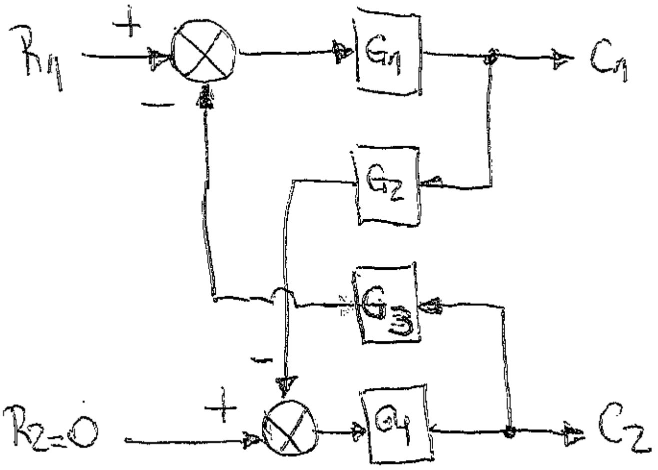
Soluciones primer recuperatorio 5R1-5R2 22-08-17.

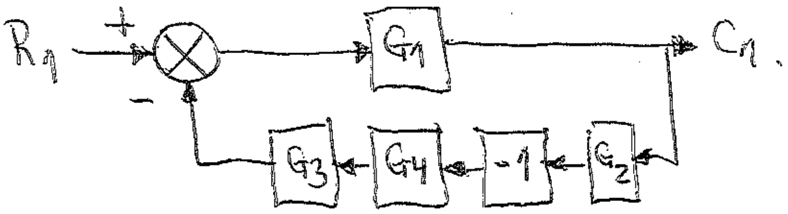
Tema 1:

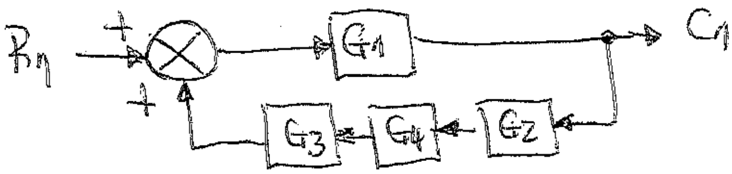
1

(a) $\left.\frac{C_1}{R_1}\right|_{R_2=0}$.

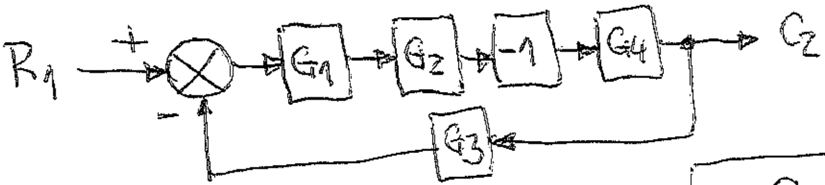



$$\boxed{\left.\frac{C_1}{R_1}\right|_{R_2=0} = \frac{G_1}{1-G_1G_2G_3G_4}}$$




(b) $\left.\frac{C_2}{R_1}\right|_{R_2=0}$.

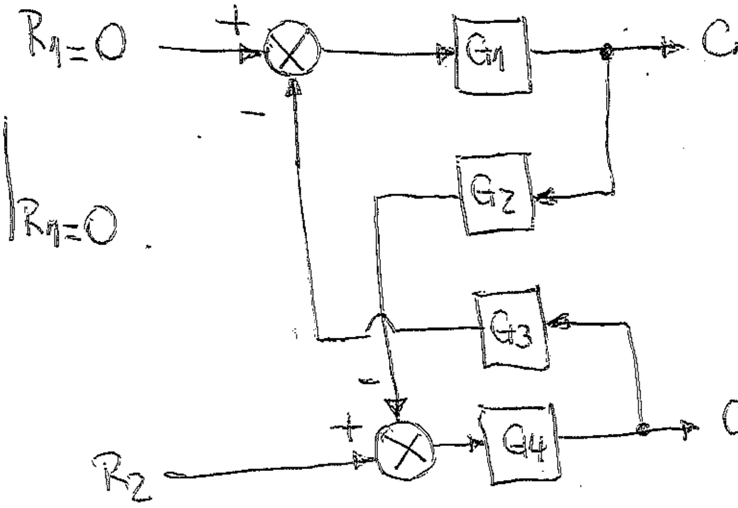



$$\left.\frac{C_2}{R_1}\right|_{R_2=0} = \frac{-G_1G_2G_4}{1+(-G_1G_2G_4)G_3} = \boxed{-\frac{G_1G_2G_4}{1-G_1G_2G_3G_4} = \left.\frac{C_2}{R_1}\right|_{R_2=0}}$$

