

## Introducción a los sistemas de control

### Sistema

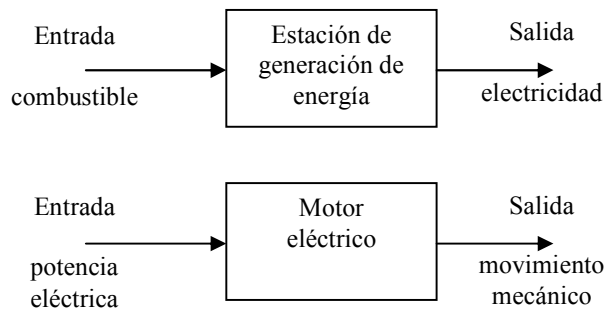
Un sistema es una combinación de componentes que actúan juntos y realizan un objetivo determinado

A un sistema se le puede considerar como una caja negra que tiene una entrada y una salida.

### Sistema de control

Se considera un sistema de control si la salida se controla de modo que pueda adoptar un valor o cambio en particular de alguna manera definida.

Ejemplos:



No importa que tan complejo sea un sistema en sus componentes o en las interacciones entre ellos; se puede considerar que todos están dentro de una caja negra y solo tener en cuenta las entradas y las salidas a dicha caja.

### Modelos

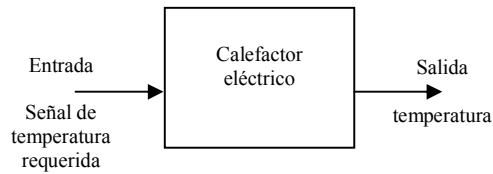
Un modelo es solo un medio para transferir alguna relación de su versión real a otra versión. Para llevar a cabo la transferencia solo se consideran las relaciones de interés.

Un modelo matemático de un sistema dinámico se define como un conjunto de ecuaciones que representan la dinámica del sistema con precisión.

### Sistemas de control de lazo abierto y cerrado

*Sistemas de control de lazo abierto*, son sistemas en los cuales la salida no se compara con la entrada de referencia, por lo tanto a cada entrada de referencia le corresponde una condición de operación fija.

La señal de salida no tiene efecto sobre la señal de entrada.



Ejemplos:

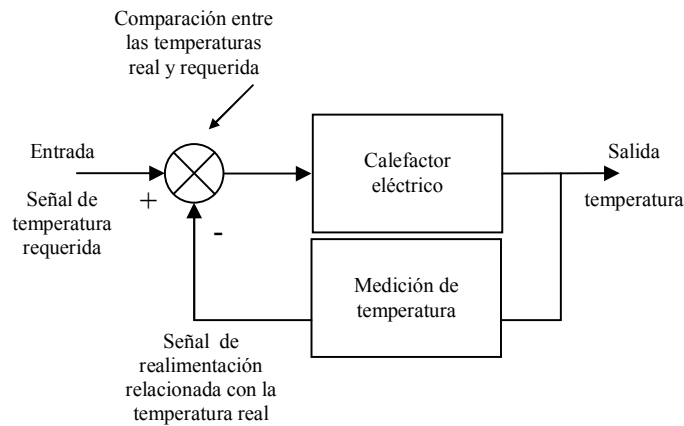
Lavadora automática

Calefactor eléctrico

Un sistema que opere mediante tiempos

Motor

*Sistemas de control de lazo cerrado*, son sistemas que mantienen una relación prescrita entre la salida y la entrada de referencia, comparándolas y usando la diferencia como medio de control. Lo que se desea es mantener la salida constante a pesar de los cambios en las condiciones de operación.



