1. TEMA 1

Considerando el lugar de raíces del sistema 1 representado en la figura 2:

1. Compensar para ξ y $t_{s2\,\%} = 0{,}23seg$
2. Calcular e_{ss} para entrada rampa.
3. Compensar para e_{ss}=0 para entrada rampa.

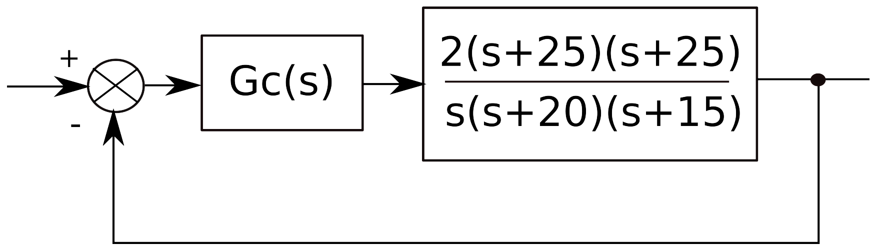

Figura 1: Sistema propuesto tema 1.

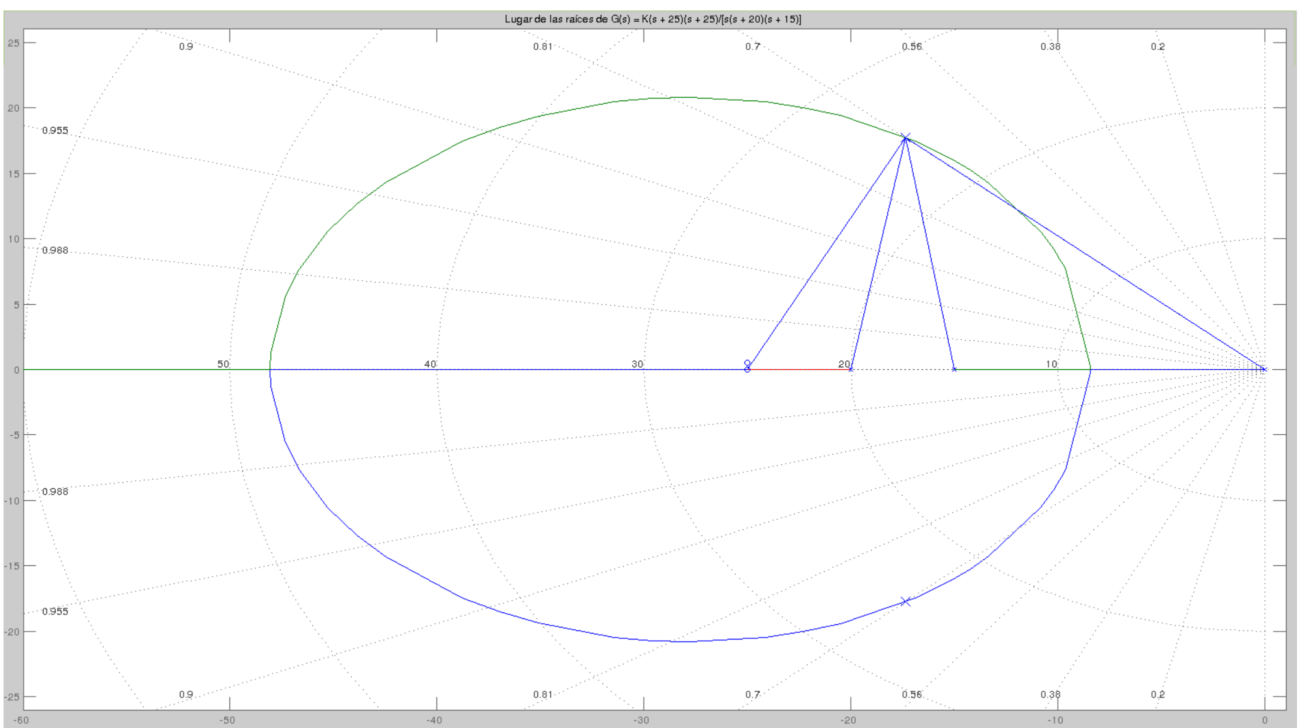

Figura 2: Lugar de raíces 1.

