PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

ING. LAURA SUAREZ

UNIDAD 3

DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD

CONCEPTOS

- Variable aleatoria

  Una variable aleatoria proporciona un medio para describir los resultados experimentales empleando valores numéricos.

- Distribuciones de probabilidad

  La distribución de probabilidad de una variable aleatoria es la representación de las probabilidades de todos y cada uno de los posibles valores que tome dicha variable.

  Describe cómo se distribuyen las probabilidades entre los valores de la variable aleatoria.

EJEMPLO

Consideremos las ventas de automóviles en una concesionaria. Durante los últimos 300 días de operación, los datos de ventas muestran que hubo 54 días en los que no se vendió ningún automóvil, 117 días en los que se vendió 1 automóvil, 72 días en los que se vendieron 2 automóviles, 42 días en los que se vendieron 3 automóviles, 12 días en los que se vendieron 4 automóviles y 3 días en los que se vendieron 5 automóviles. Si analizamos el experimento de seleccionar un día de operación en y definimos la variable aleatoria de interés como x número de automóviles vendidos en un día.

x	Cantidad	f(x)
0	54	0.18
1	117	0.39
2	72	0.24
3	42	0.14
4	12	0.04
5	3	0.01
Total	300	1.00

- Variables discretas

Experimento	Variable aleatoria (x)	Valores posibles para la variable aleatoria
Llamar a cinco clientes	Número de clientes que hacen un pedido	0, 1, 2, 3, 4, 5
Observar los automóviles que llegan a una caseta de peaje	Número de automóviles que llega a la caseta de peaje en un día	0, 1, 2, 3, …
Vender un automóvil	Género del cliente	0 si es hombre; 1 si es mujer

- Variables continuas

Experimento	Variable aleatoria (x)	Valores posibles para la variable aleatoria
Operar un banco	Tiempo en minutos entre la llegada de los clientes	$x \geq 0$
Construir una biblioteca	Porcentaje del proyecto terminado en seis meses	$0 \leq x \leq 100$
Probar un proceso químico nuevo	Temperatura a la que tiene lugar la reacción deseada (min. 150°F; máx. 212°F)	$150 \leq x \leq 212$

MODELOS SEGÚN VARIABLE

- Variable Discreta: Modelos de Distribución de probabilidades Discretos
- Variable Continua: Modelos de Distribución de probabilidades Continuos

DISTRIBUCIONES DISCRETAS DE PROBABILIDAD

DISTRIBUCIÓN DE BERNOULLI

Se utiliza para el caso más sencillo en el que la variable aleatoria es dicotómica, es decir que puede tomar sólo dos valores. Estos dos valores son el 0 y el 1.

Este experimento consiste en observar una sola unidad experimental y clasificarla en una de dos categorías mutuamente excluyentes y exhaustivas

DISTRIBUCIÓN BINOMIAL

Un experimento de Bernoulli se caracteriza por ser dicotómico, esto es, solo son posibles dos resultados. A uno de estos se denomina éxito y tienen una probabilidad de ocurrencia p y al otro, fracaso, con una probabilidad $q=1-p$.

Distribución binomial es una distribución de probabilidad discreta que cuenta el número de éxitos en una secuencia de n ensayos de Bernoulli independientes entre sí. Con una probabilidad fija p de ocurrencia del éxito entre los ensayos

DISTRIBUCIÓN BINOMIAL

Tiene dos parámetros n y p, se escribe: b(x; n; p) y = B(x; n; p) acumulada

Es una distribución de probabilidades que surge al cumplirse cinco condiciones:

1. Existe una serie de n ensayos
2. En cada ensayo hay solo dos posibles resultados
3. En cada ensayo, los dos resultados posibles son mutuamente excluyentes
4. Los resultados de cada ensayo son independientes entre sí
5. La probabilidad de cada resultado posible en cualquier ensayo es la misma de un ensayo a otro.

DISTRIBUCIÓN BINOMIAL

$$f(x) = C_x^n \,.\, p^x \,.\, q^{n-x}$$

$$E(x) = n \,.\, p$$

$$V(x) = n \,.\, p \,.\, q$$

DISTRIBUCIÓN BINOMIAL

- Ejemplo:

Consideremos el experimento de lanzar una moneda tres veces y observar si la cara de la moneda que cae hacia arriba es cara o cruz. Calcular la probabilidad de obtener dos caras

$$f(x) = C_x^n \, . \, p^x \, . \, q^{n-x}$$

$$\text{b}(2;\, 3;\, 0{,}5) = C_2^3 \, . \, 0{,}5^2 \, . \, 0{,}5^{3-2}$$

$$\text{b}(2;\, 3;\, 0{,}5) = \frac{3!}{2!\,(3-2)!} \, . \, 0{,}5^2 \, . \, 0{,}5^1$$

$$\text{b}(2;\, 3;\, 0{,}5) = 0{,}375$$

DISTRIBUCIÓN HIPERGEOMÉTRICA

La distribución hipergeométrica es aplicable a muestreos sin reemplazo y la binomial a muestreos con reemplazo.

Se denomina h(x; n; a ; N) y H (x; n; a ; N) para la acumulada

$$h(x;n;a;N) = \frac{C_x^a \ . \ C_{n-x}^{N-a}}{C_n^N}$$

f(*x*): probabilidad de *x* éxitos en *n* ensayos
n: número de ensayos
N: número de elementos en la población
a: número de elementos en la población considerados como éxitos

DISTRIBUCIÓN HIPERGEOMÉTRICA

$$h(x; n; a; N) = \frac{C_x^a \quad . \quad C_{n-x}^{N-a}}{C_n^N}$$

$$E(x) = n \ . P \qquad\qquad P = \frac{a}{N}$$

$$V(x) = n \ . P \ . Q \ \frac{N-n}{N-1}$$

f(*x*): probabilidad de *x* éxitos en *n* ensayos

n: número de ensayos

N: número de elementos en la población

a: número de elementos en la población

considerados como éxitos

EJEMPLO

Una empresa fabrica fusibles que empaca en cajas de 12 unidades cada una. Un inspector selecciona al azar tres de los 12 fusibles de una caja para inspeccionarlos. Si la caja contiene exactamente cinco fusibles defectuosos, ¿cuál es la probabilidad de que el inspector encuentre que uno de los tres fusibles está defectuoso?

$$h(x;n;a;N) = \frac{C_x^a \ . \ C_{n-x}^{N-a}}{C_n^N}$$

N=12 n=3

a=5 x=1

$$h(1;3;5;12) = \frac{C_1^5 \ . \ C_{3-1}^{12-5}}{C_3^{12}}$$

$$h(1;3;5;12) = \frac{C_1^5 \ . \ C_2^7}{C_3^{12}} = \frac{\frac{5!}{1!\,4!} \cdot \frac{7!}{2!\,5!}}{\frac{12!}{3!\,9!}} = \frac{5.\ 21}{220} = 0{,}4773$$

