2do parcial 5R2. 21/10/14.

① Determinar mediante el diagrama de Bode Kv, MG y MΦ de: $G(S)H(S) = K \dfrac{S+5}{S(S+1)(S+2)}$. 3,33

para $K=30$.

② Con el valor de K anterior determinar mediante Nyquist la estabilidad del sistema. 3,34

③ Ajustar la ganancia del sistema para $W_d = 1{,}37 \frac{rad}{seg}$ y $K_v = 10$. 3,33

Soluciones 2do parcial 5R2. 21/10/14.

(1). Bode de $G(s)H(s) = 30 \dfrac{s+5}{s(s+1)(s+2)}$ (1).

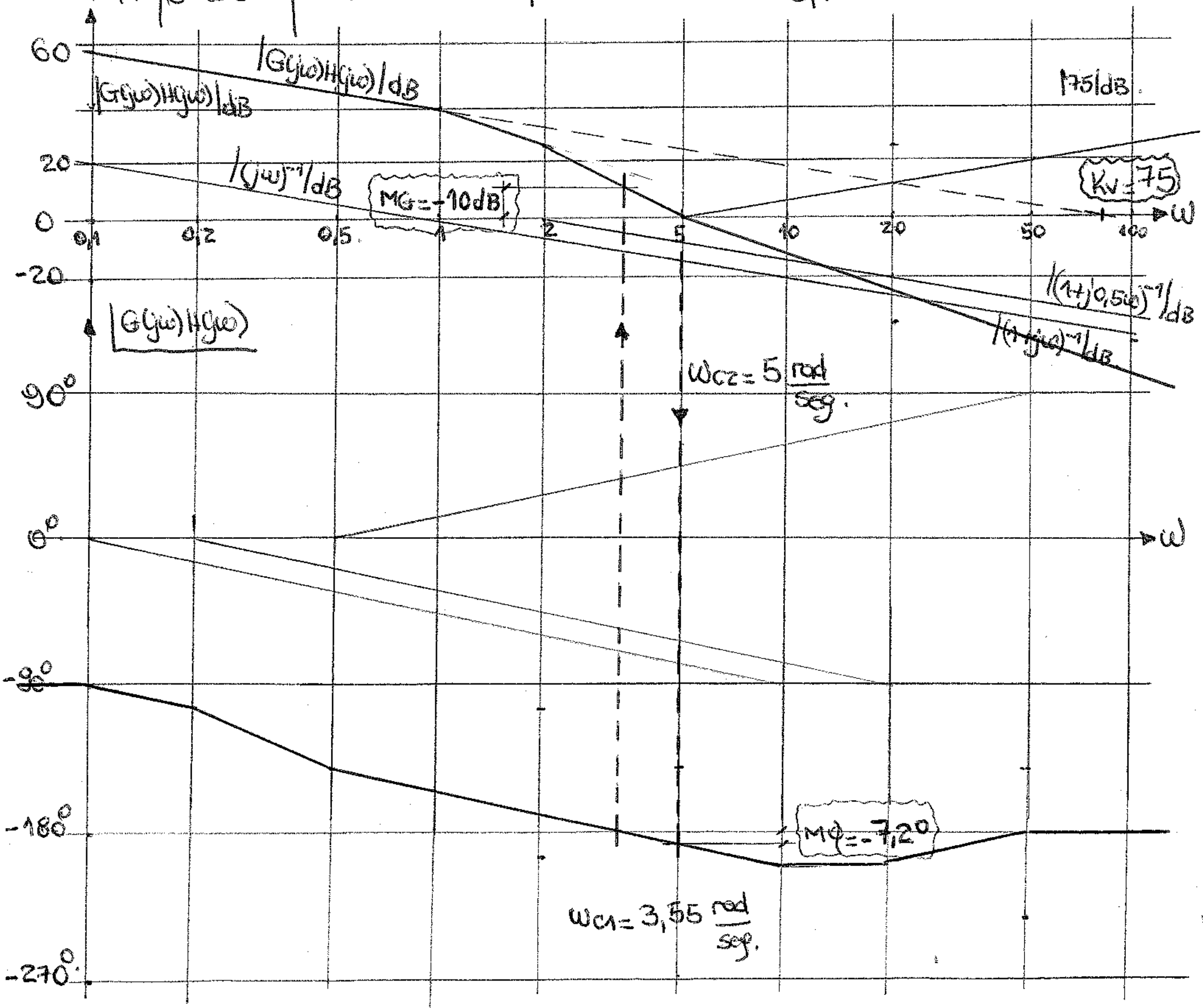
Pasamos la función a formato Bode:

