

PEDRO E. DANIZIO

# TEORÍA de las

## COMUNICACIONES

UNIVERSITAS

C O R D O B A

EDITORIAL CIENTÍFICA UNIVERSITARIA

Diseno de Tapa:  
Ing. Jorge G. Sarmiento  
Pedro E. Danzio – Marcelo A. Tejerina  
Universitas.  
Autoredcción:  
Producción Gráfica

Esta editorial realiza venta directa a público y librerías, prescindiendo de distribuidores,  
para tratar que el libro llegue al lector al menor precio posible. Los pedidos se pueden  
realizar a la dirección de la Editorial o al siguiente correo electrónico:

Email: EDITORIALUNIVERSITAS@YAHOO.COM.AR  
WEB: UNIVERSITASCORDOBA.COM.AR

A la compañera de mi vida, Silvia  
y mis hijos Eduardo, Agustín y Alejandro

Prohibida su reproducción, almacenamiento y distribución por cualquier medio, total o  
parcial, sin el permiso previo y por escrito de los autores y/o editor. Esta también total-  
mente, prohibido su tratamiento informático y distribución por internet o por cualquier  
otra red. Se pueden reproducir párrafos citando al autor y editorial y enviando un ejem-  
plar del material publicado a esta editorial.

ISBN: 987-9406-62-1

Hecho el depósito que marca la ley 11.723.

## Índice

Indice.....	7
Prólogo .....	13
<b>1. Generalidades</b> .....	15
Objetivos .....	15
Contenidos .....	15
1.1. Introducción .....	15
1.2. Conceptos de tiempo y frecuencia .....	17
1.3. La serie trigonométrica de Fourier .....	19
1.4. La serie exponencial de Fourier .....	19
1.5. La transformada de Fourier .....	20
1.6. Transformadas de funciones periódicas .....	21
1.7. Transformada de un pulso rectangular .....	22
1.8. Tabla de transformadas .....	23
1.9. Propiedades de la transformada .....	23
1.10. Espectro densidad de energía de una señal .....	24
1.11. Espectro densidad de potencia .....	25
<b>Guía de Actividades N° 1</b> .....	27
<b>2. Correlación de Funciones</b> .....	29
Objetivos .....	29
Contenidos .....	29
2.1. Funciones de correlación para señales de energía .....	31
2.2. Funciones de correlación para señales de potencia .....	31
2.3. Relación entre la correlación y la convolución .....	31
2.4. Relación entre la autocorrelación y las señales de energía finita .....	32
2.5. Relación entre autocorrelación promedio y señales de potencia .....	32
2.6. De la incorrelación de señales .....	33
<b>Guía de Actividades N° 2</b> .....	35
<b>3. Modulación Analógica por Amplitud</b> .....	37
Objetivos .....	37
Contenidos .....	37
3.1. Modulación analógica por producto .....	39
3.2. Analizando la modulación de producto con señales periódicas .....	41
3.3. La demodulación de la DSBSC .....	45
3.4. La demodulación de la DSBC, con enfoque periódico .....	46
3.5. Modulación de amplitud con portadora .....	48
3.6. Enfoque periódico de la AM .....	50
3.7. Índice de modulación .....	52
3.8. Análisis de potencia .....	54

3.9. Detección de señales AM por envuelta .....	56
3.10. Detección de señales AM por reinyección de portadora .....	59
3.11. BLU. Método del filtrado .....	61
3.12. Método de la cancelación de fase .....	62
3.13. BLU por doblado y compensación .....	65
3.14. Detección de BLU .....	67
3.15. Banda lateral vestigial o residual .....	68
3.16. La recepción de señales .....	69
3.17. La elección de FI .....	72
3.18. Control de ganancia .....	74
<b>Guía de Actividades N° 3 .....</b>	<b>77</b>
<b>4. Modulación Analógica en Frecuencia .....</b>	<b>87</b>
Objetivos .....	87
Contenidos .....	87
4.1. Introducción .....	89
4.2. La fase y la frecuencia modulada .....	90
4.3. FM .....	93
4.4. Cálculo del ancho de banda .....	96
4.5. Análisis de la potencia de una señal en FM .....	97
4.6. Un aspecto importante en la generación de FM .....	100
4.7. Detección de FM .....	101
4.8. Discriminación con PLL .....	103
4.9. El diagrama de recepción .....	104
4.10. Necesidad de redes de compensación .....	105
4.11. Características de la radiodifusión comercial .....	106
4.12. La FM estéreo .....	107
4.13. Análisis del ruido en FM vs. AM (sin red de deénfasis) .....	109
4.14. Análisis del ruido en FM vs. AM (con red de deénfasis) .....	110
<b>Guía de Actividades N° 4 .....</b>	<b>113</b>
<b>5. Ruido en el Sistema .....</b>	<b>121</b>
Objetivos .....	121
Contenidos .....	121
5.1. Introducción .....	123
5.2. Análisis de los tipos de ruido y una posible clasificación de los mismos .....	123
5.3. Ruido Térmico .....	125
5.4. Potencia de ruido .....	126
5.5. Circuito equivalente .....	128
5.6. Ruido de granalla .....	131
5.7. Ruido de partición .....	134
5.8. Ruido blanco .....	134
5.9. Medidas del ruido .....	135
5.10. Figura de ruido .....	135
5.11. Modelización de una red no ideal .....	137
5.12. Redes en cascada .....	138
5.13. Temperatura efectiva de ruido .....	140
5.14. Variación de la figura con la temperatura .....	142
5.15. Cálculo de la variación de figura .....	143
<b>Guía de Actividades N° 5 .....</b>	<b>151</b>
<b>6. Modulación por Pulso .....</b>	<b>155</b>
Objetivos .....	155
Contenidos .....	155
6.1. Muestreo ideal de señales .....	156
6.2. Muestreo natural .....	159
6.3. Muestreo instantáneo .....	161
6.4. Analizando el ancho de banda de la señal muestreada .....	163
6.5. Modulación de pulsos por ancho y posición (PWM y PPM) .....	163
6.6. Modulación de pulsos codificados (PCM) .....	166
6.7. Análisis del error de cuantificación .....	168
6.8. Cuantificación no uniforme .....	170
6.9. Modulación delta .....	173
6.10. Análisis del ruido en la modulación delta .....	175
6.11. Cálculo del escalón óptimo .....	176
6.12. Multiplex por división de tiempo (TDM) .....	177
6.13. Formación del multiplexado .....	179
6.14. De los pulsos y la interferencia entre símbolos .....	181
6.15. Codificación en línea .....	185
6.16. Código HDDB3 .....	186
<b>Guía de Actividades N° 6 .....</b>	<b>189</b>
<b>7. Modulación Digital .....</b>	<b>193</b>
Objetivos .....	193
Contenidos .....	193
7.1. Modulación ASK .....	195
7.2. Demodulación sincrónica de ASK .....	197
7.3. Demodulación no sincrónica de ASK .....	198
7.4. Modulación FSK .....	199
7.5. Demodulación de FSK .....	202
7.6. Modulación PSK .....	205
7.7. Demodulación PSK .....	206
7.8. Modulación Multinivel NASK .....	209
7.9. Modulación Multinivel 4PSK .....	211
7.10. Demodulación de 4PSK .....	215
7.11. Modulación de 8PSK .....	216
7.12. Demodulación de 8PSK .....	219
7.13. Técnica 16PSK .....	220
7.14. Modulación 8 QAM .....	221
7.15. Demodulación 8 QAM .....	224
7.16. Modulación 16 QAM .....	224
7.17. Diferencial PSK (DPSK) .....	228
<b>Guía de Actividades N° 7 .....</b>	<b>231</b>

<b>8. Detección de Señales en Presencia de Ruido .....</b>	<b>239</b>
Objetivos.....	239
Contenidos .....	239
8.1. Ruido en el canal.....	241
8.2. Autocorrelación de ruido blanco .....	241
8.3. Ruido limitado en banda .....	242
8.4. Correlación de una señal y un ruido .....	243
8.5. Autocorrelación de una señal con ruido.....	243
8.6. Autocorrelación de una señal binaria.....	244
8.7. Detección de señales en presencia de ruido por autocorrelación.....	245
8.8. De los sistemas digitales.....	246
8.9. Modelado del ruido pasabanda. ....	247
8.10. El filtro óptimo.....	249
8.11. Análisis de la decisión de umbral en el filtro óptimo .....	254
8.12. Probabilidad de error.....	257
8.13. Probabilidad de error en PCM .....	259
8.14. Probabilidad de error para ASK .....	260
8.15. Probabilidad de error para FSK .....	262
8.16. Probabilidad de error en PSK .....	264
8.17. Detección de palabras código utilizando el filtro óptimo .....	266
8.18. Códigos de pseudo ruido (PN).....	267
8.19. Propiedades de los códigos PN .....	270
8.20. De los puntos de realimentación .....	270
8.21. Códigos de Walsh .....	272
8.22. Spread spectrum.....	273
<b>Guía de Actividades N° 8.....</b>	<b>277</b>
<b>9. Actividades de Laboratorio.....</b>	<b>281</b>
Contenidos .....	281
9.1. Muestreo y Recisión .....	283
9.1.1. Objetivos:.....	283
9.1.2. Material necesario:.....	283
9.1.3. Circuito .....	283
9.1.4. Rutina .....	283
9.1.5. Análisis y conclusiones .....	284
9.2. Multiplexación por División de Tiempo .....	285
9.2.1. Objetivos:.....	285
9.2.2. Material necesario .....	285
9.2.3. Circuito (Multiplexor fig.1) .....	285
9.2.4. Rutina .....	286
9.2.5. Análisis y conclusiones .....	286
9.3. Cuantificación .....	287
9.3.1. Objetivos:.....	287
9.3.2. Material necesario:.....	287
9.3.3. Circuito .....	287
9.3.4. Rutina .....	288
9.3.5. Análisis y conclusiones.....	288
9.4. Codificación .....	289
9.4.1. Objetivos:.....	289
9.4.2. Material necesario:.....	289
9.4.3. Circuito: .....	289
9.4.4. Rutina.....	289
9.4.5. Análisis y conclusiones:.....	290
9.5. Conversión A/D Integrada .....	291
9.5.1. Objetivos:.....	291
9.5.2. Material necesario:.....	291
9.5.3. Circuito: .....	291
9.5.4. Rutina.....	292
9.5.5. Análisis y conclusiones:.....	292
9.6. Modulación Demodulación Analógica y Digital .....	293
9.6.1. Objetivos:.....	293
9.6.2. Material necesario:.....	293
9.6.3. Circuito: .....	294
9.6.4. Rutina:.....	295
9.6.5. Análisis y conclusiones:.....	296
<b>Bibliografía .....</b>	<b>297</b>

## Prólogo

Este trabajo está orientado a estudiantes de ingeniería que toman su primer curso de comunicaciones y que tienen bases en Teoría de Señales, con este criterio desarrollé la primera edición y ahora la segunda edición.

La idea general es la de disponer de un material razonablemente autocontenido, que disponga de las bases teóricas de iniciación y una abundante cantidad de actividades a resolver en aula y en laboratorio, que permitan al estudiante seguir la materia sin incertidumbre y ampliar sus conocimientos con la bibliografía que dispone el área.

Es bastante complejo encontrar cual debería ser el enfoque de un libro de estas características. De tal manera que simplemente me propuse desarrollar los temas tan cerca de una clase como fuese posible.

La primera edición tuvo muy buena acogida en los estudiantes y en muchos colegas docentes que utilizaron el texto para dictar cursos de comunicaciones en diversas instituciones. De todos ellos recibí muchas sugerencias y aportes que intenté reflejar en esta segunda edición.

Se corrigieron errores de tipografía (que estaba convencido que no existían y que aparecieron después de revisar una y mil veces) y como las revisiones son muy estrictas y por varios profesionales no me cabe duda que se cumplirán las leyes de Murphy, apareciendo nuevos errores después de que la impresión esta en manos de los estudiantes que son siempre las que las terminan descubriendo y haciéndolas notar en el momento de cercanía a una evaluación. Algunos temas fueron reescritos y ampliados e incrementé la cantidad de actividades a resolver después de cada capítulo. De tal manera que el libro esta muy ampliado, mejorado y actualizado.

Es de destacar que la mayoría de las sugerencias que me hicieron están reflejadas en este nuevo material y las que faltan no se pueden agregar por razones de contenidos y de espacio.

Para poder escribir, en mi caso, debo quitar horas al sueño y al poco tiempo disponible que tengo para mi familia y es en este aspecto que mi esposa Silvia y mis hijos Agustín y Alejandro en ningún momento dejaron de alentarme en mis esfuerzos. Por otro lado mi hijo mayor Eduardo, que es un ingeniero de la nueva generación, colaboró intensivamente en este nuevo material. Solo puedo expresar que estoy muy feliz de tener una familia que nunca deja de estar a mi lado.

Por último, les expreso mi agradecimiento a los estudiantes y colegas que emitieron juicio de valor de la primera edición y quedo en espera de todas las sugerencias y críticas que crean oportunas realizar en esta nueva edición. Pueden enviarlas a mi e-mail: pdanizio@educ.ar que todas serán tenidas en cuenta.

Pedro E. Danizio

# I

## Generalidades

### Objetivos

- ♦ Repasar los conceptos básicos de la serie y transformada de Fourier.
- ♦ Interpretar los conceptos de densidad de energía y de potencia.
- ♦ Aplicar dichos conceptos en la resolución de problemas básicos de aplicación en el área.

### Contenidos

- Introducción
- Conceptos de tiempo y frecuencia
- La serie trigonométrica de Fourier
- La serie exponencial de Fourier
- La transformada de Fourier
- Transformada de funciones periódicas
- Transformada de un pulso rectangular
- Tabla de transformadas
- Propiedades de la transformada
- Espectro densidad de energía de una señal
- Espectro densidad de potencia
- Guía de actividades N° 1

### 1.1. Introducción

El proceso de establecer una comunicación, mediante una onda acústica, implica que dicha onda necesita un medio para propagarse, lo hace a la velocidad del sonido según el medio y no puede propagarse en el vacío.

Por otro lado este tipo de ondas son fácilmente atenuables y no constituyen un proceso ideal para establecer vínculos a grandes distancias, ya que además no tienen confidencialidad.

Es menester desarrollar un modelo de onda con propagación a la velocidad de la luz, por cualquier medio y sin atenuación, esto implica utilizar ondas electromagnéticas. Lo que trae aparejado la necesidad de utilizar un transductor que transforme las ondas acústicas en electromagnéticas.

La antena transforma ondas eléctricas en electromagnéticas y viceversa. Para lo cual si se transforma la acústica en eléctrica, luego pasándola por una antena se transformaría en electromagnética.

Ocurre que para que una antena funcione como tal hay dos condiciones que deben mínimamente cumplirse, que el largo debe mantener una proporcionalidad con la longitud de la onda a transmitir y que la onda sea cosenoïdal y periódica.

La señal primigenia a transmitir, denominada banda base, que podría provenir de la voz humana no es periódica, lo que implica que por la antena pasaría las componentes espectrales periódicas de dicha señal. Pero existe otro problema más grave, supongamos que transmitimos un tono promedio de voz del orden de 1 KHz, la longitud de onda será:

$$\lambda = \frac{3 \cdot 10^8}{10^3} = 3 \cdot 10^5 \text{ m} \quad \lambda = \frac{c}{f} \quad [1.1.1]$$

Se ve que la longitud de onda para esta frecuencia es de 300 Km, lo que implicaría que la antena debería mantener proporcionalidad con ese valor. Aún tomando submúltiplos pequeños la longitud de la antena resultante es físicamente irrealizable. Con el agravante de que cada vez que cambia la frecuencia estaría variando la longitud de la antena.

La solución pasa por mantener el concepto de la onda electromagnética con una antena reducida. Esto significa utilizar una onda periódica de alta frecuencia, lo cual daría una antena corta y en el su seno colocar la banda base de baja frecuencia.

Es decir la estructura de la información original se la traslada a otro punto del espectro de frecuencias, denominando a este proceso modular. De hecho que para poder escuchar esta información debe ser colocada de nuevo en la posición espectral original y a este proceso inverso se lo denomina demodulación.

En la fig. 1.1.1 se muestra una representación en el eje de las frecuencias.

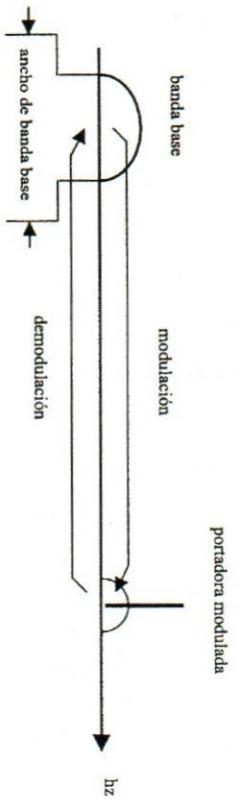


Figura 1.1.1

Se observa que el ancho de banda base, cuando se modula la señal al compararlo con la frecuencia de la portadora es despreciable, lo que implica que la antena sigue viendo la frecuencia de portadora con pequeñas variaciones.

A partir de este concepto es posible expresar que en un proceso de modulación interviene por un lado la banda base, es decir la información a transmitir y la portadora que es la señal cosenoideal periódica que trasladará en su seno la información.

Se podría dar una clasificación de las técnicas de modulación a partir de la banda base, si ésta es analógica o digital dará origen a esas denominaciones.

¿De qué manera se ingresa la banda base en la portadora? La portadora es una onda periódica, cuyos parámetros de definición son la amplitud, la frecuencia y la fase. De tal manera que según el parámetro que varie la banda base surge la denominación de la técnica, AM (modulación de amplitud), FM (modulación de frecuencia) y PM (modulación de fase)

En la fig. 1.1.2 se representa las técnicas analógicas y sus variantes.

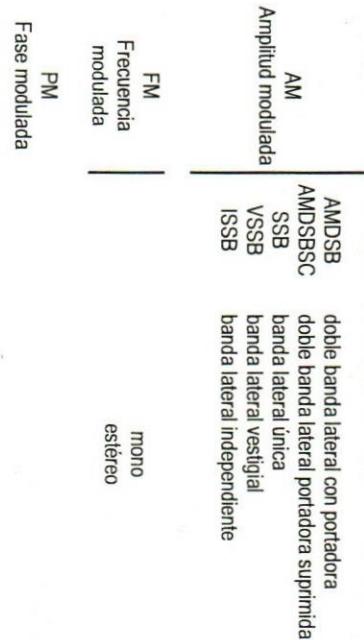


Figura 1.1.2

Si la banda base es digital se da origen a las modulaciones digitales. En la fig. 1.1.3, se presentan con sus variantes.

ASK (amplitude-shift keying)	NASK	ASK con combinación de niveles en amplitud
FSK (frequency-shift keying)	DPSK	PSK diferencial
PSK (phase-shift keying)	QPSK	PSK en con fases en cuadratura
	DQPSK	QPSK diferencial
	NPSK	PSK con combinación de niveles en fases
Combinación de modulación digital de amplitud y de fases		
QAM	(modulación de amplitud en cuadratura con combinaciones de nivel)	

Figura 1.1.3

## 1.2. Conceptos de tiempo y frecuencia

Simplemente se recordarán aquellos conceptos de teoría de Señales conocidos que se aplican en este texto.

Un función en el tiempo  $f(t)$ , tiene su composición espectral  $F(\omega)$ , es decir su transformada de Fourier si es no periódica o la serie de ser periódica.

La serie de Fourier, se la puede representar de manera trigonométrica o de manera exponencial.

## 1.3. La serie trigonométrica de Fourier

La expresión trigonométrica:

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t) \quad [1.3.1]$$

Donde los coeficientes:

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) dt \quad [1.3.2]$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \cos n\omega_0 t \, dt \quad [1.3.3]$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \sin n\omega_0 t \, dt \quad [1.3.4]$$

### 1.4. La serie exponencial de Fourier

Se la puede expresar

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n e^{jn\omega_0 t} \quad [1.4.1]$$

Bonito los coeficientes

$$F_n = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) e^{-j n \omega_0 t} dt \quad [1.4.2]$$

Es de notar que la forma trigonométrica y la exponencial son dos maneras diferentes de representar lo mismo. De tal manera que se pueden deducir los coeficientes de una forma a partir de la otra, tal como se muestra a continuación.

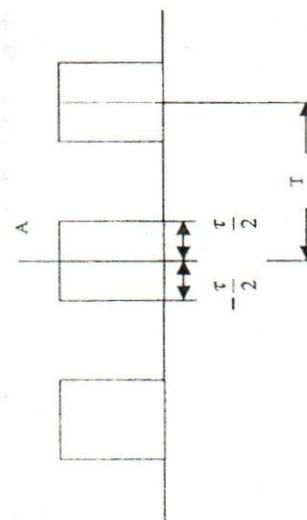
$$a_0 = F_0 \quad [1.4.3]$$

$$a_n = \bar{f}(F_n + F_{-n}) \quad [1.4.4]$$

$$\bar{f}_n = \frac{1}{2} (a_n - j b_n) \quad [1.4.5]$$

#### Ejemplo 14.1

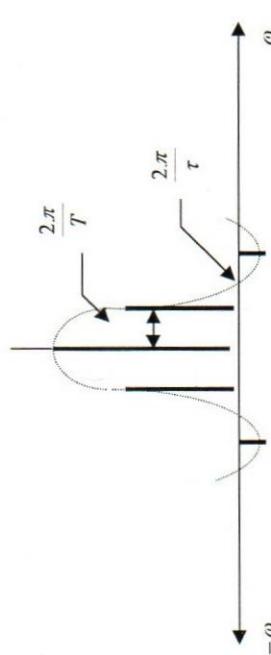
Dada la siguiente función, encontrar la serie exponencial de Fourier.



De donde aplicando la 1.4.1, la función se expresa

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n e^{jn\omega_0 t} = \frac{A \cdot \tau}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \text{Sa}\left(n\omega_0 \cdot \frac{\tau}{2}\right) e^{jn\omega_0 t} \quad [1.4.6]$$

Se ve claramente que la función sigue la forma de una Sinc(x) o Sa(x), como se la denomina en Comunicaciones, del tipo discreto donde la distancia entre las líneas la fija la frecuencia y el cruce por cero el ancho del pulso.



Esta es la denominada función de muestreo.

### 1.5. La transformada de Fourier

La extensión de la serie para funciones no periódicas es la transformada. Se la expresa así:

$$\mathcal{F}[f(t)] = F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \quad [1.5.1]$$

La transformada representa el espectro continuo de una función no periódica.

Donde la antitransformada será:

$$\mathcal{F}^{-1}[F(\omega)] = f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad [1.5.2]$$

### 1.6. Transformadas de funciones periódicas

Con la ayuda de límites se pueden obtener las transformadas de las funciones seno y coseno, que son impulsos localizados en la frecuencia de la señal. Cuyas expresiones son las siguientes:

$$\mathcal{F}[\cos \omega_e t] = \pi [\delta(\omega + \omega_e) + \delta(\omega - \omega_e)] \quad [1.6.1]$$

$$\mathcal{F}[\sin \omega_e t] = j\pi [\delta(\omega + \omega_e) - \delta(\omega - \omega_e)] \quad [1.6.2]$$

Multiplicando y dividiendo por  $\tau$ , a efectos de dar una forma de función Sinc(x) o Sa(x)

A partir de estas transformadas y reemplazando en la expresión de Euler es posible determinar la transformada de una exponencial perpetua.

$$\Im[e^{j\omega_0 t}] = 2\pi \delta(\omega - \omega_0)$$

Para lo cual analizando la expresión 1.4.1 y calculando la transformada de Fourier de esta expresión

$$\Im[f(t)] = \sum_{-\infty}^{\infty} F_n \Im(e^{j\omega_0 n t}) = 2\pi \sum_{-\infty}^{\infty} F_n \delta(\omega - n\omega_0) \quad [1.6.4]$$

De donde la transformada de Fourier de una función periódica se la expresa por la misma serie, multiplicada por  $2\pi$  y por impulsos localizados en múltiplos de  $\omega_0$ . Debe entenderse que la existencia de esta transformada como el caso límite ya que en el sentido estricto la transformada de Fourier de una función periódica no existe, pero si existe en el límite.

### 1.7. Transformada de un pulso rectangular

Definimos a la función pulso rectangular  $G_r(t)$ , a una función que existe en un intervalo entre  $-\frac{\tau}{2}$  y  $\frac{\tau}{2}$ , con una amplitud constante  $A$ , tal como se en la fig. 1.7.1

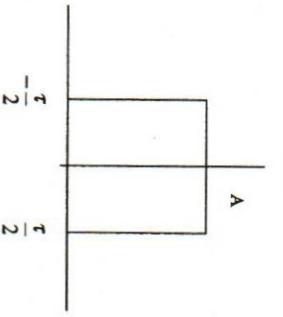


Figura 1.7.1

Aplicando la definición 1.5.1

$$\Im[f(t)] = F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt = A \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} A e^{-j\omega t} dt$$

Resolviendo y operando

$$F(0) = A\pi \text{Sa}\left(\frac{0\pi}{2}\right)$$

[1.7.1]

Se obtiene una función  $\text{Sa}(x)$ , continua. Realizando la antitransformada, es decir partiendo de una función plana en frecuencia dentro de un intervalo, se obtiene la función  $\text{Sa}(x)$  en el tiempo.

Esta es muy utilizada en el concepto de filtro pasa bajos ideal y es la referencia de modelado de canales ideales.

### 1.8. Tabla de transformadas

Se presentan en la fig. 1.8.1, una tabla con algunas transformadas útiles.

	$f(t)$	$F(\omega)$
1	$e^{-at} u(t)$	$\frac{1}{a + j\omega}$
2	$t e^{-at} u(t)$	$(a + j\omega)^{-2}$
3	$u(t)$	$\frac{2}{j\omega}$
4	$\delta(t)$	1
5	1	$2\pi \delta(\omega)$
6	$u(t)$	$\pi \delta(\omega) + \frac{1}{j\omega}$
7	$\cos \omega_0 t$	$\pi [\delta(\omega + \omega_0) + \delta(\omega - \omega_0)]$
8	$\sin \omega_0 t$	$j\pi [\delta(\omega + \omega_0) - \delta(\omega - \omega_0)]$
9	$\delta_T(t)$	$\omega_0 \delta_{\omega_0}(\omega)$
10	$G_r(t)$	$\pi \text{Sa}\left(\frac{\omega_0 T}{2}\right)$
11	$\frac{W}{2\pi} \text{Sa}\left(\frac{WT}{2}\right)$	$G_W(\omega)$

Figura 1.8.1

### 1.9. Propiedades de la transformada

En la fig. 1.9.1, se sintetizan las propiedades

PROPIEDAD	$f(t)$	$F(\omega)$
1. Escalar	$f(a t)$	$\frac{1}{ a } F\left(\frac{\omega}{a}\right)$
2. Desplazamiento en el tiempo	$f(t - t_0)$	$F(\omega) e^{-j\omega t_0}$
3. Desplazamiento en la frecuencia	$f(t) e^{j\omega_0 t}$	$F(\omega - \omega_0)$
4. Diferenciación en el tiempo	$\frac{d^n f(t)}{dt^n}$	$(j\omega)^n F(\omega)$
5. Diferenciación en la frecuencia	$(-jt)^n f(t)$	$\frac{d^n F(\omega)}{d\omega^n}$
6. Integración en el tiempo	$\int_{-\infty}^t f(\tau) d\tau$	$\frac{1}{(j\omega)} F(\omega)$
7. Convolución en el tiempo	$f_1(t) * f_2(t)$	$F_1(\omega) F_2(\omega)$
8. Convolución en la frecuencia	$f_1(\omega) f_2(\omega)$	$\frac{1}{2\pi} [F_1(\omega) * F_2(\omega)]$

Figura 1.9.1

### 1.10. Espectro densidad de energía de una señal

Es muy útil, trabajar con la energía normalizada de una señal  $f(t)$ . Esta se define para una resistencia normalizada de 1 Ohm, como:

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} f^2(t) dt \quad [1.10.1]$$

El concepto tiene validación como significante, si la integral es finita, cuando esto ocurre a dichas señales se las llama de energía. Si  $F(\omega)$ , es la transformada de Fourier de la función, entonces:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad [1.10.2]$$

reemplazando en 1.10.1, la energía queda

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \left[ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega \right] dt \quad [1.10.3]$$

intercambiando el orden de integración y operando

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) \left[ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{j\omega t} dt \right] d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) F(-\omega) d\omega \quad [1.10.4]$$

sabemos que

$$F(\omega) = F(-\omega) = [F(\omega)]^2 \quad [1.10.5]$$

reemplazando 1.10.5 en 1.10.4

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} f^2(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [F(\omega)]^2 d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} [F(\omega)]^2 d\omega = 2 \int_0^{\infty} [F(\omega)]^2 d\omega \quad [1.10.6]$$

definiendo a  $[F(\omega)]^2$ , como el espectro densidad de energía.

$$[F(\omega)]^2 = \Psi_f(\omega) \quad [1.10.7]$$

para lo cual se puede expresar la energía de una señal como

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} f^2(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Psi_f(\omega) d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi_f(\omega) d\omega = 2 \int_0^{\infty} \Psi_f(\omega) d\omega = \quad [1.10.8]$$

Para que la energía se obtenga en Joules, se ve claramente que las unidades de  $\Psi_f(\omega)$ , serán  $\frac{\text{Joules}}{\text{Hz}}$ . Esto representa el aporte de energía que realiza cada componente espectral que forma la señal  $f(t)$ .

### 1.11. Espectro densidad de potencia

Existen otras señales, tales como las periódicas, donde la integral 1.10.1, es infinita y el concepto de energía no tiene sentido. En estos casos se considera el promedio de energía en el tiempo, lo que implica definir la potencia media de la señal.

Se denomina a estas señales de potencia, definiendo como potencia media de una señal, al promedio de potencia disipada por un resistor de 1 Ohm, al aplicárselle un voltaje (o corriente)  $f(t)$ . Esta definición significa expresar también el valor cuadrático medio de la señal lo que se sintetiza de la siguiente manera:

$$P = \overline{f^2(t)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f^2(t) dt \quad [1.11.1]$$

Para poder utilizar el mismo procedimiento del cálculo de la energía, es que comenzamos por definir una cierta función periódica  $f_T(t)$ , cuya longitud es de un solo período.

$$f_T(t) = f(t) \rightarrow |t| = \frac{T}{2}$$

$$f_T(t) = 0 \rightarrow [t] \neq \frac{T}{2}$$

[1.11.2]

## Guía de Actividades Nº 1

De donde al tomar los límites de integración entre  $\infty$  y  $-\infty$  para la nueva función, queda la  $f(t)$  y esto permite trabajar con la transformada de Fourier

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_T^2(t) dt = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f^2(t) dt$$

Definiendo la transformada de la nueva función como  $F_T(\omega)$  y utilizando la definición de energía

1.1.6

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f^2(t) dt = \frac{1}{2\pi} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{|F_T|^2}{T} d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|F_T(\omega)|^2}{T} df$$

Definiendo el espectro densidad de potencia como

$$S_f(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{|F_T(\omega)|^2}{T}$$

Se puede expresar la potencia

$$P = \overline{f^2}(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f^2(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_f(\omega) d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} S_f(\omega) df = 2 \int_0^{\infty} S_f(\omega) df$$

Se ve claramente que el espectro densidad de potencia, representa el aporte de potencia debido a cada componentepectral de la función. La unidad será  $\frac{Watt}{Hz}$ .

Actividad 1.1.

Demostrar el teorema de convolución en frecuencia.

Actividad 1.2.

Encuentre la serie de Fourier de una onda senoidal rectificada en media onda.

Actividad 1.3.

Encuentre la serie de Fourier de una función de pulsos binarios periódicos.

Actividad 1.4.

Explique la diferencia entre señales de energía y de potencia.

Actividad 1.5.

Defina la energía de una señal.

Actividad 1.6.

Espectro densidad de energía. Desarrollo analítico. Sentido físico.

Actividad 1.7.

Defina la potencia de una señal.

Actividad 1.8.

Espectro densidad de potencia. Desarrollo analítico. Sentido físico. Unidades.

Actividad 1.9.

Calcule la potencia de las siguientes señales:

- a)  $\sqrt{2} \operatorname{Sen} \omega ct$
- b)  $\sqrt{2} \operatorname{Cos} \omega ct$

# 2

## Correlación de Funciones

### Objetivos

- ◆ Repasar los conceptos básicos de correlación y autocorrelación de funciones , como soporte de la detección de señales en presencia de ruido.
- ◆ Interpretar la vinculación entre correlación y convolución.
- ◆ Interpretar la relación entre la autocorrelación y las señales de energía y las de potencias.
- ◆ Aplicar dichos conceptos en la resolución de problemas básicos de aplicación en el área.

### Contenidos

Función de correlación para señales de energía

Función de correlación para señales de potencia

Relación entre la correlación y la convolución

Relación entre la autocorrelación y las señales de energía finita

Relación entre la autocorrelación promedio y señales de potencia

De la incorrelación de señales

Guía de actividades N° 2

## 2.1. Funciones de correlación para señales de energía

Dadas dos funciones  $f_1(t)$  y  $f_2(t)$ , se define como función de correlación  $R_{12}(\tau)$

$$R_{12}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t) \cdot f_2(t - \tau) dt = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t + \tau) \cdot f_2(t) dt \quad [2.1.1]$$

De la misma manera se puede definir la función de correlación  $R_{21}(\tau)$  entre  $f_2(t)$  y  $f_1(t)$ .

$$R_{21}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} f_2(t) \cdot f_1(t - \tau) dt = \int_{-\infty}^{\infty} f_2(t + \tau) \cdot f_1(t) dt \quad [2.1.2]$$

Si el proceso se hace sobre la misma función, este se denomina autocorrelación  $R_f(\tau)$  y se expresa

$$R_f(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot f(t - \tau) dt = \int_{-\infty}^{\infty} f(t + \tau) \cdot f(t) dt \quad [2.1.3]$$

Es posible demostrar que  $R_{12}(\tau) = R_{21}(-\tau)$  y que  $R_f(\tau) = R_f(-\tau)$

## 2.2. Funciones de correlación para señales de potencia

Para funciones periódicas, se define la correlación promedio, entre  $f_1(t)$  y  $f_2(t)$  a  $\overline{R_{12}}(\tau)$  tal que

$$\overline{R_{12}}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f_1(t) \cdot f_2(t - \tau) dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f_1(t + \tau) \cdot f_2(t) dt \quad [2.2.1]$$

Con el mismo criterio es posible definir la correlación promedio entre  $f_2(t)$  y  $f_1(t)$  a  $\overline{R_{21}}(\tau)$  tal que

$$\overline{R_{21}}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f_2(t) \cdot f_1(t - \tau) dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f_2(t + \tau) \cdot f_1(t) dt \quad [2.2.2]$$

Si el proceso se realiza con la misma función, entonces estamos en presencia de la autocorrelación promedio  $\overline{R_f}(\tau)$

$$\overline{R_f}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \cdot f(t - \tau) dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t + \tau) \cdot f(t) dt \quad [2.2.3]$$

Con las mismas consideraciones que para las señales de energía, es posible demostrar que  $R_{12}(\tau) = \overline{R_2(-\tau)}$  y  $\overline{R_f}(\tau) = \overline{R_f}(-\tau)$

### 2.3. Relación entre la correlación y la convolución

La vinculación entre la correlación de dos funciones y la convolución de las mismas es

$$R_{12}(\tau) = f_1(t) * f_2(-t) \quad [2.3.1]$$

Para demostrar recordamos la definición de convolución entre  $f_1(t)$  y  $f_2(t)$

$$f_1(t) * f_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(x) f_2(t-x) dx \quad [2.3.2]$$

La convolución de  $f_1(t)$  y  $f_2(-t)$  será

$$f_1(t) * f_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} [f_1(x) f_2 - (t-x)] dx = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(x) f_2(x-t) dx \quad [2.3.3]$$

Cambiando las variables  $x = t$  y  $t = \tau$  y reemplazándolas en 2.3.3, nos queda

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_1(t) f_2(t-\tau) dt \quad [2.3.4]$$

Se ve claramente que la resultante en 2.3.4 es la misma expresión desarrollada en 2.2.1 que es la correlación entre dos funciones. De donde queda demostrada 2.3.1.

$$R_{12}(\tau) = f_1(t) * f_2(-t) \quad [2.2.1]$$

### 2.4. Relación entre la autocorrelación y las señales de energía finita

Es posible analizar de una manera muy sencilla esta relación y la importancia de la misma, simplemente encontraremos la transformada de Fourier de la autocorrelación de una señal de energía.

### 2.5. Relación entre autocorrelación promedio y señales de potencia

Aplicando la 1.11.3 a la definición de autocorrelación promedio nos queda

$$\overline{R}_f(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) f(t-\tau) dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} f_r(t) f_r(t-\tau) dt \quad [2.5.1]$$

Calculando la transformada de Fourier a lo expresado.

$$\begin{aligned} \Im[\overline{R}_f(\tau)] &= \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} f_r(t) f_r(t-\tau) dt \right] e^{\rho \omega t} dt \\ &\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} f_r(t) F_r(\omega) e^{\rho \omega t} dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} F_r(-\omega) \cdot F_r(\omega) = S_f(\omega) \end{aligned} \quad [2.5.2] \quad [2.5.3]$$

$$\begin{aligned} \Im[R_f(\tau)] &= S_f(\omega) \\ \Im^{-1}[S_f(\omega)] &= \overline{R}_f(\tau) \end{aligned} \quad [2.5.4] \quad [2.5.5]$$

Se ve que la transformada de Fourier de la autocorrelación promedio es la densidad espectral de potencia y la antitransformada de la densidad espectral de potencia es la autocorrelación promedio.

### 2.6. De la incorrelación de señales

Dos señales no están correlacionadas si se cumple que:

$$\overline{R}_f(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f_1(t) f_2(t-\tau) dt = \left[ \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f_1(t) dt \right] \left[ \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f_2(t) dt \right] \quad [2.6.1]$$

Si una de las señales (o las dos) tiene valor medio cero el resultado es cero.

$$\begin{aligned} \Im[R_f(\tau)] &= S_f(\omega) \\ \Im^{-1}[S_f(\omega)] &= \overline{R}_f(\tau) \end{aligned} \quad [2.4.2] \quad [2.4.3]$$

$$F(-\omega) F(\omega) = F(\omega)^2 = \Psi_f(\omega)$$

Se ve claramente que la transformada de Fourier de la autocorrelación es la densidad espectral de energía, tal que la antitransformada del espectro da la autocorrelación de la señal.

$$\Im[R_f(\tau)] = \Psi_f(\omega) \quad [2.4.4]$$

$$\Im^{-1}[\Psi_f(\omega)] = R_f(\tau) \quad [2.4.5]$$

Este concepto es muy importante y permite recuperar señales en presencia de ruido, esto se analizará más adelante.

### 2.7. Relación entre la autocorrelación promedio y señales de potencia

Aplicando la 1.11.3 a la definición de autocorrelación promedio nos queda

$$\overline{R}_f(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) f(t-\tau) dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} f_r(t) f_r(t-\tau) dt \quad [2.5.1]$$

Calculando la transformada de Fourier a lo expresado.

$$\begin{aligned} \Im[\overline{R}_f(\tau)] &= \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} f_r(t) f_r(t-\tau) dt \right] e^{\rho \omega t} dt \\ &\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} f_r(t) F_r(\omega) e^{\rho \omega t} dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} F_r(-\omega) \cdot F_r(\omega) = S_f(\omega) \end{aligned} \quad [2.5.2] \quad [2.5.3]$$

$$\begin{aligned} \Im[R_f(\tau)] &= S_f(\omega) \\ \Im^{-1}[S_f(\omega)] &= \overline{R}_f(\tau) \end{aligned} \quad [2.5.4] \quad [2.5.5]$$

Se ve que la transformada de Fourier de la autocorrelación promedio es la densidad espectral de potencia y la antitransformada de la densidad espectral de potencia es la autocorrelación promedio.

### 2.8. De la incorrelación de señales

Dos señales no están correlacionadas si se cumple que:

$$\overline{R}_f(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f_1(t) f_2(t-\tau) dt = \left[ \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f_1(t) dt \right] \left[ \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f_2(t) dt \right] \quad [2.6.1]$$

$$F(-\omega) F(\omega) = F(\omega)^2 = \Psi_f(\omega)$$

## Guía de Actividades Nº 2

Actividad 2.1.

Defina la función de correlación para señales de energía finita.

Actividad 2.2.

Como se expresa la función anterior para señales de potencia.

Actividad 2.3.

Que es la autocorrelación.

Actividad 2.4.

Demuestre que la autocorrelación es una función par de  $\tau$ .

Actividad 2.5.

Demuestre cual es la vinculación entre la correlación y la convolución para señales de energía finita.

Actividad 2.6.

Como se vincula la autocorrelación con las señales de energía finita.

Actividad 2.7.

Como se vincula la autocorrelación con las señales de potencia.

Actividad 2.8.

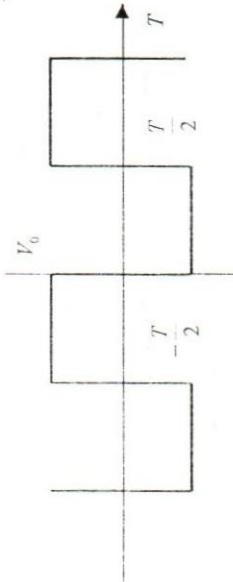
Dada la siguiente función periódica encuentre su autocorrelación analíticamente y gráficamente.

# 3

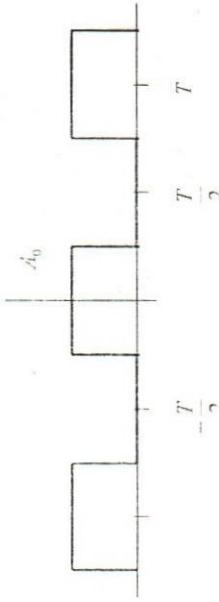
## Modulación Analógica por Amplitud

Actividad 2.9.

Para la siguiente función periódica encuentre su autocorrelación analítica y gráficamente.



Actividad 2.9.



Actividad 2.10.

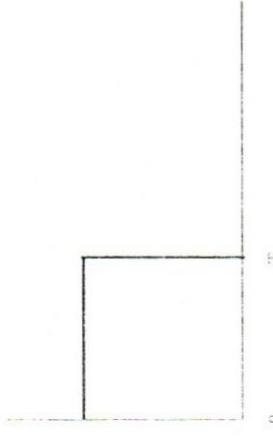
Encuentre la autocorrelación (observe que esta no depende de la fase)

a)  $\sqrt{2} \operatorname{Sen}(\omega ot + \varphi)$

b)  $\sqrt{2} \operatorname{Cos}(\omega ot + \varphi)$

Actividad 2.11.

Dada la siguiente función no periódica encuentre analíticamente, la autocorrelación.



A

### Objetivos

- ◆ Comprender los conceptos de modulación analógica por amplitud en todas sus variantes con, sin portadora y banda lateral única
- ◆ Comprender los conceptos de la demodulación analógica por amplitud en todas sus variantes con, sin portadora y banda lateral única
- ◆ Sintetizar la estructura de recepción de señales de una manera conceptual y bloquística, como soporte de la recepción de cualquier técnica de modulación.
- ◆ Aplicar dichos conceptos en la resolución de problemas y casi casos en el área.

### Contenidos

- Modulación analógica por producto
- Analizando la modulación de producto con señales periódicas
- La demodulación de DSBSC
- La demodulación de DSBSC con enfoque periódico
- Modulación de amplitud con portadora
- Enfoque periódico de AM
- Índice de modulación
- Ánalisis de potencia
- Detección de señales de AM por envuelta
- Detección de señales de AM por remoción de portadora
- BLU método del filtrado
- Método de la cancelación de fase
- BLU por doblado y compensación
- Detección de BLU
- Banda lateral vestigial o residual

La recepción de señales  
La elección de la FI

Control de ganancia  
Guía de actividades Nº 3

Comenzaremos analizando que ocurre si tomamos una función cualquiera continua  $f(t)$  y la multiplicamos en el tiempo por una onda cosenoide de frecuencia  $\omega_c$ , la nueva función se expresa como:

$$\phi_{DSB}(t) = f(t) \cos \omega_c t \quad [3.1.1]$$

Si las transformadas son

$$\begin{aligned} f(t) &\Leftrightarrow F(\omega) \\ \cos \omega_c t &\Leftrightarrow \pi [\delta(\omega + \omega_c) + \delta(\omega - \omega_c)] \end{aligned}$$

Donde la transformada de  $\phi_{DSB}(t)$  será:

$$\Phi_{DSB}(\omega) = \frac{1}{2\pi} F(\omega) * \pi [\delta(\omega + \omega_c) + \delta(\omega - \omega_c)] \quad [3.1.2]$$

Resolviendo este producto convolución

$$\Phi_{DSB}(\omega) = \frac{1}{2} [F(\omega + \omega_c) + F(\omega - \omega_c)] \quad [3.1.3]$$

La función  $F(\omega)$  se ha trasladado a otro punto del espectro, es decir que ha quedado a ambos lados de  $\omega_c$ . Se ha producido una modulación, de hecho que el tono de portadora no está presente, pero la banda base se repite simétricamente a ambos lados de la frecuencia de portadora. Analizando gráficamente primero lo veremos en el tiempo en la fig. 3.1.1.a

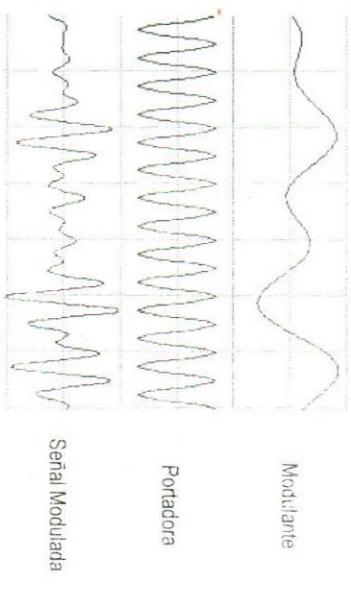


Figura 3.1.1.a

Luego se lo analizará en frecuencia en la fig. 3.1.1.b.

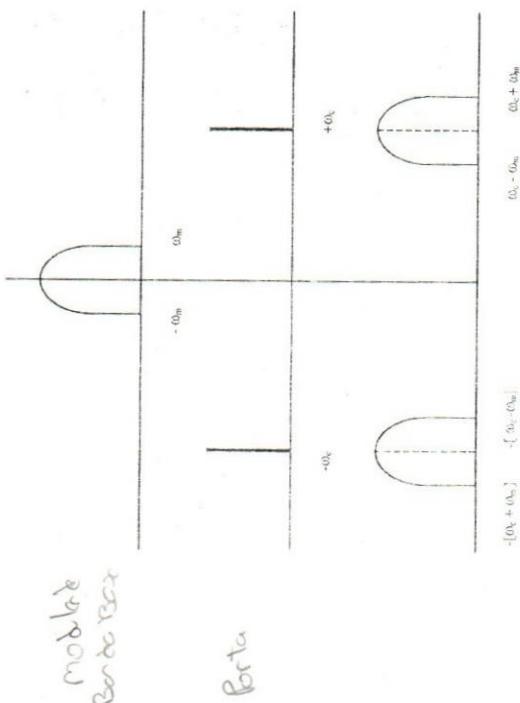


Figura 3.1.1b

Note en la fig. 3.1.1b, que el tono de la portadora no está presente, esto resulta de la convolución en frecuencia. De tal manera que la banda base al aparecer a ambos lados de la posición de portadora genera las denominadas bandas laterales (superior e inferior). Esta técnica se la denomina doble banda lateral con portadora suprimida o también modulación de producto. Se ve que la señal modulada ahora ocupa el doble de ancho de banda que el ancho de la banda base

A efectos de visualizar este concepto en la fig. 3.1.2, se representa solo la composición espectral.

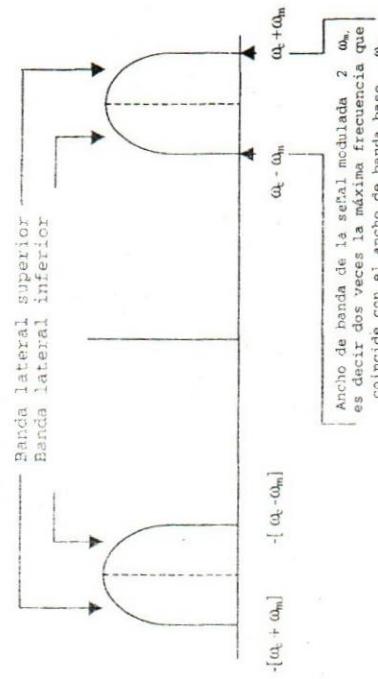


Figura 3.1.2

### 3.2. Analizando la modulación de producto con señales periódicas

Suponiendo una señal periódica  $e_m(t)$ , de forma cosenoideal y frecuencia  $\omega_m$ , realizaremos el producto con la portadora  $e_c(t)$ .

$$\phi_{2BL} = e_m(t)e_c(t) = E_m \cos \omega_m t \cdot E_c \cos \omega_c t \quad [3.2.1]$$

Resolviendo

$$\phi_{2BL} = \frac{E_c E_m}{2} \cos(\omega_c + \omega_m)t + \frac{E_c E_m}{2} \cos(\omega_c - \omega_m)t \quad [3.2.2]$$

La expresión muestra claramente que el tono está desplazado por encima y debajo de la frecuencia de la portadora. Es decir que la composición espectral de esta función son dos frecuencias en  $\omega_c \pm \omega_m$ . Para completar este análisis, en la fig. 3.2.1, muestra la representación temporal de la modulación con banda de base periódica, superpuesta ex profeso sobre la onda modulada.

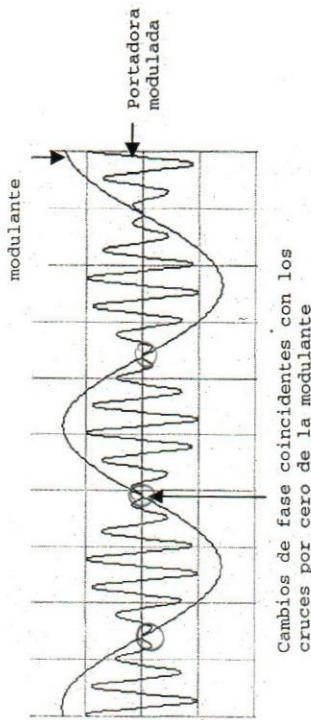


Figura 3.2.1

Observe que se ve claramente que la señal modulada tiene cambios de fase en los cruces por cero de la portadora y estos coinciden con los cruces por ceros del tono modulante

Este resultado de la multiplicación de ambas señales, de tal manera que una forma de conocer si la señal tiene o no la portadora, es observar estos aspectos.

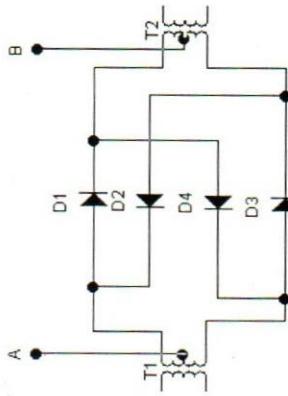


Figura 3.2.2

Un circuito típico, se presenta en la fig. 3.2.2.

T1 y T2 son transformadores ideales donde el número de vueltas del primario y de cada uno de los secundarios son iguales, los bobinados secundarios están arrollados en contraposición y los diodos también son ideales.

Supongamos que colocamos la portadora entre los bornes A y B. En el momento en que A es positivo respecto de B, quedan D1 y D3 directamente polarizados y D2 y D4 con polarización opuesta y no pueden conducir, quedando un circuito equivalente que se muestra en la fig. 3.2.3

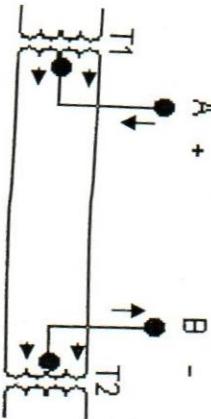


Figura 3.2.3

La circulación de corriente desde A hacia B, por ser corrientes iguales, se cancelan entre sí ya que los bobinados están contrapuestos, de tal manera que no existe señal ni en el primario de T1 ni en el secundario de T2. Solamente si se ingresa la banda base en el primario de T1 esta aparecerá en el secundario de T2 con al mismo fase.

Al cambiar la polaridad de la portadora entre los bornes A y B, quedan en conducción los diodos D2 y D4, quedando un circuito equivalente tal como muestra la fig. 3.2.4

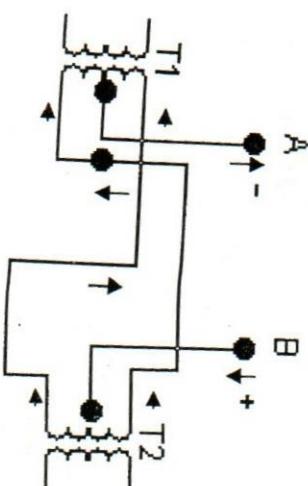


Figura 3.2.4

**Ocurre** la misma situación ya descripta, para el caso de la fig. 2.2.3, de tal manera que la portadora **ha sido cancelada** y si se ingresa la banda base en el primario de T1, pasará al secundario de T2 con **la fase cambiada**.

**De** manera sintética podemos expresar que la portadora es cancelada en el modulador yesta solo **cambia** la polaridad de la señal de entrada, es evidente que la salida es entonces el producto de la **banda base** por la portadora. La fig. 3.2.1, representa el producto de la dos señales con la portadora

cancelada. A la modulación de producto se la denomina doble banda lateral con portadora suprimida (DSBSC).

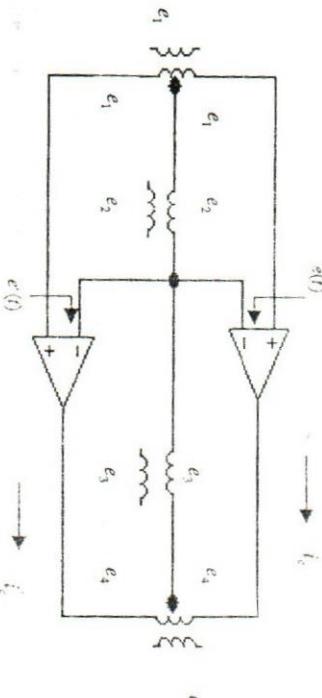
El modulador de producto, reviste una gran importancia en los procesos de modulación por a partir de él se pueden generar la mayoría de las técnicas.

#### Ejemplo 3.2.1

El siguiente circuito con dos amplificadores no lineales puede trabajar como modulador, si se desarrolla la salida como una serie de potencias de la entrada. Aproximando la no linealidad con una serie de potencia se obtiene

$$i(t) = a_1 e(t) + a_2 e^2(t) + a_3 e^3(t) + \dots + a_n e^n(t)$$

Obtenga la  $e_4$  y analice el tipo de salida, considere la  $e_4$  como diferencia de  $i_e(t)$  e  $i_c(t)$ .



Determinar:

- Expresiones de las tensiones de salida  $e_1$  y  $e_4$  (se sugiere trabajar con valores instantáneos de señales periódicas).
- Complete la siguiente tabla de las señales de salida en función de las combinaciones de entradas indicadas, utilizando las expresiones de la consigna anterior.

$e_1$	$e_2$	$e_3$	$e_4$
0G	0M		
0M	0G		
0G, 0M	0		
0	0G, 0M		

### 3.3. La demodulación de la DSBSC

- a) La tensión de entrada  $e(t) = e_1 + e_2$ , por la rama superior y por la inferior la tensión de entrada será  $e(t) = e_1 - e_2$ .

Por otro lado podemos expresar las corrientes a la salida como una serie de potencias.

$$\begin{aligned} i_e(t) &= a_1 e(t) + a_2 e^2(t), \dots \\ i_c(t) &= a_1 e(t) + a_2 e^2(t), \dots \end{aligned}$$

Analizando las salidas  $e_1$  y  $e_2$ , se ve que depende de la corriente  $i_e$  e  $i_c$

$$e_2 = K_3(i_e - i_c)$$

Resolviendo y reempiazando

$$\begin{aligned} i_e &= a_1 e_1 + a_2 e_2 + a_2 e_1^2 + 2a_2 e_1 e_2 + a_2 e_2^2 \\ i_c &= a_1 e_1 - a_1 e_2 + a_2 e_1^2 + a_2 e_1 e_2 - 2a_2 e_1 e_2 + a_2 e_2^2 \end{aligned}$$

De donde las expresiones de  $e_1$  y  $e_2$

$$e_1 = 2K_3 [a_1 e_1 + a_2 (e_1^2 + e_2^2)]$$

$$e_2 = 2K_4 [a_1 e_2 + 2a_2 (e_1 e_2)]$$

- b) Habiendo obtenido ambas expresiones de las tensiones de salida se ve que los cuadrados originan el doble producto de la señal y los productos la suma y diferencia, de tal manera que se puede llenar la tabla de manera genérica.

$e_1$	$e_2$	$e_3$	$e_4$
$\omega_c$	$(\omega_m$	$\omega_c$	$2\omega_m$
$\omega_m$	$\omega_c$	$\omega_m$	$2\omega_c$
$\omega_c, \omega_m$	0	$\omega_c, \omega_m$	$2\omega_c, 2\omega_m$
0	$\omega_c, \omega_m$	$2\omega_c, 2\omega_m$	$\omega_c, \omega_m$

La recuperación de la banda base, o proceso de demodulación para ésta técnica, se obtiene multiplicando nuevamente la señal modulada por la portadora, en frecuencia y fase tal cual fue generada. En la fig. 3.3.1, se sintetiza el proceso

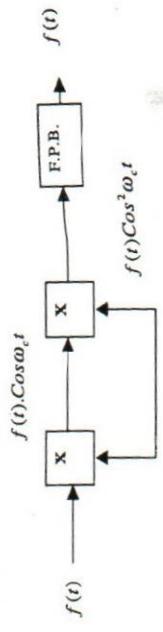


Figura 3.3.1

La función será:

$$\phi_{DSBSC} = f(t).Cos^2 \omega_c t = \frac{1}{2} f(t) + \frac{1}{2} f(t).Cos 2\omega_c t \quad [3.3.1]$$

Analizando la 3.3.1, se ve que aparece la banda base y un término de producto entre la banda base y la segunda armónica de portadora, lo que dará un nuevo par de bandas laterales en  $2\omega_c$ . Por ello para recuperar la banda base original será necesario un filtro pasa bajos, como se colocó en la fig. 3.3.1. El análisis en el dominio de la frecuencia, se obtiene transformando la 3.3.1

$$\Phi_{DSBSC} = \frac{1}{2} F(\omega) + \frac{1}{4} F(\omega + 2\omega_c) + \frac{1}{4} F(\omega - 2\omega_c) \quad [3.3.2]$$

El primer término es la banda base y los otros dos representan una doble banda lateral en segunda armónica de portadora, el filtro dejará pasar la banda base. En la fig. 3.3.2 se realiza el análisis temporal. Es decir se observa que se repite la misma técnica de modulación pero en segunda armónica de portadora.

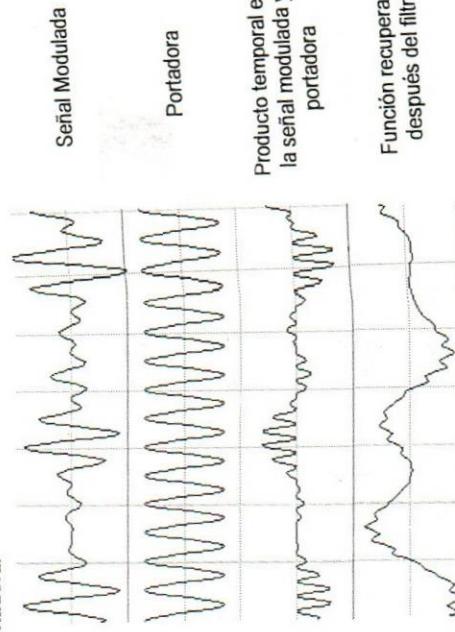


Figura 3.3.2

El análisis en el dominio de la frecuencia se realiza en la fig. 3.3.3

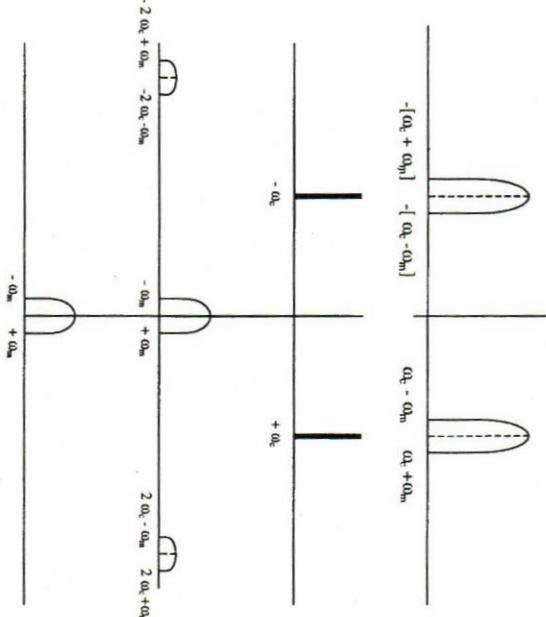


Figura 3.3.3

Expresamos a manera de síntesis que esta demodulación se la llama de producto, sincrónica o por reinyección de portadora y se obtiene la banda base y la misma técnica de modulación original pero en segunda armónica de portadora y por ello se hace necesario filtrar.

### 3.4. La demodulación de la DSBSC, con enfoque periódico

Tomando la expresión 3.2.1 y multiplicándola nuevamente por la portadora nos queda.

$$\phi_{2BD} = E_m \cos \omega_m t \cdot E_c^2 \cos^2 \omega_c t =$$

$$= \frac{E_m E_c^2}{2} \cos \omega_m t + \frac{E_m E_c^2}{4} \cos(2\omega_c + \omega_m)t + \frac{E_m E_c^2}{4} \cos(2\omega_c - \omega_m)t \quad [3.4.1]$$

El filtro dejará pasar, solo el tono de la señal modulante que es el primer término de 3.4.1. Se representa en la fig. 3.4.1 la representación temporal de la demodulación sincrónica de una portadora modulada por un tono cosenoideal se ve en la fig. 3.4.1.

Señal demodulada  
Se obtiene la  
banda base y la  
misma técnica de  
modulación en el  
segundo armónico  
de la portadora

Banda base  
filtrada

Portadora

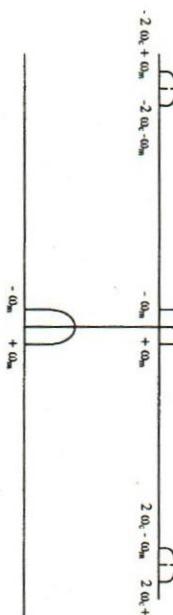
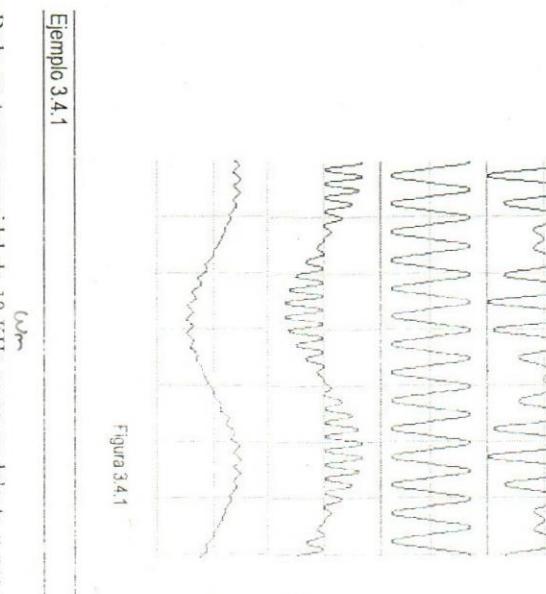


Figura 3.3.3



Ejemplo 3.4.1

Dado un tono cosenoide de 10 KHz como modulante y una portadora cosenoide de 100 KHz, ambas con amplitud de 1 Voltio.

Determinar:

- Expresión de la modulante.  $E_m = 1 \cos(2\pi 10^4 t)$
- Expresión de la portadora.  $\omega_c = 2\pi \cdot 10^4$
- Expresión de la onda modulada en DSBSC.
- Grafica amplitud vs frecuencia del proceso de modulación
- Expresión de la señal demodulada.
- Grafica amplitud vs frecuencia de la demodulación de producto.