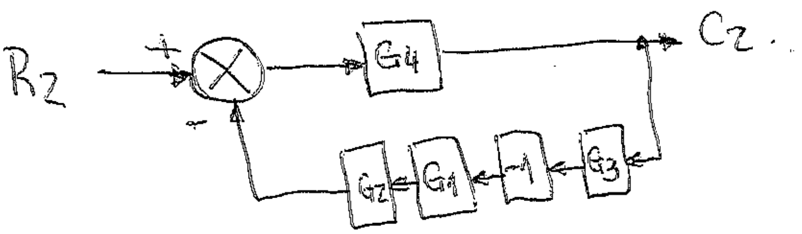
Soluciones primer recuperatorio 5R1-5R2 22-08-17

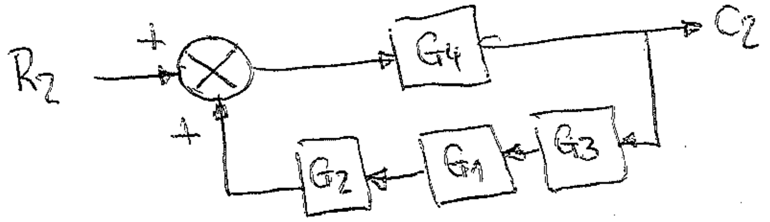
(c) (2)

$$\left.\frac{C_2}{R_2}\right|_{R_1=0}$$

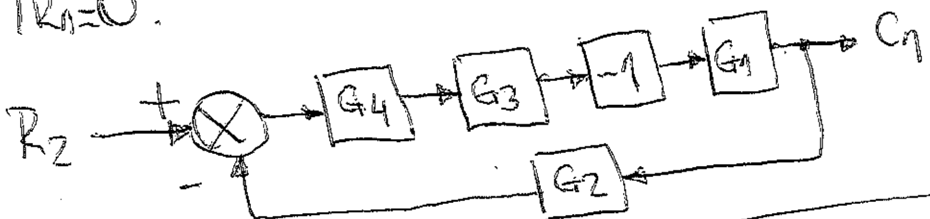


$$\boxed{\left.\frac{C_2}{R_2}\right|_{R_1=0} = \frac{G_4}{1-G_1G_2G_3G_4}}$$





(d) $\left.\frac{C_1}{R_2}\right|_{R_1=0}$.

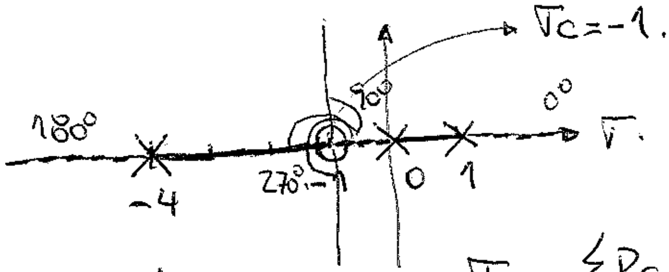


$$\left.\frac{C_1}{R_2}\right|_{R_1=0} = \frac{-G_1G_3G_4}{1+(-G_1G_3G_4)G_2} = \boxed{-\frac{G_1G_3G_4}{1-G_1G_2G_3G_4} = \left.\frac{C_1}{R_2}\right|_{R_1=0}}$$

Diagrama del LR (completo de $G(s)H(s) = K \dfrac{s+1}{s(s-1)(s+4)}$.

Lugar de raíces sobre eje real:

3




Varicentro de la asíntotas: $\sigma_c = \dfrac{\sum Re[p] - \sum Re[z]}{p-z} = \dfrac{1-4-(-1)}{3-1} = \dfrac{1-4+1}{2}$

$$\sigma_c = \frac{-2}{2} = -1.$$

Asintotas K (+).

$$\varphi_K = \frac{180^\circ}{p-z}(2K+1) \quad K = 0,1.$$

$$\varphi_0 = \frac{180^\circ}{3-1}(2.0+1) = 90^\circ.$$

$$\cancel{\varphi_1 = \frac{180}{2} = 90^\circ}.$$

$$\varphi_1 = \frac{180^\circ}{3-1}(2.1+1) = \frac{180^\circ}{2} \cdot 3 = 270^\circ.$$

Asintotas.

