2do parcial 5R1 21/10/14.

(1) Determinar mediante el diagrama de Bode K_v, MG y Mϕ de $G(s)H(s) = K \dfrac{s+1}{s(s-1)(s+4)}$ para $K = 10$.

3,33

(2) Con el valor de K anterior determinar mediante Nyquist la estabilidad del sistema.

3,34

(3) Ajustar la ganancia del sistema para $t_{s\,5\%} = 3{,}9$ seg $|K_v| = 10$.

3,33

Soluciones 2do parcial 5R1. 24/10/14.

(1) Bode de $G(s)H(s) = 10 \dfrac{s+1}{s(s-1)(s+4)}$. (1)

En formato Bode: $G(s)H(s) = \cancel{10}^{\,5} \dfrac{s+1}{s\,(-1)\,(-s+1)\,\cancel{4}_{\,2}\,(0{,}25s+1)}$

$$G(s)H(s) = 2{,}5 \frac{s+1}{(-1)\,s\,(-s+1)\,(0{,}25s+1)} \quad \text{con } s=j\omega.$$

$$G(j\omega)H(j\omega) = 2{,}5 \frac{1+j\omega}{(-1)\,(j\omega)\,(1-j\omega)\,(1+j0{,}25\omega)}.$$

$$|2{,}5|_{dB} = 20\log 2{,}5 = 7{,}96 \text{ dB}.$$

$$\angle\frac{1}{-1} = \angle 1 - \angle -1 = 0^\circ - 180^\circ = -180^\circ.$$

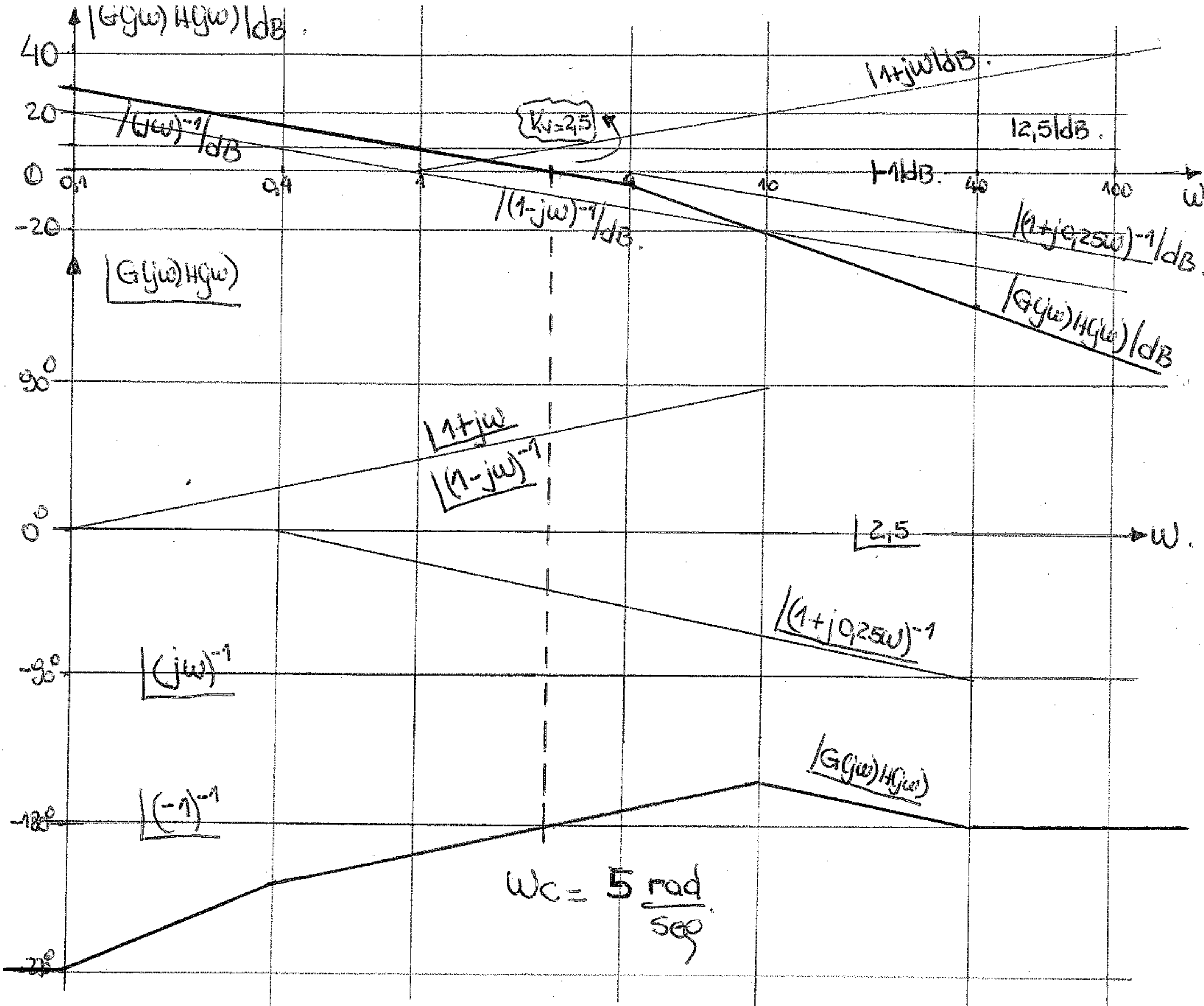
$$\left|\frac{1}{1-j\omega}\right| = \frac{|1|}{|1-j\omega|} = \frac{1}{\sqrt{1+\omega^2}} \;;\; \left|\frac{1}{1-j\omega}\right|_{dB} = -10\log(1+\omega^2)$$