**Respuestas**

- $\tilde{e}_m(t) = 1V \cos 2\pi \cdot 10^4 t$
- $e_c(t) = 1V \cos 2\pi \cdot 10^4 t$
- $\phi_{DSBSC} = 0.5V \cos(2\pi \cdot 11 \cdot 10^4 t) + 0.5V \cos(2\pi \cdot 90 \cdot 10^3 t)$

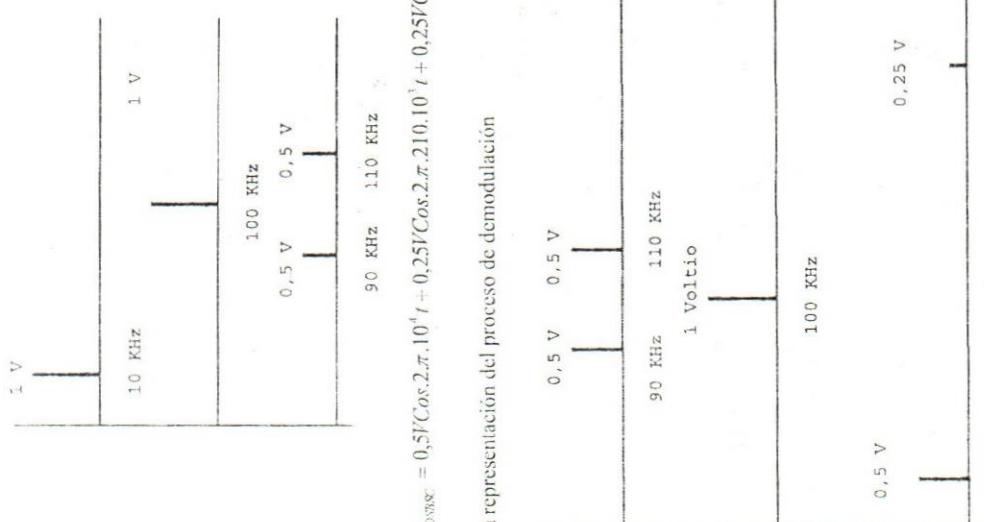
Señal Modulada



Portadora

Señal modulada multiplicada en el tiempo por la portadora  
recuperado después del filtro

Figura 3.4.1



f) La representación del proceso de demodulación

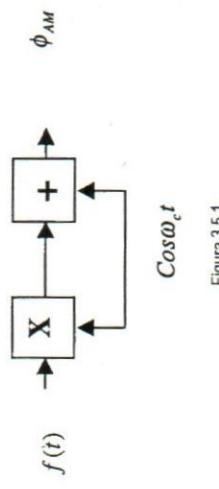
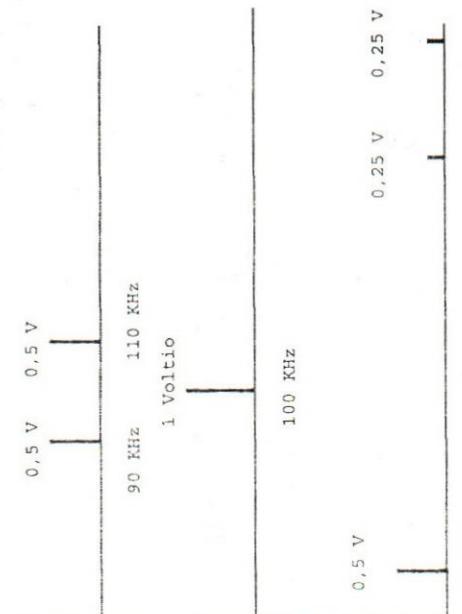


Figura 3.5.1

La función de AM se armó con dos términos el de producto y la suma de la portadora. De una manera genérica, la modulación de amplitud, significa que se coloca la banda base variando la amplitud de la portadora de tal manera que si tomamos una portadora senoidal y su transformada, de la misma manera tomamos una banda base cualquiera y su transformada.

$$\text{e)} \phi_{DM} = 0,5V\text{Cos}2\pi.10^4t + 0,25V\text{Cos}2\pi.210.10^3t + 0,25V\text{Cos}2\pi.190.10^3t$$

f) La representación del proceso de demodulación

Con ambas armaremos la función de modulación en amplitud, de la siguiente manera:

$$\phi_{AM} = [A_c + f(t)]\text{Cos} \omega_c t \quad [3.5.1]$$

Operando

$$\phi_{AM} = A_c \text{Cos} \omega_c t + f(t)\text{Cos} \omega_c t \quad [3.5.2]$$

En la 3.5.2, se ve claramente como esta función está formada por dos términos, uno que es la portadora y el otro que resulta del producto de la banda base y la portadora, lo que implica una doble banda lateral (2.1.1). Transformando la 3.5.2, se obtiene la composición espectral de la doble banda lateral con portadora o clásicamente AM.



$$\Phi_{AM} = A_c \pi [\delta(\omega + \omega_c) + \delta(\omega - \omega_c)] + \frac{1}{2}[F(\omega + \omega_c) + F(\omega - \omega_c)] \quad [3.5.3]$$

Para confeccionar la gráfica, utilizaremos el esquema de la fig. 3.5.1, es decir se realiza primero la modulación de producto y luego se suma la portadora tal como se ve en tiempo y en frecuencia en la fig. 3.5.2

### 3.5. Modulación de amplitud con portadora

A efectos de facilitar el estudio es que se comenzó con la modulación de producto, si ahora a este producto de la banda base se le suma la portadora tendremos doble banda lateral con portadora o la clásica AM. Esto se muestra en la fig. 3.5.1

$$e_c(t) = E_c \cos \omega_c t$$

[3.6.2]

Armamos la función de AM, simplemente sumando la amplitud de la señal modulante a la amplitud de la portadora.

$$\phi_{AM} = (E_c + E_m \cos \omega_m t) \cos \omega_c t$$

[3.6.3]

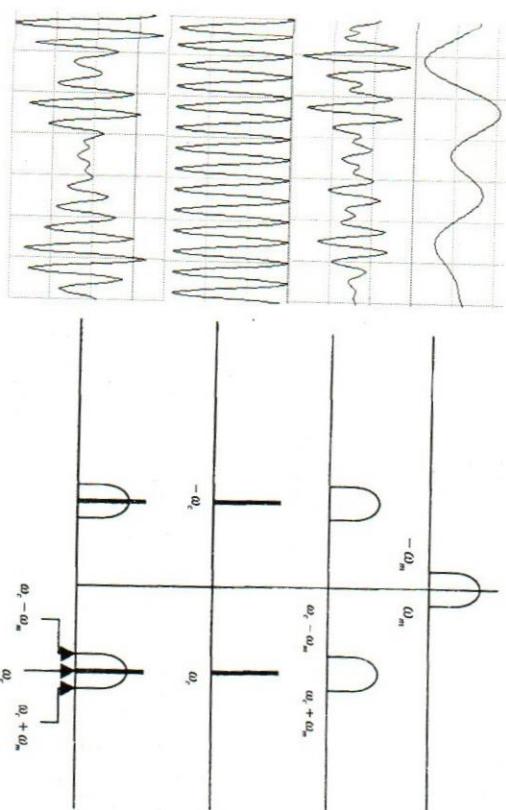


Figura 3.52

El ancho de banda de la señal modulada, es el doble de la banda base y es de destacar que la señal modulada tiene la banda base como envuelta de la portadora, es decir tiene coincidencia por arriba o por debajo. Observe en la fig. 3.5.3 la señal modulada con la banda base superpuesta ex profeso para ver como aparece el concepto de la envuelta.

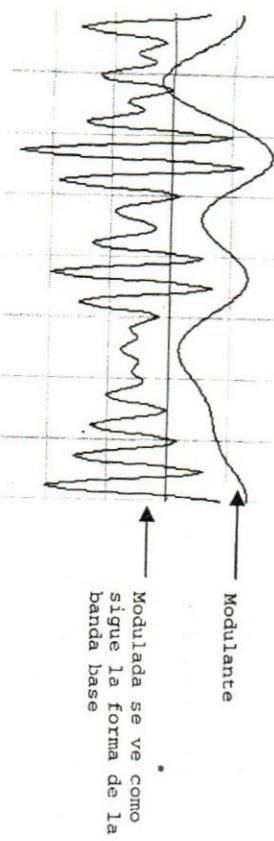


Figura 3.5.3

En el enfoque periódico de AM, se tratará con más detallamiento.

### 3.6. Enfoque periódico de la AM

Tomaremos como la señal modulante.

$$e_m(t) = E_m \cos \omega_m t$$

[3.6.1]

Como la señal portadora

$$\begin{aligned} \phi_{AM} &= E_c \cos \omega_c t + \frac{mE_m}{2} \cos(\omega_c + \omega_m)t + \frac{mE_m}{2} \cos(\omega_c - \omega_m)t \\ m &= \frac{E_m}{E_c} \end{aligned}$$

[3.6.4]      [3.6.5]

Reemplazando 3.6.5 en 3.6.4

$$\phi_{AM} = E_c \cos \omega_c t + \frac{mE_m}{2} \cos(\omega_c + \omega_m)t + \frac{mE_m}{2} \cos(\omega_c - \omega_m)t \quad [3.6.6]$$

Expresión que tiene tres términos, portadora y dos tonos laterales a ambos lados de la portadora, equivalentes a las dos bandas laterales. Situación que se muestra en la fig. 3.6.1



Figura 3.6.1

La amplitud de la modulante, modela a la amplitud de la portadora, lo que clásicamente se dice la envuelta de la portadora es la modulante. La amplitud de la modulante se suma a la amplitud de la portadora aumentando y disminuyendo la amplitud final. Esto implica que el valor máximo de la onda modulada es la suma de ambas amplitudes y el mínimo será la resta de ambas.

Esto se presenta de gráficamente en la fig. 3.6.2

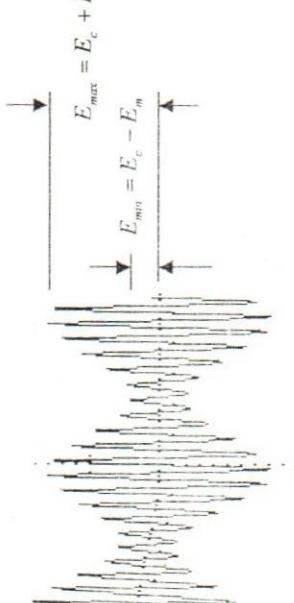


Figura 3.6.2

**Ejemplo 3.7.1**

Dada la siguiente señal modulada en AM

**3.7. Índice de modulación**

La relación entre la amplitud de la modulante y la portadora nos da un valor indicativo de la penetración de la señal dentro de la portadora.

Si la modulante es de un amplitud menor que la portadora ésta índice es menor que 1 y la forma de onda se ve como en la fig. 3.6.2, donde el valor del índice es 0,6.

Si la amplitud de ambas son iguales el índice es 1, o sea el 100% y la forma de la señal modulada se ve en la fig. 3.7.1, o sea el doble de la portadora y la mínima llega a valer cero.



Figura 3.7.1

Si la amplitud de la modulante es mayor que el de la portadora el índice será mayor que uno y la señal quedará distorsionada tal como se ve en la fig. 3.7.2, donde  $m = 1,3$ .



Figura 3.7.2

Este índice no es admisible ya que la señal modulada tiene distorsión. Este valor deberá ser entonces menor o igual a uno. Mas adelante se demostrará la importancia que el valor sea 1.

Sabiendo que la portadora tiene una frecuencia de 1 MHz y la onda modulante es de 100KHz

Determinar:

- El índice de modulación.
- La expresión de la onda modulada.
- El espectro de líneas de la señal modulada.

**Respuestas**

- $E_{max} = E_c + E_m = 125V$
- $E_{min} = E_c - E_m = 25V$

Operando para obtener  $E_m$  y  $E_c$ , para aplicarlas en el índice como el cociente de ambas

$$m = \frac{E_{max} - E_{min}}{E_{max} + E_{min}} = \frac{125 - 25}{125 + 25} = 0,66$$

$$E_c = \frac{E_{max} + E_{min}}{2} = 75V$$

$$E_m = \frac{E_{max} - E_{min}}{2} = 50V$$

**Aplicando 3.6.6**

$$\phi_{AM} = 75V\cos 2\pi \cdot 10^6 t + 25V\cos 2\pi \cdot 11 \cdot 10^6 t + 25V\cos 2\pi \cdot 0,9 \cdot 10^6 t$$

c)

75 V



Teniendo en cuenta que de lo que se transmite solo se puede aprovechar la potencia de las dos bandas laterales, el rendimiento de la técnica se obtiene como el cociente de la potencia de las dos bandas laterales y la total.

$$\eta = \frac{P_{2BL}}{P_T} = \frac{P_e \frac{m^2}{2}}{P_e (1 + \frac{m^2}{2})} = \frac{m^2}{2 + m^2} \quad [3.8.6]$$

0,9      1      1,1      [MHz]

### 3.8. Análisis de potencia

Al transmitir la señal modulada, el contenido de potencia se obtendrá como la que aportan las dos bandas laterales y la que aporta la portadora. La pregunta que se puede realizar esta referida a saber si toda la potencia que se obtiene es realmente útil.

Para ello analizaremos esta problemática para una onda modulada periódica. Se calculará primero la potencia de portadora, luego la de las bandas laterales y por último la potencia total como la suma de la de portadora más la de las bandas laterales.

Teniendo en cuenta que como se opera con ondas senoidales periódicas, debe tomarse valores eficaces y tomando como impedancia de carga  $Z_L$ , la Potencia de portadora será:

$$P_e = \frac{E_e^2}{2Z_L} \quad [3.8.1]$$

La potencia de una banda lateral

$$P_{1BL} = \frac{(mE_c)^2}{8Z_L} \quad [3.8.2]$$

La potencia de dos bandas laterales

$$P_{2BL} = \frac{(mE_c)^2}{4Z_L} \quad [3.8.3]$$

Que se puede expresar como:

$$P_{2BL} = \frac{m^2}{2} P_e \quad [3.8.4]$$

La potencia total será la suma de la de portadora y la de las dos bandas laterales

$$P_T = P_e + P_{2BL} = P_e (1 + \frac{m^2}{2}) \quad [3.8.5]$$



Figura 3.8.1

#### Ejemplo 3.8.1

Un tono de 10 V de amplitud y frecuencia 10 KHz, de forma cosenoidal, modula en amplitud a una portadora de 100 KHz, con un índice de modulación del 80 %. Si el sistema carga sobre una impedancia de 50 Ohms.

Determinar:

- a) La expresión de la onda modulada.

- b) El valor de la tensión de pico de portadora.

- c) La expresión de la onda portadora.

- d) La expresión de la onda modulada.

- e) La potencia de la portadora.

- f) La potencia total.

- g) El rendimiento de modulación.

Respuestas:

a)  $e_{m(t)} = E_m \cos \omega_m t = 10 \text{ V} \cos 2\pi 10^4 t$

b)  $E_c = \frac{E_m}{m} = \frac{10V}{0.8} = 12.5V$

c)  $e_{c(t)} = E_c \cos \omega_c t = 12.5V \cos 2\pi 10^5 t$

d)  $\phi_{AM} = 12.5 \cos 2\pi 10^5 t + 5V \cos 2\pi 11.10^4 t + 5V \cos 2\pi 9.10^4 t$

$$\text{e) } P_c = \frac{12.5^2}{2.50} = 1.5625W$$

$$\text{f) } P_T = 1.5625W \left(1 + \frac{0.8^2}{2}\right) = 2.0625W$$

g) La potencia de las dos bandas laterales es de 0,5W

$$\eta = \frac{0.5}{2.0625} = 0.24 \quad \text{por las potencias}$$

$$\eta = \frac{0.8^2}{2 + 0.8^2} = 0.24 \quad \text{por el índice}$$

h)

12,5 V

Esta señal ataca al rectificador lineal (detector) y aplicando 2.9.2 a la 2.9.3, queda la serie de una señal modulada y detectada.

$$\phi_{AM} = \frac{E_c}{\pi} (1 + m \cos \omega_m t) \sin \omega_c t - \frac{2E_c}{3\pi} (1 + m \cos \omega_m t) \cos 2\omega_c t \dots \quad [3.9.4]$$

Resolviendo los dos primeros términos de la 3.9.4

$$\phi_{AM} = \frac{E_c}{\pi} + \frac{mE_c}{\pi} \sin \omega_m t + \frac{E_c}{2} \sin \omega_c t \sin \omega_m t \dots \quad [3.9.5]$$

Los términos de la expresión contienen una componente continua, el tono modulante, la portadora y una gran cantidad de bandas laterales armónicas de portadora.

Una adecuada elección del filtro permitirá el paso de la banda base. La fig.3.9.1, muestra el detector de envuelta.

### 3.9. Detección de señales AM por envuelta

La señal de AM puede demodularse de dos maneras diferentes uno por envuelta y otra por reinyección de portadora.

A efectos de simplificar el tema la analítica de la detección de envuelta se realizará para señales periódicas. En la detección de envuelta simplemente se aprovecha que la modulante envuelve

simétricamente a la portadora y simplemente con un diodo detector y un filtro pasa bajos con adecuada elección de la constante de tiempo es posible recuperar la señal original.

Esta técnica si bien es cierto es muy económica, es de muy bajo rendimiento ya que la salida tiene una composición espectral lleva de componentes moduladas armónicas de la portadora lo que le quita nivel a la señal detectada.

Para analizar la composición espectral, recordemos la serie de Fourier de una onda senoidal rectificada.

Si la señal de entrada es:

$$e_c(t) = E_c \sin \omega_c t$$

La salida rectificada será:

$$e_{er}(t) = \frac{E_c}{\pi} + \frac{E_c}{2} \sin \omega_c t - \frac{2E_c}{3\pi} \cos 2\omega_c t \dots \quad [3.9.2]$$

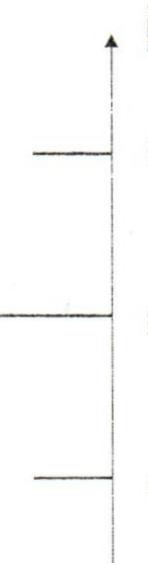
Con una composición espectral muy extensa en armónicas que disminuyen su amplitud a medida que aumenta su armonicidad.

Si la 3.9.1 es modulada en amplitud, con un tono senoidal de frecuencia angular  $\omega_m$  y con un índice de modulación m, queda una clásica función de AM.

$$\phi_{AM} = E_c (1 + m \cos \omega_m t) \sin \omega_c t \quad [3.9.3]$$

Esta señal ataca al rectificador lineal (detector) y aplicando 2.9.2 a la 2.9.3, queda la serie de una señal modulada y detectada.

$$\phi_{AMU} = \frac{E_c}{\pi} (1 + m \cos \omega_m t) + \frac{E_c}{2} (1 + m \cos \omega_m t) \sin \omega_c t - \frac{2E_c}{3\pi} (1 + m \cos \omega_m t) \cos 2\omega_c t \dots \quad [3.9.4]$$



**Respuesta**

Analizando la señal a la salida del detector de envuelta antes del filtro (vista en el punto A, de la fig. 3.9.1). Si tomamos el período de la frecuencia de portadora como  $T_c$  y como  $T_m$  el período de la onda modulante. Situación que mostramos en la figura siguiente.

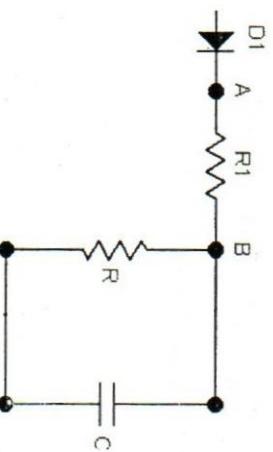


Figura 3.9.1

Debe elegirse adecuadamente la constante de tiempo entre  $R$  y  $C$  para recuperar la envuelta de modulación que es la banda base.

La figura 3.9.2, muestra la señal de entrada modulada, luego el paso por el detector, en el punto A y por último la banda base ya filtrada en el B.

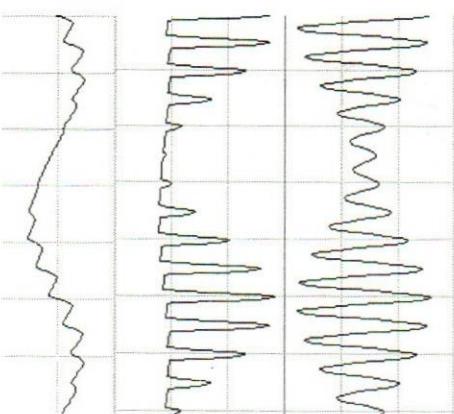


Figura 3.9.2

Determinar la constante de tiempo que permita seguir la envuelta de modulación en un detector de envuelta.

Ejemplo 3.9.1

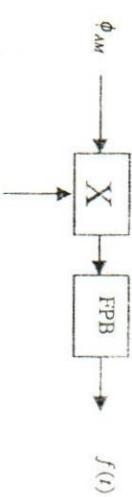


Figura 3.10.1

Tomando 3.5.1 y multiplicando por la portadora obtenemos la función de AM detectada sincrónicamente

$$\phi_{AM} = [A_c + f(t)] \cos^2 \omega_c t$$

Resolviendo

$$\phi_{AM} = \frac{A_c}{2} + \frac{A_c}{2} \cos 2\omega_c t - \frac{f(t)}{2} - \frac{f(t)}{2} \cos 2\omega_c t$$

[3.10.1]

Del análisis de la 3.10.2, se observa que está formada por solo cuatro términos, una componente continua, la portadora en segunda armónica, la banda base y un par de bandas laterales en la segunda armónica de portadora.

Como se viene expresando cuando se realiza la detección sincrónica de señales moduladas en las técnicas de amplitud, se recupera la banda base y se repite la misma técnica en la segunda armónica de la portadora.

A efectos de mejor interpretación de la composición espectral, se saca la transformada de Fourier de la 3.10.2

$$\Phi_{AV} = \frac{\mathcal{A}_c}{a} \delta(\omega) + \frac{\pi \mathcal{A}_c}{2} [\delta(\omega + 2\omega_c) + \delta(\omega - 2\omega_c)] + \frac{F(\omega)}{2} \left[ F(\omega + 2\omega_c) + F(\omega - 2\omega_c) \right] \quad [3.10.3]$$

Ej) análisis en tiempo y frecuencia de la señal detectada se observa en la fig. 3.10.2

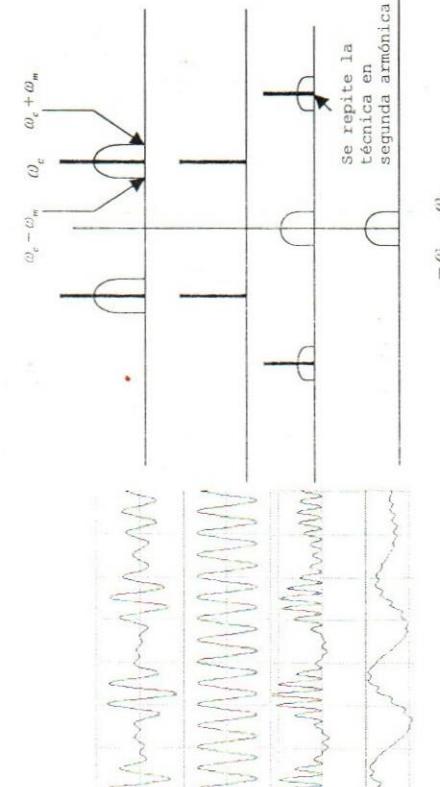


Figura 3.10.2

### Respuestas

a)

$$\phi_{AV} ds = \{ 1.7(1 + 0.8 \cos 2\pi 10^3 t) \cos 2\pi 10^5 t \} \cos 2\pi 10^5 t =$$

$$= \frac{1}{2} + 0.4 \cos 2\pi 10^3 t + \frac{1}{2} \cos 4\pi 10^5 t + 0.2 \cos 4\pi (10^5 + 10^3) t + 0.2 \cos 4\pi (10^5 - 10^3) t$$

b) El filtro dejará pasar la componente de baja frecuencia y se puede diseñar para que no pase la continua.

$$\text{Señal a la salida del filtro} \rightarrow 0.4V \cos 2\pi 10^3 t$$

### 3.11. BLU. Método del filtrado

La transmisión de una sola banda lateral significa ocupar como ancho de banda del canal el mismo que el de la banda base. Existen tres métodos para la obtención de la BLU. El del filtrado, el de la cancelación de fase y el del doblado y compensación. Todos en general parten de modular en doble banda lateral con portadora suprimida y por diversos métodos intentan eliminar una de las bandas.

En el método del filtrado se modula por producto y luego se filtra. Sin embargo debido a la dificultad de implementar filtros de gran pendiente, es necesario realizar doble conversión, una en frecuencia de portadora baja para alejar las bandas laterales y por último se modula en la portadora de transmisión.

En la figura 3.11.1 se presenta el diagrama en bloques del sistema, que por comodidad se lo presenta acotado con valores



Figura 3.11.1

Partiendo de acotar la banda base, en este caso entre 300 y 3000 Hz, de donde la idea es separar las bandas laterales con una portadora baja en este caso 100 KHz, para lo cual el filtro tendrá una distancia de 600 Hz entre bandas y sobre esa frecuencia y no sobre la portadora, en esta situación los filtros de cristal actúan muy bien.

Es decir se realiza una primera conversión en una portadora de baja frecuencia lo que permite alejar las bandas laterales entre si.

Luego en una segunda conversión las bandas laterales quedan separadas dos veces la  $\omega_1$  más 600 Hz, con lo que con filtros simples se elimina una banda lateral y en la frecuencia de portadora.

En la figura 3.11.2 se analiza en frecuencia el diagrama en bloques de la fig. 3.11.1

$$\phi_{AV} = 1.7(1 + 0.8 \cos 2\pi 10^3 t) \cos 2\pi 10^5 t$$

Determinar:

- La expresión de la onda detectada sincrónicamente.
- La salida luego de un filtro pasa bajos ideal.

La problemática típica de este método es que en general exige una gran calidad de filtros en especial el primero. Esto obligó a desarrollar otros métodos alternativos. Sin embargo en la actualidad la tecnología aplicada a los filtros es excepcional y este es casi el único método utilizado para la BLU.

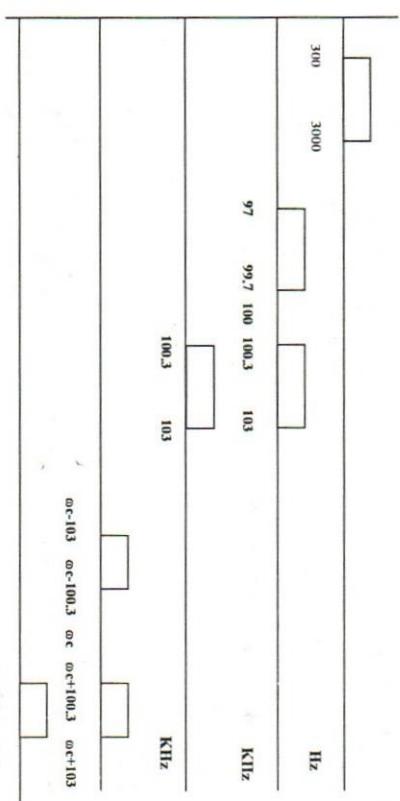


Figura 3.11.2

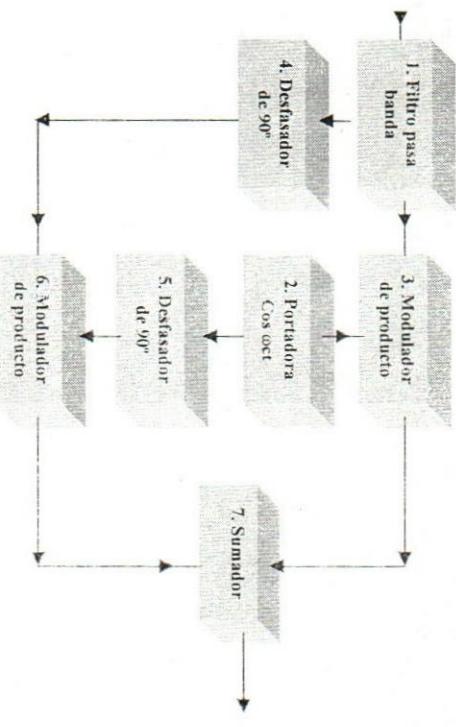


Figura 3.12.1

Se discute a continuación la señal en cada punto de manera analítica, en el tiempo y para expresiones periódicas.

En el punto 1 ingresa la banda base como un tono cosenoide.

$$e_m(t) = Em \cos(\omega_m t)$$

[3.12.1]

### 3.12. Método de la cancelación de fase

Cuando el filtrado era un inconveniente, el método alternativo de la cancelación de fase surgió como una propuesta sin filtros.

En el punto 2 la portadora tiene forma cosenoide:

$$e_c(t) = Ec \cos(\omega_c t)$$

[3.12.2]

En el 3 se realiza la modulación de producto y se obtiene doble banda lateral con portadora suprimida utilizando la propiedad trigonométrica de producto de cosenos, quedando:

$$\phi_1(t) = \frac{EcEm}{2} \cos(\omega_c + \omega_m)t + \frac{EcEm}{2} \cos(\omega_c - \omega_m)t$$

[3.12.3]

En el punto 4 la banda base del punto 1 se desfasa  $90^\circ$  y queda:

$$em(t) = Em \sin(\omega_m t)$$

[3.12.4]

En el punto 5 la portadora del punto 2 se desfasa  $90^\circ$  y queda de forma senoidal

$$ec(t) = Ec \sin(\omega_m t)$$

[3.12.5]

En el punto 6 se multiplican 4 y 5 obteniéndose a partir de la relación trigonométrica de seno por seno, un par de bandas laterales con una de ellas invertidas que al sumarse en la salida del punto 7 una de ellas se cancela.

$$\phi_2(t) = \frac{EcEm}{2} \cos(\omega_c - \omega_m)t - \frac{EcEm}{2} \cos(\omega_c + \omega_m)t \quad [3.12.6]$$

En el punto 7 será:

$$\phi_{BLU} = EcEm \cos(\omega_c - \omega_m)t \quad [3.12.7]$$

Quedando eliminada en este caso la banda lateral superior y la inferior queda con el doble de amplitud.

En el caso de requerir la otra banda simplemente se coloca un inversor a la salida del 7.

Debe tenerse en cuenta que este método es ventajoso en cuanto que no tiene complicación con filtros, sin embargo es crítico si los desfases nos son exactos en  $90^\circ$  y las amplitudes no son iguales, puesto que quedaría banda lateral no deseada. En particular es crítico el desfasador de banda base por tener que actuar de la misma manera en todas las componentes de frecuencia.

En la figura 3.12.2 se ven las formas de onda para los puntos 3, 6 y la salida en 7.

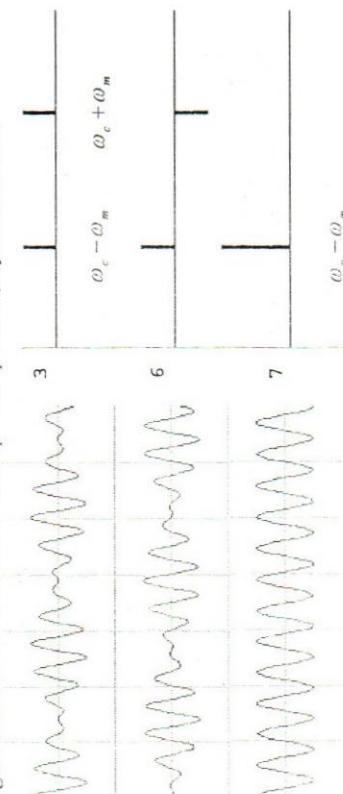


Figura 3.12.2

Es de hacer notar que en el punto 3 la doble banda lateral con portadora suprimida en el eje de frecuencias tienen ambas bandas laterales con amplitud positiva, por ser obtenida por señales cosenoïdale; en cambio en el 6 una de las bandas laterales, la superior queda invertida de tal manera que al sumar ambas en el punto 7 esta se cancela si tiene fase opuesta y amplitudes iguales. En este caso se obtiene la banda lateral inferior.

Debe tenerse en cuenta la importancia de que la fase se corra  $90^\circ$  y que las amplitudes sean iguales, puesto que de no ser así aparecen componentes de banda lateral no deseada. Es decir no se produce cancelación completa.

En este método es importante ver que no son necesarios filtros muy complejos, sin embargo el problema radica en lograr un desfasador (bloque 4 de la fig. 3.12.1) de banda ancha para la banda base y además es bastante difícil de ajustar. En la actualidad la BLU, se obtienen por filtrado.

Una alternativa de estudio sería obtener la banda lateral superior, ésta se obtiene colocando un inversor a la salida de 6.

El análisis para una banda base no periódica se puede plantear por la transformada de Hilbert, dejando este interesante trabajo para el lector.

### 3.13. BLU por doblado y compensación

Este método surge como alternativa para eliminar el desfasador de banda ancha del método anterior. Si bien es cierto tiene poca difusión, puesto que como ya dijimos se utiliza el filtrado, se explicará este tercer método, como alternativa de estudio.

El diagrama en bloques se presenta en la fig. 3.13.1

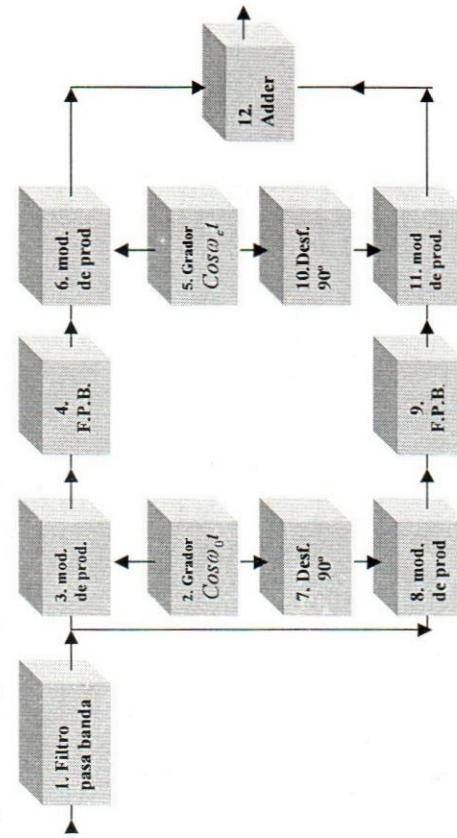


Figura 3.13.1

En este método se realiza una doble cancelación, en primer momento se dobla una banda y luego se la cancela por el método ya visto. En esencia la elección de la  $\omega_0$ , es muy importante porque debe ser la mitad de la banda base y de esa manera si se modula la banda se dobla.

A efectos de poder entender el método es que se analiza la representación espectral en frecuencia del diagrama de la fig. 3.12.1, de manera gráfica.

En la representación gráfica de la izquierda se analiza la línea superior y en la derecha la línea inferior del diagrama en bloques

### 1

### 2

### 3

### 4

### 5

### 6

### 7

### 8

### 9

### 10

### 11

### 12

Figura 3.13.1

La adecuada elección de la  $\omega_0$ , justo a la mitad de la banda base genera que ésta se doble sobre sí misma. Esto se ve en 3 y también en 8, donde la banda aparte de dobrada está invertida ya que se convoluciona con un seno. En 4 el filtro deja pasar la banda dobrada y en 9 ocurre lo mismo con la dobrada e invertida.

La 6 es la convolución por un coseno en la frecuencia de transmisión y la 11 es la convolución de la 9 por un seno en la frecuencia de transmisión. Esto trae aparejado que la banda dobrada nuevamente se invierte en  $-\omega_c$ .

Entonces al sumar 6 y 11 las señales invertidas se cancelan y las otras se suman compensando el doblado, quedando solo una banda lateral.

### 3.14. Detección de BLU

Debido a que no está la portadora la detección será del tipo sincrónico, es decir se deberá multiplicar la señal nuevamente por la portadora. Tomando la 3,12,7 y multiplicando nuevamente por la portadora.

$$\phi_{BLU} = E_c E_m \cos(\omega_c - \omega_0) t E_s \cos \omega_s t$$

[3.14.1]

Resolviendo

$$\phi_{BLU,DS} = \frac{E_c^2 E_m}{2} \cos \omega_c t + \frac{E_s^2 E_m}{2} \cos(2\omega_c - \omega_m)t^2$$

Se observa que aparece la señal y una banda lateral única en la segunda armónica de la portadora, para lo cual con un filtro pasa bajo se elimina dicha componente.

El diagrama en bloques se ve en la fig. 3.14.1

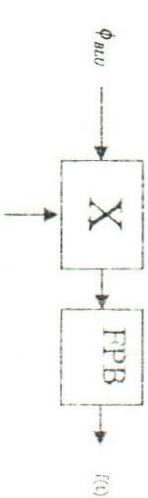


Figura 3.14.1

En la fig. 3.14.2, se realiza el análisis temporal de la demodulación

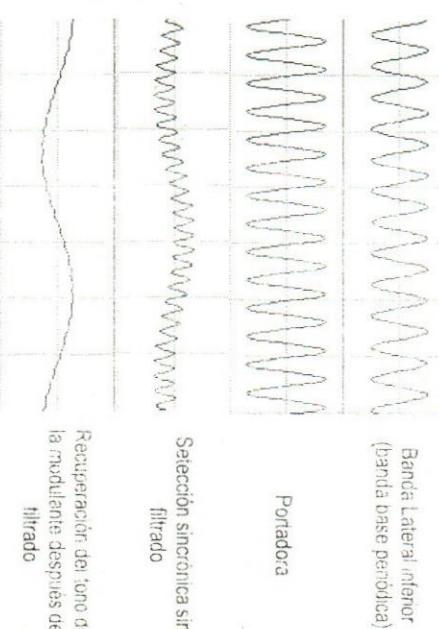
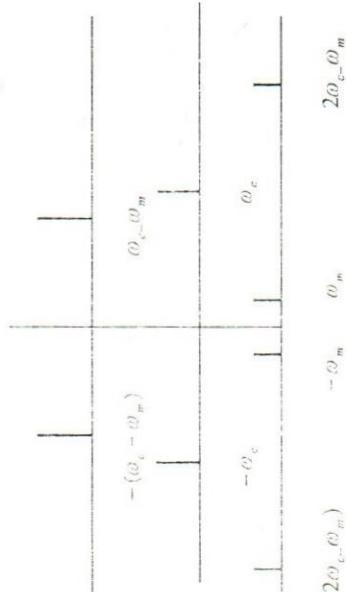


Figura 3.14.2

El análisis del proceso en frecuencia se presenta en la fig. 3.14.3, donde se ve como al realizar la convolución en frecuencia entre la señal modulada y la portadora, aparece la señal original (en este caso un tono) y una banda lateral tímica en segunda armónica de portadora.



Ejemplo 3.14.1

La siguiente es una señal de BLU.

$$\phi_{BLU} = 10V \cos 2\pi.11.10^6 t$$

Si la portadora es de 1 MHz.

Determinar:

a) La expresión de la señal demodulada.

b) El valor del tono modulante.

#### Respuestas

a)  $\phi_{BLU} = 10V \cos 2\pi.11.10^6 t \times 10V \cos 2\pi.10^6 t = 5V \cos 2\pi.10^6 t + 5V \cos 2\pi.21.10^6 t$

- b) Se ve que el primer término es el tono modulante de 100 KHz y el segundo es la banda lateral tímica inferior en segunda armónica de portadora.

#### 3.15. Banda lateral vestigial o residual

Si se emplean técnicas de filtrado para la BLU, como ya se ha visto, la exigencia de los filtros para eliminar una de las bandas es muy abrupto. Esto es muy complejo en particular cuando las bandas están muy cerca. Entonces se busca una situación de compromiso utilizando filtros que cortan gradualmente la banda.

#### 3.16. La recepción de señales

Analizada la modulación y demodulación en amplitud, con sus diferentes variantes, se discutirá de manera genérica la recepción de señales.

La característica de corte gradual es tal que la supresión parcial de una banda lateral transmitida en la proximidad de la portadora, está compensada exactamente por la transmisión parcial de la banda lateral suprimida. En la fig. 3.15.1 se visualiza:

- a) la banda base
- b) doble banda lateral portadora suprimida
- c) BLU
- d) Banda lateral vestigial (BLV) como resultado de un corte de filtro gradual.

En la fig. 3.15.1 d, se observa que una parte de la señal está en doble banda lateral lo que compensa la diferencia de amplitud de la parte que está en BLU.

El ancho de banda es casi igual al de BLU y se tiene la ventaja de que se elimina las complicaciones de su obtención. Puesto que se puede obtener a partir de la modulación de producto y con filtros de características de corte gradual.

Si se transmite con portadora se la puede detectar por envuelta, lo que simplifica el sistema de recepción. Un caso típico es el de la TV, donde el video se lo transmite con este concepto BLV con portadora.

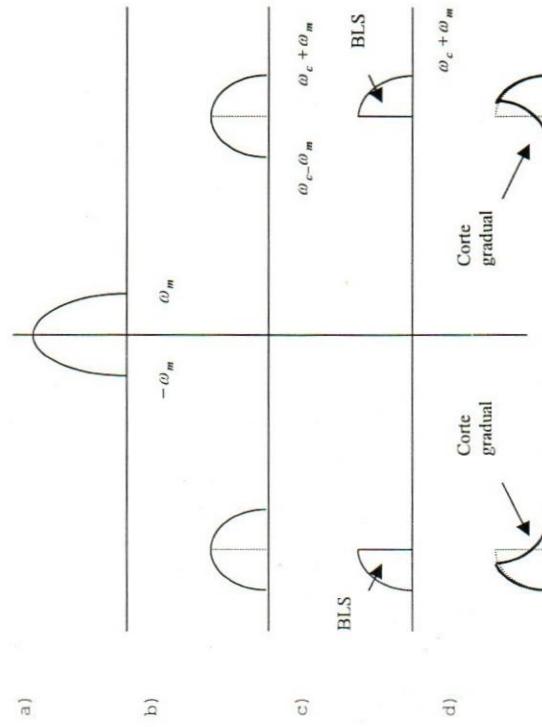


Figura 3.15.1

Tomamos como referencia AM, pero se puede aplicar a cualquier técnica discutida o por discutir.

Si tenemos varias portadoras moduladas, para la demodulación se necesita un detector sintonizada para cada una, lo que significa complicar los receptores.

La idea consiste en que un solo receptor funcione para una banda de frecuencias de estaciones nomadas. Entonces ¿cómo se soluciona el hecho de tener varias portadoras moduladas?

En principio luego de sintonizar la portadora deseada, lo que se hace es cambiar dicha frecuencia a otro valor único sin alterar la modulación. De tal manera que este proceso significa sintonizar cualquier portadora modulada dentro de la banda y cambiar su valor en otra frecuencia única de trabajo. Este proceso se lo denomina conversión y la nueva frecuencia recibe la denominación de frecuencia intermedia (FI). De una manera muy genérica se utiliza el término de receptor heterodinario.

Heterodinario significa mezclar. La señal de FI, se la amplifica y se la puede detectar con un solo demodulador, con independencia de la sintonizada.

La FI, se obtiene mezclando la señal de entrada con una generada localmente por un oscilador que difiere de la sintonizada en una FI. A la salida se obtendrá una gama de valores armónicos de sumas y restas y se sintonizará la que se desea. Esto implica que la señal del oscilador deberá variar en la medida de la sintonía manteniendo la relación de una FI por encima o por debajo. Esto se expresa en la 3.16.1

$$f_{osc} = f_{sintonia} \pm 1.FI \quad [3.16.1]$$

Obtenida la FI, se la amplifica y luego se realiza la detección y se obtiene la banda base. La fig. 3.16.1, presenta un esquema en bloques simple de un receptor. Cuando en el receptor, el oscilador está por encima de la sintonía se los denomina superheterodinarios.

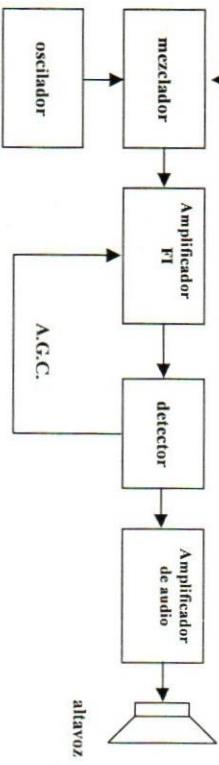


Figura 3.16.1

Si bien es cierto, la generación de la FI, es una alternativa muy útil, aparece un problema muy particular y es el de la frecuencia imagen.

Supongamos que sintonizamos una portadora en 10 MHz modulada en AM y deseamos obtener una FI de 1 MHz. La frecuencia del oscilador local deberá estar en 11 o en 9 MHz. Supongamos la respuesta de sintonía tal como se ve en la fig. 3.16.2

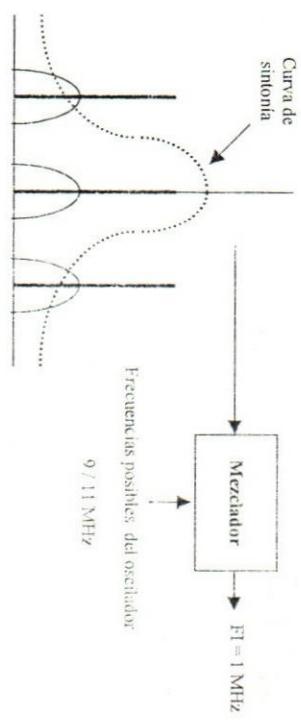


Figura 3.16.2

Notese que por la característica de la sintonía de manera muy atenuada las otras dos estaciones pueden ser sintonizadas. Si el oscilador estuviera en 8 MHz la portadora de 9 MHz, al mezclarse da la FI (9-8=1 MHz) y si el oscilador estuviere en 11 MHz se combina con la portadora de 12 MHz y se obtiene la FI (12-11=1 MHz).

Para ambos casos esta es una situación no deseada ya que se toma una portadora no sintonizada que ingresa como una de sintonía normal.

Esta frecuencia se la denomina frecuencia imagen y surge como resultante de la conversión, esta se calcula como:

$$f_{imagen} = f_{sintonia} \pm 2.FI \quad [3.16.2]$$

La frecuencia imagen no puede ser eliminada pero se pueden minimizar sus efectos por ejemplo haciendo más selectivo el sintonizado de entrada para que solo pase la portadora deseada. Por esto es que se utiliza un amplificador a la entrada del mezclador denominado amplificador de RF.

Pero debe tenerse en cuenta que cuando se desea obtener una FI, a partir de una portadora sintonizada muy elevada este amplificador no puede ser tan selectivo. Por ello es muy importante el criterio de elección de la FI. Esta deberá ser tan baja como sea posible y tan alta como sea necesario, para que se pueda rechazar la imagen. Esto ha llevado a tener receptores de doble y hasta de triple conversión. Obteniendo en primera instancia FI alta y luego por sucesivas conversiones la deseada.

El criterio es elegir la FI, de tal manera que la frecuencia imagen quede fuera de la banda de servicio del que se trata.

#### Ejemplo 3.16.1

Si bien es cierto, la generación de la FI, es una alternativa muy útil, aparece un problema muy particular y es el de la frecuencia imagen.

Supongamos que sintonizamos una portadora en 10 MHz modulada en AM y deseamos obtener una FI de 1 MHz. La frecuencia del oscilador local deberá estar en 11 o en 9 MHz. Supongamos la respuesta de sintonía tal como se ve en la fig. 3.16.2

Si se utiliza un receptor superheterodino, que toma la señal de LW1 Radio Universidad de Córdoba cuya portadora está en 580 KHz.

Determinar:

- Frecuencia del oscilador local.
- Valor de la frecuencia imagen.
- Analice, si este valor de frecuencia imagen afecta a nuestra recepción.

Respuesta:

$$a) f_{oscilador} = f_{sintonia} + 1.FI = 580\text{KHz} + 455\text{KHz} = 1035\text{KHz}$$

$$b) f_{imagen} = f_{sintonia} \pm 2.FI = 580\text{KHz} + 910\text{KHz} = 1490\text{KHz}$$

- c) Solo analizamos el valor de 1490 KHz., ya que el otro no afecta. Este valor cae dentro de la banda sin embargo debe tenerse en cuenta que la señal modulada ocupa en el canal 10 KHz. El ancho de banda del sintonizado está muy próximo a los 10 KHz. De donde es muy poco probable, que pueda entrar este valor cuando se está sintonizando LW1.

### 3.17. La elección de FI

La elección de la FI, se basa en que sea muy baja y que en la medida de lo posible la frecuencia imagen quede fuera de la banda de sintonía.

Se trata siempre de trabajar con una sola FI y cuando no se puede, se realiza doble y hasta triple conversión.

Un criterio razonable de elección suele ser tomar la semidiferencia de la banda de sintonía, tal que:

$$FI_{min} = \frac{f_{max} - f_{min}}{2}$$

En este caso si analizamos la frecuencia imagen, se debe trabajar sobre la máxima y la mínima de sintonía quedando la imagen en los extremos de banda.

Si sintonizamos el extremo superior es decir la frecuencia de sintonía máxima y recordando la expresión 3.16.2 la imagen queda

$$f_{imagen} = f_{sintonia} \pm 2.FI = f_{max} \pm \left( \frac{f_{max} - f_{min}}{2} \right)$$

Dando dos posibles valores de imagen

$$f_{imagen} = 2.f_{max} - f_{min}$$

### Respuesta

$$a) FI = f_{osc} - f_{sintonia} = 2,95 - 2,9 = 0,05 \text{ GHz}$$

$$b) La frecuencia de portadora del segundo receptor.$$

$$c) El valor de la FI mínima, para no tener problemas de imagen en esta banda.$$

$$f_{imagen} = f_{min}$$

$$[3.17.4]$$

Donde un valor queda fuera de la banda de sintonía y el otro en el extremo inferior de la banda.

De la misma manera si se sintoniza el extremo inferior de la banda, es decir la frecuencia de sintonía mínima, la imagen queda:

$$f_{imagen} = f_{sintonia} \pm 2.FI = f_{min} \pm 2\left(\frac{f_{max} - f_{min}}{2}\right)$$

Dando dos posibles valores de imagen

$$f_{imagen} = 2.f_{min} - f_{max}$$

$$f_{imagen} = f_{max}$$

Donde se ve que el único valor importante es el segundo y queda en el extremo superior de la banda de sintonía. Cualquier otro valor que se sintonizara dentro de la banda, tendrá su frecuencia imagen fuera de la banda de sintonía.

Para lograr que la imagen quede fuera de la banda de sintonía, para los extremos, habrá que agregar algún valor a la FI, entonces la 3.17.1 se transforma en:

$$FI = \frac{f_{max} - f_{min}}{2} + K$$

Donde K, se determinará como un valor mínimo, que en general se fija por norma de acuerdo a la banda de sintonía del servicio.

### Ejemplo 3.17.1

En una banda de 2,8 a 3 GHz, un radar superheterodino, está trabajando en una frecuencia de 2,9 GHz, con el oscilador en 2,95GHz. Otro receptor que opera en la frecuencia imagen del primero, produce interferencia.

Determinar:

$$a) La FI del primer receptor.$$

$$b) La frecuencia de portadora del segundo receptor.$$

$$[3.17.2]$$

$$a) FI = f_{osc} - f_{sintonia} = 2,95 - 2,9 = 0,05 \text{ GHz}$$

b)  $f_{image} = f_{sint, max} + 2 \cdot FI = 2,9 + 2 \times 0,05 = 3 \text{ GHz}$

c)  $FI_{\min} = \frac{f_{sint, max} - f_{sint, min}}{2} = \frac{3 - 2,8}{2} = 0,1 \text{ GHz}$

Este será el valor mínimo de FI, con el cual la imagen quedará en los extremos de sintonía. Para sacarla fuera de la banda habrá que elegir un valor mayor.

#### Ejemplo 3.17.2

Un receptor superheterodino, sintoniza una señal modulada de 100 MHz, la FI es de 10 MHz. Una estación en 210 MHz con la misma modulación produce interferencia.

Determinar porque razón ocurre esto

#### Respuesta:

La frecuencia del oscilador local será:

$$f_{osc} = f_{sint} + FI = 100 + 10 = 110 \text{ MHz}$$

La segunda armónica del oscilador local es de 220 MHz y si esta no se filtra bien por un lado y por otro si el sintonizado de entrada no es suficientemente selectivo puede ocurrir que otras frecuencias como 210 y 230 MHz ingresen al mezclador y den la FI.

$$f_{sint} = f_{osc} \pm FI = 220 \pm 10 = 230 \text{ o } 210 \text{ MHz}$$

Por ello es muy importante un receptor con una buena etapa de RF y adecuado filtrado en el oscilador.

### 3.18. Control de ganancia

En la fig. 3.16.1, se ve que desde el detector sale una tensión de control a la cadena de FI. Esta es la tensión de AGC (control automático de ganancia), que mantiene la salida de la señal demodulada constante frente a cambios de la señal de entrada. Por ejemplo el desplazamiento de un móvil de un punto a otro donde la attenuación de la onda varía.

Al efecto esta tensión mantiene constante la salida, variando la ganancia de la cadena de FI y del amplificador de RF, en el caso de tenerlo.

Todos los receptores disponen de AGC y hay una gran variedad de sistemas, donde el más sencillo consiste en una tensión obtenida por un filtro de gran constante de tiempo a la salida del detector.

En la fig. 3.18.1, se ve un detector de envuelta, donde la salida de AGC, se logra por  $R_{AGC}$  y  $C_{AGC}$ ; esta señal será positiva o negativa según el tipo de tensión que se necesite para el control de la amplificación. La polaridad la fija el diodo. Para este caso la tensión es positiva.

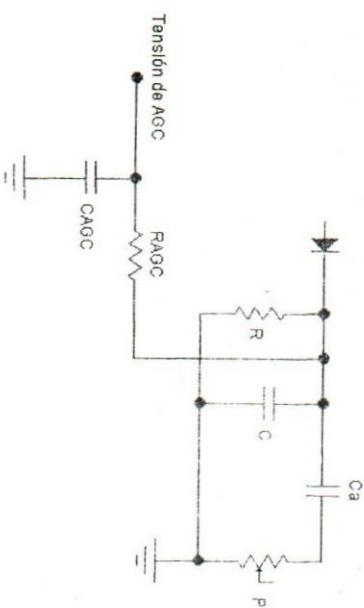


Figura 3.18.1

En la fig. 3.18.2, se representa la tensión de AGC, como resultante de elegir un filtrado que siga los valores máximos en promedio. Se muestra ex profeso la superposición de la salida del detector y la tensión de AGC obtenida.

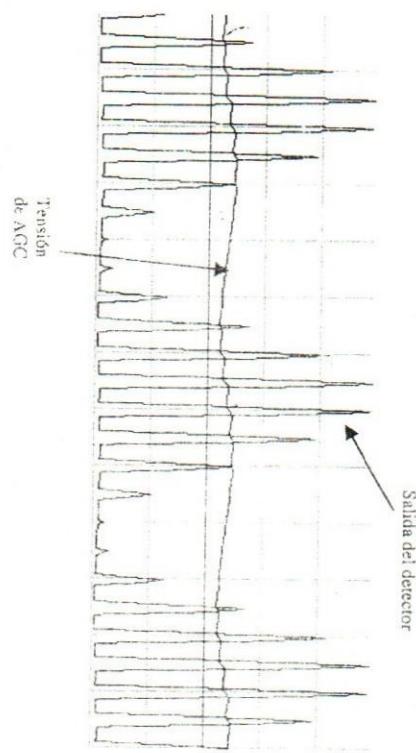


Figura 3.18.2

## Guía de Actividades N° 3

En las consignas 3.1 a la 3.6, se presentan diversas expresiones matemáticas en tiempo que corresponden a algún tipo de modulación analógica por amplitud.

Determinar:

- Que tipo de modulación corresponde.
- Una gráfica representativa en tiempo y en frecuencia.

Actividad 3.1

$$\phi(t) = [A + f(t)] \cos \omega_e t$$

Actividad 3.2

$$\phi(t) = \{ [A + f(t)] \cos \omega_e t \} \cos \omega_m t$$

Actividad 3.3

$$\phi(t) = f(t) \cos \omega_e t$$

Actividad 3.4

$$\phi(t) = [f(t) \cos \omega_e t] \cos \omega_m t$$

Actividad 3.5

$$\phi(t) = [\cos \omega_e t \cos \omega_m t + \sin \omega_e t \sin \omega_m t]$$

Actividad 3.6

$$\phi(t) = [\cos \omega_e t \cos \omega_m t + \sin \omega_e t \sin \omega_m t] \cos \omega_e t$$

**Actividad 3.7**

Dada una onda periódica cosenoideal de 100 KHz y amplitud pico de 10 V, que modula en AM a una portadora cosenoideal de 10 V de amplitud y 1 MHz de frecuencia.

Determinar:

- La expresión de la modulante.
- La expresión de la portadora.
- La expresión de la onda modulada, de manera general y en función de modulación.
- Explique el significado de cada término.

**Actividad 3.8**

Explique y grafique las distintas situaciones que se presentan en la señal modulada en amplitud para el índice de modulación

- mayor que 1.
- igual que 1.
- menor que 1.

**Actividad 3.9**

Una onda modulante de 10 KHz, modula a una portadora de 10 V de amplitud y 100 KHz de frecuencia con un índice del 80 %. Ambas señales son cosenoideales y sabiendo que el sistema carga sobre una impedancia de 50  $\Omega$ .

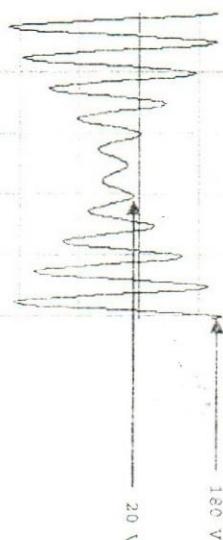
Determinar:

- Expresión de la portadora.
- Amplitud pico de la modulante.
- Expresión de la modulante.
- Expresión de la onda modulada.
- Representación en tiempo y frecuencia de la onda modulada.

- Potencia de la portadora.
- Potencia de las dos bandas laterales.
- Potencia total.
- Rendimiento de modulación por índice y verificado por potencias.

**Actividad 3.10**

El siguiente gráfico en tensión, muestra una portadora cosenoideal de 1 MHz, que es modulada en amplitud por un tono cosenoideal de 100 KHz.



Determinar:

- El índice de modulación.
- Escriba la ecuación de la onda modulada.
- El gráfico en frecuencia de la señal modulada.
- La potencia total del sistema si se carga sobre una resistencia de 50  $\Omega$ .
- Dibuje el espectro de frecuencias de la onda modulada.

**Actividad 3.11**

La expresión de cierta onda modulada es:

$$e(t) = 25(1 + \cos(5000t + 0.3\cos(10000t))\cos(5 \cdot 10^5 t)$$

Determinar:

- Desarrolle analíticamente la señal modulada.
- Que componentes de frecuencia tiene la onda modulada.
- Que amplitudes tienen.
- Que índice/s de modulación tiene la señal modulada.
- Realice un gráfico de amplitud vs. frecuencia de la señal modulada.

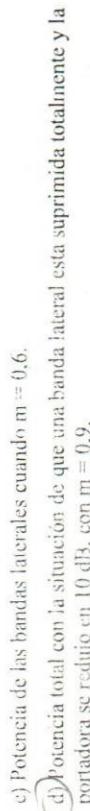
**Actividad 3.12**

Un transmisor de AM, tiene una potencia total de 150 kW, con un índice de modulación del 100%.

Determinar:

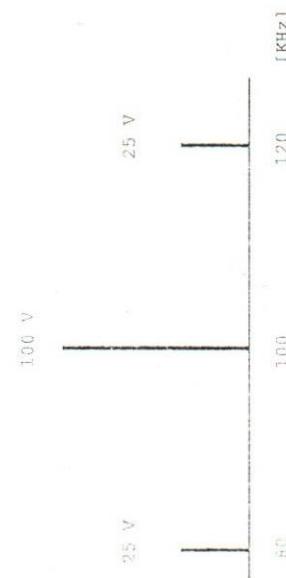
- Potencia de portadora cuando no modula.

- b) Potencia total transmitida cuando el índice es 0,8.  
 c) Potencia de las bandas laterales cuando  $m = 0,6$ .

 d) Potencia total con la situación de que una banda lateral esta suprimida totalmente y la portadora se redujo en 10 dB, con  $m = 0,9$ .

### Actividad 3.13

Dado el siguiente espectro de líneas que representa una onda modulada en amplitud.



Sabiendo que las formas de ondas de la modulante y la portadora son cosenoidales y que el sistema carga sobre una impedancia de  $50 \Omega$ .

Determinar:

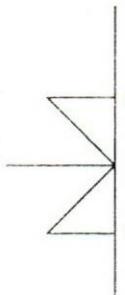
- Expresión de la modulante.
- Expresión de la portadora.
- Índice de modulación.
- Expresión de la onda modulada.
- Potencia de portadora.
- Potencia total.
- Rendimiento de modulación.

### Actividad 3.14

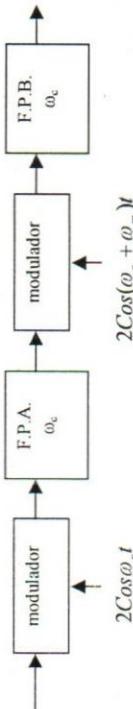
?

El espectro de una cierta (f) se muestra a continuación.

$F(\omega)$



Para generar un tipo de criptografía que asegure la comunicación, esta es aplicada a un sistema conocido como scrambler cuyo diagrama en bloques se muestra a continuación

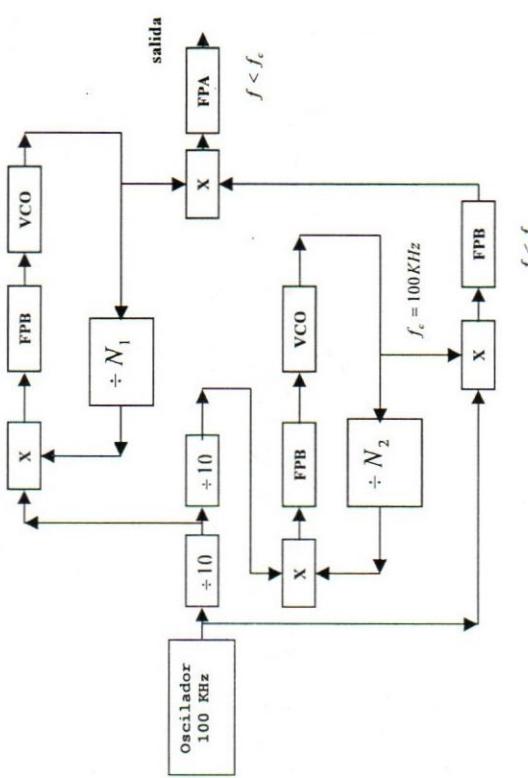


Determinar:

- La gráfica en frecuencia de la señal en cada uno de los puntos del diagrama.
- Un esquema en bloques para la recuperación de la señal original.
- La gráfica de la señal en frecuencia en cada punto del diagrama propuesto.

### Actividad 3.15 No se hace

En el siguiente esquema se muestra un sintetizador de frecuencia para controlar la salida de un oscilador digital estable.



Sabiendo que el oscilador opera  $f_e = 100 \text{ KHz}$  y los valores de  $N_1$  y  $N_2$ , se seleccionan entre 1 y 10.

Determinar:

- ¿Cuál es la frecuencia de salida cuando  $N_1 = 4$  y  $N_2 = 2^9$ .
- El intervalo de frecuencia y el mínimo incremento en frecuencia del sintetizador.

**X Actividad 3.16 No se hace**

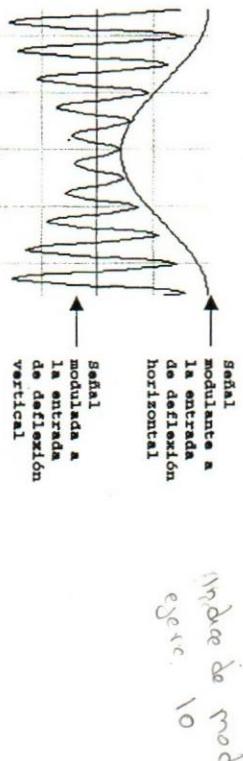
En el siguiente diagrama en bloques de un mezclador, ingrese como entrada la salida del problema anterior y repita las consignas a y b.



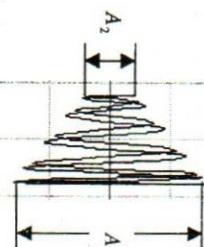
100 KHz  
 $f < f_c$

**Actividad 3.17**

Una de las formas de determinar el índice de modulación en una señal de AM, es con la ayuda de un osciloscopio conectado en la deflexión vertical la señal modulada y en la horizontal la modulante.



Este genera un trapecio de modulación tal como se ve a continuación



- Explique detalladamente como se genera dicho trapecio.
- Como se modifica el trapecio para diferentes valores del índice de modulación.
- Encuentre una expresión del índice en función de los valores medidos  $A_1$  y  $A_2$ .
- ¿Será posible encontrar la expresión de la señal modulada a partir del trapecio?  
Explique detalladamente.

