UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL – FACULTAD REGIONAL CÓRDOBA
INGENIERÍA ELECTRÓNICA -PRIMER EXAMEN PARCIAL – 5R2
SISTEMAS DE CONTROL

Nota: El examen debe realizarse en hojas tamaño A4 con tinta indeleble. La presentación, ortografía e inteligibilidad de lo escrito, podrán modificar la calificación final hasta en un 10%. Durante la realización del examen no está permitido el uso de teléfonos celulares.

Un sistema de control con realimentación negativa unitaria, está representado por el diagrama de bloques dado en la Figura 1

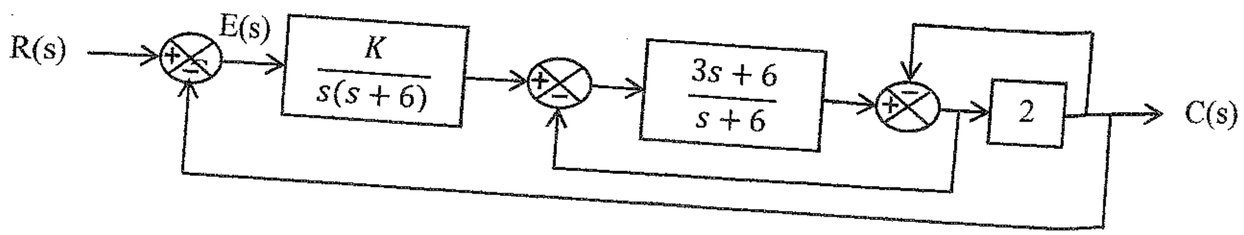


Figura 1

Se pide:

a) Obtener la función de transferencia de lazo cerrado C(s)/R(s) utilizando el álgebra de diagramas de bloque. **(1 punto)**

b) Realizar el diagrama de flujo de señal y obtener la función de transferencia de lazo cerrado C(s)/R(s) utilizando la fórmula de Mason. **(1,5 puntos)**

c) Realizar el diagrama del lugar de raíces para $0 \leq K \leq \infty$. **(2 puntos)**

d) Determinar el error en estado estacionario para una entrada rampa cuando K=400. **(1 punto)**

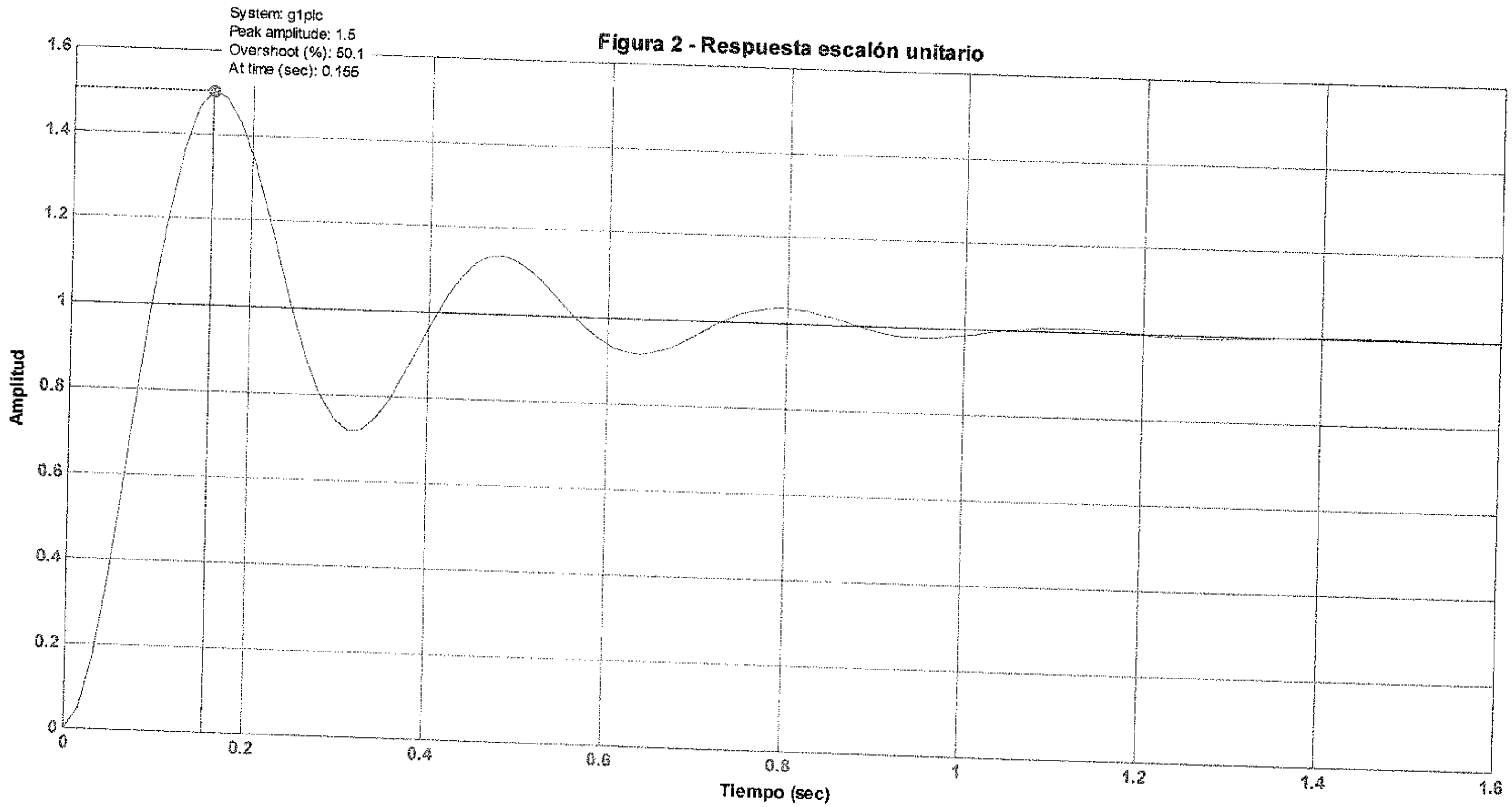
e) ¿Cuándo se dice que un sistema es lineal? Invariante en el tiempo? Causal? **(2 puntos)**

