Soluciones TP 2-2 Ejercicio 3.

Veamos los distintos sistemas / bloques que constituyen el controlador de temperatura:

a) Calefactor:

$$\frac{P(s)}{E(s)} = \frac{1.000}{s+0,1}\left[\frac{W}{V}\right].$$

b) Conversión energía:

$$1\ \text{Cal} = 4,186\ \text{Joules}.$$

$$Q(t) = \frac{1\ \text{Cal}}{4,186\ \text{Joules}} \cdot W(t).$$; $Q(t)$: cantidad de calor
$W(t)$: energía eléctrica.

Derivando respecto al tiempo m. a m.:

$$\frac{dQ(t)}{dt} = h(t) = \frac{1\ \text{Cal}}{4,186\ \text{Joules}}\,\frac{dW(t)}{dt} = \frac{1\ \text{Cal}}{4,186\ \text{Joules}}\, p(t).$$

$h(t)$: flujo de calor. ; $p(t)$: potencia eléctrica.

$h(t) = 0,24\, p(t)$ [Cal/seg]. aplicando $\mathcal{L}$ y reacomodando la expresión:

$$\frac{H(s)}{P(s)} = 0,24\left[\frac{\text{Cal}}{W\cdot \text{seg}}\right]$$

c) Sistema térmico: por analogía con una red eléctrica RC paralelo según las siguientes equivalencias.

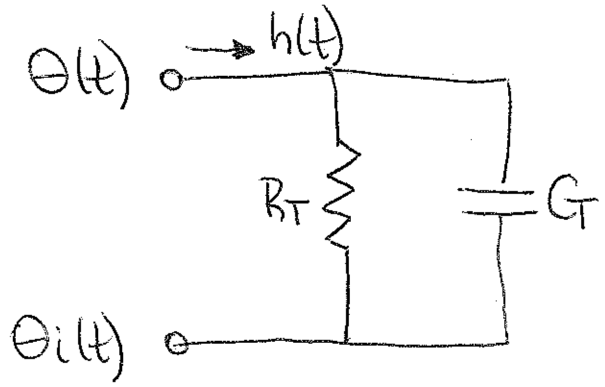
$R \equiv R_T$ resistencia eléctrica $\equiv$ resistencia térmica

$C \equiv C_T$ capacidad eléctrica $\equiv$ capacidad térmica.

$i(t) \equiv h(t)$ corriente eléctrica $\equiv$ flujo de calor.

$e(t) \equiv \theta(t)$ diferencia de potencial $\equiv$ diferencia de temperatura

Se escoje circuito $\parallel$ por estar todos los elementos (C_T y R_T) a la misma temperatura (tensión eléctrica).



$\Theta(t) - \Theta_i(t) = \Theta(t)$.

dado que $\Theta_i(t) = 0^+ [°C]$

$$h(t) = \frac{1}{R_T}\,\Theta(t) + C\,\frac{d\Theta(t)}{dt}.$$

aplicando $\mathcal{L}$: $H(s) = \left(\frac{1}{R_T} + sC\right)\Theta(s)$.

$$H(s) = C_T\left(\frac{1}{R_T C_T} + s\right)\Theta(s).$$

$$\frac{\Theta(s)}{H(s)} = \frac{1/C_T}{s + \frac{1}{R_T C_T}} \left[\frac{°C \cdot seg}{Cal}\right].$$

$$R_T = \frac{1}{\rho \cdot q \cdot Ca} = \frac{1}{1\,\frac{\cancel{Kg}}{\cancel{dm^3}} \cdot 1\,\frac{\cancel{dm^3}}{seg} \cdot 1\,\frac{Cal}{\cancel{g}\,°C} \cdot \frac{1.000\,\cancel{g}}{1\,\cancel{Kg}}}$$

$$R_T = 10^{-3} \left[\frac{seg.\,°C}{Cal.}\right]$$

donde ρ: densidad del agua.
Ca: calor específico del agua
q: caudal.

$$C_T = m \cdot Ca = \rho \cdot V \cdot Ca = 1\,\frac{\cancel{Kg}}{\cancel{dm^3}} \cdot 100\,\cancel{dm^3} \cdot 1\,\frac{Cal}{\cancel{g}\,°C} \cdot \frac{1.000\,\cancel{g}}{1\,\cancel{Kg}}$$

$$C_T = 10^5 \left[\frac{Cal}{°C}\right]$$

m: masa V: volumen.
1 litro = 1 dm^3.

