

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL

ASIGNATURA: PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

PROFESOR: Ing. O. Del Soldato

AÑO: 2011

PROGRAMA ANALÍTICO

UNIDAD I : ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA.

Estadística moderna. Conceptos básicos. Distribuciones de frecuencia. Gráficas. Medidas descriptivas. Media, mediana, moda. Otras medidas de centralización. Cuartiles. Medidas de dispersión. Rango, desvío estándar. Cálculo de la media y la varianza muestral. Diagramas de caja.

UNIDAD II : PROBABILIDAD.

Espacios muestrales y eventos. Recuento y enumeración. Principio de adición y de multiplicación. Métodos de recuento. Probabilidad. Axiomas. Teoremas. Probabilidad condicional. Independencia. Teorema de la probabilidad total. Teorema de Bayes.

UNIDAD III : DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD.

Variables aleatorias. Media y varianza de una distribución de probabilidad. Distribución binomial. Distribución hipergeométrica. Distribución de Poisson. Distribución geométrica. Distribución de Pascal. Distribución multinomial. Distribución hipergeométrica multivariada. Distribuciones de probabilidad conjuntas. Distribuciones de probabilidad marginal y condicional. Covarianza. Correlación. Desigualdad de Chebycheff. Variables aleatorias continuas. Densidad de probabilidad. Media y varianza. Distribución uniforme. Distribución normal. Aproximación a la binomial. Distribución log-normal. Distribución exponencial. Distribución de Weibull. Densidades de probabilidad conjuntas.

UNIDAD IV : DISTRIBUCIONES MUESTRALES. ESTIMACIÓN.

Poblaciones y muestras. Distribución muestral de la media: varianza conocida y desconocida. Distribución muestral de la varianza. Estimación puntual. Estimación por intervalos. Estimación Bayesiana. Intervalos de confianza. Intervalo de confianza para una media normal. Intervalo de confianza para suma y diferencia de medias. Intervalo de confianza para proporciones. Intervalo de confianza para suma y diferencia de proporciones. Intervalo de confianza para una varianza. Intervalo de confianza para la relación entre dos varianzas.

UNIDAD V : PRUEBAS DE HIPÓTESIS.

Decisiones estadísticas. Hipótesis nula y pruebas de significancia. Hipótesis alternativa. Ensayos unilaterales y bilaterales. Errores tipo I y tipo II. Hipótesis relativa a una media. Curva característica de operación. Hipótesis relativa a suma y diferencia de medias. Hipótesis relativa a proporciones. Hipótesis relativa a suma y diferencia de proporciones. Hipótesis relativa a varias proporciones. Hipótesis relativa a una varianza. Hipótesis relativa a dos varianzas. Hipótesis relativa a independencia u homogeneidad. Tablas de contingencia. Bondad de ajuste.

UNIDAD VI : AJUSTE DE CURVAS.

Diagrama de dispersión. Método de mínimos cuadrados. Inferencias basadas en el método de mínimos cuadrados. Regresión lineal. Regresión exponencial. Correlación.

UNIDAD VII : APLICACIONES AL CONTROL DE CALIDAD Y A LA CONFIABILIDAD.

Control de calidad. Diagramas de control para mediciones. Diagrama de control para atributos. Límites de tolerancia. Muestreo de aceptación. Confiabilidad. Distribución del tiempo de falla. Confiabilidad para sistemas serie y paralelo. El modelo exponencial en la confiabilidad.

BIBLIOGRAFÍA

- Probabilidad y Estadística para Ingenieros. Miller, Freund y Johnson. Editorial Prentice-Hall.
- Probabilidad y Estadística. Walpole y Myers. Editorial McGraw-Hill.

Distribuciones de Probabilidad

Binomial: $b(x; n, p) = {}_n C_x p^x q^{n-x} \quad E(X) = n p \quad V(X) = n p q$

Multinomial: $\frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!} p_1^{n_1} p_2^{n_2} \dots p_k^{n_k} \quad E(X_k) = n p_k \quad V(X_k) = n p_k (1 - p_k)$

Geométrica: $g(x; p) = p q^{x-1} \quad E(X) = \frac{1}{p} \quad V(X) = \frac{q}{p^2} \quad G(n; p) = \sum_{x=1}^n g(x; p) = 1 - q^n$

Pascal: $b^*(x; k, p) = {}_{x-1} C_{k-1} p^k q^{x-k} \quad E(X) = \frac{k}{p} \quad V(X) = \frac{k q}{p^2}$

Hipergeométrica: $h(x; n, a, N) = \frac{{}_a C_x {}_{N-a} C_{n-x}}{{}_N C_n} \quad E(X) = n \frac{a}{N} \quad V(X) = n \frac{a}{N} \frac{N-a}{N} \frac{N-n}{N-1}$

Poisson: $P(x; \lambda) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} \quad E(X) = \lambda \quad V(X) = \lambda$

Exponencial: $f(x) = \alpha e^{-\alpha x} \quad \alpha > 0 \quad x > 0 \quad E(X) = \frac{1}{\alpha} \quad V(X) = \frac{1}{\alpha^2}$
 $P(a < X < b) = e^{-\alpha a} - e^{-\alpha b}$

Intervalos de confianza:

Medias normales: $\bar{X} - z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad \text{varianza conocida}$

$$\bar{X} - t_{\alpha/2, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + t_{\alpha/2, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}} \quad \text{varianza desconocida}$$

Proporciones: $\hat{p} - z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p} \hat{q}}{n}} < p < \hat{p} + z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p} \hat{q}}{n}} \quad \text{muestras grandes}$

Varianza: $\frac{(n-1) s^2}{X_{\alpha/2, n-1}^2} < \sigma^2 < \frac{(n-1) s^2}{X_{1-\alpha/2, n-1}^2} \quad \text{poblaciones normales}$

UNIDAD I

Ejercicio 1. En un estudio de dos semanas sobre la productividad de los trabajadores de una empresa, se obtuvieron los siguientes datos sobre el número total de piezas aceptables que produjeron 100 operarios.

65	36	49	84	79	56	38	43	67	36
43	78	37	40	68	72	55	62	22	82
88	50	60	56	57	46	39	57	73	65
59	48	76	74	70	51	40	75	56	45
35	62	58	49	76	28	53	43	42	51
76	81	93	41	57	69	61	53	57	46
77	87	67	66	43	62	59	53	44	37
73	51	59	46	64	53	72	37	36	29
46	40	80	37	70	64	50	27	33	41
41	75	84	52	60	47	64	45	65	71

Agrupe estos datos en las clases 20-29, 30-39, ... 80-89 y

- obtenga una tabla de frecuencias,
- construya un histograma de frecuencias y una ojiva,
- obtenga la media, mediana, moda, rango, primer y tercer cuartil, varianza y desvío estándar,
- construya un diagrama de caja.

Ejercicio 2. La siguiente tabla da la distribución de artículos defectuosos encontrados en 404 lotes de artículos manufacturados. Halle la media, mediana, moda, varianza y desvío estándar del número de defectos por lote. Construya un histograma.

No. de art. defect.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
No. de lotes	53	110	82	58	35	20	18	12	9	7

Ejercicio 3. Si un profesor considera que la nota obtenida en el examen final vale cuatro veces el valor que tiene cada uno de los tres parciales tomados durante el año, indique qué promedio le corresponderá a los alumnos siguientes:

- Alumno A : Parciales: 7 ; 8 ; 6 Final : 8
- Alumno B: Parciales: 4 ; 7 ; 5 Final : 7

Ejercicio 4. Desde 1990 al 2000 el costo de la alimentación creció en el 23%, la vivienda en un 18%, el transporte 31%, la salud y demás gastos en un 17%. Suponiendo que una familia gasta el 28% de sus ingresos en alimentación, el 22% en vivienda, el 12% en transporte y el 14% en los demás gastos, ¿en cuánto aumentaron porcentualmente sus gastos?

Ejercicio 5. Un automóvil recorre 100 Km. a una velocidad constante de 80 Km/h. Los siguientes 100 Km. los hace a 100 Km/h. ¿Cuál ha sido su velocidad media?

UNIDAD II

Ejercicio 1. Sean A, B y C tres sucesos asociados con un experimento. Expresé las siguientes proposiciones en notación de conjuntos:

- al menos uno de los sucesos ocurre,
- exactamente uno de los sucesos ocurre,
- exactamente dos sucesos ocurren,
- no ocurren más de dos sucesos simultáneamente.

Ejercicio 2. Un producto se arma en tres etapas. En la primera etapa hay 5 líneas de armado, 4 en la segunda y 3 en la tercera. ¿De cuántas maneras puede moverse el producto por el proceso de armado?