**✓ Actividad 3.18**

Una señal de AM, es transmitida a través de una antena. Cuando no se modula la corriente por la antena vale 15 A y cuando se modula la corriente se eleva a 17 A. Determine el valor del índice de modulación.

**Actividad 3.19**

Una portadora de 1 MHz y 10 V de amplitud es modulada por una banda base que ocupa de 2.5 Hz a 20 KHz.

Grafique en frecuencia el espectro resultante de la onda modulada en amplitud. Sabiendo que la banda base tiene una amplitud constante de 5 V.

**Actividad 3.20**

Cuantas formas existen para detectar la señal de AM. Explique detalladamente.

**Actividad 3.21**

La siguiente expresión corresponde a una señal periódica modulada en amplitud.  
 $\phi_{AM} = E_c(1 + m \operatorname{Sen} \omega_m t) \operatorname{Sen} \omega_f$

Determinar:

- La serie de Fourier que resulte de aplicar dicha señal a un. detector de envuelta.
- Una interpretación espectral del resultado.

**T Actividad 3.22**

Realice un estudio comparativo de las ventajas y desventajas de la detección de envuelta vs. la sincrónica.

**T Actividad 3.23**

Explique detalladamente, como se soluciona el problema de detectar diferentes señales moduladas con diferentes portadoras, dentro de una banda de servicio, con un solo detector en un solo receptor que sirva para toda la banda. (Sug: justifique la necesidad de la FI)

**T Actividad 3.24**

Realice el diagrama en bloques de un receptor de AM, superheterodino. Explique detalladamente el funcionamiento de cada bloques propuesto.

**T** Actividad 3.25

✓ A que se denomina frecuencia imagen?

**T** Actividad 3.26

✓ ¿Como se pueden disminuir los efectos de la frecuencia imagen?

**A** Actividad 3.27

Justifique la elección de 455 KHz, como FI para radiodifusión comercial en la banda de broadcasting.

**A** Actividad 3.28

✓ Es posible diseñar un receptor comercial de AM (520-1600 KHz), tal que la frecuencia imagen quede siempre fuera de la banda de radiodifusión? De serlo ¿cuál sería el valor de la FI y el intervalo de frecuencia del oscilador local?

**A** Actividad 3.29

En un determinado momento en un receptor de radiodifusión en A.M. (540-1600 KHz), se escucha una emisión que opera en 3.365 MHz.

Determinar:

a) Por qué razón ocurre esto.

b) En que posibles lugares del dial se podría escuchar.

**A** Actividad 3.30

Dado un modulador de producto de cuatro diodos, con entraida y portadora senoidales.

Determinar:

a) Circuito.

b) Explique detalladamente su funcionamiento, demostrando que la portadora se cancela a la salida. Enuncie las condiciones mínimas de diseño necesarias para que se cumpla la consigna anterior.

c) Expresión analítica de la señal de salida.

d) Representación gráfica en tiempo y frecuencia de las señales de entrada y salida, remarcando donde se ve que la portadora se cancela.

**T** Actividad 3.31

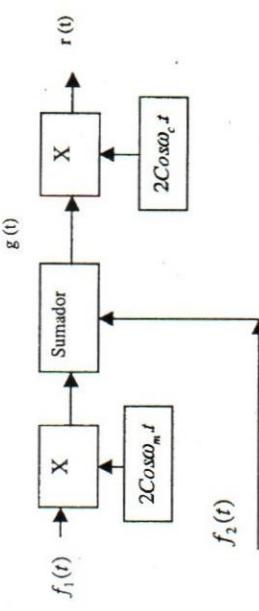
Como continuación de la consigna anterior realice el análisis del mismo circuito en condiciones de demodulación, para lo cual.

Determinar:

- Como se debe conectar para que demodule.
- Explicar el funcionamiento
- Desarrollo analítico de la señal de salida.
- Representación gráfica en tiempo y frecuencia de las señales de entrada y salida.

**T** Actividad 3.32

Dado el siguiente sistema:



Sabiendo que las transformadas de  $f_1(t) = F_1(\omega)$  y  $f_2(t) = F_2(\omega)$  y tienen las siguientes formas:

$$F_1(\omega)$$

$$1$$



$$F_2(\omega)$$

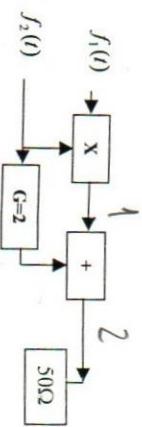
$$1$$



Determinar gráficamente las transformadas para  $g(t)$  y para  $r(t)$  del diagrama en bloque.

**T** Actividad 3.33

Dado el siguiente sistema y sabiendo que  $f_1(t) = e_m(t) = \cos 2\pi 10^3 t$  y  $f_2(t) = e_e(t) = \cos 2\pi 10^6 t$



Determinar:

- Expresión de la onda a la salida.
- Índice de modulación.
- Potencia total.
- Rendimiento de modulación por dos caminos.

**T**Actividad 3.34

Dentro de los métodos para obtener BLU.

Determinar:

- Cuales son.
- Diagrama en bloques de cada método.
- Expresiones analíticas de cada método.
- Analisis gráfico tiempo-frecuencia para cada uno.

**T**Actividad 3.35

En el método del filtrado porque es menester realizar varias conversiones.

**T**Actividad 3.36En los sistemas de cancelación de fase y doblado y compensación. Que ocurre si en los moduladores se ingresa con diferentes amplitudes y/o los desfasadores no desplazan exactamente  $90^\circ$ .**T**Actividad 3.37

Como se mide el rechazo de portadora en un modulador equilibrado.

**A**Actividad 3.38

En un sistema de BLU, por cancelación de fase, encontrar en dB la relación de amplitudes entre la banda lateral no deseada y la deseada cuando las imperfecciones del sistema son tales que:

- Las tensiones aplicadas son iguales pero los desfases son de  $85^\circ$  en lugar de  $90^\circ$ .
- Los desfases son iguales pero una tensión moduladora es 5% Mayor que la otra.

**Modulación Analógica en Frecuencia****4****Objetivos**

- ♦ Comprender los conceptos de modulación analógica en frecuencia con todas sus variantes con aplicación en mono y stereo comercial.
- ♦ Comprender los conceptos de la demodulación analógica en frecuencia con todas sus variantes con aplicación en mono y stereo comercial.
- ♦ Sintetizar la estructura de recepción de señales de una manera conceptual y bloquistica.
- ♦ Aplicar dichos conceptos en la resolución de problemas y casi casos en el área.

**Contenidos**

Introducción

La fase y la frecuencia modulada

**FM**

Cálculo del ancho de banda

Análisis de la potencia de una señal en FM

Un aspecto importante en la generación de FM

Detección de FM

Discriminación con PLL

El diagrama de recepción

Necesidad de redes de compensación

Características de la radiodifusión comercial

La FM estéreo

Análisis del ruido en FM vs. AM (sin red de deemfasis)

Análisis del ruido en FM vs. AM (con red de deemfasis)

Guía de actividades N° 4

#### 4.1. Introducción

A efectos de simplificar la interpretación de la técnica analizaremos de manera genérica el concepto de FM, con la ayuda de un circuito simple y luego profundizaremos su estudio.

En esta técnica mediante la amplitud de la banda base se varía la frecuencia de la portadora. Esto se puede lograr aplicando señal modulante a un varactor. En la fig. 4.1.1 se presenta un circuito típico.

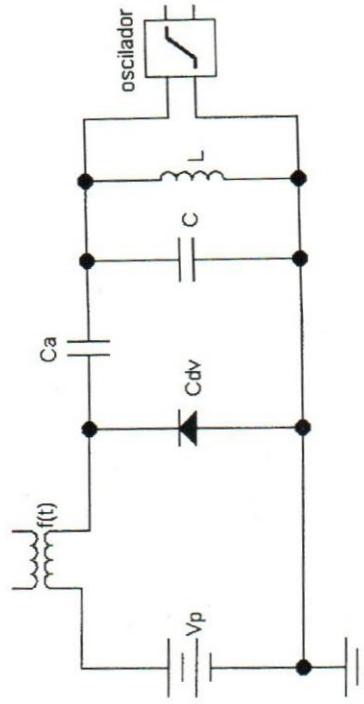


Figura 4.1.1

La capacidad total equivalente  $C_T$ , vista a los bornes del inductor L

$$C_T = C // (C_a \text{ en serie con } C_{dv}) \quad [4.1.1]$$

La frecuencia de oscilación del oscilador está fijada el tanque resonante  $L // C_T$  de donde la frecuencia de oscilación será:

$$f_{oscilación} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L.C_T}} \quad [4.1.2]$$

La tensión de polarización  $V_p$  fija la capacidad del varactor y luego la  $f(t)$  se suma o se resta a esta polarización, variando la capacidad equivalente  $C_T$ , lo que varía la frecuencia de salida. De tal manera que la frecuencia de salida varía según la amplitud de la señal modulante.

En la fig. 4.1.2 se ve la curva de típica de capacidad vs. tensión, de un varactor.

Representemos de manera fasorial una senoide de amplitud  $A$  y fase  $\theta(t)$  en la fig. 4.2.1.



Figura 4.2.1

La capacidad fijada por la tensión de polarización  $V_p$ , la denominaremos  $C_{dpp}$  y cuando esta tensión de polarización varía, la capacidad sigue la siguiente ley

$$C = \frac{C_{dpp}}{\sqrt{1 + 2V_p}} \quad [4.1.2]$$

La desviación de frecuencia es función de la amplitud de la señal modulante. Si la desviación máxima y mínima de la frecuencia de portadora se la mantiene constante, la modulación en frecuencia queda entonces en la cantidad de veces que se desvía la portadora. De tal manera que la desviación será función de la amplitud de la modulante y la cantidad de veces que se desvía es función de la frecuencia de la modulante. De donde la modulación en frecuencia está en la cantidad de veces que se desvía la portadora. La fig. 4.1.3 muestra una señal modulada en frecuencia, a partir de una onda periódica senoidal, que se ha colocado superpuesta a efectos de visualizar el efecto de la señal modulada.

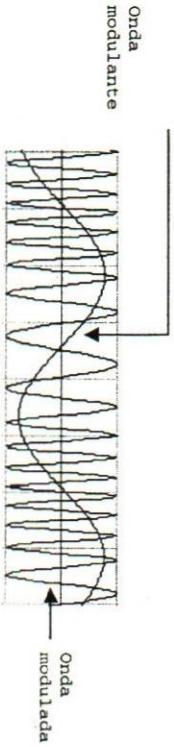


Figura 4.1.3

#### 4.2. La fase y la frecuencia modulada

Cuando se analiza esta técnica es conveniente describir el concepto de frecuencia de una senoidal. Si su velocidad es constante decimos que la frecuencia angular lo es y vale por ejemplo  $\omega_c$ .

Lo importante es interpretar que ocurre cuando la velocidad angular no es constante.

Figura 4.2.1

Donde se ve que si  $\theta(t)$  aumenta en forma lineal con el tiempo

$$\theta(t) = \omega_c t \quad [4.2.1]$$

Entonces se dice que el fasor tiene una velocidad angular constante de  $\omega_c$  radianes/segundos. Si esta no es constante, se puede escribir una relación entre la velocidad angular instantánea  $\omega_i$  y  $\theta(t)$ , tal que

$$\theta(t) = \int \omega_i(t) dt + \theta_0 \quad [4.2.2]$$

Derivando respecto de  $t$  la 4.2.2

$$\omega_i(t) = \frac{d\theta}{dt} \quad [4.2.3]$$

Lo importante es que la frecuencia instantánea de una señal senoidal es la derivada respecto del tiempo de su fase.

Esto permitirá expresar una  $\theta(t)$  variando de manera lineal con una  $f(t)$ , que representa la banda base.

$$f(t) = \omega_c t + K_p f(t) + \theta_0 \quad [4.2.4]$$

Como la fase está variando linealmente con una función (que puede ser la banda base), esta señal se la denomina fase modulada (PM).

Para obtener la frecuencia instantánea de esta fase modulada, es necesario derivar 4.2.4

$$\omega_i = \frac{d\theta}{dt} = \omega_c + K_p \frac{df(t)}{dt} \quad [4.2.5]$$

Otra alternativa consiste en hacer depender la frecuencia instantánea de manera proporcional a la señal de entrada.

$$\phi_f = \omega_c t + K_f f(t) \quad [4.2.6]$$

Se ve claramente que existe relación lineal entre la frecuencia instantánea y la señal de entrada (que puede ser la banda base), esta señal es una frecuencia modulada. Simplemente con integrar 4.2.6, se obtiene el ángulo de fase.

$$\theta(t) = \int \omega_c dt + \int K_f f(t) dt + \theta_0 \quad [4.2.7]$$

Comparando la 4.2.4 y la 4.2.7, se visualiza que ambas modulaciones están relacionadas. En la PM, el ángulo de fase de la señal portadora varía de manera lineal con la señal modulante. En la FM, el ángulo de fase de portadora varía de manera lineal con la integral de la modulante. Si la  $f(t)$  se la integra y se pasa por un modulador de fase se obtiene modulación en frecuencia.

Ambos conceptos están muy relacionados. La diferencia está fundamentalmente en como depende la resultante modulada, de la señal modulante.

De manera simple la expresión de una onda modulada en frecuencia, debe tomarse como una portadora cuya fase instantánea está variando según la señal modulante.

$$\phi_{PM} = E_c \operatorname{Sen} \theta \quad [4.2.7]$$

Considerando la fase inicial cero y remplazando la fase de la 4.2.6 en la 4.2.7

$$\phi_{PM} = E_c \operatorname{Sen} \theta = E_c \operatorname{Sen} [\omega_c t + K_f \int f(t) dt] \quad [4.2.8]$$

La 4.2.8 representa la expresión general de una modulada en frecuencia por una banda base no periódica.

#### Ejemplo 4.2.1

Dada la siguiente señal  $\delta(t) = A_f \operatorname{Cos}(20\pi f + 4\pi f^2)$ .

Determinar:

- a) La fase instantánea.
- b) La frecuencia instantánea.

Respuesta

a)  $\theta(t) = 20\pi f + 4\pi f^2$

b)  $\omega_i(t) = \frac{d\theta}{dt} = 20\pi + 8\pi f$

## 4.3. FM

Analizaremos esta modulación, ahora con un enfoque periódico, es decir la señal modulante será un tono senoidal.

$$e_m(t) = E_m \operatorname{Sen} \omega_m t \quad [4.3.1]$$

Tomando como portadora

$$e_c(t) = E_c \operatorname{Sen} \omega_c t \quad [4.3.2]$$

Por lo expuesto anteriormente, se puede armar la expresión de la señal modulada como resultado de una portadora cuya fase varía de manera instantánea.

$$\phi_{PM} = E_c \operatorname{Sen} \theta_i \quad [4.3.3]$$

Donde la derivada de la fase instantánea es la frecuencia angular instantánea.

$$\frac{d\theta_i}{dt} = \omega_i = \omega_c + K_v E_m \operatorname{Sen} \omega_m t = \omega_c + \Delta \omega_c \operatorname{Sen} \omega_m t \quad [4.3.4]$$

El producto  $K_v E_m$ , representa la desviación en frecuencia ya que esta es resultado de la amplitud de la modulante. El valor de  $K_v$ , depende del diseño del modulador y las unidades en que se expresa es de  $\frac{\text{seg}}{\text{Voltio}}$ , o  $\frac{\text{Hz}}{\text{Voltio}}$  según sea la unidad que estemos utilizando para medir la desviación de frecuencia. Para obtener la fase instantánea se integra la 4.3.4 y definiendo

$$m_f = \frac{\Delta \omega_c}{\omega_m} \text{ este es el índice de modulación en frecuencia, nos queda.}$$

$$\theta_i = \int \omega_i dt = \int \omega_c dt + \int \Delta \omega_c \operatorname{Sen} \omega_m t dt = \omega_c t - m_f \operatorname{Cos} \omega_m t \quad [4.3.5]$$

Reemplazando 4.3.5 en 4.3.3

$$\phi_{PM} = E_c \operatorname{Sen}(\omega_c t - m_f \operatorname{Cos} \omega_m t) \quad [4.3.6]$$

$$\phi_{PM} = E \left[ \operatorname{Sen} \omega_c t \operatorname{Cos}(m_f \operatorname{Cos} \omega_m t) - \operatorname{Cos} \omega_c t \operatorname{Sen}(m_f \operatorname{Cos} \omega_m t) \right]$$

Cada uno de los términos se puede resolver como series trigonométricas de coeficientes variables lo que implica que deben ser desarrolladas por Bessel, cuya expresión es la siguiente.

$$\operatorname{Cos}(m_f \operatorname{Cos} \omega_m t) = J_0(m_f) - 2J_2(m_f) \operatorname{Cos} 2\omega_m t + 2J_4(m_f) \operatorname{Cos} 4\omega_m t, \dots \quad [4.3.7]$$

$$\operatorname{Sen}(m_f \operatorname{Cos} \omega_m t) = 2J_1(m_f) \operatorname{Cos} \omega_m t - 2J_3(m_f) \operatorname{Cos} 3\omega_m t \dots \quad [4.3.8]$$

Reemplazando 4.3.7 y 4.3.8 en la 4.3.6 y desarrollando las expresiones trigonométricas

$$\begin{aligned} \phi_{FM} = E_c & \left[ J_0(m_f) \operatorname{Sen} \omega_c t - J_1(m_f) \operatorname{Cos}(\omega_c \pm 3\omega_m)t - J_2(m_f) \operatorname{Sen}(\omega_c \pm 2\omega_m)t + \right. \\ & \left. + J_3(m_f) \operatorname{Cos}(\omega_c \pm 3\omega_m)t + J_4(m_f) \operatorname{Sen}(\omega_c \pm 4\omega_m)t \dots \right] \end{aligned} \quad [4.3.9]$$

La señal modulada en FM, está formada por bandas laterales armónicas de la banda base cuyas amplitudes son variables según los coeficientes de Bessel. Estos coeficientes dependen del índice de modulación ( $m_f$ ).

La fig. 4.3.1 muestra los valores de los coeficientes en función del índice de modulación, donde en el eje y se obtiene la amplitud de los coeficientes,  $J_0(x)$ ,  $J_1(x)$ ,  $J_2(x)$ ,  $J_3(x)$  y  $J_4(x)$  y en el eje horizontal el índice representado de manera genérica con la letra x.

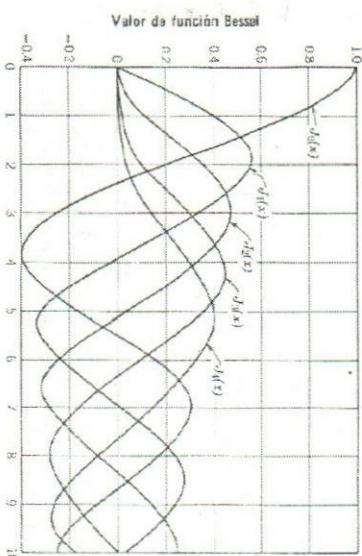


Figura 4.3.1

Analizando la fig. 4.3.1, se ve que cuando el índice es pequeño hay pocas bandas laterales y viceversa.

Si se mantiene constante la máxima amplitud de la señal modulante, la desviación de frecuencia será constante, pero como la frecuencia de la señal modulante es variable, esto implica que el índice es variable.

Además de tener amplitudes variables según el índice, estas bandas laterales mantienen una relación cuadratura entre sí.

En la fig. 4.3.2, se representa una tabla de valores de coeficientes de Bessel, según  $m_f$ .

$m_f$	$J_0$	$J_1$	$J_2$	$J_3$	$J_4$	$J_5$	$J_6$	$J_7$	$J_8$	$J_9$	$J_{10}$
0	1,00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0,25	0,98	0,12	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0,5	0,94	0,24	0,03	-	-	-	-	-	-	-	-
1	0,77	0,44	0,12	0,02	-	-	-	-	-	-	-
1,5	0,51	0,56	0,23	0,05	0,01	-	-	-	-	-	-
2	0,22	0,58	0,35	0,75	0,03	-	-	-	-	-	-
2,4	0	0,52	0,45	0,2	0,02	0,02	-	-	-	-	-
2,5	-0,05	0,5	0,45	0,22	0,07	0,02	0,01	-	-	-	-
3	-0,26	0,34	0,49	0,31	0,13	0,04	0,01	-	-	-	-
4	-0,4	-0,07	0,36	0,43	0,26	0,13	0,05	0,02	-	-	-
5	-0,18	-0,33	0,55	0,36	0,39	0,26	0,13	0,05	0,02	-	-
6	0,15	-0,28	-0,24	0,11	0,36	0,36	0,25	0,13	0,05	0,02	-
7	0,3	0	-0,3	-0,17	0,16	0,35	0,24	0,13	0,06	0,02	-

Figura 4.3.2

La señal modulada desde el punto de vista del espectro resulta ser una onda con muchas bandas laterales cuyas amplitudes dependen de los coeficientes de Bessel y la distancia entre las bandas es la frecuencia de la modulante.

El espectro resultante es de líneas armónicas a la banda base. Esto se puede ver en la fig. 4.3.3, donde se representa una portadora y dos pares de bandas laterales armónicas. Donde además las amplitudes están en función del producto de la amplitud de la portadora y el coeficiente de Bessel correspondiente (valores absolutos).

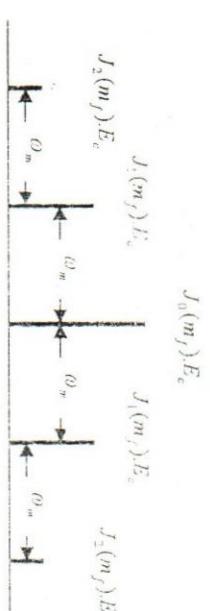


Figura 4.3.3

Analizando la fig. 4.3.1, se ve que cuando el índice es pequeño hay pocas bandas laterales y viceversa.

Si se mantiene constante la máxima amplitud de la señal modulante, la desviación de frecuencia será constante, pero como la frecuencia de la señal modulante es variable, esto implica que el índice es variable.

Además de tener amplitudes variables según el índice, estas bandas laterales mantienen una relación cuadratura entre sí.

En la fig. 4.3.2, se representa una tabla de valores de coeficientes de Bessel, según  $m_f$ .

La distancia entre las bandas laterales está fijada por la frecuencia del tono modulante y la cantidad de bandas es función del índice de modulación. Esto significa que el ancho de banda de una señal modulada en FM se deberá calcular en función de las bandas laterales que tenga.

#### Ejemplo 4.3.1

Determinar:

- a) La desviación de frecuencia.  
 b) La expresión de la onda modulada.  
 c) La gráfica en frecuencia de la señal modulada.

**Respuesta**

a)  $\Delta f_c = m_f f_m = 1 \times 1 KHz = 1 KHz$

b)  $\phi_{FM} = E_c \operatorname{Sen}(2\pi \cdot 10^5 t - C_0 s 2\pi \cdot 10^3 t)$

c) Desarrollando la expresión y utilizando la tabla de la fig. 4.3.2 se ve que son cuatro los coeficientes

$$\phi_{FM} = E_c [ J_0(m_f) \operatorname{Sen}(\omega_c \pm \omega_m)t - J_1(m_f) \operatorname{Cos}(\omega_c \pm 2\omega_m)t + j_2(m_f) \operatorname{Sen}(\omega_c \pm 2\omega_m)t + j_3(m_f) \operatorname{Cos}(\omega_c \pm 3\omega_m)t ]$$

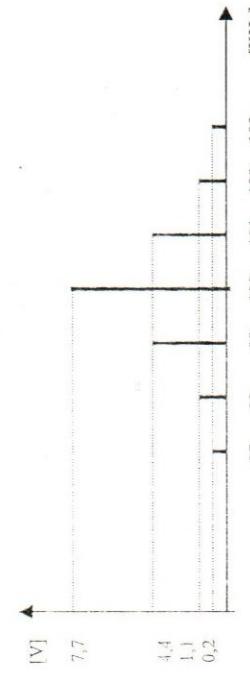
Los valores de los coeficientes son:

$$J_0 = 0,77 \quad J_1 = 0,44 \quad J_2 = 0,11 \quad J_3 = 0,02$$

Reemplazándolos en la expresión queda:

$$\phi_{FM} = 7,7V \operatorname{Sen}(2\pi \cdot 10^5 t - 4,4V \operatorname{Cos}(2\pi \cdot 10^3 t - 1,1V \operatorname{Sen}(2\pi \cdot 10^5 t + 0,2V \operatorname{Cos}(2\pi \cdot 10^3 t + 3,10^3)V$$

- c) La representación en frecuencia de la onda modulada, será un espectro de líneas separadas una distancia de 1 KHz (representación en valor absoluto).

**4.4. Cálculo del ancho de banda**

En 1922, Carson en un estudio matemático demostró que una señal de FM, no puede acomodarse en un ancho menor que una de AM.

Vista la característica de la señal modulada en frecuencia, es muy razonable pensar que hacen falta todas las bandas laterales para recuperar la banda base.

En el ejemplo 4.3.1, se ve que se necesitan seis bandas laterales para un índice de modulación 1. Si tomamos un índice de modulación de valor 6 son 18 las bandas laterales a transmitir, según se ve en

**4.5. Análisis de la potencia de una señal en FM**

La potencia de una señal modulada en FM, es igual a la potencia de la portadora no modulada. Es decir las bandas laterales no aportan energía como en el caso de la AM.

Esto implica que la potencia es constante y cuando no modula esta toda en la portadora y cuando lo hace se distribuye en las bandas laterales.

La potencia total se la podría calcular cuando no modula como.

la tabla de Bessel de la fig. 4.3.2. Esto implicaría un ancho de banda muy grande en el canal y transformaría a la técnica inviable.

De tal manera que surge una pregunta fundamental:

¿Cuántas bandas laterales son necesarias para recuperar de manera razonable la información original? Como las bandas laterales están separadas entre sí por la frecuencia modulante, para una señal periódica, se puede expresar el ancho de banda en FM como:

$$B_{FM} = 2n f_m = 2nB \quad [4.4.1]$$

Donde n es el número de bandas laterales significativas y  $f_m$ , la frecuencia de la señal modulante. Cuando se trata de una banda base, tomamos como la máxima frecuencia a transmitir como el ancho de banda base B.

Son muchos los criterios para calcular n. Atento al hecho de que el índice de modulación es variable y si pasan las altas frecuencias las bajas seguramente pasaran, una buena aproximación suele ser tomar un criterio propuesto por Carson:

$$n = m_f + 1 \quad [4.4.2]$$

Donde  $m_f$ , es el índice de modulación más chico, es decir el que corresponde a la frecuencia modulante más alta o el ancho de banda base, reemplazando 4.4.2 en 4.4.1 y operando.

$$B_{FM} = 2(m_f + 1)f_m = 2(m_f + 1)B = 2(Af_c + B) \quad [4.4.3]$$

Esta expresión denominada la regla de Carson, ocupa un ancho de banda menor que el que se calcularía utilizando todos los términos de Bessel. Pero Carson la propuso porque con esta regla se transmite más del 95 % de la potencia total que se transmittiría utilizando Bessel. Es decir casi se transmite la totalidad de la potencia y se achica el ancho de banda de la señal modulada de manera considerable.

Tomando la expresión 4.4.3, se ve que si el índice de modulación es muy pequeño ( $m_f \ll 1$ ), el ancho de banda de la señal modulada es casi dos veces el ancho de banda base. Si tomamos un índice de 0.25, de la tabla 4.3.2, surge que la señal en ese caso esta formado por la portadora y un par de bandas laterales. Esto se aproxima a una señal de AM y se la suele designar como FM de banda angosta. Para el caso contrario es decir para índices de modulación  $\gg 1$ , se la denomina de banda ancha y es la clásica FM.

$$P_{TMM} = \frac{E_e^2}{2Z_L} \quad [4.5.1]$$

La potencia de portadora se calcula:

$$P_e = \frac{\left[ J_0(m_f)E_e \right]^2}{2Z_L} \quad [4.5.2]$$

Reemplazando 4.5.1 en 4.5.2

$$P_e = P_{TMM}J_0^2(m_f) \quad [4.5.3]$$

En la 4.5.3, se ve como se distribuye la potencia total en la portadora.

La potencia de las dos primeras bandas laterales.

$$P_{2BL1} = \frac{\left[ J_1(m_f)E_e \right]^2}{Z_L} \quad [4.5.4]$$

Reemplazando 4.5.1 en 4.5.4

$$P_{2BL1} = 2P_{TMM}J_1^2(m_f) \quad [4.5.5]$$

La potencia de las dos enésimas bandas laterales

$$P_{2BLn} = \frac{\left[ J_n(m_f)E_e \right]^2}{Z_L} = 2P_{TMM}J_n^2(m_f) \quad [4.5.6]$$

Sintetizando podemos decir que la potencia total se distribuye en la portadora y las bandas laterales cuando modulas y cuando no lo hace está solo en la portadora. En la 4.5.7 se expresa la sumatoria.

$$P_{TMM} = P_{TMM} \left[ J_0^2(m_f) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} J_n^2(m_f) \right] \quad [4.5.7]$$

En el momento que no modula la sumatoria es cero el valor de  $J_0(m_f)$  es uno y toda la potencia está en la portadora.

#### Ejemplo 4.5.1

Tomando el ejemplo 4.3.1

Determinar:

- a) El ancho de banda tomando todas las componentes de Bessel.
- b) La potencia total transmitida.
- c) El ancho de banda utilizando la regla de Carson.
- d) La potencia total para la consigna anterior.

**Respuesta**

a) Las componentes por Bessel son:

$$J_0 = 0,77 \quad J_1 = 0,44 \quad J_2 = 0,11 \quad J_3 = 0,02$$

Esto implica que son seis bandas laterales (tres para cada lado de la portadora) de donde el ancho de banda de la señal modulada será:

$$B_{FM} = 2,31KHz = 6KHz$$

b) La potencia total considerando una impedancia normalizada de 1 Ohm, puede calcularse sumando la potencia de portadora y de cada banda lateral

$$P_e = \frac{7,7^2}{2} = 29,645W$$

$$P_{2BL1} = 2 \cdot \frac{4,4^2}{2} = 19,36W$$

$$P_{2BL2} = 2 \cdot \frac{1,1^2}{2} = 1,21W$$

$$P_{2BL3} = 2 \cdot \frac{0,2^2}{2} = 0,04W$$

$$P_{TMM} = 29,645 + 19,36 + 1,21 + 0,04 = 50,255W$$

Note que si calcula la potencia de portadora cuando no modula el valor será de 50 W. Esta pequeña diferencia se debe a que los coeficientes de Bessel están redondeados.

c) Utilizando la regla de Carson el ancho de banda será:

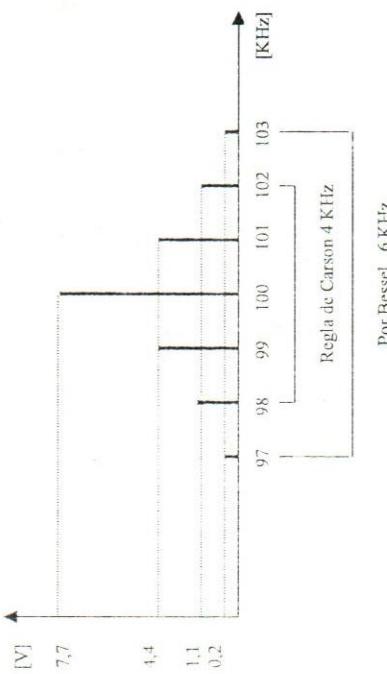
$$B_{FM} = 2 \cdot (m_f + 1) f_m = 2 \cdot 2,1 KHz = 4,2Hz$$

d) Se toman cuatro bandas laterales (dos para cada lado) de donde la potencia total será:

$$P_{TMM} = 29,645 + 19,36 + 1,21 = 50,215W$$

En este ejemplo se ve que el ancho de banda según Carson es menor que según Bessel, de hecho que esto no significa una menor calidad de la señal recibida, porque si realizamos la relación porcentual entre ambas potencias se ve que es del orden del 99 %. Para índices de modulación superiores a 6 la regla de Carson en potencia está muy cerca de los valores de Bessel.

A efectos de lograr una mejor comparación de anchos de banda se repite la gráfica de amplitud vs. frecuencia de la señal modulada y se marcan ambos anchos de banda.



Por Bessel 6 KHz

#### 4.6. Un aspecto importante en la generación de FM

Uno de los aspectos importantes en la generación de la señal modulada en FM es el hecho de que se puede partir de portadoras y desviaciones muy bajas y con sucesivas multiplicaciones se puede lograr las condiciones de diseño. Esto es ventajoso para el diseño puesto que no se puede lograr grandes desviaciones en zona lineal con los diodos varactores.

Analicemos el diagrama de la fig. 4.6.1, que está formado por dos multiplicadores primero por tres y luego por dos. A la cual ingresa una portadora de frecuencia  $\omega_1$  y desviación de frecuencia  $\Delta\omega_0$

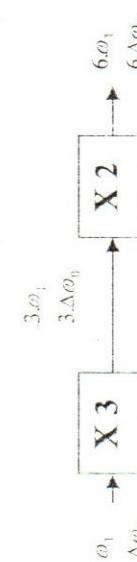


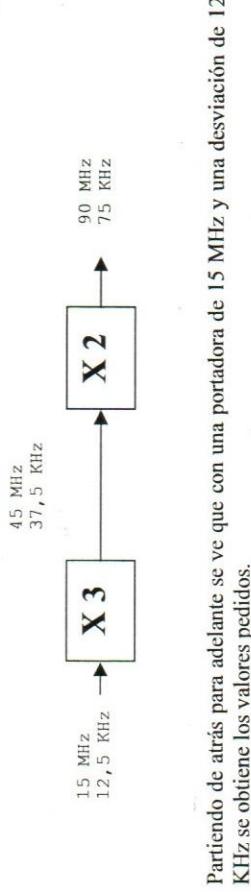
Figura 4.6.1

La salida de la portadora y de la desviación de frecuencia es ahora de seis veces mayor, mientras que la señal modulante es la misma.

Con la adecuada elección de valores se logra trabajar grandes frecuencias de portadoras y desviaciones partiendo de valores muy bajos.

#### Ejemplo 4.6.1

Para el esquema de la fig. 4.6.1, encontrar los valores de inicio que permitan obtener una frecuencia de portadora de 90 MHz y una desviación de frecuencia de 7,5 KHz.



Partiendo de atrás para adelante se ve que con una portadora de 15 MHz y una desviación de 12,5 KHz se obtiene los valores pedidos.

#### 4.7. Detección de FM

A efectos de recuperar la banda base, se trata de lograr una transferencia lineal amplitud vs. frecuencia y luego detectar convencionalmente. Variaciones de frecuencia en amplitud, el aspecto más sencillo es derivar idealmente la señal de FM.

Tomando la 4.2.8 y luego derivando respecto del tiempo queda:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\phi_{FM} &= \frac{d}{dt}E_c \operatorname{Sen}[\omega_c t + K_f f(t)] = E_c [\omega_c + K_f f'(t)] \operatorname{Cos}[\omega_c t + K_f f(t)] = \\ &= \omega_c E_c \left[ 1 + \frac{K_f}{\omega_c} f'(t) \right] \operatorname{Cos}[\omega_c t + K_f f(t)] \end{aligned} \quad [4.7.1]$$

La 4.7.1 es una señal de AM, cuya envuelta es  $E_c \omega_c \left[ 1 + \frac{K_f}{\omega_c} f'(t) \right]$ .

Sería una señal de amplitud variable según la banda base y cuya portadora tiene una desviación de frecuencia. Luego de la derivación un simple detector de envuelta puede recuperar la banda base.

En la fig. 4.7.1, se representa el diagrama en cajas con la derivación y la detección de la señal modulada

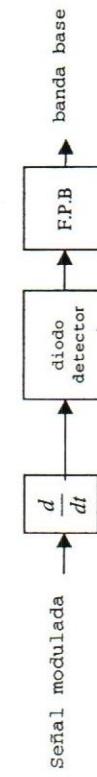


Figura 4.7.1

El análisis temporal en todos los puntos del diagrama propuesto se ve en la fig. 4.7.2

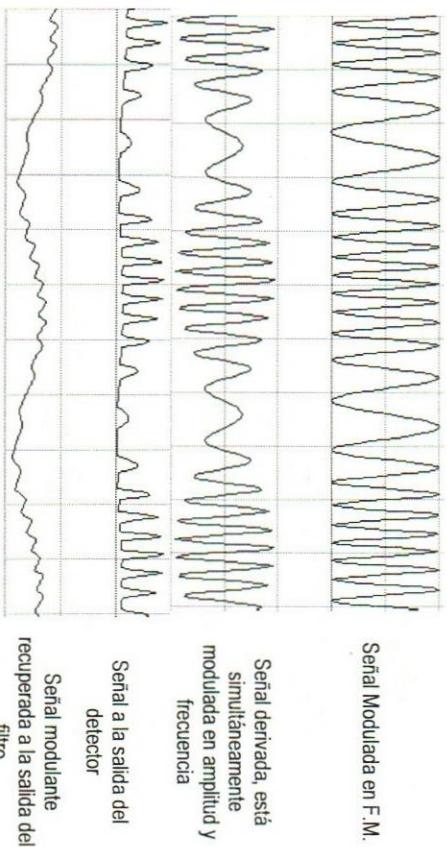


Figura 4.7.2

La derivación puede aproximarse razonablemente con cualquier dispositivo que tenga una función de transferencia lineal con la frecuencia. Estos son denominados circuitos discriminadores, ya que transforman las variaciones de frecuencia en amplitud.

A tal efecto existe una diversidad de circuitos, donde se busca mejorar la función de transferencia y que además se logre actuar con desviaciones de frecuencia grandes. Son conocidos el Foster-Seeley, el de relación, el Travis, etc.

A modo de ejemplo, diremos que el Travis, también denominado de triple sintonía, tiene buena sensibilidad acepta grandes desviaciones de frecuencia y da salida cero cuando entra la portadora.

El circuito dispone dos secundarios sintonizados a la  $\omega_c \pm \Delta\omega_e$  y se obtiene una función de transferencia razonablemente lineal.

En la fig. 4.7.2 se muestra el circuito.

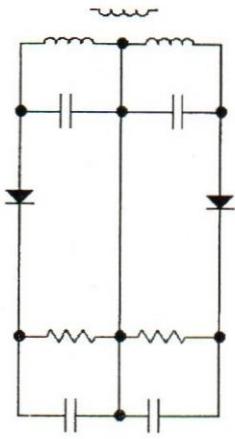


Figura 4.7.2: Entrada sintonizada a la FI con ancho de banda igual a la señal modulada

En la fig. 4.7.3, se representan las dos curvas de sintonía de cada secundario y a partir de ellas surge una función de transferencia lineal.

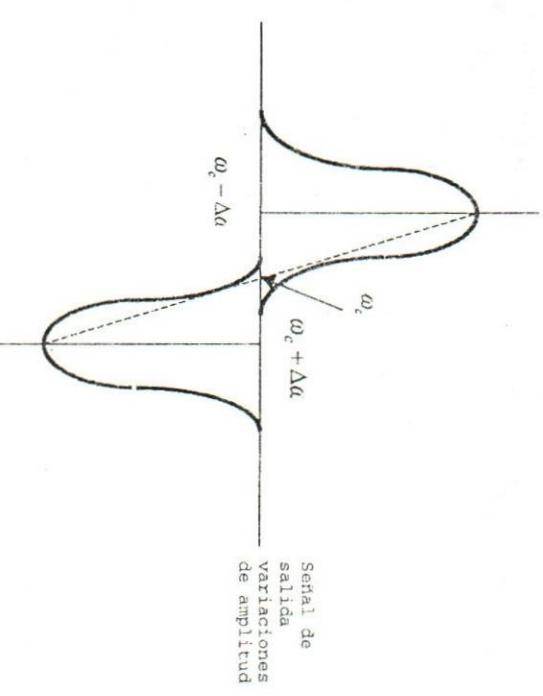


Figura 4.7.3

La función es razonablemente lineal y da salida cero en la frecuencia de portadora. El uso de los discriminadores es el resultante de lo difícil que resulta desarrollar circuitos derivadores que realicen su función adecuadamente en un ancho de banda grande.

Es importante destacar que el ruido en el canal de comunicaciones afecta variando la amplitud y la fase de las señales moduladas puesto que es un vector aleatorio que se suma a la señal. En el caso de la FM se puede minimizar razonablemente el efecto de amplitud del ruido por que todas las estas señales luego de la FI, pueden ser limitadas en amplitud. De tal manera que cuando entran a los discriminadores ya están limitadas.

#### 4.8. Discriminación con PLL

El circuito de lazo de enganche de fase (PLL), es muy utilizado en modulación y demodulación, en generación y síntesis de frecuencia. Existen referencias de que su uso comienza en 1932 en detección, pero su tamaño hacía imposible su uso masivo.

El advenimiento de los integrados y en particular los VLSI (muy alta escala de integración), el PLL se ha transformado en un aporte muy importante en los circuitos de comunicaciones, con alta confiabilidad y pequeño tamaño.

Fundamentalmente el PLL, es un circuito realimentado donde la señal de control es una frecuencia en lugar de una señal convencional. De tal manera que este circuito es enganchado siempre a una frecuencia de referencia.

El diagrama en bloques generalizado se muestra en la fig. 4.8.1

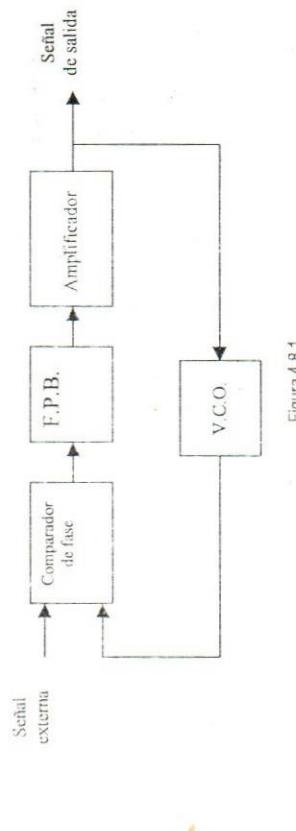


Figura 4.8.1

Si tomamos el comparador de fase analógico como un dispositivo no lineal, a la salida de este existe una combinación armónica de sumas y restas de frecuencias entre la señal externa y la del VCO, el filtro pasabajos selecciona la tensión que resulta de la diferencia entre ellas y se ajusta el VCO a la referencia.

Si la señal externa es una FM, se ve claramente que la salida del filtro es una tensión cuya amplitud varía según la variación de frecuencia y la cantidad de veces que varía es función de la cantidad de veces que se desvía la externa. De donde se obtiene la señal demodulada.

#### 4.9. El diagrama de recepción

El diagrama de recepción es convencional, con el agregado de un limitador a efectos de minimizar el efecto del ruido aditivo del canal. A modo de síntesis se representa un esquema general en la fig. 4.9.1

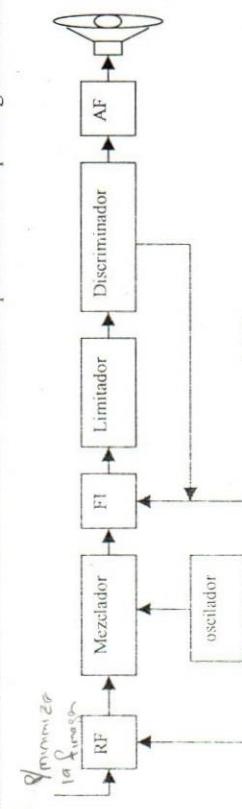


Figura 4.9.1

El limitador se explica como un dispositivo que minimiza el ruido que se suma en el canal. A la señal modulada se le suma el ruido del canal y el resultado es que hay cambios de amplitud y de fase en la señal modulada. El discriminador limita la amplitud de la señal y tiende a minimizar el efecto del ruido sobre la amplitud de la señal.

En la fig. 4.9.2, se muestra la analítica del limitador

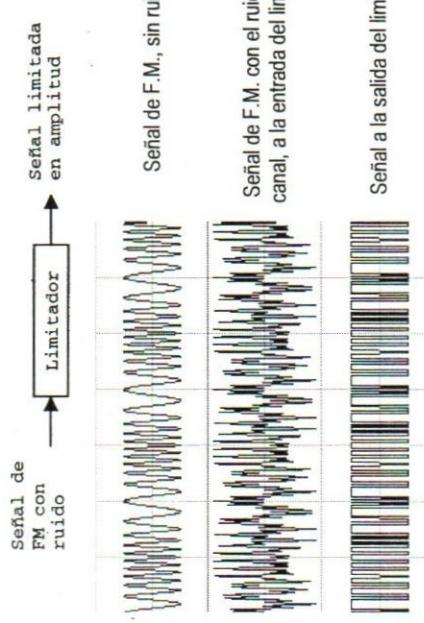


Figura 4.9.2

#### 4.10. Necesidad de redes de compensación

Si analizamos la señal modulada en sus bandas laterales se ve claramente que cuando los índices de modulación son pequeños, las bandas laterales son muy pocas.

Por ejemplo para  $m_f = 0.5$ , son tres bandas laterales con muy poca amplitud. Esto implica que la potencia se distribuye casi toda en la portadora y muy poca en las bandas laterales. En el caso de índices grandes la cantidad de bandas crece y hay más potencia en las bandas que en la portadora.

Cuando se demodula la señal la información está en las bandas y para índices pequeños es menor la potencia en las bandas que para los grandes.

De donde al trasmisir la señal, el ruido en el canal se suma a la señal cambiando la amplitud y la fase de la señal modulada. Si el nivel de ruido que se suma es constante, éste afecta en mayor medida a los índices bajos ya que teniendo poca potencia en las bandas la relación entre la señal y el ruido es muy baja. En cambio si el índice es alto hay más potencia en las bandas y la relación señal ruido es mayor. Esto significa que las altas frecuencias (índice pequeño) el ruido las afecta más que a las bajas.

Para superar este inconveniente antes de modular se pasa la señal por una ecualización que amplifica las altas frecuencias y luego de ser demoduladas, se realiza el proceso inverso para que la banda base tenga de nuevo la amplitud original. A la primera red se la llama preefecto y a la segunda deefecto. En la fig. 4.10.1 se muestran algunos modelos de redes pasivas para preefecto (son filtros pasa altos).

Índice de modulación mínimo: 5  
K para la elección de FI: 0,7

FI: 10,7 MHz

Ancho de banda de la señal modulada: 200 KHz

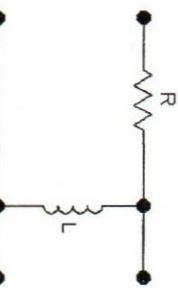


Figura 4.11.1

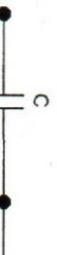


Figura 4.10.1

En la fig.4.10.2 se muestran algunos modelos de redes pasivas para deénfasis (son filtros pasabajos).

#### Respuestas:

a) Utilizando 3.17.8, se tiene

$$FI = \frac{f_{\max} - f_{\min}}{2} + K = \frac{108 - 88}{2} + 0,7 = 10,7 \text{ MHz}$$

b) El ancho de banda de la señal modulada será aplicando la regla de Carson:

$$B_{FM} = 2.(Nf_c + B) = 2.(75 + 15) = 180 \text{ kHz}$$

Se toman 200 KHz para el ancho de banda, esto asegura mayor cantidad de bandas laterales pero además es un valor entero que hace entrar 100 canales de radiodifusión entre los 88 y 108 MHz.

#### 4.12. La FM estéreo

En 1965 la FCC (comité Federal de Comunicaciones) en USA, reglamentó la transmisión de la FM estéreo. Con el concepto de compatibilidad y retrocompatibilidad, desarrolló una norma al efecto.

La idea es que si se transmite en estéreo, el receptor mono escucha en mono (compatibilidad) y cuando se transmite en mono el receptor estéreo escucha en mono (retrocompatibilidad).

La banda base que ingresa al modulador se ve en la fig. 4.12.1

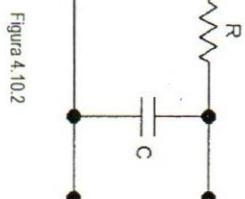


Figura 4.10.2

#### 4.11. Características de la radiodifusión comercial

Para la radiodifusión comercial en FM, se toman los siguientes valores:

Banda de servicio: 88-108 MHz

Ancho de banda base: 15 KHz

Desviación de frecuencia de portadora: 75 KHz

~~compatibilidad - 50 μs~~

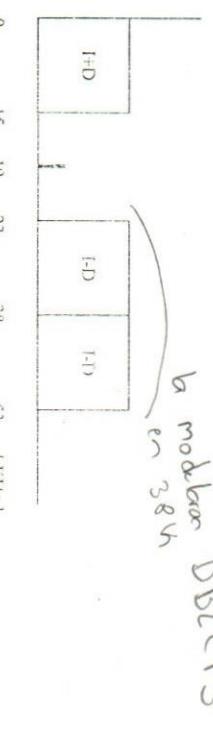


Figura 4.12.1

0 15 19 23 38 53 [kHz]

Se define entonces una banda base donde el canal izquierdo se suma al derecho y esto es lo que escucha el RX mono y también se restan ambos canales, de tal manera que el Rx estéreo, separa ambos canales.

I-D hace simplemente sumando y restando ambas señales.

$$I+D - (I-D) = 2I$$

$$I-D - (I-D) = 2D$$

se somma y se resta con operaciones

$$I+D \quad I \quad D \quad \text{estéreo}$$

Para que la diferencia de los canales no se mezcle con la suma se la desplaza en frecuencia modulándola en doble banda lateral con portadora suprimida en 38 KHz.

Se genera además un piloto de 19 KHz que servirá en el Rx para reinyectar los 38 KHz y obtener I+D demodulada para realizar el proceso de separación de canales.

El diagrama de Tx se ve en la fig. 4.122

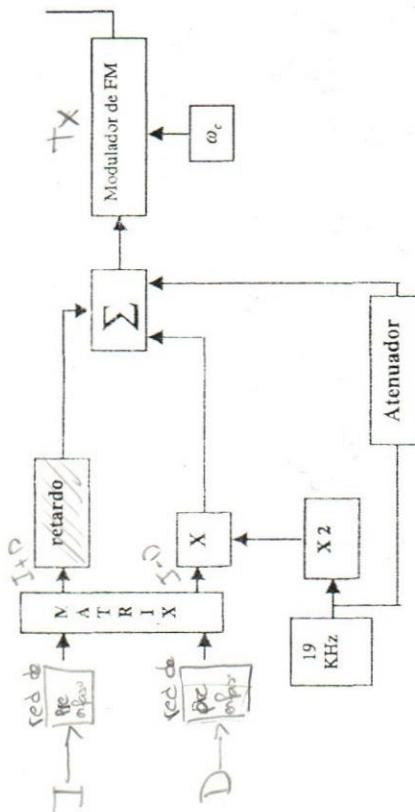
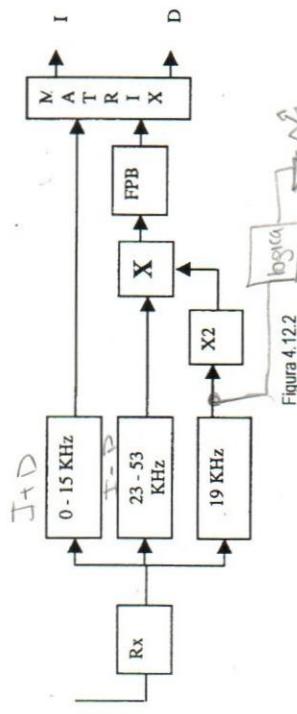


Figura 4.122

A la salida de la matriz está I+D e I-D, en banda base, el retraso se aplica para compensar las diferencias de fase que ocurren a I-D, que se la modula en 38 KHz. El atenuador se coloca para que el piloto de 19 KHz ingrese con el 10% de amplitud.

El receptor estéreo es convencional, es decir tiene las etapas generales ya descriptas y a la salida del discriminador se colocan filtros, el de 0-15 pasa I-D, el de 23-53 KHz deja pasar I-D modulado en 38 KHz para ser demodulado en el multiplicador, la portadora de 38 KHz se obtiene mediante el filtro de 19 KHz que deja pasar el piloto y luego se lo multiplica por dos, tal como se ve en la fig. 4.122.



Para que la diferencia de los canales no se mezcle con la suma se la desplaza en frecuencia modulándola en doble banda lateral con portadora suprimida en 38 KHz.

Se genera además un piloto de 19 KHz que servirá en el Rx para reinyectar los 38 KHz y obtener I+D demodulada para realizar el proceso de separación de canales.

El diagrama de Tx se ve en la fig. 4.122

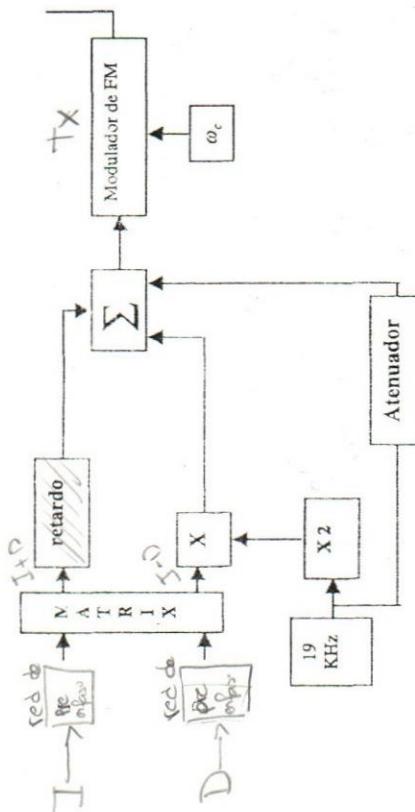


Figura 4.122

Considerando  $f_1$ , el ancho de banda base y  $f_2$ , la desviación de frecuencia, la potencia de ruido en AM, considerando una resistencia normalizada de 1 Ohm.

$$N_{AM} = \int_{f_1}^{f_2} I^2 dt = f_1(W)$$

Para la FM la potencia de ruido normalizada será:

$$N_{FM} = \int_{f_1}^{f_2} \frac{f^2}{f_2^2} df = \frac{1}{3f_2^2} f_1^3$$

Tomando el cociente entre ambas potencias de ruido podemos encontrar cuanto una de las técnicas es mejor que la otra.

$$\frac{N_{AM}}{N_{FM}} = 3 \cdot \frac{f_2^2}{f_1^2} = 3 \cdot m_f^2 \quad [4.13.3]$$

Tomando la FM comercial el menor índice es 5 y llevado a dB, esto un valor de 18,75 dB.

#### 4.14. Análisis del ruido en FM vs. AM (con red de deénfasis) **No Va**

En este caso la señal, pasa a través de un filtro pasabajos pasivo, tal como se muestra en la fig. 4.14.1

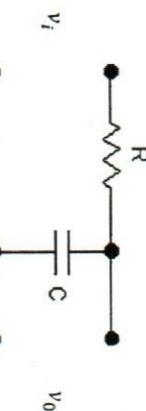


Figura 4.14.1

La función de transferencia

$$H(\omega) = \frac{v_o}{v_i} = \frac{1}{1 + j\omega RC} \quad [4.14.1]$$

Considerando el módulo

$$\left| \frac{v_o}{v_i} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}} \quad [4.14.2]$$

Una pendiente de desacentuación de  $-6 \text{ dB/octava}$ , se obtiene si  $\omega_1 RC = 1$ . Es común utilizar como constante de tiempo para estas redes entre 50 o 75 micro segundos. Si tomamos 50 microsegundos y calculamos el valor de  $f_1$  nos da 3,1 KHz. Para visualizar mejor se grafica en la fig. 4.14.2, el comportamiento de la red suponiéndola lineal.

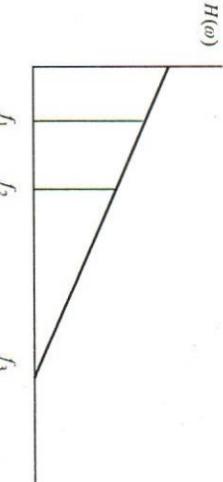


Figura 4.14.2

$f_1$  representa el valor de 3,1 KHz.  $f_2$  el ancho de banda base y  $f_3$  la desviación de frecuencia. Entonces entre estos valores el ruido se desacopla. Normalizando la señal de entrada a 1 voltio y calculando la 4.14.2 en potencia queda:

$$\left| v_o \right|^2 = \frac{1}{1 + \omega^2 R^2 C^2} = \frac{1}{1 + \left( \frac{f}{f_1} \right)^2} \quad [4.14.3]$$

Está es entonces la función por la cual pasa la potencia de ruido tanto en AM, como en FM.

La potencia de ruido de AM (4.13.1), pasa por la red, para lo cual esta vale:

$$N_{AM,d} = \int_0^{f_2} 1^2 \cdot \frac{1}{1 + \left( \frac{f}{f_1} \right)^2} df \quad [4.14.4]$$

Para poder resolver cambiando variables

$$x = \frac{f}{f_1} \Rightarrow df = f_1 dx \quad [4.14.5]$$

Reemplazando 4.14.5 en 4.14.4

$$N_{AM,d} = \int_0^{f_2} \frac{f_1}{1 + x^2} dx = f_1 \cdot \arctg[x]_0^{f_2} = f_1 \cdot \arctg \frac{f_2}{f_1} \quad [4.14.6]$$

Si

$$f_2 \gg f_1 \Rightarrow \arctg \left( \frac{f_2}{f_1} \right) \approx \frac{\pi}{2} \quad [4.14.7]$$

Reemplazando 4.14.7 en 4.14.6

$$N_{AM,d} = f_1 \cdot \frac{\pi}{2} \quad [4.14.8]$$

La potencia de ruido en FM (4.13.2), pasa por la red y utilizando la fig. 4.14.2 y su expresión correspondiente a 4.14.3, esta queda:

$$N_{FM,d} = \int_0^{f_2} \left( \frac{f}{f_3} \right)^2 \cdot \frac{1}{1 + \left( \frac{f}{f_1} \right)^2} df \quad [4.14.9]$$

Para poder resolver apelamos al cambio de variable de 4.14.5 para lo cual nos queda

$$\int_0^x \frac{x^2 \cdot f_1^2}{f_3^2 - 1+x^2} dx = \frac{f_1^3}{f_3^2} \int_0^x \frac{x^2}{1+x^2} dx = \frac{f_1^3}{f_3^2} \left[ \frac{x^3}{3} - \arctg \frac{f_2}{f_1} \right] \quad [4.14.10]$$

## Guía de Actividades Nº 4

Si

$$\frac{f_2}{f_1} >> \arctg \frac{f_2}{f_1}$$

entonces

$$\mathcal{M}_{AM} = \frac{f_1^2}{f_3^2} \cdot f_2$$

$$[4.14.11]$$

Se compara ahora ambas potencias de ruido, realizando el cociente entre 4.14.8 y 4.14.11 nos queda la relación entre la potencia de AM y la de FM, con red.

$$\frac{\mathcal{M}_{AM}}{\mathcal{N}_{FM}} = \frac{\pi \cdot f_3^2}{2 \cdot f_1 \cdot f_2} = \frac{\pi \cdot 75^2}{2 \cdot 3 \cdot 1.15} = 190$$

Expresando la 4.14.12 en dB este valor es de 23, Comparando la 4.13.3 con la 4.14.12 la mejora con la red es de 4 dB.

Dadas las siguientes señales determinar las frecuencias instantáneas en Hz.

$$a) 10 \cos(200\pi + \frac{\pi}{3})$$

$$b) 10 \cos(20\pi + \frac{\pi}{3})$$

### Actividad 4.4

Dada la siguiente señal

$$\phi_{FM} = 10 \cos(10^8 \pi t + 5 \sin 2\pi 10^3 t)$$

Determinar:

- a) La frecuencia de portadora.
- b) La máxima desviación de frecuencia.

### Actividad 4.5

Un tono senoidal de 10 KHz y 20 Voltios de amplitud, modula a una portadora senoidal de 100 KHz, cuya amplitud es de 20 Voltios. El coeficiente de diseño del modulador  $1 \frac{KHz}{Voltio}$ . Sabiendo que el sistema carga sobre una impedancia de 50 Ω.

Determinar:

a) La expresión de la modulante.

b) La expresión de la portadora.

c) La desviación de frecuencia.

d) El índice de modulación.

e) El valor máximo y mínimo de frecuencia a la que llega la portadora.

f) La expresión de la onda modulada.

g) La potencia total.

h) El ancho de banda de la señal modulada por Bessel.

i) El ancho de banda de la señal modulada utilizando la regla de Carson.

j) Una comparación de potencia transmitida utilizando los anchos de banda de las consignas h e i.

#### Actividad 4.6

Como influye el ruido en la modulación de frecuencia.

**Actividad 4.7** X

Comparte la influencia de ruido en AM vs. FM.

**Actividad 4.8**

Por qué razón se hace necesario el uso de redes de preénfasis y de deénfasis.

**Actividad 4.9**

Determine la relación que surja de comparar el ruido en FM vs. AM, considerando que los anchos de banda base son iguales en ambos sistemas asumiendo 15 KHz. Para las siguientes situaciones:

- a) Sin red de preénfasis.
- b) Con red de deénfasis en el receptor.

**Actividad 4.10**

Implemente el diagrama en cajas de un Rx de radiodifusión comercial en FM stereo.

Enuncie las características de la radiodifusión comercial en FM, mono y stereo.

**Actividad 4.11**

Implemente un diagrama en cajas completo de un Tx de radiodifusión comercial en FM para 100 MHz, en stereo. (Utilice multiplicación)

#### Actividad 4.12

Implemente el diagrama en cajas de un Rx de radiodifusión comercial en FM stereo.

Justifique la elección de la FI comercial en 10,7 MHz.

**Actividad 4.13**

Determinar:

Un circuito oscilador, tiene una capacidad equivalente de 75 pF, que incluye un varactor y está oscilando en 90 MHz. Cuál será la variación de capacidad necesaria en el varactor para lograr una desviación de frecuencia de 75 KHz.

**Actividad 4.14**

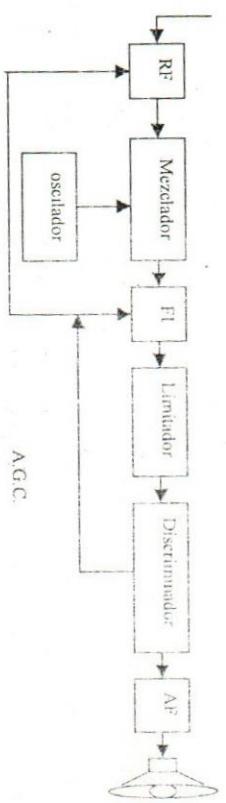
En un sistema receptor comercial de radio difusión en FM, se escucha el sonido de canal 10 de TV (192-198 MHz).

Determinar:

- a) Por qué razón ocurre esto.
- b) En qué posibles lugares del dial se sintonizaría canal 10.

**Actividad 4.16**

El siguiente es un diagrama en bloques típico para la recepción de FM comercial.



El Rx está sintonizado en 100 MHz e ingresa una la portadora modulada por un tono de 10 KHz, que produce un índice de 0,2.

Determinar:

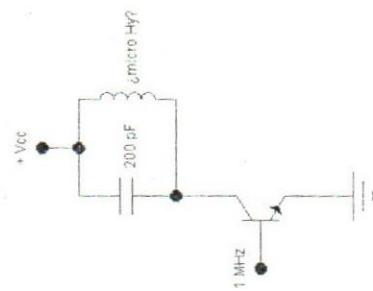
- a) La frecuencia del oscilador local si ésta por encima.
- b) El valor de la frecuencia imagen.
- c) El ancho de banda necesario para el amplificador de RF, el de F1 y el de audio.
- d) Idem anterior suponiendo que el índice es 5.

**Actividad 4.17**

El siguiente circuito corresponde a un multiplicador por tres, cuya frecuencia de entrada es 1 MHz y el Q del inductor es 30.

Determinar:

- Una expresión de la frecuencia de resonancia.
- La inductancia.
- La impedancia en resonancia.

**Actividad 4.18**

Una señal de 5 MHz sufre una desviación de frecuencia de 4 KHz. ¿Cómo se puede lograr una portadora de 50 MHz, con una desviación de 24 KHz?

**Actividad 4.19 / 4.17**

Una onda senoidal de 5 V de amplitud y frecuencia 10 KHz, modula a una portadora de 100 MHz y 10 V de amplitud. La desviación de frecuencia es de 40 KHz. Sabiendo que el sistema carga sobre una impedancia de 50 Ω.