$$\frac{\Theta(s)}{H(s)} = \frac{10^{-5}}{s + 0{,}01} \left[\frac{°C.\,seg}{Cal}\right]$$

d) Sensor de temperatura:

$$V_\theta(t) = 1\left[\frac{V}{°C}\right]\cdot \theta(t) \Rightarrow \mathcal{L}\quad V_\theta(s) = 1\,\theta(s)$$

$$\frac{V_\theta(s)}{\theta(s)} = 1\left[\frac{V}{°C}\right].$$

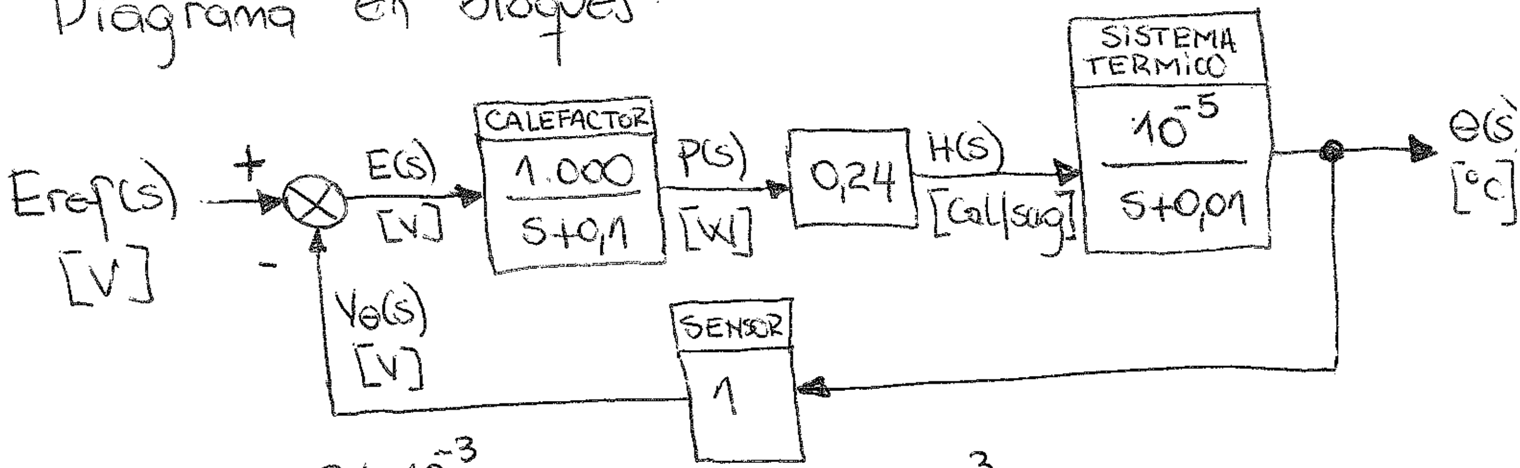
e) Detector de error ganancia unitaria:

$$e_{ref}(t) = e(t) + V_\theta(t)$$

$\therefore\quad e(t) = e_{ref}(t) - V_\theta(t)$ señal de error:

$$E(s) = E_{ref}(s) - V_\theta(s)\ [V].$$

Diagrama en bloques



$$\frac{\theta(s)}{E_{ref}(s)} = \frac{\dfrac{2{,}4\cdot 10^{-3}}{(s+0{,}1)(s+0{,}01)}}{1+\dfrac{2{,}4\cdot 10^{-3}}{(s+0{,}1)(s+0{,}01)}} = \frac{2{,}4\cdot 10^{-3}}{s^2+0{,}11s+10^{-3}+2{,}4\cdot 10^{-3}}$$

$$\boxed{\frac{\theta(s)}{E_{ref}(s)} = \frac{2{,}4\cdot 10^{-3}}{s^2+0{,}11s+3{,}4\cdot 10^{-3}}\left[\frac{°C}{V}\right]}.$$

Con $e_{ref}(t) = 10\,\mu(t)$ tendremos $E_{ref}(s) = \dfrac{10}{s}$.

$$\Theta(s) = \frac{2,4 \cdot 10^{-3}}{s^2+0,11s+3,4 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{10}{s}$$

$$\Theta(s) = \frac{2,4 \cdot 10^{-2}}{s(s^2+0,11s+3,4 \cdot 10^{-3})}$$

$$\Theta(\infty) = \lim_{s \to 0} s\,\Theta(s) = \frac{2,4 \cdot 10^{-2}}{3,4 \cdot 10^{-3}} = 7,06 [°C]$$

temperatura en régimen.

Respecto al tiempo de estabilizado; estimamos que es la fórmula del tiempo de establecimiento al 5% $t_{s5\%} = \frac{3}{\sigma}$; pero para aplicarla el sistema debe ser subamortiguado ($\zeta < 1$). El sistema de segundo orden es $s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2$.

por ello $2\zeta\omega_n = 0,11$; $\zeta = \frac{0,11}{2\omega_n} = \frac{0,11}{2\sqrt{3,4 \cdot 10^{-3}}}$

$\zeta = 0,94$ es subamortiguado.

Por ello $t_{s5\%} = \frac{3}{\sigma} = \frac{3}{\zeta\omega_n} = \frac{3}{0,94 \cdot \sqrt{3,4 \cdot 10^{-3}}} = 54,55$ seg.

es el tiempo que demora en estabilizarse al 5%.