$$G(s)H(s) = \cancel{30}^{15} \frac{5(0{,}2s+1)}{s(s+1)\cancel{2}_1(0{,}5s+1)} = 75 \frac{(0{,}2s+1)}{s(s+1)(0{,}5s+1)}$$

con $s \doteq j\omega$.

$$G(j\omega)H(j\omega) = 75 \frac{1+j0{,}2\omega}{j\omega(1+j\omega)(1+j0{,}5\omega)} \; ; \; |75|_{dB} = 20\log 75 = 37{,}5$$

Rango de fcias. de 0,1 a 100. 0,1 1 10 100.



② Nyquist de: $G(s)H(s) = 30\dfrac{s+5}{s(s+1)(s+2)} = 30\dfrac{s+5}{s^3+3s^2+2s}$

2

Análisis de BF:

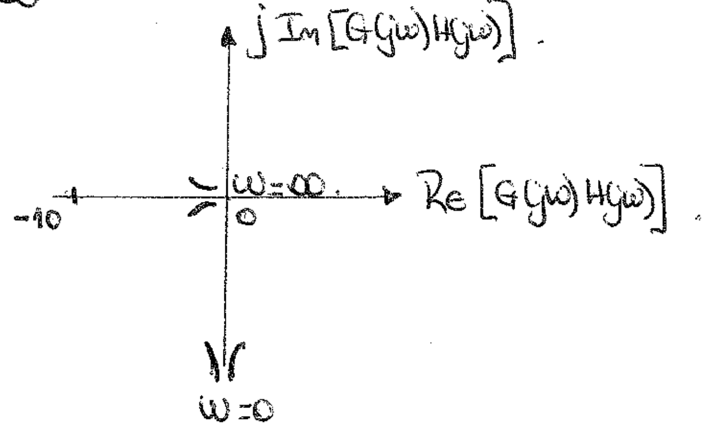
$$\lim_{s\to 0} G(s)H(s) = \lim_{s\to 0} 30\,\frac{5}{s\cdot 1\cdot 2} = \lim_{s\to 0}\frac{75}{s}$$

con $s = j\omega$ $\quad \lim_{\omega\to 0}\dfrac{75}{j\omega} \to -j\infty$.

Análisis de AF:

$$\lim_{s\to\infty} G(s)H(s) = \lim_{s\to\infty} 30\,\frac{\cancel{s}^{\,1}}{s\cdot s\cdot \cancel{s}_{\,1}} = \lim_{s\to\infty} 30\,\frac{1}{s^2}.$$

con $s = j\omega$, $\quad \lim_{\omega\to\infty} 30\cdot\dfrac{1}{-\omega^2} \to -0$



Corte a los ejes: $G(j\omega)H(j\omega) = 30\,\dfrac{5+j\omega}{-j\omega^3-3\omega^2+j2\omega}$

$$G(j\omega)H(j\omega) = 30\,\frac{5+j\omega}{-3\omega^2+j(2\omega-\omega^3)} = 30\,\frac{(5+j\omega)\left[-3\omega^2+j(\omega^3-2\omega)\right]}{(-3\omega^2)^2+(2\omega-\omega^3)^2}.$$

$$G(j\omega)H(j\omega) = 30\,\frac{-15\omega^2+j5\omega^3-j10\omega-j3\omega^3-\omega^4+2\omega^2}{(-3\omega^2)^2+(2\omega-\omega^3)^2}.$$

$$G(j\omega)H(j\omega) = 30\,\frac{-\omega^4-13\omega^2+j(2\omega^3-10\omega)}{(-3\omega^2)^2+(2\omega-\omega^3)^2}$$

La parte real es siempre negativa y no es nula para valor

21/10/14. Soluciones 2º parcial 5K2.