Determinar:

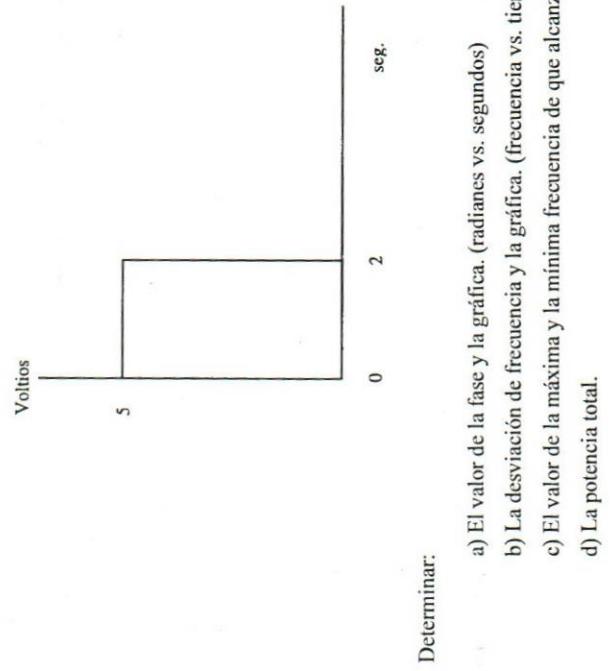
- La expresión de la modulante.
- La expresión de la portadora.
- El índice de modulación.
- La expresión de la onda modulada, con los coeficientes de Bessel.
- La potencia de portadora.
- La potencia total.

**Actividad 4.20**

La salida de un modulador de FM, está dada por.

$$v(t) = 40 \cdot \text{Cos} \left[ 2\pi \cdot 10^4 t + 2\pi \cdot K \int_0^t m(t) dt \right]$$

- Donde  $K = 10 \frac{\text{Hz}}{\text{Voltio}}$  y  $m(t)$  se muestra a continuación

**Actividad 4.21**

Dada la siguiente expresión de una onda modulada en frecuencia.

$$\phi_{FM} = 10 \cdot \text{Sen} [2\pi \cdot 10^5 t - 2 \cdot \text{Cos}(2\pi \cdot 10^4 t)]$$

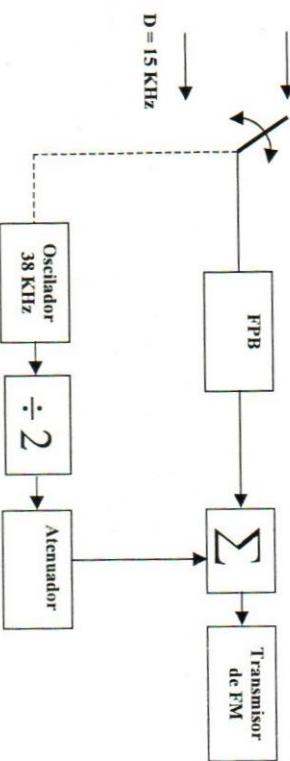
Determinar:

- La desviación de frecuencia.
- El valor máximo y mínimo en frecuencia que llega la portadora.
- El ancho de banda de la señal modulada.
- El diagrama en bloque para demodular la señal.

- c) El desarrollo analítico en todos los puntos del diagrama.  
 d) La representación temporal en todos los puntos del diagrama propuesto

**Actividad 4.22**

Demuestre que el sistema de commutación propuesto en el siguiente diagrama en bloques produce esencialmente las señales correctas para la transmisión de FM estéreo.

**I = 15 kHz****Actividad 4.23**

Una portadora de 200 kHz, se modula en frecuencia con una señaloidal de 1 kHz y una desviación de 200 Hz. La señal resultante se aplica a una cadena de cuatro multiplicadores consecutivos por cuatro. A la salida de cada multiplicador hay un filtro pasa bajos. Además el primer multiplicador está precedido por un filtro pasa bajos.

Determinar:

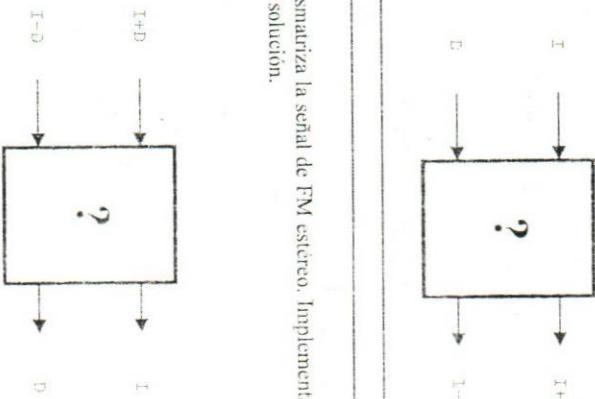
- Un diagrama en cajas del sistema.
- La frecuencia central y el ancho de banda (usando Carson) para cada uno de los cinco filtros.

**Actividad 4.24**

Dado el siguiente bloque que representa un matrizador estéreo, implementar un circuito electrónico con operacionales.

**Actividad 4.25**

Dado el siguiente bloque que desmatriziza la señal de FM estéreo. Implementar un circuito electrónico con operacionales que le dé solución.



# 5

## Ruido en el Sistema

### Objetivos

- ◆ Interpretar la definición de ruido y sus diversos tipos en los sistemas.
- ◆ Comprender los conceptos de figura y temperatura efectiva de ruido en los sistemas.
- ◆ Modelar ruido en redes no ideales y aplicar criterios de minimización en los sistemas.
- ◆ Aplicar dichos conceptos en la resolución de problemas y casi casos en el área.

### Contenidos

- Introducción
- Análisis de los tipos de ruido y una posible clasificación
- Ruido térmico
- Potencia de ruido
- Círculo equivalente
- Ruido de granalla
- Ruido de partición
- Ruido blanco
- Medidas del ruido
- Figura de ruido
- Modelización de una red no ideal
- Redes en cascada
- Temperatura efectiva de ruido
- Variación de la figura de ruido con la temperatura
- Cálculo de la variación de figura
- Temperatura efectiva de ruido de la antena
- Analítica de la temperatura efectiva de ruido de un  $R_x$
- La figura de ruido de los elementos pasivos
- Medida de la temperatura de ruido
- Guía de actividades N° 5

## 5.1. Introducción

El ruido eléctrico, puede definirse como una señal indeseable que se encuentra presente siempre en los sistemas de comunicaciones. Lo cual significa que empeora la calidad de la señal que se recibe, siendo un factor primordial que limita la detección de la misma. Esto implica que el estudio del ruido sea una parte importante dentro de las comunicaciones. Su adecuada evaluación, permite conocer su efecto perturbador y determina como se va a comportar el sistema en general.

Si bien es cierto la interferencia juega el mismo papel perturbador que el ruido y debe ser tenida en cuenta en la evaluación de los sistemas, se puede expresar que en general el ruido puede ser minimizable, mientras que la interferencia puede ser eliminable.

La interferencia, se constituye como señales del tipo regular y periódicas, a diferencia del ruido que esta formado por señales del tipo aleatorio, sin relación de fase y frecuencia y en general con formas del tipo impulsivo.

Observando las señales de ruido en un osciloscopio, el ruido da la sensación de una onda del tipo de crestas de descarga, cuya duración media está en el orden de 1  $\mu$ segundo lo que hace deducir que existen componentes de alta frecuencia. La figura 5.1.1, muestra una representación en tiempo de una señal de ruido vista en el osciloscopio.

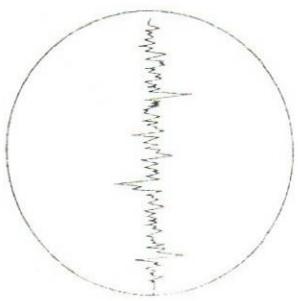


Figura 5.1.1

## 5.2. Análisis de los tipos de ruido y una posible clasificación de los mismos

Las fuentes productoras de ruido son verdaderamente muy diversas, complicando en general una clasificación de los mismos. Sin embargo una muy buena aproximación consiste en clasificarlos en naturales y artificiales.

Los artificiales son los producidos por el hombre y están asociados a chispas de contactos. Escobillas de motores, chispas en las igniciones de bujías, commutadores defectuosos, máquinas en general, etc., son los productores de estos ruidos de naturaleza impulsiva y como a menudo tienen la característica de una cierta regularidad se los podría tratar como un tipo de interferencia. Observe que la ignición de una moto afecta tanto en un receptor de radiodifusión como uno de TV, mostrando la naturaleza impulsiva de la misma y que pueden en general eliminarse, desde la misma fuente generadora con supresores de ruido al efecto o actuando en el diseño del mismo.

Frente a los ruidos más mecánicos no del tipo electromagnéticos, un ejemplo de gran orden en los diseños fue colocar los motores de combustión de los automóviles sobre tacos de goma o el cambio de paneles interiores que agarraron un altísimo grado de confortabilidad y disminución de ruidos.

En cuanto a los ruidos naturales son posibles de clasificar en galácticos, atmosféricos y electrónicos que a su vez se los divide en térmico y de granalla. La fig. 5.2.1, muestra la clasificación expresada.

Artificiales		Naturales	
Producidos por el hombre		{ Cielo del Cielo	
		Galácticos	Atmosféricos
			Electrónicos
Térmicos	Granalla		

Figura 5.2.1

Se podría expresar que el ruido natural, es el causado por la radiación cósmica, los fenómenos atmosféricos y los tipos más comunes de ruidos presentes en los circuitos electrónicos. Tanto el cósmico como el atmosférico, entran en un sistema normalmente por la antena receptora.

El primero, comprende en general la mayoría de radiaciones electromagnéticas que proceden de fuentes galácticas y solares. El estudio de la radiación solar es muy vasto y complejo y si bien es cierto no es motivo de estos conceptos, digamos que sus efectos son bien conocidos en radiorecepción. De tal manera que sus efectos pueden disminuirse alterando la direccionalidad de la antena de recepción o manteniéndola fuera del alcance del sol.

En cuanto a las fuentes galácticas, tienen características muy dispersas y son el resultado de la irradiación de las estrellas existentes en la galaxia. Todo este ruido natural debido a las fuentes descriptas, se lo denomina ruido del cielo y se lo formula como la temperatura efectiva de ruido del cielo.

Una antena orientada al cielo obtendrá a su salida justamente el ruido o la temperatura de ruido del cielo, que varía en función de la frecuencia y del ángulo de inclinación. La fig. 5.2.2, muestra una gráfica promedio de la temperatura de ruido del cielo que puede subir o bajar según la inclinación pero que mantiene dicha forma.

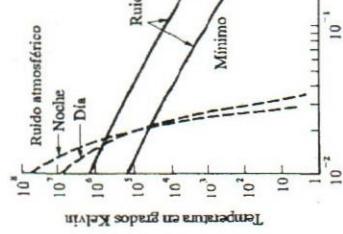


Figura 5.2.2

Dentro de los atmosféricos se detectan dos picos uno en 22 GHz, asociado al choque de las moléculas de del vapor de agua, nieve, etc. de la troposfera y otro en aproximadamente 60 (que no figura en la fig. 5.2.2), asociada a la absorción de O<sub>2</sub>, de la atmósfera, con una fuerte discusión respecto de la influencia de la ionización en la ionosfera.

Se observa además que la zona de menor ruido está comprendida entre los 2 y 8 GHz, denominada ventana del cielo y se utilizan para mediciones radioastronómicas. En general el ruido del cielo es bastante más pequeño que el ruido producido por los circuitos electrónicos, que se subdividen en térmicos y de granalla.

El ruido térmico, se origina por el movimiento aleatorio de los electrones libres en un conductor. Por efecto de los choques de los átomos en vibración, el desplazamiento del electrón es función de la temperatura y produce una corriente variable en el conductor cuyo valor medio es cero. Sin embargo, se obtiene a bornes del conductor una tensión de ruido, a circuito abierto cuyo valor es calculable.

En cuanto al ruido de granalla se produce por la variación aleatoria en el número de electrones emitidos por una superficie catódica, creando una corriente variable de ruido, de la misma manera que la distribución aleatoria de portadores que carga sobre un diodo o transistor también genera una corriente de ruido de granalla.

El ruido en el circuito es intrínseco al mismo y no puede ser eliminado pero si minimizado, con la adecuada elección de componentes y refrigerando a bajas temperaturas los sistemas. En general como el ruido ocupa un espectro muy grande y se lo modeliza gaussiano, se lo estudia dentro del ancho de banda del sistema, suponiendo constante la amplitud del mismo dentro de ese ancho de banda.

### 5.3. Ruido Térmico

Un conductor metálico o una resistencia, contiene un gran número de electrones libres que debido a la agitación térmica se mueven continuamente de un lado para otro dentro del conductor, por lo que

se producen colisiones con los átomos y se realiza un continuo intercambio de energía. Este fenómeno sucede a causa de la propiedad eléctrica de la resistencia del conductor y aún cuando no hay corriente circulante en circuito abierto, se produce una tensión de ruido a bornes cuyo valor medio cuadrático fue desarrollada experimentalmente por Johnson, en sus investigaciones realizadas en la Bell entre 1925 y 1930 y vale:

$$\boxed{\bar{V}_n^2 = 4 K T B R} \quad [5.4.1]$$

$$K = \text{Constante de Boltzmann } 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Joules}}{\text{°K}}$$

T = Temperatura en °K.

B = Ancho de banda del sistema en Hertz.

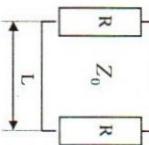
R = Resistencia del conductor en Ohms.

Algun tiempo después de discutir con Johnson, Nyquist, presentó una derivación de esta expresión con demostración completa.

#### 5.4. Potencia de ruido

El planteo de Nyquist, para la obtención de la potencia de ruido, se basó en la consideración de una línea de transmisión sin pérdidas, con impedancias de carga en sus extremos iguales a la impedancia característica ( $Z_0$ ). Cuando se llegue a la condición de equilibrio térmico para una temperatura T, la potencia media de ruido que procede de cada resistencia se traslada a lo largo de la línea en una onda electromagnética y se absorbe por el extremo opuesto, como se ve en la fig. 5.4.1 a.

5.4.1 a



5.4.1 b

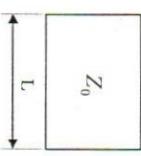


Figura 5.4.1

En el caso de cortocircuitar la línea instantáneamente en cada extremo, como se ve en 5.4.1 b, la potencia de ruido proveniente de cada resistencia, viaja al extremo opuesto y se producen ondas estacionarias como efecto de la reflexión. La energía atrapada se almacena en los diferentes modos de oscilación de la línea, ya que llega a comportarse como un resonador o como un oscilador armónico. La longitud de onda  $\lambda$ , correspondiente al mésimo modo resulta ser:

$$m \frac{\lambda}{2} = L$$

[5.4.1]

De donde

$$N = K T B$$

[5.4.10]

$$m = 2 \cdot \frac{L}{\lambda} = 2L \cdot \frac{f}{v} \quad [5.4.2]$$

L = longitud de la línea.

f = frecuencia correspondiente al modo m.

v = velocidad de propagación de la onda.

Si el número de modos de oscilación  $\Delta_m$  ocupa un ancho de banda 5.4.2 en forma de magnitudes incrementales

$$\Delta_m = 2 \left( \frac{L}{v} \right) \Delta_f = 2 \left( \frac{L}{v} \right) B$$

$$2 \frac{L}{v} = \frac{\Delta_m}{B} \quad [5.4.4]$$

La potencia media de ruido N, proveniente de cada resistencia viaja durante un tiempo

$$t = \frac{L}{v} \quad [5.4.5]$$

La energía que sale de cada resistor (utilizando el tiempo de la 5.4.5) será:

$$E = 2 N t = 2 N \frac{L}{v} \quad [5.4.6]$$

Reemplazando 5.4.4 en 5.4.6

$$E = N \frac{\Delta_m}{B} \quad [5.4.7]$$

También es sabido que en un resonador armónico que trabaja en equilibrio térmico a la temperatura T tiene modos de oscilación cuyo valor en cada uno vale  $K T \Delta_m$ , donde K es la constante de Boltzmann. Por lo tanto para los  $\Delta_m$  modos de oscilación la energía se expresa como:

$$E = K T \Delta_m \quad [5.4.8]$$

Reemplazando 5.4.7 en 5.4.8

$$K T \Delta_m = N \frac{\Delta_m}{B} \quad [5.4.9]$$

Demostración de Nyquist, que se aplica como potencia disponible de ruido de una resistencia.

### 5.5. Circuito equivalente

Para la vinculación de ambas expresiones, se representa el ruido térmico como una resistencia  $R$  ideal asociada con un generador de tensión cuadrática media, si se lo carga con una resistencia de carga igual de valor  $R$ , fig. 5.5.1 la potencia máxima  $P$  valdrá:

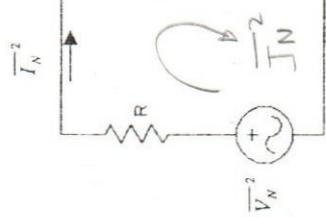


Figura 5.5.1

$$\overline{I_N}^2 = \frac{\overline{V_N}^2}{4R} = \frac{V_{N1}\beta}{R}$$

el ruido térmico se lo pide tener como las leyes de ohm

$$P_{max} = N = V_{N1}\beta = \frac{\overline{V_N}^2}{4R} = \frac{\overline{V_N}^2}{4R} \quad [5.5.1]$$

$$KTB = \frac{V_n^2}{4R}$$

Reemplazando 5.4.10 en 5.5.1

$$KTB = \frac{V_n^2}{4R} \quad [5.5.2]$$

Despejando el valor cuadrático medio de la tensión de ruido

$$\overline{V_n}^2 = 4KTB \quad [5.5.3]$$

Expresión desarrollada experimentalmente por Johnson. Recuérdese que  $KTB$ , es la potencia disponible de ruido es decir la potencia que puede entregar una resistencia generadora de ruido acoplada con una carga de igual valor. Esta potencia es la cuarta parte de la que genera la resistencia y se la denomina potencia disponible de ruido.

Si se divide ambos miembros de 5.5.3 por  $R$ , la potencia de ruido generada valdrá:

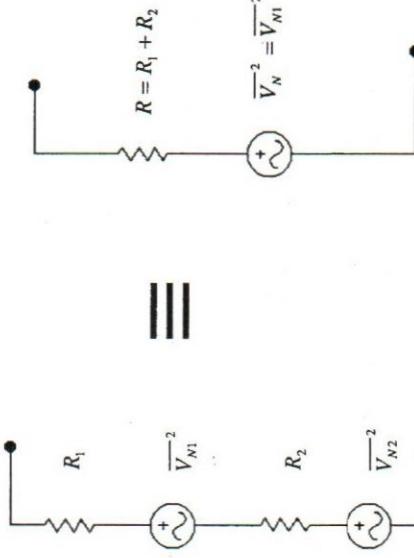
$$\boxed{P_{nos} = 4KTB} \quad [5.5.4]$$

De donde Potencia disponible será la cuarta parte o sea  $KTB$ . Se cumple el teorema de máxima transferencia de energía.

Se puede realizar el mismo análisis para calcular el valor cuadrático medio de la corriente de ruido térmico. El ruido térmico, puede ser modelado de la manera convencional y sus circuitos equivalentes responden a la teoría de circuitos. De donde dos resistencias en serie, tienen una tensión equivalente de ruido que se suma y dos resistencias en paralelo, generan una corriente final de ruido que es la suma de las corrientes de ruido de cada una.

#### Ejemplo 5.5.1

Dadas dos resistores en serie  $R_1$  y  $R_2$ , que se encuentran a temperaturas  $T_1$  y  $T_2$ . Encontrar la tensión cuadrática media de ruido equivalente a bornes



Sabemos que las tensiones en serie se suman de donde

$$V_N = V_{N1} + V_{N2}$$

El valor cuadrático medio de la expresión anterior será

$$\overline{V_N}^2 = \overline{V_{N1}} + \overline{V_{N2}}^2 = \overline{V_{N1}}^2 + \overline{V_{N2}}^2 + 2\overline{V_{N1}}\overline{V_{N2}}$$

Pero como las dos tensiones de ruido son estadísticamente independientes, es decir no correlacionan  $\Rightarrow 2\overline{V_{N1}}\overline{V_{N2}} = 0$ . De donde la tensión cuadrática media total de ruido a bornes

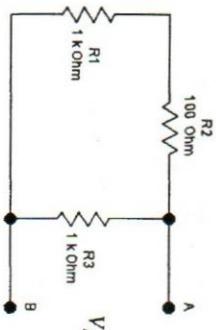
$$\overline{V_N}^2 = \overline{V_{N1}}^2 + \overline{V_{N2}}^2$$

$$\boxed{\overline{V_N}^2 = 4K.B(T_1R_1 + T_2R_2)}$$

Por esta razón se puede operar, en el caso del ruido térmico, con los circuitos equivalentes de la electrotecnia usando valores cuadráticos medios.

**Ejemplo 5.5.2**

Dado el siguiente circuito calcular el valor rms del voltaje que aparece a los bornes A y B. Sabiendo que la temperatura ambiente es de 290 °K y el ancho de banda es de 100 KHz.



El circuito equivalente será

La tensión de salida en los bornes A y B, puede ser evaluados como la suma de las tensiones que producen cada uno de los generadores en la salida. Para calcular el valor rms, es necesario calcular el valor cuadrático medio que producen cada uno de ellos, sumarlos y luego obtener el valor rms.

Considerando el circuito equivalente se puede calcular podemos expresar:

$$\overline{V_0}^2 = \overline{V_{01}}^2 + \overline{V_{02}}^2 + \overline{V_{03}}^2$$

Donde  $V_{01}$ ,  $V_{02}$  y  $V_{03}$  son las tensiones de salida producidas por cada resistor y valen

$$\overline{V_{01}}^2 = 4KTBR_1 \left( \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \right)^2$$

$$\overline{V_{02}}^2 = 4KTBR_2 \left( \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \right)^2$$

$$\overline{V_{03}}^2 = 4KTBR_3 \left( \frac{R_1 + R_2}{R_1 + R_2 + R_3} \right)^2$$

Reemplazando y operando nos queda

$$\overline{V_0}^2 = 4KTB \cdot \left[ \frac{R_3^2(R_1 + R_2) + R_3(R_1 + R_2)^2}{(R_1 + R_2 + R_3)} \right] =$$

$$\overline{V_0}^2 = 4.138.10^{-23} 290.10^5 \left[ \frac{1000^2.1100 + 1000(1100)^2}{(2100)^2} \right] =$$

$$\text{unidades} \Rightarrow \left[ \frac{\text{Joules}}{\text{°K}}, \frac{1}{\text{seg}} \cdot \text{Ohms} = \text{Volttios}^2 \right]^{-13}$$

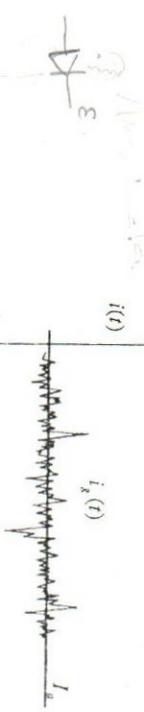
$$\overline{V_0}^2 = 8,385.10^{-13} \text{ Volttios}^2$$

$$V_0 = 9,16.10^{-7} \text{ Volttios}$$

De una manera muy sencilla también se puede obtener este valor calculando la resistencia equivalente y luego obtener la tensión rms de ruido a la salida.

**5.6. Ruido de granalla**

La corriente que se produce en un diodo semiconductor se debe a los electrones que salen del emisor y se desplazan al catodo saltando la barrera de junta. Cada uno que llega produce un impulso de corriente ya que cada electrón aporta una cantidad discreta de carga. La suma de todos estos impulsos da lugar a una corriente continua cuyo valor es  $I_a$ . Sin embargo, como el proceso es aleatorio y entre cada uno existen diferencias de energía, generando una componente de ruido que se monta sobre la continua, generando ruido de granalla, tal como se ve en la fig. 5.6.1



$$i(t) = I_a + i_r(t)$$

[5.6.1]

De donde la corriente circulante está formada por una componente continua y una componente de ruido de granalla. El aporte de cada electrón se lo puede aproximar al de una función impulso cuyo valor es el de la carga del electrón. De tal manera que estudiando la energía asociada al mismo es posible determinar el valor cuadrático medio de la corriente de granalla. Definiendo el impulso:

$$q \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = q$$

Es decir el área del impulso es tal que  $\frac{q}{\tau} = q$ , en la fig. 5.6.2 se representa el impulso de la carga

De lo expuesto, podemos sintetizar que la energía total para un ancho de banda B, resolviendo 5.6.5, resulta ser:

$$E = 2q^2 B \boxed{[5.6.6]}$$

Si llegan al ánodo n electrones en un tiempo T, donde T es suficientemente grande la potencia media de ruido de granalla sobre una carga de 1 Ohm será:

$$P_g = I_g^2 R \boxed{[5.6.7]}$$

De donde resolviendo la transformada del impulso y calculando el espectro densidad de energía, se puede calcular la energía de dicho impulso. Aplicando la definición de transformada de Fourier e integrando entre  $-\frac{\tau}{2}$  y  $\frac{\tau}{2}$ , el valor de la transformada será:

$$G(\omega) = q \left\{ \frac{\operatorname{Sen}(\omega \frac{\tau}{2})}{\omega \frac{\tau}{2}} \right\} = q_s S_a \left( \omega \frac{\tau}{2} \right) \boxed{[5.6.3]}$$

Donde el espectro densidad de energía vale:

$$|G(\omega)|^2 = |q_s S_a \left( \omega \frac{\tau}{2} \right)|^2 \boxed{[5.6.4]}$$

Aplicando la definición de energía en función de la densidad espectral de energía a la 5.6.4, nos queda:

$$E = 2 \int_0^{\infty} |G(\omega)|^2 d\omega = 2q^2 \int_0^B \left| S_a \left( \omega \frac{\tau}{2} \right) \right|^2 d\omega \boxed{[5.6.5]}$$

La fig. 5.6.3, muestra el espectro densidad de energía. Se observa que si el tiempo de tránsito  $\tau$  es muy pequeño (del orden de  $10^{-9}$  segundos), entonces  $1/\tau \approx 10^9$  Hz y la densidad espectral para un ancho de banda  $\Delta_f = B$ , es claramente constante de valor  $B$ .

$$|G(\omega)|$$

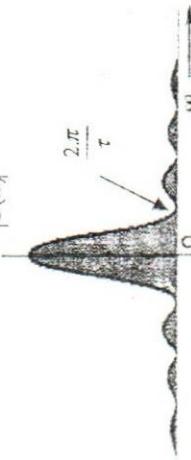


Figura 5.6.3

Reemplazando 5.6.6 en 5.6.7 y sabiendo que  $R = 1$

$$\overline{I_g^2} = n \frac{E}{T} = 2.n.q^2 \frac{B}{T} \boxed{[5.6.7]}$$

El valor de la corriente continua en el diodo es

$$I_a = n \frac{q}{T} \boxed{[5.6.8]}$$

Reemplazando 5.6.8 en 5.6.7

$$\overline{I_g^2} = 2.q.I_a.B \boxed{[5.6.9]}$$

La expresión 5.6.8, representa el valor cuadrático medio de la corriente de granalla de un diodo semiconductor.

El ruido de granalla es bastante difícil de tratar ya que no puede trahirse de la misma manera que el térmico.

En general para los semiconductores este valor es muy pequeño y poco significativo, por lo cual no se lo toma en cuenta en los modelados de sistema con ruido.

En los casos en que es importante este valor, por ejemplo en el estudio con válvulas, lo que se hace es encontrar mediante tablas de acuerdo al circuito valores de ruido térmico equivalente a la granalla. Entonces se lo trata agregándolo como un ruido térmico más al del circuito.

Ejemplo 5.6.1

Utilizando la 5.6.9, calcular el valor cuadrático medio de la corriente de granalla de un diodo semiconductor por el cual circula una corriente continua es de 10 mA con un ancho de banda de 1 KHz.

**Respuesta:**

$$\overline{I_g^2} = 2.q.I_a.B = 2.1.6.10^{-19}.0.01.10^3 = 3.2.10^{-18}$$

$\text{unidades} \Rightarrow \text{Coulomb. Amperes. } \frac{1}{\text{seg}} = \text{Amperes}^2$

Magnitudes muy pequeñas que se pueden despreciar.

### 5.7. Ruido de partición

En las válvulas con varias rejillas, el reparto de corriente para uno u otro electrodo está sujeto también a fluctuaciones aleatorias. De la misma manera en un transistor el efecto de la existencia de la base como electrodo de control, produce un ruido cuyo efecto es aditivo y de naturaleza similar al ruido de granalla. Tal ruido se lo conoce como partición y puede evaluarse en un estadio de estadísticas similares a aquellas que se emplean en el de granalla.

Se expresó que en general el ruido de granalla puede ser tratado como un ruido térmico, simplemente reemplazando el efecto de la granalla, con una resistencia que genere el mismo valor de ruido que la granalla. El efecto de la partición se evalúa ajustando dicho valor de resistencia térmica equivalente.

Es de destacar que la modelización del ruido en los semiconductores, se hace siempre con térmico, puesto que es manejado con leyes convencionales ya que el efecto de la granalla es despreciable frente al térmico. No obstante, en aquellas modelizaciones donde se tiene en cuenta este efecto, se lo trabaja con un equivalente térmico de la granalla y la partición. Existen métodos y tablas para dichos equivalentes.

### 5.8. Ruido blanco

Se define como ruido blanco aquel con ancho de banda infinito y amplitud constante. Al ser en la práctica una señal que varía al azar, se la considera como una señal cuyo valor medio es cero. La denominación de blanco y tiene que ver con el concepto de la luz blanca que tiene infinitas componentes.

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} n(t) dt = 0 \quad [5.8.1]$$

La potencia disponible de ruido obtenida en 4.10, puede ser analizada desde el punto de vista de la definición de potencia, en función de la densidad de potencia  $S_n(\omega)$  y se expresa en 5.8.2.

$$\boxed{N = 2 \int_0^{\infty} S_n(\omega) d\omega} \quad \text{Potencia} \quad [5.8.2]$$

Despejando

$$\boxed{F = \frac{S_i}{N_o}}$$

El espectro densidad de potencia se puede obtener derivando la 5.8.2, respecto de la frecuencia.

$$\boxed{S_n(\omega) = \frac{KT}{2} = \frac{n}{2}} \quad \text{Espectro} \quad [5.8.3]$$

La densidad espectral de potencia de ruido a la salida de un sistema  $S_{no}(\omega)$ , cuya función de transferencia es  $H(\omega)$  será

$$S_{no} = S_n \cdot |H(\omega)|^2 = \frac{n}{2} \cdot |H(\omega)|^2 = \frac{n_o}{2} \quad [5.8.4]$$

Esto es lo que permite decir que la densidad de potencia de ruido es constante, aspecto muy útil para la detección de señales en presencia de ruido.

### 5.9. Medidas del ruido

En general en los sistemas de comunicación, las señales que se reciben tienen una potencia pequeña y vienen acompañadas de ruido. Por ello, se necesita amplificación y esto aumenta la potencia de la señal y del ruido. El ruido no puede eliminarse, es usual utilizar como criterio de evaluación de un sistema el cociente de la potencia de señal y la potencia de ruido (relación señal ruido), en diversas partes del sistema. Pero debido a que existe cierta complejidad en este análisis en especial en redes activas, es que se prefiere trabajar con otros criterios, tales como la definición de la ruidosidad de la red, denominada figura de ruido.

### 5.10. Figura de ruido con los doce de la red

Una medida muy utilizada es la cifra, figura o número de ruido ( $F$ ). Este parámetro mide lo ruidosa que es una red, no importa lo complicada que sea, puesto que se relacionan las relaciones señal ruido a la entrada y la salida.

La fig. 5.10.1 ayuda a la definición de la figura.



Figura 5.10.1

$$[5.10.1]$$

$$F = \frac{N_o}{S_i N_r} \quad [5.10.2]$$

Reemplazando con  $G$  la relación de potencia de salida entrada y reemplazando  $N_r$  en 5.10.2

$$\boxed{F = \frac{N_o}{KTBG} \quad N_f = KTB \quad G = S_o / S_i} \quad [5.10.3]$$

El denominador de la expresión 5.10.3 es el ruido a la salida de una red ideal ( $N_0'$ ), de donde se puede expresar que la figura de ruido, resulta del cociente de la potencia de ruido a la salida de una red no ideal y la potencia de ruido a la salida de una red ideal.

$$\frac{N_r}{N_0} = \frac{N_0'}{N_0}. \quad [5.10.4]$$

Es posible modelizar cualquier circuito a efectos de analizar y calcular su figura de ruido. También es posible medir la figura de ruido por el método del diodo productor de ruido.

Ejemplo 5.10.1

Encuéntrese la figura de ruido de un transistor en base común

Respuesta:

El ruido en los transistores de unión está presente de las tres formas vistas. Es decir el térmico, la granallia y la partición.

Sin embargo los fenómenos son muy complejos y no se conoce aún la naturaleza exacta de los mismos.

Se sabe con certeza que el ruido térmico está asociado a la región de la base de donde el valor cuadrático medio de la tensión de ruido utilizando la 5.3.1, se la expresa como

$$\overline{V_b^2} = 4KTBr_b$$

### 5.11. Modelización de una red no ideal

Cuando dos o más redes activas se acoplan, la figura de ruido toma valores importantes de donde para poder calcular la figura de redes en cascada se trata de modelar una red no ideal desde el punto de vista del ruido. De tal manera que para hacerlo se parte de una red ideal a la que se le agrega aparte del ruido de entrada, el ruido generado por la red.

El ruido a la salida de una red no ideal despejando de 5.10.3 vale:

$$\boxed{N_0 = F.K.T.B.G} \quad [5.11.1]$$

El ruido a la salida de una red ideal  $N_0'$ , será:

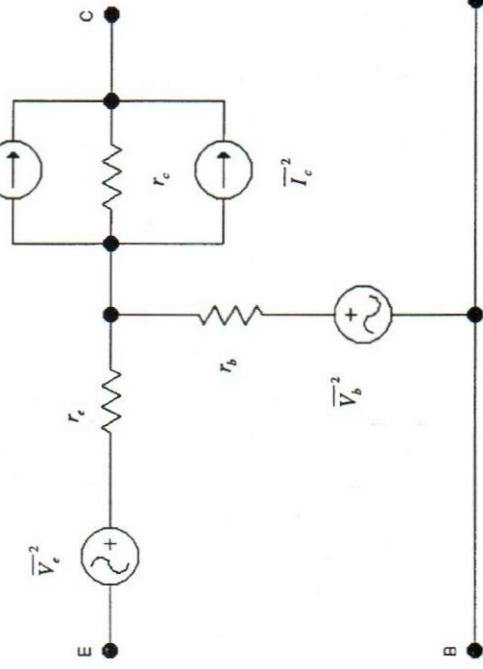
$$\boxed{N_0' = K.T.B.G} \quad [5.11.2]$$

El ruido generado por la red resultará de la diferencia entre  $N_0$  y  $N_0'$

$$\boxed{N_R = N_0 - N_0' = (F - 1)K.T.B.G} \quad [5.11.3]$$

La red no ideal se ve en la fig. 5.11.1.

Se representa a continuación la parametrización de la red equivalente de un base común.

 $\alpha I_e$ 

Donde  $I_e$  es la corriente continua de colector  $\alpha_0$  es el factor de ganancia en corriente continua y  $\alpha$  para alterna.

Se representa a continuación la parametrización de la red equivalente de un base común.

$$\boxed{N_r = \frac{N_0}{\alpha I_e}}$$

Es posible modelizar cualquier circuito a efectos de analizar y calcular su figura de ruido. También es posible medir la figura de ruido por el método del diodo productor de ruido.

Ejemplo 5.10.1

Encuéntrese la figura de ruido de un transistor en base común

Respuesta:

El ruido en los transistores de unión está presente de las tres formas vistas. Es decir el térmico, la granallia y la partición.

Sin embargo los fenómenos son muy complejos y no se conoce aún la naturaleza exacta de los mismos.

Se sabe con certeza que el ruido térmico está asociado a la región de la base de donde el valor cuadrático medio de la tensión de ruido utilizando la 5.3.1, se la expresa como

$$\overline{V_b^2} = 2qI_eB$$

Donde  $r_b$  es la resistencia de la base,  $B$  el ancho de banda y  $B$  el ancho de banda.

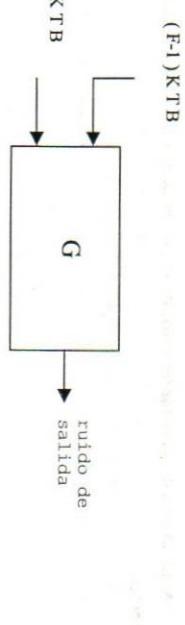
El ruido de granallia está asociada también en la zona de la base ya que las variaciones instantáneas de los portadores de carga minoritarios al pasar por la región de base emisor, causan que la corriente de emisor varíe. Esto da origen a una corriente de granallia cuyo valor cuadrático medio utilizando la 5.6.9

$$\overline{I_g^2} = 2qI_eB$$

Donde  $q$  es la carga del electrón,  $I_e$  la corriente continua del emisor y  $B$  el ancho de banda.

Es de destacar que la recombinación puede realizarse en la base, las fluctuaciones en la recombinación de los portadores de carga minoritarios dentro de la base producen un ruido de granallia aditivo similar a la partición, lo que se traduce en variaciones de la corriente de colector. La expresión de la corriente de granallia termina modificada con el efecto de la partición de la siguiente manera:

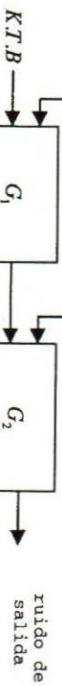
$$\overline{I_g^2} = 2qI_e \left( 1 - \frac{|\alpha|}{\alpha_0} \right)^2 B$$



### 5.12. Redes en cascada

Utilizando los conceptos anteriores de modelización de una red no ideal en la fig.5.12.1, se presenta el diagrama para dos redes en cascada.

$$(F_1 - 1)KTB \quad (F_2 - 1)KTB$$



Definiendo la figura de ruido según lo expresado en 5.10.4, la figura de ruido total del sistema en cascada vale:

$$F = \frac{\text{ruido a la salida de la red no ideal}}{\text{ruido a la salida de la red ideal}}$$

$$= \frac{(F_1 - 1)KTBG_1G_2 + (F_2 - 1)KTBG_2}{KTBG_1G_2} = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_1} \quad [5.12.1]$$

Expresión que se puede generalizar para n etapas:

$$\boxed{F = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_1} + \frac{F_3 - 1}{G_1G_2} + \dots + \frac{F_n - 1}{\prod_{i=1}^{n-1} G_i}} \quad [5.12.2]$$

Donde se observa que la primera etapa debe tener la menor figura de ruido posible, porque este ruido pasa por todas las demás etapas. De allí, que la mayoría de los receptores ingresan la señal por una etapa de RF, para achicar la figura de ruido (además de ayudar al rechazo de la frecuencia imán).

Ejemplo 5.12.1

Se disponen de tres amplificadores compatibles que se pueden conectar en cascada con las siguientes características.

Amplificador	Ganancia de potencia en dB	Figura de ruido en veces
A	6	1,7
B	12	2
C	20	4

Calcular el mínimo valor de la figura total señalando el orden en que deben conectarse.

Respuestas

Para calcular la mínima figura de ruido la primera figura debe ser la más pequeña y luego buscar la combinación ABC o ACB. Debe tenerse en cuenta que las ganancias deben ser utilizadas en veces.

Para ABC se tiene

$$F_{ABC} = F_A + \frac{F_B - 1}{G_A} + \frac{F_C - 1}{G_A \cdot G_B} = 1,7 + \frac{(2-1)}{4} + \frac{(4-1)}{4 \cdot 1,00} = 1,997 = 3 \text{ dB}$$

Para ACB se tiene

$$F_{ACB} = F_A + \frac{F_C - 1}{G_A} + \frac{F_B - 1}{G_A \cdot G_C} = 1,7 + \frac{(4-1)}{4} + \frac{(2-1)}{4 \cdot 1,00} = 2,475 = 3,935 \text{ dB}$$

Se ve que la combinación ABC es la que da la menor figura total de ruido.

Ejemplo 5.12.2

Un receptor tiene una figura de ruido de 10 dB y se desea mejorar su comportamiento con el agregado de un preamplificador con una figura de ruido de 3 dB y una ganancia de potencia de 10 dB. En qué medida mejorará el comportamiento.

Respuesta

El agregado del pre establece que la nueva figura de ruido será transformando los dB en veces.

$$F_p = F_r + \frac{F_k - 1}{G_p} = 2 + \frac{10 - 1}{10} = 2,9 \approx 4,623 \text{ dB}$$

Es muy importante la presencia de este amplificador porque mejora el comportamiento del receptor desde el punto de vista del ruido y pasa de un valor de 10 sin pre a un valor de 2,9 con pre, es decir unas 3,44 veces mejor.

Estos amplificadores utilizados en la recepción revisten una importancia especial atento a que disminuyen la figura de ruido del receptor. Se los denomina paramétricos y el diseño es muy particular y en la mayoría de los usos especiales están refrigerados.

### 5.13. Temperatura efectiva de ruido

La potencia disponible de ruido  $N$  proveniente de una resistencia es igual  $K.T.B.$  (ver 5.4.10). La temperatura en cuestión es el valor absoluto en  $^{\circ}\text{K}$  a la que se encuentra la resistencia.

En general este valor se lo normaliza como standard  $T_s = 290^{\circ}\text{K}$ .

Un concepto asociado a la figura de ruido es definir la temperatura efectiva de ruido  $T_e$  que se lo formula de la siguiente manera:

$$T_e = \frac{N}{k' B} \quad [5.13.1]$$

Esta idea se lo puede extender a otras fuentes ruidosas, que no están asociadas con una temperatura física, como ocurre con el caso de una resistencia.

Por ejemplo un dispositivo térmico como una antena, que recoge potencia de ruido a causa de la radiación aleatoria que recibe, de diversas fuentes y direcciones que se analizaron y se graficaron en la fig. 2.2.

Este comportamiento puede asociarse con una temperatura de ruido efectiva de la antena, de valor  $T_a$ , ya que la antena recibe una cierta potencia de ruido proveniente del exterior y la expresión 5.13.1 será válida para determinar este concepto.

Este valor  $T_a$  es función de la dirección en la que apunta la antena y del diagrama de radiación de la misma. Las diferentes zonas del cielo están asociadas con fuentes de irradiación alcatorias que se llaman ruido galáctico, ruido solar, atmosférico, etc. Por ello se dice que el cielo tiene una temperatura de ruido, cuyo valor además varía con la frecuencia.

En el punto 5.2, se hizo una clasificación de los ruidos y en la figura 5.2.2 se los muestran, inclusive teniendo en cuenta ángulos de elevación de la antena.

Este concepto de temperatura de ruido puede aplicarse a una red activa, tal como un amplificador, definiendo la temperatura efectiva de ruido de esa red, valor de mucha utilidad para interpretar la ruidosidad de dicha red. En general los amplificadores del tipo paramétrico tienen figuras de ruido muy cercanas a la unidad, lo que hace difícil su análisis, siendo que si se expresa en términos de temperatura se lo puede interpretar mejor.

Se trata de encontrar el equivalente térmico de ruido de una red. Esto significa que si todo el ruido  $\{$  que genera la red fuese reemplazado por el ruido generado por una resistencia, a que temperatura debe estar dicha resistencia para generar el mismo ruido que la red.

Según lo visto en 5.11.3 el ruido generado por una red que está a la temperatura standard  $T_s = 290^{\circ}\text{K}$ , será

$$N_R = (F_s 1) K T_s B G$$

[5.13.2]

Utilizando 5.4.10, es posible calcular el valor de la potencia disponible de ruido de una resistencia y si se quiere que sea igual a ruido generado por la red anterior la temperatura a la que estará el resistor será diferente a la de la red, por eso se la denomina  $T_e$ .

$$N = K T_e B \quad [5.13.3]$$

Igualando 5.13.2 (con ganancia unitaria) y 5.13.3 queda:

$$(F_s 1) K T_s B = K T_e B \quad [5.13.4]$$

$$\text{Operando} \quad T_e = (F_s - 1) T_s \quad [5.13.5]$$

Está es la temperatura efectiva de ruido de la red, que debe interpretarse como un equivalente ya que significa a que temperatura debe estar la resistencia, para generar la misma ruidosidad que la red operando a la temperatura de trabajo en este caso  $T_s$ . Para figuras muy próximas a uno es de ayuda fundamental.

Ejemplo 5.13.1

Se tienen dos amplificadores paramétricos con figuras de ruido  $F_A = 11$  y  $F_B = 1,2$  respectivamente (medidas a temperatura estándar).

Determinar cuanta es la diferencia entre ambas figuras.

Respuesta

Se ve claramente que ambos tienen figuras de ruido de mucha calidad por la proximidad a uno y en primera instancia parece estar muy próximos.

Sin embargo a efectos de poder interpretar mejor calculemos las temperaturas efectivas de ruido de cada uno. De tal manera que aplicando 5.13.5

$$T_{eA} = (1,1 - 1) 290 = 29^{\circ}\text{K}$$

$$T_{eB} = (1,2 - 1) 290 = 58^{\circ}\text{K}$$

Comparando los resultados se ve que el A hay que colocar al resistor a  $29^{\circ}\text{K}$ , para que genere la misma ruidosidad que el amplificador. Sin embargo el B necesita que el resistor esté al doble de temperatura.

El B es el doble de malo respecto del A. Cuando mira la figura en veces no es muy sencillo darse cuenta ya que en primera instancia la diferencia parece del 10 %, esto ocurre porque no se tiene en cuenta que la referencia de figura ideal es uno.

Por ello es muy importante el uso del concepto de temperatura efectiva de ruido. Es decir es el equivalente térmico al cual hay que elevar un resistor para que genere la misma ruidosidad que la red a la temperatura de trabajo.

### 5.14. Variación de la figura con la temperatura

Cuando se varía la temperatura de trabajo de una red, la figura de ruido varía. Aumenta si la temperatura aumenta y disminuye si la temperatura también lo hace. Que significa para el sistema esta variación. Si la temperatura sube la figura se hace mayor y la relación señal ruido a la salida disminuye, lo que implica que los detectores pueden no obtener la señal original, frente a tanta ruidosidad.

De donde lo importante es mantener la  $\frac{S_o}{N_o}$  constante, esto implica determinar que valor debería tener la figura de ruido para que si se aumenta la temperatura la salida este dentro de lo esperado.

De hecho en este caso la figura deberá ser menor que la  $F_s$ , original. Esto puede analizarse a partir de la 5.13.5 diciendo que un equipo a temperatura  $T_s$  tiene una temperatura efectiva

$$T_e = (F_e - 1)T_s$$

[5.14.1]

Y otro equipo operando a otra temperatura  $T_0$ , con una figura a dicha temperatura  $F_0$ , tiene una temperatura efectiva

$$T_e = (F_0 - 1)T_0$$

[5.14.2]

Si se desea mantener la misma  $\frac{S_o}{N_o}$ , en el segundo sistema que en el primero, es menester que ambas temperaturas efectivas de ruido sean iguales, por lo tanto igualando 5.14.1 y 5.14.2

$$(F_s - 1)T_s = (F_0 - 1)T_0$$

De donde:

$$\boxed{F_0 = 1 + (F_s - 1) \cdot \frac{T_s}{T_0}}$$

[5.14.4]

Se ve claramente en la 5.14.4, que si se sube la temperatura de trabajo la figura de ruido a colocar debe ser menor para mantener la misma  $\frac{S_o}{N_o}$ . De la misma manera que si se disminuye la temperatura se puede colocar una figura de ruido mayor, para mantener la misma  $\frac{S_o}{N_o}$ .

La variación de temperatura debe ser compensada con variaciones de figura.

**5.15. Cálculo de la variación de figura**

En 5.14.4, se estudió cuánto debe valer la figura para mantener la  $\frac{S_o}{N_o}$  constante a la nueva temperatura.

Pero cuánto vale la figura a la nueva temperatura y cuál será la nueva  $\frac{S_o}{N_o}$ , si no se cambia el equipo. Entre la  $F_s$  y la  $F_0$  que tendría que tener se obtiene la variación de la figura.

$$\Delta F = F_s - F_0$$

[5.15.1]

Note que el signo de  $\Delta F$  será positivo si se trabaja a temperatura mayor que la  $T_s$  y negativo en caso contrario. Como este es el valor que se debe sumar a la  $F_s$ , esto significa que si se sube la temperatura la  $F_s$ , aumenta y viceversa. De donde el valor de figura standard a la nueva temperatura  $T_0$ , será:

$$\boxed{F_{sT_0} = F_s + \Delta F}$$

[5.15.2]

Este valor, que asume la figura del equipo, a la nueva temperatura, permitirá calcular la nueva  $S_o/N_o$  a la  $T_0$ , simplemente aplicando la definición de figura dada en 5.10.1:

$$\boxed{\frac{S_o}{N_o} = \frac{S_s/N_s}{F_{sT_0}}}$$

[5.15.3]

Se podrá determinar si el equipo puede seguir funcionando en esas condiciones o habrá que cambiarlo o se cambiará la temperatura de trabajo.

Ejemplo 5.15.1

Un receptor tiene una figura de ruido medida a temperatura estándar de 10 dB. Si se eleva la temperatura a 30 °C.

Determinar:

- El valor de la figura de ruido a la nueva temperatura para mantener la misma  $S_o/N_o$ .
- El valor de la figura de ruido estándar a la nueva temperatura.

Respuestas:

- Aplicando 5.14.4

$$F_0 = 1 + (F_s - 1) \frac{T_s}{T_0} = 1 + (10 - 1) \frac{290}{303} = 9,61 = 9,82 \text{ dB}$$

Esto implica que se debe reemplazar el receptor por otro que tenga una figura de ruido menor para mantener la misma  $S_v/N_0$ .

b) Para calcular el valor de la figura estándar a la nueva temperatura se aplica la 5.15.1 para calcular la variación de figura.

$$\Delta F = F_s - F_0 = 10 - 9,61 = 0,39$$

De donde el valor de la figura estándar a la nueva temperatura, aplicando 5.15.2 será

$$F_{S'v} = F_s + \Delta F = 10 + 0,39 = 10,39 = 10,166 \text{ dB}$$

### 5.16. Temperatura efectiva de ruido en la antena

Una antena recibe además de la señal, ruido. A la potencia disponible de ruido en los bornes, se le asocia una temperatura de ruido de la antena  $T_a$ . Esta se la entiende como la definición de temperatura efectiva de ruido ya analizada. Siendo la potencia de ruido disponible a bornes de la antena.

$$P_a = \frac{V_N^2}{4N} = KT_a B$$

[5.16.1]

En la práctica, la antena posee pérdidas, por lo tanto no entrega a su carga toda la potencia de ruido disponible, lo que haría una antena fabricada con materiales sin pérdidas. En este caso la potencia de ruido disponible se verá afectada por el rendimiento de la antena tal que la expresión 5.16.1 se modifica.

$$P_a = KT_a B_{\eta}$$

[5.16.2]

Ahora bien como la resistencia se encuentra a una temperatura ambiente  $T_{amb}$ , la resistencia de pérdida agregará una potencia de ruido térmico  $P_{av}$ , cuyo valor está en función de esa temperatura  $1-\eta$ .

$$P_{av} = KT_{amb} B(1-\eta)$$

[5.16.3]

La potencia total de ruido disponible a bornes de la antena  $P_{av}$ , se obtendrá con la suma de 16.2 y 16.3.

$$P_{av} = KT_a B_{\eta} + KT_{amb} B(1-\eta) = KB(T_a + T_{amb})(1-\eta)$$

[5.16.4]

Expresando 5.16.4 como temperatura efectiva total de ruido

$$T_{era} = T_a \eta + T_{amb}(1-\eta) \quad [5.16.5]$$

#### Ejemplo 5.16.1

Una antena cuya resistencia de radiación es de  $50 \Omega$  y su resistencia de pérdida es de  $10 \Omega$ , trabaja a una temperatura ambiente de  $27^\circ\text{C}$ . La temperatura efectiva de ruido por la componente de radiación es de  $70^\circ\text{K}$ . ¿Cuál será la temperatura efectiva total de ruido de la antena, teniendo en cuenta la pérdida?

**Respuesta:**

El rendimiento de la antena será

$$\eta = \frac{R_r}{R_r + R_d} = \frac{50}{50+10} = 0,833$$

La temperatura efectiva total de ruido será

$$T_{era} = T_a \eta + T_{amb}(1-\eta) = 70 \cdot 0,833 + 300(1 - 0,833) = 108,33^\circ\text{K}$$

#### Ejemplo 5.16.2

Una antena cuya ganancia es de  $9,55 \text{ dBi}$  tiene una directividad de  $10 \text{ dBi}$ , trabaja a una temperatura ambiente de  $27^\circ\text{C}$ . Sabiendo que la temperatura efectiva de ruido de la antena es de  $90^\circ\text{K}$ .

Determinar:

- a) Rendimiento de la antena.

- b) Temperatura efectiva de ruido total.

**Respuestas**

- a) Recordando que la directividad por el rendimiento es la ganancia de una antena y operando en veces el rendimiento será.

$$\eta = \frac{G}{D} = \frac{9,015}{10} = 0,901$$

- b) La temperatura efectiva total de ruido será

$$T_{era} = T_a \eta + T_{amb}(1-\eta) = 90 \cdot 0,901 + 300(1 - 0,901) = 110,79^\circ\text{K}$$

### 5.17. Análitica de la temperatura efectiva de ruido de un receptor desde la antena

Para un montaje completo de un receptor, empezamos viendo que la antena y la línea o la guía de entrada están a distintas temperaturas que el receptor, para lo cual se calcula la temperatura efectiva de ruido total de todo el sistema.

Tomando el siguiente diagrama en bloques como referencia que se muestra en la fig. 5.17.1

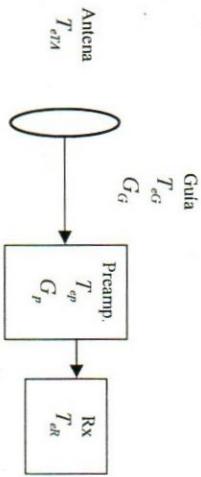


Figura 5.17.1

El modelado se muestra en la fig. 5.17.2

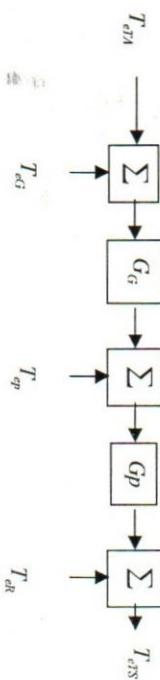


Figura 5.17.2

Analizando el diagrama la temperatura efectiva total de ruido de todo el sistema,  $T_{eS}$  será:

$$T_{eS} = T_{eA} + T_{eG} + \frac{T_{op}}{G_G} + \frac{T_R}{G_p G_R}$$

[5.17.1]

De esta manera se puede trabajar independiente de la temperatura de trabajo del equipo cuya temperatura de trabajo es de 17 °C respecto de la antena y la guía que están a temperatura ambiente. La  $T_{eA}$ , que es la temperatura total de ruido de la antena se obtiene a partir de la 5.16.5.

Por otro lado la temperatura efectiva de ruido de una guía o de una línea de transmisión, se obtiene a partir de la 5.14.1. Pero debe tenerse en cuenta que la figura de ruido de cualquier elemento pasivo es la inversa de su ganancia en veces, esto se analiza en 5.18.

### 5.18. La figura de ruido de los elementos pasivos

Los elementos atenuadores pasivos como los conectores, guías de onda, líneas de transmisión, etc., pueden ser analizados como un elemento pasivo cuya ganancia influye en la figura de ruido muy drásticamente.

Si tomamos un atenuador acoplado tiene una potencia de ruido a la salida que es la suma de la entrada mas la que genera la red, esto se ve en la 5.18.1.

$$N_0 = KT_s BG + KT_e BG$$

En forma genérica una red a temperatura estandar genera como potencia de ruido a la salida.

$$N_0 = KT_s B$$

[5.18.2]

Igualando ambas expresiones y simplificando

$$N_0 = KT_s B = KT_s BG + KT_e BG$$

$$T_s = T_s G + T_e G$$

[5.18.4]

$$T_e = T_s \left( \frac{1}{G} - 1 \right)$$

[5.18.5]

De donde se ve que según lo expresado en la 5.13.5 la figura de ruido es  $\frac{1}{G}$ , es decir la inversa de la ganancia en veces (o cambiada de signo si está en dB).

Esto es significativamente importante ya que cuando se dice que el cable de entrada de la antena al receptor debe tener baja pérdida para no perder señal, esto no tiene demasiado significado porque cualquier pérdida es recuperada por una ganancia.

Sin embargo mientras mayor sea la pérdida, mayor es la figura de ruido del sistema y esta no se compensa. Por ello es que en algunos sistemas el paramétrico se lo coloca en la misma antena, para que la pérdida del cable no incremente notablemente la figura de ruido total.

#### Ejemplo 5.18.1

Se dispone de un amplificador cuya figura de ruido es 2 y su ganancia es de 3 dB se lo conecta con un cable cuya pérdida es de 3 dB. Existen dos posibles montajes que compensan la pérdida del cable, tal como se muestra a continuación.

$$\begin{cases} G_a = -3dB \\ F_a = 3dB \end{cases}$$

$$\begin{cases} G_a = 3dB \\ F_a = 1,7 \end{cases}$$

Montaje A



$$G_a = -3dB = 0,5$$

$$F_a = 3dB = 2$$

$$\begin{cases} G_a = 3dB \\ F_a = 1,7 \end{cases}$$

Determine cuál de los dos montajes conviene

#### Respuesta

Se calcularán las dos figuras de ruido y se determinará la más chica.

Para el montaje A

$$F_f = F_A + \frac{F_c - 1}{G_A} = 1.7 + \frac{2 - 1}{2} = 2.2 = 3.42 \text{ dB}$$

Para el montaje B

$$F_f = F_c + \frac{F_A - 1}{G_c} = 2 + \frac{1.7 - 1}{0.5} = 3.4 = 5.31 \text{ dB}$$

Desde el punto de vista de la ganancia ambos montajes funcionan igual, sin embargo las figuras de ruido son bastante diferentes y el primer montaje tendrá mejor comportamiento en la relación señal a ruido de salida.

#### 5.19. Medida de la temperatura de ruido

Para medir la temperatura efectiva de ruido de una antena  $T_a$ , se comparan dos fuentes de ruido. Es decir se compara la potencia de ruido recibida por la antena con respecto de la potencia de ruido de una fuente normalizada. El montaje se muestra en la fig. 5.19.1

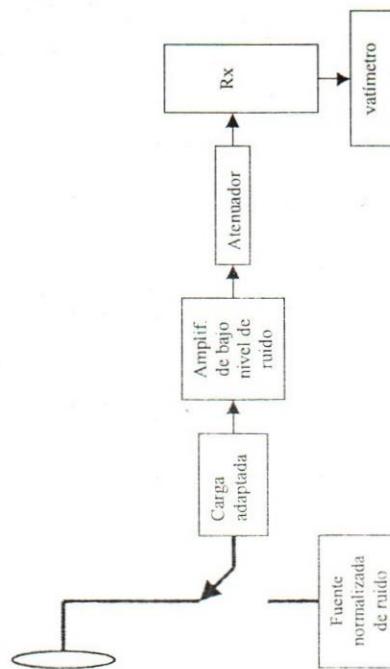


Figura 5.19.1

Primero se conecta a la entrada la fuente de ruido normalizada que se encuentra refrigerada y se la denomina fuente fría y se mide con un voltímetro la potencia de ruido  $N_{NC}$ , que tiene incluida el ruido generado por el receptor. Luego se conecta la antena a la entrada y se mide la potencia de ruido generada por la antena  $N_a$ , que tiene incluido el ruido generado por el receptor. Conocida

ambas se realiza el cociente al que se lo denomina factor  $Y$ , de allí el nombre que se le suele dar al método.

$$Y = \frac{N_{NC}}{N_a} = \frac{K(T_{NC} + T_R)B}{K(T_a + T_R)B} = \frac{T_{NC} + T_R}{T_a + T_R} \quad [5.19.1]$$

Operando

$$T_a = \frac{T_{NC} + T_R(1 - Y)}{Y} \quad [5.19.2]$$

Para obtener el valor de  $T_R$ , se conecta en la entrada una carga normalizada a temperatura ambiente y se la denomina fuente caliente  $N_{NII}$  y se realiza el cociente con la  $N_{NC}$ , definiendo  $Y'$ .

$$Y' = \frac{N_{NII}}{N_{NC}} = \frac{K(T_{NII} + T_R)B}{K(T_{NC} + T_R)B} = \frac{T_{NII} + T_R}{T_{NC} + T_R} \quad [5.19.3]$$

Operando

$$T_R = \frac{T_{NII} - Y'T_{NC}}{Y' - 1} \quad [5.19.4]$$

Con el valor de  $T_R$ , se puede determinar el valor de  $T_a$ .

## Guía de Actividades Nº 5

### T Actividad 5.1

Defina a que se denomina ruido.

### T Actividad 5.2

Explique la diferencia entre ruido e interferencia.

### T Actividad 5.3

Realice una clasificación general del ruido.

### T Actividad 5.4

Explique el concepto de ruido del cielo.

### T Actividad 5.5

A que se denomina ruido térmico.

### T Actividad 5.6

Realice el desarrollo analítico de las expresiones de ruido térmico.

### T Actividad 5.7

Defina el ruido de granalla.

Realice el desarrollo analítico de las expresiones de ruido de granalla.

### T Actividad 5.9

Explique la diferencia entre ruido de granalla y de partición.

### T Actividad 5.10

Explique que es la relación señal ruido.

**T** Actividad 5.11

pérdida de 1 dB y el pre tiene una temperatura de ruido efectiva de 77° K y una ganancia de potencia de 20 dB. Cuál es la temperatura de ruido de todo el sistema si el receptor tiene una figura de ruido de 10 dB.

A) Que se denomina figura de ruido.

**T** Actividad 5.12

Conózca cuál es la figura de ruido de etapas en cascadas.

**T** Actividad 5.13

Que significa temperatura efectiva de ruido.

**T** Actividad 5.14

Cual es la figura de ruido de una guía de onda.

**T** Actividad 5.15

Se disponen de tres amplificadores conectados en cascada para amplificar una señal de bajo nivel con las siguientes características:

Amplificador	Ganancia en dB	Figura de ruido
A	6	2
B	12	3.5
C	20	3

Determinar el valor mínimo de la figura total de ruido, indicando el orden en que se deben conectar.

**T** Actividad 5.16

Un receptor tiene una figura de ruido de 10 dB y se desea mejorar el sistema en cuanto a sensibilidad añadiendo un preamplificador con una figura de ruido de 3 dB y una ganancia de potencia de 10 dB. En qué medida mejorará el comportamiento del receptor si la temperatura de ruido efectiva de la antena es:

- a) 290 °K.
- b) 58 °K

**T** Actividad 5.17

Un sistema de recepción formado por una antena parabólica, un preamplificador paramétrico alimentado a través de una guía de onda y un receptor, tiene las siguientes características. La temperatura efectiva de ruido de la antena es de 60° K, la guía que une la antena al pre tiene una

**T** Actividad 5.18

Un sistema de recepción está constituido por una guía de onda cuya atenuación es de 1 dB, un pre de figura de ruido desconocida, con ganancia 10 dB y un receptor cuya figura de ruido es de 2,48. Este sistema tiene una  $S_i / N_i = 25 \text{ dB}$  y una  $S_o / N_o = 20 \text{ dB}$ . Si el sistema trabaja a temperatura estándar.

Determinar:

- a) Que valor debe tener la figura de ruido del pre en dicha temperatura.
- b) Si el sistema trabajase a 30 °C, cuánto debería valer la figura de ruido del sistema para mantener la misma  $S_o / N_o$ .

**T** Actividad 5.19

Un amplificador tiene una ganancia de potencia de 20 dB. La señal de entrada es de 100  $\mu\text{W}$  con una potencia de ruido de entrada de 1  $\mu\text{W}$ . Si el amplificador contribuye con un ruido adicional de 100  $\mu\text{W}$  y el sistema opera a 17 °C.

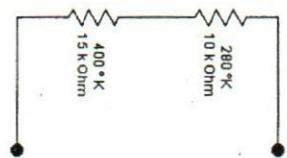
Determinar:

- a) La  $S_i / N_i$ .
- b) La  $S_o / N_o$ .
- c) La figura de ruido a 17 °C.
- d) La figura de ruido a 50 °C.

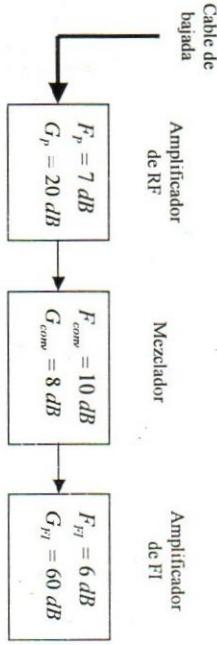
e) La  $S_o / N_o$  a 50 °C.

**T** Actividad 5.20

Obtenga la temperatura efectiva de ruido de dos resistores conectados en serie tal como se muestra en el circuito

**Actividad 5.21**

En el diagrama en bloque de un sistema receptor que se muestra a continuación el cable de bajada tiene una pérdida de 1,5 dB.