$$\varphi_K = \frac{180^\circ}{p-z} 2K. \quad K = 0,1.$$

$$\varphi_0 = \frac{180^\circ}{3-1} 2.0 = 0^\circ.$$

$$\varphi_1 = \frac{180^\circ}{3-1} 2.1 = \frac{180^\circ}{\cancel{2}_1} \cdot \cancel{2}^1 = 180^\circ.$$

Puntos de bifurcación:

$$K \frac{s+1}{s(s-1)(s+4)} + 1 = 0; \quad K = -\frac{s(s^2+3s-4)}{s+1} = -\frac{s^3+3s^2-4s}{s+1}.$$

$$\frac{\partial K}{\partial s} = -\frac{(3s^2+6s-4)(s+1) - (s^3+3s^2-4s)}{(s+1)^2} = 0.$$

$$\frac{\partial K}{\partial s} = -\frac{3s^3 + 6s^2 \cancel{-4s} + \cancel{3s^2} + 6s - 4 - s^3 - \cancel{3s^2} \cancel{+4s}}{(s+1)^2} = 0.$$

$$\frac{\partial K}{\partial s} = -\frac{2s^3+6s^2+6s-4}{(s+1)^2} = 0. \qquad \boxed{s_1 = 0{,}44 = pb_1.}$$

$$s^3+3s^2+3s-2=0. \qquad s_{2-3} = -1{,}72 \pm j1{,}25.$$

$$K(pb) = -\frac{0{,}44^3+3\cdot 0{,}44^2-4(0{,}44)}{0{,}44+1.} = \boxed{0{,}76 = K(pb)}$$

Criterio de Routh:

$$K\frac{s+1}{s(s-1)(s+4)}+1=0.$$

$$K(s+1)+s(s-1)(s+4) = K(s+1)+s^3+3s^2-4s = s^3+3s^2+(K-4)s+K.$$

para $K = 0{,}76.$ $\quad s^3+3s^2+(0{,}76-4)s+0{,}76 = s^3+3s^2-3{,}24s+0{,}76$

$s_1 = -3{,}88 \quad \boxed{s_{2-3} = 0{,}44 = pb}$

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & 1 & K-4 \\ s^2 & 3 & K \\ s & 0{,}67K-4 & \\ s^0 & K & \end{array}$$

$$\frac{3(K-4)-K}{3} = \frac{3K-12-K}{3} = \frac{2K-12}{3} = 0{,}67K-4.$$

$$0{,}67K-4=0 \qquad K = \frac{4}{0{,}67} = \boxed{6 = K_c}$$

$K < K_c$ inestable con dos polos con parte real positiva.

$K > K_c$. estable.

Ecuación auxiliar:

$3s^2+6=0\ ; \quad s^2=-2.$

$s^2+2=0\ ; \quad s_{1-2} = \pm\sqrt{-2} = \boxed{\pm j1{,}41 = s_{1-2}}$. corte a ejes para $K=6=K_c$.

Puntos para el trazado: $s^3+3s^2+(K-4)s+K.$

$K=1 \quad s^3+3s^2-3s+1=0 \quad s_1=-3{,}85\ ; \quad s_{2-3} = 0{,}42 \pm j0{,}28$

$K=-1 \quad s^3+3s^2-5s-1=0 \quad s_1 = 1{,}33\ ; \ s_2 = -4{,}15\ ; \ s_3 = -0{,}18.$