3

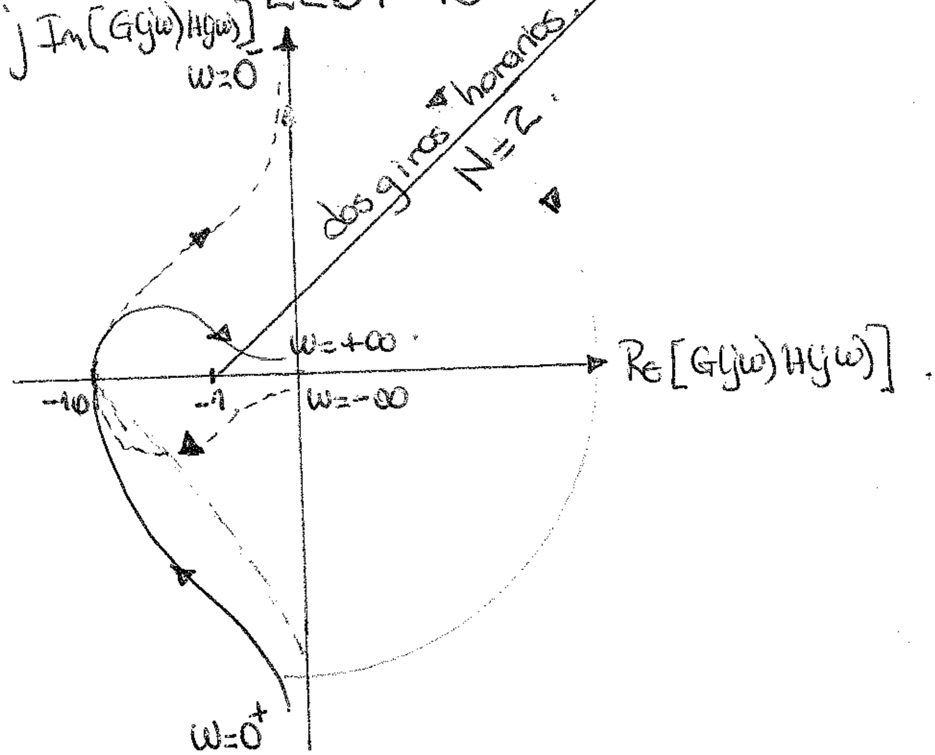
finito. La parte imaginaria sí se anula, por ello hay corte al eje real:

$$2\omega^3 - 10\omega = 0 \; ; \quad \cancel{2}^{\,1}\,\omega^{\cancel{3}\,2} = \cancel{10\omega}^{\,5} \; ; \quad \omega^2 = 5$$

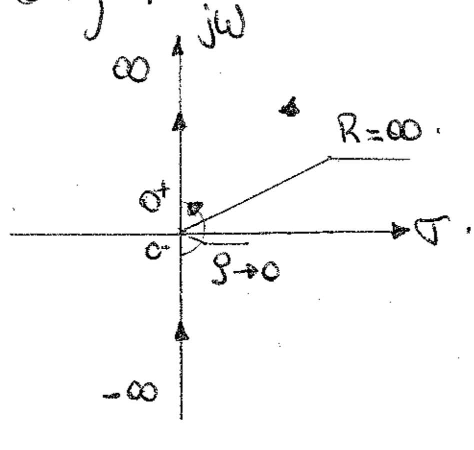
$$\omega_{1-2} = \pm\sqrt{5} = \pm\, 2{,}24 \ \frac{\text{rad}}{\text{seg}}.$$

$$G(j\sqrt{5})H(j\sqrt{5}) = 30 \ \frac{-25-13.5+j0.}{(-3.5)^2+\left[2\sqrt{5}-(\sqrt{5})^3\right]^2}$$

$$G(j\sqrt{5})H(j\sqrt{5}) = 30 \ \frac{-90.}{225+45} = 30\ \frac{(-90)}{270.} = -10+j0$$