1. Se sabe que:

$$t_{s2\,\%} = 0{,}23seg = \frac{4}{\sigma}$$

Entonces

$$\sigma = \frac{4}{0{,}23} = 17{,}39 = \xi\omega_n$$

Despejando

$$\omega = \frac{17{,}39}{0{,}7} = 24{,}84$$

Se propone:

$$s^2 + 2\xi\omega_n + \omega_n^2$$
$$s^2 + s34{,}78 + 617{,}26$$

De esta forma, las raíces del sistema son: $-17{,}39 \pm 17{,}74$ Se ve que estos puntos forman parte del lugar de raíces, por lo que se puede compensar el sistema con solo un ajuste de ganancia. Esto se logra eligiendo uno de los puntos y evaluando el aporte angular de todos los polos y ceros sobre el punto en cuestión. Para este caso tomamos $-17{,}39 + 17{,}74$

$$\frac{|k||2||s+25||s+25|}{|s||s+20||s+15|} = 1$$

despejamos k:

$$\frac{|s||s+20||s+15|}{|2||s+25||s+25|} = |k|$$

Para tomar el aporte de modulo de cada cero o polo se usa:

$$\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

Ejemplo para $|s|$

$$|s| = \sqrt{17{,}39^2 + 17{,}44^2} = 24{,}62$$

Evaluando cada punto tenemos:

$$\frac{24{,}64 * 17{,}63 * 17{,}60}{2 * 19{,}02 * 19{,}02} = |k| = 10{,}56$$

2. Para lograr e_{ss}=0 para entrada rampa agregamos un integrador del tipo

$$k_p + \frac{K_i}{s} = \frac{K_p}{s}(s + \frac{k_i}{k_p})$$

Se elije

$$\frac{k_i}{k_p} = 10\,\%\sigma$$

y también

$$k_p = 1$$

Por eso

$$k_i = 1{,}739$$

para simplificar los cálculos hago

$$k_i = k_p = 1$$

con estos compensadores se obtiene el lugar de raíces mostrado en la figura 3.