f) En la Figura 2, se da la respuesta en lazo cerrado de un sistema de control para una entrada escalón unitario. Determinar la función de transferencia suponiendo un comportamiento de segundo orden. **(1,5 puntos)**

g) ¿Podría la Figura 2 ser la respuesta a un escalón unitario del sistema de la Figura 1 cuando la ganancia es K=400? Explique su respuesta. **(1 punto)**

Alumno...

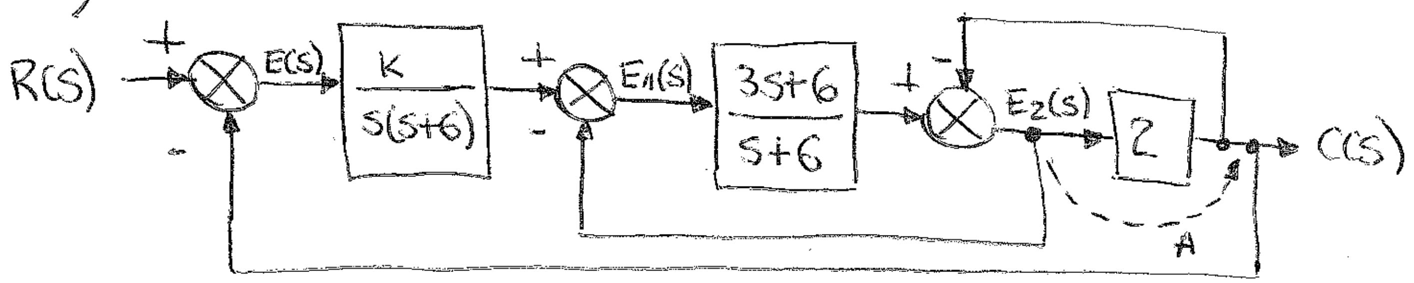
Figura 2 - Respuesta escalón unitario



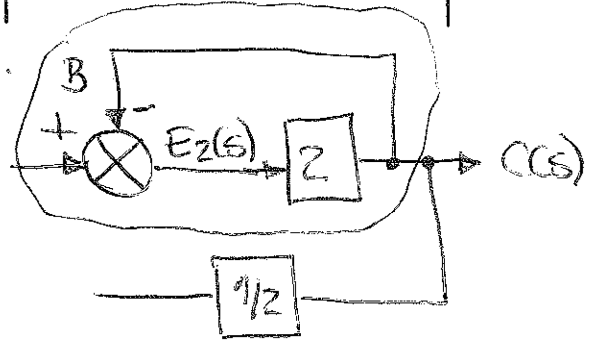
Alumno..