Como hay un polo al origen usamos el contorno modificado de Nyquist:



Del análisis de BF: con $s = \rho e^{j\theta}$.

$$\lim_{\rho \to 0} \frac{75}{\rho e^{j\theta}} \to \rho e^{-j\theta}$$ gira en ángulo inverso a "s" en la zona de baja frecuencia.

hay dos giros ó rodeos horarios:

$$N = Z - P = 2 .$$

Como $P = 0$, o sea no hay polos de lazo abierto con parte real negativa, tendremos:

$$Z = 2 + 0 = 2 .$$

2 polos de lazo cerrado con parte real negativa.

Es inestable

(3) Realizamos el lugar de raices. Primero determinamos el LR sobre el eje real:

$$G(s)\,H(s) = K \frac{s+5}{s(s+1)(s+2)}$$

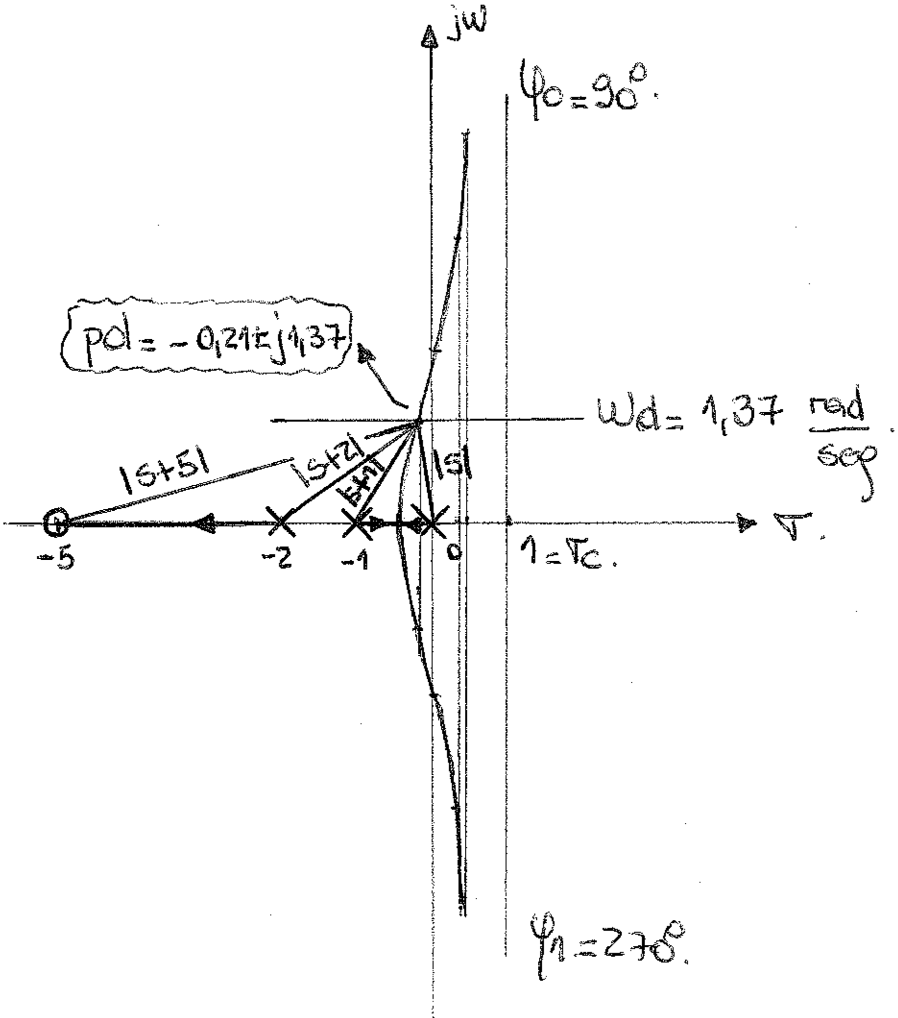
Asintotas:

$$\varphi_K = \frac{180^\circ}{p-z}(2K+1) \quad \text{con } K = 0, 1 .$$

$$\varphi_0 = \frac{180^\circ}{3-1}(2 \cdot 0 + 1) = 90^\circ ; \quad \varphi_1 = \frac{180^\circ}{3-1}(2 \cdot 1 + 1) = 270^\circ .$$

$$\sigma_c = \frac{-1-2-(-5)}{3-1} = \frac{-1-2+5}{2} = 1 .$$

(5)