Sabiendo que el sistema opera a temperatura estándar.

Determinar:

- La figura de ruido total.
- La temperatura efectiva de ruido total.
- La figura y temperatura efectiva de ruido total intercambiando el amplificador adelante del cable.
- Repetir las consignas a y b si el sistema opera 30 °C.
- Repetir la consigna c si el sistema opera a 30 °C.

**Objetivos**

- ♦ Comprender el muestreo de señales en sus diversas variantes como soporte de la multiplexación digital de señales.
- ♦ Comprender los conceptos de multiplexación de información digital y el cálculo asociados de velocidades y ancho de banda.
- ♦ Interpretar el modelado de canales telefónicos.
- ♦ Aplicar dichos conceptos en la resolución de problemas y casi casos en el área.

**Modulación por Pulso****Contenidos**

- Muestreo ideal de señales
- Muestreo natural
- Muestreo instantáneo
- Analizando el ancho de banda de la señal muestreada
- Modulación de pulsos por ancho y posición (PWM y PIPM)
- Modulación de pulsos codificados (PCM)
- Análisis del error de cuantificación
- Cuantificación no uniforme
- Modulación delta
- Analisis del ruido en la modulación delta
- Cálculo del escalón óptimo
- Multiplex por división de tiempo (TDM)
- Formación del multiplexado
- De los pulsos y la interferencia intersímbolo
- Codificación en línea
- Código HDB3
- Guía de actividades N° 6

## 6.1. Muestreo ideal de señales

Es posible recuperar una función a partir de sus muestras, no siendo necesario transmitir toda la información continua en el tiempo, siempre y cuando las muestras cumplan ciertas condiciones. Estas deberían estar espaciadas a razón de dos muestras por Hertz como mínimo.

Dada una cierta función  $f(t)$  que se multiplica por una función impulsiva periódica  $\delta_T(t)$ , tal como es muestra en la fig. 6.1.1.

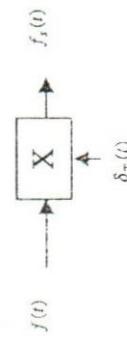


Figura 6.1.1

La señal muestreada en impulsos  $f_s(t)$  la analizamos a continuación.

$$f_s(t) = f(t)\delta_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f_n(t-nT) \quad [6.1.1]$$

Tomando

$$\begin{aligned} f(t) &\Leftrightarrow F(\omega) \\ f_s(t) &\Leftrightarrow F_s(\omega) \end{aligned} \quad [6.1.2]$$

La función de impulsos periódica en tiempo y frecuencia se expresa

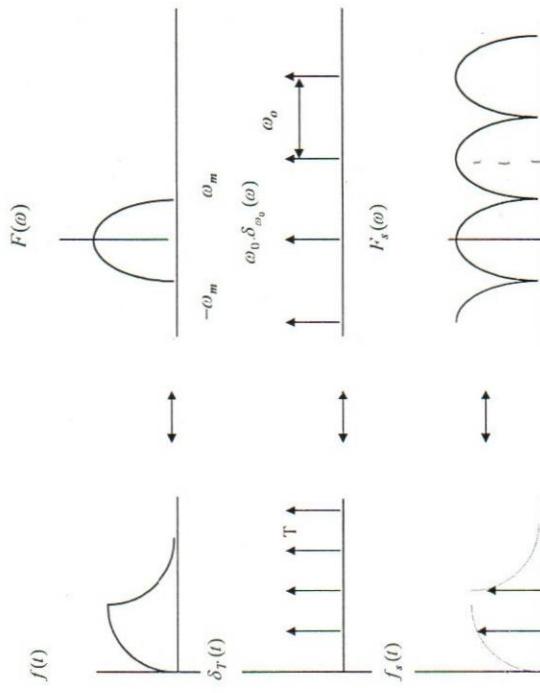
$$\delta_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t-nT) \Leftrightarrow \delta_{\omega_0}(t) = \delta(\omega - n\omega_0) \quad [6.1.3]$$

Reemplazando 6.1.2 y 6.1.3 en la 6.1.1 y obteniendo la transformada

$$\begin{aligned} F_s(\omega) &= \frac{1}{2\pi} \left[ \omega_0 \delta_{\omega_0}(\omega) * F(\omega) \right] = \frac{1}{T} \left[ \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - n\omega_0) * F(\omega) \right] = \\ &= \frac{1}{T} \left[ \sum_{n=-\infty}^{\infty} F(\omega - n\omega_0) \right] \end{aligned} \quad [6.1.4]$$

De donde se ve que como resultado de la convolución en frecuencia de la transformada de la función y la transformada de los impulsos, la función se repite a una distancia  $\omega_0$ , es decir a la frecuencia de muestreo.

A efectos de mejor visualización se presenta todo el proceso del muestreo en tiempo y frecuencia en la fig. 6.1.2



Tomando

La frecuencia de muestreo entonces deberá ser por lo menos el doble de la máxima a muestrear para evitar que se solapen las muestras.

$$\omega_0 \geq 2\omega_m \quad \text{Siendo } \omega_0 \text{ se llama } \gamma \text{ alias.} \quad [6.1.5]$$

$$\frac{2\pi}{T} \geq 2.2\pi f_m \quad [6.1.6]$$

$$T \leq \frac{1}{2f_m} \quad [6.1.7]$$

Cumpliendo con esta frecuencia de muestreo es posible recuperar una función a partir de sus muestras.

Para recuperar la  $f(t)$  a partir de sus muestras a la función muestreada  $f_s(t)$  se la hace pasar por un filtro pasa bajo, con una frecuencia de corte  $\omega_m$ , tal como se lo ve en la fig. 6.1.3



Figura 6.1.3

Esto implica multiplicar los espectros y convolucionar en el tiempo. La función de transferencia de un filtro pasa bajo ideal de ancho  $2\omega_m$  en frecuencia y tiempo.

$$H(\omega) = G_{2\omega_m}(\omega) \Leftrightarrow h(t) = \frac{\omega_m}{\pi} \text{Sinc}(\omega_m t) \quad [6.1.8]$$

Tomando 6.1.4 y aplicando el filtro pasa bajos

$$F_s(\omega)G_{2\omega_m}(\omega) = \frac{1}{T}F(\omega)$$

$$F(\omega) = T F_s(\omega) G_{2\omega_m}(\omega)$$

[6.1.9]

[6.1.10]

Para obtener  $f(t)$ , se debe antitransformar 6.1.10, aplicando la propiedad de convolución en el tiempo. Operando y reemplazando por las expresiones en el tiempo 6.1.1 y 6.1.8

$$f(t) = T \left[ \sum_{-\infty}^{\infty} f_n \delta(t - nT) * \frac{\omega_m}{\pi} \text{Sinc}(\omega_m t) \right] \quad [6.1.11]$$

[6.1.12]

Sabiendo que

$$\begin{cases} \omega_0 = 2\omega_m \\ 2\pi = 2\omega_m \\ T = \frac{\omega_m}{\pi} \end{cases}$$

Operando y reemplazando 6.1.12 en 6.1.11

$$f(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} f_n \text{Sinc}[\omega_m(t - nT)] \quad [6.1.13]$$

La señal original se obtiene como la sumatoria de funciones de muestreo ( $\text{Sinc}(x)$ ) también denominada  $Sa(x)$  con la amplitud correspondiente al coeficiente  $f_n$ .

En la fig. 6.1.4, se realiza la representación tiempo frecuencia de la recuperación de la función a partir de las muestras.

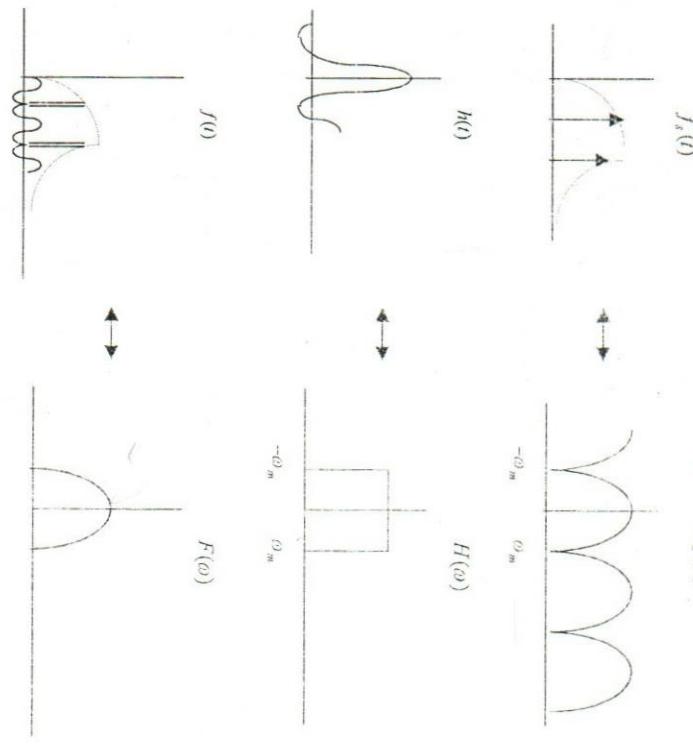


Figura 6.1.4

Este tipo de muestreo se lo denominaría ideal atento a que se lo realiza con funciones impulsos, que de hecho son una situación ideal. En la práctica el muestreo real se lo realiza de manera natural o de manera instantánea.

## 6.2. Muestreo natural

En este muestreo se multiplica la señal a muestrear por pulsos periódicos de ancho  $\tau$ . La señal de pulsos resultante sigue la forma de la original, por ello se lo llama natural. En la fig. 6.2.1 se representa el proceso.

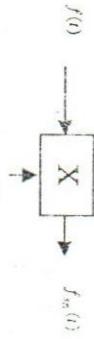


Figura 6.2.1

La función de pulsos de muestreo  $p_r(t)$ , tiene como transformada  $P_r(\omega)$  y vale

$$p_{T_r}(t) \leftrightarrow P_{T_r}(\omega) = 2\pi \frac{A\tau}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \text{Sinc}(n\omega_0 \frac{\tau}{2}) \delta(\omega - n\omega_0) \quad [6.2.1]$$

De tal manera que realizando el producto de la señal por los pulso de muestreo y operando,

$$f_{sN}(t) = f(t)p_{T_r}(t) \quad [6.2.2]$$

$$F_{sN}(\omega) = \frac{1}{2\pi} [F(\omega) * P_{T_r}(\omega)] \quad [6.2.3]$$

$$F_{sN}(\omega) = \frac{1}{2\pi} [F(\omega) * 2\pi \frac{A\tau}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \text{Sinc}(n\omega_0 \frac{\tau}{2}) \delta(\omega - n\omega_0)] \quad [6.2.4]$$

$$F_{sN}(\omega) = \frac{A\tau}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \text{Sinc}(n\omega_0 \frac{\tau}{2}) F(\omega - n\omega_0) \quad [6.2.5]$$

Los pulsos siguen la forma de la función en el tiempo y en la frecuencia la función se repite siguiendo la forma de la transformada de la función de muestreo (sinc). En la fig. 6.2.2 se realiza la representación tiempo frecuencia.

$$f(t)$$

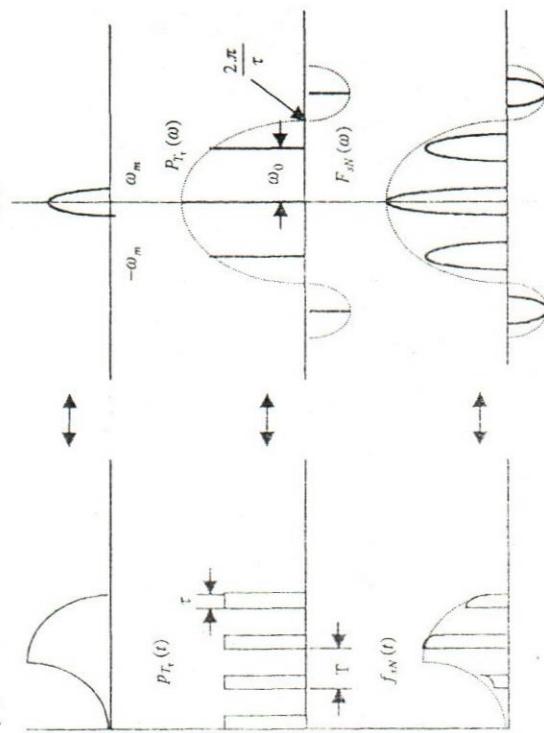


Figura 6.2.2

### 6.3. Muestreo instantáneo

En este caso la señal es muestreada por pulsos pero la muestra sigue la forma natural de la función original, sino que el pulso mantiene amplitud constante en el lugar donde muestra.

Una mejor interpretación se da cuando decimos que si al muestreo ideal se lo convoluciona con un pulso de determinada forma la señal resultante tiene muestreo instantáneo.

Tomaremos ese pulso del tipo rectangular. En 6.1.1 tenemos la señal muestreada convolucionándola por un pulso de ancho  $\tau$  que designamos con  $q_r(t)$ , nos queda que la función muestreada instantánea.

$$f_s(t) = f_s(t) * q_r(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f_n(t-nT) * q_r(t) \quad [6.3.1]$$

Transformando

$$F_{sr}(\omega) = F_s(\omega) * Q_r(\omega) \quad [6.3.2]$$

Reemplazando 6.1.4 en 6.3.2

$$F_{sr}(\omega) = \frac{1}{T} \left[ \sum_{n=-\infty}^{\infty} F(\omega - n\omega_0) Q_r(\omega) \right] \quad [6.3.3]$$

El diagrama en bloques se presenta en la fig. 6.3.1

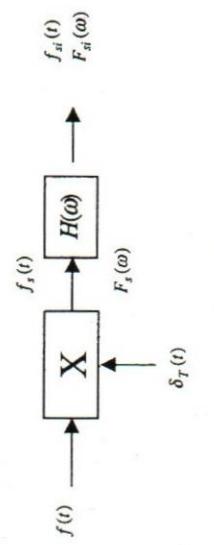


Figura 6.3.1

El análisis tiempo frecuencia se presenta en la fig. 6.3.2



Figura 6.3.2



Figura 6.34



Figura 6.34

**6.4. Analizando el ancho de banda de la señal muestreada**

Por el teorema del muestreo se ve claramente que son necesarias dos muestras como mínimo para transmitir un Hz de banda base. Es decir que dos muestras ocupan un Hz de ancho de banda.

También es muy claro que mientras mayor sea la cantidad de muestras más fácilmente es posible recuperarlas. De tal manera que para determinar el ancho de una señal muestreada, en un canal ideal, simplemente se divide por la cantidad de muestras. Mientras mayor sea la cantidad de muestras crece el ancho de banda de esa señal. En la fig. 6.4.1, se muestra una tabla donde tomando una señal de 1 KHz, se estudia como crece el ancho de banda en función de la frecuencia de muestreo.

Frecuencia de la señal	1 KHz	1 KHz	1 KHz	1 KHz
Frecuencia de muestreo	2 KHz	4 KHz	8 KHz	32 KHz
Ancho de banda	1 KHz	2 KHz	4 KHz	16 KHz

Figura 6.4.1

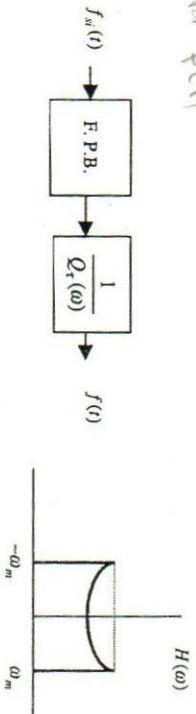


Figura 6.33

Es conveniente destacar que cada muestra al no ser natural tiene un pequeño error al mantener constante la amplitud de la misma. Por esta razón es que aparece deformada la  $f_{s̄}(ω)$ .

Para recuperar la función se puede pasar la  $f_{s̄}(t)$ , por un filtro pasa bajo con la necesaria modificación de la función de transferencia en  $\frac{1}{\Omega_r(\omega)}$ , tal como se muestra en la fig. 6.3.3

$$\Delta B = \frac{\Omega_r}{2} \rightarrow \frac{1}{2} \sqrt{\Omega_r}$$

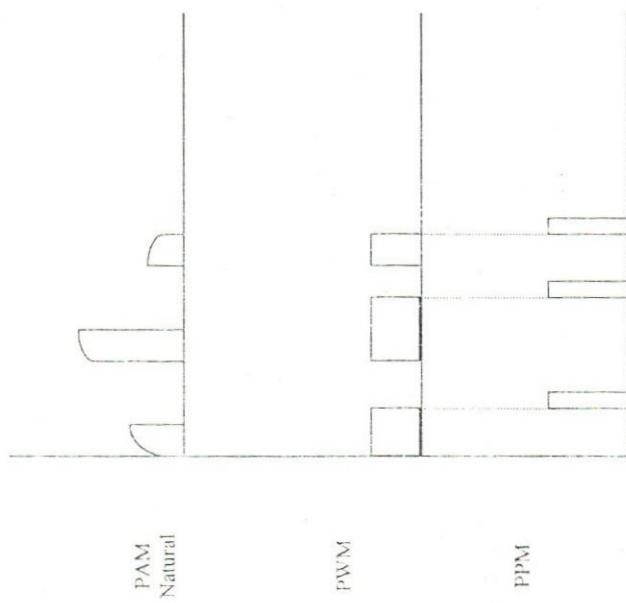
Figura 6.33

Sintetizando el ancho de banda de una señal muestreada es la mitad de su velocidad si el canal es ideal. Este valor crece en función del ruido additivo del canal, que se verá más adelante.

Las técnicas PAM, no son inmunes al ruido ya que la información está en la amplitud de las muestras. Como en el canal el ruido se suma varía la amplitud de la señal y no se puede hacer nada para eliminar este ruido. De tal manera que existen otras técnicas que permiten minimizar el efecto del ruido. Estas técnicas, no tienen la información en la amplitud sino que la llevan en el ancho del pulso o en la posición. Estas se las designa como PWM o PPM.

## 6.5. Modulación de pulsos por ancho y posición (PWM y PPM)

Otra alternativa será tomar la señal instantánea y transformarla en ideal multiplicándola por impulsos periódicos y luego obtener la función original mediante un filtro pasa bajos ideal, tal como se ve en la fig. 6.3.4.



El diagrama de generación se representa a continuación en la fig. 6.5.2 a

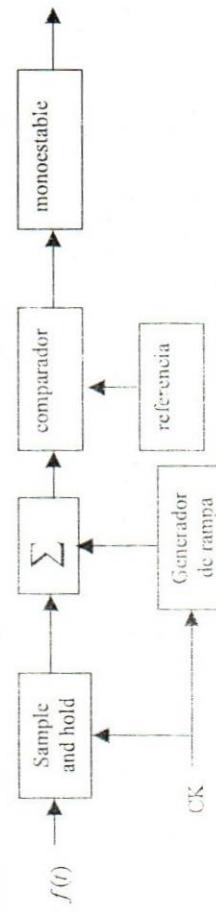


Figura 6.5.2 a

En la fig. 6.5.2 b se analiza temporalmente el proceso

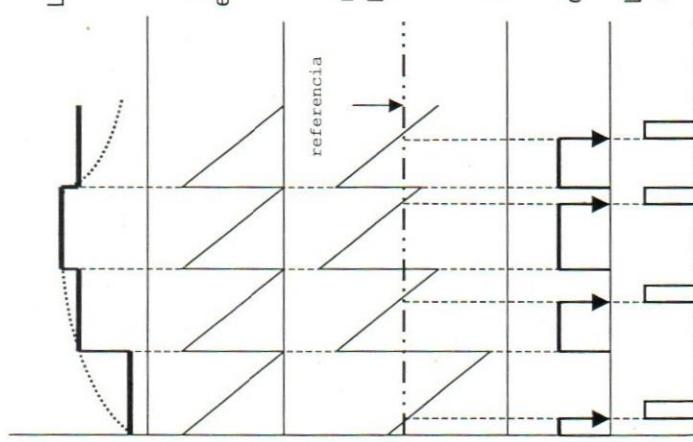


Figura 6.5.2 b

Para recuperar la función original a partir de PWM, simplemente con la ayuda de un filtro pasa bajo es suficiente, sin embargo para PPM, se debe convertir la señal en otra técnica tal como PAM o PAM y luego pasársela por un filtro pasa bajos. La fig. 6.5.3 representa lo expresado.

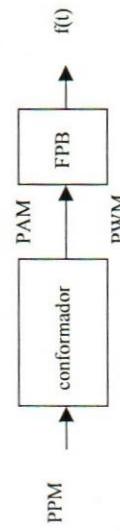


Figura 6.5.3

En la fig. 6.5.4, se propone un esquema de cajas donde entra el clock y la señal PPM a un sumador lógico y luego un bivoltaje disparado por ejemplo con el flanco descendente entrega PWM.

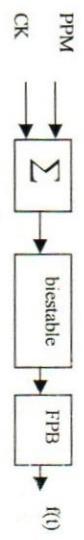


Figura 6.3.4

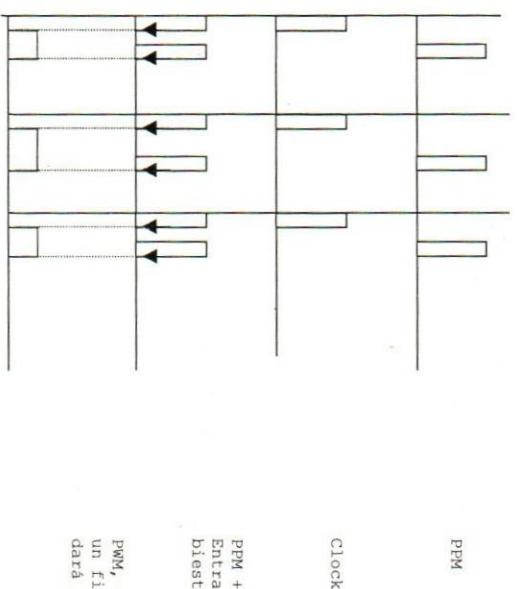


Figura 6.5.4

Las señales de este tipo tienen la ventaja que son razonablemente inmunes al ruido aditivo del canal ya que la información no está en la amplitud de la señal. Sin embargo el gran inconveniente es que es muy difícil multiplexar en el tiempo, muchas señales juntas, esto es porque al variar el ancho o la posición, los espacios vacíos entre pulsos no se mantiene constante. Por ello se trata de multiplexar en el tiempo señales de ancho y amplitud variables, tales como PCM.

## 6.6. Modulación de pulsos codificados (PCM)

En esta técnica cada muestra es representada por un código, por ejemplo binario, equivalente. Es decir se muestra y cuantifica la señal y luego se asigna la palabra código.

La cuantificación, es decir la asignación de valores predeterminados a la muestra, implica definir con exactitud la cantidad de bits con que se va a codificar y también define el ancho de banda. Sin embargo, como las muestras son redondeadas a los valores predeterminados, se comete un error de cuantificación, que será mayor mientras menor sea el número de niveles.

El esquema de cajas de la fig. 6.6.1, obtiene PCM, previo muestreo y cuantificación.



Figura 6.3.1

En la fig. 6.3.2 se representa una  $q(t)$ , donde se especifican los instantes de muestreo con ocho niveles de cuantificación lo que genera un código binario de tres bits.

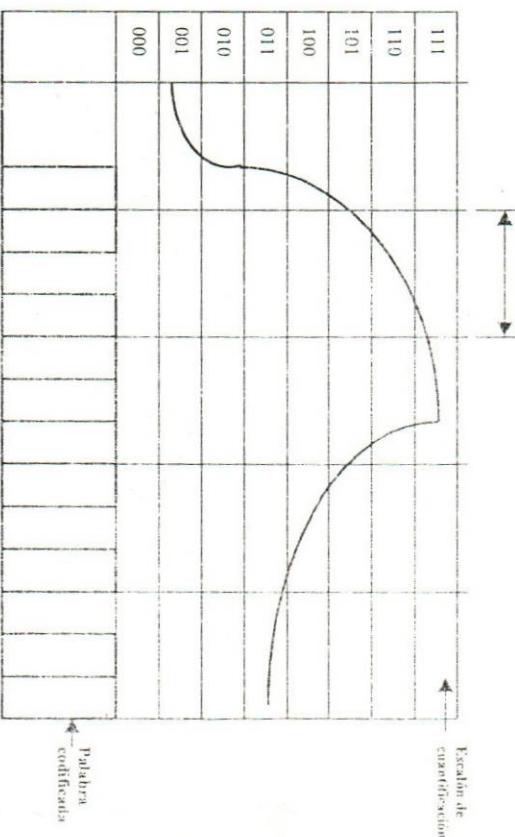


Figura 6.3.2

La generación de PCM, se obtiene por diversos métodos entre el de rampa, que se muestra en la fig. 6.3.3. Se genera una rampa lineal que se la compara con la señal de entrada. Durante el tiempo que transcurre hasta que la rampa alcance el nivel de la señal de entrada, se opera un contador binario y se lee la cuenta.

Mientras mayor sea la cantidad de escalones menor será el error de cuantificación pero implica que se necesitará mayor ancho de banda. Sin embargo independientemente del ancho de banda, el tamaño del escalón queda limitado por la amplitud del ruido de la señal, ya que el escalón no podría ser menor que la amplitud de éste, puesto que se estaría codificando solamente ruido. La figura 6.7.2 tiene un rango dinámico de amplitud pico a pico 2V.

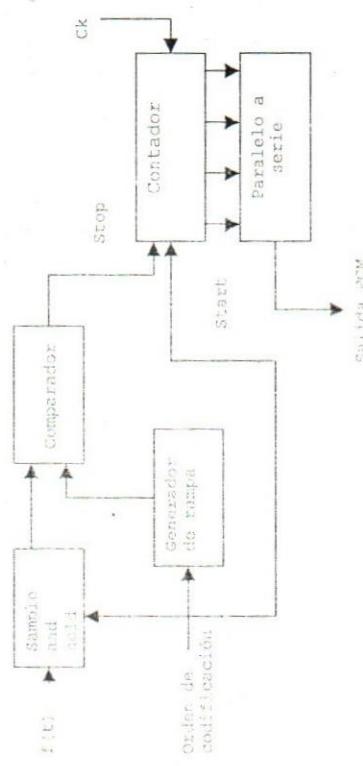
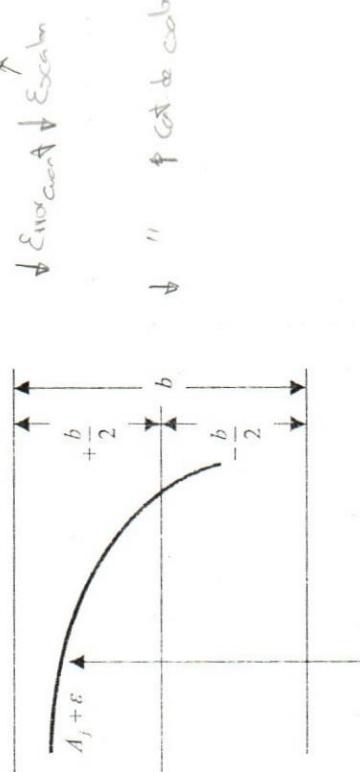


Figura 6.3.3

Este codificador usa relativamente pocos componentes de precisión y se lo emplea mucho. Las limitaciones del sistema están referidas a la obtención de una rampa lineal y por otro lado la velocidad es otro aspecto importante ya que la velocidad de operación del contador binario.

### 6.7. Análisis del error de cuantificación

Se dijo que la cuantificación genera un error en la señal ya que al asignar valores predeterminados, se termina codificando un valor aproximado a la muestra. Esto se expresa como un ruido de cuantificación. De hecho que este error será menor mientras menor sea el tamaño del escalón, ya el valor queda acotado a la mitad del escalón. En la figura 6.7.1 se representa una muestra donde se ve como se adiciona el error de cuantificación.



Muestra de la señal que queda dentro del intervalo

Figura 6.7.1

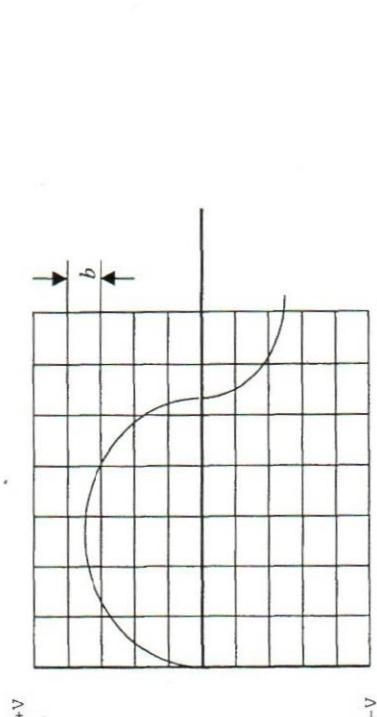


Figura 6.7.2

Sabiendo que el tamaño del escalón se definió como  $b$ , la cantidad de escalones que pueden entrar será:

$$m = \frac{2V}{b} \quad [6.7.1]$$

Suponiendo que todos los valores de  $\epsilon$ , son igualmente probables, podemos calcular el valor cuadrático medio del error, integrando entre  $b/2$  y  $-b/2$ .

$$E(\epsilon^2) = \frac{1}{b} \int_{-b/2}^{b/2} \epsilon^2 d\epsilon = \frac{b^2}{12} \quad [6.7.2]$$

Debido a que el valor medio es cero, transformado este valor de 6.7.2 en tensión rms. Se obtiene:

$$\text{valor rms del ruido} = V_{NQ} = \sqrt{\frac{b^2}{12}} = \frac{b}{\sqrt{12}} = \frac{b}{2\sqrt{3}} \quad 6.7.3$$

Definiendo la relación señal ruido en tensión entre el valor pico de la señal y el valor eficaz de la tensión de ruido de cuantización y reemplazando el valor de m de la 6.7.1

$$\frac{V_s}{V_{NQ}} = \frac{V}{b} \cdot 2\sqrt{3} = m\sqrt{3} \quad [6.7.4]$$

Para que 6.7.4, se transforme en una relación de señal ruido en potencias, se la eleva al cuadrado.

$$\frac{S_0}{N_{0Q}} = 3m^2 \quad [6.7.5]$$

$$\frac{S_0}{N_{0Q} dB} = 4.8 + 20 \log_{10} m \quad [6.7.6]$$

La misma expresión en dB

$$\frac{S_0}{N_{0Q} dB} = 4.8 + 20 \log_{10} m$$

Si suponemos codificación binaria la cantidad de niveles  $m$ , es función de la cantidad  $n$  de bits tales que  $m = 2^n$ , de donde reemplazando en la 6.7.6

$$\frac{S_0}{N_{0Q} dB} = 4.8 + 20 \log_{10} 2^n = 4.8 + 20n \log_{10} 2 = 4.8 + 6n \quad [6.7.7]$$

Se ve que para aumentar la relación señal ruido es necesario incrementar el número de bits y por lo tanto crece el ancho de banda. En los sistemas de telefonía, los estudios del comportamiento del usuario convencional, necesita alrededor de 77 dB, como valor adecuado para escuchar la señal telefónica con cierta calidad e inteligibilidad, luego de pasar por todos los procesos de comunicación en el vínculo. Esto significaría que son necesarios 12 bits, para codificar la señal en esta condición. Sin embargo esto no ocurre pues se utiliza cuantificación del tipo no uniforme, es decir los escalones de cuantificación no son iguales.

### 6.8. Cuantificación no uniforme

En las señales vocales, las bajas amplitudes son las más frecuentes y estas pueden ser decodificadas perfectamente por el oído, mientras que las de alta amplitud son integradas directamente por el oído. De donde variaciones pequeñas con altas amplitudes no son decodificadas, mientras que variaciones en bajas amplitudes son interpretadas completamente por el oído.

En la fig. 6.8.1 se presenta la manera que el oído es capaz de interpretarla, en linea de punto aparece la señal y en linea lo que el oído integra. Note que las variaciones son iguales en baja y en alta amplitud. El oído interpreta las variaciones en baja amplitud y en alta las integra.

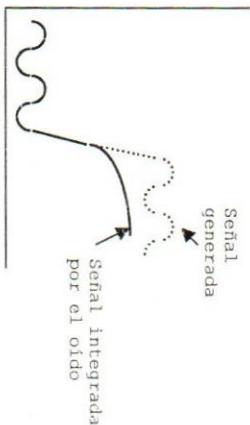


Figura 6.8.1

De donde es importante codificar con escalones en baja amplitud y no en alta, por ello se utiliza una cuantificación no uniforme que mantiene una relación señal ruido buena en baja amplitud y no así en alta pero no es significativa puesto que el oído integra.

Esta manera de cuantificar permite trabajar con escalones pequeños cuando la señal es chica. Con escalones grandes para las amplitudes mayores. Con este sistema no se incrementan la cantidad de bits, por lo cual no aumenta el ancho de banda. El concepto fundamental es tratar en logaritmo mayor pendiente en la función de transferencia que corresponde a la zona de baja amplitud.

Existen diversos estudios del comportamiento y propuestas de curvas de cuantificación no uniforme según el comportamiento americano y el europeo. En general la curva se obtiene con una compresión de la señal y luego se la pasa por un cuantificador uniforme.

En los Estados Unidos se utiliza la compresión por ley  $\mu$  y en Europa la ley A.

La ley de compresión  $\mu$ , fue descrita en 1949 por Holzwarth y luego ampliada por Panter y Dite en 1951 y Smith en 1957.

La expresión de la ley es la siguiente donde el valor de  $\mu$ , sugerido por la UIT-T es de 255.

$$y = \frac{L_N(1+\mu x)}{L_N(1+\mu)} \quad 0 < x < 1$$

$$\mu = 255 \quad [6.8.1]$$

La ley A, utilizada para la norma europea que es la que utiliza nuestro país, fue propuesta en 1962 por Cattermole y se fundamenta en lograr la mejor característica lineal en el origen y en el resto logarítmica. Se la expresa de la siguiente manera:

$$y = \frac{Ax}{1+L_N A} \quad 0 < x < 1/A \quad (\text{lineal en el centro}) \quad [6.8.2]$$

$$A = 87.6$$

$$y = \frac{1+L_N(Ax)}{1+L_N A} \quad 1/A < x < 1 \quad (\text{logarítmica}) \quad [6.8.3]$$

Donde A asume el valor de 87.6. En esta curva se codifica con ocho bits, lo que implica 128 niveles de cuantificación positivos y la misma cantidad de niveles negativos. Se divide la curva en 16 segmentos lineales en el eje vertical 8 positivos y 8 negativos. Se divide el horizontal en ocho niveles que se van subdividiendo por mitades y aparece la curva tratamental de la fig. 6.8.2.

Analizando detenidamente el centro de la curva tiene una pendiente constante de valor grande del lado positivo y del negativo, tal como se muestra en detalle en la fig. 6.8.4

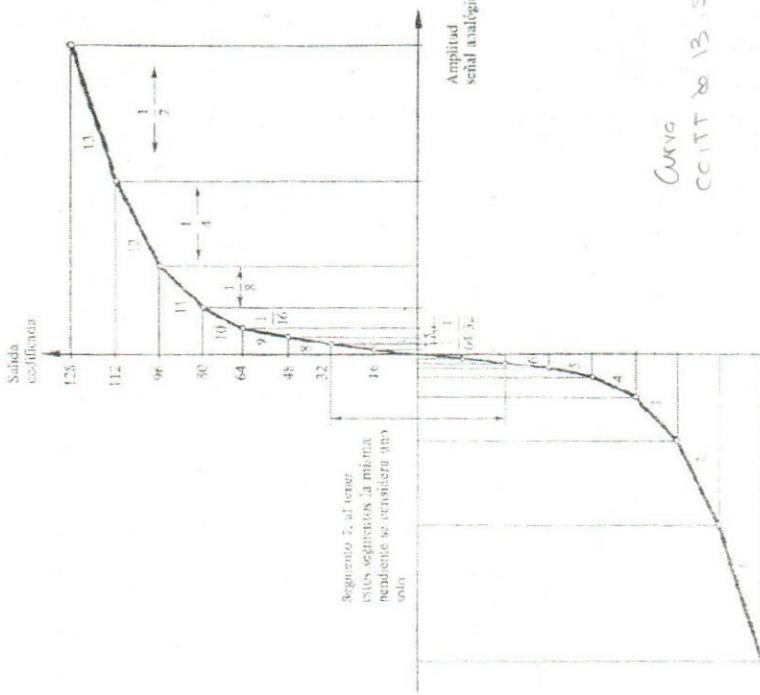


Figura 6.8.2  
Curva CCITT de 13 segmentos

La curva es simétrica para valores positivos y negativos. En el eje vertical aparecen los segmentos que representan los 128 niveles positivos o los negativos. Estos están inicializados en 8 positivos y 8 negativos, de 16 combinaciones cada uno. Se asigna el primer bit para indicar el signo quedando los segmentos de la fig. 6.8.2 mostrados en la fig. 6.8.3

Positivos	Positivos termina	Negativos inicia	Negativos Termina
10000000	10001111	00000000	00001111
10001000	10001111	00010000	00011111
10100000	10101111	00100000	00101111
10110000	10111111	00110000	00111111
11000000	11001111	01000000	01001111
11010000	11011111	01010000	01011111
11100000	11101111	01100000	01101111
11110000	11111111	01110000	01111111

Figura 6.8.3

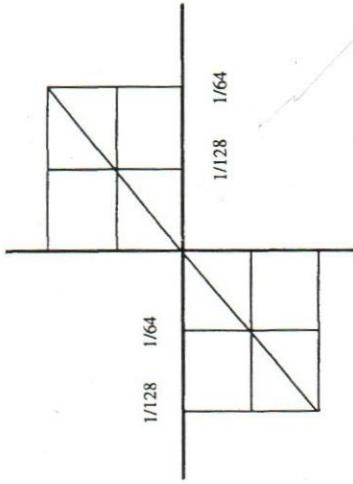


Figura 6.8.4

Cada uno de los segmentos tiene una pendiente diferente a excepción de estos cuatro que definen un único segmento central de pendiente 16. Se acostumbra asignar un número a cada segmento de la curva, comenzando por el inferior negativo como número 1, siendo el central un solo segmento definido con el 7 (fig. 6.8.4) y el último es el 13. Por ello se conoce esta curva como CCITT de 13 segmentos.

Ya se dijo que mientras mayor sea la pendiente en el centro de la curva mejor será la relación señal ruido.

$$\rho = 10 \log 16^2 = 20 \log 16 = 24 \text{ dB}$$

En este caso la pendiente central es de 16 y la mejora en dB se obtiene de la pendiente llevada a potencia:

$$[6.8.4]$$

Tomando entonces que la relación señal ruido de cuantificación no uniforme será igual a la de cuantificación uniforme más la mejora, tomando la 6.7.7 y aplicando la mejora de 6.8.4

$$\frac{S_0}{N_{QNU} dB} = \frac{S_0}{N_{Q} dB} + \rho = 4,8 + 6.n + 24$$

Se ve que para lograr una relación señal ruido de 77 dB son suficientes ocho bits, por ello se muestrea el canal telefónico con 8 Kmuestras / seg. y se lo codifica en PCM con 8 bits con cuantificación no uniforme ley A.

### 6.9. Modulación delta

Esta técnica es PCM de un solo bit para transmitir una información analógica. En PCM convencional cada código es una representación de una magnitud muestrada. De donde son necesarios varios bits para los posibles niveles a representar. En la modulación delta solo se transmite un bit como código de transmisión. De hecho, esto ocurre cuando la comparación entre la

señal demodulada y la de transmisión se comparan y de acuerdo a que si es mayor o no, se envía el bit. En la fig. 6.9.1 vemos el diagrama en bloques.

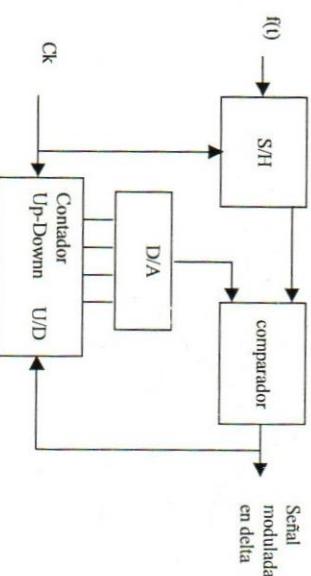


Figura 6.9.1

La  $f(t)$  es muestreada y retenida en el sample-hold y comparada con la señal delta que se transforma en analógica por el conversor A/D. La señal delta habilita el contador up-down, de tal manera que el nivel sube o baja a como sube o baja la  $f(t)$  de entrada. De donde se transmite la diferencia entre dos muestras sucesivas. La fig. 6.9.2 representa la señal de salida en PCM y la comparación entre la entrada y la salida demodulada.

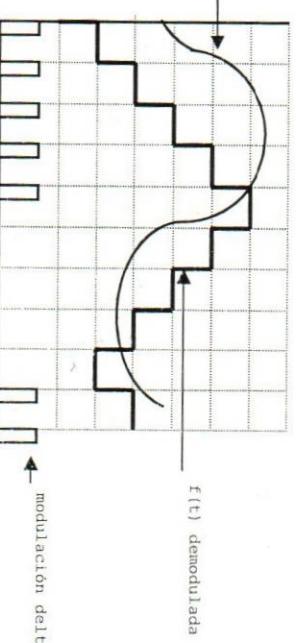


Figura 6.9.2

La señal delta, no necesita ningún código, simplemente con un solo bit se digitaliza la información. La demodulación es sencilla ya que la señal habilita un contador up-down, donde el conversor D/A, con la ayuda del filtro entrega la  $f(t)$  original. La fig. 6.9.3, muestra el diagrama en bloque de demodulador, que es igual al que se coloca en el transmisor.

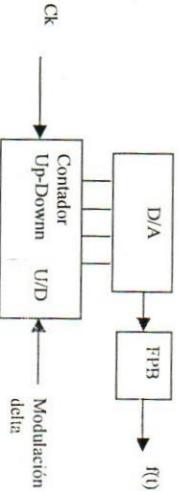


Figura 6.9.3

A tal efecto necesitamos encontrar el tamaño más óptimo del escalón de cuantificación, de manera de que no predomine ninguno de los dos ruidos.

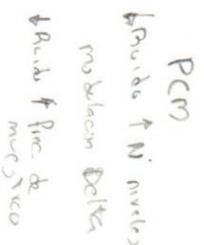


Figura 6.10.1

El tamaño del escalón determina cual ruido predominará, para lo cual se debe encontrar un tamaño óptimo que permita obtener la mejor relación señal/ruido. La fig. 6.10.2, grafica el efecto de ambos ruidos en función del tamaño del escalón de cuantificación  $k$ .

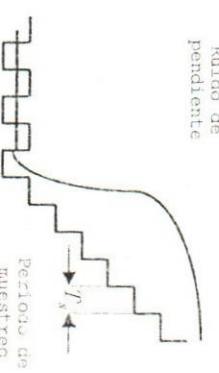


Figura 6.10.2

De la misma manera que en PCM, en esta técnica el ruido se genera a causa de que la señal diferencia es cuantificada en dos niveles, aparece un ruido granular o cuantificación similar a PCM. Al contrario de PCM, donde el ruido podía disminuirse aumentando el número de niveles de cuantificación, ahora solo puede reducirse muestreando la señal con mayor frecuencia.

La mayoría de los sistemas delta muestrea con velocidades superiores a la tasa de Nyquist que se usa en PCM. Es posible expresar que el tamaño del escalón es bastante importante, ya que para valores pequeños no puede seguir a la señal y se produce un error de pendiente o ruido de sobreagregación, y si el valor es grande con pendientes bajas o con niveles de continua se presenta ruido de cuantización, tal como se ve en la fig. 6.10.1

Ruido de pendiente  
Ruido de muestreo

## 6.10. Análisis del ruido en la modulación delta

### 6.11. Cálculo del escalón óptimo

Consideremos que tenemos una señal de prueba

$$f(t) = A_m \operatorname{Sen}(\omega_m t) \quad [6.11.1]$$

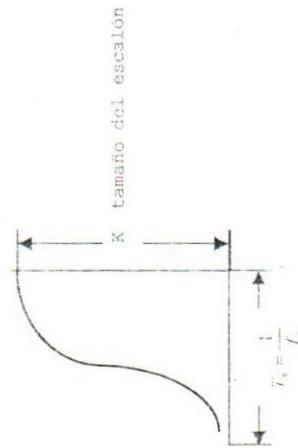
Para obtener el valor máximo de esta señal, se la derivó y calculamos el valor para  $t = 0$

$$\frac{df(t)}{dt} = A_m \omega_m \operatorname{Cosec}_m t = 0 \quad [6.11.2]$$

El valor máximo será:

$$A_m \omega_m = A_m \cdot 2\pi \cdot f_m \quad [6.11.3]$$

Tomaremos como frecuencia de muestreo una  $f_s > f_m$  si relacionamos la pendiente que podría tener la señal tomando el período de muestreo y el tamaño del escalón, lo podríamos relacionar con la pendiente que debería tener y según se ve en la fig. 6.11.2



La pendiente de la codificación se obtendrá del cociente de la amplitud del escalón y el período de muestreo.

$$\text{pendiente} = \frac{K}{T_s} = K \cdot f_s \quad [6.11.4]$$

Donde si la igualamos a la pendiente de la señal de la 6.11.3

$$A_m \cdot 2\pi \cdot f_m = K \cdot f_s \quad [6.11.5]$$

Tomando como frecuencia de muestreo diez veces la frecuencia modulante y reemplazando en la 6.11.5

$$A_m \cdot 2\pi \cdot f_m = K \cdot 10 \cdot f_m$$

$$K = \frac{2\pi \cdot A_m}{10} \quad [6.11.7]$$

No obstante esto no es la solución total ya que la  $f(t)$  es totalmente aleatoria y no se puede calcular con exactitud el  $K$  adecuado. Se suele trabajar con técnicas delta adaptativa que en general, varían la amplitud del escalón en función de la pendiente.

### 6.12. Múltiplex por división de tiempo (TDM)

El hecho de muestrear y digitalizar una señal, nos permite colocar en los espacios vacíos de tiempo otras muestras, correspondientes a otras señales. Esto se observa en la Fig. 6.12.1, donde  $f_1(t)$  y  $f_2(t)$ , son dos señales que son muestradas de manera instantánea y transmitidas simultáneamente.

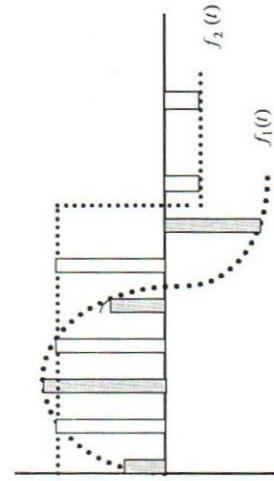


Figura 6.12.1

Supongamos que vamos a multiplexar diez canales telefónicos. El canal telefónico según las normas UIT-T(ex CCITT), va desde 300 hasta 3400 Hz, lo que implica un ancho de banda de 3100 Hz. La frecuencia de muestreo es algo mayor que el doble y se toma 8 Kmuestras por segundo a cada canal.

Asumimos que el sistema es ideal, esto significa que por cada dos muestras de señal se ocupa un Hz de ancho de banda. De tal manera que dada una señal digitalizada, el ancho de banda que ocupará será la mitad de la velocidad de la señal digital.

Si analizamos el período de muestreo (125 μs), deben entrar en el mismo las 10 muestras PAM, que ocuparán 12.5 μs cada una. La fig. 6.12.2 nos muestra un esquema de cajas donde lo primero que se hace es pasar las  $f(t)$  por filtros pasa banda, a efectos de asegurar el ancho de la señal para ser compatible con el muestreo. Luego se muestrean, cuantificada y codificada en este caso en PCM con cuatro bits, durando cada bit 3.125 μs.

$$V_{PAM} = freq. de muestreo \times n^o de canales = 8000 \frac{muestros}{canal} \times 10 \frac{canal}{segundo} = 80000 \frac{muestros}{segundo} \quad [6.12.3]$$

El ancho de banda considerando el canal ideal será:

$$B_{PAM} = \frac{V_{PAM}}{2} = 40 KHz \quad [6.12.4]$$

Figura 6.12.2

Se debe tener en cuenta que, siendo el sistema ideal en la trama de  $125\ \mu s$  entrarán las 10 muestras en PAM, tal como se ve en la fig. 6.12.3, donde también encontramos en concordancia el gráfico correspondiente a PCM.

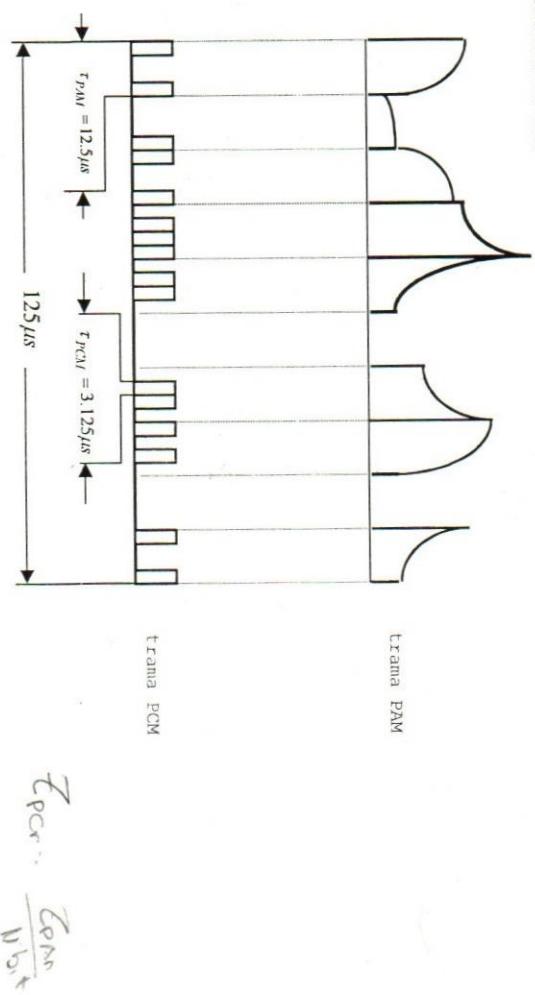
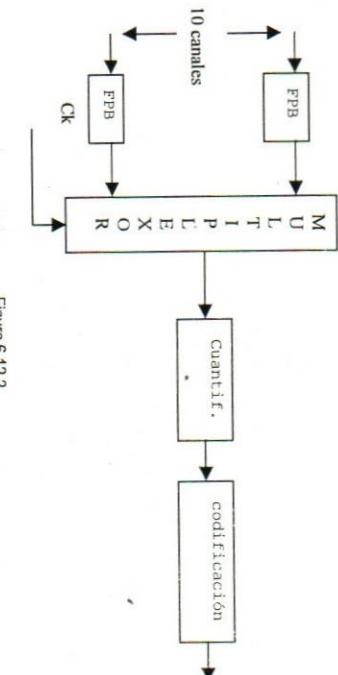


Figura 6.12.3

Sabiendo que son 8000 tramas por segundo, analizando la trama PAM, la velocidad en PAM, será:

$$V_{PAM} = \frac{muestras}{trama} \cdot \frac{tramas}{seg} = 10 \times 8000 = 80000 \frac{muestras}{segundo} \quad [6.12.1]$$

$$[6.12.2]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} V_{PAM} = \frac{1}{trama} = \frac{1}{12.5\ \mu s} = 80000 \frac{muestras}{segundo} \\ V_{PCM} = \frac{muestras}{trama} \cdot \frac{tramas}{seg} = 80000 \frac{muestras}{segundo} \end{array} \right.$$

### 6.13. Formación del multiplexado

Los sistemas de transmisión son tanto más veritables cuanto mayor es el número de canales que se puedan agrupar. Es por esta razón por la cual se agrupan los canales de manera escalonada de tal manera que se los pueda distribuir en función de puentes en el nivel de agrupamiento determinado. La estructura es tal que se multiplexan en el tiempo canales codificados en PCM, que constituyen en bandas básicas que pueden si se lo desea ser moduladas.

En 1962 en EEUU y en Japón se normalizó una estructura jerárquica que agrupa en el primer nivel 24 canales. En el 68 Europa generó una estructura jerárquizada de inicio de 32 canales (es la que se usa en nuestro país).

Esta estructura toma 30 canales que se utilizan para comunicación y dos más para sincronismo y señalización. Por ello se la define como 30 + 2 canales.

Se muestrea cada canal con 8 Kmuestras / segundo y con cuantificación no uniforme, ley A, se codifica en PCM con 8 bits.

Por ello la velocidad de los 30 canales en PCM, aplicando los conceptos de TDMA:

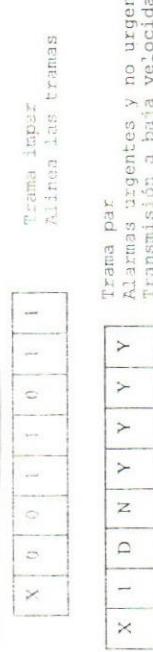
$$V_{PCM} = 32 canales \times 8 bits/muestra \times 8 \frac{bits}{segundo} = 204800 \frac{bits}{seg} \quad [6.13.1]$$

La estructura de estos canales multiplexados es como sigue:



Figura 6.13.1

El canal 0 trae el sincronismo de la trama en las tramas impares y en las pares alarmas y la posibilidad de comunicarse a baja velocidad. La forma de distribución se muestra en la fig. 6.13.2



Dígito de servicio para alarma urgente cuando D = 1

Número de servicio para alarma no urgente cuando N = 0

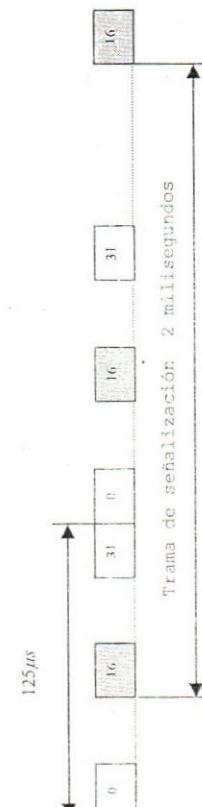
X: bit reservado para uso internacional

Y: bits reservados para que el usuario transmita a baja velocidad

Figura 6.13.2

En el canal 16, se transmite la información de serialización correspondiente a cada canal telefónico. A cada canal telefónico se le asignan cuatro bits, por lo cual por cada trama se pueden serializar dos canales telefónicos. Esto significa que por cada quince tramas PCM, se serializan todos los 30 canales, pero es necesario utilizar una trama más para indicar la palabra que sincroniza la serialización.

Por ello la serialización se cumple cada 16 tramas PCM, lo que implica que tarda 16 por 125 micro segundos, es decir 2 milisegundos. Esto se representa en la fig. 6.13.3, donde además se indica el formato de la palabra de sincronismo de serialización



La trama empieza con la palabra de sincronismo de serialización

0	0	0	0	D	N	1
---	---	---	---	---	---	---

D: en 1 alarma urgente

N: en 0 alarma no urgente

Figura 6.13.3

Después de esta palabra, se serializan con cuatro bits cada canal, siguiendo este orden: 1-31,2-17, 3-18,4-19,.....15-30.

Estas señales, se las sigue agrupando en nuevas jerarquías, es decir en nuevas velocidades. En estas normas se siguen agrupando de a cuatro velocidades, creando una nueva jerarquía.

Atento a esto es conveniente decir que estas cuatro velocidades de los tributarios, por ejemplo los de 2,048 Mbit/s / segundo, tienen márgenes de tolerancia del orden de  $\pm 5 \cdot 10^5$  Kbit / segundo, por lo que no se las puede llamar sincrónicas y por ello se las define como plesiocronas.

Para poder atender estos conceptos el reloj del sistema debe agregar nuevos pulsos para asegurar la adaptación de las cuatro nuevas señales.

La estructura de jerarquías se la visualiza en la fig. 6.13.4

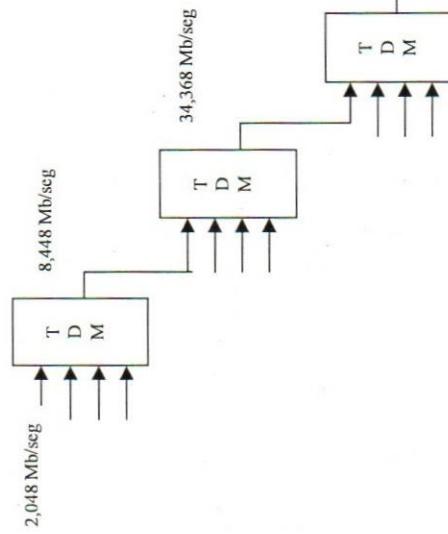


Figura 6.13.4

#### 6.14. De los pulsos y la interferencia entre símbolos

En la recuperación de una función de pulsos, se considera el filtrado como ideal. De tal manera que la salida de estos filtros determina una respuesta en forma de Sinc(x) y con la escala apropiada, se logra que los pulsos no se interforen ya que el espaciamiento entre pulsos según  $6.17 \text{ es } \frac{1}{2f_m}$ .

En la práctica, no existe la sincronización perfecta entre el transmisor y el receptor ni el comportamiento ideal de los sistemas ni de los canales. Esto significa que los pulsos se solapen y en

el caso de señales multiplexadas, esto produce confusión entre canales que se la denomina interferencia entre símbolos (ISI).

Como el filtro ideal es físicamente irrealizable, se tratará de aproximar el filtrado tan cerca como sea posible del ideal. En general la ISI puede disminuirse aumentando el ancho de banda, pero esta es una solución poco útil, para lo cual se deberá diseñar los filtros minimizando esta ISI.

Una buena aproximación al ideal se logra con las funciones de Nyquist, que logran tener ceros en todos los múltiplos de un intervalo de referencia menos para le origen.

Una muy conocida es la del coseno realizado, que mantiene una amplitud plana para bajas frecuencia y una atenuación con forma senoidal alrededor de la frecuencia de corte. La ecuación será:

$$H(\omega) = 1 \rightarrow 0 \leq |\omega| \leq (1 - \varphi) \omega_1$$

- [6.14.1]
- $$\left\{ \begin{array}{l} \varphi = 0 \text{ ideal} \\ 0 < \varphi < 1 \text{ seno realizado} \\ \varphi = 1 \text{ coseno realizado} \end{array} \right.$$

El parámetro  $\varphi$ , representa el exceso de ancho de banda por encima del ancho de banda ideal, dividido por el ancho de banda ideal, denominado coeficiente de pendiente o roll-off, expresado matemáticamente como: (ver la fig. 6.14.1)

$$\varphi = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_1} \quad [6.14.2]$$

La respuesta en el tiempo para la 6.14.1 será una función sinc(x):

$$h(t) = \left( \frac{\operatorname{Sen} \omega_1 t}{\omega_1 t} \right)^2 \left[ \frac{\cos \varphi \omega_1 t}{1 - \left( \frac{2 \varphi \omega_1 t}{\pi} \right)^2} \right] \quad [6.14.3]$$

Los canales son modelados por la presencia de filtros que le dan su caída, por ejemplo el roll-off para las fibras ópticas es del orden de 0.6. Para los radioenlaces muy cerca de 0.4. Es importante recordar que en este caso el modelado lo fija la etapa de RF del receptor. En el caso del canal telefónico se usaba 0.291, en la actualidad por norma el valor es de 0.1.

Ejemplo 6.14.1 Modelando el canal telefónico

Para el caso de que  $\varphi = 1$ , la  $H(\omega)$  será:

$$H(\omega) = \frac{1}{2} \left( 1 + \cos \frac{\pi \omega}{2 \omega_1} \right) \rightarrow |\omega| \leq 2 \cdot N$$

$H(\omega) = 0$  para otra situación 6.14.4

Dado un canal telefónico con normas UTR-T, con porcentaje de caída senoidal 29.1 %.

Determinar:

- a) frecuencia central del canal.
- b) las frecuencias para mitad de la amplitud.
- c) ancho de banda a -6dB.
- d) gráfica amplitud-frecuencia del canal.

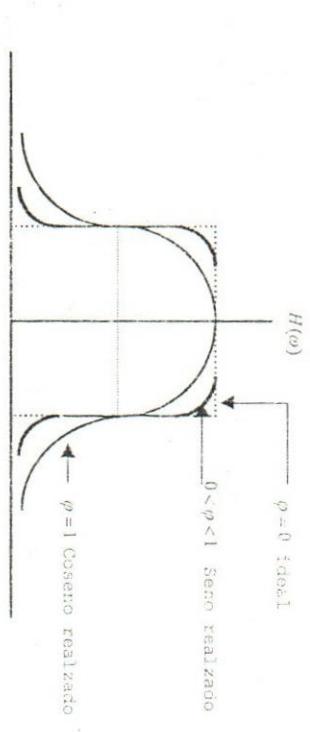


Figura 6.14.1

En general para diversos valores del roll-off la respuesta sigue approximándose a una función  $\operatorname{Sinc}(x)$ , con diferentes caídas para la atenuación. La de caída más suave es cuando el coeficiente vale 1, lo que implica el doble de ancho de banda. El ancho de banda base de una señal digital analizado en 6.4 expresaba que es la mitad de la velocidad cuando el sistema es ideal, valor que se incrementa en función del roll-off, tal que:

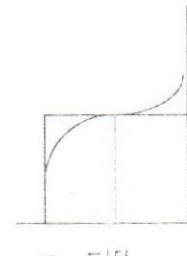
$$B = \frac{v}{2} (1 + \varphi) \quad [6.14.5]$$



- Resuestas:*
- El canal se ubica entre 300 y 3400 Hz, centrado en 1850 Hz.
  - El roll-off se obtiene de 6.14.2

$$\varphi = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_1}$$

Llevando el modelo al centro en el eje de frecuencias,



Dónde:

$$\begin{aligned} \varphi &= 0.291 \\ \omega_2 &= 1550 \text{ Hz} \end{aligned}$$

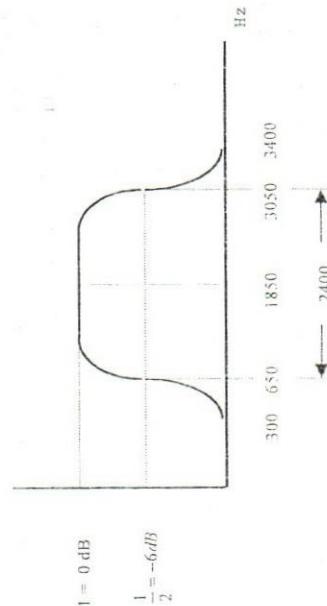
El valor de  $\omega_1$  será:

$$\omega_1 = \frac{\omega_2}{1 + \varphi} = \frac{1550}{1.291} \approx 1200 \text{ Hz}$$

Este valor debe proyectarse a ambos lados de la frecuencia central de 1850 Hz, siendo estos valores

$$\begin{aligned} 1850 + 1200 &= 3050 \text{ Hz} \\ 1850 - 1200 &= 650 \text{ Hz} \end{aligned}$$

- a) El ancho de banda a  $-6 \text{ dB}$ , es evidentemente el doble de los 1200 Hz, por lo tanto será 2400 Hz.  
b) La gráfica será:



En la fig. 6.16.1, se los representa, para una misma secuencia de 1010101.

### 6.15. Codificación en línea

Antes de ingresar la señal PCM al modulador se suelen elegir diferentes formas de adaptar la información, dependiendo del tipo de modulación y de demodulación y otras restricciones tales como el ancho de banda, complejidad del receptor, etc.

En general la mayor problemática aparece en algunos factores tales como el ancho de banda, la componente continua, la interferencia intersímbolo y el jitter.

La componente continua debe ser eliminada puesto que complica el nivel de decisión en la regeneración de los pulsos y significa una constante disipación de potencia. Se la suele transmitir cuando se desea alimentar algún sensor de medición desde la misma señal. Se la puede eliminar transmitiendo las marcas alternadas

El ancho de banda de la señal debe ser el mínimo posible por ello una codificación debería tener una composición espectral lo más baja posible, esto implica pulsos anchos. Sin embargo, para señales de igual velocidad aproximamos el ancho de banda de esa señal en función de la 6.4.15.

La interferencia intersímbolo (ISI) fue tratada en el punto 6.14 desde el punto de vista del modelado del canal y se puede agregar además que los pulsos angostos tienen baja ISI.

El jitter es el temblequeo, que sufre la señal al perderse el sincronismo. La misma señal se constituye en el sincronismo y cuando aparece una sucesión de ceros muy grandes los PLL's no alcanzan a ajustarse y no pueden demodular la señal, eso se manifiesta en el jitter que sufre la señal.

Por ello se realizan algunas codificaciones a la señal en PCM, que intentan solucionar estos inconvenientes. El código que se utiliza es el HDDB3 (alta densidad binaria con un máximo de tres ceros seguidos).

A efectos de poder analizar este código, se presentarán de una manera descriptiva algunos códigos de uso frecuente que servirán como referencia para el HDDB3.