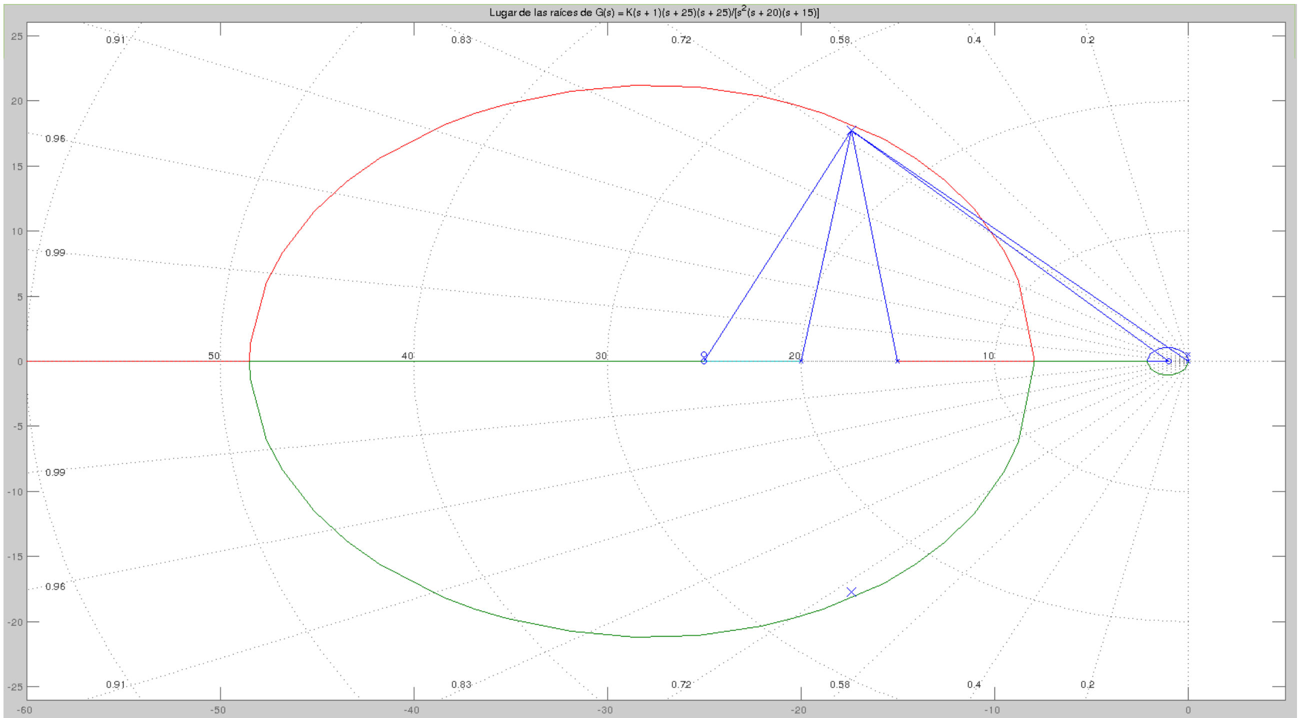

Figura 3: Lugar de raíces del sistema (tema1) compensado.

2. TEMA2

1. A partir del diagrama de bode de la figura 5 compensar por frecuencia el sistema 4 para lograr:
   - $M_{\varphi} = 45^{o}$
   - e_{ss}=0.2 para entrada rampa
2. Realizar bode del sistema compensado y marcar:
   - M_{φ}
   - M_G
   - K_v

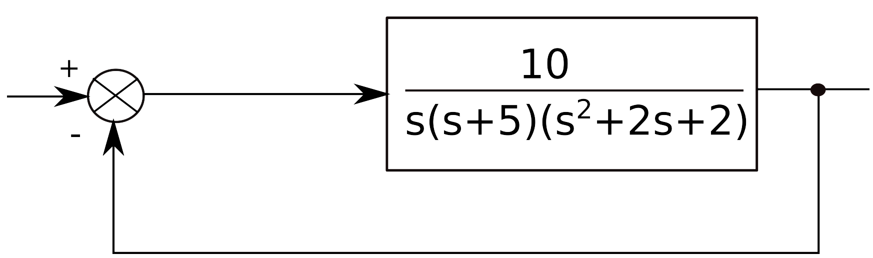

Figura 4: Sistema propuesto tema 2.