Soluciones 2do parcial 5R2. 27-06-17

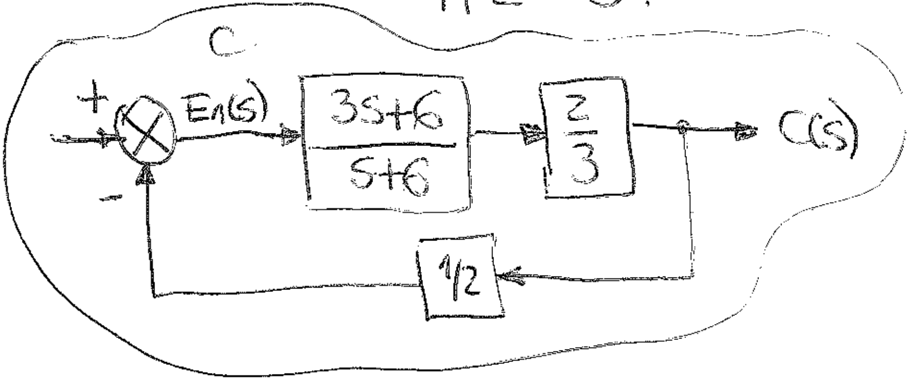
a) (1)



A: desplazamiento de un punto de toma hacia mas allá de un bloque.



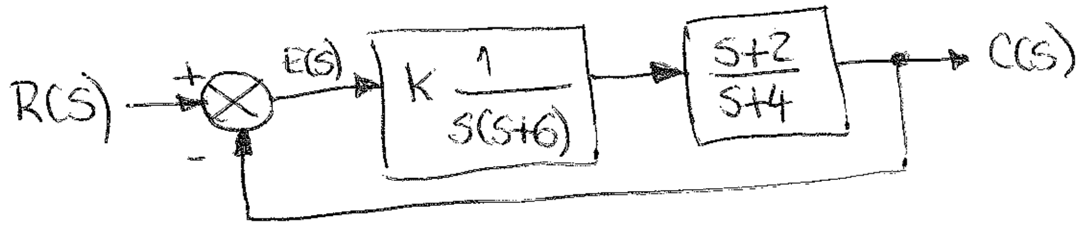
B: Lazo cerrado: $\frac{2}{1+2} = \frac{2}{3}$.



C: Lazo cerrado:

$$\frac{\frac{2}{3}\,\frac{3s+6}{s+6}}{1+\frac{\cancel{2}}{3}\,\frac{3s+6}{s+6}\cdot\frac{1}{\cancel{2}}} = \frac{2}{3}\,\frac{3s+6}{s+6+\frac{1}{3}(3s+6)} =$$

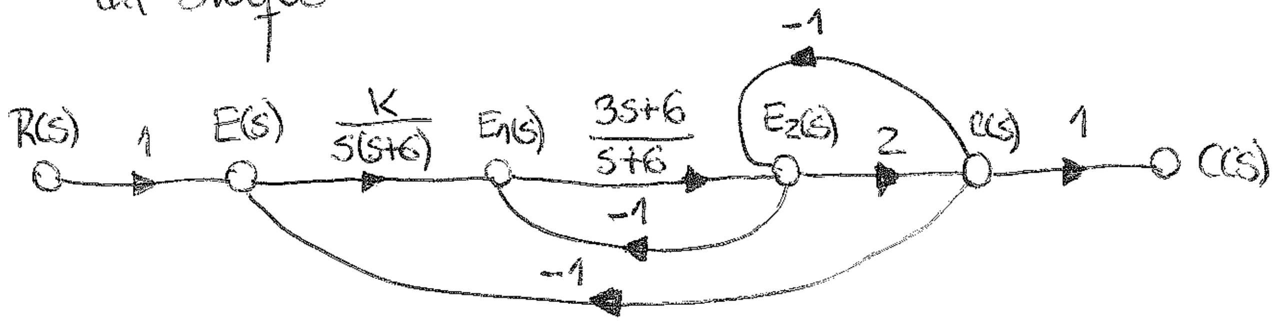
$$= \frac{2}{3}\,\frac{3s+6}{s+6+s+2} = \frac{2}{3}\,\frac{3s+6}{2s+8} = \frac{\cancel{2}}{\cancel{3}}\,\frac{\cancel{3}}{\cancel{2}}\,\frac{s+2}{(s+4)} = \frac{s+2}{s+4}.$$