DISTRIBUCIÓN POISSON

Es una distribución de probabilidad discreta que expresa, a partir de una frecuencia de ocurrencia media, la **probabilidad** de que ocurra un determinado número de eventos durante cierto período de **tiempo** a lo largo de un espacio de observación $P\ (x, \lambda)$

DISTRIBUCIÓN POISSON

$$f(x) = \frac{(e^{-\lambda}\lambda^{x})}{x!}$$

λ = valor esperado o número medio de ocurrencias en un intervalo
e=2.71828

$$E(x) = \lambda$$

$$V(x) = \lambda$$

EJEMPLO

Supongamos que desea saber el número de personas que van, en un lapso de 15 minutos, a un cajero automático de un banco. En un análisis de datos pasados encuentra que el número promedio de personas que llegan en un lapso de 15 minutos es 10. Si la administración del banco desea saber la probabilidad de que lleguen exactamente cinco automóviles en 15 minutos, x = 5, y se obtiene

$$f(x) = \frac{(e^{-\lambda}\lambda^{x})}{x!}$$

$$f(x) = \frac{(e^{-10}10^{5})}{5!} = 0{,}0378$$

DISTRIBUCIONES DISCRETAS DE PROBABILIDAD

USO DE TABLAS

DISTRIBUCIÓN BINOMIAL

$b(x; n; p)$

		p								
n	*x*	**0.10**	**0.15**	**0.20**	**0.25**	**0.30**	**0.35**	**0.40**	**0.45**	**0.50**
2	0	0.8100	0.7225	0.6400	0.5625	0.4900	0.4225	0.3600	0.3025	0.2500
	1	0.1800	0.2550	0.3200	0.3750	0.4200	0.4550	0.4800	0.4950	0.5000
	2	0.0100	0.0225	0.0400	0.0625	0.0900	0.1225	0.1600	0.2025	0.2500
3	0	0.7290	0.6141	0.5120	0.4219	0.3430	0.2746	0.2160	0.1664	0.1250
	1	0.2430	0.3251	0.3840	0.4219	0.4410	0.4436	0.4320	0.4084	0.3750
	2	0.0270	0.0574	0.0960	0.1406	0.1890	0.2389	0.2880	0.3341	0.3750
	3	0.0010	0.0034	0.0080	0.0156	0.0270	0.0429	0.0640	0.0911	0.1250
4	0	0.6561	0.5220	0.4096	0.3164	0.2401	0.1785	0.1296	0.0915	0.0625
	1	0.2916	0.3685	0.4096	0.4219	0.4116	0.3845	0.3456	0.2995	0.2500
	2	0.0486	0.0975	0.1536	0.2109	0.2646	0.3105	0.3456	0.3675	0.3750
	3	0.0036	0.0115	0.0256	0.0469	0.0756	0.1115	0.1536	0.2005	0.2500
	4	0.0001	0.0005	0.0016	0.0039	0.0081	0.0150	0.0256	0.0410	0.0625

DISTRIBUCIÓN BINOMIAL

- Ejemplo:

Consideremos el experimento de lanzar una moneda tres veces y observar si la cara de la moneda que cae hacia arriba es cara o cruz. Calcular la probabilidad de obtener dos caras

b(x; n; p)

$$b(2;\ 3;\ 0{,}5) = C_2^3\ .\ 0{,}5^2\ .\ 0{,}5^{3-2}$$

$$b(2;\ 3;\ 0{,}5) = \frac{3!}{2!\,(3-2)!}\ .\ 0{,}5^2\ .\ 0{,}5^1$$

$$b(2;\ 3;\ 0{,}5) = 0{,}375$$

DISTRIBUCIÓN BINOMIAL

b(x; n; p)

b(2; 3; 0,5) $= 0{,}375$

		p								
n	*x*	**0.10**	**0.15**	**0.20**	**0.25**	**0.30**	**0.35**	**0.40**	**0.45**	**0.50**
2	0	0.8100	0.7225	0.6400	0.5625	0.4900	0.4225	0.3600	0.3025	0.2500
	1	0.1800	0.2550	0.3200	0.3750	0.4200	0.4550	0.4800	0.4950	0.5000
	2	0.0100	0.0225	0.0400	0.0625	0.0900	0.1225	0.1600	0.2025	0.2500
3	0	0.7290	0.6141	0.5120	0.4219	0.3430	0.2746	0.2160	0.1664	0.1250
	1	0.2430	0.3251	0.3840	0.4219	0.4410	0.4436	0.4320	0.4084	0.3750
	2	0.0270	0.0574	0.0960	0.1406	0.1890	0.2389	0.2880	0.3341	0.3750
	3	0.0010	0.0034	0.0080	0.0156	0.0270	0.0429	0.0640	0.0911	0.1250
4	0	0.6561	0.5220	0.4096	0.3164	0.2401	0.1785	0.1296	0.0915	0.0625
	1	0.2916	0.3685	0.4096	0.4219	0.4116	0.3845	0.3456	0.2995	0.2500
	2	0.0486	0.0975	0.1536	0.2109	0.2646	0.3105	0.3456	0.3675	0.3750
	3	0.0036	0.0115	0.0256	0.0469	0.0756	0.1115	0.1536	0.2005	0.2500
	4	0.0001	0.0005	0.0016	0.0039	0.0081	0.0150	0.0256	0.0410	0.0625

DISTRIBUCIÓN BINOMIAL

Si tengo una bolsa con 2 pelotitas blancas y 8 negras, calcular la probabilidad de obtener **2 bolas negras** al sacar 5 pelotitas (reponiendo la sacada antes de volver a sacar)

$b(x; n; p)=b(2; 5; 0,8)$

$b(x; n; p)=b(n-x; n; q)$

$b(2; 5; 0,8) = b(3; 5; 0,2)$

$b(2; 5; 0,8) = 0,0512$

		p								
n	***x***	**0.10**	**0.15**	**0.20**	**0.25**	**0.30**	**0.35**	**0.40**	**0.45**	**0.50**
5	0	0.5905	0.4437	0.3277	0.2373	0.1681	0.1160	0.0778	0.0503	0.0312
	1	0.3280	0.3915	0.4096	0.3955	0.3602	0.3124	0.2592	0.2059	0.1562
	2	0.0729	0.1382	0.2048	0.2637	0.3087	0.3364	0.3456	0.3369	0.3125
	3	0.0081	0.0244	$\boxed{0.0512}$	0.0879	0.1323	0.1811	0.2304	0.2757	0.3125
	4	0.0004	0.0022	0.0064	0.0146	0.0284	0.0488	0.0768	0.1128	0.1562
	5	0.0000	0.0001	0.0003	0.0010	0.0024	0.0053	0.0102	0.0185	0.0312

DISTRIBUCIÓN BINOMIAL ACUMULADA

B(x; n; p)