Algunos de los más usados son:

NRZ (Non return to zero)  
RZ (Return to Zero)  
AMI (Alternate Mark Inversion) con dos variantes 1:1 y 1:2

1º.-El código es siempre AMI 1:2. Deja de serlo cuando aparecen cuatro ceros seguidos.  
2º.-En el momento en que aparecen cuatro ceros seguidos tiene dos formas de responder eliminando ceros y reemplazándolos por marcas a saber:

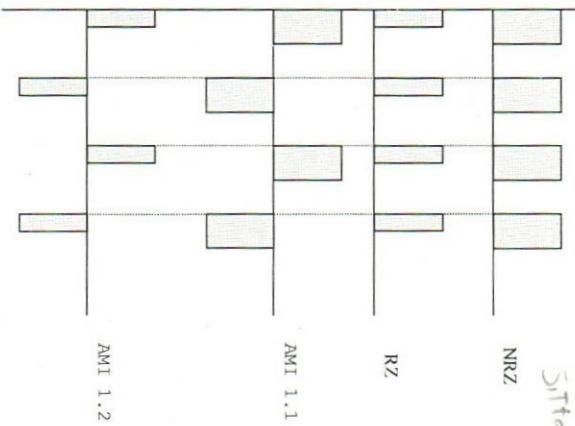


Figura 6.16.1

En el NRZ, el tiempo de duración de los unos y los ceros es igual, tiene una componente continua grande, la composición espectral es baja por ser ancho los pulsos, pero por ese motivo hay ISI, ya que se interfiere fácilmente, no soluciona el jitter.

En el RZ, la duración de los unos es corta, eso disminuye la continua pero no la elimina, la composición espectral es grande ya que los pulsos son angostos, por esa razón no tiene ISI, pero no soluciona el jitter.

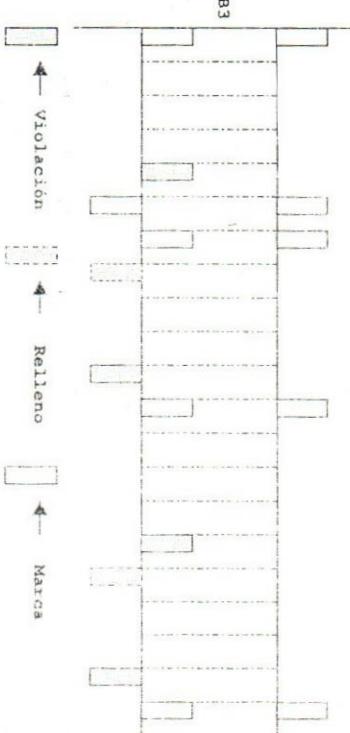
El AMI es simplemente invertir las marcas de manera alternada y por eso se elimina la continua. Existen dos variantes hacerlo para el NRZ en cuyo caso se lo llama AMI 1:1 y agrega a las propiedades del RZ el de eliminar la continua y la otra variante es hacerlo al RZ en cuyo caso se llama AMI 1:2 y se agrega a las propiedades del RZ el de eliminar la continua.

Ninguno elimina el jitter y si al ancho de banda lo analizamos a partir de la mitad de la velocidad tal como se lo expresa en la 6.4.15, el de mejor performance sería el AMI 1:2, al cual habrá que solucionar el problema del jitter.

Esto lo soluciona el HDB3, que es un código AMI 1:2, que cuando aparecen ceros seguidos los reemplaza con marcas adicionales que no cambian la velocidad y mantiene el sincronismo. Se agregan de una manera que luego de recuperar el sincronismo se las pueda eliminar.

## 6.16. Código HDB3

Este tipo de código es siempre AMI 1:2, pero cuando aparecen cuatro ceros seguidos los reemplaza por marcas que después se las puede eliminar. Las reglas son las siguientes:



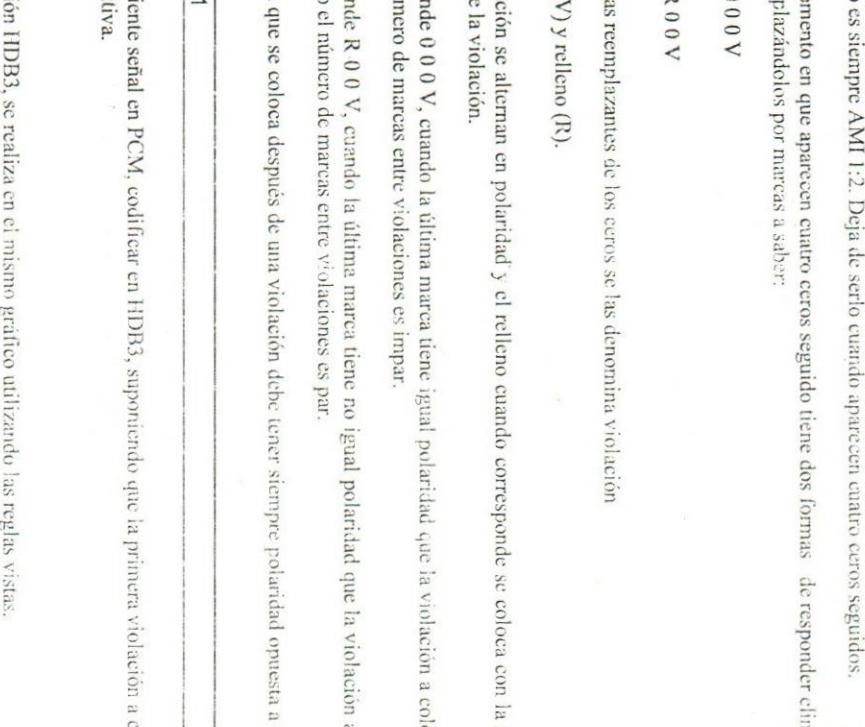
Ejemplo 6.16.1

Dada la siguiente señal en PCM, codificar en HDB3, suponiendo que la primera violación a colocar debe ser positiva.

**Respuesta**

La codificación HDB3, se realiza en el mismo gráfico utilizando las reglas vistas.

Señal binaria  
a codificar



Guía de Actividades N° 6

Para la eliminación de las marcas se ve claramente que cuando aparecen dos marcas seguidas de igual polaridad la segunda debe ser descartada por ser violación y se debe contar la distancia entre esas dos marcas. Cuando al distancia son dos ceros se debe descartar es marca por que es relleno y si es más de dos ceros se la considera marca.

- Actividad 6.1  
Desarrolle analítica y gráficamente el teorema del muestreo ideal.

Actividad 6.2  
Desarrolle analítica y gráficamente la obtención de la función original a partir de sus muestras.

Actividad 6.3  
Desarrolle analítica y gráficamente el teorema del muestreo natural y el instantáneo.

Actividad 6.4  
Enuncie una clasificación de las diversas técnicas de modulación por pulsos, indicando sus principales características.

Actividad 6.5  
Implemente un diagrama en bloques para obtener PPM y PDM.

Actividad 6.6  
Idem anterior para demodular PPM y PDM.

Actividad 6.7  
Realice un estudio del ruido en las técnicas PAM, PPM y PDM.

Actividad 6.8  
Defina la técnica PCM.

Actividad 6.9  
Implemente un diagrama en bloques para obtener PCM de un canal.

M. Nandu  
1962

200

۲۰۷



# 7

## Actividad 6.25

Dadas cuatro señales analógicas limitadas en banda en 10 KHz. Estas son multiplexadas y codificadas en PCM con 4 bits y cuantificación uniforme.

Determinar:

- Un esquema en bloques de la multiplexación.
- La frecuencia de muestreo mínima.
- La velocidad y el ancho de banda en PAM.
- Una gráfica de la terna PAM.
- La velocidad y ancho de banda en PCM con roll-off 12,5 %.
- Una gráfica de la terna PCM.

## Actividad 6.26

Modelar y graficar un canal telefónico UJT-T, con roll-off del 10 %.

## Actividad 6.27

24 señales de entrada cada una limitadas en banda a 3,3 KHz, se muestran a una tasa de 8 Kmuestras / seg. y multiplexadas en el tiempo. Calcule el ancho de banda mínimo necesario para transmitir.

- PCM de 5 bits.
- PCM de siete bits.
- Repite ambas consignas si se codifica en AMI.

## Actividad 6.28

Suponga que el ancho de banda disponible en un canal telefónico con roll-off = 0,5 es de 2400 Hz y que se usa PCM/AM. ¿Cuál será la máxima velocidad con que se puede transmitir la señal binaria?

## Actividad 6.29

La siguiente señal en PCM debe ser codificada en HDB3

1 1 0 0 | 0 0 0 | 0 0 1 1 | 1 0 0 0 | 0 1 1 0 | 0 0 0 1

- Complete la codificación realizando una gráfica con la señal en PCM y la codificación propuesta.
- Explique de que manera realiza la decodificación.

## Objetivos

- ♦ Comprender los conceptos de la modulación digital en todas sus variantes
- ♦ Comprender los conceptos de demodulación digital en todas sus variantes
- ♦ Interpretar las técnicas de modulación y demodulación multivivel.
- ♦ Comprender la problemática del cálculo del ancho de banda de estas técnicas, manteniendo las unidades de velocidad en bits/seg. y en Baudios.
- ♦ Aplicar dichos conceptos en la resolución de problemas y casi casos en el área.

## Contenidos

- Modulación ASK
- Demodulación sincrónica de ASK
- Demodulación no sincrónica de ASK
- Modulación FSK
- Demodulación de FSK
- Modulación PSK
- Demodulación PSK
- Modulación multinivel NASK
- Modulación multinivel 4PSK
- Demodulación de 4PSK
- Modulación de 8PSK
- Demodulación de 8PSK
- Técnica 16PSK
- Modulación 8QAM
- Demodulación 8QAM

## Modulación 16QAM

## Diferencial PSK

## Guía de actividades Nº 7

Obtenida la banda base digital, con la correspondiente multiplexación, para transmitirla se puede modular por amplitud por frecuencia o por fase a la portadora. Para las señales discretas en tiempo discreto, es decir las que denominamos digitales, utilizaremos la notación  $f_d(t)$  a efectos de mantener una notación compacta.

Cuando la modulación es por amplitud, se la denomina ASK (amplitude shift keying). Para obtenerla se multiplica la banda base por una portadora cuadroidal tal como se ve en la fig. 7.1.1

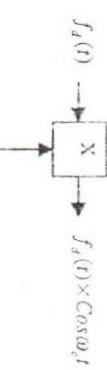


Figura 7.1.1

Siendo la función digital formada con unos y ceros el producto resultante dará existencia o no de la portadora por lo cual se la denomina función de encendido y apagado (OOK). De tal manera que:

$$\phi_{ook} = f_d(t) \cdot \cos \omega_c t$$

[7.1.1]

Debido a que esta función es creada por el producto temporal se la puede asociar a doble banda lateral con portadora suprimida y la representación en el tiempo se ve en la fig. 7.1.2

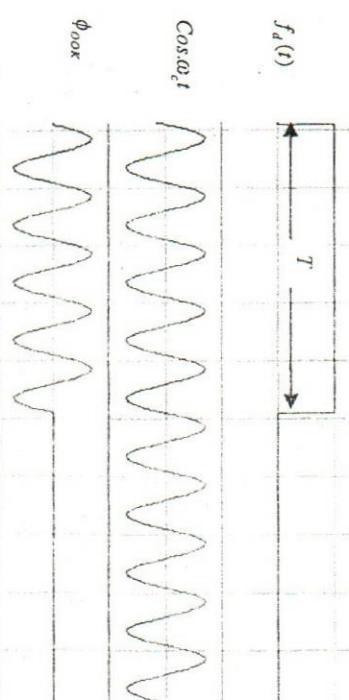


Figura 7.1.2

De donde a nivel genérico la función de transmisión, se la puede expresar,

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_{ook} = A_c \cos \omega_c t \quad 0 < t < T \\ \phi_{ook} = 0 \quad \text{para otro valor de } t \end{array} \right.$$

[7.1.2]

El análisis en frecuencia surge de realizar de manera genérica la transformada de la 7.1.1

$$\Phi_{OOK} = \frac{1}{2} [F(\omega + \omega_e) + F(\omega - \omega_e)] \quad [7.1.3]$$

La representación en frecuencia se puede ver en la fig. 7.1.3

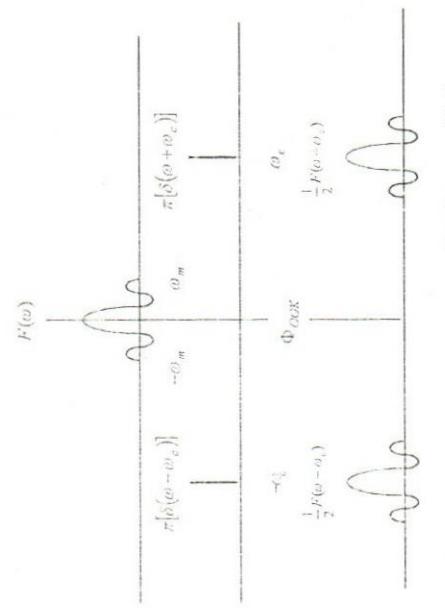


Figura 7.1.3

La composición espectral de la banda base aparece simétricamente repetida a ambos lados de la portadora, ocupando un ancho de banda igual al doble del ancho de banda base. El ancho de banda base de una señal digital está expresado en la 6.14.5, de donde el ancho de banda de la señal en OOK será:

$$B_{OOK} = 2 \left[ \frac{v}{2} (1 + \varphi) \right] \quad [7.1.4]$$

Podemos decir que la señal resultante puede expresarse vectorialmente la fig. 7.1.4

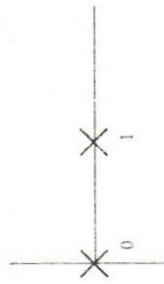


Figura 7.1.4

Se ve claramente que la representación indica que hay portadora cuando aparece la señal y no la hay cuando la señal es cero.

## 7.2. Demodulación sincrónica de ASK

La forma de obtener la banda base resulta de la detección sincrónica, ya que la técnica fue por producto. De donde la señal modulada debe multiplicarse nuevamente por la portadora. Los bloques del proceso se ven en la fig. 7.2.1

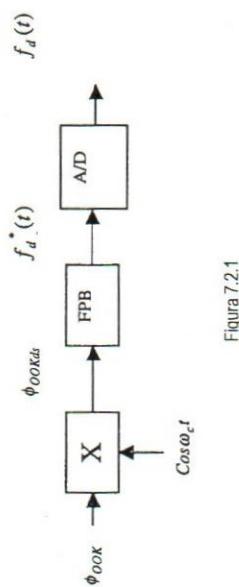


Figura 7.2.1

La expresión de la señal detectada en el tiempo

$$\phi_{OOK} = \phi_{OOK} \cdot \cos \omega_c t = f_d(t) \cos^2 \omega_c t = \frac{1}{2} f_d(t) + \frac{1}{2} f_d(t) \cos 2\omega_c t \quad [7.2.1]$$

El primer término representa la banda base y el segundo una nueva modulación en doble banda lateral con portadora suprimida en segunda armónica de la frecuencia de portadora. Por ello el filtro elimina estas componentes y el regenerador obtiene la función original. El análisis temporal se visualiza en la fig. 7.2.2

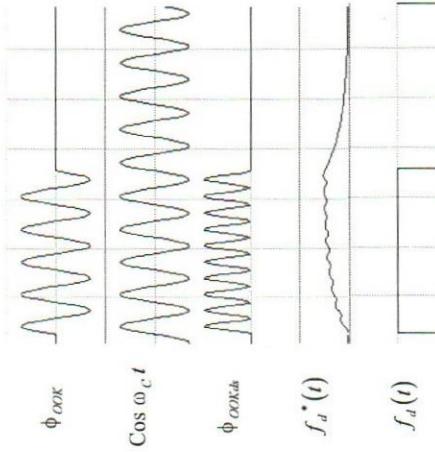


Figura 7.2.2

La composición espectral se obtendrá transformando la 7.2.1

$$\Phi_{OOKd} = \frac{1}{2} F(\omega) + \frac{1}{4} [F(\omega + 2\omega_e) + F(\omega - 2\omega_e)] \quad [7.2.2]$$

La representación gráfica se ve en la fig. 7.2.3



$\omega_c - \omega_m$        $\omega_c + \omega_m$



$\omega_c - \omega_m$        $\omega_c + \omega_m$



Figura 7.3.1

En la fig. 7.3.2, se presenta el análisis temporal del proceso.

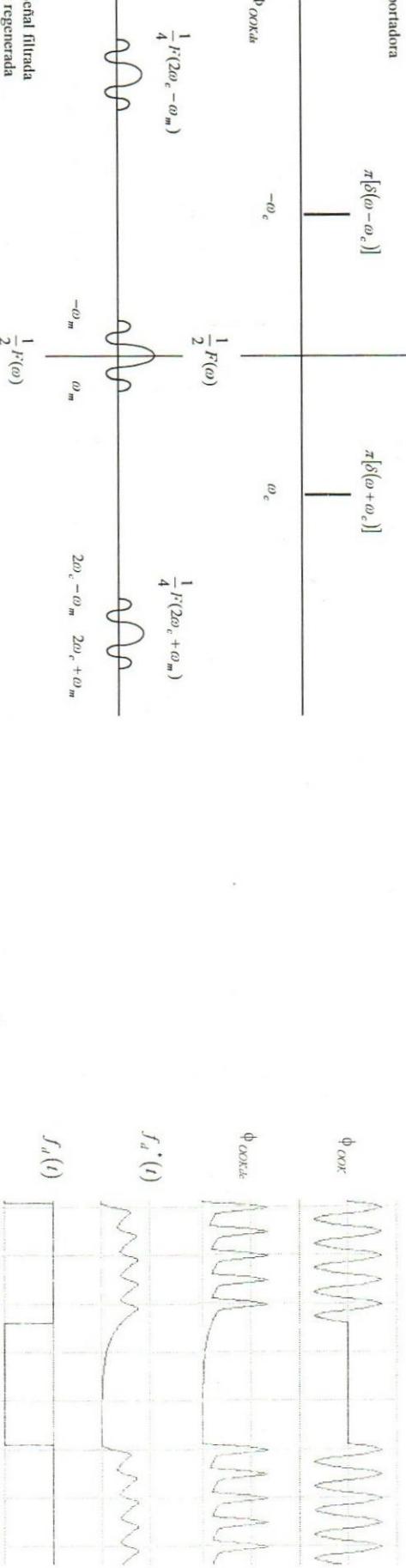


Figura 7.3.2

#### 7.4. Modulación FSK

En este caso la modulación es por frecuencia, (*frequency shift keying*) suponiendo una señal binaria de unos y ceros, se asigna una frecuencia para los unos y otra frecuencia para los ceros. El hecho es que se toma una portadora a la que se la desvía según la señal de entrada.

Se podría simplemente poner un bloques de VCO, pero a efectos de mejor interpretación de la modulación y para más adelante el estudio de la probabilidad de error, es que modelaremos esta técnica como dos sistemas de OOK. De tal manera que un modulador trabajará con un estado y otro modulador hará lo mismo con el otro estado binario. El diagrama se presenta en la fig. 7.4.1

- 7.3. Demodulación no sincrónica de ASK**
- Las señales de ASK, pueden ser detectadas por en vueltas aun habiendo sido generadas por producto ya que interesa la existencia de la señal y no la forma. Simplemente un detector, un filtro y un regenerador, se obtiene la banda base. El diagrama se ve en la fig. 7.3.1

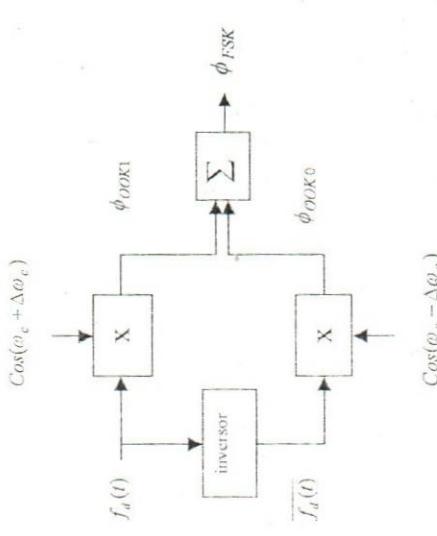


Figura 7.4.1

La inversión de la banda base transforma los ceros en unos de tal manera que cuando se realiza la multiplicación, estos salen representados por una frecuencia. El análisis temporal se ve en la fig. 7.4.2

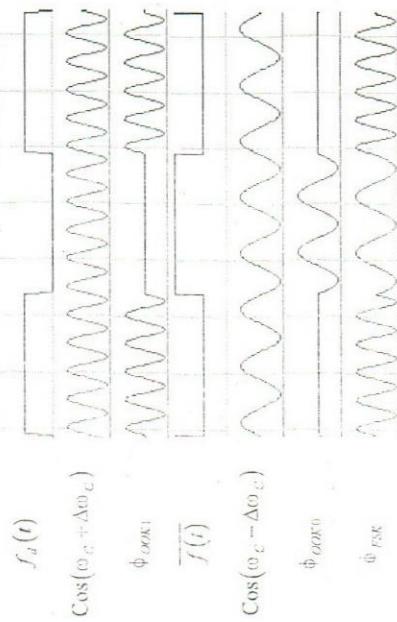


Figura 7.4.2

FSK, termina siendo una de OOK para los unos y otra OOK para los ceros.  
El análisis en frecuencia se puede observar en la fig. 7.4.3

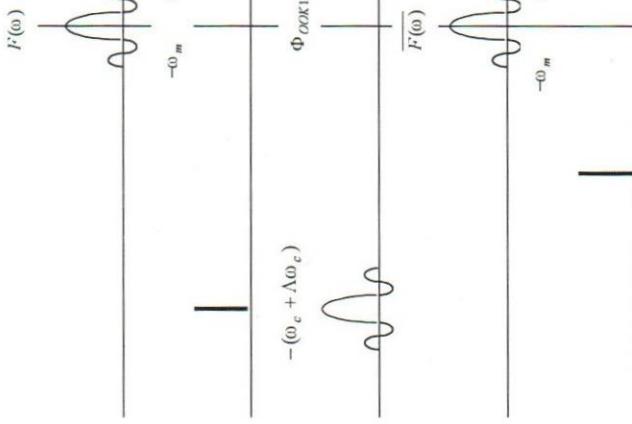


Figura 7.4.3

A efectos de cuantificar el ancho de banda de la señal en FSK, se representa detalladamente la ultima parte de la fig. 7.4.3, en la fig. 7.4.4

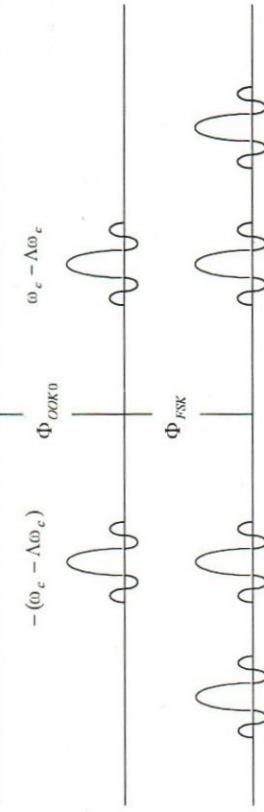


Figura 7.4.4

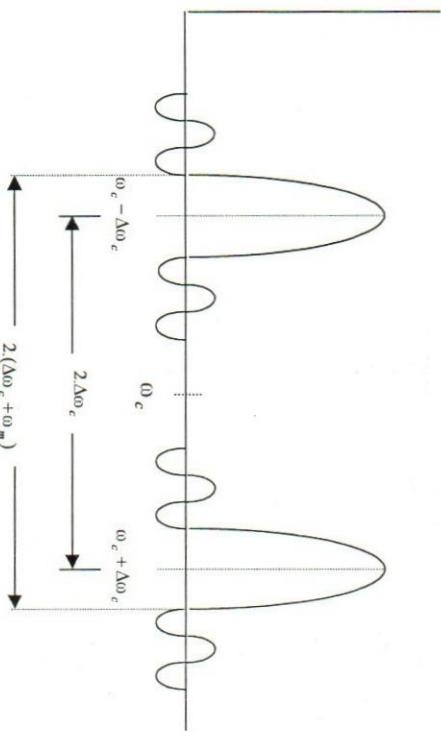


Figura 7.4.4

El ancho de banda de la señal modulada es dos veces la desviación de frecuencia mas dos veces el ancho de banda base, tal que

$$B_{FSK} = 2(\Delta\omega_c + \omega_m) = 2(\Delta f_c + B) \quad [7.4.1]$$

Definiendo el índice de modulación como el cociente entre la desviación de frecuencia y el ancho de banda base ( $m_f = \frac{\Delta f_c}{B}$ ), la 7.4.1 puede expresarse como:

$$B_{FSK} = 2B(m_f + 1) \quad [7.4.2]$$

## 7.5. Demodulación de FSK

Por la forma de generación de FSK, como dos técnicas de OOK, esta puede ser demodulada de manera sincrónica o no sincrónica. Se debe implementar una detección para los unos otra para los ceros y luego de invertir las dos detecciones se suman y se obtiene la banda base.

El diagrama de la detección sincrónica se presenta en la fig. 7.5.1 y la representación temporal en la 7.5.2

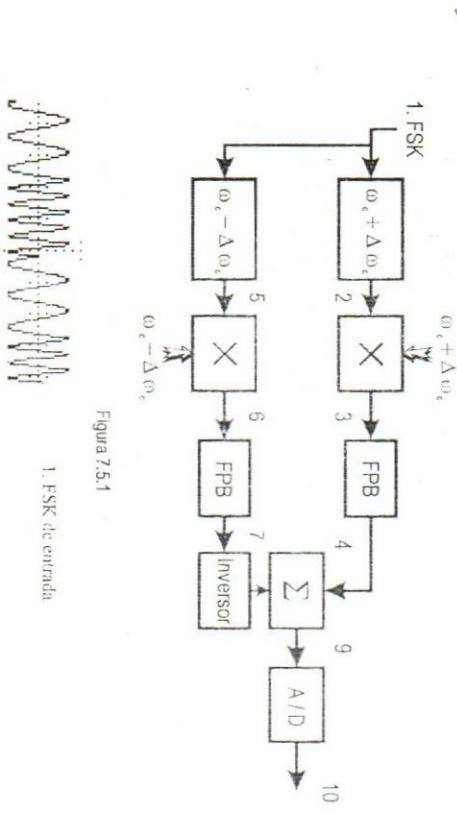
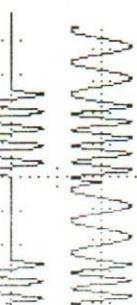


Figura 7.5.1



3. Función de OOK detectada sincrónicamente al multiplicar por  $\omega_c + \Delta\omega_c$   
OOK de los unos

4. Señal filtrada, aparece la banda base.

5. Señal filtrada dejá pasar  $\omega_c - \Delta\omega_c$ , es la OOK de los ceros

6. Función de OOK detectada sincrónicamente al multiplicar por  $\omega_c - \Delta\omega_c$

7. Señal filtrada, aparece la banda base invertida

8. Se invierte la señal anterior

9. Se suman las salidas de 4 y 8, se obtiene una banda base con el doble de amplitud

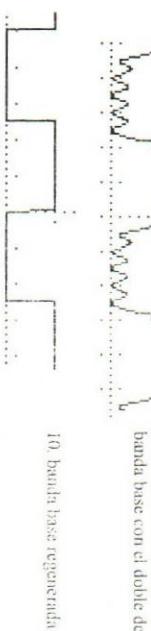


Figura 7.5.2

La representación en frecuencia se ve en la fig. 7.5.3.

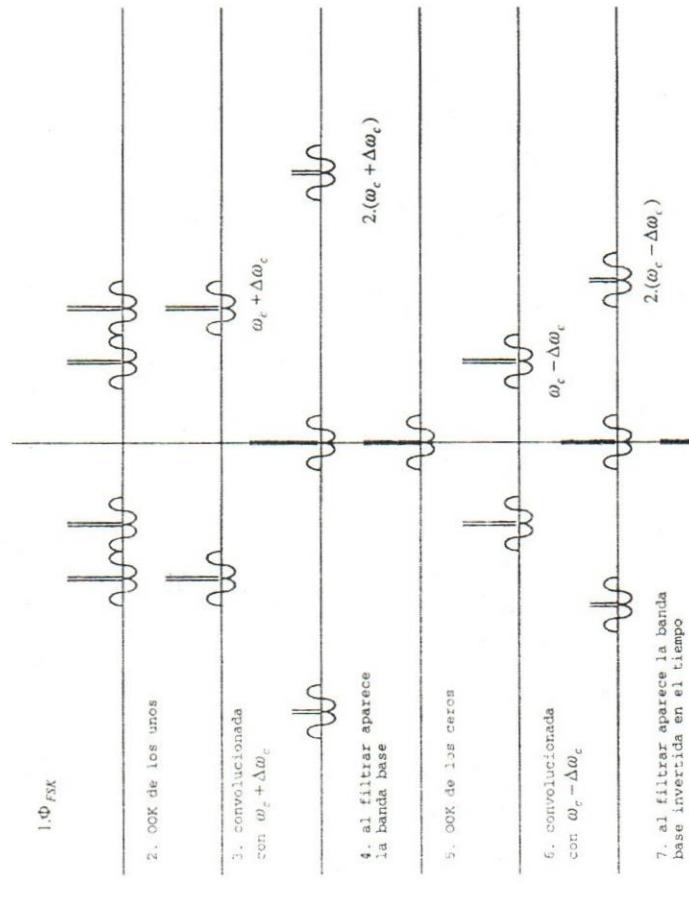
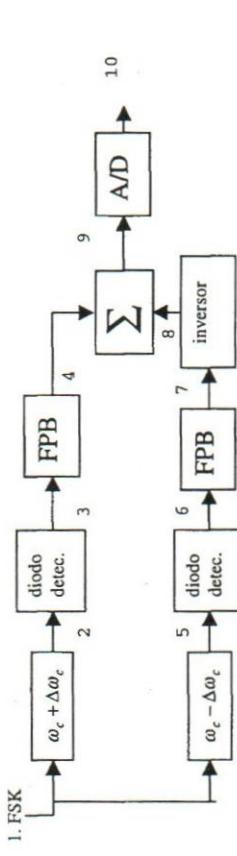


Figura 7.5.3



El análisis temporal se muestra a continuación en la fig. 7.5.5

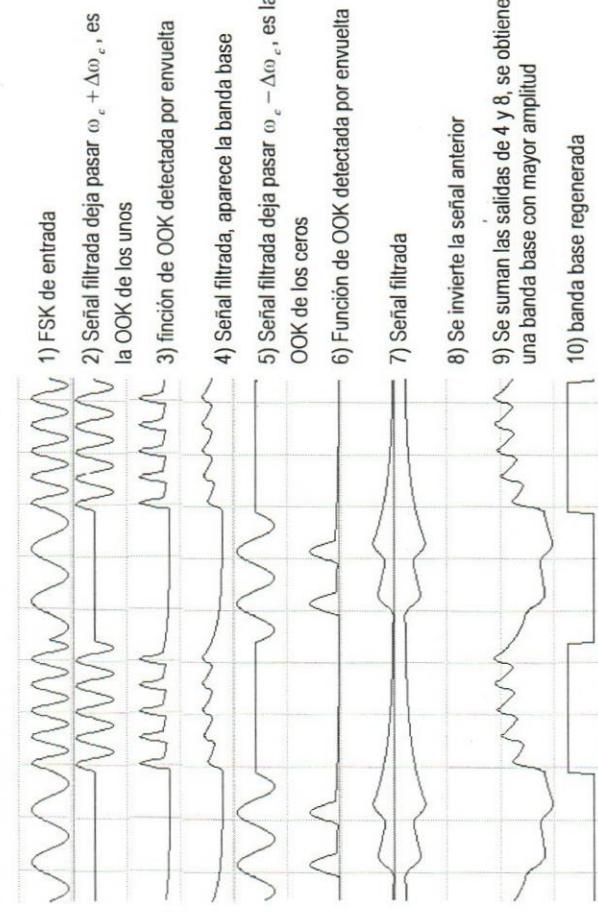


Figura 7.5.5

## 7.6. Modulación PSK

La información digital queda almacenada en las variaciones de fase de la portadora (phase shift keying). La banda base debe ser codificada de manera bipolar y luego multiplicarla por la portadora. El ancho de banda de la señal modulada es igual al de OOK. Tal que la función será:

$$\phi_{PSK} = f_{cod}(t) \cos(\omega_c t)$$

Siendo la  $f_{cod}(t) = \pm 1$ , de donde se puede expresar a la función de PSK, como una portadora con dos fases, de tal manera que será:

[7.6.1]

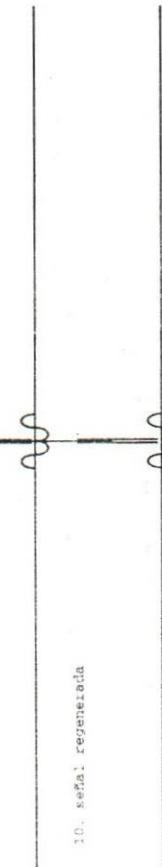


Figura 7.5.3

$$\phi_{PSK} = \pm \cos \omega_c t$$

[7.6.2]

La fig. 7.6.1, muestra el diagrama en bloques de la generación.

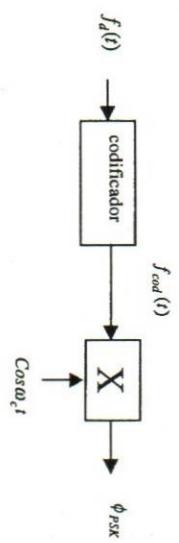


Figura 7.6.1

El análisis temporal se ve en la fig. 7.6.2

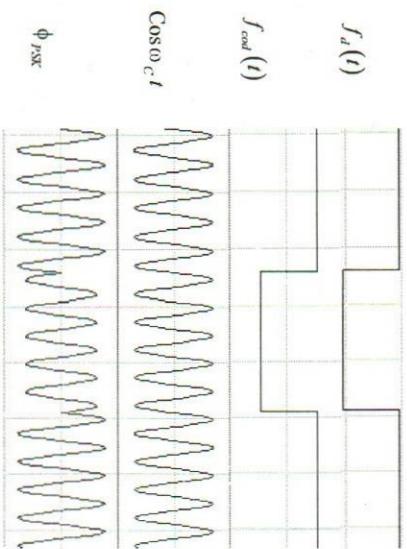


Figura 7.6.2

El análisis en frecuencia y el ancho de banda de la señal modulada es igual al de OOK. El diagrama de representación vectorial será una portadora con dos fases opuestas, tal como se ve en la fig. 7.6.3



Figura 7.6.3

### 7.7. Demodulación PSK

La única forma de demodulación de PSK, es sincrónica, es decir reinyectando la portadora en frecuencia y fase tal cual fue generada, puesto que si se intenta detección de envuelta solo se obtiene un nivel de continua. El diagrama en bloques es el siguiente (fig. 7.7.1)



Figura 7.7.1

El análisis de las formas de ondas en el tiempo se ven en la fig. 7.7.2.

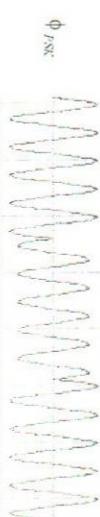


Figura 7.7.2

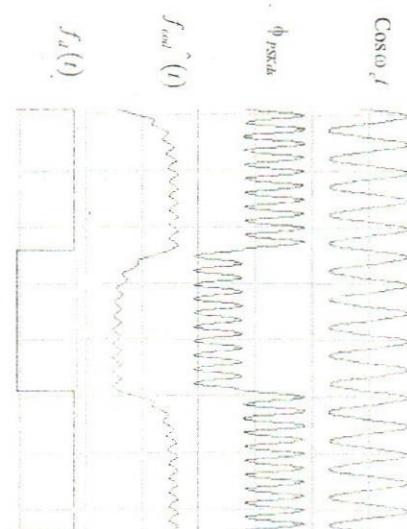


Figura 7.7.2

El problema de la detección sincrónica en esta técnica es que la portadora transmitida varía la fase y de esa manera no es posible ajustar el oscilador local en la fase y frecuencia de referencia. Entonces se utiliza el concepto de que una señal periódica con dos fases diferentes, tiene su segunda armónica en fase con la original.

En la fig. 7.7.3, se muestra una señal PSK y la segunda armónica luego de pasar esta por un no lineal y sintonía correspondiente.

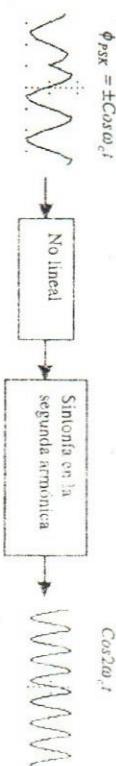


Figura 7.7.3

La reinyección se logra con un  $\frac{1}{2}L$ , donde aplicando estos conceptos se pasa la señal modulada por un no lineal y se sintoniza la armónica correspondiente. De tal manera que el oscilador controlado

por tensión genera la portadora original y la tensión de control se obtiene de la comparación de la segunda armónica de la modulada y la segunda armónica de la generada.

Este sistema se lo conoce como PLL de lazo cuadrático y su diagrama en bloques se presenta en la fig. 7.7.4

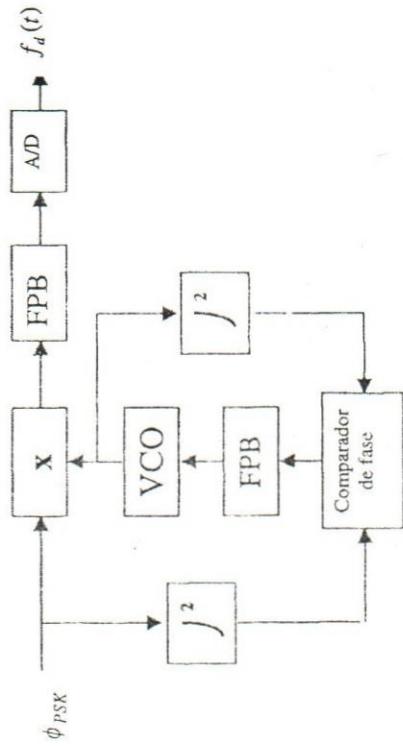


Figura 7.7.4

Con este concepto existen además otros demoduladores, tales como el de lazo de Costas y el remodulador.

Ejemplo 7.7.1

La salida de un sistema PCM, consiste en una secuencia binaria de pulsos con una velocidad de 2 Mbit/s/seg. Usando conformación coseno realizado para los pulsos.

Determinar los anchos de banda especiales que se requieren para:

- OOK.
- PSK
- FSK con dos portadoras en 100 y 104 MHz.

Respuestas

- $B_{OOK} = 2 \cdot \frac{V}{2} (1 + \zeta) = 2M(1 + 1) = 4MHz$
- Idem anterior.
- $\hat{B}_{FSK} = 2 \cdot (\Delta f_c + B) = 2 \cdot (2M + 2M) = 8MHz$

Si se agrupan bits en nuevas palabras de modulación es posible generar las denominadas técnicas multinivel.

**7.8. Modulación Multinivel NASK**

$$NASK = 4ASK$$

Supongamos una estructura donde la banda base digital pasa por conversor D/A, de dos a cuatro salidas y con esta nueva estructura se modula una portadora. De hecho que se obtendrá una portadora con cuatro niveles, denominada 4ASK.

¿Qué ventajas tendrá esta modulación? Comenzaremos analizando el diagrama en bloques de la fig. 7.8.1, tomando como señal de entrada una secuencia binaria típica como una cuenta de 0 a 3, tal como se ve en la fig. 7.8.2

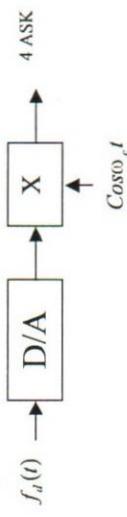


Figura 7.8.1

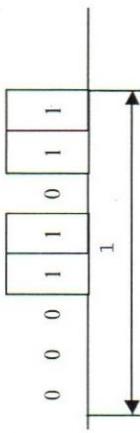


Figura 7.8.2

Esta secuencia pasará por el conversor D/A, generando cuatro niveles, que serán multiplicados por la portadora, quedando la portadora con cuatro niveles, en la fig. 7.8.3 puede verse la salida del D/A y la señal ya modulada.

Secuencia

Salida del D/A

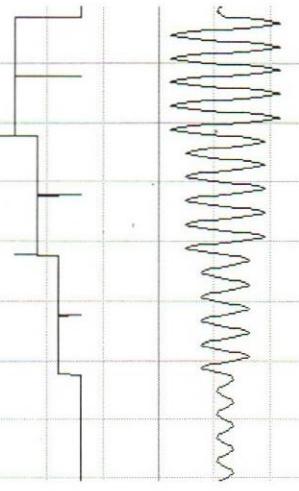


Figura 7.8.3

La portadora tiene ahora cuatro amplitudes diferentes atribuibles a los cuatro símbolos que representan la agrupación de dos bits, esta técnica se la denomina 4 ASK. Esta puede representarse con un diagrama de nivel que está en la fig. 7.8.4

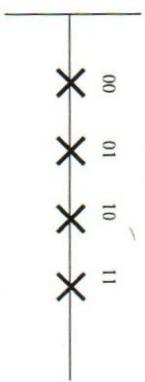


Figura 7.8.4

Para este caso se ve que la velocidad de la banda base es 8 bits/seg, y al agrupar dos bits en un nuevo símbolo, la nueva velocidad es ahora la mitad, es decir 4 símbolos/seg. Esto significa que el ancho de banda de la señal modulada disminuye a la mitad.

La agrupación de bits en nuevos símbolos genera el concepto de velocidad de modulación, cuya unidad de medida es el Baudio. En función de la cantidad de bits que se agrupan, disminuye la velocidad en Baudios tal que si N es el número de niveles de cuantificación, la nueva velocidad se expresa:

$$\text{Baudios} = \frac{v}{\log_2 N}$$

[7.8.1]

Para lo cual, se tratará de agrupar mayor cantidad de bits, en palabras, lo cual achicará el ancho de banda. La expresión se puede sintetizar para N niveles de agrupación, de la siguiente manera:

$$B_{ASK} = \frac{2 \left[ \frac{v}{2} (1 + \varphi) \right]}{\log_2 N}$$

[7.8.2]

De hecho que si se incrementan los niveles desde el punto de vista de la amplitud, se hace menester incrementar la potencia de la señal ya que el ruido confundiría la señal. Esto es muy notable si se trata de utilizar más de cuatro niveles de amplitud ya que esto parecería una señal continua y se haría muy difícil su demodulación.

La demodulación se puede realizar reinyectando portadora, filtrando, pasando por un A/D, después se lo pasa de paralelo a serie y se obtiene la banda base, esto se muestra en la fig. 7.8.5

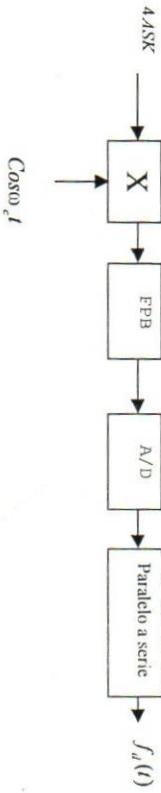


Figura 7.8.5

En la fig. 7.8.6, se representa temporalmente la señal resultante de multiplicar 4ASK por la portadora y la resultante del filtrado.



Figura 7.8.6

Señal modulada multiplicada por la portadora  
Señal filtrada

Esta señal pasará por el A/D y se regenerará la banda base en paralelo y luego se la transforma en una hilera seriada tal como se originó en la fig. 7.8.2.

Agrupando de dos bits se generan cuatro palabras de modulación, que serán representadas por cuatro fases diferentes de la portadora con la misma amplitud. La fig. 7.9.1, muestra un esquema en cajas de la generación de 4PSK o QPSK.

### 7.9. Modulación Multinivel 4PSK

$\downarrow$  PSK = QPSK = 4QAM

El límite máximo en niveles para amplitud es de cuatro. Ahora bien como se ve es necesario agrupar bits en palabras o símbolos de modulación (Baudios), lo que implica la búsqueda de nuevas alternativas. Esta se logra representando los Baudios en diferentes fases lo que da origen a las técnicas NPSK.

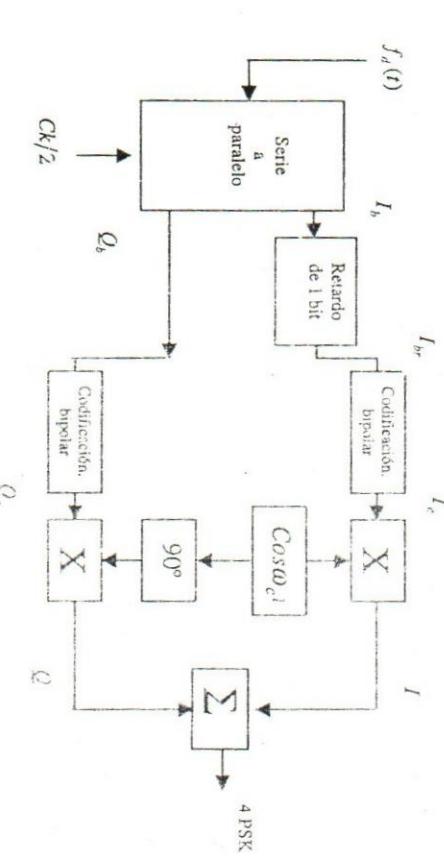


Figura 7.9.1

La señal de entrada, es convertida de serie a paralelo, teniendo en cuenta que la conmutación se hace con la mitad de velocidad de la señal y retardando un bit la salida Q, se logra que queden en el mismo tiempo a la salida en paralelo dos bits por vez.

Ambas salidas, luego de ser codificadas de manera bipolar son multiplicadas respectivamente por la portadora en coseno y en seno.

Esto significa que saldrá un PSK en coseno y otro en seno. Cuando se suman las estas combinaciones se obtendrán cuatro fases diferentes referenciadas al coseno. Cada una de estas fases representa una agrupación de dos bits.

En la fig. 7.9.2 se visualiza el análisis temporal.

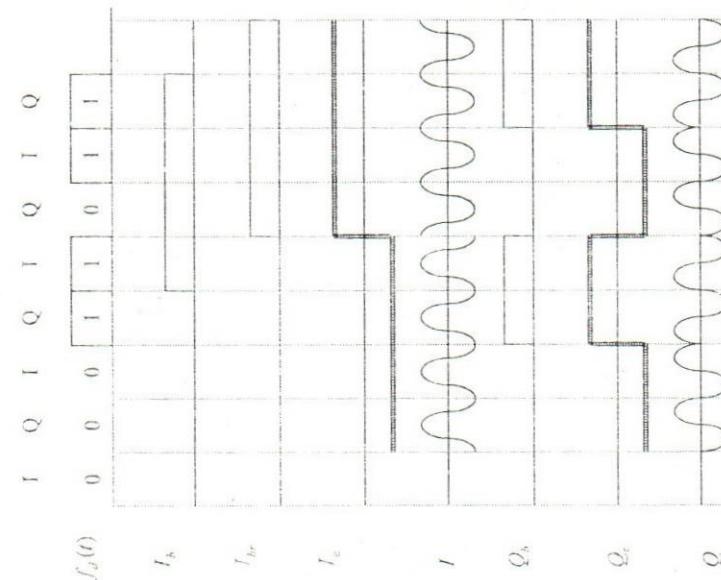


Figura 7.9.2

Analizaremos las salidas a partir de I y de Q, donde es posible interpretar en una representación de fases las cuatro combinaciones de salida. En la fig. 7.9.3, se presenta una tabla con I y Q moduladas y la resultante de salida para cada posible agrupación de dos bits de entrada. Los ángulos se toman desde la referencia que brinda el eje I.

Figura 7.9.3

dibit	I	Q	I+Q	Resultado 4PSK
00	-Cos(ω <sub>c</sub> t)	-Sen(ω <sub>c</sub> t)	-Cos(ω <sub>c</sub> t - Sen(ω <sub>c</sub> t)	$\sqrt{2} \cos(\omega_c t - 135^\circ)$
01	-Cos(ω <sub>c</sub> t)	+Sen(ω <sub>c</sub> t)	-Cos(ω <sub>c</sub> t + Sen(ω <sub>c</sub> t)	$\sqrt{2} \cos(\omega_c t + 135^\circ)$
10	+Cos(ω <sub>c</sub> t)	-Sen(ω <sub>c</sub> t)	+Cos(ω <sub>c</sub> t - Sen(ω <sub>c</sub> t)	$\sqrt{2} \cos(\omega_c t - 45^\circ)$
11	+Cos(ω <sub>c</sub> t)	+Sen(ω <sub>c</sub> t)	+Cos(ω <sub>c</sub> t + Sen(ω <sub>c</sub> t)	$\sqrt{2} \cos(\omega_c t + 45^\circ)$

Figura 7.9.3

La representación de las fases se puede ver en la fig. 7.9.4, en la misma se asocia la forma temporal de la señal de salida

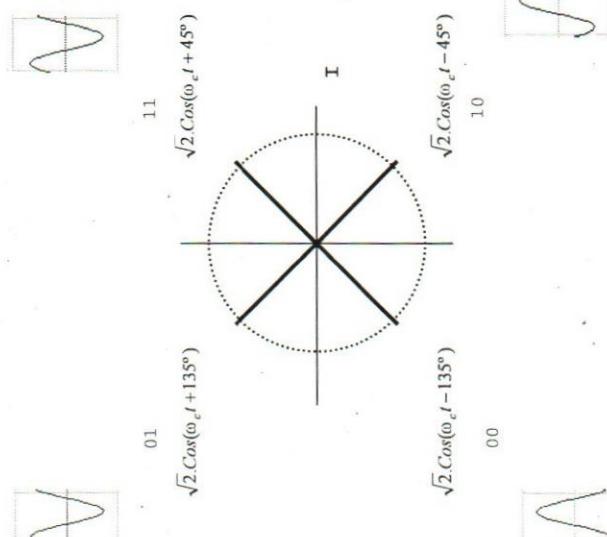


Figura 7.9.4

Esta señal se la denomina 4PSK, QPSK o 4QAM, el ancho de banda de la señal modulada se reduce a la mitad y según lo visto en la 7.8.2, se expresa como:

$$B_{4PSK} = \frac{2 \left[ \frac{v}{2} (1 + \varphi) \right]}{\log_2 N}$$

[7.9.1]

Se ve que la señal resultante es la combinación de la presencia de las dos portadoras que aportan sus fases, asociadas a combinaciones de  $\pm 45^\circ$  y  $\pm 135^\circ$ . En la fig. 7.9.5, se muestra una secuencia transmitida de 11001101.

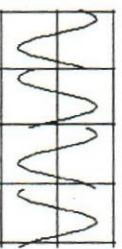


Figura 7.9.5

Es posible generar estas cuatro fases sobre los ejes y no desplazadas  $45^\circ$ . En la fig. 7.9.6, se representa la secuencia 11001101 de la señal modulada 4PSK sobre los ejes.

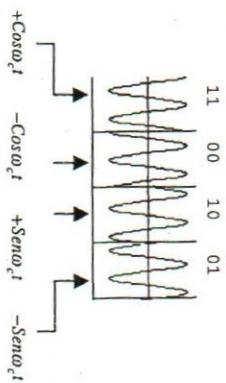
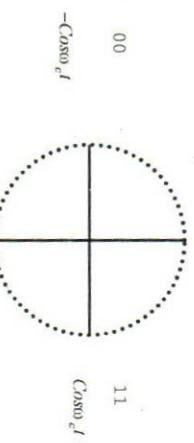


Figura 7.9.6

La representación de las fases, en los ejes I y Q, se visualiza en la fig. 7.9.7

10  
Sen(omega\_c\*t)



+Cos(omega\_c\*t)  
-Cos(omega\_c\*t)  
+Sen(omega\_c\*t)  
-Sen(omega\_c\*t)

Figura 7.9.7

El comportamiento en cuanto al ancho de banda es el mismo y se la suele denominar QPSK sobre los ejes.

### 7.10. Demodulación de 4PSK

La demodulación de QPSK, debe ser sincrónica y la recuperación de la portadora, se puede realizar con un PLL de hazo de cuadrático (ver fig. 7.7.4). En la fig. 7.10.1, se presenta el diagrama en bloques para la detección de QPSK.

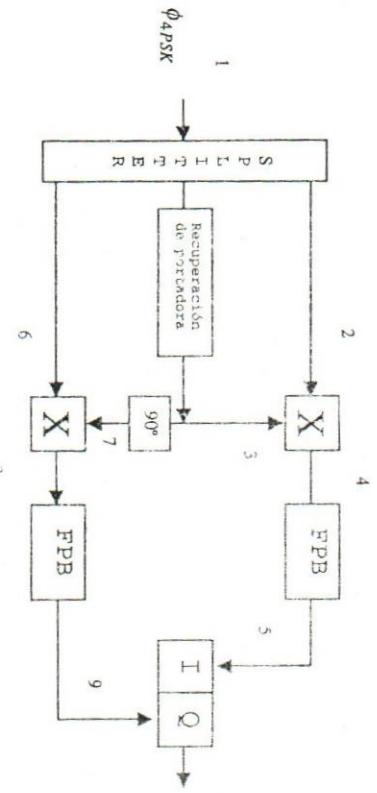


Figura 7.10.1

Analizaremos la salida para cada posible combinación de entrada. La salida de los filtros pasa bajas tendrá valores positivos o negativos y el combinador paralelo serie tomará los valores negativos como ceros y los positivos como unos.

Para la combinación de entrada 00 la función es  $\sqrt{2} \cos(\omega_c t - 135^\circ)$ , esta será multiplicada por un cos (3) y por un seno (7) respectivamente, de tal manera que para la salida 4:

$$\sqrt{2} \cos(\omega_c t - 135^\circ) \times \cos(\omega_c t - 135^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos(2\omega_c t - 135^\circ) + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos(-135^\circ)$$

Luego del filtro pasará la componente de continua, de donde en el 5 se verá:

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \cos(-135^\circ) = -\frac{1}{2} \Rightarrow 0$$

[7.10.2]

De la misma manera la salida 8 será:

$$\sqrt{2} \cos(\omega_c t - 135^\circ) \times \sin(\omega_c t - 135^\circ) + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin(-135^\circ) [7.10.3]$$

Luego del filtro en la salida 9:

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \sin(-135^\circ) = -\frac{1}{2} \Rightarrow 0$$

[7.10.4]

Se demoduló 00, que era la señal inicial. De la misma manera, se puede demodular las otras señales.

### 7.11. Modulación de 8PSK

La agrupación de tres bits genera la combinación de ocho posibles fases para la portadora, generándose 8PSK, que achica el ancho de banda de la señal modulada en tres veces. En la fig. 7.11.1, se muestra el diagrama en bloques de generación.

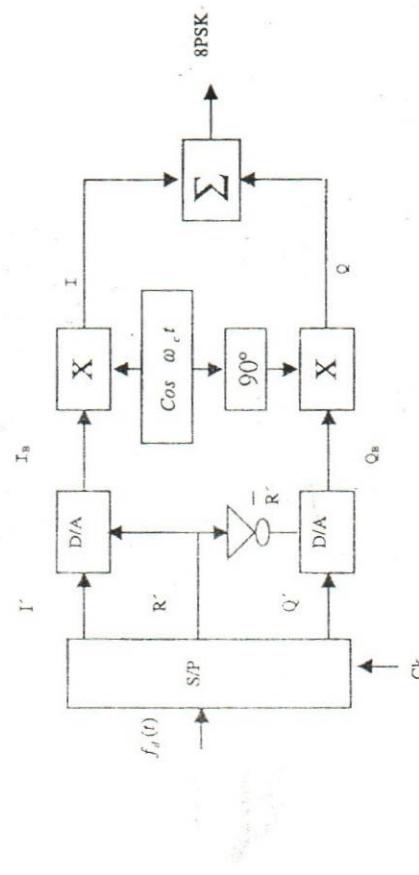


Figura 7.11.1

El conversor de serie a paralelo está controlado por un clock a un tercio de la frecuencia de datos. Por otro lado las salidas que se denominan  $I'$ ,  $Q'$  y  $R'$ , salen en paralelo y en el mismo espacio temporal, de tal manera que suponemos que el conversor ya tiene incorporado un retraso de dos bits para  $I'$  y un retraso de un bit para  $Q'$ .

Los conversores digitales analógicos tienen un comportamiento de salida mostrado en la tabla de la fig. 7.11.2

$Q'$	$I'$	$R'$	$I_b$ (Voltios)
0	0	0	-0,414
0	1	1	-1
1	0	0	0,414
1	1	1	1
1	0	0	0,414

Figura 7.11.2

El análisis temporal, se realiza para una secuencia de tres tritits, 000, 010 y 111, en la fig. 7.11.3, dejando la salida para ser representada en el diagrama de fases.

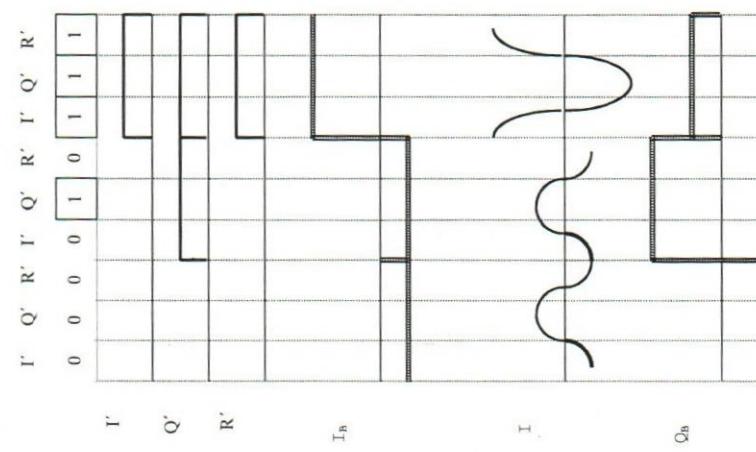


Figura 7.11.3

La señal de salida, quedará formada por ocho fases diferentes, la amplitud pico de la señal será:

$$A_c = \sqrt{0,414^2 + 1^2} = 1,082$$

La fase se referenciará al eje  $I$ , obteniéndose en función de las amplitudes de  $I$  y  $Q$ . En la tabla de la fig. 7.11.4, se representan las expresiones de salida y sus fases correspondientes.



[7.11.1]

Figura 7.11.4

En la fig. 7.11.6, se muestra la secuencia de transmisión correspondiente al diagrama vectorial de la tabla, es decir  $I'$ ,  $Q'$  y  $R'$ .

$I'$	$Q'$	$R'$	$I+Q$	Resultante 8PSK
0	0	0	$-0,414\cos(\omega_c t - 1\text{Senso}_c t)$	$1,082\cos(\omega_c t - 112,5^\circ)$
0	0	1	$-1\cos(\omega_c t - 0,414\text{Senso}_c t)$	$1,082\cos(\omega_c t - 157,5^\circ)$
0	1	0	$-0,414\cos(\omega_c t + 1\text{Senso}_c t)$	$1,082\cos(\omega_c t + 112,5^\circ)$
0	1	1	$-1\cos(\omega_c t + 0,414\text{Senso}_c t)$	$1,082\cos(\omega_c t + 157,5^\circ)$
1	0	0	$+0,414\cos(\omega_c t - 1\text{Senso}_c t)$	$1,082\cos(\omega_c t - 67,5^\circ)$
1	0	1	$+1\cos(\omega_c t - 0,414\text{Senso}_c t)$	$1,082\cos(\omega_c t - 22,5^\circ)$
1	1	0	$+0,414\cos(\omega_c t + 1\text{Senso}_c t)$	$1,082\cos(\omega_c t + 67,5^\circ)$
1	1	1	$+1\cos(\omega_c t + 0,414\text{Senso}_c t)$	$1,082\cos(\omega_c t + 22,5^\circ)$

Figura 7.11.4

La representación de las ocho fases se ve en la fig. 7.11.5, el orden de lectura es el indicado en la tabla, es decir  $I'$ ,  $Q'$  y  $R'$ .

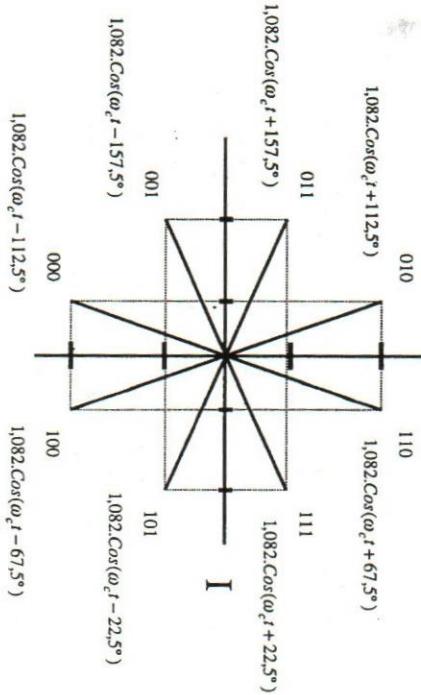


Figura 7.11.5

Las expresiones genéricas se obtienen de 7.9.1 y 7.8.1

$$B_{8PSK} = \frac{\frac{v}{2}(1+\varphi)}{\log_2 N} = \frac{10^7 \times 1,2}{\log_2 N}$$

$$Bandos = \frac{v}{\log_2 N} = \frac{10^7}{\log_2 N}$$

Siendo  $v = 10$  Mbits/seg. y  $\varphi = 0,2$ . Reemplazando para cada caso los valores podemos armar la tabla que se presenta a continuación:

Técnica	N	$\log_2 N$	Ancho de banda	Baudios
PSK	2	1	12 MHz	10 MBaudios
4PSK	4	2	6 MHz	5 MBaudios
8PSK	8	3	4 MHz	3,33 MBaudios
16PSK	16	4	3 MHz	2,5 MBaudios

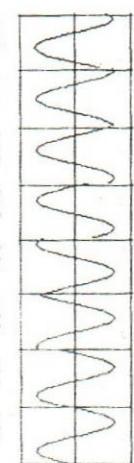


Figura 7.11.6

El ancho de banda de la señal modulada, disminuye en la tercera parte y disminuye aún más en la medida en que se agrupan más bits, tal como 16PSK.

## 7.12. Demodulación de 8PSK

En la fig. 7.12.1, se presenta el diagrama en bloques de la detección correspondiente. Para la demodulación de esta técnica, se recupera la portadora en frecuencia y fase de referencia (I). Además se la desfasa  $90^\circ$ , para tener la portadora correspondiente a Q. De esta manera la señal de

entrada es multiplicada por los detectores sincrónicos e ingresados a los A/D. Obteniendo entonces la secuencia binaria en paralelo  $I'$  y  $R'$  por una rama y  $Q'$  y  $\bar{R}'$ , por la otra. Luego se la transforma en una secuencia serie leyendo el orden  $I', Q', R', \bar{R}'$ .

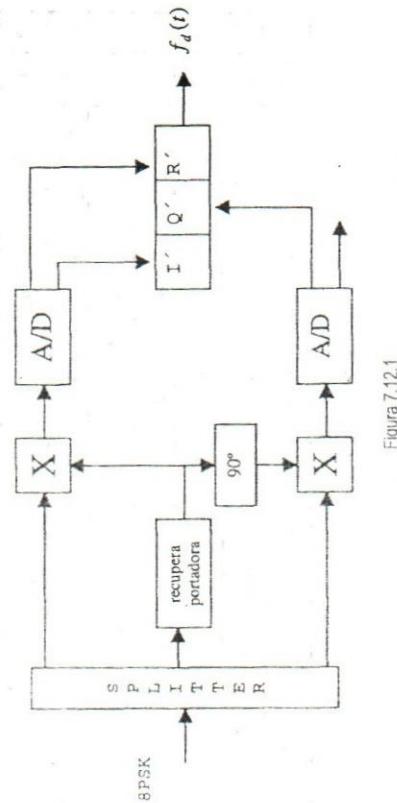


Figura 7.12.1

### 7.13. Técnica 16 PSK

Agrupando de a cuatro bits se generan 16 niveles de fases, lo que disminuye el ancho de banda en cuatro veces. La separación de fase es de  $\pm 11.25^\circ$ .

En la fig. 7.13.1, se visualiza el diagrama de fases.

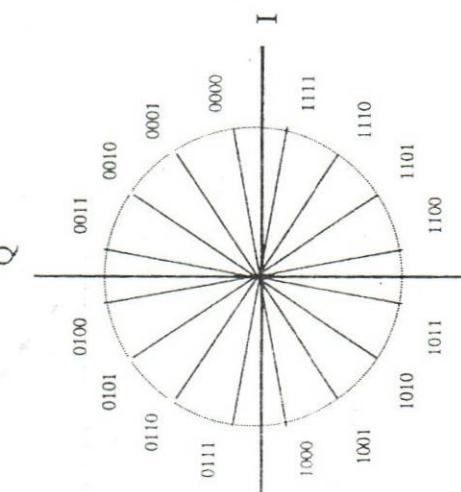


Figura 7.13.1

Para seguir achicando el ancho de banda de la señal modulada se sigue agrupando bits, de tal manera que esta agrupación representa una fase diferente en la portadora. Sin embargo, esto no se puede realizar indefinidamente ya que la señal comienza a generar confusión en la demodulación. El límite para las fases es de dieciséis, es decir 16PSK.