Ejemplos

Calefactor eléctrico con termostato

Aire acondicionado

Refrigerador

Boiler

Tinaco

**Lazo abierto contra lazo cerrado.**

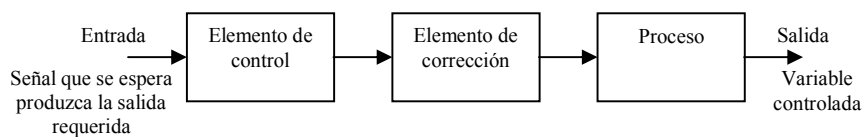
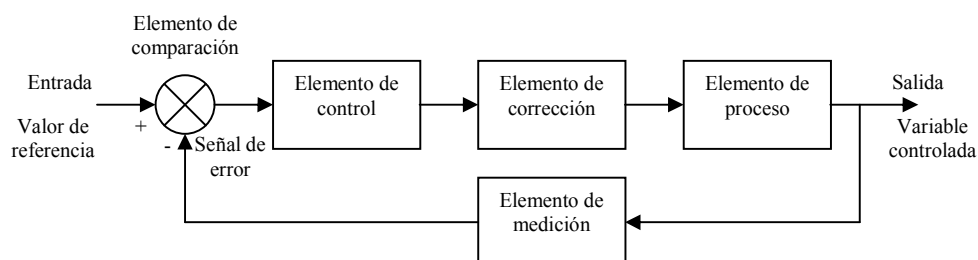
En lazo abierto la precisión del sistema depende de la calibración. Ante la presencia de perturbaciones, un sistema de control en lazo abierto no realiza la tarea adecuada. En los sistemas de lazo abierto no existen problemas de estabilidad.

Una ventaja del sistema de lazo cerrado es que el uso de la realimentación vuelve la respuesta del sistema relativamente insensible a las perturbaciones externas y a las variaciones internas en los parámetros del sistema.

En lazo cerrado los sistemas pueden presentar problemas de estabilidad al corregir en exceso los errores y producir oscilaciones en su respuesta.

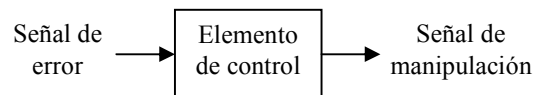
**Perturbación.**

Una perturbación es una señal que tiende a afectar negativamente el valor de salida de un sistema.

**Elementos básicos de control****Lazo Abierto****Lazo Cerrado**

## Estrategias de control

El elemento de control tiene como entrada la señal de error y como salida una señal de manipulación que se convierte en la entrada a la unidad de corrección de modo que se pueda iniciar la acción para eliminar el error.



En sistemas de control de lazo abierto los tipos de control más comunes son los de dos posiciones (encendido-apagado), secuencias o acciones conmutadas por tiempo.

Calefactor eléctrico (encendido o apagado)

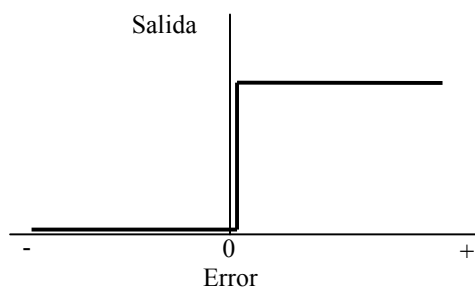
Lavadora automática (acciones conmutadas por tiempo)

En sistemas de control de lazo cerrado los tipos de control son a menudo el control de dos posiciones, el control proporcional, el control proporcional más integral, el controlador proporcional más derivativo o el controlador proporcional más integral más derivativo.

Sistema de aire acondicionado (encendido-apagado)