Ejercicio 3. Hay 12 maneras en las cuales un producto puede tener un pequeño defecto y 10 maneras de tener un defecto grande. ¿De cuántas maneras puede un producto tener un defecto menor y otro mayor? ¿2 defectos mayores y 2 menores?

Ejercicio 4. Un alumno puede estudiar para un examen 0, 1 o 2 horas diarias durante cuatro días consecutivos. Construya un diagrama en árbol para mostrar que existen 10 maneras en las cuales puede estudiar un total de seis horas para el examen.

Ejercicio 5. Un cuestionario consta de 8 preguntas, cada una de las cuales tiene tres alternativas como respuesta. ¿Cuántas formas diferentes hay de llenar el formulario?

Ejercicio 6. De cuántas maneras diferentes pueden contestarse 10 preguntas de cierto/falso?

Ejercicio 7. Si una prueba de selección múltiple consta de 5 preguntas, cada una con 4 posibles respuestas, de las cuales sólo una es correcta,

- a) ¿de cuántas formas diferentes puede un estudiante elegir una respuesta a cada pregunta?
- b) ¿de cuántas formas diferentes puede un estudiante elegir una respuesta a cada pregunta y tener todas las respuestas equivocadas?

Ejercicio 8. ¿De cuántas formas diferentes pueden ordenarse las letras de la palabra columna? ¿cuántas de entre estas comienzan con m?

Ejercicio 9. a) ¿De cuántas maneras diferentes pueden 6 personas subir en fila a un colectivo?

- b) Si 3 de ellas insisten en seguirse una a la otra ¿de cuántas formas es esto posible?
- c) Si 2 personas rehúsan a seguirse una a la otra ¿cuántas maneras diferentes hay?

Ejercicio 10. Empleando los números 0, 1, 2, 3, 4, 5 y 6 sin repetirlos,

- a) ¿cuántos números de 3 dígitos pueden formarse?
- b) ¿cuántos de estos son impares?
- c) ¿cuántos son mayores de 330?

Ejercicio 11. Cuatro matrimonios compraron 8 butacas para un teatro. ¿De cuántas maneras diferentes pueden ubicarse

- a) sin restricciones?
- b) si se sientan por parejas?
- c) si todos los hombres se sientan juntos a la derecha de todas las mujeres?

Ejercicio 12. Un equipo de básquet cuenta con 8 jugadores. ¿Cuántos equipos diferentes pueden comenzar el partido si cada jugador puede jugar en cualquier puesto?

Ejercicio 13. Una lotería consta de 50 números. ¿De cuántas maneras diferentes pueden salir los tres primeros premios?

Ejercicio 14. Nueve personas salen de viaje en 3 vehículos con capacidad para 2, 4 y 5 personas respectivamente. ¿En cuántas formas pueden las 9 personas efectuar el viaje, empleando los tres vehículos?

Ejercicio 15. Una caja contiene 12 pilas eléctricas, de las cuales 2 son defectuosas. ¿De cuántas maneras diferentes puede una persona sacar 3 pilas y obtener

- a) ninguna defectuosa?
- b) una defectuosa?
- c) dos defectuosas?

Ejercicio 16. Si se extrae una carta al azar de un mazo de 52, halle la probabilidad de sacar:

- a) un rey rojo, b) una carta negra, c) un 3, 4, 5 ó 6,
- d) un corazón un trébol o un siete.

Ejercicio 17. Al lanzar un par de dados equilibrados, halle la probabilidad de obtener:

- a) 7 b) 11 c) 7 ó 11 d) 2, 3 ó 12.

Ejercicio 18. Un cargamento de 100 lavarropas contiene 4 defectuosos. Se eligen 10 lavarropas al azar (sin reposición) y se clasifican. Halle la probabilidad:

- a) de que se encuentren exactamente dos defectuosos,

- b) de que se encuentren al menos dos defectuosos.

Ejercicio 19. Si los sucesos A y B son mutuamente excluyentes con $P(A) = 0,29$ y $P(B) = 0,43$ encuentre:

- a) $P(A')$ b) $P(A \cup B)$ c) $P(A \cap B')$ d) $P(A' \cap B')$

Ejercicio 20. La probabilidad de que un automovilista que se detiene en una Estación de Servicio solicite la revisión de los neumáticos es de 0,12; de que pida la verificación del aceite es de 0,29, y la probabilidad de que solicite ambas es de 0,07.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que el próximo automovilista que se detenga pida una revisión de neumáticos ó de aceite?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que no solicite revisión alguna?

Ejercicio 21. Suponiendo que A y B son dos sucesos independientes con $P(A) = 0,2$ y $P(B) = 0,3$, ¿cuál es la probabilidad de que:

- a) ambos ocurran?
b) al menos uno ocurra?
c) exactamente uno ocurra?
d) ninguno ocurra?

Ejercicio 22. Si $P(A) = 0,35$, $P(B) = 0,73$ y $P(A \cap B) = 0,14$, calcule las probabilidades de:

- a) $P(A \cup B)$ b) $P(A' \cap B)$ c) $P(A \cap B')$ d) $P(A' \cup B')$

Ejercicio 23. Se define la **posibilidad** de un suceso A, cuya probabilidad de ocurrencia es $P(A) = p$ mediante el cociente: $p/(1 - p)$. Comúnmente las posibilidades se dan como un cociente entre dos números naturales primos entre sí, y si es más probable que el suceso no ocurra en lugar de que sí ocurra, se acostumbra dar la posibilidad de que no ocurra en lugar de la que sí ocurra. ¿Cuáles son las posibilidades a favor o en contra de la ocurrencia de los sucesos cuyas probabilidades son:

- a) $4/7$ b) 0,05 c) 0,8 ?

Ejercicio 24. Aplique la definición del ejercicio anterior para demostrar que si la posibilidad del suceso A es de a/b (a y b son ambos números naturales), entonces la probabilidad se calcula mediante $p = a/(a + b)$.

Ejercicio 25. Un grupo de 18 personas está formado por: 9 hombres de los cuales 5 son mayores de 21 años, y 9 mujeres, 6 de ellas mayores de 21. Se elige una persona al azar. Se definen los siguientes sucesos: $A = \{\text{la persona es mayor de 21}\}$, $B = \{\text{la persona no es mayor de 21}\}$, $C = \{\text{la persona es hombre}\}$, $D = \{\text{la persona es mujer}\}$. Evalúe las siguientes probabilidades:

- a) $P(A \cup C)$ b) $P(B \cup D)$ c) $P(A' \cap B)$

Ejercicio 26. Un sistema está formado por dos componentes A y B. La probabilidad de que solamente A falle es de 0,3, mientras que la probabilidad de que B no falle es de 0,5. Si la probabilidad de que ambos fallen simultáneamente es de 0,15, halle la probabilidad:

- a) de que falle alguno de los dos,
b) de que solamente falle B,
c) de que ninguno falle.

Ejercicio 27. Dos elementos defectuosos se confunden con dos buenos. Los elementos se prueban, uno por uno, hasta encontrar los dos defectuosos.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de sacar el segundo elemento defectuoso en la segunda extracción?
b) ¿Cuál es la probabilidad de sacar el segundo elemento defectuoso en la tercera extracción?
c) ¿Cuál es la probabilidad de sacar el segundo elemento defectuoso en la cuarta extracción?

Ejercicio 28. Una caja contiene 4 lámparas falladas y 6 buenas. Se sacan al azar dos simultáneamente. Se prueba una de ellas y se encuentra que es buena, ¿cuál es la probabilidad que la otra funcione? ¿cuál es la probabilidad de que no funcione?

Ejercicio 29. Veinte artículos, 12 de los cuales son defectuosos y 8 no defectuosos, se inspeccionan uno después de otro. Si esos artículos se eligen al azar ¿cuál es la probabilidad de que:

- a) los dos primeros artículos inspeccionados sean defectuosos?

- b) los dos primeros artículos inspeccionados sean no defectuosos?
- c) Entre los dos primeros artículos inspeccionados haya uno defectuoso y el otro no defectuoso?

Ejercicio 30. En la fabricación de cierto artículo se presenta un primer tipo de defecto con una probabilidad de 0,1 y defectos de un segundo tipo con probabilidad de 0,05. Suponiendo que existe independencia entre ambos tipos de defectos, ¿cuál es la probabilidad de que:

- a) un artículo no tenga ambos tipos de defecto?
- b) un artículo sea defectuoso?
- c) suponiendo que un artículo sea defectuoso, tenga un sólo tipo de defecto?
- d) que no tenga defectos?

Ejercicio 31. La probabilidad de que un médico diagnostique correctamente una enfermedad en particular es de 0,7. Si en cambio, realiza un diagnóstico incorrecto, la probabilidad de que el paciente le haga una demanda es de 0,9. ¿Cuál es la probabilidad de que el médico haga un diagnóstico incorrecto y de que el paciente lo demande?