$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K\dfrac{s+2}{s(s+4)(s+6)}}{1+K\dfrac{s+2}{s(s+4)(s+6)}} = K\,\frac{s+2}{s^3+10s^2+24s+Ks+2K}$$

$$\boxed{\frac{C(s)}{R(s)} = K\,\frac{s+2}{s^3+10s^2+(24+K)s+2K}}$$

b) Veamos el diagrama de flujo equivalente al diagrama en bloque



$$P_1(s) = 1 \cdot \frac{K}{s(s+6)} \cdot \frac{3s+6}{s+6} \cdot 2 \cdot 1 = 2K\,\frac{3s+6}{s(s+6)^2}$$

$$L_1(s) = \frac{K}{s(s+6)} \cdot \frac{3s+6}{s+6} \cdot 2(-1) = -2K\,\frac{3s+6}{s(s+6)^2}$$

$$L_2(s) = -\frac{3s+6}{s+6} \quad ; \quad L_3(s) = -2.$$

No hay lazos disjuntos, por ello:

$$\Delta(s) = 1 - \sum_a L_a = 1 - \left[L_1(s) + L_2(s) + L_3(s)\right]$$

$$\Delta(s) = 1 + 2K\,\frac{3s+6}{s(s+6)^2} + \frac{3s+6}{s+6} + 2 = 3 + 2K\,\frac{3s+6}{s(s+6)^2} + \frac{3s+6}{s+6}.$$

$$\Delta(s) = \frac{3s(s+6)^2 + 2K(3s+6) + (3s+6)s(s+6)}{s(s+6)^2}$$

$$\Delta(s) = \frac{3s\left(s^2+12s+36\right)+6Ks+12K+s\left(3s^2+18s+6s+36\right)}{s(s+6)^2}$$

$$\Delta(s) = \frac{3s^3+36s^2+108s+6Ks+12K+3s^3+24s^2+36s}{s(s+6)^2}.$$

$$\Delta(s) = \frac{6s^3+60s^2+(144+6K)s+12K}{s(s+6)^2} = 6\,\frac{s^3+10s^2+(24+K)s+2K}{s(s+6)^2}$$

La trayectoria directa no es dijuntas respecto ningún lazo por ello $\Delta_1(s)=1$.

$$M(s) = \frac{1}{\Delta(s)} P_1(s)\Delta_1(s).$$

$$M(s) = \frac{\cancel{s(s+6)^2}}{6\left[s^3+10s^2+(24+K)s+2K\right]} \cdot 2K\,\frac{3s+6}{\cancel{s(s+6)^2}} = \frac{C(s)}{R(s)}.$$

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\cancel{6}^{1}K}{\cancel{6}_{1}}\,\frac{(s+2)}{\left[s^3+10s^2+(24+K)s+2K\right]} = \boxed{K\,\frac{s+2}{s^3+10s^2+(24+K)s+2K} = \frac{C(s)}{R(s)}}$$

c) $G(s)H(s) = K\,\dfrac{s+2}{s(s+4)(s+6)}$ para el L.R.

Asintitas: $\varphi_K = \dfrac{180^\circ}{p-z}(2K+1)$ $K=0,1$. dos asintotas $p-z=3-1=2$.

$$\sigma_C = \frac{\sum Re[p]-\sum Re[z]}{p-z} = \frac{-4-6-(-2)}{3-1} = \frac{-8}{2} = \boxed{-4=\sigma_C}.$$

Punto de bifurcación: $1+K\,\dfrac{s+2}{s(s+4)(s+6)}=0$.

$$K = -\frac{s(s+4)(s+6)}{s+2} = -\frac{s^3+10s^2+24s}{s+2}.$$

(4)

$$\frac{\partial K}{\partial s} = -\frac{(3s^2+20s+24)(s+2)-(s^3+10s^2+24s)}{(s+2)^2} = 0$$

$$\frac{\partial K}{\partial s} = -\frac{3s^3+20s^2+\cancel{24s}+6s^2+40s+48-s^3-10s^2-\cancel{24s}}{(s+2)^2} = 0$$

$$\frac{\partial K}{\partial s} = -\frac{2s^3+16s^2+40s+48}{(s+2)^2} = 0 \;;\quad s^3+8s^2+20s+24=0.$$

