



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

INGENIERÍA DE CONTROL

PRACTICA N°10



ANÁLISIS DE SISTEMAS DE CONTROL POR RESPUESTA EN FRECUENCIA

OBJETIVO

Utilizar el comando *rltool* del *matlab* en el análisis de un sistema de control por respuesta en frecuencia.

INTRODUCCIÓN:

Se entiende por respuesta en frecuencia a la respuesta en estado estable de un sistema ante una entrada senoidal. En el método de respuesta en frecuencia, variamos la frecuencia de la señal de entrada en un cierto rango, y estudiamos la respuesta resultante.

Se puede estudiar la estabilidad absoluta y relativa de los sistemas lineales en lazo cerrado a partir del conocimiento de sus características en frecuencia en lazo abierto.

Al diseñar un sistema en lazo cerrado, las características de la respuesta en frecuencia de la función de transferencia en lazo abierto se ajustan mediante criterios de diseño, a fin de obtener características aceptables de respuesta transitoria. La correlación entre la respuesta en frecuencia y transitoria es indirecta, excepto en el caso de sistemas de segundo orden.

Considere el sistema lineal e invariante en el tiempo.



Si la señal de entrada es

$$x(t) = X \text{ sen } \omega t$$

la señal de salida en estado estable será

$$y(t) = Y \text{ sen } (\omega t + \phi)$$

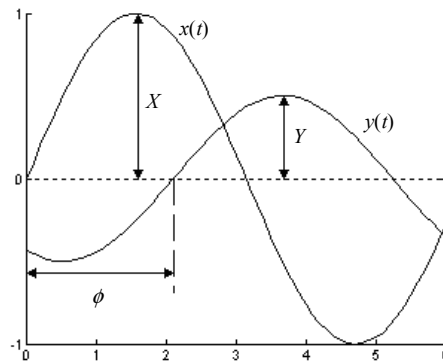
Para un sistema estable, lineal e invariante en el tiempo, sujeto a una entrada senoidal, tendrá, en estado estable, una salida senoidal de la misma frecuencia que la de la entrada, pero en general, la amplitud y la fase de la salida serán diferentes a la de la entrada.

Para las entradas senoidales

$$|G(j\omega)| = \left| \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)} \right|$$
$$\phi = \angle G(j\omega) = \angle \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)}$$

Razón entre las amplitudes de la senoidal de salida y la senoidal de la entrada.

Defasamiento entre las senoidales de salida y de entrada



Las características de respuesta de un sistema para una entrada senoidal se obtiene directamente de

$$\frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)} = G(j\omega)$$

La función de transferencia senoidal $G(j\omega)$ es una cantidad compleja que puede representarse por su magnitud y el ángulo de fase con la frecuencia como parámetro. Un ángulo de fase negativo se llama un retardo de fase y un ángulo de fase positivo es un adelanto de fase. La función de transferencia senoidal de cualquier sistema lineal se obtiene sustituyendo $j\omega$ por s en la función de transferencia del sistema.

La función de transferencia senoidal, función compleja de la frecuencia ω , se caracteriza por su magnitud y ángulo de fase, con la frecuencia como parámetro. Hay tres representaciones comúnmente utilizadas para las funciones de transferencias senoidales.

Diagramas de Bode o representaciones logarítmicas

Diagramas de Nyquist o representación polar

Diagramas del logaritmo de la magnitud contra fase o diagrama de Nichols

Diagramas de Bode o representaciones logarítmicas

Un diagrama de Bode consiste en dos gráficas. La primera es una gráfica del logaritmo de la magnitud (en dB) de una función de transferencia senoidal, la segunda es una gráfica del ángulo de fase (en grados). Ambas se grafican contra la frecuencia en escala logarítmica

La representación común del logaritmo de la magnitud de $G(j\omega)$ es $20 \log |G(j\omega)|$, donde la base del logaritmo es 10. La unidad que se usa en esta representación de la magnitud es el decibel (dB),

Los diagramas de Bode, las curvas se dibujan en papel semilogarítmico, utilizando la escala logarítmica para la frecuencia y la escala lineal ya sea para la magnitud (en dB) o el ángulo de fase (en grados). El rango de frecuencia de interés determina el número de ciclos logarítmicos que se necesitan sobre el eje de abscisas.