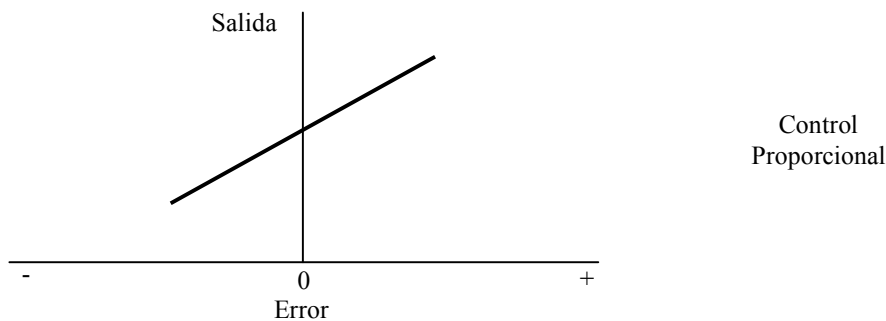
Refrigerador

Boiler



Modos de control  
de dos posiciones

## Control de nivel de un tinaco



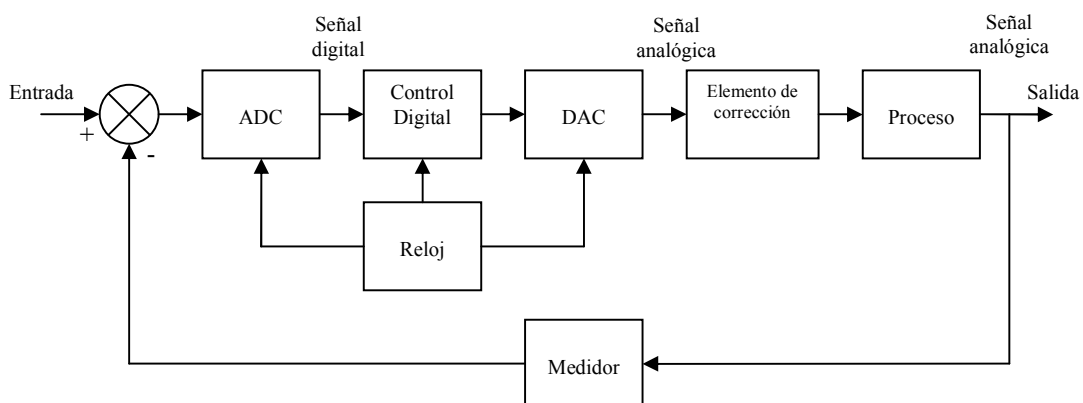
## Control Digital

Un sistema de control digital es aquel en el cual el elemento de control es sustituido por una computadora (o microprocesador) en la cual se implanta una estrategia de control mediante un programa almacenado.

Como es fácil modificar dicho programa, la estrategia de control también es sencillo cambiarla y esta flexibilidad es una gran ventaja sobre los sistemas de control analógico donde la estrategia de control está determinada por equipos físicos.

Secuencias de pasos que tiene lugar un sistema de control digital:

1. Espera un pulso de reloj.
2. Hace una conversión de analógico a digital de la señal de entrada en ese tiempo.
3. Calcula la señal de control de acuerdo con la estrategia de control en el programa.
4. Lleva a cabo la conversión de digital a analógico de la señal de control.
5. Actualiza el estado de la unidad de corrección.
6. Espera el siguiente pulso de reloj y entonces repite todo el ciclo.



Sistema de control digital en lazo cerrado  
para sistemas de tiempo continuo

Se puede utilizar una sola computadora para controlar varias variables.

Ejemplos de aplicación de control digital

Robots  
Máquinas herramientas  
Control de aviones

## Función de transferencia

Un modelo matemático de un sistema dinámico se define como un conjunto de ecuaciones que representan la dinámica del sistema. Un modelo matemático caracteriza la relación entrada-salida de sus componentes por medio de ecuaciones diferenciales.

La función de transferencia de un sistema es un modelo matemático.

La *función de transferencia* de un sistema descrito mediante una ecuación diferencial lineal e invariante en el tiempo se define como el cociente entre la transformada de Laplace de la salida y la transformada de Laplace de la entrada bajo la suposición de que todas las condiciones iniciales son cero.

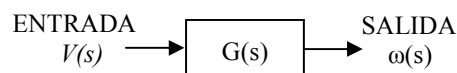
La función de transferencia es una propiedad de un sistema, independiente de la magnitud y naturaleza de la entrada.

La función de transferencia incluye las unidades necesarias para relacionar la entrada con la salida; sin embargo, no proporciona información acerca de la estructura física del sistema. (Las funciones de transferencia de muchos sistemas físicamente diferentes pueden ser idénticas).

La función de transferencia nos proporciona información en estado estacionario de la entrada y la salida, así como la información sobre los cambios transitorios que tienen lugar en el tiempo.