$K=5.\quad s^3+3s^2+s+5=0.\quad s_1=-3{,}18\ ;\ s_{2-3}=0{,}09\pm j1{,}25.$

$K=-5\quad s^3+3s^2-9s-5=0\quad s_1=2{,}18\ ;\ s_2=-4{,}69\ ;\ s_3=-0{,}49.$

$K=10\quad s^3+3s^2+6s+10=0\quad s_1=-2{,}29\ ;\ s_{2-3}=-0{,}36\pm j2{,}06$

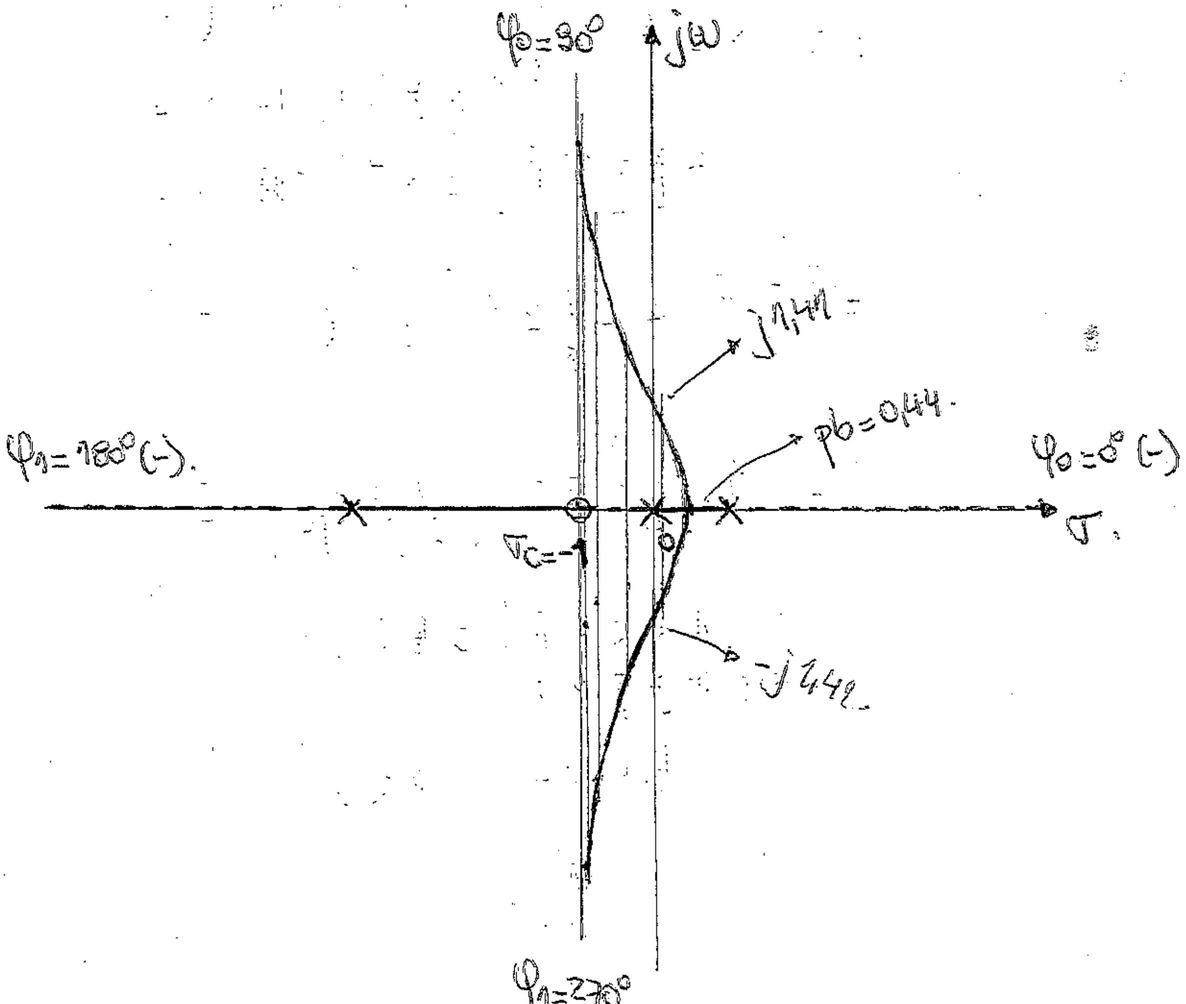
$K=-10\quad s^3+3s^2-14s-10=0\quad s_1=2{,}93\ ;\ s_2=-5{,}29\ ;\ s_3=-0{,}64$

$K=20\quad s^3+3s^2+16s+20=0.\quad s_1=-1{,}45\ ;\ s_{2-3}=-0{,}77\pm j3{,}63.$

$K=-20\quad s^3+3s^2-24s-20=0\quad s_1=4{,}08\ ;\ s_2=-6{,}3\ ;\ s_3=-0{,}78$

$K=30\quad s^3+3s^2+26s+30=0\quad s_1=-1{,}26\ ;\ s_{2-3}=-0{,}87\pm j4{,}8.$

$K=-30\quad s^3+3s^2-34s-30=0\quad s_1=5\ ;\ s_2=-7{,}16\ ;\ s_3=-0{,}84.$



Soluciones primer parcial recuperatorio 22-08-17.

Sistemas de Control.

Tema 3: $z-\bar{z} = \left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{\substack{x=\bar{x}\\ y=\bar{y}}}(x-\bar{x}) + \left.\frac{\partial z}{\partial y}\right|_{\substack{x=\bar{x}\\ y=\bar{y}}}(y-\bar{y})$ ; $\bar{z} = z(\bar{x},\bar{y})$ . 6

$\bar{x} = 3$ . $\bar{y} = 11$ . $\bar{z} = 3^2 + 8.3.11 + 3.11^2 = 636$ .