1	p	0,01	0,05	0,10	0,20	0,25	0,30	0,40	0,50
n	x								
1	0	0,9900	0,9500	0,9000	0,8000	0,7500	0,7000	0,6000	0,5000
	1	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
2	0	0,9801	0,9025	0,8100	0,6400	0,5625	0,4900	0,3600	0,2500
	1	0,9999	0,9975	0,9900	0,9600	0,9375	0,9100	0,8400	0,7500
	2	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
3	0	0,9703	0,8574	0,7290	0,5120	0,4219	0,3430	0,2160	0,1250
	1	0,9997	0,9928	0,9720	0,8960	0,8438	0,7840	0,6480	0,5000
	2	1,0000	0,9999	0,9990	0,9920	0,9844	0,9730	0,9360	0,8750
	3		1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
4	0	0,9606	0,8145	0,6561	0,4096	0,3164	0,2401	0,1296	0,0625
	1	0,9994	0,9860	0,9477	0,8192	0,7383	0,6517	0,4752	0,3125
	2	1,0000	0,9995	0,9963	0,9728	0,9492	0,9163	0,8208	0,6875
	3		1,0000	0,9999	0,9984	0,9961	0,9919	0,9744	0,9375
	4			1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
5	0	0,9510	0,7738	0,5905	0,3277	0,2373	0,1681	0,0778	0,0313
	1	0,9990	0,9774	0,9185	0,7373	0,6328	0,5282	0,3370	0,1875
	2	1,0000	0,9988	0,9914	0,9421	0,8965	0,8369	0,6826	0,5000
	3		1,0000	0,9995	0,9933	0,9844	0,9692	0,9130	0,8125
	4			1,0000	0,9997	0,9990	0,9976	0,9898	0,9688
	5				1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

Si tengo una bolsa con 2 pelotitas blancas y 8 negras. Calcular la probabilidad de obtener **menos de 2 bolas blancas** al sacar 5 pelotitas (reponiendo la sacada antes de volver a sacar)

B(x; n; p)

B(1; 5; 0,2)

B(1; 5; 0,2)=0,7373

1	p	0,01	0,05	0,10	0,20	0,25	0,30	0,40	0,50
n	x								
1	0	0,9900	0,9500	0,9000	0,8000	0,7500	0,7000	0,6000	0,5000
	1	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
2	0	0,9801	0,9025	0,8100	0,6400	0,5625	0,4900	0,3600	0,2500
	1	0,9999	0,9975	0,9900	0,9600	0,9375	0,9100	0,8400	0,7500
	2	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
3	0	0,9703	0,8574	0,7290	0,5120	0,4219	0,3430	0,2160	0,1250
	1	0,9997	0,9928	0,9720	0,8960	0,8438	0,7840	0,6480	0,5000
	2	1,0000	0,9999	0,9990	0,9920	0,9844	0,9730	0,9360	0,8750
	3		1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
4	0	0,9606	0,8145	0,6561	0,4096	0,3164	0,2401	0,1296	0,0625
	1	0,9994	0,9860	0,9477	0,8192	0,7383	0,6517	0,4752	0,3125
	2	1,0000	0,9995	0,9963	0,9728	0,9492	0,9163	0,8208	0,6875
	3		1,0000	0,9999	0,9984	0,9961	0,9919	0,9744	0,9375
	4			1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
5	0	0,9510	0,7738	0,5905	0,3277	0,2373	0,1681	0,0778	0,0313
	1	0,9990	0,9774	0,9185	0,7373	0,6328	0,5282	0,3370	0,1875
	2	1,0000	0,9988	0,9914	0,9421	0,8965	0,8369	0,6826	0,5000
	3		1,0000	0,9995	0,9933	0,9844	0,9692	0,9130	0,8125
	4			1,0000	0,9997	0,9990	0,9976	0,9898	0,9688
	5				1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

Si tengo una bolsa con 2 pelotitas blancas y 8 negras. Calcular la probabilidad de obtener **mas de 2 bolas negras** al sacar 5 pelotitas (reponiendo la sacada antes de volver a sacar)

B(x; n; p)

1− B(2; 5; 0,8)=B(2;5;0,2)

1−B(2; 5; 0,8)=0,9421

1	p	0,01	0,05	0,10	0,20	0,25	0,30	0,40	0,50
n	x								
1	0	0,9900	0,9500	0,9000	0,8000	0,7500	0,7000	0,6000	0,5000
	1	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
2	0	0,9801	0,9025	0,8100	0,6400	0,5625	0,4900	0,3600	0,2500
	1	0,9999	0,9975	0,9900	0,9600	0,9375	0,9100	0,8400	0,7500
	2	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
3	0	0,9703	0,8574	0,7290	0,5120	0,4219	0,3430	0,2160	0,1250
	1	0,9997	0,9928	0,9720	0,8960	0,8438	0,7840	0,6480	0,5000
	2	1,0000	0,9999	0,9990	0,9920	0,9844	0,9730	0,9360	0,8750
	3		1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
4	0	0,9606	0,8145	0,6561	0,4096	0,3164	0,2401	0,1296	0,0625
	1	0,9994	0,9860	0,9477	0,8192	0,7383	0,6517	0,4752	0,3125
	2	1,0000	0,9995	0,9963	0,9728	0,9492	0,9163	0,8208	0,6875
	3		1,0000	0,9999	0,9984	0,9961	0,9919	0,9744	0,9375
	4			1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
5	0	0,9510	0,7738	0,5905	0,3277	0,2373	0,1681	0,0778	0,0313
	1	0,9990	0,9774	0,9185	0,7373	0,6328	0,5282	0,3370	0,1875
	2	1,0000	0,9988	0,9914	$\boxed{0,9421}$	0,8965	0,8369	0,6826	0,5000
	3		1,0000	0,9995	0,9933	0,9844	0,9692	0,9130	0,8125
	4			1,0000	0,9997	0,9990	0,9976	0,9898	0,9688
	5				1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

DISTRIBUCIÓN DE POISSON

$p\ (x, \lambda)$

	λ									
x	**0.1**	**0.2**	**0.3**	**0.4**	**0.5**	**0.6**	**0.7**	**0.8**	**0.9**	**1.0**
0	0.9048	0.8187	0.7408	0.6703	0.6065	0.5488	0.4966	0.4493	0.4066	0.3679
1	0.0905	0.1637	0.2222	0.2681	0.3033	0.3293	0.3476	0.3595	0.3659	0.3679
2	0.0045	0.0164	0.0333	0.0536	0.0758	0.0988	0.1217	0.1438	0.1647	0.1839
3	0.0002	0.0011	0.0033	0.0072	0.0126	0.0198	0.0284	0.0383	0.0494	0.0613
4	0.0000	0.0001	0.0002	0.0007	0.0016	0.0030	0.0050	0.0077	0.0111	0.0153
5	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0002	0.0004	0.0007	0.0012	0.0020	0.0031
6	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0002	0.0003	0.0005
7	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001

Supongamos que desea saber el número de personas que van, en un lapso de 15 minutos, a un cajero automático de un banco. En un análisis de datos pasados encuentra que el número promedio de personas que llegan en un lapso de 15 minutos es 10. ¿Cuál es la probabilidad de que en los próximos 15 minutos vayan 5 personas?