Punto de bifurcación: $K \dfrac{s+5}{s(s+1)(s+2)} + 1 = 0$.

$$K = -\frac{s^3+3s^2+2s}{s+5} \; ; \quad \frac{\partial K}{\partial s} = -\frac{(3s^2+6s+2)(s+5) - (s^3+3s^2+2s)}{(s+5)^2} = 0.$$

trabajamos con el numerador igualado a "cero" condición suficiente:

$$\underline{3s^3} + \overline{15s^2} + \overline{6s^2} + 30s + \cancel{2s} + 10 - \underline{s^3} - \overline{3s^2} - \cancel{2s} = 0.$$

$$2s^3 + 18s^2 + 30s + 10 = 0.$$

$$s^3 + 9s^2 + 15s + 5 = 0 \quad s_1 = -0{,}45 \; ; \; s_2 = -6{,}94 \; ; \; s_3 = -1{,}61$$

sólo s_1 es LR $\therefore$ $\boxed{pb = s_1 = -0{,}45}$

Routh:

$$K(s+5) + s^3 + 3s^2 + 2s = s^3 + 3s^2 + (K+2)s + 5K = 0.$$

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & 1 & K+2 \\ s^2 & 3 & 5K \\ s & \frac{3K+6-5K}{3} = \frac{6-2K}{3} & \\ s^0 & 5K & \end{array}$$

$6-2K_C=0$

$2K_C=6$

$K_C=3$

$K<K_C$ estable.

$K>K_C$ inestable con dos raices con $Re[+]$

Ecuación auxiliar:

$$3s^2+15=0 \,;\quad 3s^2=-15 \,;\quad s^2=-5 \,;\quad s_{1-2}=\pm j\sqrt{5}.$$

$$\boxed{s_{1-2}=\pm j\,2{,}24}$$

Trazado punto a punto: $s^3+3s^2+(K+2)s+5K=0$

$K=1$ $\quad s^3+3s^2+3s+5=0 \quad s_1=-2{,}59 \,;\; s_{2-3}=-0{,}21\pm j\,1{,}37$

$K=5$ $\quad s^3+3s^2+7s+25=0 \quad s_1=-3{,}23 \,;\; s_{2-3}=+0{,}11\pm j\,2{,}78$

$K=10$ $\quad s^3+3s^2+12s+50=0 \quad s_1=-3{,}57 \,;\; s_{2-3}=0{,}28\pm j\,3{,}73$

$K=20$ $\quad s^3+3s^2+22s+100=0 \quad s_1=-3{,}91 \,;\; s_{2-3}=0{,}45\pm j\,5{,}04$

Punto de diseño: gráficamente $-0{,}21\pm j\,1{,}37$.

Cálculo da K:

$$K=\frac{|s|\,|s+1|\,|s+2|}{|s+5|}=\frac{1{,}39\cdot 1{,}58\cdot 2{,}25}{4{,}98}=\boxed{1=K}$$

Cálculo de Kv:

$$K_v=\lim_{s\to 0} \cancel{s}\cdot\frac{s+5}{\cancel{s}(s+1)(s+2)}=2{,}5.$$

Este valor es inferior al $K_v=10$ pedido, por ello compensar en atraso:

$$K_Y = 2{,}5 \cdot \quad \frac{z_c}{p_c} = 10 \quad ; \quad \frac{z_c}{p_c} = 4.$$