Para poder achicar el ancho de banda aun más se continúa con el criterio de agrupación de los bits y surge el concepto de combinar ambas técnicas NASK y NPSK, surgiendo la modulación combinada en amplitud y fase. Estas se las denomina NQAM (modulación de amplitud analógico se ve en la tabla de la fig. 7.14.2).

### 7.14. Modulación 8 QAM

El diagrama de generación se visualiza en la fig. 7.14.1, nótese que es igual a la de 8PSK (ver fig. 7.11.1), pero sin el inversor y la tabla del conversor digital analógico se ve en la tabla de la fig. 7.14.2

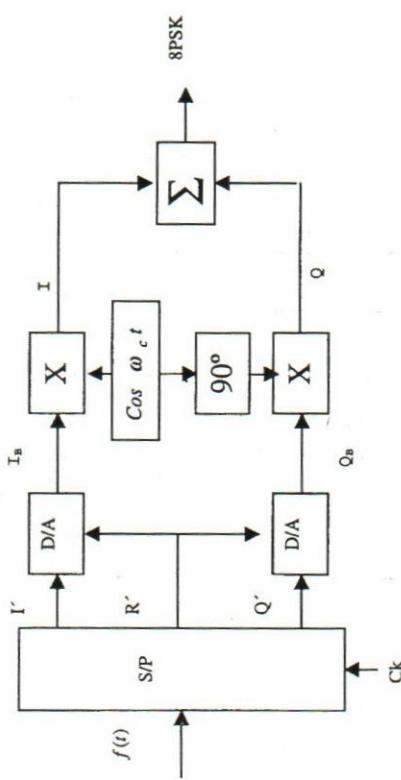


Figura 7.14.1

$I'/Q'$	$R'$	$I_B$ (Volttios)
0	0	-0,414
0	1	-1
1	0	0,414
1	1	1

Figura 7.14.2

El análisis temporal, se realiza para una secuencia de tres tritós, 100, 010 y 111, dejando la salida para ser representada en el diagrama de fases. Esto se puede visualizar en la fig. 7.14.3

$I'$	$Q'$	$R'$	$I'$	$Q'$	$R'$	$I'$	$Q'$	$R'$	$I'+Q$	Resultante 8PSK
0	0	0	0	1	0	1	1	1	-0,414\cos(\omega_c t - 0,414\sin(\omega_c t))	0,585\cos(\omega_c t - 135^\circ)
0	0	1	-1	\cos(\omega_c t - 1) \sin(\omega_c t)						
0	1	0	-0,414\cos(\omega_c t + 0,414\sin(\omega_c t))							
0	1	1	-1 \cos(\omega_c t + 1) \sin(\omega_c t)							
1	0	0	+0,414\cos(\omega_c t - 0,414\sin(\omega_c t))							
1	0	1	+1 \cos(\omega_c t - 1) \sin(\omega_c t)							
1	1	0	+0,414\cos(\omega_c t + 0,414\sin(\omega_c t))							
1	1	1	+1 \cos(\omega_c t + 1) \sin(\omega_c t)							

Figura 7.14.4

El diagrama de fases y amplitudes se puede ver en la fig. 7.14.5

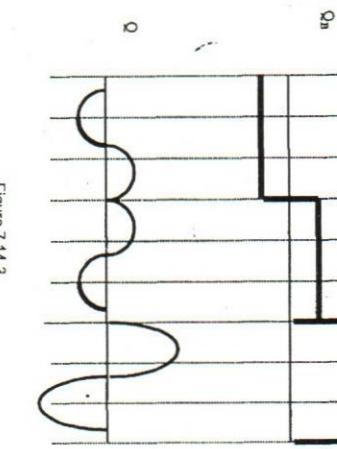


Figura 7.14.3

La señal de salida, quedará formada por cuatro fases diferentes,  $\pm 45^\circ$  y  $\pm 135^\circ$  dos amplitudes de pico de la señal que serán:

$$A_c = \sqrt{0,414^2 + 0,414^2} = 0,585$$

$$A_c = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

[7.14.1]

[7.14.2]

La fase se referencia al eje I, obteniéndose en función de las amplitudes de I y Q. En la tabla de la fig. 7.14.4, se representan las expresiones de salida y sus fases correspondientes.



Figura 7.14.5



Figura 7.14.6

La fase se referencia al eje I, obteniéndose en función de las amplitudes de I y Q. En la tabla de la fig. 7.14.4, se representan las expresiones de salida y sus fases correspondientes.

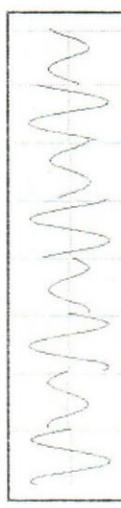


Figura 7.14.6

Las NQAM y las NPSK, tienen el mismo comportamiento desde el punto de vista del ancho de banda. Pero desde el punto de vista del ruido en un canal, este se suma a la señal modulada cambiando tanto la amplitud como la fase de la onda. Esto implica que en el caso de la 8PSK, se puede interpretar la señal mientras esta no varie su fase por encima de  $\pm 22.5^\circ$ , mientras que en 8QAM acepta una variación de  $\pm 45^\circ$ . Por lo expuesto, es que las NQAM, son mucho más inmunes al ruido del canal y son las preferidas en los sistemas multinivel.

### 7.15. Demodulación 8 QAM

El diagrama de demodulación es igual al de 8PSK, que se ve en la fig. 7.12.1, la diferencia estriba en las salidas PAM y luego de los detectores de producto y los valores de amplitud resultantes de los conversores.

Como en 8QAM se toma la combinación entre I, R y Q, R', en este aspecto estriba la diferencia de los valores de salida.

La tabla de salida de los conversores se puede ver en la fig. 7.16.2

$I^0 / Q^0$	$I^0 / Q^0$	Salida (voltios)
0	0	-0,11
0	1	-0,41
1	0	0,11
1	1	0,41

Figura 7.14.2

Utilizando las salidas de los conversores es posible obtener el valor de los módulos de los vectores y además se puede realizar una tabla con las fases referenciadas al eje I. De donde los posibles valores de los módulos serán:

$$A_e = \sqrt{0,41^2 + 0,41^2} = 0,579 \quad [7.16.1]$$

$$A_e = \sqrt{0,11^2 + 0,11^2} = 0,155 \quad [7.16.2]$$

$$A_e = \sqrt{0,41^2 + 0,11^2} = 0,424 \quad [7.16.3]$$

La tabla de la fig. 7.16.3, se presentan los valores de amplitud y fase resultante para cada combinación de entrada.

$I^{0,0}$	$I^0$	$Q^{0,0}$	$\Omega^0$	$I+Q$	resultante
0	0	0	0	-0,11Cos( $\omega_e t - 0,11\pi Sen(\omega_e t)$ )	0,155Cos( $\omega_e t - 135^\circ$ )
0	0	0	1	-0,11Cos( $\omega_e t - 0,41\pi Sen(\omega_e t)$ )	0,424Cos( $\omega_e t - 10^\circ$ )
0	0	1	0	-0,11Cos( $\omega_e t + 0,11\pi Sen(\omega_e t)$ )	0,155Cos( $\omega_e t + 135^\circ$ )
0	0	1	1	-0,11Cos( $\omega_e t + 0,41\pi Sen(\omega_e t)$ )	0,424Cos( $\omega_e t + 105^\circ$ )
0	1	0	0	-0,41Cos( $\omega_e t - 0,11\pi Sen(\omega_e t)$ )	0,424Cos( $\omega_e t - 165^\circ$ )
0	1	0	1	-0,41Cos( $\omega_e t - 0,41\pi Sen(\omega_e t)$ )	0,579Cos( $\omega_e t - 135^\circ$ )
0	1	1	0	-0,41Cos( $\omega_e t + 0,11\pi Sen(\omega_e t)$ )	0,424Cos( $\omega_e t + 165^\circ$ )
0	1	1	1	-0,41Cos( $\omega_e t + 0,41\pi Sen(\omega_e t)$ )	0,579Cos( $\omega_e t + 135^\circ$ )
1	0	0	0	+0,11Cos( $\omega_e t - 0,11\pi Sen(\omega_e t)$ )	0,155Cos( $\omega_e t - 45^\circ$ )
1	0	0	1	+0,11Cos( $\omega_e t - 0,41\pi Sen(\omega_e t)$ )	0,424Cos( $\omega_e t - 75^\circ$ )
1	0	1	0	+0,41Cos( $\omega_e t - 0,11\pi Sen(\omega_e t)$ )	0,424Cos( $\omega_e t - 15^\circ$ )
1	0	1	1	+0,41Cos( $\omega_e t - 0,41\pi Sen(\omega_e t)$ )	0,579Cos( $\omega_e t - 45^\circ$ )
1	1	1	0	+0,41Cos( $\omega_e t + 0,11\pi Sen(\omega_e t)$ )	0,424Cos( $\omega_e t + 15^\circ$ )
1	1	1	1	+0,41Cos( $\omega_e t + 0,41\pi Sen(\omega_e t)$ )	0,579Cos( $\omega_e t + 45^\circ$ )

Figura 7.16.2

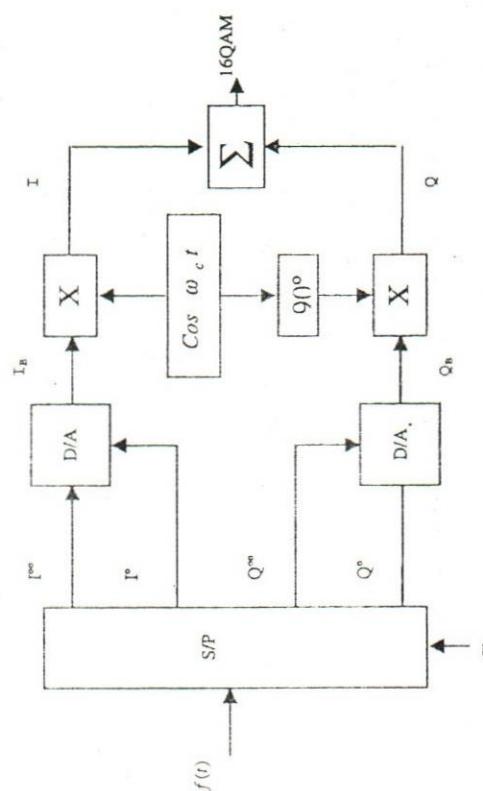


Figura 7.16.1

La representación de las fases y las amplitudes se puede visualizar en la fig. 7.16.4

**Q**

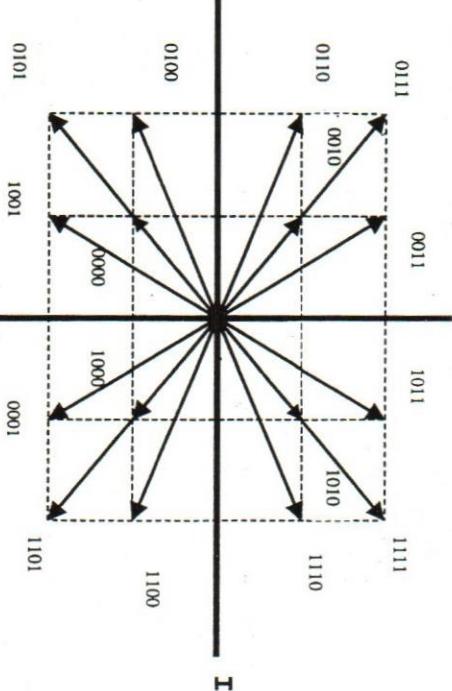


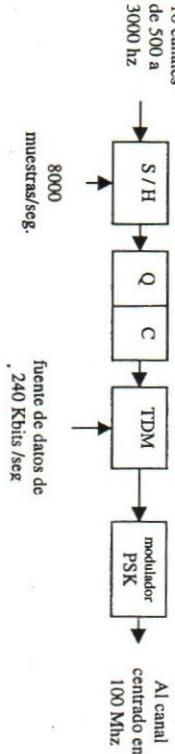
Figura 7.16.4

Para este caso la disminución del ancho de banda de la señal modulada es de cuatro veces. Se puede generalizar la expresión 7.9.1 de la siguiente manera.

$$B_{PSK/NPSK/NCQAM} = \frac{2 \left[ \frac{v}{2} (1+\varphi) \right]}{\log_2 N} \quad [7.16.4]$$

Ejemplo 7.16.1

El siguiente sistema opera sobre un canal con 1 MHz de ancho de banda. Los diez canales codificados en PCM se suman en el TDM con una fuente de 240 Kbits / seg.



- Determinar:
- El máximo número de niveles de cuantificación (no se considera relleno ni sincronismo), con una conformación del 25 %.

- b) Si el sistema utiliza 256 niveles de cuantificación y son cuatro las fuentes de 240 Kbits / seg. que se multicanalizan con el PCM, utilizando el mismo canal ¿cómo debe modificarse el modulador?

**Respuestas:**

- a) El ancho de banda de la señal modulada en PSK será:

$$B_{PSK} = 2 \cdot \frac{v_F}{2} (1+\varphi)$$

Despejando la velocidad final

$$v_F = \frac{B_{PSK}}{1+\varphi} = \frac{1.0MHz}{1,25} = 0,8 \frac{Mbits}{seg.}$$

Esta velocidad final tiene dos componentes, la del PCM y la de fuente, para lo cual se puede despejar la del PCM

$$v_{PCM} = v_F - v_{fuente} = 800 - 240 = 560 \frac{Kbits}{seg.}$$

La velocidad PAM se obtiene

$$v_{PAM} = frec. de muestras \times cant. de canales = 8000 \frac{muestras}{seg.} \times 10 = 80 \frac{K.muestras}{seg.}$$

La velocidad PCM, se vincula con la PAM

$$v_{PCM} = v_{PAM} \times N^o bits \Rightarrow N^o bits = \frac{v_{PCM}}{v_{PAM}} = \frac{560}{80} = 7 bits$$

Lo que implica que la cantidad de niveles de cuantificación serán:

$$2^7 = 128 \text{ niveles}$$

- a) Si son 256 niveles de cuantificación implica que la señal PCM está codificada con 8 bits de donde esta velocidad será

$$v_{PCM} = 80 \frac{K.muestras}{seg.} \times 8 \frac{bits}{muestra} = 640 \frac{Kbits}{seg.}$$

La velocidad final estará formada por la PCM más las de las cuatro fuentes.

$$v_F = 640 + 4 \times 240 = 1600 \frac{Kbits}{seg.}$$

De donde será menester cambiar la técnica de modulación para que se pueda transmitir la velocidad calculada, para lo cual se utiliza la expresión genérica para el cálculo del ancho de banda de señales multimivales.

$$B_{NQPSK} / NQPSK / NQAM = \frac{2 \frac{V_F}{2} (1 + \varphi)}{\log_2 N} \Rightarrow \log_2 N = \frac{v_F (1 + \varphi)}{B_N} = \frac{1,6 \times 1,25}{1} = 2$$

$$N = 2^2 = 4 \Rightarrow 4PFSK$$

### 7.17. Diferencial PSK (DPSK)

El principal problema de PSK, estriba en el hecho de la demodulación debe ser necesariamente sincrónica, con la problemática ya expresada para la recuperación de la portadora. El DPSK, presenta la alternativa de demodular la señal sin necesidad de reínyectar la portadora.

Lo que se hace es una operatoria de decorrelación de los pulsos de banda base, retardándolos un bit y operarlos con una compuerta NOR EX, con la señal de entrada. Luego se la transmite como un sistema de PSK convencional. En la recepción se retarda un bit la señal de entrada y luego se la multiplica con la misma señal. Esto luego de pasar la resultante por un filtro pasa bajo y un regenerador permite obtener la función propuesta.

La fig. 7.17.1, es el diagrama en bloques de la técnica y en la 7.17.2, se realiza el análisis temporal punto a punto del esquema propuesto.

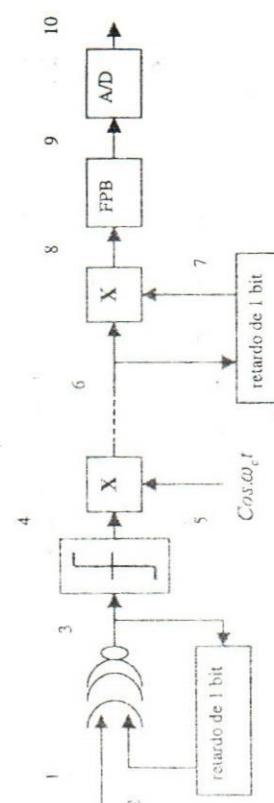


Figura 7.17.1

Se observa que se pierde un bit, en la recuperación de la señal. Es de destacar que la regeneración es del tipo ideal por eso el pulso recuperado en la salida del sistema no está retardado.

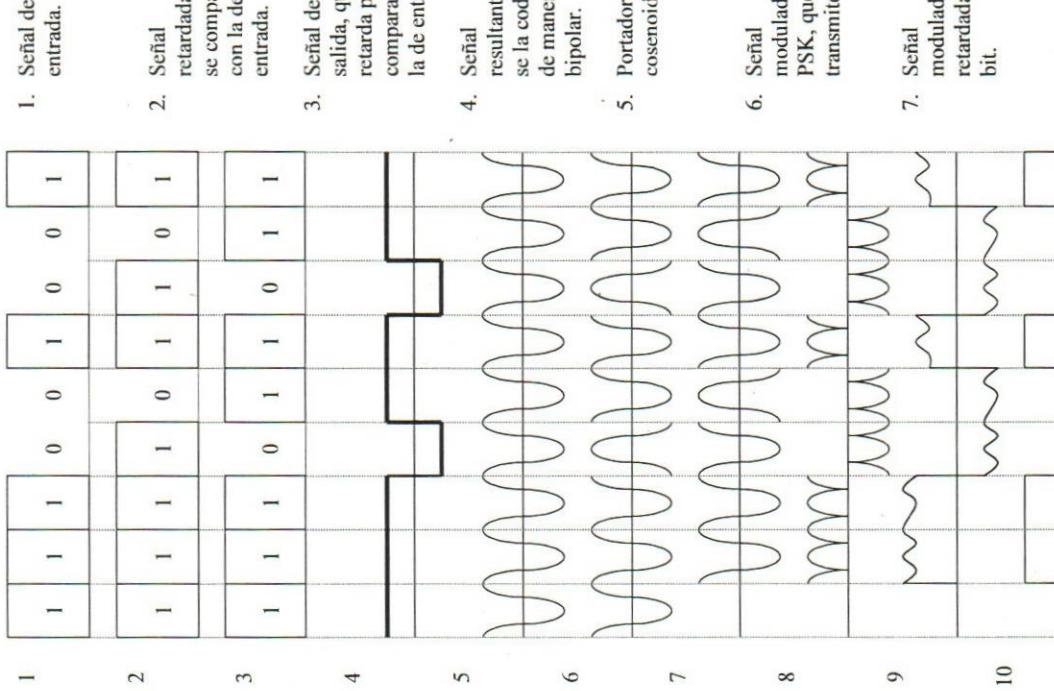


Figura 7.17.2

En esta técnica no es necesario recuperar la portadora, lo que la constituye en una alternativa muy interesante en especial la denominada DQPSK. Esta reduce el ancho de banda a la mitad tal como lo hace QPSK y se agrega el concepto diferencial que no necesita recuperar la portadora, por ello es muy utilizada en especial en sistemas satelitales.

## Guía de Actividades Nº 7

### Actividad 7.1

Dado 10 canales telefónico UIT-T.

Determinar:

- Diagrama en bloques de Tx y Rx para multiplexarlos en PCM.
- La velocidad y ancho de banda base PAM.
- La velocidad y ancho de banda base PCM, suponiendo el realce de 0,291.
- El ancho de banda espectral si se lo transmitiese en AMDBLP.
- Idem anterior en BLU.

### Actividad 7.2

Enuncie los tipos de modulación digital.

### Actividad 7.3

Para ASK.

Determinar:

- Diagrama de generación.
- Diagrama de demodulación coherente y no coherente.
- Desarrollo analítico de la modulación.
- Cálculo del ancho de banda espectral.
- Desarrollo analítico de ambas detecciones.

### Actividad 7.4

Para FSK.

Determinar:

- Diagrama de generación.
- Diagrama de demodulación coherente y no coherente.

- c) Desarrollo analítico de la modulación.  
 d) Cálculo del ancho de banda espectral.  
 e) Desarrollo analítico de ambas detecciones.

Actividad 7.5

Para PSK.

Determinar:

- Diagrama de generación.
- Desarrollo analítico de la modulación.
- Cálculo del ancho de banda espectral.
- Desarrollo de la detección coherente explicando por qué no es posible por envuelta.
- Indique las diversas técnicas de detección coherente en PSK.
- Realice un diagrama en bloques de las diversas detecciones.

Actividad 7.6

En un sistema telefónico de 32 canales analógicos con las normas del CCITT con un roll-off de 0,4.

Determinar:

- Diagrama en bloques de Tx-Rx.
- Velocidad y ancho de banda base en PAM.
- Gráfico de la trama PAM.
- Velocidad y ancho de banda base en PCM.
- Gráfico de la trama PCM.
- Ancho de banda espectral si se transmite en ASK.

Actividad 7.7Explique porque se achica en ancho de banda espectral.  
Actividad 7.8Realice un diagrama de modulación y demodulación en 4ASK.  
Actividad 7.9

- Idem anterior en QPSK.

Actividad 7.10

Dado el sistema en 8 PSK de la fig. 7.11.1 y la tabla asociada

$\Gamma$	$R$	$I_B$ (Volttios)
0	0	-0,414
0	1	-1
1	0	+0,414
1	1	+1

$Q'$	$\bar{R}'$	$Q_B$ (Volttios)
0	1	-1
0	0	-0,414
1	1	+1
1	0	+0,414

Determinar:

- Las amplitudes y fases de salida.
- La gráfica vectorial del sistema.

Actividad 7.11

Realice un diagrama en bloques para obtener la demodulación de 8PSK.

Actividad 7.12

Repita el 7.10 para 8QAM.

Actividad 7.13

Desarrolle un diagrama para demodular 8 QAM

Actividad 7.14

La salida de un sistema PCM, consiste en una secuencia binaria de pulsos con una velocidad de 2 Mbit/s/seg. Usando conformación coseno realizado para los pulsos.

Determinar los anchos de banda espectrales que se requieren para:

- OOK.
- FSK con dos portadoras en 100 y 104 MHz.
- Idem anterior con dos frecuencias en 100 y 120 MHz.
- 4PSK

**Actividad 7.15**

Una transmisión FSK, se emplea para transmitir 1200 bits/seg. de señales digitales por un canal telefónico. Las señales FSK, deben cubrir el intervalo de 500 a 2900 Hz. Si se desea un índice de modulación  $m_f = 0,7$ . Las dos frecuencias son 1200 y 2200 Hz, con conformación seno realizado.

Determinar:

- El ancho de banda base para transmitir dichas señales digitales.
- El valor del coeficiente de roll-off.

**Actividad 7.16**

Un canal telefónico que permite la transmisión de señales en el intervalo de 600 a 3000 Hz y considerando la portadora en 1800 Hz.

Determinar:

- La posibilidad de transmitir 2400 bits/seg. con 4PSK, si se utiliza conformación coseno realizado.
- Si el ancho de banda a -6 dB, es de 1200 Hz.
- El valor del roll-off necesario para transmitir en 8PSK una velocidad de 4800 bits/seg.
- Si el ancho de banda a -6 dB para este caso es de 1600 Hz.

**Actividad 7.17**

En un canal telefónico con intervalo 300 a 3000 Hz, con centro de banda en 1650 Hz, se necesita transmitir con 9600 bits/seg., utilizando una caída senoidal.

Determinar:

- Si es posible con 16QAM.
- El ancho de banda a -6 dB.

**Actividad 7.18**

Una señal de 5 MHz es transmitida por PCM. Calcule la mínima frecuencia de muestreo. Si la relación señal ruido en la entrada del receptor se requiere sea por lo menos 50 dB, estime el número mínimo de niveles de cuantificación requeridos. Suponga que se usa cuantificación uniforme y sin errores.

**Actividad 7.19**

Un sistema PCM-TDM transporta 3 canales de video limitadas en banda en 5 MHz. Las señales son muestreadas a la tasa mínima y cuantificadas en 512 niveles. Se usa codificación binaria y un bit por palabra es incluido para señalización y sincronismo.

Determinar:

- Un esquema de bloques del sistema.
- La frecuencia de muestreo.
- La duración de cada bit.
- La velocidad del sistema PCM.
- El ancho de banda espectral si se transmite en 4QAM.

**Actividad 7.20**

Un canal simple de voz se transmite en PCM, se lo muestrea con 128 niveles. Se insertan 32 bits por cada 224 bits de datos. La hilera binaria resultante se la transmite con una caída senoidal del 20 %. Determinar el ancho de banda de transmisión en:

- OOK.
- 4PSK.
- 4QAM.

**Actividad 7.21**

Se reciben cuatro señales con las siguientes fases

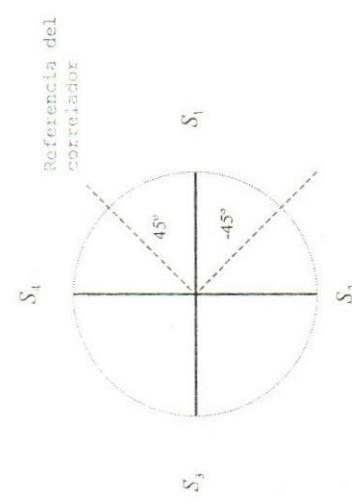
$$S_1(t) = A_c \cos \omega_c t \Rightarrow 11$$

$$S_3(t) = -A_c \cos \omega_c t \Rightarrow 00$$

$$S_2(t) = -A_c \sin \omega_c t \Rightarrow 10$$

$$S_4(t) = A_c \sin \omega_c t \Rightarrow 01$$

Estas se encuentran representadas en el siguiente diagrama vectorial, donde se indica la referencia de los correladores.

Actividad 7.23

20 señales de audio que ocupan de 50 a 3300 Hz, son muestreadas cada una a una tasa de 8 Kmuestras /segundo y codificadas primero en PCM. La señal resultante ingresa a un TDM donde se le agrega como sincronismo una fuente de 200 Kbits / seg. La señal resultante, es modulada en 16 QAM e ingresada en un canal cuyo ancho de banda es de 300 KHz., modelado con una caída senoidal del 20 %.

Determinar:

- Con cuantos bits se debe codificar la señal en PCM.
- La velocidad en Baudios de la señal modulada.

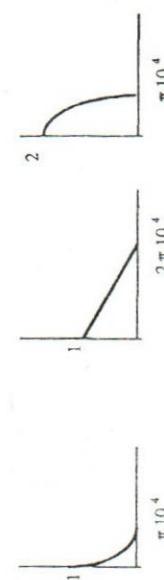
Actividad 7.22

Diseñar un sistema que debe multicanalizar tres señales, cuyas composiciones espetrales (voltios vs. radianes/seg.) se muestran a continuación:

- Los cálculos analíticos.

Actividad 7.22

Se debe diseñar un sistema que debe multicanalizar tres señales, cuyas composiciones espetrales (voltios vs. radianes/seg.) se muestran a continuación:



Sabiendo que cada una es muestreada con la tasa mínima de Nyquist y codificada en PCM con 256 niveles de cuantificación y el canal esta modelado con un porcentaje de caída senoidal del 50%.

Determinar:

- Diagrama en bloques de la generación.
- Velocidad y ancho de banda en PAM.
- Velocidad y ancho de banda en PCM.
- Cuanto aumenta porcentualmente el ancho de banda en PCM, si codifica con 512 niveles.

## Detección de Señales en Presencia de Ruido

### Objetivos

- ♦ Comprender los conceptos del ruido en el canal de comunicación y las formas de minimizar.
- ♦ Comprender las técnicas de detección de señales en presencia de ruido y la implicancia del filtro óptimo.
- ♦ Interpretar las probabilidades de error de las técnicas digitales de comunicación con filtro acoplado y con canal modelado con ruido blanco acortado en banda.
- ♦ Sintetizar los tipos de codificación de máxima autocorrelación como soporte de las técnicas de espectro ensanchado.
- ♦ Aplicar dichos conceptos en la resolución de problemas y casi casos en el área.

### Contenidos

- Ruido en el canal
- Autocorrelación de ruido blanco
- Ruido limitado en banda
- Correlación de una señal y un ruido
- Autocorrelación de una señal con ruido
- Autocorrelación de una señal binaria
- Detección de señales en presencia de ruido por autocorrelación
- De los sistemas digitales
- Modelado del ruido pasabanda
- El filtro óptimo
- Ánalisis de la decisión umbral en el filtro óptimo
- Probabilidad de error

Probabilidad de error en PCM

Probabilidad de error en ASK

Probabilidad de error en FSK

Probabilidad de error en PSK

Detección de palabras código utilizando filtro óptimo

Códigos de pseudo ruido (PN)

Propiedades de los códigos PN

De los puntos de realimentación

Códigos de Walsh

Spread spectrum

Guía de actividades N° 8

### 8.1. Ruido en el canal

El ruido es una señal aleatoria e impulsiva que tiende a encubrir la señal transmitida. Si bien es cierto que la interferencia juega el mismo papel perturbador que el ruido y debe ser tenida en cuenta en la evaluación de los sistemas, se puede expresar que en general el ruido puede ser minimizable, mientras que la interferencia puede ser eliminable.

Al ser en la práctica una señal que varía al azar, se la considera como una señal cuyo valor medio es cero.

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} n(t) dt = 0 \quad [8.1.1]$$

La potencia disponible de ruido en función del espectro densidad de potencia  $S_n(\omega)$  será N, tomando un ancho de banda sistemático B.

$$N = 2 \int_0^{\infty} S_n(\omega) d\omega = KTB = nB \quad [8.1.2]$$

K = constante de Boltzman

T = temperatura de trabajo en °K

B = ancho de banda en Hz

El espectro densidad de potencia se puede obtener derivando la 8.1.2, respecto de la frecuencia.

$$S_n(\omega) = \frac{KT}{2} = \frac{n}{2} \quad [8.1.3]$$

La densidad espectral de potencia de ruido a la salida de un sistema  $S_{no}(\omega)$ , cuya función de transferencia es  $H(\omega)$  será

$$S_{no} = S_n \cdot |H(\omega)|^2 = \frac{n}{2} \cdot |H(\omega)|^2 = \frac{n_o}{2} \quad [8.1.4]$$

### 8.2. Autocorrelación de ruido blanco

Consideremos una señal de ruido blanco genérico, cuyo ancho de banda lo consideraremos infinito, su densidad espectral de potencia es la expresada en 8.1.3 y para realizar su autocorrelación utilizando 2.5.5, será necesario antitransformar la densidad de potencia de ruido.

$$\bar{R}_{mm}(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{n}{2} e^{j\omega\tau} d\omega = \frac{n}{2} \cdot \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega\tau} d\omega = \frac{n}{2} \cdot \delta(\tau) \quad [8.2.1]$$

La autocorrelación de un ruido blanco es una función impulsiva de amplitud igual a la densidad de potencia de ruido.

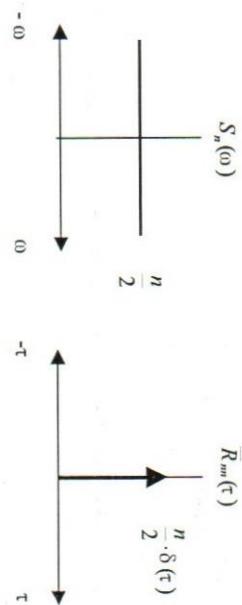


Figura 8.2.1

La fig. 8.2.1, muestra que la autocorrelación de un ruido blanco es una función impulsiva, esto desde el punto de vista ideal implica que un ruido al multiplicarse por si mismo con algún retraso y luego de la integración desaparece. Propiedad que es muy útil para recuperar una señal con ruido.

### 8.3. Ruido limitado en banda

El canal de comunicación se comporta como un filtro pasa bajo, lo que implica que el ruido de entrada queda acotado en banda según el del sistema.

Esto implica que la densidad espectral de salida, según lo expresado en 8.1.4, será  $S_{m_o}(\omega)$  y para calcular al autocorrelación se deberá integrar entre  $-B$  y  $B$ . Utilizando la definición de 2.5.5, será necesario antitransformar la densidad espectral de ruido a la salida entre  $-B$  y  $B$ .

$$\bar{R}_{mm}(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-B}^B \frac{n_o}{2} e^{j\omega\tau} d\omega = \frac{n_o}{2} \cdot \frac{1}{2\pi} \int_{-B}^B e^{j2\pi f\tau} d\omega = \frac{n_o}{2} \left[ \frac{e^{j2\pi f\tau}}{j2\pi\tau} \right]_B =$$

[8.3.1]

Verifiquemos si están correlacionadas, aplicando 2.6.1

$$\bar{R}_{sm}(\tau) = \left[ \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} s(t) dt \right] \left[ \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} m(t) dt \right] = 0$$

[8.4.2]

Es decir que la autocorrelación de un ruido limitado en banda en una función  $\text{Sinc}(x)$  o  $\text{Sa}(x)$  en la práctica se la puede suponer que es cero cuando  $B \rightarrow \infty$

En la fig. 8.3.1, se representa la densidad espectral de ruido y su autocorrelación.

### 8.4. Correlación de una señal y un ruido

Dada una señal  $s(t)$  y un ruido  $n(t)$ , la correlación promedio será

$$\bar{R}_{sn}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} s(t) n(t - \tau) dt$$

$T \rightarrow \infty$

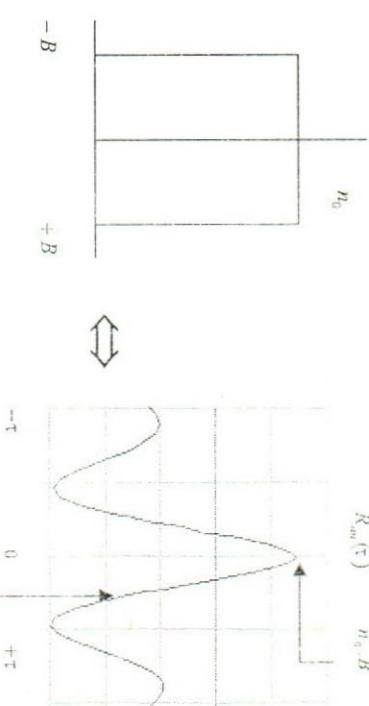


Figura 8.3.1

Dada una función formada por la señal y el ruido tal que

$$f(t) = s(t) + n(t)$$

Su autocorrelación será

[8.5.1]

$$R_{s+n}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \cdot f(t-\tau) dt$$
[8.5.1]

$$\text{Para } -\frac{T}{2} \leq \tau \leq 0$$

$$R_{s+n}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} [s(t) + n(t)] \cdot [s(t-\tau) + n(t-\tau)] dt$$
[8.5.2]

$$R_{s+n}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} [s(t) + n(t)] \cdot [s(t-\tau) + n(t-\tau)] dt$$
[8.5.3]

$$\bar{R}_f(\tau) = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} A^2 dt = A^2 \left( \frac{1}{2} - \frac{\tau}{T} \right)$$
[8.6.2]

También se podría obtener el mismo resultado calculando uno de los desplazamientos y aplicando  $\bar{R}_f(\tau) = \bar{R}_f(-\tau)$ .

Desarrollando 8.5.3, aplicando las definiciones de correlación.

$$\bar{R}_{ss}(\tau) + \bar{R}_{sn}(\tau) + \bar{R}_{nn}(\tau) + \bar{R}_{nn}(\tau)$$
[8.5.4]

Según 8.4.2  $\bar{R}_{sn}(\tau) = \bar{R}_{sn}(-\tau) = 0$  y de acuerdo a 8.3.1  $\bar{R}_{nn}(\tau) \approx 0$ , lo que implica que la autocorrelación de una señal con ruido es casi la autocorrelación de la señal.

Este concepto es verdaderamente significativo pues dada la autocorrelación se puede recuperar la señal original aún en presencia de ruido.

### 8.6. Autocorrelación de una señal binaria

En los sistemas de comunicación se transmiten señales binarias, el ruido deforma considerablemente la señal pero si tenemos la forma de su autocorrelación es posible recuperar la señal original.

Vamos a conocer de manera genérica cual es la autocorrelación promedio de una señal binaria que servirá para detectarla en presencia de ruido.

La fig. 8.6.1 muestra una señal binaria a modo de ejemplo y vamos a calcular su autocorrelación.

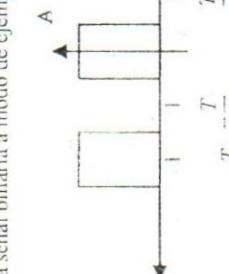


Figura 8.6.1

Atento a que la función es periódica, se puede obtener la autocorrelación en un período que se podrá evaluar entre  $-T/4$  y  $T/4$  y se lo puede expresar para  $-\frac{T}{2} \leq \tau \leq 0$

$$\bar{R}_f(-\tau) = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} A^2 dt = A^2 \left( \frac{1}{2} + \frac{\tau}{T} \right)$$
[8.6.1]

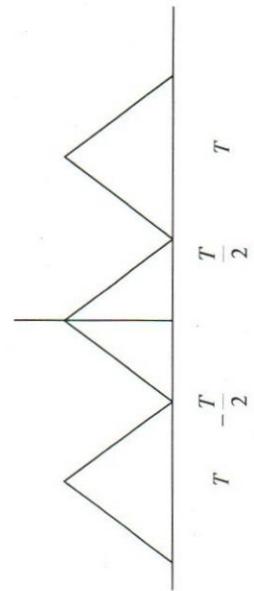


Figura 8.6.2

### 8.7. Detección de señales en presencia de ruido por autocorrelación

En 8.5 se analizó la autocorrelación de una señal con ruido y se demostró que es prácticamente la autocorrelación de la señal ya que la autocorrelación del ruido tiende a cero. De hecho si conocemos la autocorrelación de una señal es posible recuperar la forma original.

Supongamos una señal binaria  $s(t)$  y su  $\bar{R}_{ss}(\tau)$ , tal como se ve en la fig. 8.7.1. a y b respectivamente.

Por otro lado tenemos un ruido blanco  $n(t)$  y su  $\bar{R}_{nn}(\tau)$ , como se observa en la fig. 8.7.1. c y d.

Obtenemos una nueva función  $f(t)$  que resulta de la suma de las dos anteriores y analicemos su autocorrelación promedio  $\bar{R}_f(\tau)$ , esto se analiza en la fig. 8.7.1.e y f.

Se ve que la resultante es la autocorrelación de la señal y esta puede luego recuperarse como la  $s(t)$  original.

Es de destacar que en la salida aparece la autocorrelación del ruido blanco, esto puede dificultar la detección de señales aperiódicas, afectándose por el hecho de que se pierde el desplazamiento relativo entre señales, puesto que la autocorrelación es independiente de la fase.

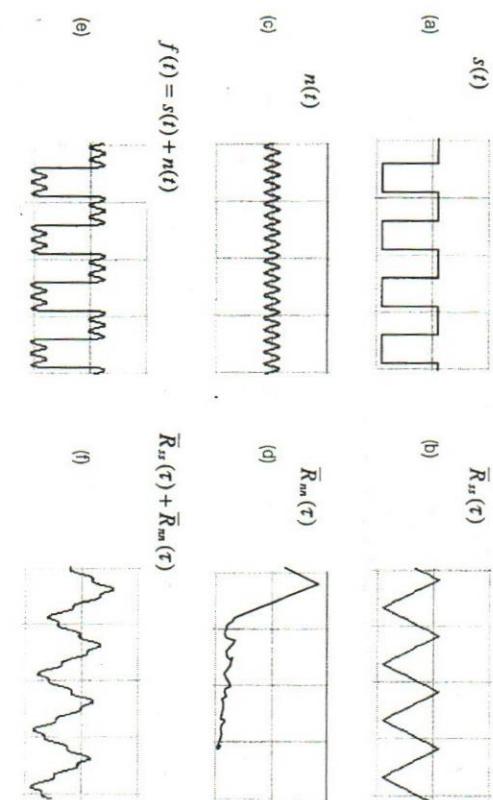


Figura 8.7.1

0.0. De los sistemas informáticos

Uno de las particularidades de los sistemas digitales es que en la detección participan un número infinito de formas conocidas y que pueden ser recuperadas, mientras que en los sistemas analógicos actúan un número infinito de mensajes con formas de ondas desconocidas. La posibilidad de almacenar las formas de onda como referencia y el conocimiento de la probabilidad de error, permite llegar a diversas técnicas de detección hasta con predicción.

Débel tenerse en cuenta que la detección de señales digitales, se la puede definir como la técnica de determinar cuál de las formas de onda almacenadas es la señal que está recibiendo. Esto significa que una vez tomada la decisión se recupera exactamente la forma de onda, más allá del ruido que esta tenga. Para lo cual se puede decir que el ruido del canal no influye, pero lo que ocurre es que genera errores en la decisión.

momento lo que implica que tanto la amplitud como la fase de la señal que se transmite están variando.

En general el ruido se lo representa como un vector que se suma a la señal con cualquier fase lo que genera que la portadora resultante tiene amplitud y fase variable. Esto dificulta las decisiones puesto que los sistemas digitales, la información se transmite en la amplitud, la frecuencia o en la fase de la portadora y en los multivinivel se transmite con varias amplitudes, varias fases o con una combinación de ambas.

Como el ruido afecta tanto a la amplitud como a la fase de la portadora modulada digitalmente, se cometen errores en la toma de decisión para la recuperación de la señal original.

## 8.9. Modelado del ruido pasabanda.

**8.9. Modelado del ruido pasabanda.**

El ruido queta acotado en banda según el ancho de banda del canal y su comportamiento es tal que se comporta como un vector que al sumarse a la señal le cambia su amplitud y su fase.

Para luego desarrollar un filtro que sea capaz de recuperar la señal en presencia de ruido con el menor error posible y por último se discutirá la probabilidad de error para los sistemas de comunicación digital.

$$n(t) = n_c(t) \cos\theta_c t + n_s(t) \sin\theta_c (t)$$

El ruido al pasar por el canal, queda acotado en el ancho de banda de este, por lo cual se dice que el canal se comporta como un filtro pasa banda. Comenzaremos por demostrar que el siguiente arreglo de la fig. 8.9.1, que lo designaremos como  $H_1(\omega)$ , se comporta como un filtro pasa banda ideal y luego analizaremos el mismo con ruido y quedará demostrada 8.9.1.

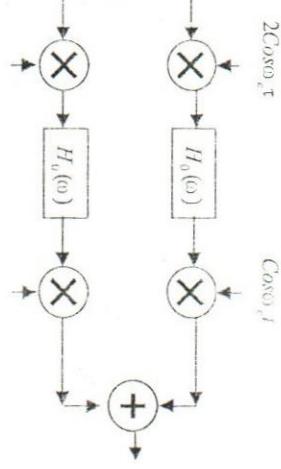


Figura 8.9.1

$H_0(\omega)$ , representa la función de transferencia de un filtro pasa bajo ideal con corte en  $\Omega_m$ ; tal como se ve en la fig. 8.9.2, siendo  $h_0(t)$ , su respuesta al impulso en el tiempo.

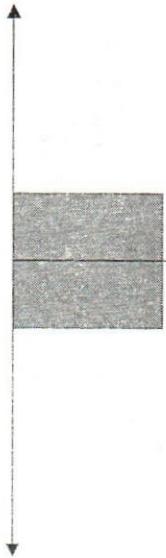


Figura 8.9.2

Se aplicará a la entrada del modelo propuesto en la fig. 8.9.1, un impulso retrasado  $\delta(t-\tau)$ . Operando la primera rama la salida del modulador será.

$$2\delta(t-\tau)\cos\omega_c t \quad [8.9.2]$$

La salida del filtro pasa bajo

$$2h_o(t-\tau)\cos\omega_c t \quad [8.9.3]$$

La salida del otro modulador.

$$2h_o(t-\tau)\cos\omega_c t \cdot \cos\omega_c(t-\tau) \quad [8.9.4]$$

Operando la otra rama es la misma expresión pero multiplicando senos.

$$2h_o(t-\tau)\sin\omega_c t \cdot \sin\omega_c(t-\tau) \quad [8.9.5]$$

Sumando 8.9.4 y 8.9.5

$$2h_o(t-\tau)\cos\omega_c(t-\tau) \quad [8.9.6]$$

Ésta es la expresión de salida del arreglo, queda analizar si corresponde a un canal de comunicaciones. Simplemente el canal se lo puede discutir como un pasa banda desplazado en frecuencia por un proceso de modulación.

De tal manera que, un filtro pasa banda ideal se lo modela como un pasa bajo ideal convolucionado en frecuencia con una portadora, tal como se ve en la fig. 8.9.3

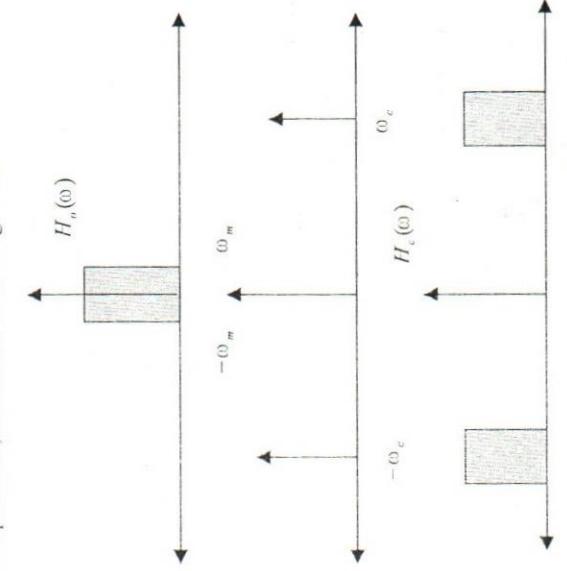


Figura 8.9.3

Para la fig. 8.9.3, podemos expresar el filtro como su respuesta al impulso multiplicada por la portadora.

$$2\hat{h}_o(t)\cos\omega_c t \quad [8.9.7]$$

La respuesta para un impulso desplazado será.

$$2\hat{h}_o(t-\tau)\cos\omega_c(t-\tau) \quad [8.9.8]$$

La 8.9.8, que representa el modelado de un filtro pasa banda, es igual a la 8.9.6, lo que implica que el arreglo de la fig. 8.9.1, representa un filtro pasa banda. Analicemos la respuesta de ese pasabanda si ingresamos un ruido  $n(t)$ .

Para la primera rama designamos como  $n_c(t)$  a la salida del filtro pasa bajo

$$n_c(t) = n(t)\cos\omega_c t \quad [8.9.9]$$

Para la segunda rama designamos como  $n_s(t)$  a la salida del filtro pasa alto

$$n_s(t) = n(t)\sin\omega_c t \quad [8.9.10]$$

La salida luego del segundo modulador será.

$$n(t) = n_c(t) + n_s(t) \quad [8.9.11]$$

Designando con  $n(t)$  la salida del filtro pasa bajo de la otra rama, luego del segundo modulador de esa rama se obtiene como salida.

$$n(t) = n_c(t)\cos\omega_c t + n_s(t)\sin\omega_c t \quad [8.9.12]$$

La salida final resulta de la suma de ambas ramas 8.9.10 y 8.9.11 y el ruido queda entonces representado por.

$$n(t) = n_c(t)\cos\omega_c t + n_s(t)\sin\omega_c t + n_r(t) \quad [8.9.13]$$

Queda entonces demostrada la 8.9.1 y es importante analizar que estas dos señales aleatorias, mantienen su relación de cuadratura pero se suman de manera aleatoria sobre la amplitud de la señal, lo que variará tanto la amplitud como la fase de la portadora modulada.

## 8.10. El filtro óptimo

Ya se ha mencionado que en los sistemas digitales el proceso de la detección es algo menos complicado que los sistemas continuos, puesto que la recuperación de la señal debe tomar como decisión de entre las diversas formas almacenadas cual es la señal.

Si bien es cierto que una vez tomada la decisión, la señal recuperada queda sin ruido, la presencia del ruido afectará en la toma de decisiones de la recuperación de la señal.

Por ejemplo si en un determinado momento el ruido es muy grande la decisión podrá aceptar un uno como valor y en realidad era un cero. Podemos decir que este problema significa un estudio de la probabilidad de error que ocurre cuando se detecta una señal.

Analizaremos esta problemática para señales binarias, es decir la que emplea dos símbolos por ser la más típica.

En un sistema binario, se debe decidir cual de los dos símbolos estamos recibiendo, en realidad no interesa la forma de lo que viene, puesto que podemos regenerarlos. Pero lo importante es decir cuál es el símbolo. De tal manera que un sistema de detección óptimo será aquel que determine con la menor probabilidad de error si la señal está o no presente.

Supongamos que las señales binarias duran  $T$  segundos, tanto los unos como los ceros. Necesitamos un dispositivo que sea capaz de analizar la señal cada  $T$  segundos y determinar si está o no presente. El detector óptimo será el que tenga la menor probabilidad de error al realizar su decisión.

Para facilitar este concepto lo que se hace es pasar la señal por un filtro que sea capaz de acentuar la señal  $s(t)$  y eliminar al mismo tiempo el ruido  $n(t)$ . De tal manera que la decisión del filtro será tomada en el momento en que la señal sea la máxima y elimine el ruido, produciendo una notable diferencia entre la señal y el ruido. Entonces el momento de la decisión será muy importante, puesto que cuando la señal este presente la amplitud será muy grande y muy pequeña si no está presente.

Un filtro capaz de esto deberá actuar en el momento adecuado y con una función de transferencia que optimice esta relación señal ruido. A efectos de trabajar con rigor técnico, lo que se optimiza será el cuadrado de la amplitud de la señal y el cuadrado de la amplitud del ruido.

Esto nos lleva a preguntarnos cuál deberá ser la función de transferencia de este filtro y en que momento deberá ser el instante de decisión, situación que analizaremos a continuación.

Para ser representativo el problema se puede visualizar en la fig. 8.10, donde ingresa una señal con ruido y a la salida tenemos la relación señal ruido optimizada.



Figura 8.10.1

El objetivo será encontrar la función de transferencia que optimice la relación señal ruido de salida expresada por sus cuadrados.

$$\rho = \frac{s_0^2(t)}{n_0^2(t)}$$

$$[8.10.1]$$

Tomando  $S(\omega)$  como la transformada de la señal de entrada y  $H(\omega)$ , como la función de transferencia del filtro óptimo, la señal de salida en el tiempo será.

$$s_0(t) = \mathcal{F}^{-1}[S(\omega) \cdot H(\omega)] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) H(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

$$[8.10.2]$$

Al ser la expresión independiente de  $t$ , se la puede analizar en el instante de decisión  $t_m$  simplemente reemplazando el valor en la 8.10.2

$$s_0(t_m) = \mathcal{F}^{-1}[S(\omega) \cdot H(\omega)] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) H(\omega) e^{j\omega t_m} d\omega$$

$$[8.10.3]$$

Por lo expresado en la 8.1.4, el valor cuadrático medio del ruido de salida se lo expresa en función del espectro de potencia de ruido de entrada y de la función de transferencia del filtro como.

Suponiendo ruido blanco con densidad espectral constante según 8.1.3 y reemplazando en el tiempo de decisión  $t_m$  se puede expresar la 8.10.4 como.

$$\overline{n_0^2(t_m)} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_n(\omega) |H(\omega)|^2 d\omega$$

$$[8.10.4]$$

Reemplazando 8.10.3 y 8.10.5 en 8.10.1

$$\frac{s_0^2(t_m)}{n_0^2(t_m)} = \frac{\left| \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega) S(\omega) e^{j\omega t_m} d\omega \right|^2}{\pi \cdot n \int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^2 d\omega}$$

$$[8.10.6]$$

Es conveniente aclarara que  $s_0(t)$  es un número real, lo que implica que  $\overline{s_0^2(t_m)} = [s_0(t_m)]^2$ .

Ahora bien para completar el análisis de la 8.10.6, utilizaremos la desigualdad de Schwartz que establece que si  $F_1(\omega)$  y  $F_2(\omega)$ , son funciones complejas, se cumple que:

$$\left| \int_{-\infty}^{\infty} F_1(\omega) F_2(\omega) d\omega \right|^2 \leq \int_{-\infty}^{\infty} |F_1(\omega)|^2 d\omega \int_{-\infty}^{\infty} |F_2(\omega)|^2 d\omega$$

$$[8.10.7]$$

Esta desigualdad se cumple solo si

$$F_1(\omega) = k F_2(-\omega)$$

Siendo  $k$  una constante arbitraria y considerando las transformadas de la siguiente manera:

$$F_1(\omega) = H(\omega) \quad y \quad F_2(\omega) = S(\omega) e^{j\omega t_m}$$

$$[8.10.8]$$

$$[8.10.9]$$

De tal manera que reemplazando en la 8.10.7 la 8.10.9, se puede expresar

$$\left| \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega) S(\omega) e^{j\omega t_m} d\omega \right|^2 \leq \int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^2 d\omega \int_{-\infty}^{\infty} |S(\omega)|^2 d\omega$$

$$[8.10.10]$$

Reemplazando 8.10.10 en 8.10.6

$$\frac{s_0^2(t_m)}{n_0^2(t_m)} \leq \frac{1}{\pi \cdot n} \int_{-\infty}^{\infty} |S(\omega)|^2 d\omega$$

$$[8.10.11]$$

Siendo la igualdad el valor máximo

visto ser  $\geq T$ . Pero en la toma de decisión para no generar demoras  $t_m$  deberá ser tan pequeño como sea posible siendo el óptimo igual a  $T$ .

De donde si el filtro tiene como función de transferencia la inversa de la señal de entrada la salida es la máxima en el punto  $t_m$ . Lo sintetizamos en la fig. 8.10.3

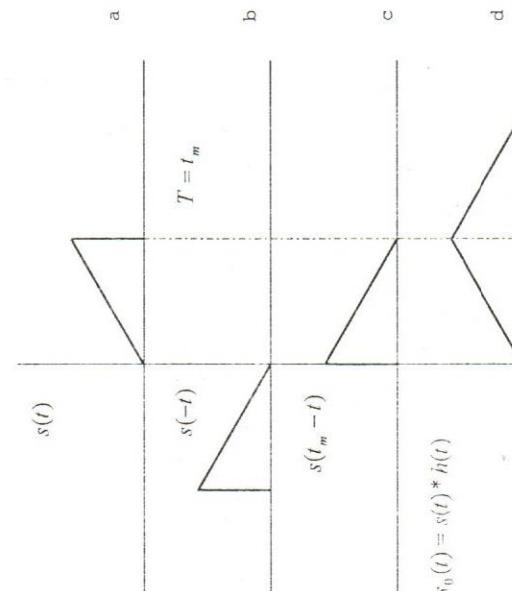
$$H(\omega) = k \cdot S(-\omega) e^{j\omega t_m} \quad [8.10.13]$$

Esto implica que debemos interpretar como debe ser la función de transferencia del filtro óptimo para cumplir con todo lo expresado al principio, según 8.10.13, la respuesta  $h(t)$  al impulso de un sistema óptimo será:

$$h(t) = \mathcal{Z}^{-1}[H(\omega)] = \mathcal{Z}^{-1}[k \cdot S(-\omega) e^{j\omega t_m}] = k \cdot s(t_m - t) \quad [8.10.14]$$

Claramente se ve que la función de transferencia debe ser la inversa de la señal que entra de tal manera que cuando esta se convolucione en el tiempo con la señal de entrada la salida será la máxima, se puede decir que es un comportamiento de predicción.

Vamos a analizar gráficamente lo expuesto, supongamos que entra una señal  $s(t)$  en filtro fig. 8.10.2.a armamos la función de transferencia del filtro tomando como  $t_m = T$ , lo vemos en la fig. 8.10.2.b y luego convolucionamos la entrada con  $h(t)$  en la fig. 8.10.2.d.



Se ve claramente que en el instante de decisión la salida es la máxima, de donde el filtro está optimizado, puesto que si se tomara  $t_m < T$  el sistema sería no causal, de donde  $t_m$  deberá por lo

$$\frac{s_0^2(t_m)}{n_0^2(t_m)}_{\text{max}} = \frac{1}{\pi N} \int_{-\infty}^{\infty} |S(\omega)|^2 d\omega \quad [8.10.12]$$

Para que esta igualdad sea válida, se debe cumplir 8.10.8, lo que implica que

$$H(\omega) = k \cdot S(-\omega) e^{j\omega t_m} \quad [8.10.13]$$

Esto implica que debemos interpretar como debe ser la función de transferencia del filtro óptimo para cumplir con todo lo expresado al principio, según 8.10.13, la respuesta  $h(t)$  al impulso de un sistema óptimo será:

$$h(t) = \mathcal{Z}^{-1}[H(\omega)] = \mathcal{Z}^{-1}[k \cdot S(-\omega) e^{j\omega t_m}] = k \cdot s(t_m - t) \quad [8.10.14]$$

Claramente se ve que la función de transferencia debe ser la inversa de la señal que entra de tal manera que cuando esta se convolucione en el tiempo con la señal de entrada la salida será la máxima, se puede decir que es un comportamiento de predicción.

Vamos a analizar gráficamente lo expuesto, supongamos que entra una señal  $s(t)$  en filtro fig. 8.10.2.a armamos la función de transferencia del filtro tomando como  $t_m = T$ , lo vemos en la fig. 8.10.2.b y luego convolucionamos la entrada con  $h(t)$  en la fig. 8.10.2.d.

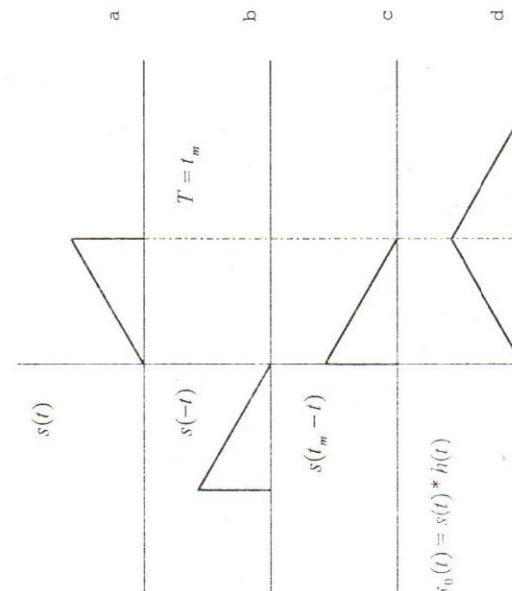


Figura 8.10.2

Figura 8.10.3

Según 1.10.6, la energía de una señal puede expresarse como

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} s^2(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |S(\omega)|^2 d\omega$$

De donde reemplazando 1.10.6 en 8.10.12, queda

$$\frac{s_0^2(t_m)}{n_0^2(t_m)}_{\text{max}} = \frac{E}{n} = \frac{2E}{2} \quad [8.10.15]$$

Esto equivale a decir que la mejor relación señal a ruido es el cociente de la energía de la señal y la densidad espectral de ruido a la entrada. La amplitud de la señal de salida  $s_0(t)$  se la obtienen reemplazando 8.10.14 en la 8.10.2

$$s_0(t_m) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |S(\omega)|^2 d\omega = E \quad [8.10.16]$$

De donde la amplitud máxima de la señal en la salida que ocurre en  $t = t_m$ , tiene como magnitud la energía de la señal. Resultado que aporta como concepto fundamental que la salida no importa en su forma sino en la existencia o no de su energía.

Como ampliatoria de lo expuesto si analizamos el valor cuadrático medio del ruido a la salida se lo puede obtener reemplazando 8.10.16 en 8.10.15.

$$\overline{n_0^2(t_m)} = \frac{n \cdot E}{2} \quad [8.10.17]$$

El filtro óptimo puede ser implementado con el arreglo de un correlador de tiempo como se ve en la fig. 8.10.4. La salida  $r(t)$  de un filtro esta dada por la convolución de la entrada y la respuesta al impulso del filtro  $h(t)$ .

$$r(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) h(t-x) dx$$

Pero debe tenerse en cuenta que la  $h(t)$  para el filtro óptimo es  $h(t) = s(t_m - t)$  y que  $h(t - x) = s(x + t_m)t$  y tomando la decisión en  $t = t_m$  queda

$$r(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)h(x + t_m - t)dx$$

Tomando la decisión en  $t = t_m$

$$r(t_m) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)s(x)dx \quad [8.10.18]$$

Por lo expuesto la figura 8.10.4 es representativa de un modelado por correlador de tiempo.

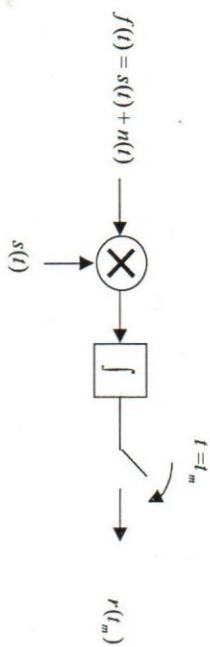


Figura 8.10.4

Visto desde un punto de vista muy conceptual esto no deja de ser detección sincrónica.

### 8.11. Análisis de la decisión de umbral en el filtro óptimo

El diseño del filtro optimiza la relación señal ruido a la salida en el instante de decisión  $t = t_m = T$ . Esto significa que en ese momento se observa la salida, para lo cual la  $r(t) = r(t_m) = r(T)$

$$r(T) = s_o(T) + n_o(T) \quad [8.11.1]$$

Si reemplazamos 8.10.16 en 8.11.1

$$r(T) = E + n_o(T) \quad [8.11.2]$$

Esta sería la señal de salida cuando existe la  $s(t)$ , pero cuando no existe la salida será simplemente ruido.

$$r(T) = n_o(T) \quad [8.11.3]$$

Es muy sencillo entonces determinar si hay o no señal, pero el ruido de salida es aleatorio, lo que implica que su valor es variable, sea grande o chico positivo o negativo, lo que complica la decisión. Puede ocurrir que  $r(T)$  sea grande lo que hace suponer que existe  $s_o(T)$ , sin embargo

esto podría ser simplemente por que el ruido es muy grande o si existiendo  $s_o(T)$  y el ruido es muy grande y negativo la  $r(T)$  es muy chica y se presupone que no hay señal.

De donde no hay una certeza de la decisión, sin embargo si  $r(T)$  es grande hay mucha probabilidad de que  $s_o(T)$  esté presente y por el contrario si  $r(T)$  es muy baja hay mucha probabilidad de  $s_o(T)$  no esté presente.

Pero como a partir de la decisión asumida existe la probabilidad de error, es conveniente encontrar una regla que haga que esa probabilidad sea la mínima posible.

Tomamos como regla un cierto umbral  $\alpha$ , donde por encima de ese valor esta presente la señal y por debajo no. Se trata entonces de encontrar este umbral que minimice el error.

Para poder encontrar el umbral debemos considerar en primera instancia la naturaleza de la amplitud del ruido. En general el ruido está formado por una gran cantidad de perturbaciones relativamente independientes entre sí. El ruido térmico cae muy bien dentro de este concepto. Ahora bien si recordamos el teorema del límite central en probabilidad donde se puede demostrar que si una señal está compuesta por un gran número de señales relativamente independientes entre sí, esta tiende a ser gaussiana.

Por lo expuesto la mejor distribución del ruido responde a una del tipo gaussiana. O dicho de otra manera la frecuencia de relativa de la aparición de las amplitudes del ruido tiene forma gaussiana. De manera genérica esta distribución, suele designársela con el nombre de función de densidad de probabilidad de la amplitud  $x$  (fpd) y se la representa como  $p(x)$  y vale:

$$p(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}} \quad [8.11.4]$$

En esta expresión  $\sigma_x^2$ , representa el valor cuadrático medio de la señal y para mejor interpretación la fig. 8.11.1, muestra la función de distribución, donde se ve que es simétrica respecto de  $x = 0$ .