$$p(x,\lambda) = \frac{(e^{-\lambda}\lambda^{x})}{x!}$$

$$p(5,10) = \frac{(e^{-10}10^{5})}{5!} = 0{,}0378$$

	λ									
x	**9.1**	**9.2**	**9.3**	**9.4**	**9.5**	**9.6**	**9.7**	**9.8**	**9.9**	**10**
0	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0000
1	0.0010	0.0009	0.0009	0.0008	0.0007	0.0007	0.0006	0.0005	0.0005	0.0005
2	0.0046	0.0043	0.0040	0.0037	0.0034	0.0031	0.0029	0.0027	0.0025	0.0023
3	0.0140	0.0131	0.0123	0.0115	0.0107	0.0100	0.0093	0.0087	0.0081	0.0076
4	0.0319	0.0302	0.0285	0.0269	0.0254	0.0240	0.0226	0.0213	0.0201	0.0189
5	0.0581	0.0555	0.0530	0.0506	0.0483	0.0460	0.0439	0.0418	0.0398	$\boxed{0.0378}$
6	0.0881	0.0851	0.0822	0.0793	0.0764	0.0736	0.0709	0.0682	0.0656	0.0631
7	0.1145	0.1118	0.1091	0.1064	0.1037	0.1010	0.0982	0.0955	0.0928	0.0901
8	0.1302	0.1286	0.1269	0.1251	0.1232	0.1212	0.1191	0.1170	0.1148	0.1126
9	0.1317	0.1315	0.1311	0.1306	0.1300	0.1293	0.1284	0.1274	0.1263	0.1251

DISTRIBUCIÓN DE POISSON ACUMULADA

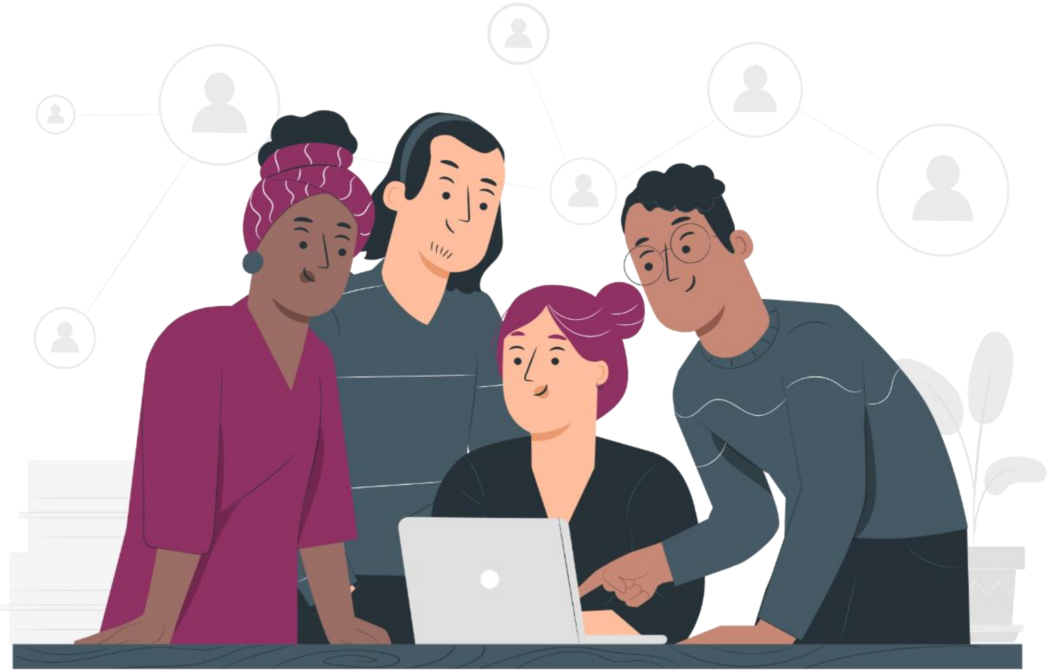
$P(x,\lambda)$

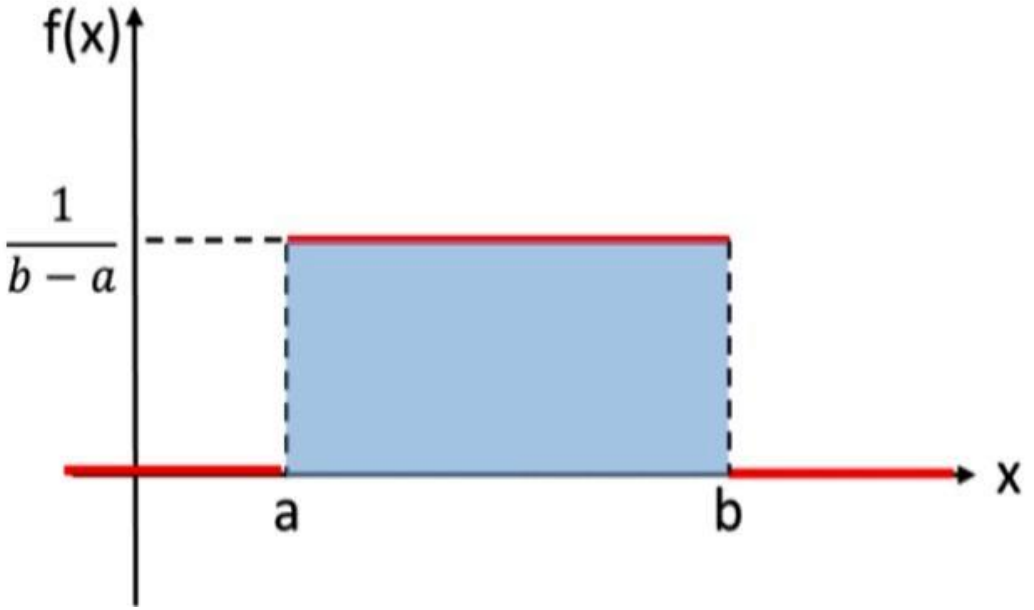
$\lambda = \mu$	4,5	5	5,5	6	6,5	7	7,5	8	8,5	9
x										
0	0,0111	0,0067	0,0041	0,0025	0,0015	0,0009	0,0006	0,0003	0,0002	0,0001
1	0,0611	0,0404	0,0266	0,0174	0,0113	0,0073	0,0047	0,0030	0,0019	0,0012
2	0,1736	0,1247	0,0884	0,0620	0,0430	0,0296	0,0203	0,0138	0,0093	0,0062
3	0,3423	0,2650	0,2017	0,1512	0,1118	0,0818	0,0591	0,0424	0,0301	0,0212
4	0,5321	0,4405	0,3575	0,2851	0,2237	0,1730	0,1321	0,0996	0,0744	0,0550
5	0,7029	0,6160	0,5289	0,4457	0,3690	0,3007	0,2414	0,1912	0,1496	0,1157
6	0,8311	0,7622	0,6860	0,6063	0,5265	0,4497	0,3782	0,3134	0,2562	0,2068
7	0,9134	0,8666	0,8095	0,7440	0,6728	0,5987	0,5246	0,4530	0,3856	0,3239
8	0,9597	0,9319	0,8944	0,8472	0,7916	0,7291	0,6620	0,5925	0,5231	0,4557
9	0,9829	0,9682	0,9462	0,9161	0,8774	0,8305	0,7764	0,7166	0,6530	0,5874
10	0,9933	0,9863	0,9747	0,9574	0,9332	0,9015	0,8622	0,8159	0,7634	0,7060
11	0,9976	0,9945	0,9890	0,9799	0,9661	0,9467	0,9208	0,8881	0,8487	0,8030
12	0,9992	0,9980	0,9955	0,9912	0,9840	0,9730	0,9573	0,9362	0,9091	0,8758
13	0,9997	0,9993	0,9983	0,9964	0,9929	0,9872	0,9784	0,9658	0,9486	0,9261
14	0,9999	0,9998	0,9994	0,9986	0,9970	0,9943	0,9897	0,9827	0,9726	0,9585
15	1,0000	0,9999	0,9998	0,9995	0,9988	0,9976	0,9954	0,9918	0,9862	0,9780
16		1,0000	0,9999	0,9998	0,9996	0,9990	0,9980	0,9963	0,9934	0,9889
17			1,0000	0,9999	0,9998	0,9996	0,9992	0,9984	0,9970	0,9947
18				1,0000	0,9999	0,9999	0,9997	0,9993	0,9987	0,9976
19					1,0000	1,0000	0,9999	0,9997	0,9995	0,9989
20							1,0000	0,9999	0,9998	0,9996
21								1,0000	0,9999	0,9998
22									1,0000	0,9999
23										1,0000
24										