Ejercicio 32. Se sacan dos cartas simultáneamente de un mazo de 52. Sean los sucesos: $A = \{\text{ambas son del mismo color}\}$, $B = \{\text{ambas son del mismo palo}\}$, $C = \{\text{ambas son ases}\}$,

- a) encontrar $P(A)$,
- b) encontrar $P(C/A)$,
- c) ¿son A y B independientes?,
- d) ¿son A y B mutuamente excluyentes?,
- e) encontrar $P(A/B)$ y $P(B/A)$.

Ejercicio 33. Una urna contiene 3 bolas rojas, 4 blancas y 5 azules. Una segunda urna contiene 1 roja, 6 blancas y 3 azules. Se selecciona una bola al azar de cada urna. Encontrar la probabilidad de que:

- a) sean ambas del mismo color,
- b) una sea roja y la otra blanca,
- c) al menos una sea roja,
- d) ninguna sea azul,
- e) ninguna sea azul siendo que al menos una es roja.

Ejercicio 34. De la primer urna del problema anterior se extrae una bola al azar y se pasa sin mirarla a la segunda urna. Se extrae ahora una bola al azar de esta segunda urna. Hallar la probabilidad:

- a) de que la bola sea roja,
- b) de que no sea blanca.

Ejercicio 35. Suponiendo la conformación de las urnas del Ejercicio 33, determinar qué probabilidad es mayor: la probabilidad de extraer una bola roja de la segunda urna habiendo pasado al azar una bola de la primera urna, o la probabilidad de extraer una bola roja de la primera urna habiendo pasado una bola al azar de la segunda urna.

Ejercicio 36. Un elemento de un sistema es provisto por tres fabricantes: A, B y C. El fabricante A provee el 25%, B el 40% y C el restante 35%. Si la probabilidad de que un elemento sea defectuoso es de 0,05 para A, 0,03 para B y 0,06 para C, hallar:

- a) la probabilidad de que un elemento elegido al azar de entre la producción combinada sea defectuoso,
- b) la probabilidad de que un elemento elegido al azar, y que no es defectuoso, haya sido provisto por el fabricante C.

Ejercicio 37. La probabilidad de que un tornillo sometido a un tratamiento especial supere la prueba de resistencia es de 0,86, mientras que para uno que no ha tenido el tratamiento es de 0,35. Si el 80% de los tornillos han sido sometidos al tratamiento, hallar la probabilidad:

- a) de que un tornillo elegido al azar supere la prueba,
- b) de que un tornillo elegido al azar y que no superó la prueba de resistencia, haya sido uno no tratado.

UNIDAD III

Ejercicio 1. De una caja que contiene 4 monedas de \$1 y 2 de \$0,50, se seleccionan 3 de ellas al azar y sin reposición. Determine la distribución de probabilidad para el valor total T de las tres monedas. Construya un histograma de probabilidad. Obtenga la media y la varianza para T .

Ejercicio 2. Sea W una variable aleatoria que da el número de caras menos el de cruces en tres lanzamientos de una moneda. Indique los elementos del espacio muestral. Encuentre la distribución de probabilidad para W , suponiendo que la moneda está desequilibrada de tal manera que la cara se produce dos veces más a menudo que cruz. Construya un histograma de probabilidad. Obtenga la media y la varianza para W .

Ejercicio 3. Al invertir en acciones, una persona puede obtener ganancias de \$4000 con una probabilidad de 0,3, una pérdida de \$1000 con una probabilidad de 0,4 ó quedar sin ganancias ni pérdidas con una probabilidad de 0,3. Encuentre cuál es la ganancia que espera tener dicha persona.

Ejercicio 4. En un juego de azar una persona cobrará \$3 si saca una sota o una reina y \$5 si saca un rey o un as de un mazo de 52 cartas. Si saca cualquier otra carta, pierde. ¿Cuál debe ser el valor de cada apuesta, si se quiere que el juego sea justo?

Ejercicio 5. Un propietario desea asegurar su casa en \$50000. La compañía aseguradora estima que una pérdida total puede ocurrir con una probabilidad de 0,0002, un 50% de pérdida con una probabilidad de 0,001 y un 25% de pérdida con una probabilidad de 0,01. Ignorando todas las otras pérdidas parciales, ¿qué prima deberá cobrar anualmente la compañía de seguros para obtener una utilidad esperada de \$100?

Ejercicio 6. La probabilidad de que el nivel de ruido de un amplificador exceda 2 dB es de 0,05. Encuentre la probabilidad de que entre 12 de estos amplificadores:

- a) solamente en uno se exceda 2 dB,
- b) a lo sumo dos excedan 2 dB,
- c) dos o más excedan 2 dB.

Ejercicio 7. Un ingeniero de control de calidad inspecciona una muestra aleatoria de 3 acumuladores de cada lote de 24 que se despachan. Si un lote contiene 6 acumuladores con pequeños defectos, ¿cuáles son las probabilidades de que la muestra del inspector contenga:

- a) ninguno de los acumuladores con defectos?;
- b) solamente uno defectuoso?
- c) al menos dos defectuosos?

Ejercicio 8. La probabilidad de que un artículo producido por una máquina sea defectuoso es de 0,25. Si se eligen al azar 15 de estos artículos,

- a) ¿cuál es la probabilidad de que no se encuentre más de un artículo defectuoso?
- b) ¿cuál es el número esperado de artículos defectuosos?

Ejercicio 9. La máquina I produce diariamente el doble de artículos de la máquina II. El 4% de los artículos de la máquina I son defectuosos, mientras que en la máquina II solamente es el 2%. Se combina la producción diaria de ambas máquinas, y se toma una muestra de 10 artículos. ¿Cuál es la probabilidad de que esta muestra contenga:

- a) exactamente dos defectuosos?
- b) al menos dos defectuosos?

Ejercicio 10. Se saca una carta al azar de un mazo de 52, se registra el resultado y se repone al mazo. Si el experimento se repite 5 veces, ¿cuál es la probabilidad de obtener dos diamantes y un corazón?

Ejercicio 11. De un lote de 10 proyectiles se seleccionan 4 y se disparan. Si el lote contiene 3 proyectiles defectuosos que no explotarán, ¿cuál es la probabilidad de que:

- a) los 4 exploten?
- b) al menos 2 exploten?

Ejercicio 12. Una compañía está interesada en evaluar sus actuales procedimientos de inspección en el embarque de 50 artículos idénticos. El procedimiento consiste en autorizar el embarque si en una muestra de 5 no hay más de 2 artículos defectuosos. ¿Qué porcentaje de embarques que contienen un 20% de defectuosos serán autorizados?

Ejercicio 13. Se sabe que un lote de diez artículos contiene dos defectuosos. Si se inspeccionan los artículos al azar uno después de otro ¿cuál es el número esperado de artículos a sacar para inspección de manera de quitar los dos defectuosos?

Ejercicio 14. En un estudio de inventarios, se determinó que en promedio, la demanda de un cierto artículo era de 5 veces al día. ¿Cuál es la probabilidad de que en un determinado día, este artículo sea pedido:

- a) más de 5 veces?
- b) ni una sola vez?
- c) entre 4 y 7 (inclusive) veces?

Ejercicio 15. Una secretaria comete en promedio tres errores por página escrita. Halle la probabilidad:

- a) de que no cometa errores en la próxima página,
- b) de que cometa 5 errores en las próximas tres páginas,
- c) de que cometa menos de 4 errores en las dos páginas siguientes.

Ejercicio 16. Suponiendo que el conmutador de una oficina recibe en promedio 0,4 llamadas por minuto, halle la probabilidad de que:

- a) en un minuto cualquiera haya al menos una llamada,
- b) en un intervalo de cuatro minutos haya menos de 2 llamadas.

Ejercicio 17. Encuentre la probabilidad de que una persona que lanza una moneda equilibrada, obtenga:

- a) la tercera cara en el séptimo lanzamiento,
- b) la primera cara en el cuarto lanzamiento.

Ejercicio 18. La probabilidad de que un postulante a obtener la licencia de conductor apruebe el examen es de 0,7. Encuentre la probabilidad de que una persona apruebe el examen:

- a) en el tercer intento,
- b) antes del cuarto intento.

Ejercicio 19. La probabilidad de que una lámpara de un proyector dure menos de 40 horas de uso es de 0,3; de que dure entre 40 y 80 horas es de 0,5 y de que dure más de 80 horas es de 0,2. Halle la probabilidad de que entre ocho de estas lámparas, dos duren menos de 40 horas, cuatro entre 40 y 80 y las restantes dos más de 80 horas.

Ejercicio 20. Se lanzan dos dados en seis oportunidades. Halle la probabilidad de que se obtenga una suma de 5 una vez, suma siete 3 veces y suma nueve dos veces.