Estabilidad relativa

Al diseñar un sistema de control, es necesario que sea estable. Además, es necesario que tenga una estabilidad relativa adecuada.

Para conocer la estabilidad relativa de un sistema de control en respuesta en frecuencia, se hace uso de los términos del Margen de Fase y el Margen de ganancia.

Margen de fase: el margen de fase es la cantidad de atraso de fase adicional en la frecuencia de cruce de ganancia requerida para llevar el sistema al borde de la inestabilidad. La frecuencia de cruce de ganancia es la frecuencia en la cual la magnitud de la función de transferencia en lazo abierto $|G(j\omega)|$, vale la unidad. El margen de fase MF es 180° más el ángulo de fase ϕ de la función de transferencia en lazo abierto en la frecuencia de cruce de ganancia, o

$$MF = 180^\circ + \phi$$

Margen de ganancia: el margen de ganancia es el recíproco $|G(j\omega)|$ en la frecuencia donde el ángulo de fase es -180° . Si se define la frecuencia de cruce de fase ω_f como la frecuencia en la cual el ángulo de fase de la función de transferencia en lazo abierto es igual a -180° , el margen de ganancia se puede expresar como

$$MG = -20 \log |G(j\omega)|$$

Para un sistema de fase mínima, el margen de ganancia indica cuánta ganancia se puede aumentar antes de que se haga inestable el sistema.

Para un sistema de fase mínima, ambos el margen de ganancia y el margen de fase deben ser positivos para que el sistema sea estable. Márgenes negativos indican inestabilidad.

La siguiente introducción es un análisis de un sistema en el dominio de la frecuencia

Ejemplo

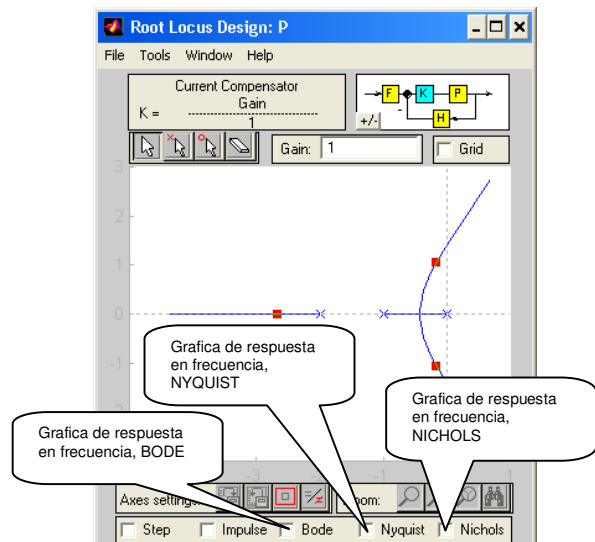
Crear la siguiente la función de transferencia de lazo abierto.

$$P = \frac{3}{s(s+1)(s+2)}$$

Esta función no tiene ceros, tiene 3 polos en 0, -1 y -2, y la ganancia es de 3.

$$P = zp k([], [0 \quad -1 \quad -2], 3)$$

Ejecutamos el comando **rltool(P)** para obtener el lugar de las raíces.

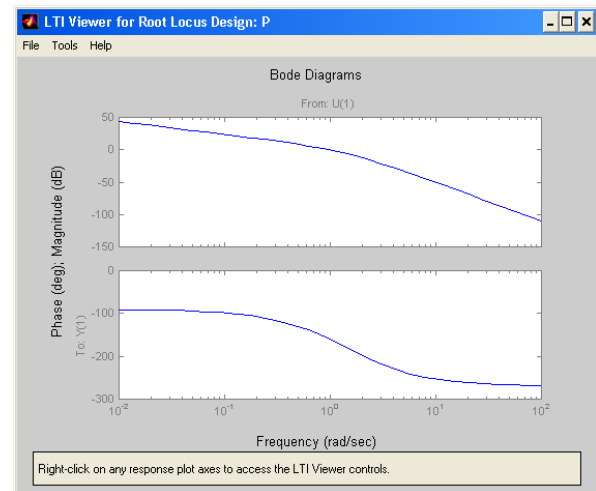


Para observar la respuesta en frecuencia en una grafica de Bode para la ganancia $K=1$, seleccionamos la casilla *Bode*.