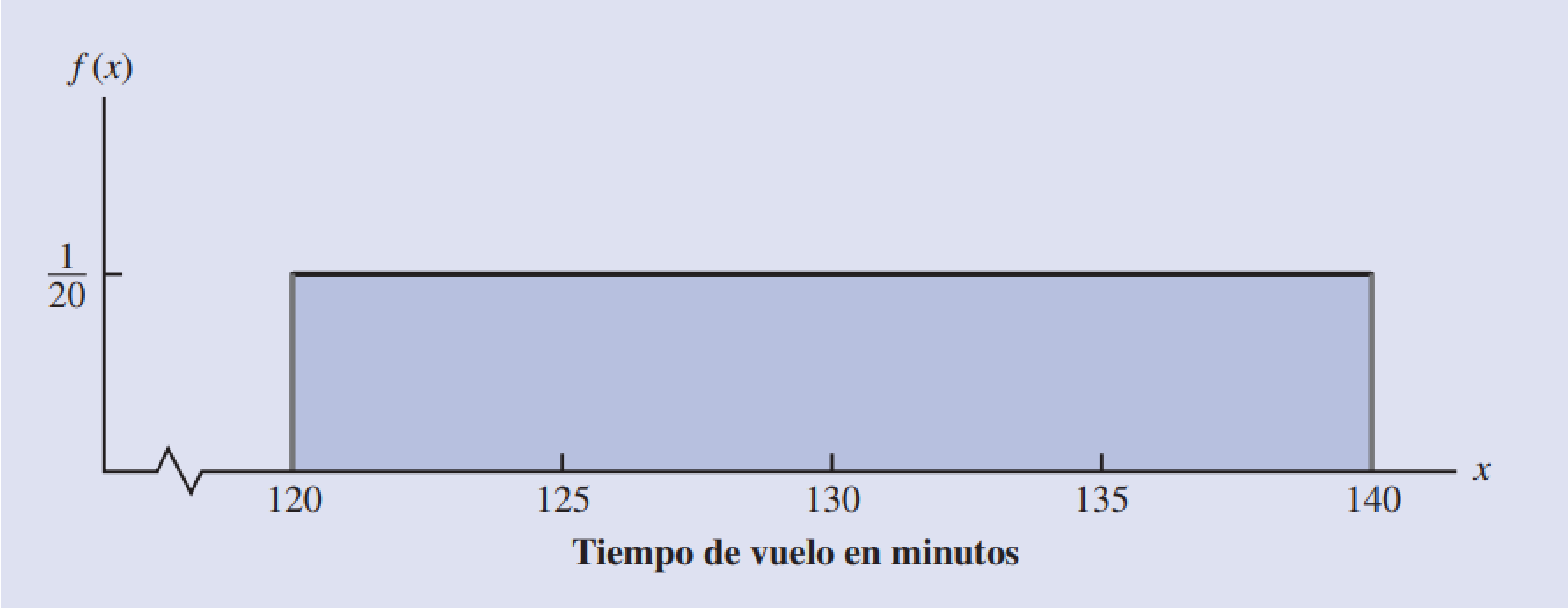
DISTRIBUCIONES CONTINUAS DE PROBABILIDAD

DISTRIBUCIÓN UNIFORME

Es la más simple de todas las distribuciones continuas de probabilidad. Se caracteriza por una función de densidad que es "plana", y por ello la probabilidad es uniforme en un intervalo cerrado.