$$0{,}021 < z_c < 0{,}105.$$

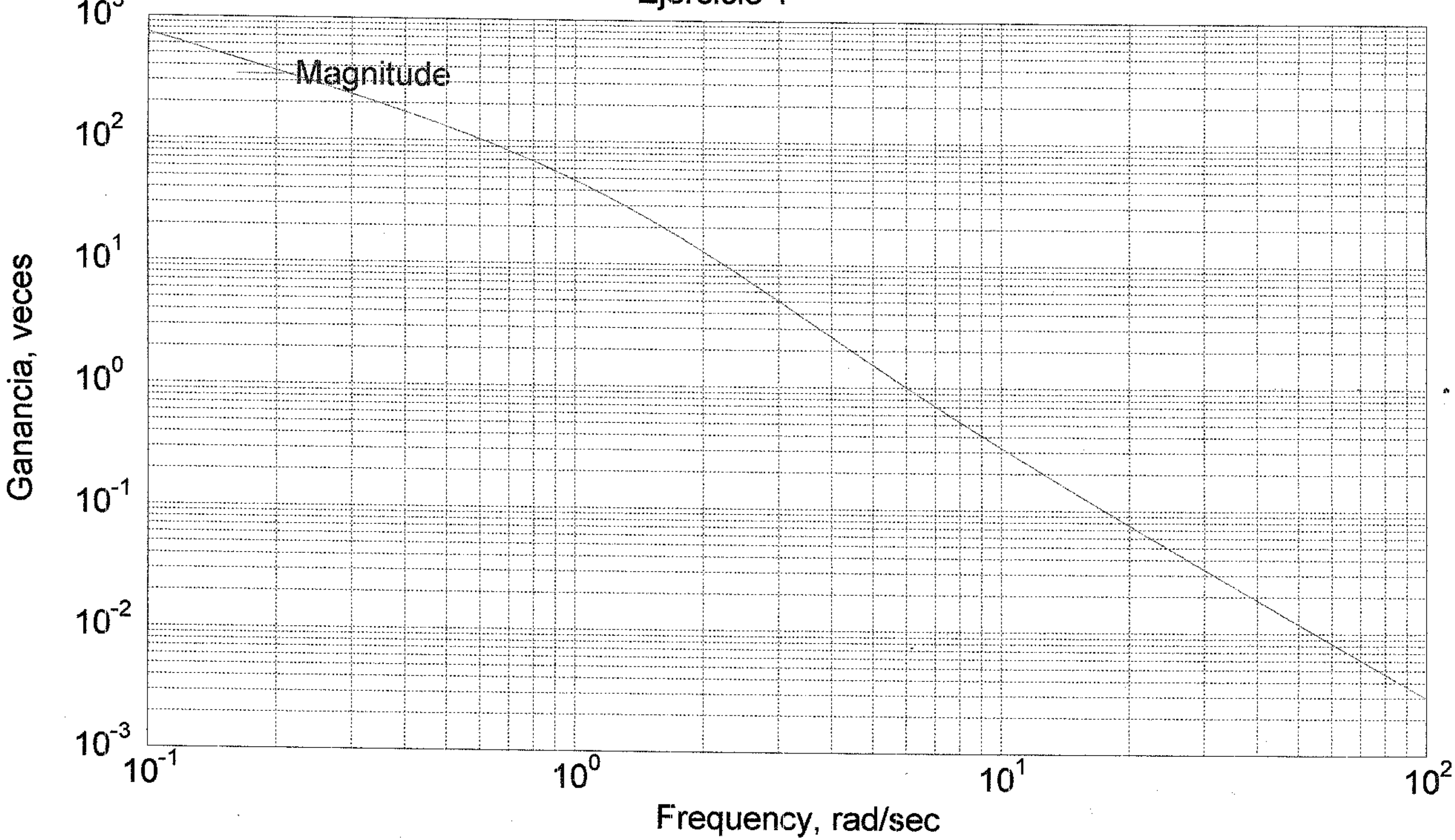
$$\boxed{z_c = 0{,}04}$$

$$\boxed{p_c = 0{,}01}$$

Kv 5,5cm / 6cm =

Segundo parcial 5R2