Las graficas de **Bode** están formadas por dos graficas: una es el logaritmo de la magnitud (en decibeles *dB*) de la función y la otra es el ángulo de fase (en grados). Ambas se grafican contra la frecuencia en escala logarítmica (radianes/segundo).

La magnitud en decibeles esta dada por.

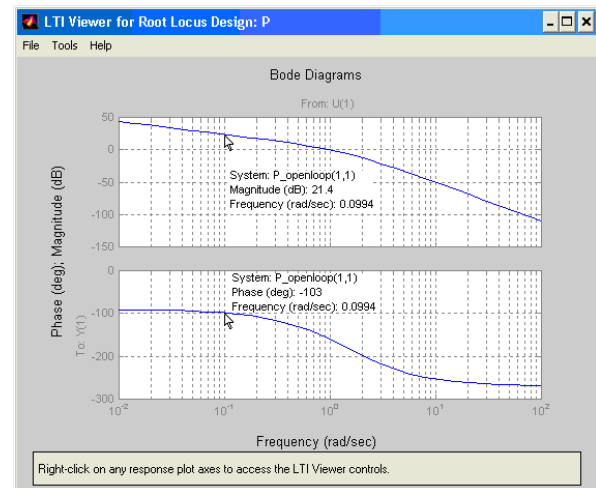
$$|G(j\omega)|_{dB} = 20 \log |G(j\omega)|$$



Podemos calcular la magnitud y el defasamiento para una frecuencia determinada. Ubicamos el cursor sobre la grafica de magnitud o de fase en la frecuencia seleccionada y le damos un clic con el botón derecho del ratón.

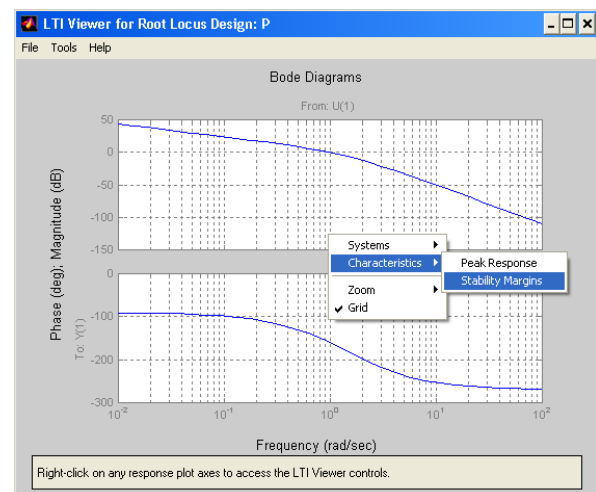
Por ejemplo:

| ω | $ G(j\omega) _{dB}$ | $\angle G(j\omega)$ |
|----------|---------------------|---------------------|
| 0.1 | 21.4 | -103° |
| 1.0 | -0.457 | -161.6° |
| 10.0 | -50.7 | -253° |



Margen de Fase y Margen de Ganancia

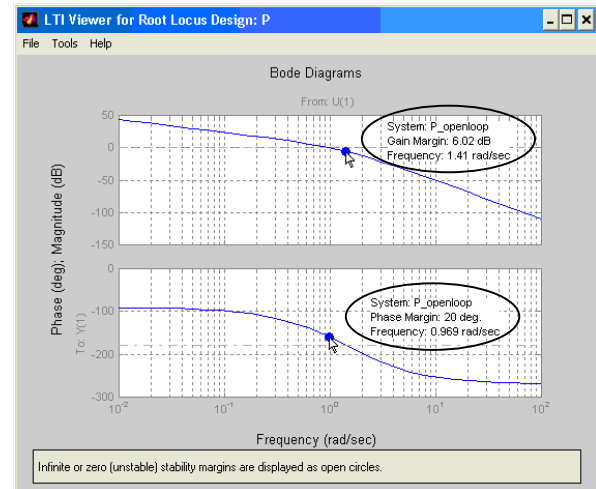
Para obtener el *margen de fase* y el *margen de ganancia*, la *frecuencia de transición de ganancia* y la *frecuencia de transición de fase*, para la ganancia seleccionada $K=1$. Ubicamos el cursor sobre la pantalla, le damos un clic con el botón derecho del ratón, seleccionamos la opción *Characteristics* y enseguida le damos un clic en *Stability Margins*.