$$\angle\frac{1}{1-j\omega} = \angle 1 - \angle 1-j\omega = 0^\circ - tg^{-1}(-\omega) = tg^{-1}\omega$$

coincide con fase de "cero" desplazado del origen.

Rango de fcias de 0,1 a 100.

0,1 1 10 100.



La fcia. crítica para la fase crítica y la ganancia crítica en el gráfico coinciden, por ello $MG = M\phi \rightarrow 0$.

Soluciones 2do parcial 5R1. 21/10/14.

(2) Estabilidad por Nyquist.

$$G(s)H(s) = 10 \frac{s+1}{s(s^2+3s-4)} = 10 \frac{s+1}{s^3+3s^2-4s}$$ (3)

Análisis de B.F.

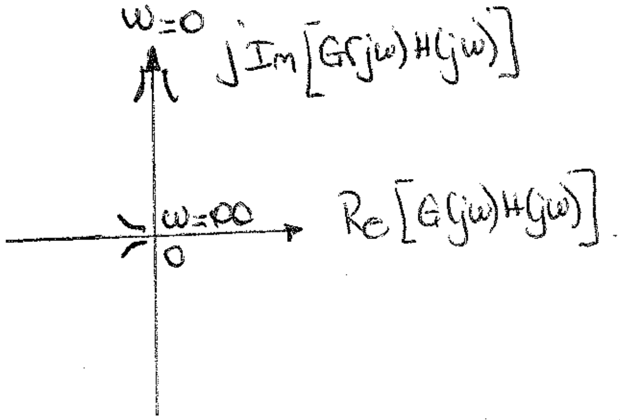
$$\lim_{s\to 0} \cancel{10}^{5} \frac{1}{s.(-1)\cancel{4}_{2}} = \lim_{s\to 0} \frac{2,5}{(-1)s} \quad \text{con } s=j\omega.$$

$$\lim_{\omega\to 0} \frac{2,5}{-j\omega} = \lim_{\omega\to 0} j\frac{2,5}{\omega} \to j\infty.$$

Análisis de AF.

$$\lim_{s\to\infty} 10 \frac{\cancel{s}^{1}}{s.s.\cancel{s}_{1}} = \lim_{s\to\infty} 10 . \frac{1}{s^2} \quad \text{con } s=j\omega.$$

$$\lim_{\omega\to\infty} \frac{10}{-\omega^2} \to -0.$$



Corte a ejes:

$$G(j\omega)H(j\omega) = 10 \frac{1+j\omega}{-j\omega^3-3\omega^2-j4\omega} = 10 \frac{(1+j\omega)\left[-3\omega^2+j(\omega^3+4\omega)\right]}{(-3\omega^2)^2+(-\omega^3-4\omega)^2}$$

$$G(j\omega)H(j\omega) = 10 \frac{-3\omega^2+j\omega^3+j4\omega-j3\omega^3-\omega^4-4\omega^2}{(-3\omega^2)^2+(-\omega^3-4\omega)^2}.$$

$$G(j\omega)H(j\omega) = 10 \cdot \frac{-\omega^4 - 7\omega^2 + j(4\omega - 2\omega^3)}{(-3\omega^2)^2 + (-\omega^3 - 4\omega)^2}$$