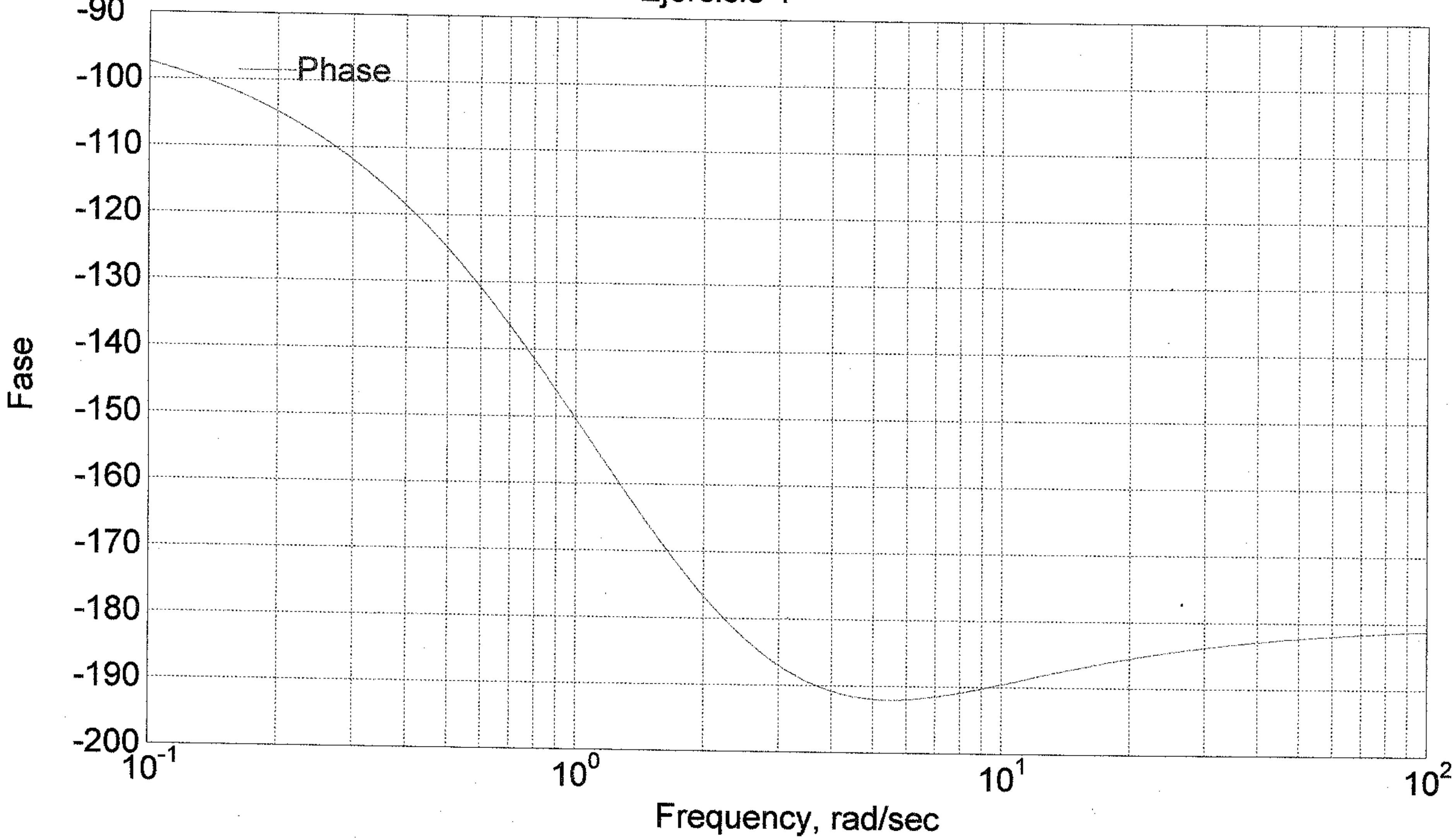
Ejercicio 1



8

Segundo parcial 5R2

Ejercicio 1



90 0 -90 -180 -270

Segundo parcial 5R2
Ejercicio 2