**0.025**	**0.01**	**0.005**
21	8.034	8.897	10.283	11.591	13.240	29.615	32.671	35.479	38.932	41.401
22	8.643	9.542	10.982	12.338	14.041	30.813	33.924	36.781	40.289	42.796
23	9.260	10.196	11.689	13.091	14.848	32.007	35.172	38.076	41.638	44.181
24	9.886	10.856	12.401	13.848	15.659	33.196	36.415	39.364	42.980	45.558

$Si\ 12{,}401 \leq \chi^2 \leq 39{,}364\ Acepto\ H_0$

$Si\chi^2 \geq 39{,}364\ o\ \ \chi^2 \leq 12{,}401\ Rechazo\ H_0$



PRUEBAS DE HIPÓTESIS DE LA MEDIA POBLACIONAL

5. Calcular el valor del estadístico apropiado y determinar si el estadístico ha acido en la región de rechazo o en la de no rechazo y tomar la decisión estadística.

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2}$$

$\alpha = 0{,}05$ $\quad n = 25$

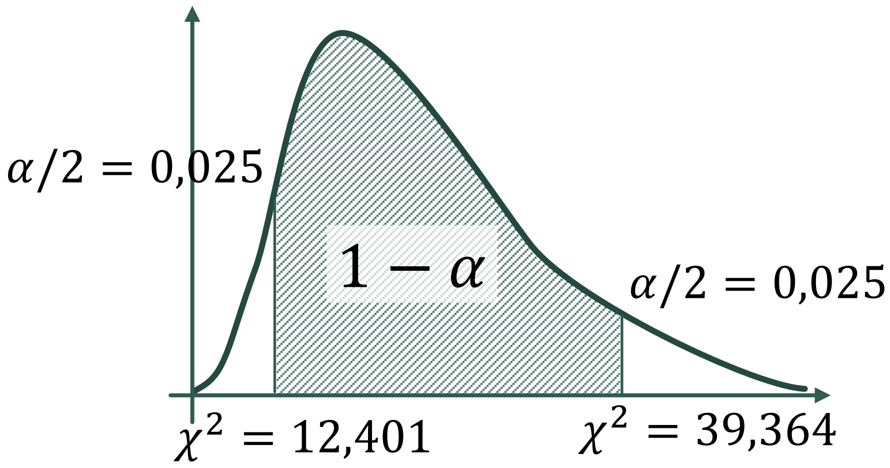
$\sigma^2 = 4{,}5$ $\quad \bar{x} = 51$

$s = 2$ $\quad \mu = 50$

$$\chi^2 = \frac{(25-1)2^2}{4{,}5}$$

$$\chi^2 = \frac{96}{4{,}5}$$

$$\chi^2 = 21{,}33$$



PRUEBAS DE HIPÓTESIS DE LA MEDIA POBLACIONAL

6. Expresar la decisión estadística en términos del problema.

Aceptamos con una significación del 5% que las bolsas de harina pueden tener una varianza de 4,5 kg^2

PRUEBA DE HIPÓTESIS DE DIFERENCIA DE MEDIAS

$H_0 \Rightarrow \mu_1 - \mu_2 = a$	$H_0 \Rightarrow \mu_1 - \mu_2 \leq a$	$H_0 \Rightarrow \mu_1 - \mu_2 \geq a$
$H_1 \Rightarrow \mu_1 - \mu_2 \neq a$	$H_1 \Rightarrow \mu_1 - \mu_2 > a$	$H_1 \Rightarrow \mu_1 - \mu_2 < a$

Si a=0

$H_0 \Rightarrow \mu_1 = \mu_2$	$H_0 \Rightarrow \mu_1 \leq \mu_2$	$H_0 \Rightarrow \mu_1 \geq \mu_2$
$H_1 \Rightarrow \mu_1 \neq \mu_2$	$H_1 \Rightarrow \mu_1 > \mu_2$	$H_1 \Rightarrow \mu_1 < \mu_2$

PRUEBA DE HIPÓTESIS DE DIFERENCIA DE MEDIAS

$$z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)_0}{\sqrt{\left(\frac{\sigma_1^2}{n_1}\right) + \left(\frac{\sigma_2^2}{n_2}\right)}}$$

PRUEBA DE HIPÓTESIS DE DIFERENCIA DE MEDIAS

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)_0}{\sqrt{\left(\frac{s_p^2}{n_1}\right) + \left(\frac{s_p^2}{n_2}\right)}}$$

$$s_p^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

$$gl = n_1 + n_2 - 2$$