Ejercicio 21. Encuentre la probabilidad de que al repartir al azar 10 cartas (sin reponer) de un mazo de 40, se obtengan: tres cartas de oros, dos de copas, cuatro de espadas y una de bastos.

Ejercicio 22. Una urna contiene 3 bolillas verdes, 2 azules y 4 rojas. En una muestra aleatoria de 5, encuentre la probabilidad de que se extraigan todas las azules y al menos una roja.

Ejercicio 23. De una canasta de frutas que contiene 3 naranjas, 2 manzanas y 3 duraznos se eligen 4 al azar. Si X es el número de naranjas e Y es el número de manzanas en la muestra, encuentre:

- a) la distribución de probabilidad conjunta de X e Y,
- b) $P[(X,Y) \in A]$ donde A es la región $\{(x,y) / x + y \leq 2\}$.

Ejercicio 24. Si X representa el número de caras e Y es el número de caras menos el de cruces cuando se lanzan tres monedas simultáneamente., encuentre la distribución de probabilidades conjunta de X e Y. Hallar las distribuciones marginales, las medias y las varianzas.

Ejercicio 25. Si la función densidad de probabilidad está dada por: $f(x) = k x^3$ si $0 < x < 1$ y

$f(x) = 0$ en cualquier otro caso, encuentre:

- a) el valor de k apropiado,
- b) la probabilidad $P(1/4 < x < 3/4)$,
- c) la probabilidad $P(x > 2/3)$,
- d) la media y la varianza de X .

Ejercicio 26. El tiempo para ensamblar una pieza es una variable aleatoria que sigue una ley normal con una media de 12,9 minutos y un desvío estándar de 2 minutos. ¿Cuál es la probabilidad de que al ensamblar esta pieza se tarde:

- a) más de 13 minutos,
- b) entre 11,5 y 13 minutos,
- c) menos de 12 minutos.

Ejercicio 27. Las baterías fabricadas por una empresa tienen una duración media de 3,6 años y un desvío estándar de 6 meses. Suponiendo que la duración es una variable aleatoria que sigue una ley normal, encontrar la probabilidad de que:

- a) una batería elegida al azar dure más de 4 años,
- b) de entre 5 baterías, tres de ellas duren más de 4 años,
- c) siendo que la batería ya ha durado 3 años, dure más de 4,

Suponiendo que el fabricante decide dar una garantía de reposición, pero no quiere reponer más del 5% de las baterías vendidas, ¿cuál deberá ser el período de garantía?

Ejercicio 28. Un ingeniero en seguridad estima que el 30% de los accidentes que se producen en su planta es debido a que los empleados no cumplen con las normas de seguridad. Suponiendo que esta suposición sea correcta, halle la probabilidad de que entre los próximos 84 accidentes, entre 20 y 30 se deban a no cumplir las normas. (Emplear la aproximación normal a la binomial).

Ejercicio 29. Si la duración de un examen sigue una ley normal con una media de 90 minutos y un desvío estándar de 15 minutos, determine la duración del examen si se quiere que terminen el 90% de los examinados.

Ejercicio 30. Una variable aleatoria que sigue una ley normal, tiene un desvío estándar de 10. Si la probabilidad de que tome un valor inferior a 82,5 es de 0,8212 ¿cuál es la probabilidad de que tome un valor mayor a 58,3?

Ejercicio 31. El tiempo que transcurre hasta que una persona es atendida en un bar es una variable aleatoria que sigue una ley exponencial con una media de 4 minutos. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona sea atendida antes de los 3 minutos en 4 de los 6 días siguientes?

Ejercicio 32. El tiempo de vida de un interruptor eléctrico tiene una distribución exponencial con una tasa de falla de 0,3. Si 100 de estos interruptores se instalan en diferentes sistemas, ¿cuál es la probabilidad de que 30 o menos fallen durante el primer año?

Ejercicio 33. Un disco duro de computadora tiene una duración que sigue una ley exponencial con una media de 2000 horas. Halle la probabilidad de que el disco falle en las próximas 10 horas, siendo que ya lleva 1300 horas de funcionamiento.

UNIDAD IV

Ejercicio 1. Una muestra aleatoria de tamaño 100 se extrae de una población infinita con media $\mu = 76$ y varianza $\sigma^2 = 256$. ¿Cuál es la probabilidad de obtener una \bar{X} entre 75 y 78?

Ejercicio 2. Un cierto tipo de tornillo se fabrica con una media $\mu = 78,3$ kg. y un desvío estándar de $\sigma = 5,6$ kg. ¿Cómo cambia la varianza de la media muestral \bar{X} cuando el tamaño de la muestra

- a) aumenta de 64 a 196?
- b) disminuye de 784 a 49?

Ejercicio 3. Una máquina fabrica resistencias eléctricas que tienen una resistencia promedio $\mu = 40$ ohms con un desvío estándar de $\sigma = 2$ ohms, ¿cuál es la probabilidad de que una muestra aleatoria de 36 de estas resistencias tenga una resistencia combinada (suma) dé más de 1458 ohms?

Ejercicio 4. El tiempo de atención de un cajero automático es una variable aleatoria con una media $\mu = 3,2$ minutos y una desviación estándar de $\sigma = 1,6$ minutos. Si se observa una muestra aleatoria de 64 clientes, encuentre la probabilidad de que el tiempo promedio de los mismos en el cajero sea:

- a) cuanto mucho 2,7 minutos,
- b) más de 3,5 minutos,
- c) más de 3,2 y menos de 3,4 minutos.

Ejercicio 5. Una expendedora automática de gaseosas está ajustada de tal manera que la cantidad de bebida despachada sigue una distribución normal con una desviación estándar de 0,15 dl. Encuentre un intervalo de confianza del 95% para la media de todos los refrescos que sirve esta máquina si una muestra aleatoria de tamaño 36 tiene un contenido promedio de 0,225 litros.

Ejercicio 6. Una máquina produce piezas metálicas de forma cilíndrica. Se toma una muestra de 9 piezas cuyos diámetros son:

1,01 0,97 1,03 1,04 0,99 0,98 0,99 1,01 1,03 en centímetros.

Encuentre un intervalo de confianza del 99% para el diámetro promedio de piezas de esta máquina, si se supone una distribución aproximadamente normal.

Ejercicio 7. Se desea estimar el número medio de horas de uso continuo de una computadora antes de que sea necesario efectuarle una reparación. Si se sabe que $\sigma = 60$ días, ¿de qué tamaño debe ser una muestra a fin de asegurar con una confianza del 90% que la media muestral difiera de la poblacional a lo más en 10 días?

Ejercicio 8. En un estudio de costos de seguros de automóviles, una muestra aleatoria de 80 accidentes dió costos de reparación promedio de \$472,36, y un desvío estándar de \$62,35. Si se usa el valor de \$472,36 como estimación puntual para el costo de reparación real, ¿cuál es la confianza con que podemos afirmar que el error no superará los \$10?

Ejercicio 9. Una muestra aleatoria de 100 docentes de una ciudad revela que su salario promedio es de \$487, con una desviación estándar de \$58. ¿Con qué confianza se puede afirmar que el salario medio de todos los docentes de la ciudad está entre \$472 y \$502?

Ejercicio 10. Los siguientes datos representan los tiempos de recuperación en días, de pacientes que fueron tratados aleatoriamente con uno de dos medicamentos:

Medicamento 1: $n_1 = 14$ $\bar{X}_1 = 17$ días $s_1^2 = 1,5$ días²

Medicamento 2: $n_2 = 16$ $\bar{X}_2 = 19$ días $s_2^2 = 1,8$ días²

Encuentre un intervalo de confianza del 99% para la diferencia $\mu_1 - \mu_2$ en el tiempo promedio de recuperación para los dos medicamentos, suponiendo poblaciones normales con varianzas iguales.

Ejercicio 11. En una muestra aleatoria de 200 demandas hechas contra una compañía de seguros, 84 de ellas excedieron los \$1200. Dé un intervalo de confianza del 95% para la proporción real de demandas hechas contra esta compañía y que excedan a \$1200.

Ejercicio 12. En un estudio reciente se observó que 69 de 120 meteoritos penetraron en la atmósfera de la Tierra con una velocidad menor a 40 km/seg. Obtenga un intervalo de confianza del 95% para la proporción de meteoritos que entran en la atmósfera a una velocidad superior a los 40 km/seg.

Ejercicio 13. ¿Cuál es el tamaño mínimo para la muestra que se requiere para estimar una proporción desconocida con un error máximo de 0,06 y una confianza no inferior al 95%?