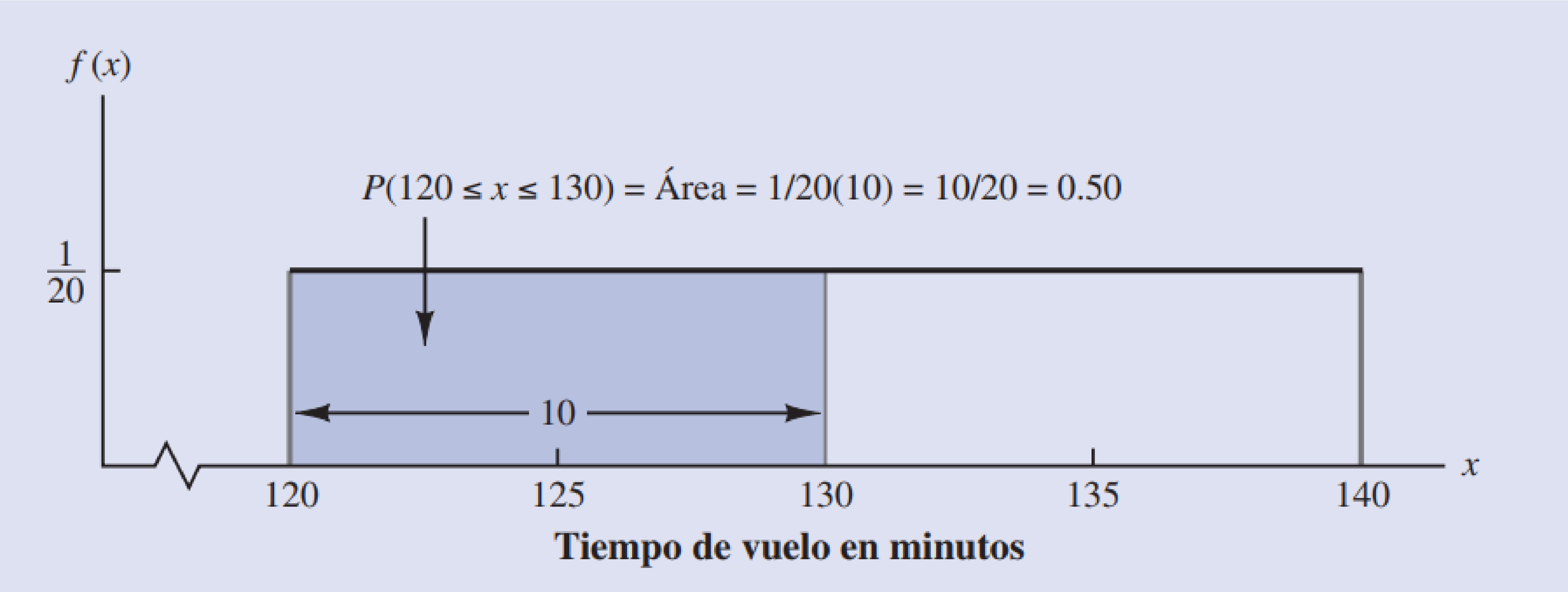






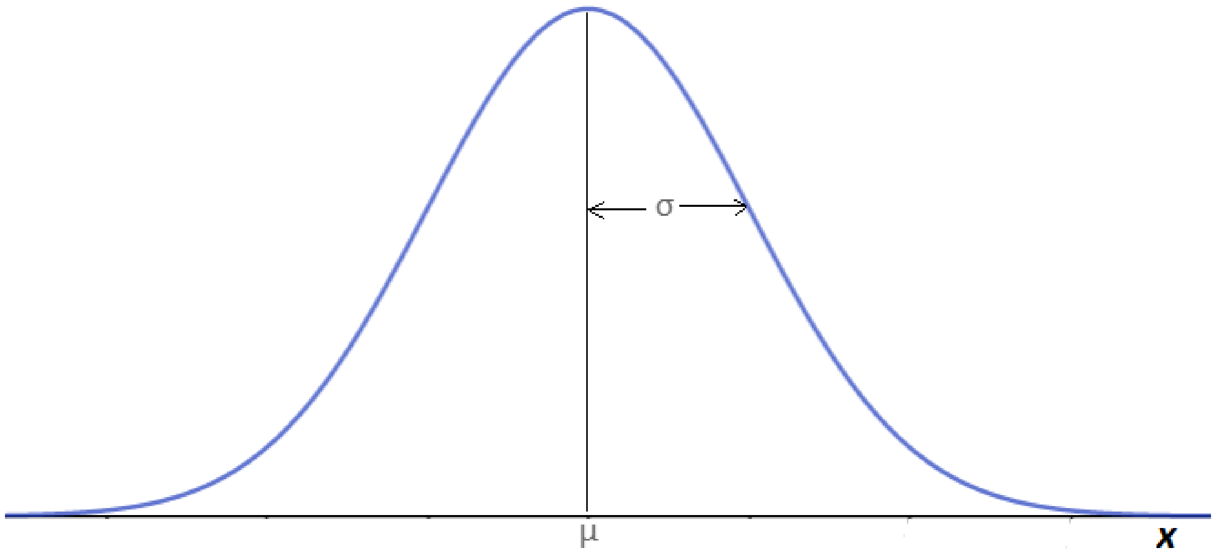
DISTRIBUCIÓN UNIFORME

Considere una variable aleatoria x que representa el tiempo de vuelo de un avión que viaja de Chicago a Nueva York. Suponga que el tiempo de vuelo es cualquier valor en el intervalo de 120 minutos a 140 minutos. Si cada intervalo de 1 minuto es igual de probable, se dice que la variable aleatoria x tiene una distribución de probabilidad uniforme


f (x)
P(120 ≤ x ≤ 130) = Área = 1/20(10) = 10/20 = 0.50
1/20
10
120
125
130
135
140
x
Tiempo de vuelo en minutos

DISTRIBUCIÓN NORMAL

La distribución normal presenta un valor de máxima frecuencia n, a partir del cual, decae hacia ambos lados con una simetría perfecta. Esta simetría hace que a valores situados a igual distancia del valor modal por izquierda y por derecha de la distribución, les corresponde la misma probabilidad



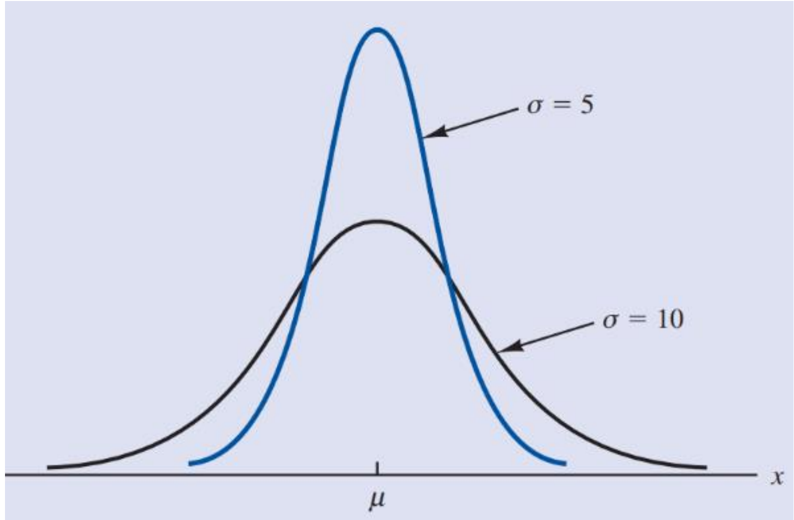
CARACTERÍSTICAS DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL

1. Toda la familia de distribuciones normales se diferencia por medio de dos parámetros: la media μ y la desviación estándar σ.

2. El punto más alto de una curva normal se encuentra sobre la media, la cual coincide con la mediana y la moda.

3. La distribución normal es simétrica, las colas de la curva normal se extienden al infinito en ambas direcciones y jamás tocan el eje horizontal.