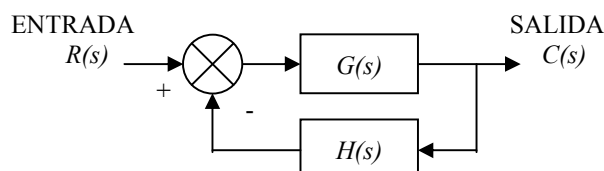
La función de transferencia normalmente se representa en forma de bloques.

En lazo abierto

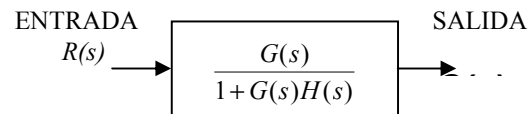


$$G(s) = \frac{\omega(s)}{V(s)}$$

En lazo cerrado



$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}$$



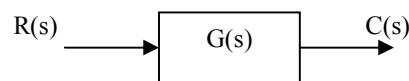
### Error en estado estacionario

El error  $e(t)$  en un sistema de control es la diferencia entre la señal de entrada y la señal de salida

Los errores en un sistema de control se pueden atribuir a muchos factores. Los cambios en la entrada de referencia provocan errores durante los períodos transitorios y también en estado estacionario.

Imperfecciones en los componentes del sistema, como fricción, juego, etc..  
 Envejecimiento.  
 Deterioro

Para un sistema en lazo abierto



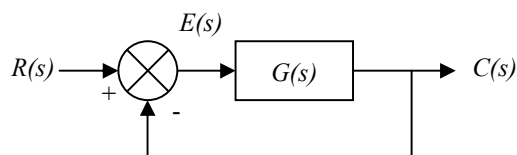
Las ecuaciones del sistema serían

$$E(s) = R(s) - C(s) \quad C(s) = G(s)R(s)$$

$$E(s) = R(s)(1 - G(s))$$

Para que el error  $E$  sea cero  $G$  debe de ser 1. Cualquier variación de  $G$  se manifiesta de igual manera en el error.

Para un sistema en lazo cerrado



Las ecuaciones del sistema serían:

$$E(s) = R(s) - C(s) \quad C(s) = G(s)E(s)$$

Manipulando las ecuaciones nos quedaría

$$E(s) = \left( \frac{1}{1 + G(s)} \right) R(s)$$

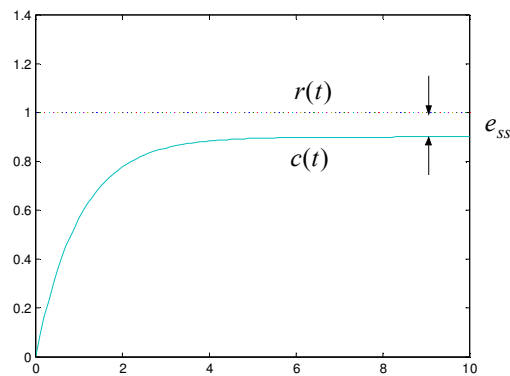
Para tener un error  $E$  pequeño la  $G$  debe de ser grande. Las variaciones de  $G$  se manifiestan en el error en menor proporción.

El error en estado estacionario se obtendría aplicando el teorema del valor final.

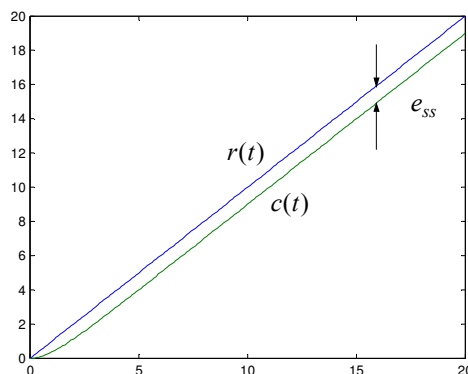
$$e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} E(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s)$$

El error en estado estacionario  $e_{ss}$  es la diferencia entre la señal de entrada y la señal de salida para una entrada determinada y cuando las condiciones del sistema están en estado estacionario.