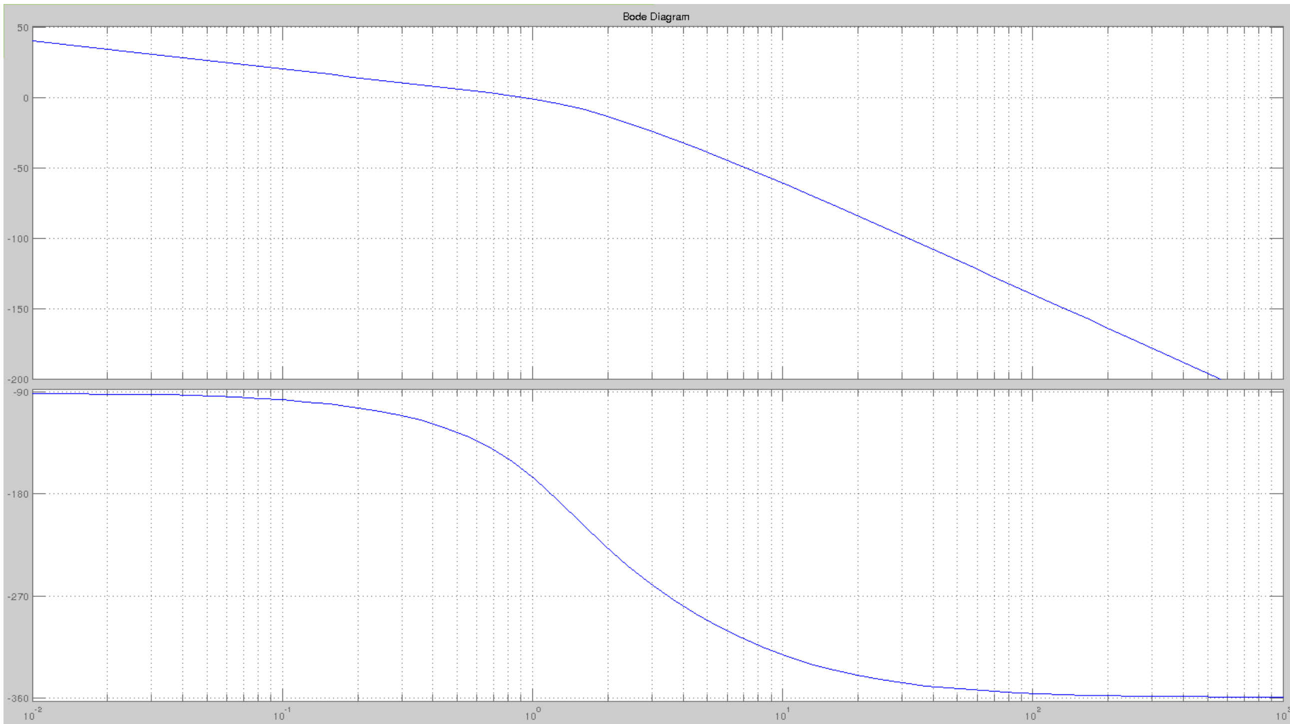

Figura 5: Bode sistema propuesto tema 2.

1. Se propone un compensador del tipo

$$G_c = K_c \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{T\beta}} = K_c \beta \frac{sT + 1}{sT\beta + 1}$$

donde

$$K = K_c \beta$$

para lograr e_{ss}=0.2 tenemos que

$$K_v = \lim_{s \to 0} (sG(s)G_c(s)) = \frac{10}{5 * 2} = \frac{1}{e_{ss}} = \frac{1}{0,2} = 5$$

Con esta nueva ganancia se redibuja el diagrama de bode, obteniéndose el mostrado en la figura 6

En el diagrama de bode compensado para error estacionario se busca el margen de fase deseado, para este caso sera:

$$45^o + M_{tol} \approx 50^o$$

Puede verse en el diagrama antes mencionado, que este margen de fase se encuentra en la frecuencia angula de $\omega = 0{,}5$ y el diagrama de modulo reporta una ganancia de $20dB$. Por lo antes mencionado se busca que:

$$\omega = 0{,}5 = 10\frac{1}{T} \leftarrow \frac{1}{T} = 0{,}05$$

$$-20 = 20log\frac{1}{\beta} \leftarrow \frac{1}{\beta} = 10^{(-1)} \leftarrow \beta = 10$$