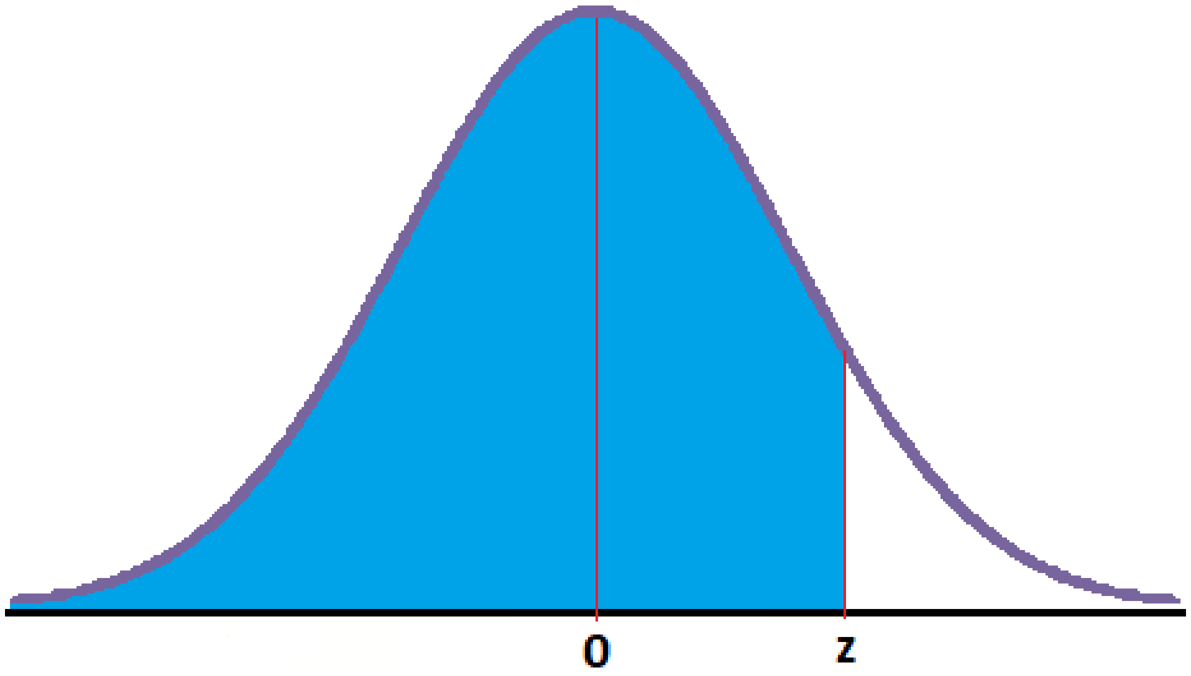
4. La desviación estándar determina qué tan plana y ancha es la curva normal. Desviaciones estándar grandes corresponden a curvas más planas y más anchas, lo cual indica mayor variabilidad en los datos



5. Las probabilidades correspondientes a la variable aleatoria normal se dan mediante áreas bajo la curva normal. Toda el área bajo la curva de una distribución normal es 1.

DISTRIBUCIÓN NORMAL ESTÁNDAR

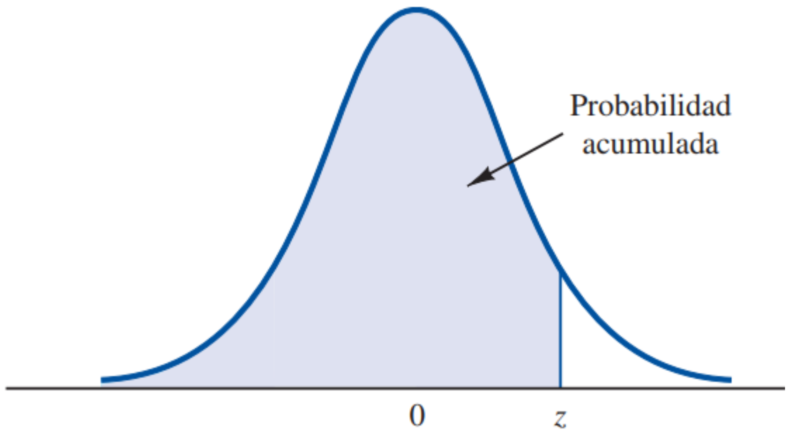
Una variable aleatoria que tiene una distribución normal con una media cero y desviación estándar de uno tiene una distribución normal estándar. Para designar esta variable aleatoria normal se suele usar la letra z



Para estandarizar

$$Zi = \frac{(xi - \mu)}{\sigma}$$

DISTRIBUCIÓN NORMAL ESTÁNDAR



Segundo decimal de z

Entero y primer decimal de z

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879

Probabilidad desde $-\infty$ a z

DISTRIBUCIÓN NORMAL ESTÁNDAR

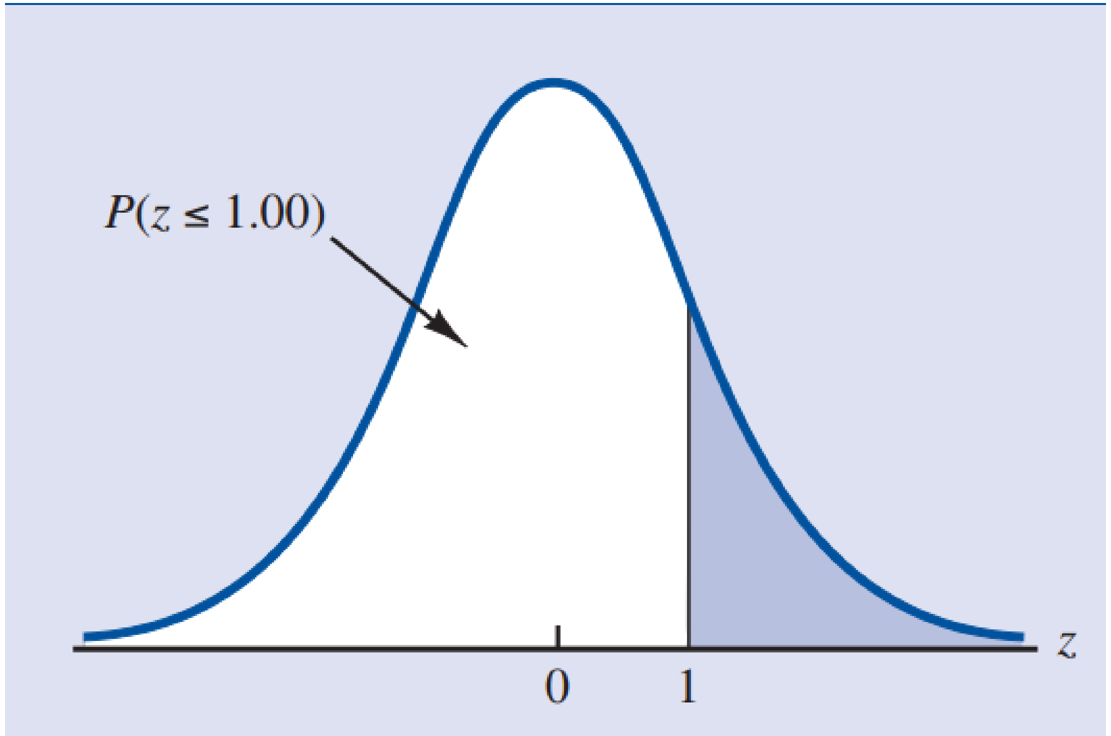
Los tres tipos de probabilidades que se necesitan calcular son:

1. La probabilidad de que la variable aleatoria normal estándar z sea menor o igual que un valor dado
2. La probabilidad de que z esté entre dos valores dados
3. La probabilidad de que z sea mayor o igual que un valor dado.