Error en estado estacionario debido a una entrada escalón.

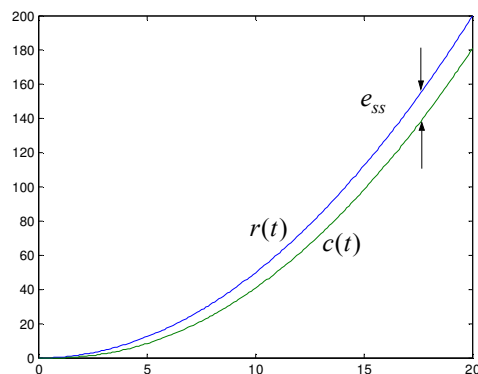


Error en estado estacionario debido a una entrada rampa





### Error en estado estacionario debido a una entrada parábola



### Efectos de la perturbación

La perturbación es una señal no deseada la cual afecta la salida del sistema. Puede ser interna si esta se genera dentro del sistema, por ejemplo al modificarse los parámetros internos del mismo, o ser externa si esta es generada fuera del sistema y constituye una entrada.

Para un sistema en lazo abierto



La salida del sistema es:

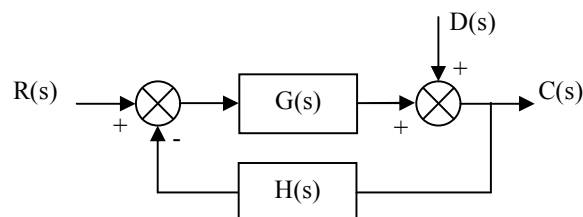
$$C(s) = G(s)R(s) + D(s)$$

Se observa que la señal de perturbación  $D(s)$  se suma a la salida del sistema directamente, modificándola y ésta no puede ser corregida por el sistema.

El cambio en la salida provocado por la perturbación es.

$$\Delta C(s) = D(s)$$

Para un sistema de lazo cerrado



La salida del sistema es:

$$C(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} R(s) + \frac{1}{1 + G(s)H(s)} D(s)$$

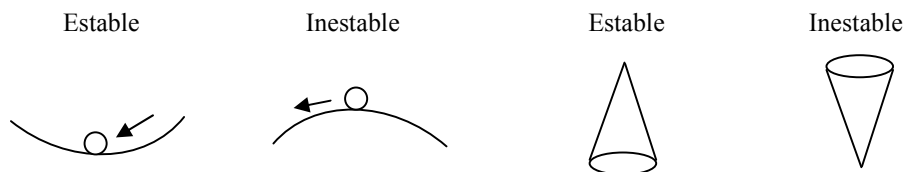
El término  $[1/(1 + G(s)H(s))]D(s)$  es la señal de perturbación que se le agrega a la salida, esta señal a diferencia de la de lazo abierto es afectada por el término  $1/(1 + G(s)H(s))$  este término hace que se pueda minimizar el efecto de la perturbación.

El cambio en la salida provocado por la perturbación es.

$$\Delta C(s) = \frac{1}{1 + G(s)H(s)} D(s)$$

### Estabilidad de los sistemas de control

Un sistema es estable si cuando está sujeto a una entrada o perturbación finita entonces la salida es finita.



Que un sistema lineal sea estable o inestable es una propiedad del sistema mismo y no depende de la entrada ni de la función de excitación del sistema.

### Lazo cerrado contra lazo abierto

Ventajas de lazo cerrado.

1. Mayor exactitud al tratar de igualar la señal de salida con la señal de referencia.
2. Menos sensibles a las perturbaciones externas.
3. Menos sensibles a cambios en las características de los componentes.
4. Se puede incrementar la velocidad de respuesta del sistema.

Desventajas de lazo cerrado.

1. Se tienen problemas de inestabilidad.
2. El sistema es más complejo, más caro y necesita mayor mantenimiento.
3. Hay una pérdida de ganancia, en lazo abierto es  $G$  y en lazo cerrado  $G/(1 + GH)$