Ejercicio 14. Una compañía productora de cigarrillos asegura que su marca A supera en ventas a la B en un 8%. Si se encuentra que 42 de 200 fumadores prefieren la marca A y 18 de 150 fumadores la B, obtenga un

intervalo de confianza del 94% para la diferencia entre las proporciones de las ventas de las dos marcas y determine si la diferencia del 8% puede ser tomada como válida.

Ejercicio 15. Un fabricante de baterías para automóvil asegura que sus baterías duran en promedio 3 años con un desvío estándar de 1 año. Si 5 de estas baterías tienen duraciones de: 1,9 ; 2,4 ; 3 ; 3,5 ; y 4 años, determine un intervalo de confianza del 95% para la varianza de la duración de estas baterías e indique si la afirmación puede tomarse como verdadera. Suponga que las duraciones de las baterías siguen aproximadamente una ley normal.

Ejercicio 16. Una muestra aleatoria de 20 estudiantes da una media de $\bar{X} = 7,2$ y una varianza de $s^2=1,6$ en un examen de matemáticas. Suponiendo que las calificaciones siguen una ley normal, encuentre un intervalo del 98% para la varianza.

UNIDAD V

Ejercicio 1. Pruebe al nivel de significancia de 0,05 si la demora en la entrega de material solicitado a una empresa puede considerarse que es de 10,5 días, si una muestra aleatoria del tiempo transcurrido entre el pedido y la entrega indica que la demora fue de: 10, 12, 19, 14, 15, 18, 11 y 13 días. Elija como hipótesis alternativa aquella que implica que la demora es mayor a la fijada por la empresa.

Ejercicio 2. Un fabricante asegura que el contenido de alquitrán de sus cigarrillos no supera los 14 mg. Pruebe al nivel del 0.05 si lo afirmado por el fabricante puede ser aceptado si una muestra aleatoria da: 14,5 ; 14,2 ; 14,4 ; 14,3 y 14,6 mg. como contenido de alquitrán.

Ejercicio 3. Las pruebas efectuadas en una muestra de 40 motores diesel producidos por un fabricante, mostraron que el rendimiento térmico promedio era del 31,4% con una desviación estándar de 1,6%. Pruebe al nivel del 0.01 la hipótesis nula de que la media del rendimiento térmico de los motores es de 32,3% en contra de la hipótesis alterna de que es menor.

Ejercicio 4. Pruebe al nivel del 5% la hipótesis de que la duración promedio del examen de los estudiantes del último año es de 60 minutos, en contraposición de que es mayor si una muestra aleatoria de 20 estudiantes indica que les tomó en promedio 69,5 minutos completar el examen, con un desvío estándar de 8,3 minutos. ¿Cuál es la probabilidad de cometer un error tipo II al aplicar la regla de decisión elegida, si el verdadero tiempo promedio para completar el examen es de 75 minutos?

Ejercicio 5. Un fabricante afirma que la resistencia promedio a la tracción de los tornillos A excede a los B en al menos 12 kg. Para probar esta afirmación se ensayan 50 tornillos de cada tipo. Mientras los tornillos A tuvieron una resistencia promedio de 86,7 kg. con un desvío estándar de 6,28 kg., los tornillos B tuvieron una resistencia promedio de 77,8 kg. y un desvío estándar de 5,61 kg. Compruebe lo asegurado por el fabricante al nivel del 5%.

Ejercicio 6. Una fábrica de automóviles debe elegir entre dos marcas de neumáticos de acuerdo a su duración. Para ello ensaya 12 neumáticos de cada marca, obteniendo los siguientes resultados:

Marca A: $\bar{X} = 37900$ km. $s = 5100$ km.

Marca B: $\bar{X} = 39800$ km. $s = 5900$ km.

a) Pruebe la hipótesis de que no hay diferencia entre la duración de los neumáticos de las marcas A y B al nivel del 10%.

b) Pruebe la hipótesis de que las varianzas pueden considerarse iguales al nivel del 10 %.

Suponga que la duración de los neumáticos sigue una ley normal.

Ejercicio 7. Se considera que al menos el 25 % de los estudiantes que concurre a una facultad lo hacen en automóvil. Determine si es correcta la apreciación si de una muestra de 90 estudiantes que asisten a la facultad, 28 lo hacen en automóvil. Use un nivel de significación de 0,05.

Ejercicio 8. Una empresa tabacalera distribuye dos marcas de cigarrillos. Si se encuentra que 56 de 200 fumadores prefieren la marca A y que 29 de 150 fumadores prefieren la B ¿puede concluirse al nivel de significancia de 0,05 que la marca A se vende más que la B?

Ejercicio 9. Los siguientes datos provienen de un estudio sobre capacitación de los empleados de una repartición pública efectuado por tres agencias independientes:

	Agencia A	Agencia B	Agencia C
Empleados con Capacitación	67	84	109
Empleados sin Capacitación	33	66	41

Emplee un nivel de significación de 0.01 para probar la hipótesis de que la proporción real de empleados capacitados es la misma para las tres agencias.

Ejercicio 10. Las pruebas de fidelidad y selectividad de 190 receptores de radio se resumen en la siguiente tabla:

		Fidelidad		
		Baja	Media	Alta
Selectividad	Baja	6	12	32
	Media	33	64	18
	Alta	13	15	0

Pruebe al nivel del 0,01 si existe dependencia entre la fidelidad y la selectividad.

Ejercicio 11. Se ensayaron cuatro diferentes tipos de neumáticos respecto de su duración en kilómetros recorridos, obteniéndose los siguientes resultados:

	Marca A	Marca B	Marca C	Marca D
Menos de 40000 km	26	23	15	32
Entre 40 y 50000 km	118	93	116	121
Más de 50000 km	56	84	69	47

Con un nivel de significación del 0,05 pruebe la hipótesis de que no hay diferencia en la calidad de los cuatro tipos de neumáticos.

Ejercicio 12. Para determinar la actitud acerca de que se tomen exámenes al finalizar la escuela secundaria, se llevó a cabo una investigación en cuatro localidades. En la tabla se presentan las actitudes de los padres de las localidades A, B, C y D.

		Localidad			
		A	B	C	D
Actitud	A favor	65	66	40	34
	En contra	42	30	33	42
	Sin opinión	93	54	27	24

Con un nivel de significancia de 0,01, pruebe la homogeneidad de las actitudes de los padres de las cuatro localidades respecto de la conveniencia de tomar examen a los egresados.

Ejercicio 13. La siguiente tabla registra el número de accidentes entre automóviles que se registraron en una ciudad en un tiempo de 300 días:

Número de accidentes	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Número de días	9	43	64	62	42	36	22	14	6	2

Con un nivel de significación de 0,05 pruebe si el número diario de accidentes en dicha ciudad puede considerarse que sigue una distribución de Poisson.

Ejercicio 14. Un dado se lanza 180 veces con los siguientes resultados:

Cara que salió x	1	2	3	4	5	6
Frecuencia f	28	36	36	30	27	23

Use un nivel de significancia de 0,01 para determinar si la variable aleatoria x sigue una ley uniforme.

Ejercicio 15. Dada la siguiente tabla de frecuencias correspondiente a las notas obtenidas en un examen de ingreso, determine si una distribución normal es un modelo adecuado.

Nota	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10
Frecuencia	15	25	30	20	10

UNIDAD VI

Ejercicio 1. En la siguiente tabla se dan las alturas (en cm.) y los pesos (en kg.) de 10 personas adultas:

X (cm.)	160	167	168	171	173	177	178	181	183	186
Y (kg.)	67	70	72	75	71	79	76	87	92	88

- Hallar la ecuación de la recta de regresión de Y sobre X.
- Graficar los valores muestreados y la recta obtenida.
- Estimar el peso de una persona si su altura es de 175 cm.
- Dar un intervalo de confianza del 95% para la estimación dada en c).
- Dar un intervalo de confianza del 95% para el peso medio de una persona cuando $X = 175$ cm.

Ejercicio 2. La siguiente tabla resume el crecimiento de una colonia de bacterias (en miles) en un cultivo:

Días desde la inoculación X	3	6	9	12	15	18
Cantidad de bacterias Y	115	147	239	356	579	864

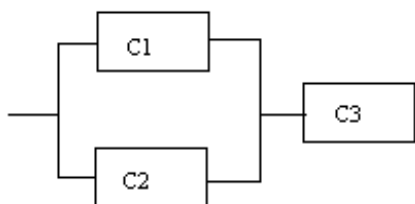
- ajuste una curva de regresión exponencial,
- haga una estimación de la cantidad de bacterias que tendrá el cultivo al término de 20 días de la inoculación.

UNIDAD VII

Ejercicio 1. Suponga que el tiempo para fallar T de un equipo está distribuido normalmente con $E(T)=90$ horas y desvío estándar de 5 horas. ¿Cuántas horas de operación deben considerarse a fin de obtener una confiabilidad de 0,9; 0,95; 0,99?