Para calcular la probabilidad de que z sea menor o igual a 1.00; es decir

P(z ≤ 1.00)

Esta probabilidad acumulada es el área bajo la curva normal a la izquierda de z=1.00



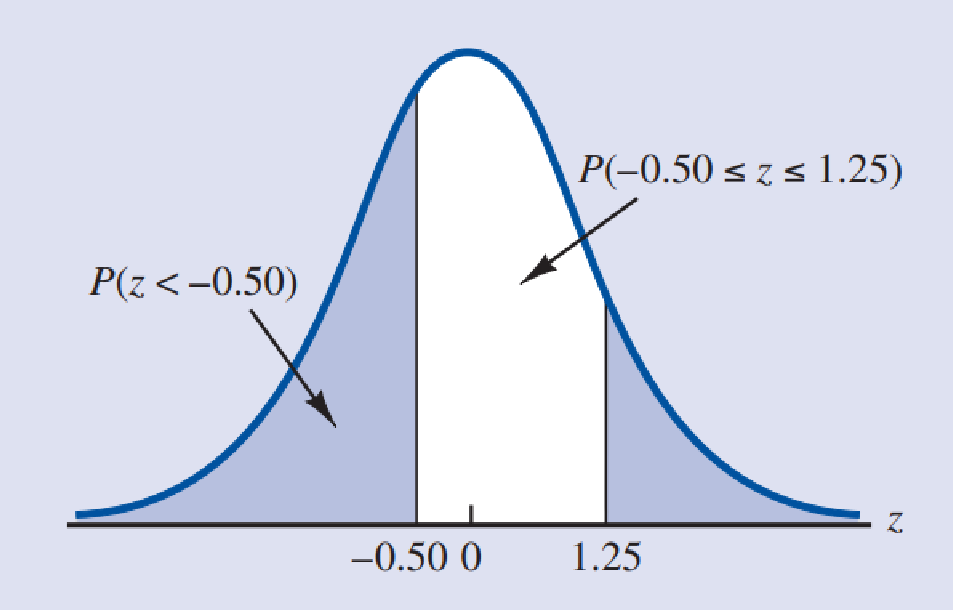
z	0.00	0.01	0.02
.			
.			
.			
0.9	0.8159	0.8186	0.8212
1.0	$\boxed{\mathbf{0.8413}}$	0.8438	0.8461
1.1	0.8643	0.8665	0.8686
1.2	0.8849	0.8869	0.8888
.			
.			
.			

$P(z \leq 1.00)$

Para calcular la probabilidad de que z esté en el intervalo entre -0.50 y 1.25; esto es:

$P(-0.50 \leq z \leq 1.25)$.

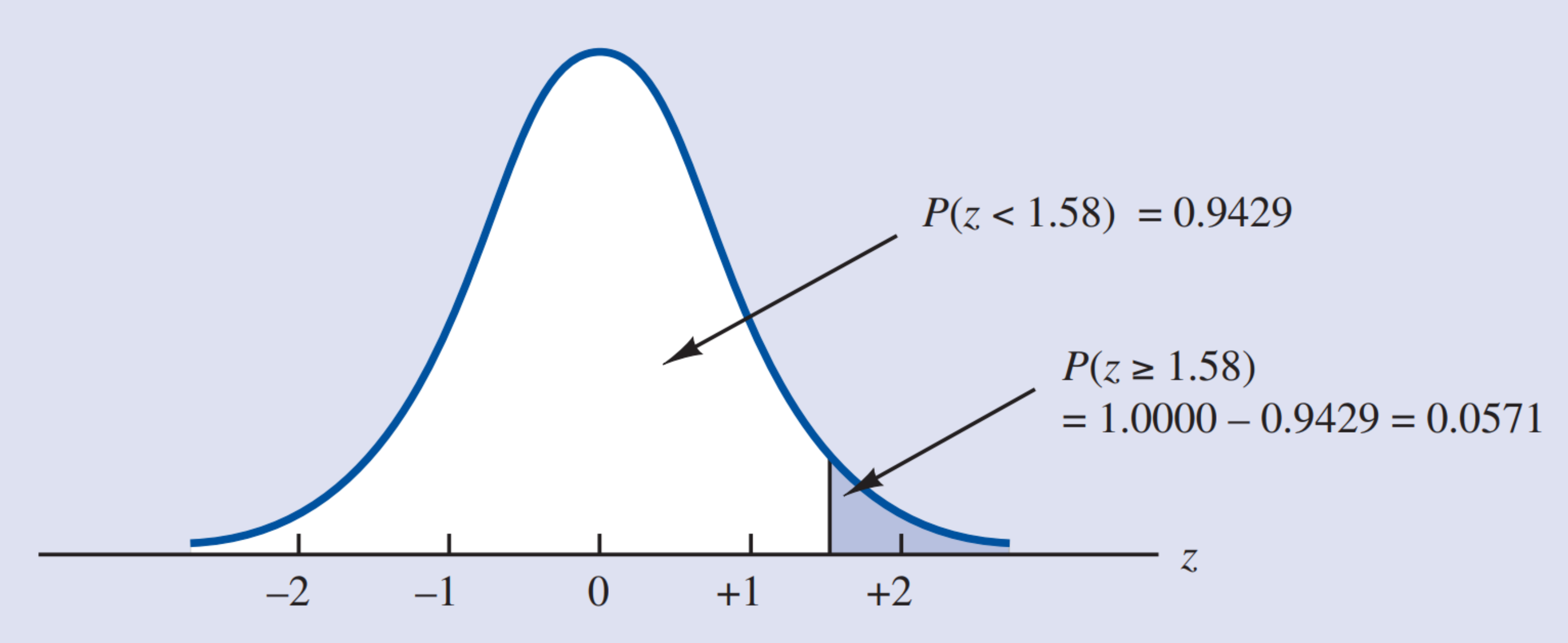
z	**0.00**	**0.01**	**0.02**	**0.03**	**0.04**	**0.05**
−0.9	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711
−0.8	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977
−0.7	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266
−0.6	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578
−0.5	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265



$P(-0.50 \leq z \leq 1.25) = 0{,}8944 - 0{,}3085$

Para calcular la probabilidad de tener un valor z por lo menos igual a 1.58; es decir: P(z ≥1.58)

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767



APROXIMACIÓN NORMAL DE LA BINOMIAL

- Aproximación normal de la binomial

$$z = \frac{x - np}{\sqrt{npq}}$$

- Aproximación normal a Poisson

$$z = \frac{x - \lambda}{\sqrt{\lambda}}$$

- Distribución t de Student

Es una distribución de probabilidad que surge del problema de estimar la media de una población normalmente distribuida cuando el tamaño de la muestra es pequeño

- Distribución Chi cuadrado

Tiene muchas aplicaciones en inferencia estadística. La mas conocida es la denominada prueba X^2 utilizada como prueba de independencia y como prueba de bondad de ajuste y en la estimación de varianza

- Distribución F

Usada en teoría de probabilidad y estadística, la distribución F es una distribución de probabilidad continua utilizada para análisis de Varianza. También se le conoce como distribución F de Snedecor (por George Snedecor) o como distribución F de Fisher – Snedecor.

- Distribución exponencial

A pesar de que la distribución Normal puede utilizarse para resolver muchos problemas en ingeniería y ciencias, existen aún numerosas situaciones que requieren diferentes tipos de funciones de densidad, tales como exponencial