$p(x)$

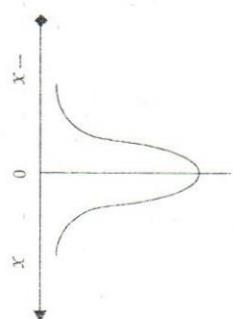


Figura 8.11.1

$n_0(t)$ , el valor cuadrático medio esta dado por 8.10.17, donde en la 8.11.4,  $\sigma_x^2$  representa este valor por lo tanto.

$$\sigma_x^2 = \sigma_n^2 = \frac{mE}{2}$$

Reemplazando en 8.11.4 la 8.11.10, nos queda la función de distribución para la ausencia de señal, utilizando la notación de  $p_0(r)$

$$p_0(r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} e^{-\frac{(r-E)^2}{2\sigma_n^2}} \quad [8.11.11]$$

Donde la salida será simplemente el ruido cuando la señal no está, es decir  $n_0(T)$ , con la distribución de amplitud según lo expresa 8.11.11, como se ve en la fig. 8.11.2 donde representamos la amplitud de salida  $r(T) = n_0(T)$ . De la misma manera cuando hay señal presente la función de distribución será la misma pero teniendo en cuenta a que a la salida tendremos  $r(T) = E + n_0(T)$  entonces la función de distribución para la presencia de señal se obtiene de la misma 8.11.11 con la presencia de la energía de la señal que desplaza la expresión y tomando la notación  $p_1(r)$  nos queda.

$$p_1(r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} e^{-\frac{(r-E)^2}{2\sigma_n^2}} \quad [8.11.12]$$

A efectos de poder visualizar correctamente las dos distribuciones para la presencia y la ausencia de señal en la figura 8.11.2 se representan ambas distribuciones marcando el umbral de decisión ( $\alpha$ ).

$$p_0(r) \quad p_1(r)$$

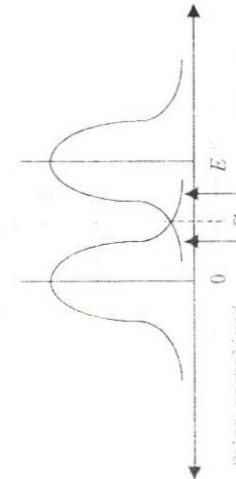


Figura 8.11.2

De hecho que puede darse el caso de señal ausente estando presente o viceversa. Se toma como umbral de decisión el valor de  $\alpha$ , que deberá ser igual a la mitad de la energía de la señal, es decir que  $\alpha = \frac{E}{2}$ .

A efectos de interpretar mejor el estudio de la probabilidad de error en la fig. 8.11.2, se observan dos sectores bajo la curva denominados falsa alarma y falsa normalidad. El primero representa la probabilidad de error de considerar que hay señal cuando en realidad no la hay ya que la amplitud del ruido es muy grande. La segunda representa la probabilidad de error de considerar que no hay señal aún habiéndola pues la señal es de amplitud muy pequeña.

## 8.12. Probabilidad de error

Habiendo supuesto que la señal tiene comportamiento equiprobable en presencia y ausencia, el umbral queda definido como la mitad de la energía de la señal.

Esto implica que las dos áreas son iguales y se puede calcular la probabilidad de error con cualquiera de las dos áreas. De tal manera que utilizando la señal ausente la probabilidad de error se puede expresar como:

$$P_0(\epsilon) = \int_{\epsilon}^{\infty} p_0(r) dr = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} \int_{\epsilon}^{\infty} e^{-\frac{r^2}{2\sigma_n^2}} dr \quad [8.12.1]$$

Para la señal presente la probabilidad de error se la puede calcular como.

$$P_1(\epsilon) = \int_{\epsilon}^{\infty} p_1(r) dr = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} \int_{\epsilon}^{\infty} e^{-\frac{(r-E)^2}{2\sigma_n^2}} dr \quad [8.12.2]$$

Como  $P_0(\epsilon) = P_1(\epsilon)$  utilizaremos genéricamente  $P(\epsilon)$ . Tomaremos la 8.12.1, para la resolución de la probabilidad de error. Esta integral no se puede evaluar de manera cerrada y se la debe trabajar mediante la ayuda de cualquiera de las tabulaciones operativas sean de la función  $erf(x)$ ,  $erfc(x)$  o de  $Q(x)$ . A efectos de trabajar con comodidad a continuación desarrollaremos estas funciones y sus equivalencias.

$$erf(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{0}^{x} e^{-y^2} dy \quad [8.12.3]$$

$$erfc(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{x}^{\infty} e^{-y^2} dy \quad [8.12.4]$$

$$erfc(x) + erf(x) = 1 \quad [8.12.5]$$

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{x}^{\infty} e^{-\frac{y^2}{2}} dy \quad [8.12.6]$$

$$erfc(x) = 2Q(x\sqrt{2}) \quad [8.12.7]$$

$$Q(x) = \frac{1}{2} erfc\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right) \quad [8.12.8]$$

Para resolver la 8.12.1, se la trata de aproximar a alguna de las expresiones normalizadas.  
Definimos una nueva variable

$$y = \frac{r}{\sigma_n} \quad [8.12.9]$$

De tal manera que

$$dr = \sigma_n dy \quad [8.12.10]$$

Reemplazando 8.12.9 y 8.12.10 en la 8.12.1, podemos utilizar la  $Q(x)$  para su resolución.

$$P(\epsilon) = \frac{1}{2\pi\sigma_n} \int_{-\frac{\alpha}{\sigma_n}}^{\frac{\alpha}{\sigma_n}} e^{-\frac{y^2}{2}} \sigma_n dy = \frac{1}{2\pi} \int_{-\frac{\alpha}{\sigma_n}}^{\frac{\alpha}{\sigma_n}} e^{-\frac{y^2}{2}} dy = Q\left(\frac{\alpha}{\sigma_n}\right) \quad [8.12.11]$$

Aplicando 8.11.10 a 8.12.11 queda

$$P(\epsilon) = Q\left(\sqrt{\frac{\alpha}{nE}}\right) \quad [8.12.12]$$

Si reemplazamos el valor de  $\alpha$  por  $\frac{E}{2}$  entonces:

$$P(\epsilon) = Q\left(\sqrt{\frac{E}{2n}}\right) \quad [8.12.13]$$

Esta expresión genérica permitirá analizar el comportamiento de los sistemas de comunicación digital frente al ruido.

En la figura 8.12.1 se presenta la  $P(\epsilon)$  en función de la  $\frac{E}{n}$ , expresada en dB. Para una mejor interpretación de la  $P(\epsilon)$  se puede decir que la probabilidad de un evento implica trabajar con la frecuencia relativa del mismo, entonces si sobre  $N$  decisiones y  $N_e$  equivocadas, la  $P(\epsilon)$  se la define como  $P(\epsilon) = \frac{N_e}{N}$  y  $N_e = P(\epsilon)N$ . Si  $P(\epsilon) = \frac{1}{1000}$ , implica que cada mil decisiones una es incorrecta.

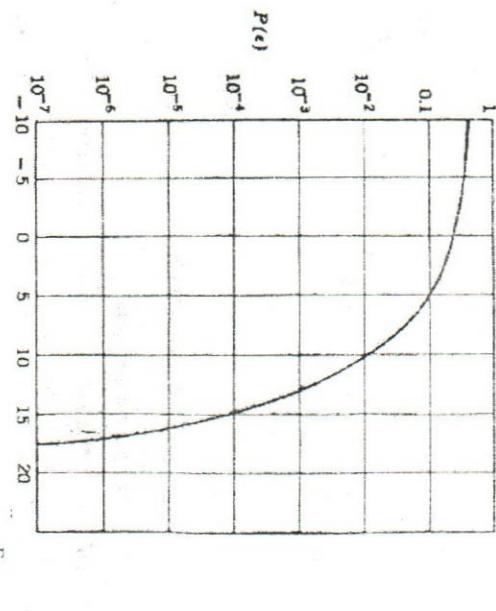


Figura 8.12.1

### 8.13. Probabilidad de error en PCM

La señal  $s(t)$  de PCM binaria es un pulso rectangular de amplitud  $A$  y duración  $T$ , como se ve en la fig. 18.

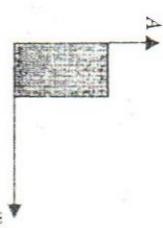


figura 8.13.1

La respuesta al impulso del filtro óptimo según la 8.10.14 es

$$h(t) = s(T-t)$$

La  $s(T-t) = s(t)$ , puesto que esto implica rotar la  $s(t)$  alrededor del eje vertical y desplazarla  $T$  segundos. La energía  $E$ , viene dada por

$$E = A^2 T$$

$$[8.13.1]$$

La amplitud de la señal es  $k$  veces mayor que el ruido.

$$A = k\sigma_n$$

[8.13.2]

Reemplazando 8.13.2 en 8.13.1

$$E = k^2 \sigma_n^2 T$$

[8.13.3]

Donde  $\sigma_n^2$ , es el valor cuadrático medio del ruido tal que

$$\sigma_n^2 = N_r = n^2(t)$$

[8.13.4]

Si la duración de los pulsos es  $T$ , existen  $1/T$  pulsos por segundo y el ancho de banda necesario para un sistema ideal es la mitad de esta velocidad, tal que.

$$B = \frac{1}{2T}$$

[8.13.5]

Considerando la Potencia de ruido en función del espectro densidad de potencia, según lo expresado en la 8.1.2 y 8.1.3.

$$N_r = nB = \frac{n}{2T} = \sigma_n^2$$

[8.13.6]

Despejando  $n$

$$n = 2T\sigma_n^2$$

[8.13.7]

Aplicando 8.13.6 y 8.13.7 a la 8.12.12

$$P(\epsilon) = Q\left(\sqrt{\frac{E}{2\sigma_n^2}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{k^2 \sigma_n^2 T}{4\sigma_n^2 T}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{k^2}{4}}\right) = Q\left(\frac{k}{2}\right) \quad [8.13.8]$$

A modo de análisis si suponemos que  $k = 7.95$ , la  $\frac{E}{n}$  será de 15 dB y según la fig. 8.12.1 la  $P(\epsilon) = 10^{-4}$ , es decir uno equivocado cada 10000. Más allá que este valor que se da a modo de ejemplo, es conveniente aclarar que en la práctica los pulsos se deforman y se aproximan a formas trapezoidales lo que implica que la  $h(t)$  del filtro óptimo seguirá esa forma.

#### 8.14. Probabilidad de error para ASK

La señal básica de PCM, transmitida en OOK, es simplemente la presencia de la portadora o su ausencia, para lo cual la  $s(t)$  será:

$$\begin{aligned} s(t) &= A \operatorname{sen} \omega_c t && \text{para } 0 < t < T \\ s(t) &= 0 && \text{para cualquier otro punto} \end{aligned}$$

Encontraremos el receptor óptimo y la  $P(\epsilon)$ , suponiendo las mismas condiciones de equiprobabilidad. Según 8.10.14

$$h(t) = s(T-t)$$

y es claro  $s(T-t) = -s(t)$  lo que significa que

$$h(t) = s(T-t) = -s(t)$$

En la fig. 8.14.1, se representa la  $s(t)$  como un seno en el momento de existencia.

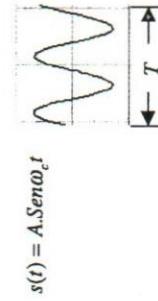


Figura 8.14.1

La figura 8.14.2 presenta la  $h(t)$  correspondiente para un filtro acoplado

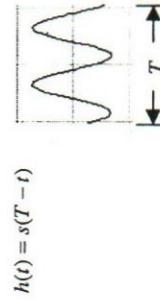


Figura 8.14.2

Si la señal de entrada de la fig. 8.14.1 se la convoluciona en el tiempo con la  $h(t)$  de la fig. 8.14.2 tendremos la respuesta del filtro y de hecho que en el instante de decisión T obtendremos la salida máxima.

Esta  $r(t)$  queda mostrada en la fig. 8.14.3.

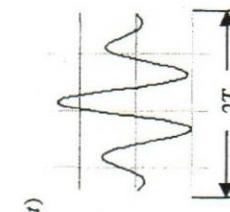


Figura 8.14.3

La energía de la  $s(t)$  será

$$E = \frac{A^2}{2} T \quad [8.14.2]$$

Sabiendo que el umbral será la mitad de la energía.

$$\alpha = \frac{A^2}{4} T \quad [8.14.3]$$

Aplicando 8.14.2 en 8.12.2

$$P(\varepsilon) = Q\left(\sqrt{\frac{E}{2n}}\right) = Q\left(\frac{A}{2}\sqrt{\frac{T}{n}}\right) \quad [8.14.4]$$

Se puede analizar la  $P(\varepsilon)$  también en función de la potencia media de la señal y a partir de la energía se puede expresar que la señal está la mitad del tiempo lo que implica expresar que la potencia media será:

$$P = \frac{E}{2T} = \frac{A^2}{4} \quad [8.14.5]$$

Reemplazando en 8.14.4

$$P(\varepsilon) = Q\left(\sqrt{\frac{PT}{n}}\right) \quad [8.14.6]$$

El planteo supone que se cumplen las condiciones ya expresadas para la  $s(t)$ , se puede aplicar esto mismo con el modelado por correlador de tiempo expresado en 8.10.18, de tal manera que la fig. 8.14.4 será la representación al efecto.

Para generarla se utilizan dos OOK, uno por los unos y otro por los ceros. Entonces la banda base es invertida en una de las ramas antes de ingresar al modulador de producto de tal manera de dar salida con una de las componentes de portadora con los ceros.

Por ello en la expresión final de la señal en FSK, que está formada por dos componentes, una de las componentes debe ser invertida para que al final se sumen los efectos y se duplique la amplitud final resultante.

$$f(t) = s_1(t) - s_2(t) \quad [8.15.3]$$

La energía resultante de esta señal  $E_f$

$$E_f = \int_{t_m}^T [s_1(t) - s_2(t)]^2 dt = \int_{t_m}^T s_1^2(t) dt + \int_{t_m}^T s_2^2(t) dt - 2 \int_{t_m}^T s_1(t)s_2(t) dt \quad [8.15.4]$$

Donde  $s_1(t)$  y  $s_2(t)$ , están dadas por las 8.15.1 y 8.15.2, donde el último término de 8.15.4, es cero ya que no correlacionan estas señales.

$$\int_{t_m}^T s_1^2(t) dt = \int_{t_m}^T s_2^2(t) dt = E = \frac{A^2 T}{2} \quad [8.15.5]$$

### 8.15. Probabilidad de error para FSK

La señal de FSK, está compuesta por dos componentes de distinta frecuencia.

$$E_f = 2E = A^2 T$$

Figura 8.14.4

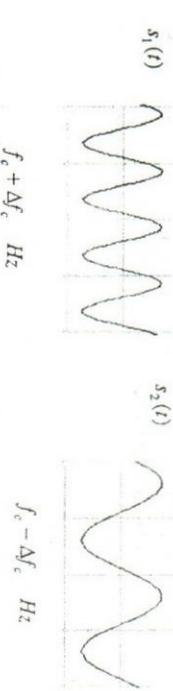


Figura 8.14.1

$$\begin{aligned} s_1(t) &= A \operatorname{sen}(\omega_c + \Delta\omega_c)t && \text{para } 0 < t < T \\ s_1(t) &= 0 && \text{para cualquier otro punto} \\ s_2(t) &= A \operatorname{sen}(\omega_c - \Delta\omega_c)t && \text{para } 0 < t < T \\ s_2(t) &= 0 && \text{para cualquier otro punto} \end{aligned} \quad [8.15.1] \quad [8.15.2]$$

Donde la  $\omega_c = \frac{2\pi}{T}$  es la frecuencia de portadora, donde  $\Delta\omega_c$  es la desviación de frecuencia.

La  $s(t)$  conformada en el tiempo  $T$ , se muestra en la fig. 8.15.1, donde la presencia es  $s_1(t)$  con una frecuencia  $f_c + \Delta f_c$  y la ausencia es  $s_2(t)$  con otra frecuencia  $f_c - \Delta f_c$ .

Esto implica que la energía de la función es la suma de las energías ( $E$ ) de las componentes, lo cual es muy lógico puesto que ese es el efecto que se busca para mejorar su comportamiento frente al ruido.

$$[8.15.6]$$

Sabiendo que el umbral de decisión es 1/2 de la energía total nos queda que dicho valor es la  $E$  de cada señal. Considerando entonces que  $s_1(t)$  está si la  $r(T) > E$  y de la misma manera que  $s_2(t)$ , esta presente si  $r(T) > E$ . Para lo cual reemplazando en la 8.12.2, estos valores.

$$P(w) = Q\left(\frac{E}{n}\right)$$

[8.15.7]

### 8.16. Probabilidad de error en PSK

En esta técnica la portadora está siempre presente pero variando su fase según el estado sea alto o bajo. Es decir la señal está formada por dos componentes con signos opuestos,  $s_1(t) = -s_2(t) = s(t)$ .

La fig. 8.16.1.a corresponde a  $s_1(t)$  y la b representa  $s_2(t)$ .



Figura 8.16.1

Suponiendo que la duración de cada símbolo es  $T$  segundos, se puede expresar que según 8.11.2 la respuesta puede expresarse para  $s_1(t)$ .

$$r(T) = E + n_0(t)$$

la función de distribución

$$p(r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} e^{-\frac{(r-E)^2}{2\sigma_n^2}}$$

La fig. 8.16.1 muestra esta distribución, es decir  $p(r)$  cuando la señal está presente.

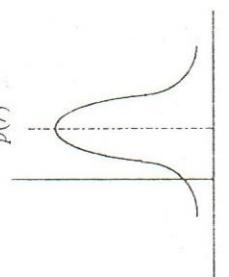


Figura 8.16.1

Con el mismo análisis es posible encontrar la respuesta y su distribución para  $s_2(t)$ .

$$r(T) = -E + n_0(t)$$

[8.16.3]

y la función distribución

$$p(r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} e^{-\frac{(r+E)^2}{2\sigma_n^2}}$$

[8.16.4]

La fig. 8.16.2 representa dicha distribución

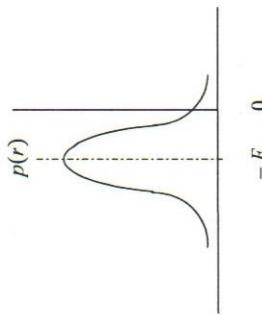


Figura 8.16.2

Analizando las dos distribuciones que se representan juntas en la fig. 8.16.3, es necesario encontrar el umbral de decisión que cometa el mínimo error. Es claro que como tenemos una representación simétrica con valores negativos y positivos, este umbral es cero.

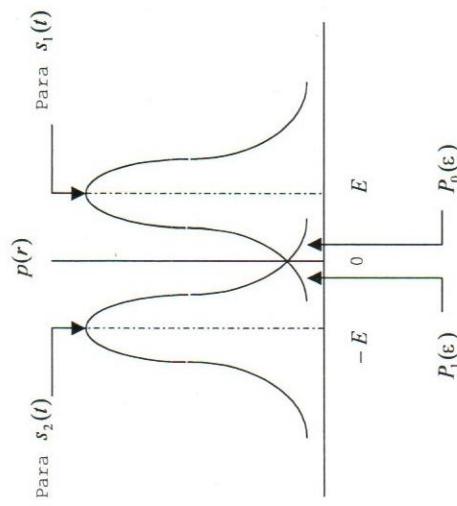


Figura 8.16.3

Es evidente que el área bajo la curva de la derecha es la probabilidad de error  $P_0(\epsilon)$ , considerando que si  $r(T) > 0$  implica que  $s_1(t)$  está presente y en realidad no lo está, por otro lado si  $r(T) < 0$

significa  $s_2(t)$  presente y en realidad no lo está, de donde el área bajo la curva de la izquierda es la  $P_1(\epsilon)$ .

Como ambas probabilidades de error son iguales tomaremos la  $P_0(\epsilon)$  que será:

$$P_0(\epsilon) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} \int_0^{\infty} e^{-\frac{(t+E)^2}{2\sigma_n^2}}$$

Esta expresión es la misma que la 8.12.2, solo que el valor de  $\alpha$ , es igual a E, para lo cual aplicando la misma resolución queda expresada de manera general  $P_0(\epsilon) = P_1(\epsilon) = P(\epsilon)$ .

$$P(\epsilon) = Q\left(\sqrt{\frac{2E}{n}}\right)$$

[8.17.6]

### 8.17. Detección de palabras código utilizando el filtro óptimo

En el análisis realizado con el filtro acoplado se trabajó, en una base conceptual de recuperación de las señales pulso a pulso. Este concepto puede extenderse a una palabra del alfabeto código.

De donde el trabajo fundamental será diseñar un filtro que dé salida máxima solamente para esa palabra en particular y no de salida para otra que se transmite.

Entonces si se puede diseñar el dispositivo, se pueden colocar n de esos filtros en paralelos que den salida máxima para su palabra código.

Haciendo que determine cual de ellos tiene el máximo de salida, entonces se decodificará la palabra que viene en ese momento.

El correlador de tiempo del filtro acoplado que analizamos, es una posible solución ya que se puede adaptar perfectamente para palabras códigos.

Entonces un sistema óptimo, se lo diseña con un alfabeto código con n palabras códigos y n correlacionadores, cada uno con una réplica almacenada de la palabra código.

La respuesta, de todos ellos, se somete a una decisión lógica de cual es la mayor salida en el instante de decisión.

La mayor salida indica que la palabra código corresponde a la réplica almacenada. Para lo cual se toma como señal detectada dicha réplica.

Analizando la fig. 8.17.1, la función de entrada esta formada por las palabras códigos del alfabeto almacenada como palabra detectada.

Expresada como:

$$f(t) = s_1(t) + s_2(t) + \dots + s_n(t) \quad [8.17.1]$$

Esta ingresa y se la correlaciona con réplicas almacenadas de las palabras códigos. El modelo del correlador de tiempo para caso toma la decisión en el instante  $t = t_m$  y el decisor determina cual salida es la máxima. Esto implica que el selector de palabra habilita la salida de la réplica almacenada como palabra detectada.

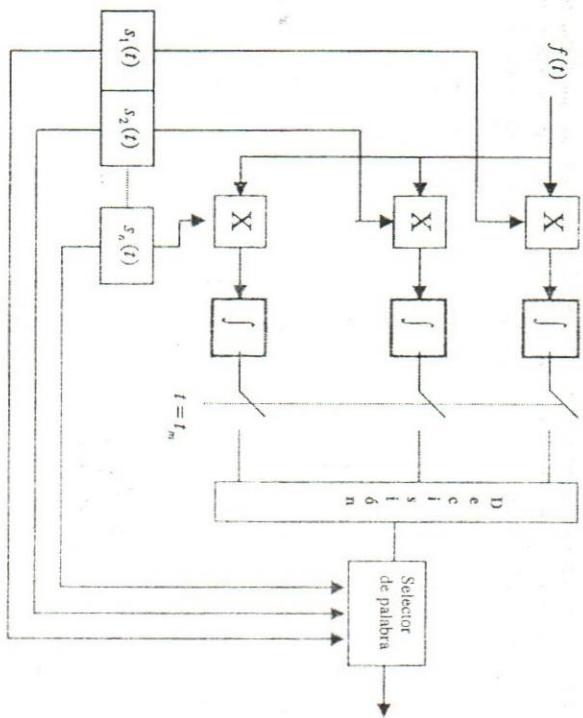


Figura 8.17.1

### 8.18. Códigos de pseudo ruido (PN)

Como aspecto significativo sería muy importante tener palabras código de máxima autocorrelación. Es decir que la palabra solo correlacione con si misma y con cualquiera de las otras palabras códigos la autocorrelación sea cero.

Para lo cual se desarrollan códigos de estas características, que solo correlacionan con si mismo y dan cero para cualquier palabra del alfabeto aun con una diferencia entre palabras de solo 1 bit. Este tipo de códigos disminuye la probabilidad de error. Se constituye además en una referencia válida en el caso de los sincronismos del sistema.

Un registro de desplazamiento es una manera muy sencilla de crear palabras códigos de las características expresadas. Se trata de transformarlo en un generador de secuencia y esto se logra con una realimentación entre datos con suma binaria. Esta combinación logrará la creación una palabra código de máxima correlación, diferentes puntos de realimentación pueden lograr otras palabras de esas características. La fig. 8.18.1, presenta un generador de secuencia de tres pasos.

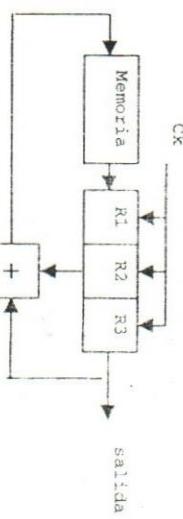


Figura 8.18.1

La salida R3 se suma de forma binaria (sin carry) con R2 el resultado se lo guarda en la memoria. El clock va transfiriendo los datos a través del registro y se repite el proceso. La secuencia de la palabra se la lee sobre R3. En la tabla de la fig. 8.18.2., se presenta como se van transfiriendo los contenidos del registro.

R1	R2	R3
1	1	1
0	1	1
0	0	1
1	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	0
1	1	0
0	1	1
0	0	1
1	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	0

Se repite la secuencia

Figura 8.18.2

Leyendo la salida en R3, se ve que se vuelve a repetir cuando aparece la secuencia de 111 en los tres pasos del registro. El análisis parte de que todos los pasos comienzan cargados con unos. Para este caso la palabra es de 7 bits, puesto que aparecen todas las combinaciones posibles de tres bits pero sin la combinación de 000.

De hecho la longitud de esta palabra dependerá de la cantidad de pasos del registro de desplazamiento. Viendo el código por se y si es razonablemente largo es muy difícil determinar cuál es la palabra código. Mientras mayor es la longitud, más parece una función aleatoria, por ello es que se denominan códigos de pseudo ruido.

Para realizar la autocorrelación de la secuencia presentada 1110010, se la operacionaliza con una NOREX, bit a bit. Analizaremos la situación para dicha palabra y con posiciones corridas de tal manera que se obtendrá el coeficiente máximo cuando correlacione y cuando no correlacione aun con un bit de diferencia dará siempre el mismo valor es decir el mínimo de no correlación.

Correlacionando la secuencia con la palabra código que resulta de desplazar un bit a la derecha

1110010 palabra código

secuencia de entrada corrida un bit

1100101 secuencia que son tres las coincidencias y 3 será la suma como valor de salida

Repitiendo con dos bits desplazados

1110000 secuencia de entrada corrida un bit

+ + - + - + +

+ - - + + - -

+ - - + + - -

Repitiendo con tres bits desplazados

1110000 secuencia de entrada corrida un bit

+ + + - + - +

+ - - + + - +

+ - - + + - +

1110010 palabra código  
secuencia de entrada corrida dos bits

1001011 siguen siendo tres las coincidencias y 3 será la suma como valor de salida

Cualquiera sea la posición el valor de salida para este caso será tres. El valor máximo será cuando exista la coincidencia entre los siete bits, siendo ese el valor de salida. Para mejor comprensión se presenta en la figura 8.18.3, de manera gráfica el proceso. En el eje horizontal el desplazamiento de bits y en el vertical los valores resultantes de la correlación.

Se ve claramente que el máximo se presenta en la autocorrelación, repitiéndose el máximo nuevamente cuando vuelve a coincidir la palabra siete bits más tarde.

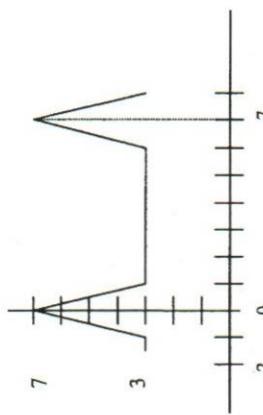


Figura 8.18.3

Cuando no se da la correlación el valor de salida es siempre el mismo y esto ayuda en la decisión. Sin embargo sería muy útil que el mínimo sea mucho menor y esto se codifica la señal de manera bipolar, es decir con tensiones positivas los unos y negativas los ceros.

En esta situación la comparación se realiza multiplicando bit a bit la secuencia de entrada con la palabra código y luego se cancelan los signos opuestos quedando siempre como salida un valor negativo.

Analizando la misma situación anterior de una secuencia desplazada un uno y dos bits respectivamente nos queda:

+ + + - - - -

+ + - - + + - +

palabra código  
secuencia de entrada corrida un bit  
tres + y cuatro - valor de salida -1

Para una secuencia de entrada desplazada dos bits

+ + + - + - + -  
+ + - + - + +  
+ - - + + - -

palabra código  
secuencia de entrada corrida un bit  
tres + y cuatro - valor de salida -1

Este será el valor mínimo (-1) cuando no correlacione y el máximo será de siete cuando se de la correlación. En este caso es evidente que existe una notable diferencia entre el máximo y el mínimo, lo que ayuda de manera considerable en la decisión de la señal detectada. En la fig. 8.18.4, se representa esta situación.

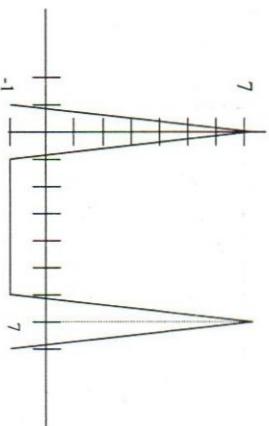


Figura 8.18.4

### 8.19. Propiedades de los códigos PN

Estos códigos suelen ser denominados como los de longitud máxima ya que son los más largos que se pueden obtener con un registro de desplazamiento de pasos definidos.

Definiendo como  $m$  el número de pasos del registro, las propiedades que se pueden destacar en estos códigos se expresan a continuación:

- 1) En el registro se generan todas las posibles combinaciones de los  $m$  bits que se combinen, menos la palabra de todos ceros. Si eso ocurre no es un código PN.
- 2) En la secuencia de salida la cantidad de unos es en uno mayor que la cantidad de ceros
- 3) La longitud de la palabra es  $L = 2^m - 1$ .

- 4) El valor máximo de la correlación es  $\text{Max} = 2^m - 1$  es decir es igual a la  $L$ .

- 5) El valor mínimo para codificación binaria cuando no correlaciona la señal es  $\text{Min}_b = 2^{m-1} - 1$ . Este mínimo para codificación bipolar es  $\text{Min}_{bp} = -1$ .

- 6) Se define como índice de discriminación a la diferencia entre el máximo y el mínimo. De tal manera que para codificación binaria el índice será  $\beta_{bn} = 2^m - 1 - (2^{m-1} - 1) = 2^{m-1}$ . Donde este índice para el caso de codificación bipolar  $\beta_{bp} = 2^m - 1 - (-1) = 2^m$

### 8.20. De los puntos de realimentación

Es muy importante elegir el punto de realimentación, puesto que de no ser así no se logra la palabra código PN.

Para el caso que venimos analizando de la fig. 8.18.1, si se elige realimentar la salida con el  $R_1$ , también se obtiene una palabra código PN. En la fig. 8.20.1 se realiza el análisis.

$R_1$	$R_2$	$R_3$
1	1	1
0	1	1
1	0	1
0	1	0
0	0	1
1	0	0
1	1	0
1	1	1
0	1	1
1	0	1
0	1	0
0	0	1
1	0	0
1	1	0
1	1	1

Se repite la secuencia

$m$	$L$	$\text{Max}$	$\text{Min}_b$	$\text{Min}_{bp}$	$\beta_{bn}$	$\beta_{bp}$	Real	Palabra binaria
2	3	2	-1	-1	1	4	$R_1$	110
3	7	3	-1	-1	4	8	$R_2$	1110010
3	7	3	-1	-1	4	8	$R_1$	1110100
4	15	7	-1	-1	8	16	$R_3$	1111000110011010
4	15	7	-1	-1	8	16	$R_1$	111101011001000
5	31	15	-1	-1	16	32	$R_2$	11111001101010001110110100

Figura 8.20.1

La nueva palabra es 11110100, que es evidente que cumple con todas las condiciones para ser código PN. Si se tomara la suma entre  $R_1$  y  $R_2$  y luego se realimenta, no se logra una palabra código PN. De donde es todo un trabajo la búsqueda de los puntos de realimentación.

En la tabla de la fig. 8.20.2, se presenta una síntesis de parámetros, para diversas palabras código.

$m$	$L$	$\text{Max}$	$\text{Min}_b$	$\text{Min}_{bp}$	$\beta_{bn}$	$\beta_{bp}$	Real	Palabra binaria
2	3	2	-1	-1	1	4	$R_1$	110
3	7	3	-1	-1	4	8	$R_2$	1110010
3	7	3	-1	-1	4	8	$R_1$	1110100
4	15	7	-1	-1	8	16	$R_3$	1111000110011010
4	15	7	-1	-1	8	16	$R_1$	111101011001000
5	31	15	-1	-1	16	32	$R_2$	11111001101010001110110100

Figura 8.20.2

## 8.21. Códigos de Walsh

En la búsqueda de códigos de máxima correlación surge la opción de los códigos de Walsh. Estos se generan a partir de la matriz binaria de Hadamard, donde siguiendo una estructura de conformación se pueden crear palabras códigos de máxima autocorrelación y correlación cero con las otras palabras del alfabeto códigos. Es decir alfabeto código con palabras ortogonales entre sí.

La rutina de creación consiste en definir una matriz de inicial de Hadamard asignando el valor 1 o cero de inicio. Por ejemplo de la matriz de Walsh de orden cero con valor 1 será:

$$W_0 = \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix} \quad [8.21.1]$$

Esta matriz dará origen a la de orden dos modelando la nueva matriz con los mismos valores a excepción de la posición 2,2, donde se coloca la matriz con los valores negados, tal como se ve en la 8.12.2

$$W_2 = \begin{bmatrix} W_0 W_0 \\ W_0 W_0 \end{bmatrix} \quad [8.21.2]$$

De donde reemplazando 8.21.1 en 8.21.2

$$W_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad [8.21.3]$$

La matriz de orden cuatro se obtiene con la misma rutina a partir de la de orden dos

$$W_4 = \begin{bmatrix} W_2 W_2 \\ W_2 W_2 \end{bmatrix} \quad [8.21.4]$$

Reemplazando 8.21.3 en 8.21.4

$$W_4 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad [8.21.5]$$

Con el mismo criterio se pueden generar los órdenes superiores. Lo primero que surge es como saber que estas palabras códigos son de máxima correlación.

Comparando la palabra código con la secuencia de entrada, definimos el índice de correlación digital como la sumatoria de las coincidencias menos las no coincidencias sobre el número de bits de la palabra.

$$\beta_d = \frac{\sum c - \sum nc}{N} \quad [8.21.6]$$

Este índice dará siempre 1 para la correlación y cero para cualquier palabra del alfabeto código que se compare con la palabra de referencia.

Supongamos la matriz de orden 4 de la 8.21.5, analizaremos el comportamiento de las palabras con respecto a una de ellas la 1111. En la tabla de la fig. 8.21.1, en la primera columna ingresara una de

las palabras del alfabeto código, en la segunda la sumatoria de coincidencias que resulten de compararla con 1111, en la tercera columna se colocará al sumatoria de las no coincidencias y en la última el coeficiente de correlación digital

entrada	$\sum c$	$\sum nc$	$\beta_d$
1010	2	2	0
1100	2	2	0
1001	2	2	0
1111	4	4	1

Figura 8.21.1

Se ve claramente que da la máxima correlación y para las otras palabras resulta ortogonal. Este concepto se sigue cumpliendo aún para las inversas de las palabras. Dando -1, para el caso de ingresar la inversa de la palabra con la que se compara.

En general utilizando palabras códigos muy largas es muy difícil ver que la señal está codificada porque simplemente parece un ruido y solo aquel que conozca el código podrá correlatarla.

## 8.22. Spread spectrum

Otra aplicación importante de los códigos de máxima correlación, es la posibilidad de codificar un grupo de bandas base que han sido moduladas en la misma portadora.

Esto significa que para que no se mezclen se las codifica con una palabra de máxima correlación.

La fig. 8.22.1, muestra una situación donde dos bandas bases diferentes son moduladas en PSK con la misma portadora luego de ser codificadas, se las suma y se las transmite. La recepción comienza por separarlas correlacionando con la palabra código y luego se las demodula por separado.

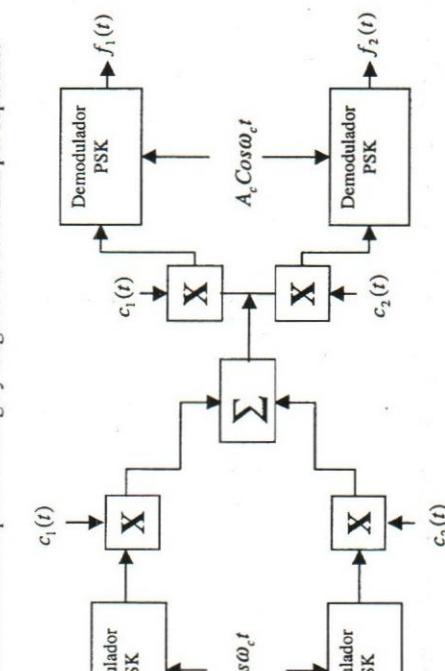


Figura 8.22.1

Las bandas bases moduladas con la misma portadora, no se mezclan ya que mantienen la ortogonalidad entre sí por la codificación. La correlación con sus palabras respectivas las separa y luego se pueden demodular adecuadamente. La función a la salida del sumador puede expresarse

$$\phi_c(t) = f_1(t) \times \text{Coso}_c t \times c_1(t) + f_2(t) \times \text{Coso}_c t \times c_2(t)$$

Al entrar a los correlacionadores la  $\phi_c(t)$ , es multiplicada por la palabra código dando a la salida la señal modulada con la banda correspondiente.

$$\begin{aligned} \phi_c(t) \times c_1(t) &= f_1(t) \times \text{Coso}_c t \\ \phi_c(t) \times c_2(t) &= f_2(t) \times \text{Coso}_c t \end{aligned} \quad [8.22.1]$$

$$\begin{aligned} \phi_c(t) \times c_1(t) &= f_1(t) \times \text{Coso}_c t \\ \phi_c(t) \times c_2(t) &= f_2(t) \times \text{Coso}_c t \end{aligned} \quad [8.22.2]$$

8.22.1 y 8.22.2, quedan separadas por ortogonalidad, luego se las demodula sincrónicamente reinyectando la portadora y filtrando, obteniendo  $f_1(t)$  y  $f_2(t)$ , respectivamente.

La codificación pudo ser hecha en banda base y luego modular, en este caso se codificó luego de la modulación.

Este concepto de codificación expande la señal a lo largo del canal, por ello se la denomina espectro ensanchado (spread spectrum).

Analicemos el espectro en frecuencia de una palabra código muy larga, es obvio que su transformada será una función  $\text{Sa}(x)$ , discreta donde el paso por cero depende del ancho del pulso y como es muy angosto este ancho de banda es muy grande, por otro lado la distancia entre líneas la fija el período y si es muy grande las barras aparecen muy próximas. Podemos decir que la palabra ocupa todo el ancho disponible en el canal. En la fig. 8.22.2, se representa un palabra código binaria (111010) obtenida de la tabla de la fig. 8.20.2.

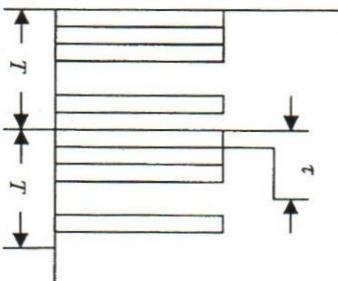


Figura 8.22.2

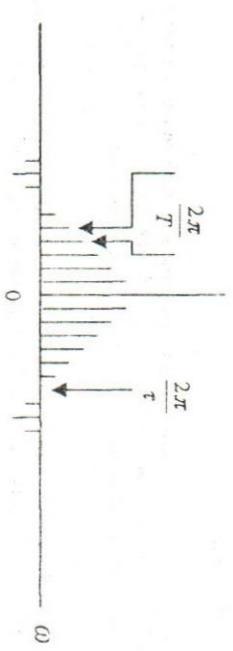


Figura 8.22.3

Pasando esta señal por el canal queda acotada en banda, con amplitudes muy pequeñas y constantes y la representaremos en la fig. 8.22.4.

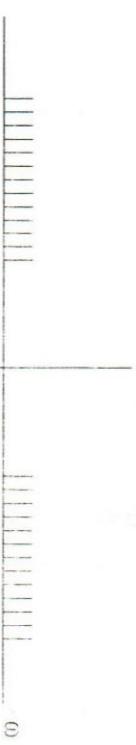


Figura 8.22.4

Supongamos que tenemos una señal modulada en cualquier técnica digital que ocupa dentro de ese canal muy poco ancho de banda. Sabemos que el espectro de la señal modulada digital sigue la forma de una  $\text{Sa}(x)$ , sin embargo la representaremos simplemente con una barra centrada en la frecuencia de portadora  $\omega_c$ , con el ancho que represente el ancho de banda que ocupa la señal modulada. Tal como se ve en la fig. 8.22.5

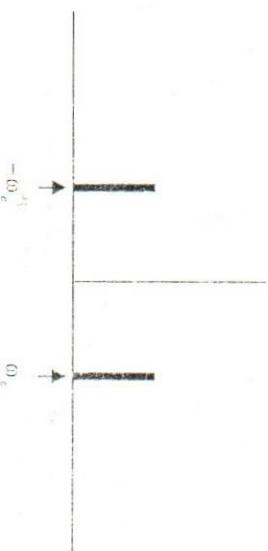


Figura 8.22.5

Al multiplicar la señal modulada por la palabra código se produce el producto convolución y la señal modulada se expande dentro del código, su amplitud es pequeña ya que la densidad de potencia disminuye. La fig. 8.22.6, muestra como queda expandido el espectro.



En la fig. 8.22.3, se representa de manera cualitativa la transformada de dicha palabra código, cuyo ancho de banda es muy grande (el cruce por cero es función de la inversa del ancho del pulso) y ocupa mucho mas que el ancho del canal. Debe tenerse en cuenta que las amplitudes son pequeñas.

## Guía de Actividades Nº 8

Se ve que la señal modulada se ha expandido ocupando todo el canal y con una amplitud muy pequeña. Por otro lado esta señal se repite de las otras bandas básicas moduladas que conviven ortogonalmente. Es obvio que si se realiza de la correlación con la palabra código se recupera la señal modulada en la posición que corresponde y con mayor amplitud ya que vuelve a ocupar el ancho de banda de la señal modulada.

Sin embargo surge un hecho adicional muy importante y es que al entrar esta señal al canal se le suma el ruido del canal ya estudiado. Este ruido no está correlacionado y simplemente se suma a la señal modulada. Esta como tiene muy poca amplitud queda enmascarada por el ruido.

Por comodidad solo representaremos la parte derecha del espectro en la fig. 8.22.7



Figura 8.22.7

Cuando la señal ingresa al receptor se la correlaciona con la palabra código correspondiente. En esta situación ocurre que la señal modulada vuelve a su posición original, mientras que el ruido que viene en la señal se correlaciona expandiéndose y por ello baja su amplitud, prácticamente desapareciendo de la señal. La fig. 8.22.8 representa la situación.

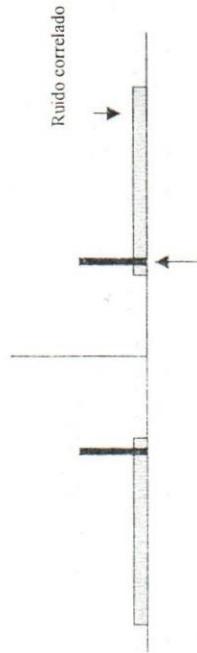


Figura 8.22.8

La recuperación de la banda base se hace simplemente demodulando. Es de hacer notar que para quien observa la señal inicial expandida solamente ve ruido. Pudiendo trabajar como un sistema con encriptación para quienes no conozcan el código. Por otro lado este sistema se inmuniza bastante del ruido del canal.

Esta técnica de spread spectrum se lo conoce como de secuencia directa y se lo identifica como SSDS. También existen otras técnicas de ensanche que varían la frecuencia por saltos.

El uso de estas técnicas optimiza razonablemente el uso del espacio electromagnético, siendo muy notable en la comunicación celular el sistema CDMA, acceso múltiple por división de código.

## Actividad 8.1

¿Cuál es el filtro óptimo para detectar señales digitales.

## Actividad 8.2

Encuentre analíticamente la relación señal ruido en un filtro óptimo (sug. utilice la desigualdad de Schwartz).

## Actividad 8.3

Cual es la respuesta al impulso de un filtro óptimo. Realice la representación gráfica del desarrollo analítico.

Implemente un arreglo de filtro óptimo por correlador de tiempo. Tome como la función de entrada una señal con ruido tal que  $f(t) = s(t) + n(t)$

## Actividad 8.4

Si un filtro óptimo se lo diseña para optimizar la relación señal ruido a la salida en el instante  $t_m = T$ .

Determinar:

- Que la señal de salida es la energía de la señal y es independiente de la fase.
- La respuesta  $r(t)$  en el instante de decisión

Considerando el ruido con una función de distribución gaussiana.

Determinar:

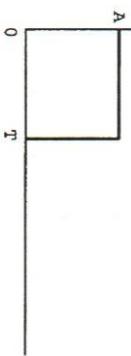
- La función de densidad de probabilidad.
- La probabilidad de observar la señal en un cierto intervalo.
- La probabilidad de observar el ruido en un cierto intervalo.
- El umbral óptimo de decisión. [Considere un nivel por encima del cual hay señal y por debajo del él hay solo ruido, tómese en cuenta que este umbral debe ser la mitad de la energía de la señal]

**Actividad 8.5**

Si la señal tiene la misma probabilidad de estar presente que la de estar ausente. Obtenga una expresión analítica de la probabilidad de error. (Sug. utilice la función  $Q(x)$  o eventualmente  $\text{erfc}(x)$  y recuerde que  $\text{erfc}(x) + \text{erf}(x) = 1$ ).

**Actividad 8.6**

Dado un pulso binario como el siguiente que corresponde a una señal en PCM.



Determinar:

- La respuesta del filtro adaptado al impulso.

- Tomando la amplitud de la señal como  $k$  veces el tamaño del ruido, encuentre analíticamente la probabilidad de error para el sistema PCM.

**Actividad 8.7**

Si se desea transmitir la señal anterior en OOK.

Determinar:

- La probabilidad de error para este sistema.
- Que la detección por filtro óptimo en ASK, utilizando el arreglo del correlador de tiempo es esencialmente una detección coherente.

**Actividad 8.11**

Si la probabilidad de aparición de símbolos binarios 1 y 0 es la misma y la amplitud de la señal es  $k$  veces la desviación típica de ruido.

Determinar:

- La probabilidad de error si  $k = 10$ .
- El valor de  $k$  si la  $P(e)$  es  $10^{-5}$ .

**Actividad 8.12**

¿Qué es un código de pseudoruido?

**Actividad 8.13**

Enuncie las características principales de un código de pseudoruido (P-N).

**Actividad 8.14**

¿Por qué no se puede permitir la condición de solo ceros en los registros de desplazamiento de un generador de código de P-N?

**Actividad 8.15**

Implemente un código de pseudoruido de longitud 7 bits, indicando claramente donde realiza la realimentación y grafique el comportamiento del mismo.

**Actividad 8.16**

Complete la siguiente tabla, con codificación bipolar.

n	Long.	Máx.	Min.	Ind. de discr.	Longitud de la secuencia
2					
3					
4					
5					

**Actividad 8.17**

¿Cómo se genera un código de Hadamard a partir de la matriz de Walsh?

Realice un estudio comparativo entre estas técnicas desde la probabilidad de error.

# 9

## Actividades de Laboratorio

Actividad 8.18  
¿Cuáles son las propiedades de estos códigos?

Actividad 8.19

Implemente los códigos de Hadamard para  $W_2$ ,  $W_4$  y  $W_8$ .

Actividad 8.20

Defina la correlación cruzada de todas las palabras códigos y sus negaciones con respecto a la palabra 0101 del  $W_4$ .

Actividad 8.21

¿Qué significa expandir el espectro?

Actividad 8.22

Implemente un sistema de Tx-Rx, para un sistema de SS-DS. Analizando y graficando en tiempo y frecuencia; cada uno de los puntos del diagrama propuesto. Tres canales y modulados en QPSK.

Actividad 8.23

Explique detalladamente la problemática del ruido en un sistema SS.

Actividad 8.24

¿Cuál es la diferencia entre spread spectrum y CDMA?

## Actividad 8.25

### Contenidos

1. Muestreo y Retención
2. Multiplexacion por Division de Tiempo
3. Cuantificacion
4. Codificacion
5. Conversion A/D Integrada
6. Modulación Demodulación Analógica y Digital

## 9.1. Muestreo y Retención

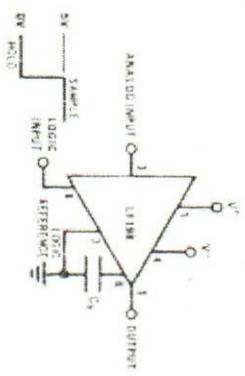
### 9.1.1. Objetivos:

- ◆ Implementar un circuito de muestreo y retención
- ◆ Comprender su funcionamiento a nivel de laboratorio.
- ◆ Aplicar técnicas de análisis sobre partes sistémicas.

### 9.1.2. Material necesario:

- 1 Fuente de alimentación simétrica.
- 1 generador de onda cuadrada.
- 1 generador de onda senoidal.
- 1 osciloscopio de doble trazo.
- 1 CI LF 398.
- 1 capacitor .001  $\mu\text{F}$ .
- protoboard, cables, misceláneas, etc.

### 9.1.3. Circuito



### 9.1.4. Rutina

Consiga y estudie detenidamente la hoja de datos del CI 398 y luego proceda a:

- 1) Armar el circuito.
- 2) Alimentar con + 5 V y - 5 V.
- 3) Introducir una onda cuadrada de 3,5 Vpp y 8 KHz en pata 8.
- 4) Aplicar en pin 3 señal senoidal a muestrear de 3 Vpp y 300 hz.

- 5) Visualizar con osciloscopio la correspondencia entre la señal de entrada, la muestradora y la muestrada.
- 6) Graficar la consigna anterior.
- 7) Verificar el teorema del muestreo.

#### 9.1.5. Análisis y conclusiones

- 1) Analice la importancia del muestreo y retención.
- 2) Describa que metodología utilizó para demostrar el teorema del muestreo.
- 3) Que proceso continuaría al analizado para digitalizar la información.

## 9.2. Multiplexación por División de Tiempo

### 9.2.1. Objetivos:

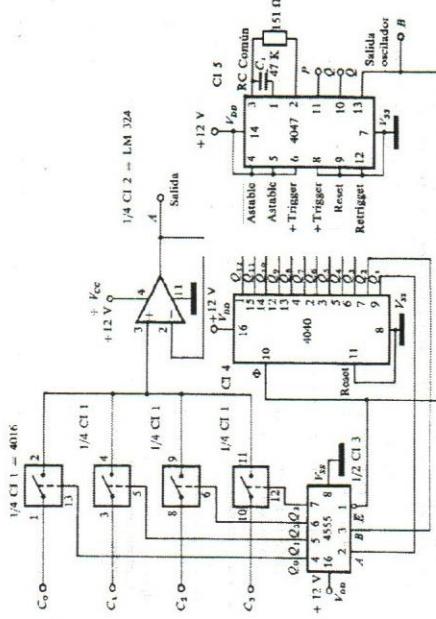
- ◆ Implementar un circuito multiplexor y desmultiplexor por división de tiempo.
- ◆ Comprender su funcionamiento a nivel de Laboratorio.
- ◆ Aplicar técnicas de análisis sobre partes sistémicas.

### 9.2.2. Material necesario

- 1 fuente de alimentación de 12 V.
- 4 generadores de onda senoidal.
- 1 osciloscopio de doble trazo.
- 2 CI 4016.
- 2 CI 4555.
- 2 CI 4040.
- 1 CI LM324.
- 1 CI 4047.
- 1 R de  $151 \Omega / 0,25 \text{ W}$ .
- 1 C de  $0,047 \mu\text{F}$ .
- protoboard, cables, misceláneas, etc.

### 9.2.3. Circuito (Multiplexor fig.1)

1 / 4 CI 4016



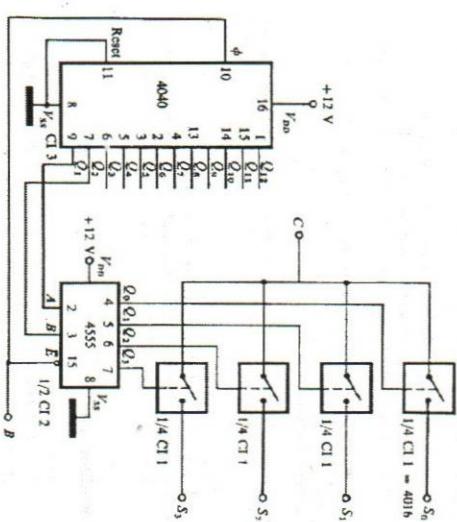
(Demultiplexor fig.2)

### 9.3. Cuantificacion

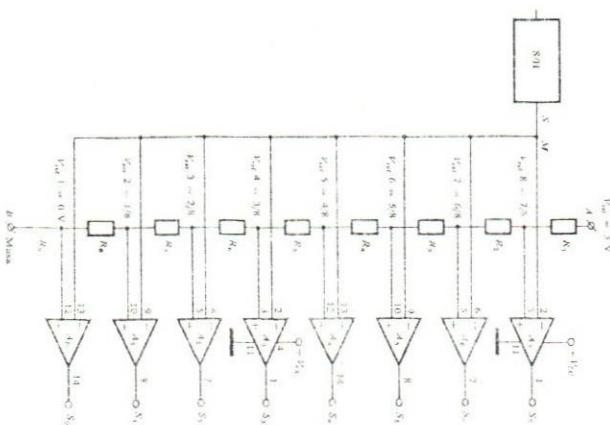
- Implementar un cuantificador.
  - Interpretar su funcionamiento a nivel de Laboratorio.
  - Aplicar técnicas de análisis sobre partes sistémicas.

#### 9.2.4. Rutina

Consiga y estudie detenidamente la hoja de datos de los Cl y luego proceda a:



### 9.3.3. Circuito



## 9.2.5. Análisis y conclusiones

- 5. Análisis y conclusiones**

  - 1) Explique brevemente el funcionamiento de estos circuitos.
  - 2) Analice la importancia de colocar en las salidas S0 a S3 un filtro pasa bajo.
  - 3) Desarrolle un filtro y realice la implementación circuitual completa.

10) Acoplar ambos circuitos. (A con C y los B entre si)

  - 11) Visualizar las salidas S0, S1, S2 y S3.
  - 12) Graficar dichas formas de ondas.

**9.3.4. Rutina:**

Consiga y estudie detenidamente la hoja de datos del CI y luego proceda a:

- 1) Armar circuito propuesto, pero sin conectar el punto M.
- 2) Aplicar tensión de alimentación de 3 V a los pines 4 y 11 de cada / CI.
- 3) Medir los valores de referencia en cada entrada de los amplificadores.
- 4) Aplicar al punto M una tensión variable de hasta 3 V.
- 5) Partiendo de 0 V en M, verificar que todas las salidas S0-S7 están en alto.
- 6) Variando los valores de la tensión en M, medir y graficar So-S7.
- 7) Aplicar en M la salida S/H, desarrollado en guia 11, con 3 Vpp.
- 8) Grafique las salidas para esta situación.

**9.3.5. Análisis y conclusiones**

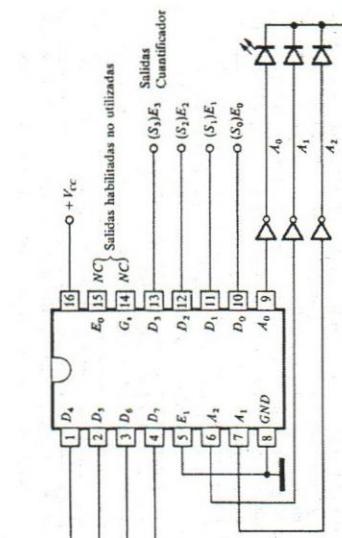
- 1) Explique el funcionamiento del circuito.
- 2) Grafique la función de transferencia de este circuito.

**9.4. Codificación****9.4.1. Objetivos:**

- ◆ Implementar un codificador.
- ◆ Comprender su funcionamiento a nivel de Laboratorio.
- ◆ Aplicar técnicas de análisis en partes sistémicas.

**9.4.2. Material necesario:**

- 1 fuente de alimentación.
- 1 osciloscopio doble trazo.
- Quantificador de la guía 3.
- 1 CI 74148.
- 3 LED'S.
- protoboard, cables, misceláneas.

**9.4.3. Circuito:****9.4.4. Rutina:**

Consiga y estudie detenidamente la hoja de datos del CI y luego proceda a :

- 1) Armar circuito.
- 2) Conectar la tensión de alimentación (5V), entre los pines 8 y 16.

- 3) Conectar desde E<sub>0</sub> a E<sub>7</sub> a las salidas del cuantificador guía 13.
- 4) Variando la tensión continua en punto M verifique codificación en los LED'S.

- 5) Realice una tabla entrada-salida del codificador.

#### 9.4.5. Análisis y conclusiones:

Explique el funcionamiento del circuito.

### 9.5. Conversión A/D Integrada

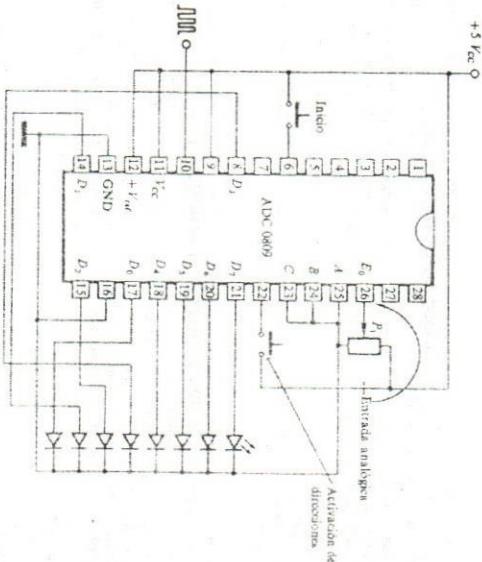
#### 9.5.1. Objetivos:

- ♦ Implementar un conversor integrado.
- ♦ Interpretar su funcionamiento a nivel de Laboratorio.
- ♦ Aplicar técnicas de análisis sobre partes sistémicas.

#### 9.5.2. Material necesario:

- 1 fuente de alimentación.
- 1 generador.
- 1 CI ADC 0809.
- 1 potenciómetro 10 KΩ.
- 2 pulsadores.
- 8 LED'S.
- protoboard, cables, misceláneas, etc.

#### 9.5.3. Circuito:



**9.5.4. Rutina:**

Consiga y estudie detenidamente la hoja de datos del CI y luego proceda a:

- 1) Armar circuito.
- 2) Alimentarlo con 5 V.
- 3) Aplicar en pin 10 una señal de reloj de 150 KHz.
- 4) Aplicar uno a la entrada de báscula de direcciones (pin 22).
- 5) Aumentar lentamente la tensión a convertir y ver las salidas.
- 6) Confecionar una tabla de análisis con por lo menos 16 valores de salida.
- 7) Repetir el proceso habilitando con los pines 23,24 y 25 las diferentes entradas.

**9.5.5. Análisis y conclusiones:**

- 1) Explique el funcionamiento del circuito.
- 2) Que tipo de conversor se ha estudiado.
- 3) Explique el concepto de datos en paralelo.

**9.6. Modulación Demodulación Analógica y Digital**

Se trabajará con un integrado de uso específico el MC1496, que es un modulador de producto activo de usos múltiples. Busque la hoja de datos y estudie detenidamente el CI. Luego proceda a la implementación de las actividades de esta guía.

**9.6.1. Objetivos:**

- ◆ Implementar un modulador activo, en diversas variantes de modulación y demodulación de amplitud analógica y digital con y sin portadora.
- ◆ Aprovechar la implementación para verificar el concepto del muestreo.
- ◆ Comprender su funcionamiento a nivel de Laboratorio.
- ◆ Aplicar técnicas de análisis sobre partes sistémicas.

**9.6.2. Material necesario:**

- 1 fuente de alimentación.
- 1 generador de onda cuadrada-senoideal.
- 1 generador de onda senoidal.
- 1 osciloscopio doble trazo.

*Integrados*

- MC 1496.

*Capacitores en  $\mu F / 15 V$ .*

- 9 de 0,1.
- 3 de 0,005.
- 2 de 25.
- 2 de 10.

*Resistores en KΩ / 0,25 W.*

- 4 de 3.
- 4 de 10.
- 1 de 13.
- 9 de 1.

- 3 de 0,1.
- 3 de 0,051.
- 2 de 0,82.
- 2 de 39.
- 1 de 6,8.
- 2 de 0,75.
- 1 preset lineal de 50.

### Varios

protoboard, cables, misceláneas, etc.

### 9.6.3. Circuito:

Deberá trabajar con las figuras 26, 28 y 29 de la hoja de datos del MC1496.

Lea detenidamente la hoja de datos y arme los circuitos.

### Medición del rechazo a portadora.

Trabaje con el modulador de producto, con portadora en 1 MHz y répita en 3 MHz. Coloque el nivel de portadora solicitado por manual.

Sin señal de entrada minimice el nivel de salida con preset y mida dicho valor. Relacione ambos y expíreselos en dB.

### Modulación-demodulación de producto.

Con el mod-dem producto portadora en 1 MHz, entrada en 1 KHz y amplitud adecuadas. Analice el funcionamiento de ambos.

Observe la onda modulada y establezca diferencias de una onda con portadora. Compare la señal modulante con la demodulada, analice y grafique.

Varíe la amplitud de la señal modulante y analice que ocurre con la modulada.

### Modulación con portadora

Trabaje con el modulador de AM, con portadora en 1 MHz y modulante en 1 KHz.

Verifique el funcionamiento con portadora.

Lleve el índice de modulación al 100 %.

Recepte la señal en receptor de radiodifusión comercial.

Grafique las señales modulante, modulada y la demodulada..

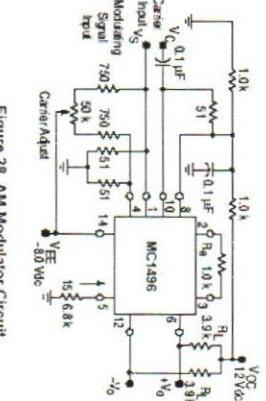


Figure 26. Balanced Modulator  
(12 Vac Single Supply)

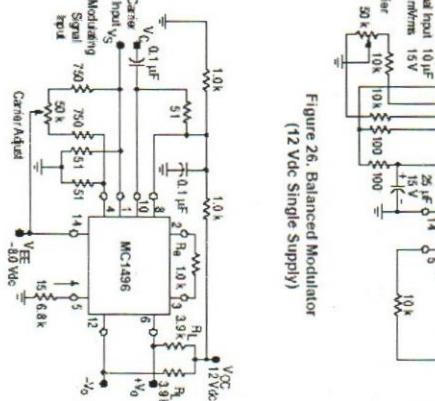


Figure 28. AM Modulator Circuit

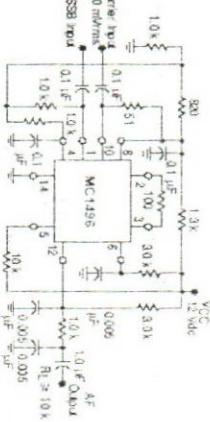


Figure 29. Product Detector  
(12 Vac Single Supply)

### Modulación por pulsos

Implemente un método para verificar el teorema del muestreo.

### Modulación digital

Implemente la técnica de mod-dem ASK y si es posible PSK.

#### 9.6.5. Análisis y conclusiones:

Explique estos circuitos y analice sus aplicaciones

- Carlson, B. *Sistemas de Comunicación*. Ed. McGraw-Hill. 1984.
- Connors, F. R. *Ruido*. Ed. Labor. 1976.
- Connors, F. R.. *Modulación*. Ed. Labor. 1976.
- Couch II, Leon. *Sistemas de Comunicación Digitales y Analógicos*. 5º Edición. Ed. Prentice Hall. 1998.
- Danizio, Pedro. *Sistemas de Comunicaciones*. Ed. Universitas. 2003.
- Freeman, R. *Ingeniería de Sistemas de Telecomunicación*. Ed. Limusa.1993.
- Hsu, Hwei P. *Analog and digital communications*. Ed. Mac Graw-Hill. 1993.
- Lathi, B. P. *Introducción a la Teoría y Sistemas de Comunicación*. Ed. Limusa.1980.
- Lathi, B. P. *Sistemas de Comunicación*. Ed. McGraw-Hill. 1998.
- Lee-Messerschmitt. *Digital Communications*. Ed. Kluwer Academic Publishers. 1980.
- Motorola. *Analog/Interface Ics*. Device data. Vol II. Ed. Motorola Inc. 1995.
- Schwartz, Misha. *Transmisión de Información Modulación y ruido*. Ed. McGraw-Hill. 1983.
- Strembler, F. G. *Introducción a los Sistemas de Comunicación*. 3º Edición.Ed. Addison-Wesley. 1993.
- Tomasi, W. *Advanced Electronics Communications Systems*. Ed. Prentice-Hall. 1994.

## Bibliografía

La presente edición de *Tesis de  
Comunicación* se terminó de  
imprimir en Universitas en el mes  
de julio de 2004.



Impreso en Argentina