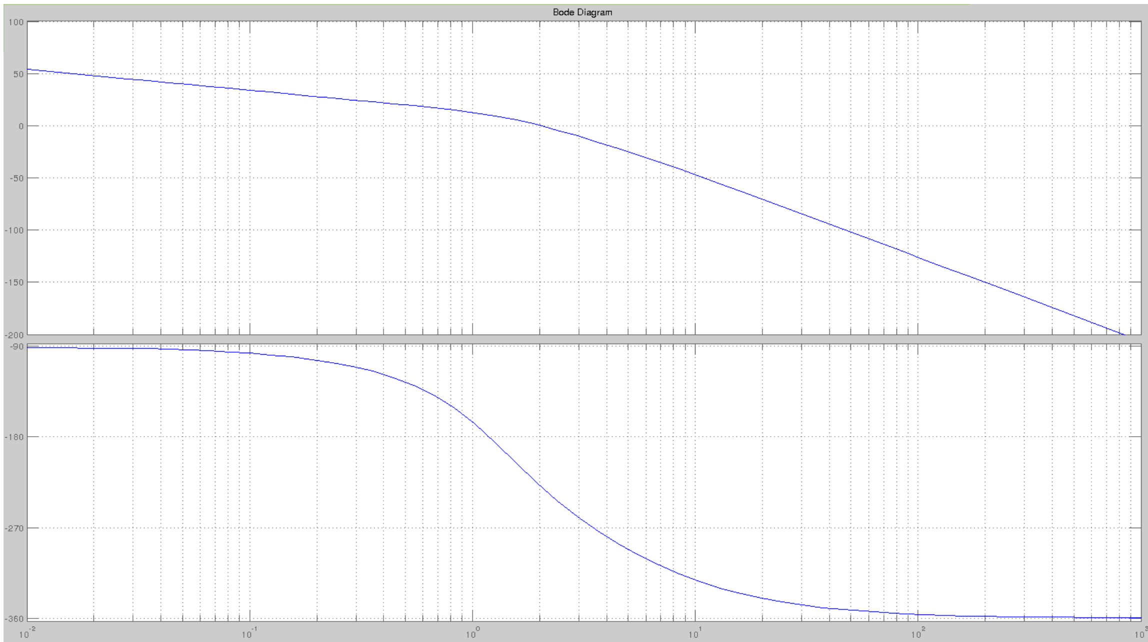

Figura 6: Bode sistema compensado para error estacionario.

$$\frac{1}{T\beta} = \frac{1}{T10} = \frac{0{,}05}{10} = 0{,}005$$

Finalmente se calcula $K_c = \frac{K}{\beta} = \frac{5}{10} = 0{,}5$ De esta forma el se obtiene el siguiente compensador:

$$G_c = 0{,}5\frac{s + 0{,}05}{s + 0{,}005}$$

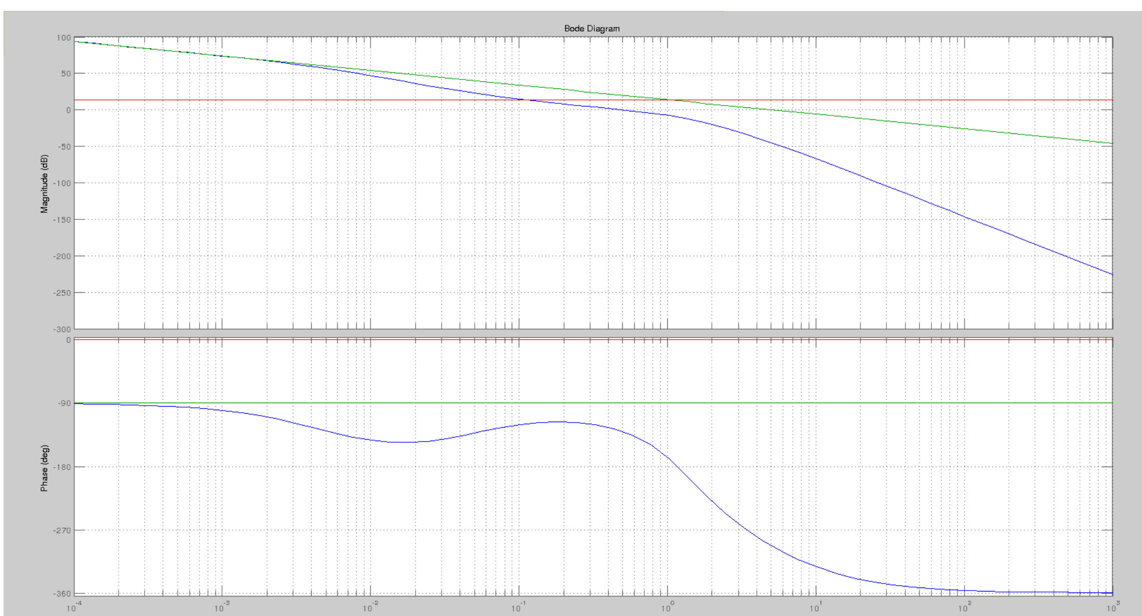

Figura 7: Bode sistema compensado.

3. TEMA3

$$\left| \begin{matrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \end{matrix} \right| = \left| \begin{matrix} 0 & 1 \\ 0 & -0{,}9 \end{matrix} \right| . \left| \begin{matrix} X_1 \\ X_2 \end{matrix} \right| + \left| \begin{matrix} 0 \\ 1 \end{matrix} \right| .\mu$$

$$Y = \left| \begin{matrix} 1 & 0 \end{matrix} \right| . \left| \begin{matrix} X_1 \\ X_2 \end{matrix} \right|$$