Ejercicio 2. Si la duración de un equipo electrónico sigue una distribución exponencial y se sabe que la confiabilidad del equipo para un período de operación de 1000 horas es de 0,9, ¿cuántas horas de operación deben considerarse para tener una confiabilidad de 0,95?

Ejercicio 3. Tres componentes que funcionan independientemente están conectados como se indica en la figura. Suponga que la confiabilidad de cada componente para un período de t horas de operación está dada por $R(t) = \exp(-0,003 t)$. Si T es el tiempo para fallar del sistema completo (en horas), obtenga la confiabilidad del sistema.



Ejercicio 4. Un sistema está formado por dos componentes que funcionan independientemente. Si el sistema es un sistema serie con ley de fallas exponencial, idéntico para cada componente, y la confiabilidad para 1000 horas es de 0,95, encuentre:

- el valor de α (exponente de la exponencial)
- la confiabilidad del sistema para 1500 horas.

Ejercicio 5. La componente A tiene una confiabilidad de 0,9 para un tiempo de funcionamiento de 3000 horas, mientras que la componente B – que puede emplearse en lugar de la A – tiene una confiabilidad de 0,75 para el mismo tiempo. ¿Cuál es el número mínimo de componentes del tipo B que deberán conectarse en paralelo a fin de obtener la confiabilidad que tiene la componente A por sí sola?

Ejercicio 6. Los datos siguientes proporcionan las medias y los rangos de 25 muestras, cada una formada por cuatro grupos de resultados de pruebas a la compresión sobre piezas forjadas de acero, en kg/mm².

Muestra	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
\bar{x}	45,4	48,1	46,2	45,7	41,9	49,4	52,6	54,5	45,1	47,6	42,8
R	2,7	3,1	5	1,6	2,2	5,7	6,5	3,6	2,5	1	3,9
Muestra	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
\bar{x}	41,4	43,7	49,2	51,1	42,8	51,1	52,4	47,9	48,6	53,3	49,7
R	5,6	2,7	3,1	1,5	2,2	1,4	4,3	2,2	2,7	3	1,1
Muestra	23	24	25								
\bar{x}	48,2	51,6	52,3								
R	2,1	1,6	2,4								

- calcule la línea central y los límites de control para un diagrama \bar{x}
- obtenga la línea central y los límites de control para un diagrama R
- grafique los datos sobre diagramas \bar{x} y R basados en los diagramas a) y b) e interprete los resultados,
- ¿es razonable usar los límites de control encontrados en este problema en relación a otras pruebas a la compresión del mismo proceso?

Distribución normal acumulada

z	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
-3	0,0013	0,0013	0,0013	0,0012	0,0012	0,0011	0,0011	0,0011	0,0010	0,0010
-2,9	0,0019	0,0018	0,0018	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014
-2,8	0,0026	0,0025	0,0024	0,0023	0,0023	0,0022	0,0021	0,0021	0,0020	0,0019
-2,7	0,0035	0,0034	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026
-2,6	0,0047	0,0045	0,0044	0,0043	0,0041	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036
-2,5	0,0062	0,0060	0,0059	0,0057	0,0055	0,0054	0,0052	0,0051	0,0049	0,0048
-2,4	0,0082	0,0080	0,0078	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0068	0,0066	0,0064
-2,3	0,0107	0,0104	0,0102	0,0099	0,0096	0,0094	0,0091	0,0089	0,0087	0,0084
-2,2	0,0139	0,0136	0,0132	0,0129	0,0125	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110
-2,1	0,0179	0,0174	0,0170	0,0166	0,0162	0,0158	0,0154	0,0150	0,0146	0,0143
-2	0,0228	0,0222	0,0217	0,0212	0,0207	0,0202	0,0197	0,0192	0,0188	0,0183
-1,9	0,0287	0,0281	0,0274	0,0268	0,0262	0,0256	0,0250	0,0244	0,0239	0,0233
-1,8	0,0359	0,0351	0,0344	0,0336	0,0329	0,0322	0,0314	0,0307	0,0301	0,0294
-1,7	0,0446	0,0436	0,0427	0,0418	0,0409	0,0401	0,0392	0,0384	0,0375	0,0367
-1,6	0,0548	0,0537	0,0526	0,0516	0,0505	0,0495	0,0485	0,0475	0,0465	0,0455
-1,5	0,0668	0,0655	0,0643	0,0630	0,0618	0,0606	0,0594	0,0582	0,0571	0,0559
-1,4	0,0808	0,0793	0,0778	0,0764	0,0749	0,0735	0,0721	0,0708	0,0694	0,0681
-1,3	0,0968	0,0951	0,0934	0,0918	0,0901	0,0885	0,0869	0,0853	0,0838	0,0823
-1,2	0,1151	0,1131	0,1112	0,1093	0,1075	0,1056	0,1038	0,1020	0,1003	0,0985
-1,1	0,1357	0,1335	0,1314	0,1292	0,1271	0,1251	0,1230	0,1210	0,1190	0,1170
-1	0,1587	0,1562	0,1539	0,1515	0,1492	0,1469	0,1446	0,1423	0,1401	0,1379
-0,9	0,1841	0,1814	0,1788	0,1762	0,1736	0,1711	0,1685	0,1660	0,1635	0,1611
-0,8	0,2119	0,2090	0,2061	0,2033	0,2005	0,1977	0,1949	0,1922	0,1894	0,1867
-0,7	0,2420	0,2389	0,2358	0,2327	0,2296	0,2266	0,2236	0,2206	0,2177	0,2148
-0,6	0,2743	0,2709	0,2676	0,2643	0,2611	0,2578	0,2546	0,2514	0,2483	0,2451
-0,5	0,3085	0,3050	0,3015	0,2981	0,2946	0,2912	0,2877	0,2843	0,2810	0,2776
-0,4	0,3446	0,3409	0,3372	0,3336	0,3300	0,3264	0,3228	0,3192	0,3156	0,3121
-0,3	0,3821	0,3783	0,3745	0,3707	0,3669	0,3632	0,3594	0,3557	0,3520	0,3483
-0,2	0,4207	0,4168	0,4129	0,4090	0,4052	0,4013	0,3974	0,3936	0,3897	0,3859
-0,1	0,4602	0,4562	0,4522	0,4483	0,4443	0,4404	0,4364	0,4325	0,4286	0,4247
0	0,5000	0,4960	0,4920	0,4880	0,4840	0,4801	0,4761	0,4721	0,4681	0,4641
0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

Distribución t de Student

v	α									
	0,45	0,4	0,3	0,25	0,2	0,1	0,05	0,025	0,010	0,005
1	0,158	0,325	0,727	1,000	1,376	3,078	6,314	12,706	31,821	63,656
2	0,142	0,289	0,617	0,816	1,061	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925
3	0,137	0,277	0,584	0,765	0,978	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841
4	0,134	0,271	0,569	0,741	0,941	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604
5	0,132	0,267	0,559	0,727	0,920	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032
6	0,131	0,265	0,553	0,718	0,906	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707
7	0,130	0,263	0,549	0,711	0,896	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499
8	0,130	0,262	0,546	0,706	0,889	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355
9	0,129	0,261	0,543	0,703	0,883	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250
10	0,129	0,260	0,542	0,700	0,879	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169
11	0,129	0,260	0,540	0,697	0,876	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106
12	0,128	0,259	0,539	0,695	0,873	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055
13	0,128	0,259	0,538	0,694	0,870	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012
14	0,128	0,258	0,537	0,692	0,868	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977
15	0,128	0,258	0,536	0,691	0,866	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947
16	0,128	0,258	0,535	0,690	0,865	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921
17	0,128	0,257	0,534	0,689	0,863	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898
18	0,127	0,257	0,534	0,688	0,862	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878
19	0,127	0,257	0,533	0,688	0,861	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861
20	0,127	0,257	0,533	0,687	0,860	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845
21	0,127	0,257	0,532	0,686	0,859	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831
22	0,127	0,256	0,532	0,686	0,858	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819
23	0,127	0,256	0,532	0,685	0,858	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807
24	0,127	0,256	0,531	0,685	0,857	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797
25	0,127	0,256	0,531	0,684	0,856	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787
26	0,127	0,256	0,531	0,684	0,856	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779
27	0,127	0,256	0,531	0,684	0,855	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771
28	0,127	0,256	0,530	0,683	0,855	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763
29	0,127	0,256	0,530	0,683	0,854	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756
30	0,127	0,256	0,530	0,683	0,854	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750
40	0,126	0,255	0,529	0,681	0,851	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704
50	0,126	0,255	0,528	0,679	0,849	1,299	1,676	2,009	2,403	2,678
60	0,126	0,254	0,527	0,679	0,848	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660
70	0,126	0,254	0,527	0,678	0,847	1,294	1,667	1,994	2,381	2,648
80	0,126	0,254	0,526	0,678	0,846	1,292	1,664	1,990	2,374	2,639
90	0,126	0,254	0,526	0,677	0,846	1,291	1,662	1,987	2,368	2,632
100	0,126	0,254	0,526	0,677	0,845	1,290	1,660	1,984	2,364	2,626
110	0,126	0,254	0,526	0,677	0,845	1,289	1,659	1,982	2,361	2,621
120	0,126	0,254	0,526	0,677	0,845	1,289	1,658	1,980	2,358	2,617
∞	0,126	0,253	0,524	0,674	0,842	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576