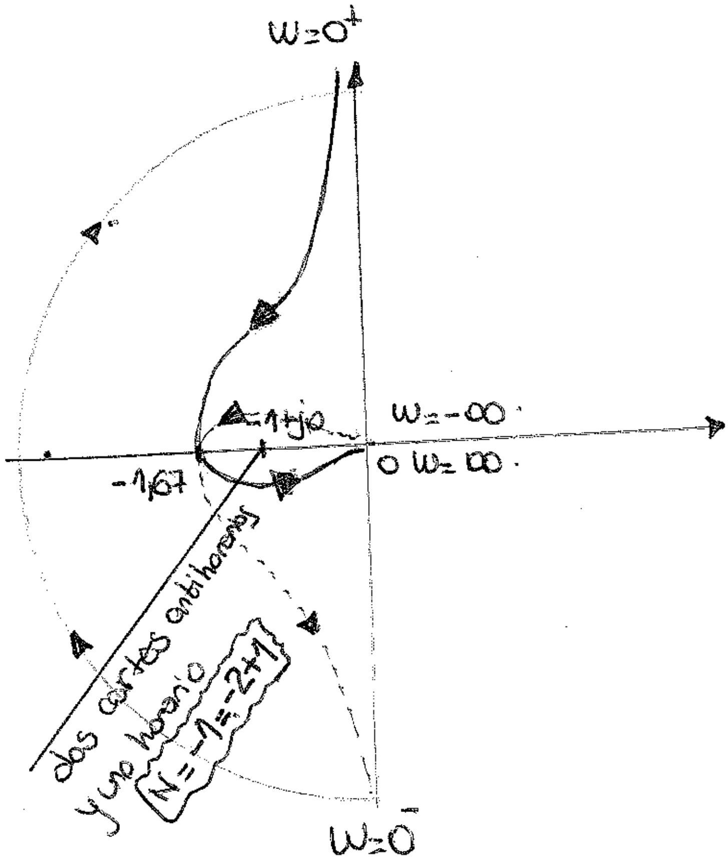
La parte real es siempre negativa y no se anula para valores finitos. La parte imaginaria si puede hacerse cero por ello hay cortes al eje real.

$$4\omega - 2\omega^3 = 0 \;;\; \cancel{4}^{2}\cancel{\omega} = \cancel{2}^{1}\omega^{\cancel{3}2}$$

$$2 = \omega^2 \;;\; \omega = \pm\sqrt{2} = 1{,}41 \ \frac{rad}{seg}$$

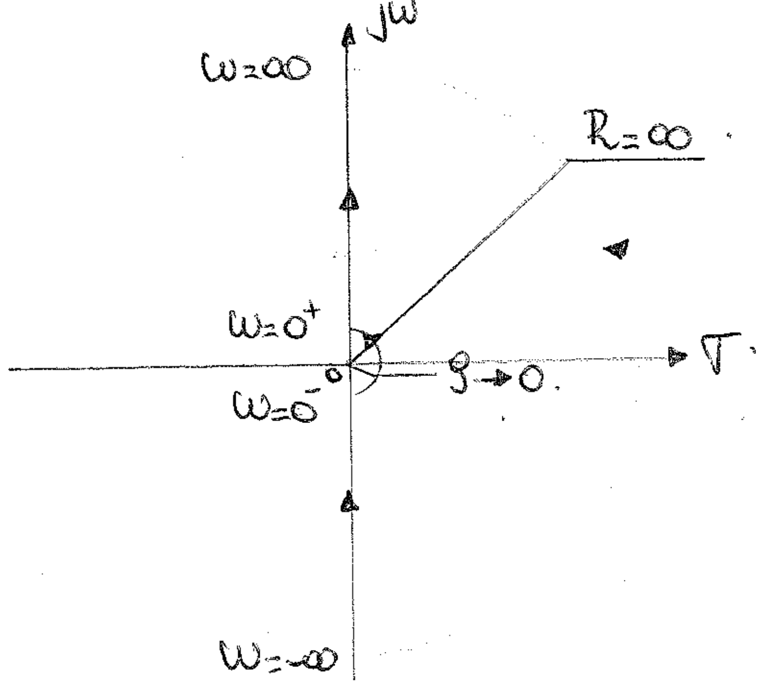
$$G(j\sqrt{2})H(j\sqrt{2}) = 10 \ \frac{-4 - 14 + j0}{36 + 72} = 10 \ \frac{(-18)}{108}$$