1. Diagrama de flujo
2. Funciones de transferencia a lazo cerrado y autovalores
3. Observabilidad y Controlabilidad
4. Matriz de transición de estados
5. Respuesta $X_1(t) y X_2(t)$ para $\mu(t)$ escalón
6. Realimentar K para $-0{,}9 \pm j0{,}9$ y error nulo para entrada escalón unitaria
7. Diagrama de flojo

1. Los diagramas que representan el sistema son los siguientes:

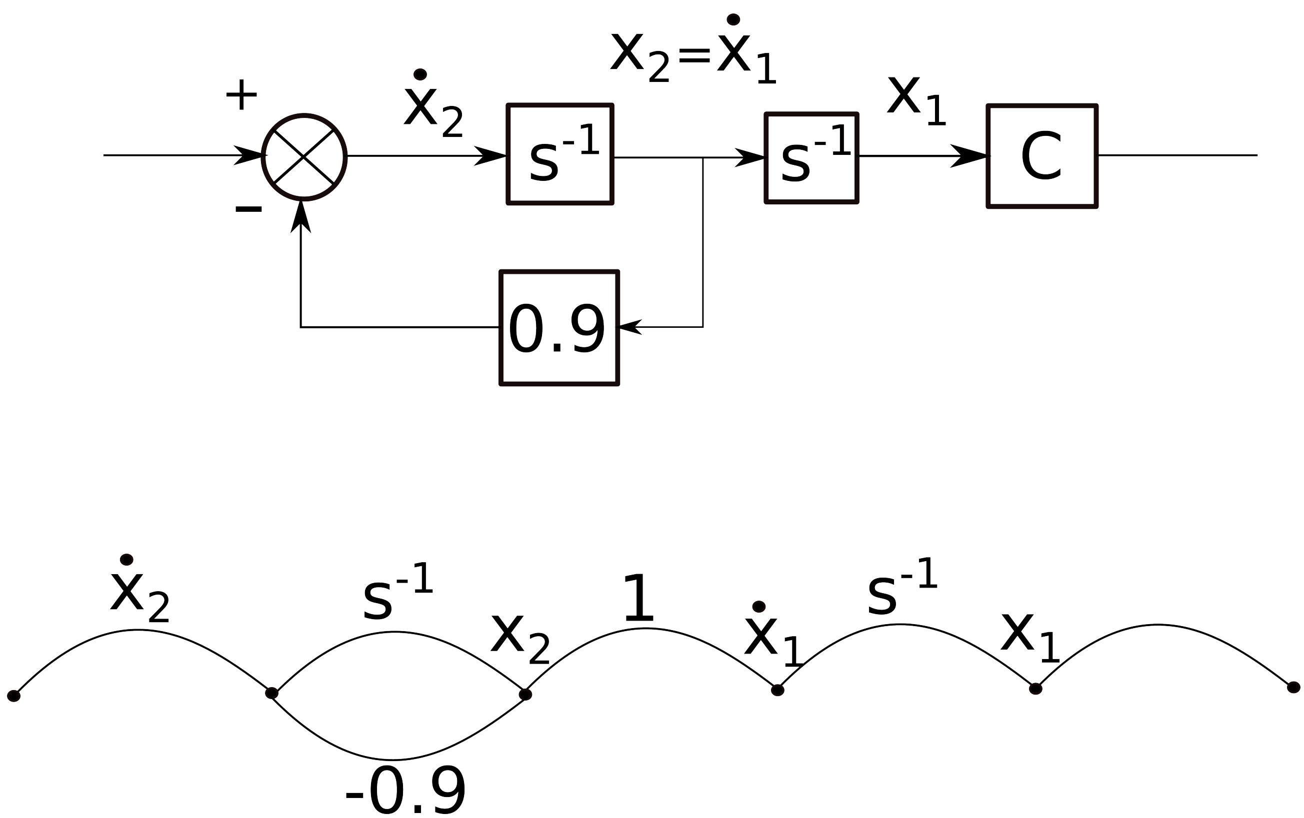

Figura 8: Diagrama de flujo.