Distribución Chi Cuadrado

v	α												
	0,995	0,990	0,975	0,950	0,900	0,750	0,500	0,250	0,100	0,050	0,025	0,010	0,005
1	0,0000	0,0002	0,0010	0,0039	0,016	0,102	0,455	1,323	2,706	3,841	5,024	6,635	7,879
2	0,0100	0,0201	0,0506	0,1026	0,211	0,575	1,386	2,773	4,605	5,991	7,378	9,210	10,597
3	0,0717	0,1148	0,2158	0,3518	0,584	1,213	2,366	4,108	6,251	7,815	9,348	11,345	12,838
4	0,207	0,297	0,484	0,711	1,064	1,923	3,357	5,385	7,779	9,488	11,143	13,277	14,860
5	0,412	0,554	0,831	1,145	1,610	2,675	4,351	6,626	9,236	11,070	12,832	15,086	16,750
6	0,676	0,872	1,237	1,635	2,204	3,455	5,348	7,841	10,645	12,592	14,449	16,812	18,548
7	0,989	1,239	1,690	2,167	2,833	4,255	6,346	9,037	12,017	14,067	16,013	18,475	20,278
8	1,344	1,647	2,180	2,733	3,490	5,071	7,344	10,219	13,362	15,507	17,535	20,090	21,955
9	1,735	2,088	2,700	3,325	4,168	5,899	8,343	11,389	14,684	16,919	19,023	21,666	23,589
10	2,156	2,558	3,247	3,940	4,865	6,737	9,342	12,549	15,987	18,307	20,483	23,209	25,188
11	2,603	3,053	3,816	4,575	5,578	7,584	10,341	13,701	17,275	19,675	21,920	24,725	26,757
12	3,074	3,571	4,404	5,226	6,304	8,438	11,340	14,845	18,549	21,026	23,337	26,217	28,300
13	3,565	4,107	5,009	5,892	7,041	9,299	12,340	15,984	19,812	22,362	24,736	27,688	29,819
14	4,075	4,660	5,629	6,571	7,790	10,165	13,339	17,117	21,064	23,685	26,119	29,141	31,319
15	4,601	5,229	6,262	7,261	8,547	11,037	14,339	18,245	22,307	24,996	27,488	30,578	32,801
16	5,142	5,812	6,908	7,962	9,312	11,912	15,338	19,369	23,542	26,296	28,845	32,000	34,267
17	5,697	6,408	7,564	8,672	10,085	12,792	16,338	20,489	24,769	27,587	30,191	33,409	35,718
18	6,265	7,015	8,231	9,390	10,865	13,675	17,338	21,605	25,989	28,869	31,526	34,805	37,156
19	6,844	7,633	8,907	10,117	11,651	14,562	18,338	22,718	27,204	30,144	32,852	36,191	38,582
20	7,434	8,260	9,591	10,851	12,443	15,452	19,337	23,828	28,412	31,410	34,170	37,566	39,997
21	8,034	8,897	10,283	11,591	13,240	16,344	20,337	24,935	29,615	32,671	35,479	38,932	41,401
22	8,643	9,542	10,982	12,338	14,041	17,240	21,337	26,039	30,813	33,924	36,781	40,289	42,796
23	9,260	10,196	11,689	13,091	14,848	18,137	22,337	27,141	32,007	35,172	38,076	41,638	44,181
24	9,886	10,856	12,401	13,848	15,659	19,037	23,337	28,241	33,196	36,415	39,364	42,980	45,558
25	10,520	11,524	13,120	14,611	16,473	19,939	24,337	29,339	34,382	37,652	40,646	44,314	46,928
26	11,160	12,198	13,844	15,379	17,292	20,843	25,336	30,435	35,563	38,885	41,923	45,642	48,290
27	11,808	12,878	14,573	16,151	18,114	21,749	26,336	31,528	36,741	40,113	43,195	46,963	49,645
28	12,461	13,565	15,308	16,928	18,939	22,657	27,336	32,620	37,916	41,337	44,461	48,278	50,994
29	13,121	14,256	16,047	17,708	19,768	23,567	28,336	33,711	39,087	42,557	45,722	49,588	52,335
30	13,787	14,953	16,791	18,493	20,599	24,478	29,336	34,800	40,256	43,773	46,979	50,892	53,672
40	20,71	22,16	24,43	26,51	29,05	33,66	39,34	45,62	51,81	55,76	59,34	63,69	66,77
50	27,99	29,71	32,36	34,76	37,69	42,94	49,33	56,33	63,17	67,50	71,42	76,15	79,49
60	35,53	37,48	40,48	43,19	46,46	52,29	59,33	66,98	74,40	79,08	83,30	88,38	91,95
70	43,28	45,44	48,76	51,74	55,33	61,70	69,33	77,58	85,53	90,53	95,02	100,43	104,21
80	51,17	53,54	57,15	60,39	64,28	71,14	79,33	88,13	96,58	101,88	106,63	112,33	116,32
90	59,20	61,75	65,65	69,13	73,29	80,62	89,33	98,65	107,57	113,15	118,14	124,12	128,30
100	67,33	70,06	74,22	77,93	82,36	90,13	99,33	109,14	118,50	124,34	129,56	135,81	140,17
110	75,55	78,46	82,87	86,79	91,47	99,67	109,33	119,61	129,39	135,48	140,92	147,41	151,95
120	83,85	86,92	91,57	95,70	100,62	109,22	119,33	130,05	140,23	146,57	152,21	158,95	163,65

Distribución F $\alpha = 0,05$

Grados de libertad del numerador

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	25	30	40	60	120	∞
1	161	199	216	225	230	234	237	239	241	242	244	246	248	249	250	251	252	253	254
2	18,5	19	19,2	19,2	19,3	19,3	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,5	19,5	19,5	19,5	19,5	19,5
3	10,1	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81	8,79	8,74	8,7	8,66	8,63	8,62	8,59	8,57	8,55	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6	5,96	5,91	5,86	5,8	5,77	5,75	5,72	5,69	5,66	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77	4,74	4,68	4,62	4,56	4,52	4,5	4,46	4,43	4,4	4,36
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,1	4,06	4	3,94	3,87	3,83	3,81	3,77	3,74	3,7	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,64	3,57	3,51	3,44	3,4	3,38	3,34	3,3	3,27	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,5	3,44	3,39	3,35	3,28	3,22	3,15	3,11	3,08	3,04	3,01	2,97	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,14	3,07	3,01	2,94	2,89	2,86	2,83	2,79	2,75	2,71
10	4,96	4,1	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,98	2,91	2,85	2,77	2,73	2,7	2,66	2,62	2,58	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,2	3,09	3,01	2,95	2,9	2,85	2,79	2,72	2,65	2,6	2,57	2,53	2,49	2,45	2,4
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3	2,91	2,85	2,8	2,75	2,69	2,62	2,54	2,5	2,47	2,43	2,38	2,34	2,3
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77	2,71	2,67	2,6	2,53	2,46	2,41	2,38	2,34	2,3	2,25	2,21
14	4,6	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,7	2,65	2,6	2,53	2,46	2,39	2,34	2,31	2,27	2,22	2,18	2,13
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,9	2,79	2,71	2,64	2,59	2,54	2,48	2,4	2,33	2,28	2,25	2,2	2,16	2,11	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,42	2,35	2,28	2,23	2,19	2,15	2,11	2,06	2,01
17	4,45	3,59	3,2	2,96	2,81	2,7	2,61	2,55	2,49	2,45	2,38	2,31	2,23	2,18	2,15	2,1	2,06	2,01	1,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46	2,41	2,34	2,27	2,19	2,14	2,11	2,06	2,02	1,97	1,92
19	4,38	3,52	3,13	2,9	2,74	2,63	2,54	2,48	2,42	2,38	2,31	2,23	2,16	2,11	2,07	2,03	1,98	1,93	1,88
20	4,35	3,49	3,1	2,87	2,71	2,6	2,51	2,45	2,39	2,35	2,28	2,2	2,12	2,07	2,04	1,99	1,95	1,9	1,84
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42	2,37	2,32	2,25	2,18	2,1	2,05	2,01	1,96	1,92	1,87	1,81
22	4,3	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,46	2,4	2,34	2,3	2,23	2,15	2,07	2,02	1,98	1,94	1,89	1,84	1,78
23	4,28	3,42	3,03	2,8	2,64	2,53	2,44	2,37	2,32	2,27	2,2	2,13	2,05	2	1,96	1,91	1,86	1,81	1,76
24	4,26	3,4	3,01	2,78	2,62	2,51	2,42	2,36	2,3	2,25	2,18	2,11	2,03	1,97	1,94	1,89	1,84	1,79	1,73
25	4,24	3,39	2,99	2,76	2,6	2,49	2,4	2,34	2,28	2,24	2,16	2,09	2,01	1,96	1,92	1,87	1,82	1,77	1,71
26	4,23	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,39	2,32	2,27	2,22	2,15	2,07	1,99	1,94	1,9	1,85	1,8	1,75	1,69
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,37	2,31	2,25	2,2	2,13	2,06	1,97	1,92	1,88	1,84	1,79	1,73	1,67
28	4,2	3,34	2,95	2,71	2,56	2,45	2,36	2,29	2,24	2,19	2,12	2,04	1,96	1,91	1,87	1,82	1,77	1,71	1,65
29	4,18	3,33	2,93	2,7	2,55	2,43	2,35	2,28	2,22	2,18	2,1	2,03	1,94	1,89	1,85	1,81	1,75	1,7	1,64
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,33	2,27	2,21	2,16	2,09	2,01	1,93	1,88	1,84	1,79	1,74	1,68	1,62
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18	2,12	2,08	2	1,92	1,84	1,78	1,74	1,69	1,64	1,58	1,51
60	4	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,17	2,1	2,04	1,99	1,92	1,84	1,75	1,69	1,65	1,59	1,53	1,47	1,39
120	3,92	3,07	2,68	2,45	2,29	2,18	2,09	2,02	1,96	1,91	1,83	1,75	1,66	1,6	1,55	1,5	1,43	1,35	1,25
∞	3,84	3	2,6	2,37	2,21	2,1	2,01	1,94	1,88	1,83	1,75	1,67	1,57	1,51	1,46	1,39	1,32	1,22	1