$$G(j\sqrt{2})H(j\sqrt{2}) = -1{,}67 + j0$$



Soluciones 2do parcial 5R1.

Usamos el contorno de Nyquist modificado dado que a L.A. hay un polo en el origen: (5).



Del análisis de BF hacemos $s = \rho e^{j\theta}$

$$\lim_{\rho \to 0} \frac{2{,}5}{(-1)\rho e^{j\theta}} = \lim_{\rho \to 0} \frac{2{,}5}{\rho e^{j(\theta+\pi)}} = \lim_{\rho \to 0} \frac{2{,}5}{\rho} e^{-j(\theta+\pi)}.$$

$N = -1 = Z - P.$

$Z = -1 + P.$ $\quad P = 1.$ (uno polo de L.A. con parte Re [+]).

$Z = -1 + 1 = 0.$

estable

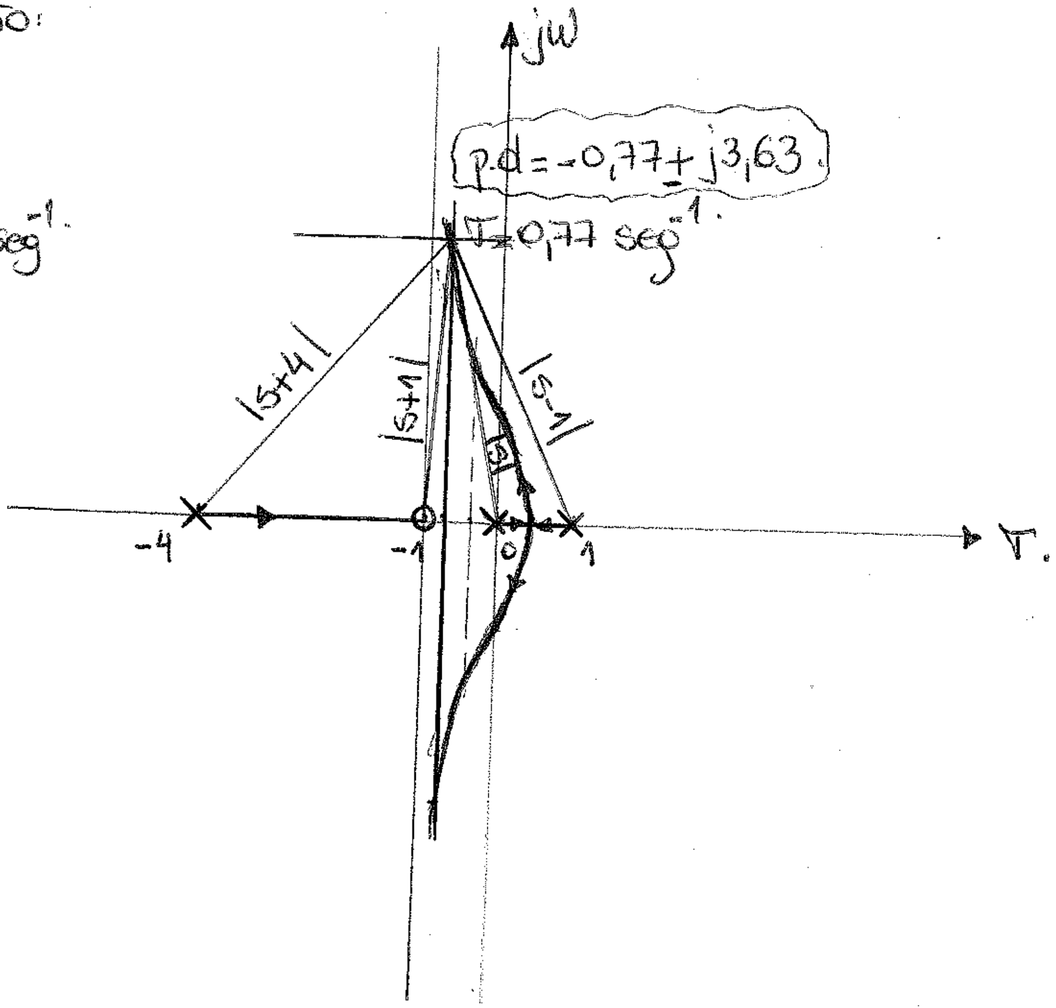
(3). Veamos el L.R. de $G(s)H(s) = K \dfrac{s+1}{s(s-1)(s+4)}.$