Ubicando el cursor en cada uno de los puntos y dándole un clic, obtenemos los valores de *Margen de Ganancia* con la *Frecuencia de Transición de Fase*, y el *Margen de Fase* con la *Frecuencia de Transición de Ganancia*.

De la grafica obtenemos los siguientes valores:
Para $K = 1$

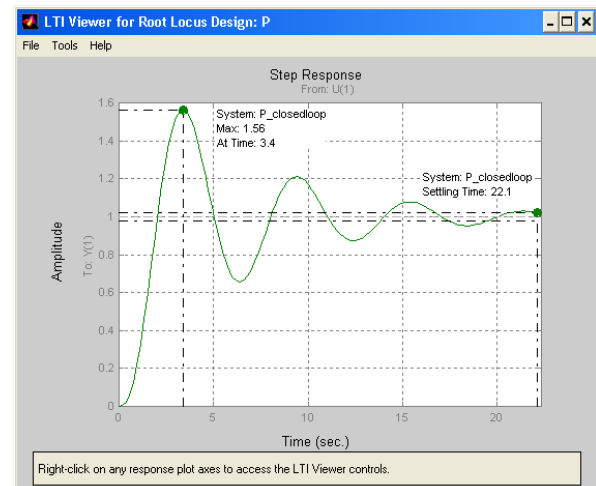
| | |
|----------------------------------|---------------|
| Margen de Ganancia | 6.02 dB |
| Margen de Fase | 20° |
| Frec. de transición de Ganancia. | 0.969 rad/seg |
| Frec. de transición de fase | 1.41 rad/seg |



La respuesta en el tiempo para una entrada escalón unitario para este sistema con la ganancia $K = 1$, es como se muestra.

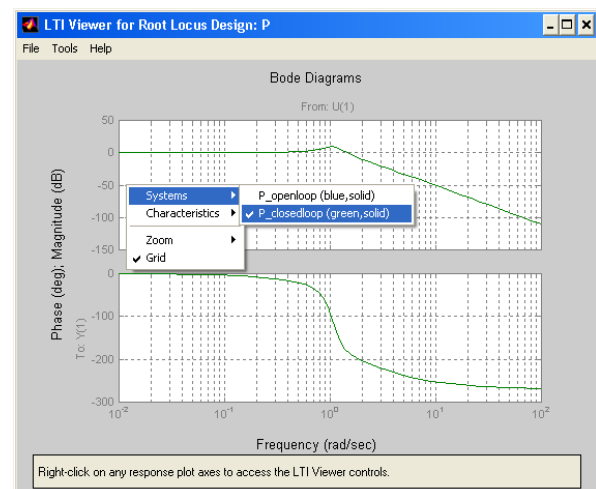
Las características de respuesta son:
Para $K = 1$

| | |
|--------------------------|----------------|
| Máximo sobrepaso | $\%M_p = 56\%$ |
| Tiempo pico | $t_p = 3.4$ |
| Tiempo de estabilización | $t_s = 22.1$ |