Distribución F $\alpha = 0,01$

Grados de libertad del numerador

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	25	30	40	60	120	∞
1	4052	4999	5404	5624	5764	5859	5928	5981	6022	6056	6107	6157	6209	6240	6260	6286	6313	6340	6366
2	98,5	99	99,2	99,3	99,3	99,3	99,4	99,4	99,4	99,4	99,4	99,4	99,4	99,5	99,5	99,5	99,5	99,5	99,5
3	34,1	30,8	29,5	28,7	28,2	27,9	27,7	27,5	27,3	27,2	27,1	26,9	26,7	26,6	26,5	26,4	26,3	26,2	26,1
4	21,2	18	16,7	16	15,5	15,2	15	14,8	14,7	14,5	14,4	14,2	14	13,9	13,8	13,7	13,7	13,6	13,5
5	16,3	13,3	12,1	11,4	11	10,7	10,5	10,3	10,2	10,1	9,89	9,72	9,55	9,45	9,38	9,29	9,2	9,11	9,02
6	13,7	10,9	9,78	9,15	8,75	8,47	8,26	8,1	7,98	7,87	7,72	7,56	7,4	7,3	7,23	7,14	7,06	6,97	6,88
7	12,2	9,55	8,45	7,85	7,46	7,19	6,99	6,84	6,72	6,62	6,47	6,31	6,16	6,06	5,99	5,91	5,82	5,74	5,65
8	11,3	8,65	7,59	7,01	6,63	6,37	6,18	6,03	5,91	5,81	5,67	5,52	5,36	5,26	5,2	5,12	5,03	4,95	4,86
9	10,6	8,02	6,99	6,42	6,06	5,8	5,61	5,47	5,35	5,26	5,11	4,96	4,81	4,71	4,65	4,57	4,48	4,4	4,31
10	10	7,56	6,55	5,99	5,64	5,39	5,2	5,06	4,94	4,85	4,71	4,56	4,41	4,31	4,25	4,17	4,08	4	3,91
11	9,65	7,21	6,22	5,67	5,32	5,07	4,89	4,74	4,63	4,54	4,4	4,25	4,1	4,01	3,94	3,86	3,78	3,69	3,6
12	9,33	6,93	5,95	5,41	5,06	4,82	4,64	4,5	4,39	4,3	4,16	4,01	3,86	3,76	3,7	3,62	3,54	3,45	3,36
13	9,07	6,7	5,74	5,21	4,86	4,62	4,44	4,3	4,19	4,1	3,96	3,82	3,66	3,57	3,51	3,43	3,34	3,25	3,17
14	8,86	6,51	5,56	5,04	4,69	4,46	4,28	4,14	4,03	3,94	3,8	3,66	3,51	3,41	3,35	3,27	3,18	3,09	3
15	8,68	6,36	5,42	4,89	4,56	4,32	4,14	4	3,89	3,8	3,67	3,52	3,37	3,28	3,21	3,13	3,05	2,96	2,87
16	8,53	6,23	5,29	4,77	4,44	4,2	4,03	3,89	3,78	3,69	3,55	3,41	3,26	3,16	3,1	3,02	2,93	2,84	2,75
17	8,4	6,11	5,19	4,67	4,34	4,1	3,93	3,79	3,68	3,59	3,46	3,31	3,16	3,07	3	2,92	2,83	2,75	2,65
18	8,29	6,01	5,09	4,58	4,25	4,01	3,84	3,71	3,6	3,51	3,37	3,23	3,08	2,98	2,92	2,84	2,75	2,66	2,57
19	8,18	5,93	5,01	4,5	4,17	3,94	3,77	3,63	3,52	3,43	3,3	3,15	3	2,91	2,84	2,76	2,67	2,58	2,49
20	8,1	5,85	4,94	4,43	4,1	3,87	3,7	3,56	3,46	3,37	3,23	3,09	2,94	2,84	2,78	2,69	2,61	2,52	2,42
21	8,02	5,78	4,87	4,37	4,04	3,81	3,64	3,51	3,4	3,31	3,17	3,03	2,88	2,79	2,72	2,64	2,55	2,46	2,36
22	7,95	5,72	4,82	4,31	3,99	3,76	3,59	3,45	3,35	3,26	3,12	2,98	2,83	2,73	2,67	2,58	2,5	2,4	2,31
23	7,88	5,66	4,76	4,26	3,94	3,71	3,54	3,41	3,3	3,21	3,07	2,93	2,78	2,69	2,62	2,54	2,45	2,35	2,26
24	7,82	5,61	4,72	4,22	3,9	3,67	3,5	3,36	3,26	3,17	3,03	2,89	2,74	2,64	2,58	2,49	2,4	2,31	2,21
25	7,77	5,57	4,68	4,18	3,85	3,63	3,46	3,32	3,22	3,13	2,99	2,85	2,7	2,6	2,54	2,45	2,36	2,27	2,17
26	7,72	5,53	4,64	4,14	3,82	3,59	3,42	3,29	3,18	3,09	2,96	2,81	2,66	2,57	2,5	2,42	2,33	2,23	2,13
27	7,68	5,49	4,6	4,11	3,78	3,56	3,39	3,26	3,15	3,06	2,93	2,78	2,63	2,54	2,47	2,38	2,29	2,2	2,1
28	7,64	5,45	4,57	4,07	3,75	3,53	3,36	3,23	3,12	3,03	2,9	2,75	2,6	2,51	2,44	2,35	2,26	2,17	2,06
29	7,6	5,42	4,54	4,04	3,73	3,5	3,33	3,2	3,09	3	2,87	2,73	2,57	2,48	2,41	2,33	2,23	2,14	2,03
30	7,56	5,39	4,51	4,02	3,7	3,47	3,3	3,17	3,07	2,98	2,84	2,7	2,55	2,45	2,39	2,3	2,21	2,11	2,01
40	7,31	5,18	4,31	3,83	3,51	3,29	3,12	2,99	2,89	2,8	2,66	2,52	2,37	2,27	2,2	2,11	2,02	1,92	1,8
60	7,08	4,98	4,13	3,65	3,34	3,12	2,95	2,82	2,72	2,63	2,5	2,35	2,2	2,1	2,03	1,94	1,84	1,73	1,6
120	6,85	4,79	3,95	3,48	3,17	2,96	2,79	2,66	2,56	2,47	2,34	2,19	2,03	1,93	1,86	1,76	1,66	1,53	1,38
∞	6,63	4,61	3,78	3,32	3,02	2,8	2,64	2,51	2,41	2,32	2,18	2,04	1,88	1,77	1,7	1,59	1,47	1,32	1