Indicamos el L.R. sobre el eje real:

Punto de diseño:

$$t_{s5\%} = \frac{3}{\sigma}$$

$$\sigma = \frac{3}{3,9} = 0,77 seg^{-1}$$



Asintotas: $\varphi_K = \frac{180^\circ}{p-z}(2K+1) \quad K = 0,1.$

$$\varphi_0 = \frac{180^\circ}{3-1}(2.0+1) = 90^\circ. \quad \varphi_1 = 270^\circ.$$

$$\sigma_c = \frac{\sum Re[p] - \sum Re[z]}{p-z} = \frac{1+0-4-(-1)}{3-1} = \frac{1-4+1}{2} = -1.$$

Punto de bifurcación: $K\frac{s+1}{s^3+3s^2-4s} + 1 = 0.$

$$K = -\frac{s^3+3s^2-4s}{s+1};$$

$$\frac{\partial K}{\partial s} = -\frac{(3s^2+6s-4)(s+1)-(s^3+3s^2-4s)}{(s+1)^2} = 0.$$ El numerador igualado a cero es:

$$3s^3 + \cancel{3s^2} + 6s^2 + 6s - \cancel{4s} - 4 - s^3 - \cancel{3s^2} + \cancel{4s} = 0.$$

$$2s^3+6s^2+6s-4=0.$$

$$s^3+3s^2+3s-2=0.$$

LR $s_1=0{,}44$; $s_{2-3}=-1{,}72\pm j\,1{,}25.$

$$\boxed{pb=0{,}44}$$

Criterio de Routh: $K\dfrac{s+1}{s^3+3s^2-4s}+1=0.$

$$s^3+3s^2-4s+Ks+K=0;\quad s^3+3s^2+(K-4)s+K=0.$$

s^3	1	$K-4$
s^2	3	K
s^0	$\dfrac{3K-12-K}{3}$	
s	K	

$$\frac{3K-12-K}{3}=\frac{2K-12}{3}=0.$$

$$2K_c=12$$

$$\boxed{K_c=6}$$

$K<K_c$ inestable dos raices parte Re [+].

$K>K_c$ estable.

Ecuación auxiliar:

$$3s^2+6=0;\quad s^2+2=0;\quad s^2=-2;\quad s_{1-2}=\pm j1{,}41.$$

Trazado punto a punto: $s^3+3s^2+(K-4)s+K=0.$

$K=10$ $\quad s^3+3s^2+6s+10=0.$ $\quad s_1=-2{,}29$; $s_{2-3}=-0{,}36\pm j2{,}06$

$K=20$ $\quad s^3+3s^2+16s+20=0$ $\quad s_1=-1{,}45$; $s_{2-3}=-0{,}77\pm j3{,}63$

Cálculo de K:

$$K = \frac{|s|\,|s-1|\,|s+4|}{|s+1|} = \frac{3{,}71 \cdot 4{,}04 \cdot 4{,}86}{3{,}64} = \boxed{20 = K}$$