$$s_1 = -4{,}93 \qquad s_{2-3} = -1{,}53 \pm j\,1{,}59$$

$$\boxed{pb = -4{,}93}$$

Criterio de Routh:

$$1 + K\frac{s+2}{s(s+4)(s+6)} = 0 = \frac{s^3+10s^2+24s+Ks+2K}{s(s+4)(s+6)} = 0.$$

$$s^3+10s^2+(24+K)s+2K=0.$$

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & 1 & 24+K \\ s^2 & 10 & 2K \\ s & 24+0{,}8K & \\ s^0 & 2K & \end{array} \qquad \frac{10(24+K)-2K}{10} = \frac{240+10K-2K}{10} = \frac{240+8K}{10}$$

→ No hay cambios de signo. Estable para cualquier K.

Ganancia del p.b. $K(-4{,}93) = 1{,}67$.

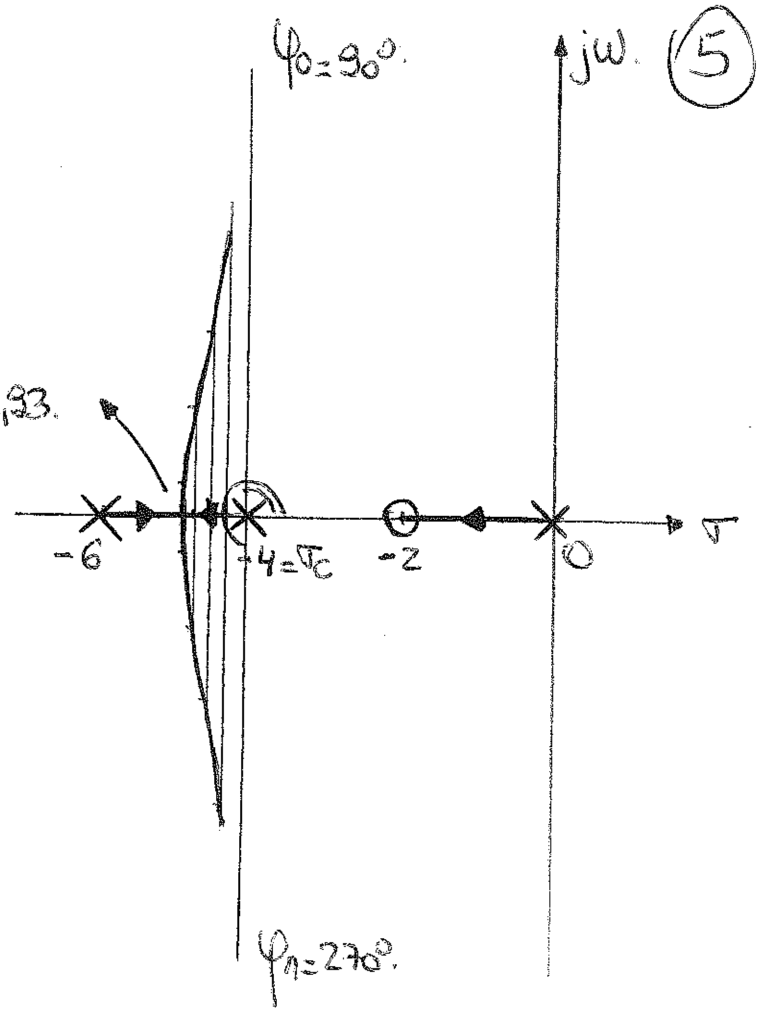
raices
$K=2$. $s^3+10s^2+26s+4=0$ $s_1=-0{,}16$ $s_{2-3}=-4{,}92\pm j\,0{,}45$.

$K=5$ $s^3+10s^2+29s+10=0$ $s_1=-0{,}4$ $s_{2-3}=-4{,}8\pm j\,1{,}46$.

$K=10$ $s^3+10s^2+34s+20=0$ $s_1=-0{,}74$ $s_{2-3}=-4{,}63\pm j\,2{,}39$

$K=20$ $s^3+10s^2+44s+40=0$ $s_1=-1{,}19$ $s_{2-3}=-4{,}4\pm j\,3{,}75$.