2. La función de transferencia se obtiene haciendo

$$[C][(SI-A)^{-1}][B]+[D]\mu$$

$[D]=0$ y la matriz resultante de $[(SI-A)^{-1}]$ es:

$$ec2$$

$$[(SI-A)^{-1}] = \begin{vmatrix} \frac{1}{S} & \frac{1}{s(s+0{,}9)} \\ 0 & \frac{1}{s+0{,}9} \end{vmatrix}$$

finalmente la función de trasferencia será:

$$\frac{C(S)}{R(S)} = \frac{1}{S(S+0{,}9)}$$

y las raíces de la ecuación característica son: $\lambda_1 = 0$ y $\lambda_2 = -0{,}9$

3. La controlabilidad y observabilidad se evalúan con el rango de las siguientes matrices:

$$cont = \begin{vmatrix} B & AB \end{vmatrix}$$

$$obs = \begin{vmatrix} C \\ CA \end{vmatrix}$$

4. La ecuación de transición se encuentra realizando la transformada de Laplace de $[(SI-A)^{-1}]$ cuyo resultado se ve en la ecuación 2. La transformada de la matriz antes mencionada es:

$$\Phi(t) = e^{At} = \begin{vmatrix} 1 & \frac{1}{0{,}9} - \frac{1}{0{,}9}e^{-0{,}9t} \\ 0 & e^{-0{,}9t} \end{vmatrix}$$

5. Para saber como varían $X_1(t) y X_2(t)$ para $\mu(t)$ escalón se hace:

$$X(t) = \Phi(t) * X(0) + \int_0^t e^{A(t-\tau)} * B\mu(\tau)\,d\tau$$

Realizando los cálculos antes mencionados tenemos que:

$$X_1(t) = \frac{-1}{0{,}81} + \frac{1}{0{,}9}t + \frac{e^{-0{,}9t}}{0{,}81}$$

y

$$X_1(t) = \frac{1}{0{,}9} - \frac{e^{-0{,}9t}}{0{,}9}$$

6. como ya tiene un integrador, ya cumple con la condición de error de estado estacionario. Para calcular la matriz K de realimentación hacemos:

$$(s + 0{,}9 - j0{,}9) * (s + 0{,}9 + j0{,}9) = s^2 + 1{,}8s + 1{,}62$$

Luego calculamos el determinante de $[SI - A + BK]$ esto es:

$$\Delta[SI - A + BK] = s^2 + s(0{,}9 + k_2) + k_1$$

Igualando los términos con la ecuación cuadrática que satisface las condiciones requeridas se obtiene:

$$k_1 = 1{,}62$$

$$k_2 = 0{,}9$$

7. El diagrama de flujo resultante será:

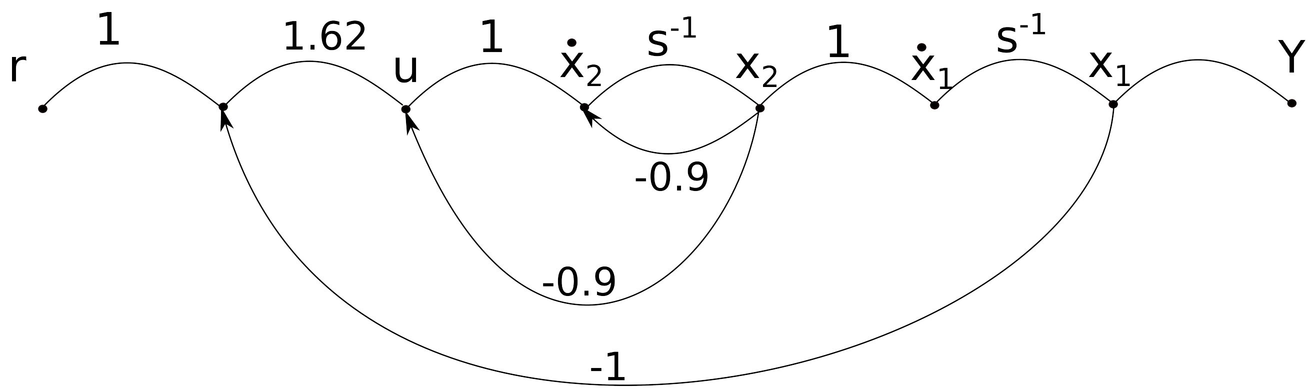

Figura 9: Diagrama de flujo.