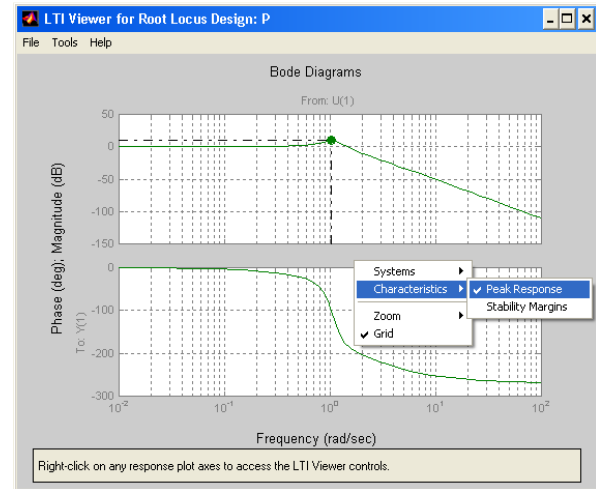


Lazo Cerrado

La *magnitud de resonancia* M_r , y la *frecuencia de resonancia* ω_r , son datos de lazo cerrado, para obtenerlos para la ganancia seleccionada $K = 1$, primero trazamos la grafica de lazo cerrado, Ubicamos el cursor sobre la pantalla, le damos un clic con el botón derecho del ratón, seleccionamos la opción Systems y enseguida le damos un clic en $P_{closedloop}$. Hacemos lo mismo para deshabilitar la grafica de lazo abierto $P_{openloop}$.



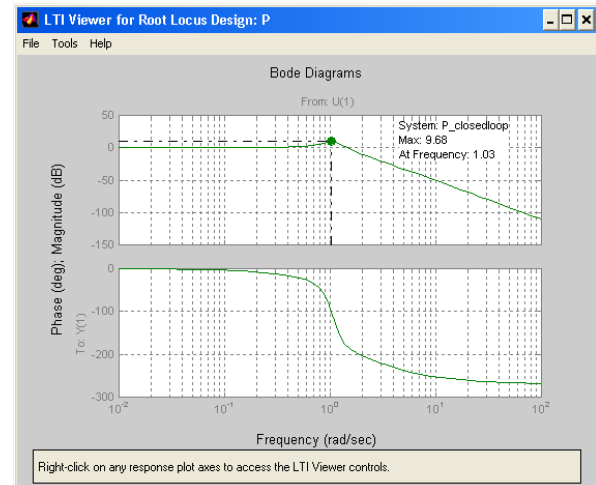
Para obtener la magnitud de resonancia M_r , y la frecuencia de resonancia ω_r . Ubicamos el cursor sobre la pantalla, le damos un clic con el botón derecho del ratón, seleccionamos la opción *Characteristics* y enseguida le damos un clic en *Peak Response*.



Ubicando el cursor en el punto y dándole un clic, obtenemos los valores de magnitud de resonancia y frecuencia de resonancia.

Para $K = 1$

| | |
|--------------------------|--------------|
| Magnitud de Resonancia | 9.68 dB |
| Frecuencia de Resonancia | 1.03 rad/seg |



REPORTE

Considere la siguiente función de transferencia de lazo abierto

$$G(s)H(s) = \frac{750K}{s(s+5)(s+10)}$$

Para cada uno de los siguientes valores de ganancia $K = 1$, $K = 0.19$, y $K = 1.6$ determine lo siguiente:

1. Las gráficas de bode de lazo abierto (magnitud y fase)
2. El Margen de Fase (MF), el Margen de Ganancia (MG), la frecuencia de transición de ganancia (ω_c) y la frecuencia de transición de fase (ω_f), de las gráficas de Bode de lazo abierto.
3. Las respuestas en el tiempo de lazo cerrado para una entrada escalón unitario.
4. Las gráficas de Bode de lazo cerrado (magnitud y fase).
5. La magnitud de resonancia (M_r) y la frecuencia de resonancia (ω_r), de las gráficas de Bode de lazo cerrado.

Considere la siguiente función de transferencia de lazo abierto

$$G(s)H(s) = \frac{25}{(s+1)(s^2 + 2s + 5)}$$

6. Determine la gráfica de bode de lazo abierto (magnitud y fase)
7. Determine el Margen de Fase (MF), el Margen de Ganancia (MG), la frecuencia de transición de ganancia (ω_c) y la frecuencia de transición de fase (ω_f), de las gráficas de Bode de lazo abierto.
8. Determine la estabilidad del sistema.
9. Conclusiones