(5)



d) $e_{ss} = \dfrac{1}{K_v}$; $K_v = \lim_{s \to 0} s\, G(s) H(s)$ $K = 400$.

$$K_v = \lim_{s \to 0} \cancel{s} \cdot 400 \frac{s+2}{\cancel{s}(s+4)(s+6)} = \cancel{400} \frac{2}{\cancel{4} \cdot \cancel{6}} = 33{,}33$$

e) Se dice que un sistema es lineal si satisface el principio de superposición. Este principio engloba las propiedades de escalado o proporcionalidad y aditividad.

Propiedad de proporcionalidad: o escalado.

Propiedad de aditividad.

6

$$x_1 \rightarrow \boxed{L} \rightarrow y_1$$

$$x_2 \rightarrow \boxed{L} \rightarrow y_2$$

$$x_1 + x_2 \rightarrow \boxed{L} \rightarrow y_1 + y_2$$

Principio de linealidad o superposición proporcional:

$$a x_1 + b x_2 \rightarrow \boxed{L} \rightarrow a y_1 + b y_2$$

Invariabilidad en el tiempo: un sistema es invariable en el tiempo si su comportamiento y características son fijas. Sus parámetros no cambian en el tiempo y la misma entrada dará el mismo resultado en cualquier momento:

$$x(t) \rightarrow \boxed{IT} \rightarrow y(t) \qquad x(t-t_0) \rightarrow \boxed{IT} \rightarrow y(t-t_0)$$

Así un sistema LIT

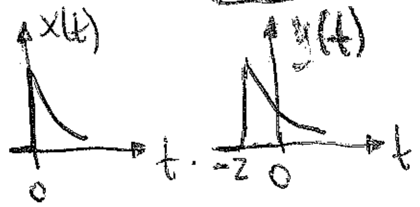
$$a x_1(t-t_1) + b x_2(t-t_2) \rightarrow \boxed{LIT} \rightarrow a y_1(t-t_1) + b y_2(t-t_2)$$

Sistema causal: también denominado físicamente realizable es aquel cuya salida en el instante t_0 depende únicamente de los valores de la entrada en $t \leq t_0$ (No anticipativo).

$$x(t) \rightarrow \boxed{\text{Sistema Causal}} \rightarrow y(t) = f[x(t-t_0)] \quad t_0 > 0$$

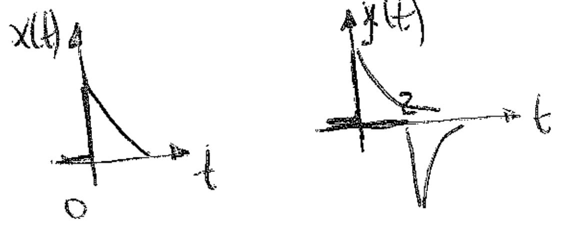
Ejemplo

$$x(t) \rightarrow \boxed{x(t+2)} \rightarrow y(t)$$



NO CAUSAL.

$$x(t) \rightarrow \boxed{x(t) - x(t-2)} \rightarrow y(t)$$



f) De la gráfica el tiempo de pico es:

$$t_p = 0{,}155 \text{ seg.}$$

$$t_p = \frac{\pi}{wd} \quad \therefore \quad wd = \frac{\pi}{0{,}155 \text{seg}} = 20{,}27 \frac{\text{rad}}{\text{seg}}.$$

$$Mp\% = 50{,}1\% = e^{-\sigma\pi/wd} \cdot 100\%.$$

$$e^{-\sigma\pi/wd} = 0{,}501. \quad -\frac{\sigma\pi}{wd} = \ln 0{,}501 \; ; \; \sigma = -\frac{wd \ln 0{,}501}{\pi}.$$

$$\sigma = 4{,}46 \text{ seg}^{-1}.$$

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad ; \quad \omega_n^2 = \sigma^2 + wd^2 = 430{,}76 \frac{\text{rad}}{\text{seg}}.$$

$$2\zeta\omega_n = 2\sigma = 8{,}92 \quad \therefore \quad \boxed{\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{430{,}76}{s^2 + 8{,}92s + 430{,}76}}$$

g) Los polos del sistema de la figura 1 son:

$$s^3 + 10s^2 + (24+k)s + 2K = 0.$$

con $K = 400$: $s^3 + 10s^2 + 424s + 800 = 0.$

$$s_1 = -1{,}96 \quad s_{2-3} = -4{,}02 \pm j\,19{,}8$$

Es decir los polos complejos conjugados dan $\sigma = 4{,}02$ y $wd = 19{,}8$ con una respuesta similar a la del sistema de la figura 2.