$\frac{\partial z}{\partial x} = 2x + 8y$ ; $\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{\substack{x=\bar{x}\\ y=\bar{y}}} = 2.3 + 8.11 = 94$ .

$\frac{\partial z}{\partial y} = 8x + 6y$ ; $\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right|_{\substack{x=\bar{x}\\ y=\bar{y}}} = 8.3 + 6.11 = 90$ .

$z - 636 = 94(x-3) + 90(y-11)$ .

$z - 636 = 94x - 282 + 90y - 990$ .

$\boxed{z_L = 94x + 90y - 636}$ .

$z_L(3,11) = 94.3 + 90.11 - 636 = 636$ .

Soluciones 1er recuperatorio. Sistemas de control. 22/08/17

7

Tema 4: La ecuación diferencial del sistema es:

$$P(t) = m\ddot{x}(t) + f\dot{x}(t) + Kx(t).$$

$$P(s) = (s^2 m + sf + K)\,X(s).$$

$$\frac{X(s)}{P(s)} = \frac{1}{ms^2+fs+K} = \frac{1/m}{s^2+f/m\,s+K/m}$$

con $P(s)=\frac{1}{s}\cdot 2$ $\therefore$ $X(s) = \dfrac{1/m\cdot 2}{s(s^2+f/m\,s+K/m)}$

$$X(\infty) = \lim_{x\to 0} sX(s) = 2\frac{1/\cancel{m}}{K/\cancel{m}} = \frac{1}{K}2 = 0{,}1\,[ft].$$

$$K = \frac{2\ lb}{0{,}1\ ft} = 20\left[\frac{lb}{ft}\right].$$

$$s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2 = s^2+\frac{f}{m}s+\frac{K}{m}.$$

$$Mp\% = \frac{x(t_p)-x(\infty)}{x(\infty)}\cdot 100\% = \frac{0{,}1095-0{,}1}{0{,}1}\,100\% = 9{,}5\%$$

$$Mp\% = e^{-\sigma\pi/\omega d}\cdot 100\% \quad ; \quad t_p = \frac{\pi}{\omega d} \quad ; \quad \omega d = \frac{\pi}{t_p} = \frac{3{,}14}{2\,seg} = 1{,}57\,\frac{rad}{seg}.$$

$$e^{-\sigma\pi/\omega d} = 0{,}095 \quad ; \quad -\frac{\sigma\pi}{1{,}57} = \ln 0{,}095;$$

$$\sigma = -\frac{1{,}57\cdot\ln 0{,}095}{\pi} = 1{,}18\ seg^{-1}; \quad \omega_n^2 = \sigma^2+\omega d^2 = 3{,}86\,\frac{rad}{seg}.$$

$$m = \frac{K}{\omega^2} = 5{,}18 \quad ; \quad f = 2\sigma m = 12{,}22.$$

Soluciones primer recuperatorio 5R1/5R2. 22/08/17.

Tema 5: A partir del conocimiento de la función de transferencia de lazo abierto G(S)H(s) se puede conocer el comportamiento a lazo cerrado (conocer los polos de la FTLC) cuando se varía un parámetro de interés que debe estar como factor en el numerador de la función de transferencia de lazo abierto.

8

Tema 6:

1) La cte. de tiempo de un sistema de primer orden cuando a sido excitado por una señal escalón unitario es el tiempo en el que si el sistema hubiese seguido creciendo con la pendiente inicial, cortaría al valor de régimen en un tiempo igual a la constante de tiempo.

2) Cuando el sistema excitado con una señal escalón unitario, llega al 63,2% de su valor de régimen.

3) El valor inicial (para $t=0$) de la respuesta al impulso unitario, ya que representa la pendiente de la respuesta al escalón en el origen.

Tema 7:

a) La operación de convolución en el tiempo está dado por la integral.

$$h(t) * x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t-\tau)\, x(\tau)\, d\tau$$

b) La integral de convolución en el dominio del tiempo es el equivalente del producto de las transformadas en el dominio de Laplace.

$$\mathcal{L}[x(t) * h(t)] = X(s)\, H(s) \quad \text{con } s = \sigma + j\omega$$

La transformada de Laplace de la respuesta a la función impulso cuando las condiciones iniciales son nulas, es la función de transferencia del sistema. La respuesta al impulso unitario del sistema y su función de transferencia, pueden dar la misma información sobre su comportamiento.

9

c) Porque si se conoce la respuesta al impulso unitario h(t) se puede conocer la respuesta a cualquier entrada x(t) haciendo la convolución de x(t) con h(t). $x(t) * h(t)$.