$$G(s)H(s) = 20 \, \frac{s+1}{s(s-1)(s+4)}$$

$$K_v = \lim_{s \to 0} s\,G(s)H(s) = 20 \, \frac{1}{(-1) \cdot 4} = -5.$$

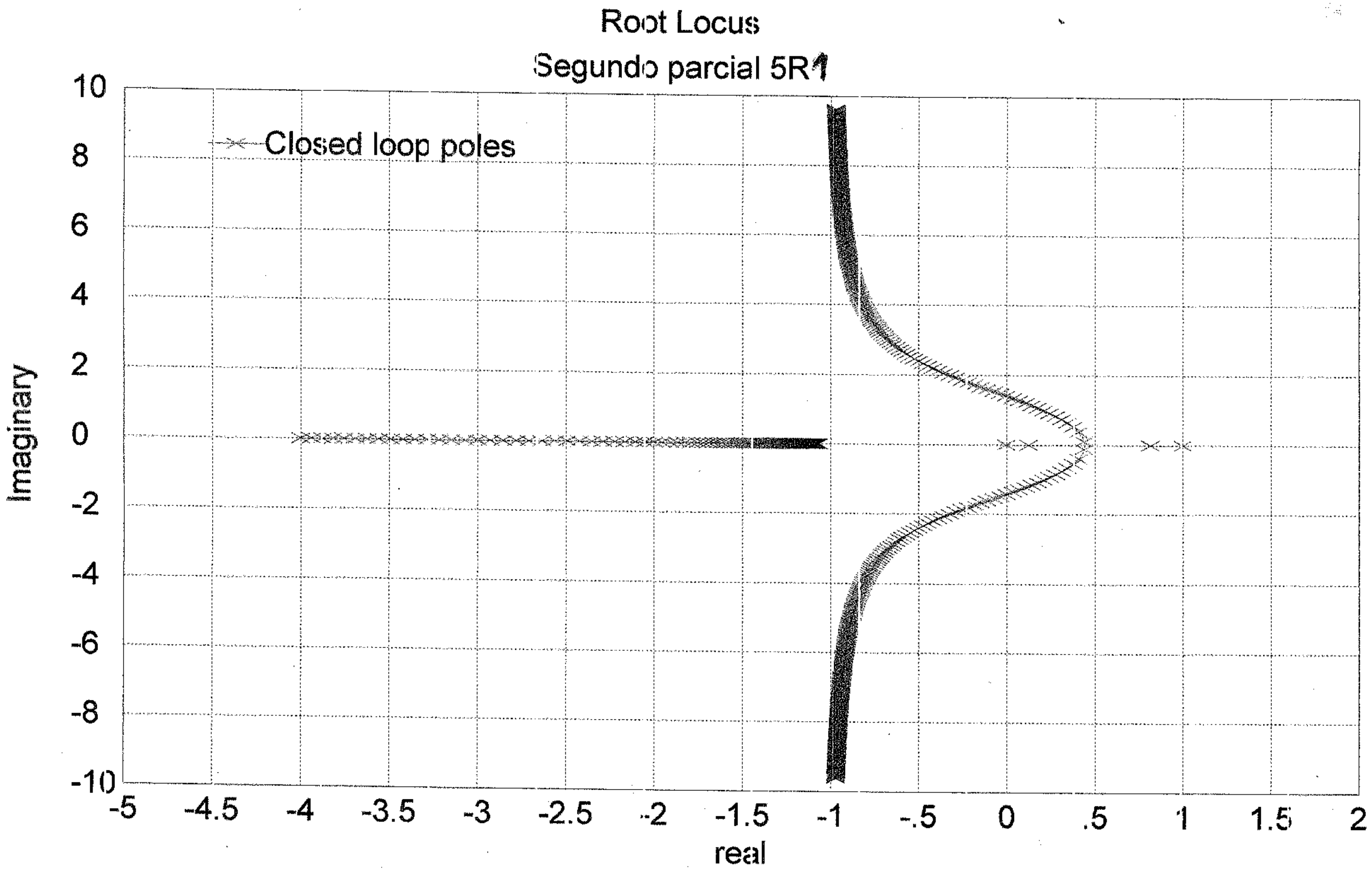
$|K_v| = 5.$ es valor es la mitad del valor pedido.

$$|K_v| \cdot \frac{z_c}{p_c} = 10 \; ; \quad \frac{z_c}{p_c} = 2.$$

$$0{,}077 = 0{,}1 \cdot 0{,}77 < z_c < 0{,}5 \cdot 0{,}77 = 0{,}385.$$

se elige $\boxed{z_c = 0{,}08}$

$$\boxed{p_c = 0{,}04}$$


Root Locus
Segundo parcial 5R1
Closed loop poles
Imaginary
real
10
8
6
4
2
0
-2
-4
-6
-8
-10
-5
-4.5
-4
-3.5
-3
-2.5
-2
-1.5
-1
-.5
0
.5
1
1.5
2

10