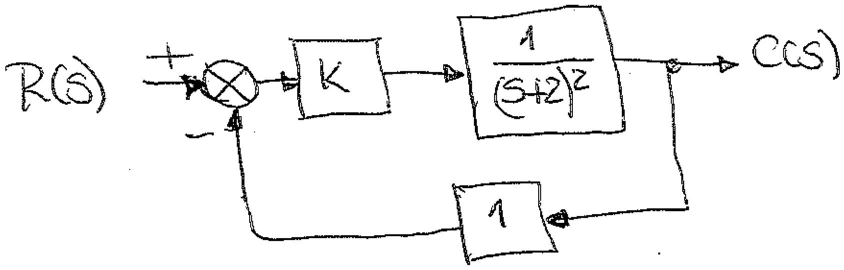
Solución ejercicio 4 TP9-1.

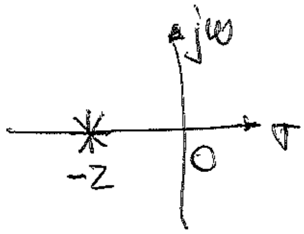
Dado el sistema $G(s) = \dfrac{1}{(s+2)^2}$; $H(s) = 1$.

En una primera instancia vemos si el ajuste de ganancia es suficiente para las condiciones transitorias $\eta = 0{,}707$ y $t_p = 1\,[seg]$

El montaje para el ajuste de ganancia es:



$$G(s)H(s) = K\frac{1}{(s+2)^2}$$; Lugar de raices sobre el eje real: (solo el punto -2)



Asíntotas: hay dos. Esto es porque hay dos polos y ningún cero: con esto $K = 0,1$ (toma dos valores).

$$\varphi_K = \frac{180^\circ}{p-z}(2K+1); \quad \varphi_0 = \frac{180^\circ}{2-0}(2\cdot 0+1) = 90^\circ; \quad \varphi_1 = \frac{180^\circ}{2-0}(2\cdot 1+1) = 270^\circ.$$

El punto de trazado $\sigma_c = \dfrac{\sum Re[p] - \sum Re[z]}{p-z} = \dfrac{-2-2}{2-0} = \boxed{-2 = \sigma_c}$

Punto de bifurcación: de la ecuación característica tenemos:

$$1 + K\frac{1}{(s+2)^2} = 0; \quad K = -(s+2)^2 = -(s^2+4s+4)$$

$$\frac{\partial K}{\partial s} = -(2s+4) = 0 \;\therefore\; 2s = -4 \;\therefore\; \boxed{s = -2 = pb}$$

Es punto de bifurcación porque es precisamente el único punto sobre el eje real que es LR.

Criterio de Routh: Para que la ecuación característica sea "cero" basta con que el numerador sea nulo:

Solución ejercicio 4 (compensación atraso-adelanto). (2)
TP 9-1 : por método L.R).

$$1 + K\frac{1}{(s+2)^2} = \frac{(s+2)^2 + K}{(s+2)^2} = 0 \;;\; \boxed{s^2 + 4s + (4+K) = 0}$$

ecuación útil para LR punto a punto.

Matriz de Routh:

$$\begin{array}{c|cc} s^2 & 1 & K+4 \\ s & 4 & \\ s^0 & K+4 & \end{array}$$

No hay valor de K que produzca cambio de signo en la primera columna; sistema ESTABLE.

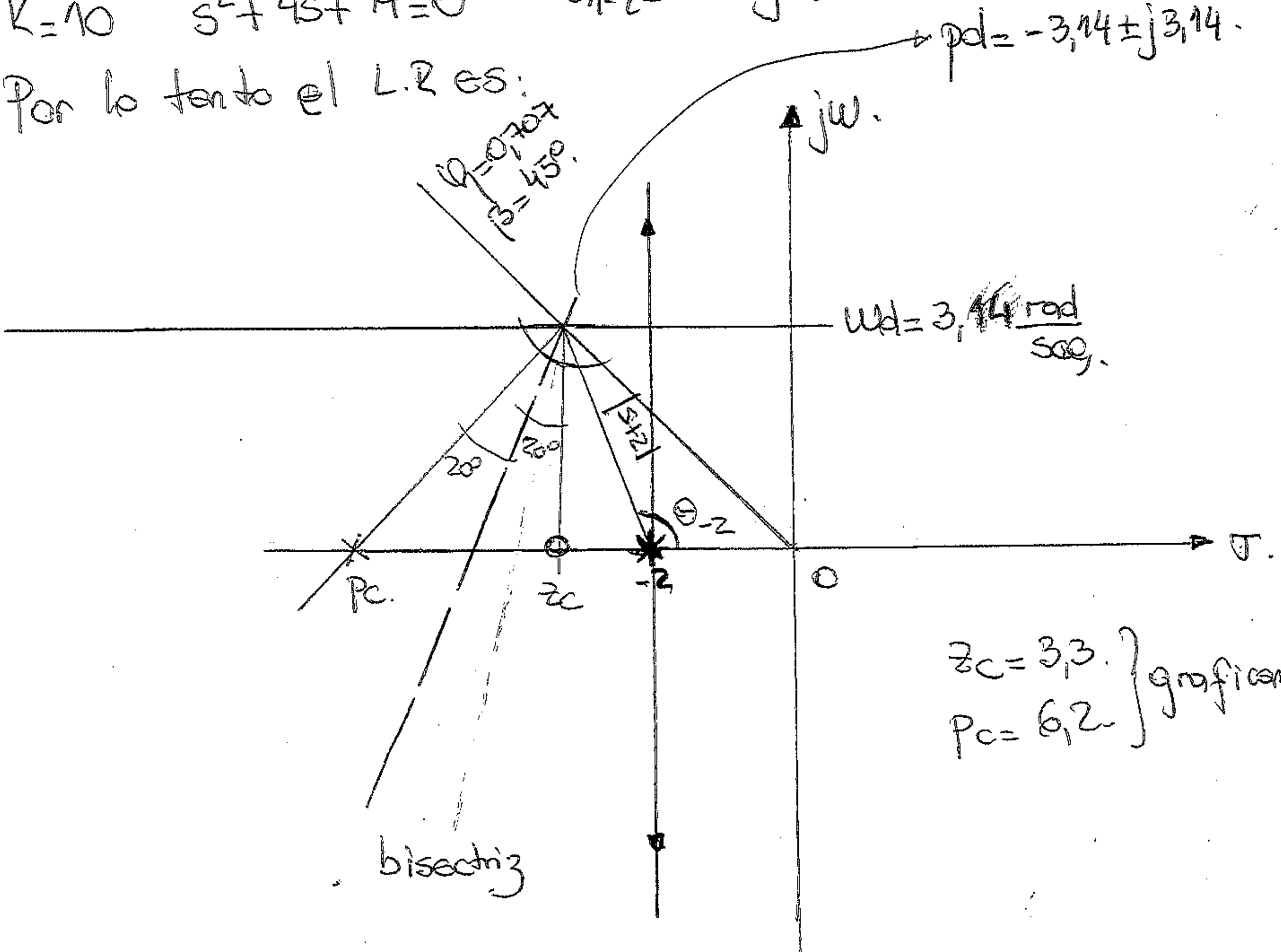
Trazado punto a punto:

$K=1 \quad s^2+4s+5=0 \quad s_{1-2} = -2 \pm j$

$K=5 \quad s^2+4s+9=0 \quad s_{1-2} = -2 \pm j2{,}24$

$K=10 \quad s^2+4s+14=0 \quad s_{1-2} = -2 \pm j3{,}16$

Por lo tanto el L.R es:



$z_c = 3{,}3$
$p_c = 6{,}2$ } gráficamente

Solución ejercicio 4 TP9-1: Compensación atraso-adelanto por método LR plano s. (3)

Veamos las condiciones transitorias:

$\varphi = 0,707$; $\varphi = \cos\beta$; $\beta = \cos^{-1}\varphi = 45°$ (1)

$t_p = 1$ [seg] ; $t_p = \frac{\pi}{\omega_d}$; $\omega_d = 3,14 \frac{rad}{seg}$ (2)

} dos condiciones transitorias ó dinámicas.

Como se ve en el gráfico la intersección del punto de diseño no es lugar de raíz ; por ello hay que compensar en adelanto de fase y lo haremos por el método de la bisectriz.

El aporte de fase es: $\theta_{-z} = 110°$;

$\therefore \quad -2\theta_{-z} + \varphi_c = \pm 180°$; $\varphi_c = 220° - 180° = 40°$.

$$\boxed{\varphi_c = 40°}$$

De acuerdo al método gráfico: $G(s)H(s) = K_c \frac{s+3,3}{s+6,2} \frac{1}{(s+2)^2}$

De la ecuación características:

$$1 + K_c \frac{s+3,3}{s+6,2} \frac{1}{(s+2)^2} = 0.$$

$$K_c = \frac{|s+2|^2 \, |s+6,2|}{|s+3,3|} = \frac{(3,34)^2 \cdot 4,38}{3,14} = 15,56.$$

Veamos la condición de régimen: $e_{ss} = 0,1$ para escalón.

$$e_{ss} = \frac{1}{1+K_p} \therefore K_p = \frac{1}{e_{ss}} - 1 = \frac{1}{0,1} - 1 = 9.$$

y el sistema tiene: $K_p = \lim_{s \to 0} 15,56 \frac{s+3,3}{s+6,2} \cdot \frac{1}{(s+2)^2} = 2,07.$

$$K_p = 2,07 \frac{z_c}{p_c} = 9 \therefore \boxed{\frac{z_c}{p_c} = 4,35}$$

$\downarrow$

Compensador en atraso

$0,1 \, Re[p_d] < z_c < 0,5 \, Re[p_d]$.

$0,31 < z_c < 1,57$.

$$\boxed{\begin{array}{l} z_c = 0,435 \\ p_c = 0,1 \end{array}}$$

cero y polo de atraso.

El compensador atraso-adelanto es: 4.

$$\boxed{G_c = 15{,}56 \, \frac{s+3{,}3}{s+6{,}2} \, \frac{s+0{,}435}{s+0{,}1}}$$